

DEPARTAMENTO DE ESTADÍSTICA

MÁSTER EN ANÁLISIS AVANZADO DE DATOS MULTIVARIANTES



**VNiVERSiDAD
D SALAMANCA**

CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

“ANÁLISIS MULTIVARIANTE DE LAS CARACTERÍSTICAS PSICOMÉTRICAS
DEL MINI-MENTAL STATE EXAMINATION (MMSE)”

AUTOR

GERMÁN PÉREZ VERDUZCO

TUTOR

JOSÉ LUIS VICENTE VILLARDÓN

2015



Dpto. de Estadística
Universidad de Salamanca

DR. JOSÉ LUIS VICENTE VILLARDÓN

Profesor Titular del Departamento de Estadística de la Universidad de Salamanca

CERTIFICA que **D. Germán Pérez Verduzco** ha realizado en la Universidad de Salamanca, bajo su dirección, el trabajo que para optar título de Máster en Análisis Avanzado de Datos Multivariantes presenta con el título **ANÁLISIS MULTIVARIANTE DE LAS CARACTERÍSTICAS PSICOMÉTRICAS DEL MINI-MENTAL STATE EXAMINATION (MMSE)**, autorizando expresamente su lectura y defensa.

Y para que conste, firma el presente certificado en Salamanca a 14 de Julio de 2015.

D. José Luis Vicente Villardón



UNIVERSIDAD DE SALAMANCA

Departamento de Estadística

Máster en Análisis Avanzado de Datos Multivariantes

Trabajo Fin de Máster

**ANÁLISIS MULTIVARIANTE DE LAS CARACTERÍSTICAS
PSICOMÉTRICAS DEL MINI-MENTAL STATE EXAMINATION (MMSE)**

AUTOR: Germán Pérez Verduzco

TUTOR: José Luis Vicente Villardón

2015

AGRADECIMIENTOS

Primeramente agradezco a mi madre y mi hermano, quienes me han apoyado siempre en todas las decisiones y proyectos que he emprendido en la vida, incluso en aquellos que han implicado estar lejos de ellos. Gracias porque su ausencia sólo ha sido física.

A mi padre, por el amor que tengo hacia la lectura y el pensamiento crítico, sin su influencia probablemente no me hubiera desarrollado académicamente como hasta ahora lo he conseguido.

Agradezco también al Dr. José Luis Vicente Villardón la paciencia y atenciones brindadas. Sin su orientación y sugerencias durante la realización de este trabajo habría sido difícil culminarlo con éxito.

Mención especial requiere la Dra. Ma. Purificación Galindo Villardón, a quien le agradezco que cuando surgiera alguna dificultad buscara siempre la manera de apoyarme y motivarme a salir adelante.

Por último, pero no menos importante, agradecer a mis compañeros y amigos del Centro de Investigación de Estadística Multivariante Aplicada (CIEMA), y al Dr. Miguel Ángel Celestino Sánchez, director del centro, por todo su apoyo durante este proceso formativo.

RESUMEN

El diagnóstico del Alzheimer y otros tipos de demencias donde se ven amenazadas las funciones cognitivas de las personas es cada vez más relevante en el mundo actual. La atención temprana a personas que padecen este tipo de enfermedades aumenta de manera importante las probabilidades de tener un tratamiento exitoso.

Uno de los instrumentos más utilizados en el ámbito clínico para evaluar el deterioro cognitivo es el Mini Mental State Examination (MMSE), un test breve y de sencilla aplicación, que se usa principalmente en el ámbito de la atención primaria. En general, para analizar los resultados de la aplicación de este instrumento en diversos contextos e individuos, se suele recurrir al análisis factorial tradicional. Sin embargo, en la actualidad existen diversas técnicas psicométricas y estadísticas capaces de sacar mayor provecho a los datos que se analizan.

En el presente trabajo, se analizan los resultados de la aplicación del MMSE a 347 pacientes de distintos hospitales de la ciudad de Salamanca, España. Para ello, se utilizan diversas técnicas de estadística multivariante como el Análisis Factorial o el Análisis de Componentes Principales. Posteriormente, los resultados de estos análisis se complementan con los obtenidos mediante un análisis realizado desde la perspectiva de la Teoría de la Respuesta al ítem. Finalmente, se muestran las ventajas de los métodos Biplot frente a los análisis estadísticos tradicionales, y se presentan las conclusiones referentes al instrumento estudiado.

ABSTRACT

Alzheimer's disease and other dementias have grown in importance today. Early attention to people suffering from these diseases increases significantly the chances of successful treatment.

One of the most widely used test to assess cognitive impairment is Mini Mental State Examination (MMSE), a brief and simple test which is mainly applied in primary care. Generally, is typically used the traditional Factor Analysis to analyze the results of this test in different contexts and individuals. However, at present there are various psychometric and statistical techniques able to take greater advantage of the data analyzed.

In this paper, we analyze the results of the application of MMSE to 347 patients from different hospitals in the city of Salamanca, Spain. To achieve this, we use various multivariate statistical techniques such as Factor Analysis or Principal Component Analysis. Subsequently, the results are complemented by an analysis from the perspective of Item Response Theory. Finally, we show the advantages of Biplot methods compared to traditional statistical analysis, and we present the findings concerning the MMSE.

ÍNDICE DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	1
JUSTIFICACIÓN Y ESTRUCTURA DEL TRABAJO	1
OBJETIVOS	3
CAPÍTULO I. MARCO TEÓRICO	4
1.1 EL DETERIORO COGNITIVO: DEMENCIA Y ALZHEIMER.....	4
1.1.1 LA EVALUACIÓN DE LAS FUNCIONES COGNITIVAS: EL MINI-MENTAL STATE EXAMINATION (MMSE).....	6
1.1.2 PROPIEDADES PSICOMÉTRICAS DEL MMSE	7
CAPÍTULO II. MARCO METODOLÓGICO	9
2.1 TÉCNICAS DE ANÁLISIS MULTIVARIANTE.....	9
2.1.1 ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES (ACP)	10
2.1.2 ANÁLISIS FACTORIAL (AF)	12
2.1.3 TEORÍA DE LA RESPUESTA AL ÍTEM (TRI).....	16
2.1.4 LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE DATOS MULTIVARIANTES: MÉTODOS BIPLOT	21
2.2 DATOS, SOFTWARE Y DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA	31
2.2.1 BASE DE DATOS.....	31
2.2.2 TIPOS DE DATOS ANALIZADOS.....	32
2.2.3 SOFTWARE UTILIZADO	33
2.2.4 MUESTRA	34
CAPÍTULO III. RESULTADOS	35
3.1 DATOS ORDINALES.....	35
3.1.1 RESULTADOS ANÁLISIS FACTORIAL.....	35
3.1.2 RESULTADOS TRI. MODELO POLITÓMICO	40
3.1.3 RESULTADOS HJ-BILOT.....	48
3.2 DATOS BINARIOS	56
3.2.1 RESULTADOS TRI. MODELO DICOTÓMICO	56
3.2.2 RESULTADOS BILOT LOGÍSTICO.....	66
CAPÍTULO IV. DISCUSIÓN	70
CAPÍTULO V. CONCLUSIONES	75
REFERENCIAS	77
ANEXOS	84

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Representación geométrica del producto escalar. _____	23
Figura 2. Tipos de Biplot según las propiedades de los marcadores. _____	27
Figura 3. Representación Biplot Logístico. _____	29
Figura 4. Características de la base de datos utilizada. _____	31
Figura 5. Gráfico de sedimentación. _____	37
Figura 6. Gráficos generados por el programa MULTILOG. _____	41
Figura 7. Información de los ítems datos ordinales. _____	46
Figura 8. Scree plot datos binarios. _____	46
Figura 9. Gráfico de codo del HJ-Biplot. _____	49
Figura 10. Plano 1-2 del HJ-Biplot. _____	51
Figura 11. Plano 1-3 del HJ-Biplot. _____	52
Figura 12. Plano 2-3 del HJ-Biplot. _____	53
Figura 13. Clúster jerárquico por método de Ward en las coordenadas del HJ-Biplot. _____	54
Figura 14. Información de los ítems datos binarios. _____	57
Figura 15. Scree plot datos binarios. _____	57
Figura 16. Gráfico de codo del Biplot Logístico. _____	67
Figura 17. Factores formados por el Biplot Logístico. _____	68
Figura 18. Clústeres del diagnóstico de los pacientes en coordenadas del Biplot Logístico. _____	68
Figura 19. Predicción de ausencia/presencia de las variables en los individuos estudiados. _____	69
Figura 20. Representación HJ-Biplot integrando los resultados del AF y la TRI. _____	72
Figura 21. Factores formados por el Biplot Logístico. _____	74

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Conformación de los datos binarios y los datos ordinales. _____	32
Tabla 2. Autovalores y porcentaje de varianza explicada. _____	35
Tabla 3. Matriz de componentes rotados con solución de cuatro factores. _____	36
Tabla 4. Matriz de componentes rotados con solución de dos factores. _____	37
Tabla 5. Matriz de componentes con solución de un factor. _____	37
Tabla 6. Matriz de componentes rotados con solución de tres factores. _____	38
Tabla 7. Comunalidades con diversas soluciones. _____	38
Tabla 8. Matriz de componentes rotados con solución de tres factores sin el ítem 8. _____	39
Tabla 9. Parámetros de discriminación y localización estimados en programa MULTILOG. ____	40
Tabla 10. Distribución de las frecuencias en el ítem 3. _____	41
Tabla 11. Distribución de las frecuencias en el ítem 6. _____	41
Tabla 12. Distribución de las frecuencias en el ítem 8. _____	41
Tabla 13. Valores obtenidos al ajustar el modelo con mirt a uno de dos parámetros. _____	42
Tabla 14. Saturaciones y comunalidades obtenidas con mirt. _____	43
Tabla 15. Valores obtenidos al ajustar a un modelo de 2 parámetros sin los ítems 3 y 6. ____	43
Tabla 16. Saturaciones y comunalidades obtenidas sin los ítems 3 y 6. _____	43
Tabla 17. Matriz de correlaciones policóricas. _____	44
Tabla 18. Valores de información en distintos puntos de la escala de la variable latente. ____	45
Tabla 19. Saturaciones y comunalidades de los ítems obtenidas con psych. _____	46
Tabla 20. Matriz de correlaciones policóricas. _____	47
Tabla 21. Valores de información en distintos puntos de la escala de la variable latente. ____	47
Tabla 22. Saturaciones y comunalidades de los ítems obtenidas con psych. _____	48
Tabla 23. Porcentaje de inercia explicada por cada eje. _____	48
Tabla 24. Contribuciones relativas del factor al elemento para las columnas. _____	49
Tabla 25. Distribución de los pacientes en cada uno de los clústeres. _____	55
Tabla 26. Saturaciones y comunalidades obtenidas con psych en los ítems dicotómicos. ____	56
Tabla 27. Saturaciones y comunalidades obtenidas con psych en los ítems dicotómicos. ____	58
Tabla 28. Parámetros de dificultad y discriminación en modelo ojiva normal de 2 parámetros. 59	
Tabla 29. Parámetros de dificultad y discriminación obtenidos con ltm. _____	60
Tabla 30. Comparación entre modelo ojiva normal y modelo logístico de dos parámetros. ____	61
Tabla 31. Valores transformados a un modelo lineal tradicional. _____	62
Tabla 32. Modelo de dos parámetros y un factor. _____	63
Tabla 33. Ítems que generan problemas con distintos modelos y métodos de estimación. ____	64
Tabla 34. Saturaciones sin los ítems problemáticos o poco informativos. _____	64
Tabla 35. Comparación entre modelo ojiva normal y modelo de 2 parámetros y 1 factor sin ítems problemáticos o poco informativos. _____	65
Tabla 36. Valores propios y porcentaje de varianza explicada. _____	66
Tabla 37. Bondades de ajuste de las variables. _____	67
Tabla 38. Resultados de estructuras factoriales encontradas en otras investigaciones. ____	70
Tabla 39. Ítems más informativos en distintos modelos y métodos de estimación. _____	73

INTRODUCCIÓN

JUSTIFICACIÓN Y ESTRUCTURA DEL TRABAJO

La presente investigación forma parte del módulo Trabajo Fin de Máster (TFM), el cual representa el último requisito para concluir el *Máster en Análisis Avanzado de Datos Multivariantes* de la Universidad de Salamanca, España.

Este trabajo, titulado “Análisis multivariante de las características psicométricas del Mini-Mental State Examination (MMSE)”, tiene como principal objetivo el plasmar los conocimientos adquiridos a lo largo del postgrado. Al mismo tiempo, a través de la implementación de un grupo importante de técnicas aprendidas, se intentará hacer una aportación al ámbito científico mediante el estudio y análisis de uno de los test más utilizados en distintos campos de la medicina y la psicología.

En la actualidad, tanto el Alzheimer como otros tipos de demencia representan uno de los problemas de salud pública más relevantes, pues a nivel mundial existen 44 millones de personas que la padecen, y se estima que dicha cifra se duplicará para el año 2030, y triplicará para el 2050 (Prince, Albanese, Guerchet, & Prina, 2014). Por tal motivo, el diagnóstico de este y otros tipos de demencia es un tema fundamental para las instituciones gubernamentales y la sociedad en general.

Dicho lo anterior, resulta evidente la pertinencia de mejorar y/o desarrollar nuevos instrumentos de evaluación que permitan detectar de manera precisa esta clase de enfermedades. Además, en la medida en que el diagnóstico se realice en una fase temprana, aumentarán las probabilidades de intervenir de manera exitosa y con menores costos económicos y sociales.

La estructura del trabajo es la siguiente. El documento está conformado por cinco capítulos. Los capítulos II y III constituyen el marco teórico-metodológico de la investigación. En ellos se definen los conceptos clave y se describen las técnicas implementadas, por lo que es válido decir que estos capítulos

representan la base sobre la que se fundamenta y desarrolla la propia investigación.

La parte empírica, que representa la parte central y las aportaciones originales del trabajo, está conformada por el capítulo III, donde se exponen los resultados de los análisis llevados a cabo, y los capítulos IV y V, que contienen la discusión y las conclusiones derivadas de tales resultados.

Finalmente, se presentan las referencias bibliográficas consultadas y algunos anexos que complementan la información presentada a lo largo de la investigación.

OBJETIVOS

-General-

- ✚ Estudiar las propiedades psicométricas del Mini-Mental State Examination (MMSE) y comparar los resultados obtenidos por diversos tipos de análisis de datos.

-Secundarios-

- ◆ Comparar la información obtenida del test con datos binarios de 30 ítems dicotómicos y la conseguida con datos ordinales de 11 ítems politómicos.
- ◆ Contrastar los resultados de diversos métodos de la Teoría de la Respuesta al Ítem (TRI) y compararlos con los obtenidos en un Análisis Factorial tradicional.
- ◆ Aplicar las técnicas Biplot coherentes con las características de los datos estudiados, y poner de manifiesto las ventajas de la representación gráfica frente a la mera descripción del modelo utilizado.

CAPÍTULO I. MARCO TEÓRICO

1.1 EL DETERIORO COGNITIVO: DEMENCIA Y ALZHEIMER

Las funciones cognitivas son fundamentales en la vida de cualquier persona. Al hablar de funciones cognitivas se hace referencia a procesos psicológicos como la atención, la memoria, la orientación, el pensamiento o el lenguaje (Fayers et al., 2005). En gran medida, la evolución del ser humano está ligada al desarrollo de estos procesos, ya que son los que le han permitido modificar las condiciones de su entorno, y por ende, mejorar la manera en la que vive.

Con el paso del tiempo, las personas experimentan un deterioro de sus funciones cognitivas. Por ejemplo, la capacidad para almacenar nueva información, o para simplemente expresarse con fluidez, son habilidades que disminuyen a lo largo del ciclo vital humano. Sin embargo, lo preocupante del asunto es que este declive no siempre ocurre de forma natural, pues existen diversas enfermedades que directa o indirectamente aceleran este proceso.

Una de las patologías más representativas del deterioro cognitivo es la demencia. La demencia es la pérdida global y progresiva de las capacidades intelectuales y afectivas. Es un síndrome que consiste en el declive de la memoria y otras funciones cognitivas en comparación al nivel previo del funcionamiento del paciente (McKhann et al., 1984). También puede definirse como “la presencia de deterioro cognitivo persistente que interfiere con la capacidad del individuo para llevar a cabo sus actividades profesionales o sociales” (Nitrini & Dozzi, 2012, p. 76).

Los criterios del CIE-10 para diagnosticar la demencia son: deterioro del pensamiento, el razonamiento y la memoria, interferencia de las actividades cotidianas, nivel normal de conciencia (con posibilidad de alteraciones episódicas), y que tales padecimientos tengan mínimo seis meses de duración (OMS, 2012). Según la misma fuente, la prevalencia del síndrome es entre el 3 y el 8% en personas mayores de 65 años, y del 15 al 20% entre las personas

de 80 años o más. Además de la edad, el hecho de ser mujer o el tener un bajo nivel educativo también representan factores de riesgo para desarrollar el síndrome.

Existen diversos tipos de demencia. La más común es el Alzheimer, ya que entre el 50 y el 75% de ellas son de este tipo (Prince et al., 2014). Dicha enfermedad se caracteriza por un déficit de la memoria respecto a los eventos recientes, es decir, se deteriora la capacidad para almacenar nueva información (Nitrini & Dozzi, 2012). También hay una pérdida de la orientación temporal que provoca que los individuos pierdan la noción de la fecha en que se encuentran.

En la etapa inicial del Alzheimer la persona es capaz de leer y escribir, realizar operaciones de cálculo, y conservar su orientación espacial. No obstante, conforme avanza la enfermedad se van deteriorando las áreas de la atención, el pensamiento y el lenguaje, provocando que el individuo sea incapaz de realizar sus actividades cotidianas.

Asimismo, existen ansiedad, apatía y/o depresión, que aunadas a los trastornos cognitivos antes citados, limitan la autonomía de las personas y las privan de las condiciones necesarias para llevar una vida normal (Doménech, 2004).

1.1.1 LA EVALUACIÓN DE LAS FUNCIONES COGNITIVAS: EL MINI-MENTAL STATE EXAMINATION (MMSE)

Para el diagnóstico del Alzheimer u otras demencias es esencial la evaluación del estado mental de los individuos. La creciente incidencia de estas enfermedades ha provocado que exista cada vez más interés en el desarrollo de instrumentos de evaluación precisos para su pronta detección (Bermejo-Pareja et al., 2009). En ese sentido, el Mini-Mental State Examination (MMSE) es quizás la herramienta más utilizada para evaluar el deterioro cognitivo (Brugnolo et al., 2009; Cacho et al., 2010; Cossa, Della, Musicco, Spinnler, & Ubezio, 1997; Fayers et al., 2005; Mitchell, Shukla, Ajumal, Stubbs, & Tahir, 2014; Prieto, Contador, Tapias-Merino, Mitchell, & Bermejo-Pareja, 2012).

El MMSE se usa principalmente en contextos de atención primaria, y su gran difusión tanto en el ámbito clínico como en investigación se debe a que es un test de screening breve, fácil de administrar y con baja variabilidad (Doménech, 2004). Está compuesto por 30 ítems individuales que abarcan 11 dominios referentes a diversas capacidades cognitivas. Podría decirse que el instrumento está conformado por dos secciones: una parte que se responde oralmente y que evalúa la atención, memoria y orientación; y otra parte que requiere seguir instrucciones verbales y escritas, así como copiar una figura geométrica similar a las de la prueba Bender (Folstein, Folstein, & Mchugh, 1975).

El MMSE tiene una puntuación máxima de 30, en la medida que ésta sea más baja, mayor será el daño cognitivo. El punto de corte es de 24, es decir que las personas que puntúen al menos esa cantidad estarían dentro de los niveles normales; los que obtengan de 18 a 23 tienen un deterioro cognitivo entre leve y leve-moderado; y quienes puntúen 17 o menos es que poseen un deterioro moderado-severo o severo (Martínez & Berthier, 2002). Los resultados pueden estar influenciados por la edad o el nivel de escolaridad, por eso cuando se trata de personas no escolarizadas se utiliza un punto de corte distinto (Doménech, 2004).

1.1.2 PROPIEDADES PSICOMÉTRICAS DEL MMSE

Diversos estudios han puesto de manifiesto la validez del MMSE para evaluar el deterioro cognitivo. No obstante, la sensibilidad y especificidad del test para discriminar entre un estado mental normal y otro con demencia parece depender de diversos factores: la puntuación de corte, la gravedad de la enfermedad, o incluso ciertas características propias de los sujetos tales como la edad, el nivel de educación o la fluidez del lenguaje (Ridha & Rossor, 2005).

Por ejemplo, Cacho y colaboradores (2010) obtuvieron una sensibilidad del 86% y una especificidad del 95% en pacientes con Alzheimer leve. Por su parte, Schramm y colaboradores (2002) reportan una sensibilidad del 80%, aunque también hallaron que ésta es aún mayor cuando el test se aplica junto a otros instrumentos similares como el Clock Drawing Test (CDT) o el Short Performance Test (SKT).

La sensibilidad del MMSE parece aumentar según lo hace la gravedad de la enfermedad (Tombaugh & McIntyre, 1992), aunque también hay estudios que indican que el instrumento es insensible en individuos con algún tipo de daño neuropsicológico, y que carece de validez con pacientes psiquiátricos (Faustman, Moses, & Csernansky, 1990; Grace et al., 1995; Nys et al., 2005).

Referente a la validez de constructo, un número importante de investigaciones reportan asociaciones con otras variables cognitivas como la habilidad espacial, la memoria, el funcionamiento ejecutivo, la lectura o la aritmética (Soubelet & Salthouse, 2011). Asimismo, las puntuaciones en el MMSE suelen correlacionar significativamente con las obtenidas en otros instrumentos que también miden algunos aspectos del funcionamiento cognitivo, por ejemplo pruebas de inteligencia o test neuropsicológicos (Tombaugh & McIntyre, 1992).

El MMSE también ha demostrado ser un instrumento confiable. Al medir su fiabilidad test-retest diversos estudios reportan coeficientes de entre .80 y .97 (Folstein et al., 1975; O'Connor et al., 1989; Pangman, Sloan, & Guse, 2000; Tombaugh, 2005).

En cuanto a su consistencia interna, en general se ha visto que existe buen grado de homogeneidad entre los ítems, aunque ésta suele ser más alta en estudios realizados con pacientes de hospitales, y cuando los sujetos tienen bajos niveles de educación (Ridha & Rossor, 2005).

Algunos estudios han mostrado que la *evocación de tres palabras*, la *orientación en el tiempo*, la *seriación de 7s hacia atrás* o *deletreo de la palabra "mundo" al revés*, y *copiar el pentágono* son los ítems más sensibles tanto para los individuos con envejecimiento normal como para los que padecen Alzheimer (Tombaugh & McIntyre, 1992).

Si se hace un análisis según la etapa de la enfermedad, se observa que los ítems antes citados (a excepción de la copia del pentágono) son los más sensibles en la fase inicial, pero en etapas intermedias o avanzadas el resto de los ítems posee mayor sensibilidad (Ashford, Kolm, Colliver, Bekian, & Hsu, 1989).

Finalmente, cuando se realiza un análisis factorial del MMSE se suele encontrar una solución de dos factores, aunque con una conformación distinta de los ítems en cada uno de ellos (Tombaugh & McIntyre, 1992).

CAPÍTULO II. MARCO METODOLÓGICO

2.1 TÉCNICAS DE ANÁLISIS MULTIVARIANTE

El análisis multivariante estudia y representa los datos derivados de la observación de más de una variable estadística sobre una muestra de individuos. Al poseer un carácter multidimensional, el cálculo matricial y la geometría adquieren un papel fundamental en esta clase de análisis (Cuadras, 2014).

Aunque existen diversas técnicas de análisis multivariante tanto a nivel descriptivo como inferencial, en este apartado se describen sólo aquellas implementadas en este trabajo: Análisis de Componentes Principales, Análisis Factorial, Teoría de la Respuesta al Ítem y Métodos Biplot.

La adecuada comprensión del concepto del Análisis de Componentes Principales es fundamental para entender el objetivo de las técnicas de análisis multivariante. Por ello, se consideró pertinente iniciar explicando en qué consiste esta herramienta estadística, para posteriormente exponer las técnicas más avanzadas.

2.1.1 ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES (ACP)

Una frase con la que podría resumirse uno de los principales objetivos del análisis multivariante sería: intentar decir más con menos. En estadística multivariante suele trabajarse con una enorme cantidad de datos, por tanto, y para facilitar el análisis e interpretación de los mismos, resulta bastante útil reducir su dimensionalidad, es decir, describir el mayor número de variables posible a través de un pequeño subconjunto, aunque “a costa de una pequeña pérdida de información” (p. 133, Peña, 2002).

La técnica de componentes principales se utiliza para identificar la posibilidad de llevar a cabo dicha reducción de la dimensionalidad. Con este análisis, se hacen transformaciones ortogonales de las variables originales y se genera un nuevo conjunto de variables incorreladas (las componentes principales), de manera que éstas contengan la mayoría de la variabilidad de los datos (Jolliffe, 2002).

Las componentes son combinaciones lineales de las variables originales. Las primeras componentes son las que suelen explicar el mayor porcentaje de la variabilidad total (Cuadras, 2014). Así, con apenas unas cuantas variables, será posible explicar los resultados del análisis estadístico multivariante.

Además de buscar la combinación lineal de las variables que maximiza la variabilidad, existen otras alternativas para obtener las componentes principales:

- 1) Buscar el subespacio de mejor ajuste mediante el método de mínimos cuadrados (minimizando la suma de cuadrados de las distancias de cada punto al subespacio).
- 2) Minimizar la discrepancia entre las distancias euclídeas entre los puntos, calculadas en el espacio original y en el subespacio de baja dimensión (Coordenadas Principales).
- 3) Mediante regresiones alternadas.

Por otro lado, para seleccionar el número de componentes necesario para realizar un análisis adecuado, Peña (2002) señala tres reglas distintas:

- ◆ Realizar un gráfico de la distribución de los valores propios y buscar el “codo” (el punto a partir del cual dichos valores son casi iguales).
- ◆ Seleccionar componentes hasta cubrir una proporción determinada de varianza (como el 80 o 90 por 100).
- ◆ Descartar componente asociados a valores inferiores a la varianza media (que suele ser 1, lo que lleva a elegir por lo general a los valores propios mayores a la unidad).

Debido a la arbitrariedad de las dos últimas, la regla más utilizada es la del denominado “gráfico de codo”.

Además de la reducción de los datos, otro objetivo del ACP es buscar relaciones entre los objetos de estudio. No obstante, y aunque con esta técnica es posible encontrar diferencias y similitudes entre los objetos, no suele ser considerada como herramienta de agrupamiento (clustering), sino como la primera etapa para realizar análisis estadísticos más complejos (Moropoulou & Polikreti, 2009).

2.1.2 ANÁLISIS FACTORIAL (AF)

Es una técnica que se utiliza para intentar explicar un amplio número de variables observadas mediante una pequeña cantidad de variables latentes (no observadas) denominadas *factores*, que sirven para facilitar la interpretación de los datos a través de la reducción de la dimensionalidad de los mismos (Peña, 2002). Consiste en formar grupos homogéneos de variables que correlacionan entre sí, tratando de que tales grupos sean independientes unos de otros. Es decir, que busca explicar el máximo de información mediante la mínima cantidad de variables o dimensiones.

El AF es una herramienta muy valiosa en el ámbito científico porque además de permitir el análisis de la interrelación entre diversas variables, facilita la reducción, clasificación y descripción de los datos (Frías-Navarro & Pascual, 2012). Por tal motivo, es una técnica estadística ampliamente utilizada en las ciencias sociales (Costello & Osborne, 2005).

El Análisis Factorial tiene una formulación similar al Análisis de Componentes Principales, pero a diferencia de este último donde se trabaja con la variabilidad de los datos, el modelo que relaciona variables y factores es diferente en el AF (Cuadras, 2014).

En otras palabras, los componentes principales se generan para explicar varianzas, mientras que los factores se crean para explicar las covarianzas o correlaciones. Además, aunque ambas técnicas son útiles para la reducción de la información, los objetivos centrales de cada una son distintos: mientras que el AF se enfoca sobre todo en explicar variables observadas a través de factores hipotéticos, el ACP busca proyectar las observaciones en un espacio de dimensión reducida con la mínima pérdida de información.

Para algunos autores, el ACP representa sólo una manera de reducir los datos en estudio, mientras que el AF, además de cumplir dicha función, puede discriminar entre varianzas únicas y compartidas (analizando únicamente estas

últimas), evitando con ello la inflación de la varianza acumulada (Costello & Osborne, 2005).

Otra distinción entre estas metodologías es que el ACP tiene un único procedimiento de estimación, mientras que para el AF existen varios procedimientos, lo que implica que sea posible encontrar diversas soluciones.

Entonces, según el modelo factorial:

Sean X_1, \dots, X_p variables aleatorias observables sobre una población. Se trata de encontrar $p + q$ nuevas variables (factores), $F_1, \dots, F_q, U_1, \dots, U_q$, tales que

$$X_1 = a_{11}F_1 + a_{12}F_2 + \dots + a_{1q}F_q + d_1 U_1$$

$$X_2 = a_{21}F_1 + a_{22}F_2 + \dots + a_{2q}F_q + d_2 U_2$$

.....

$$X_p = a_{p1}F_1 + a_{p2}F_2 + \dots + a_{pq}F_q + d_p U_p$$

con

$$F_1, \dots, F_q = \text{Factores Comunes}$$

$$U_1, \dots, U_p = \text{Factores Únicos}$$

En el modelo factorial lineal suponemos:

- $q < p$ (queremos explicar las variables observadas con un número reducido de variables hipotéticas o latentes).
- Los $q + p$ factores son variables incorreladas.

Suponiendo también que los factores y las variables observadas están centrados y estandarizados (reducidos):

$$E [X_i] = E [F_j] = E [U_i] = 0$$

$$\text{Var} [X_i] = \text{Var} [F_j] = \text{Var} [U_i] = 1$$

$$i = 1, \dots, p; j = 1, \dots, q$$

El modelo factorial lineal puede expresarse en notación matricial como:

$$X = AF + DU$$

$$X = (X_1, \dots, X_p)' \quad F = (F_1, \dots, F_q) \quad U = (U_1, \dots, U_p)'$$

$$A = (a_{ij}); D = \text{diag} (d_i)$$

La forma muestral para una matriz de datos $X = (x_{ij})$ es:

$$X = AF + DU$$

donde $F = (f_{ik})$ son las puntuaciones factoriales. Es decir f_{ik} es la puntuación del individuo i en la variable latente (factor) k .

-Extracción e interpretación de factores-

Existen varios métodos para extraer factores en un AF. Los dos más utilizados son el de Componentes Principales y el método del Factor Principal. El primero de ellos ya se ha explicado con anterioridad, por lo que aquí sólo describiremos el segundo de ellos.

El método está compuesto por 5 pasos:

1. Se hace la estimación previa de las comunalidades;
2. Se calcula la matriz de correlaciones reducidas;
3. Diagonalizar la matriz de correlaciones reducida y estimar la matriz factorial;
4. Se calculan de nuevo las comunalidades;
5. Si las comunalidades son iguales a las del paso previo se detiene ahí el proceso, si no es así se vuelve al paso 2.

Las comunalidades es la proporción de la varianza de la variable que sería explicada por el modelo factorial obtenido. Entonces, mientras más alta sea la

comunalidad de una variable, mejor explicada será esta última por el modelo propuesto.

Para decidir cuántos ejes o factores hay que retener, los criterios son los mismos que en el ACP: mediante el scree plot (Cattell, 1966), el criterio de Kaiser (1960) que consiste en elegir los valores propios iguales o mayores a 1, o conseguir explicar un determinado porcentaje de varianza (regla del 75%).

En la mayoría de los estudios que utilizan el AF como técnica de análisis de datos, se aplica el método de componentes principales con una rotación Varimax, y se recurre al criterio de Kaiser para elegir el número de factores a retener (Costello & Osborne, 2005). En ciertos casos, también es posible que el investigador realice alguna especificación sobre la cantidad de ejes a retener o el tipo de rotación a utilizar, aunque ello depende siempre de las particularidades de cada estudio.

En relación a la interpretación de los factores, el primer paso es observar las saturaciones en valor absoluto, aquellas más altas serán las de mayor importancia en la interpretación del eje; por lo general, las variables más interesantes son las que tienen altas saturaciones para un factor y bajas para el resto.

Para aumentar o disminuir las saturaciones y mejorar la interpretación es importante hacer rotaciones de los ejes factoriales. De esta manera se obtiene la estructura más simple posible, y se facilita con ello la posterior interpretación de las soluciones.

-Análisis Factorial Confirmatorio-

*El AF puede utilizarse como herramienta exploratoria para detectar patrones o variables latentes en los datos estudiados, o como una metodología para corroborar ciertos supuestos. El Análisis Factorial Confirmatorio es un modelo con el cual es posible contrastar teorías. Cuando la técnica se utiliza de esta manera, “el número de factores se supone conocido *a priori* y se establecen restricciones sobre los elementos de la matriz de carga” (p. 382, Peña, 2002).*

Al utilizar el análisis factorial confirmatorio es importante compararlo siempre con el exploratorio, ya que así puede verificarse si existe alguna contradicción entre el modelo impuesto y los datos observados.

2.1.3 TEORÍA DE LA RESPUESTA AL ÍTEM (TRI)

La Teoría de la Respuesta al Ítem (TRI) representa una nueva perspectiva en el ámbito de la psicometría, y por supuesto, en la estadística multivariante. Más que ser una teoría, la TRI consiste en una diversa variedad de modelos de medición que tratan de incorporar la información sobre ciertos procesos cognitivos que influyen al momento de responder a un ítem (Rupp, 2003). A través de ella, se trata de medir rasgos latentes mediante una serie de modelos matemáticos que estudian diversas variables respuesta.

Este planteamiento, también denominado Teoría de Rasgo Latente, asume que entre la habilidad (rasgo) de un individuo y la respuesta que éste brinda al ítem o test, existe una relación no lineal (normal o logística) que es posible expresar en términos probabilísticos. En este sentido, la TRI relaciona las características de las preguntas del test (*parámetros* de los ítems) y las características de los individuos (rasgos latentes), con la probabilidad que hay de elegir cada categoría de respuesta (Chernyshenko, Stark, Chan, Drasgow, & Williams, 2001).

En la Teoría Clásica de los Test (TCT) las características de la prueba dependen de las características de la muestra y del número de ítems que la componen. En contraste, con la TRI existen tanto invarianza de los ítems respecto a diversas posibles distribuciones del rasgo, como invarianza de dicho rasgo respecto a diferentes conjuntos de ítems. Otra crítica frecuente hacia la TCT es que considera a las puntuaciones verdaderas y el error como independientes. Es decir, que la precisión de la medida obtenida del individuo es independiente a su nivel de habilidad o característica evaluada, lo cual lleva a generar muchas dudas respecto a la precisión del enfoque paramétrico clásico (Navas, 1994).

La TRI permite obtener dos medidas interesantes del ítem: su nivel de dificultad y su capacidad discriminatoria. Dichas propiedades pertenecen a la *Curva Característica del ítem (CCI)*, equivalente a una regresión no lineal sobre la probabilidad de responder correctamente cada uno de los ítems del cuestionario (McGrory, Doherty, Austin, Starr, & Shenkin, 2014). La CCI es un elemento primordial en la TRI, ya que muestra la relación entre el nivel de habilidad o rasgo del sujeto y la respuesta dada al ítem, en términos probabilísticos.

Otro de los resultados importantes generados por la TRI es la *puntuación verdadera* del test. Consiste en la suma de las probabilidades estimadas con relación al rasgo del sujeto, para el total de ítems del test. La relación entre puntuación verdadera y habilidades se expresa en la *Curva Característica del Test (CCT)*, donde puede apreciarse gráficamente la relación entre la puntuación total en un test y el nivel de habilidad del individuo.

Finalmente, existe otro resultado de la TRI denominado *nivel de información*. Este es un indicador de la precisión de la estimación realizada.

-Supuestos de la TRI-

Los supuestos básicos de la TRI son los siguientes:

1. Se asume la existencia de una variable no observada (latente) que explica las respuestas del sujeto a un ítem o test determinados.
2. Unidimensionalidad: el ítem o test mide únicamente un rasgo o habilidad. Es decir, que cada ítem representa una dimensión. Cabe mencionar que este supuesto nunca se cumple cabalmente, ya que es bien sabido que el rendimiento en un test está influido por diversos factores o variables.
3. Independencia local: la respuesta a un ítem no incide en la respuesta dada a ningún otro, o sea, que no existe dependencia entre éstos. Matemáticamente, esto implicaría que la probabilidad de que el sujeto

acierta “n” ítems es igual al producto de las probabilidades de que acierte cada uno por separado.

-Modelos de la TRI-

Los modelos en la TRI pueden definirse según el número de respuesta de los ítems:

- ◆ Modelo dicotómico: sólo hay dos opciones de respuesta (1 y 0; “sí” o “no”)
- ◆ Modelo politómico: cuando hay más de dos opciones. Por lo general son escalas graduadas (1-5, 0-3, etc.)

También puede hablarse de modelos de TRI en función del número de parámetros que estiman. Describir cada uno de los modelos existentes excedería con mucho los objetivos de esta investigación debido a su gran proliferación en los años recientes. Por ello, a continuación se detallan sólo aquellos modelos considerados para la realización de este trabajo.

- ◆ Modelo logístico de un parámetro

Con ellos se estima la dificultad (b) del ítem. Estos modelos son los más simples. La probabilidad de acertar un ítem dependería solamente del nivel de dificultad del mismo y del nivel de rasgo/habilidad del sujeto. Esta función logística normalizada posee la siguiente expresión:

$$P(\theta) = \frac{e^{D(\theta-b)}}{1 + e^{D(\theta-b)}}$$

donde:

$P(\theta)$ = Probabilidad de acertar el ítem.

θ = Nivel de habilidad del sujeto.

b = Índice de dificultad del ítem.

e = Base de los logaritmos neperianos (2.718).

D = Constante = 1.7; consiste en un valor introducido para que la función logística sea ajustada a la de ojiya normal con una exactitud de 0,01).

Aunque el nivel de habilidad puede representarse en cualquier escala, suele usarse una escala típica con media cero, varianza uno, y un rango de valores entre -3 y 3. El índice de dificultad es el valor de θ para el cual $P(\theta) = 0.5$. Así, cuanto mayor sea “ b ”, más difícil sería el ítem.

◆ Modelo logístico de dos parámetros

Se utilizan para estimar la dificultad (b) y la discriminación (a) del ítem.

$$P(\theta) = \frac{e^{Da(\theta-b)}}{1 + e^{Da(\theta-b)}}$$

a = Índice de discriminación del ítem.

El parámetro “ a ” indica la inclinación o pendiente de la CCI cuando $\theta = b$. Los valores de este parámetro pueden estar entre 0.3 y 2.5, considerando como ítems “discriminativos” a aquellos que están por encima de la unidad.

◆ Modelo de respuesta graduada

Con este modelo es posible localizar al sujeto sobre un continuum de la dimensión latente. Consiste en dividir la variable de respuesta politómica en una serie de variables dicotómicas, al tiempo que se especifica una función característica para cada una de ellas, la denominada *Curva Característica de la Categoría (CCC)*, que representa la probabilidad de alcanzar esa categoría, condicionada a la localización del sujeto en el rasgo medido.

Mediante esta estrategia, es posible estimar la probabilidad condicionada de que un individuo obtenga determinada puntuación a partir de la siguiente diferencia:

$$(P(X_i \geq k | \theta)) - (P(X_i \geq k+1 | \theta))$$

◆ Modelo de ojiva normal

Los modelos de ojiva normal se refieren a aquellos modelos que utilizan la función de distribución de la normal estándar (Vicente-Villardón, 2006). Al igual que los modelos logísticos, pueden ser de uno o hasta cuatro parámetros. El

utilizado en esta investigación es el de dos parámetros, que puede expresarse así:

$$P(\theta) = P(X_i = 1 | \theta) = \Phi(a_i(\theta - b_i))$$

donde Φ representa a la función de ojiva normal, y los parámetros a_i , b_i , y θ mantienen el significado ya conocido.

-Estimación de los parámetros de los modelos-

Después de haber elegido el modelo, el siguiente paso es decidir con qué método estimar los parámetros del mismo. Aunque existe una amplia variedad de métodos de estimación, en el presente trabajo nos limitaremos a describir el que aquí se ha utilizado: el de *Máxima Verosimilitud*.

Este método es el más conocido y utilizado según la literatura especializada. Consiste en “estimar los valores de los parámetros que sean más plausibles en función de los datos empíricos obtenidos” (p. 41, Vicente-Villardón, 2006). A través de diversas aproximaciones sucesivas, también llamadas iteraciones, se van buscando los valores que maximicen la probabilidad de ocurrencia de los datos sobre las respuestas de los individuos a los ítems.

De forma complementaria, se utilizará el método de correlaciones tetracóricas y policóricas para explorar si existen diferencias significativas con los resultados de las estimaciones de un análisis factorial derivado de métodos tradicionales, o sea, las correlaciones de Pearson. Y es que el hecho de que dicho método sea el más utilizado, no necesariamente implica que sea el más adecuado.

Cuando se trata de variables categóricas que carecen de propiedades métricas, no puede estar justificada la utilización de las correlaciones de Pearson, si todas las variables son dicotómicas se debería utilizar una matriz de correlación tetracórica, y si todas, o algunas de ellas son ordinales, entonces es pertinente recurrir a una matriz de correlación policórica (Hoffmann, Stover, De la Iglesia, & Fernández, 2013).

2.1.4 LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE DATOS MULTIVARIANTES: MÉTODOS BILOT

Los métodos de representación gráfica de los datos son, en sí mismos, otra manera de realizar un análisis estadístico (Greenacre, 2010). Éstos suelen ser mucho más informativos que sus correspondientes resúmenes numéricos, por ello es que resultan tan útiles al momento de realizar la interpretación de los datos.

Los métodos Biplot (Gabriel, 1971) son una representación gráfica a baja dimensión de una matriz de datos \mathbf{X} (i individuos y j variables). En otras palabras, consisten en interpretar los elementos de la matriz de datos X_{ixj} , como productos internos de vectores, los cuales se usan para representar las filas y las columnas de tal matriz.

El Biplot, al igual que la mayoría de las técnicas de reducción de la dimensionalidad, se basa en la Descomposición en Valores y Vectores Singulares (DVS) de una matriz. Sin embargo, esta metodología es distinta en el sentido de que permite la representación conjunta de individuos y variables en un gráfico en baja dimensión, y cuya interpretación se basa en las propiedades geométricas del producto escalar entre vectores fila (denominados marcadores fila) y vectores columna (denominados marcadores columna), de manera que, con la menor pérdida de información, dicho producto sea capaz de reproducir lo mejor posible cada uno de los valores de \mathbf{X} .

Si la matriz \mathbf{X} es de rango dos, es posible lograr una representación exacta sobre el plano, en otro caso se necesitarán tantos ejes como rango tenga \mathbf{X} , para lograr un ajuste perfecto. Cuando el rango de \mathbf{X} es mayor a dos, entonces la factorización Biplot garantiza la representación gráfica aproximada de dicha matriz.

Definición formal: un Biplot para una matriz de datos \mathbf{X} (x_{ij}) es una representación gráfica mediante marcadores (vectores): a_1, a_2, \dots, a_I para las filas de \mathbf{X} y b_1, b_2, \dots, b_J para las columnas de \mathbf{X} , de forma tal que, el producto interno aproxime el elemento X_{ij} de la matriz de partida lo mejor posible.

Si consideramos los marcadores a_1, a_2, \dots, a_I como filas de una matriz A y los marcadores b_1, b_2, \dots, b_J como filas de una matriz B , entonces podemos escribir:

$$\mathbf{X} = \mathbf{AB}'$$

Tanto los marcadores \mathbf{a}_i para las filas, como los marcadores \mathbf{b}_j para las columnas estarán representados en un espacio de dimensión $q \leq r$, siendo q el número de ejes retenidos y r el rango de \mathbf{X} . Así, la factorización Biplot garantiza la representación gráfica aproximada de la matriz, ya que cada x_{ij} puede reconstruirse de la siguiente forma:

$$x_{ij} = \mathbf{a}_i' \mathbf{b}_j \quad (i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J)$$

Al efectuar el producto interno de la fila i de \mathbf{a} y la columna j de \mathbf{b} , se admite una representación gráfica mediante la proyección ortogonal \mathbf{a}_i sobre \mathbf{b}_j y viceversa (Figura 1). Así, tenemos que:

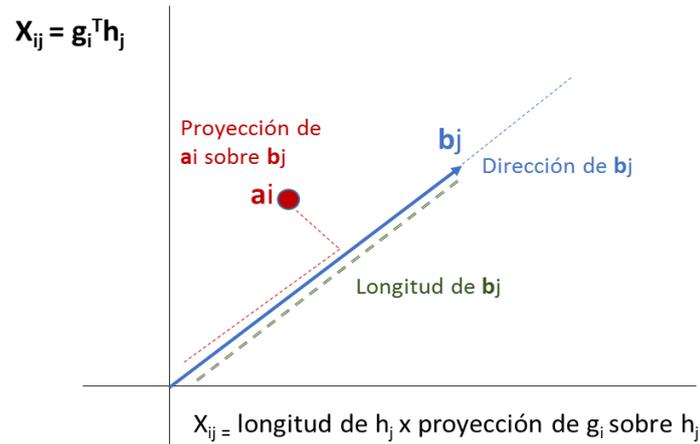
$$x_{ij} = \mathbf{a}_i' \mathbf{b}_j = \|\text{Proy}(\mathbf{a}_i/\mathbf{b}_j)\|(\text{signo})\|\mathbf{b}_j\|$$

siendo:

$\|\text{Proy}(\mathbf{a}_i/\mathbf{b}_j)\|$ = longitud del segmento que va desde el origen de la representación hasta el punto \mathbf{a}_i (longitud de la proyección de \mathbf{a}_i sobre \mathbf{b}_j).

$\|\mathbf{b}_j\|$ = módulo de \mathbf{b}_j (longitud del segmento que une al origen con el extremo del vector \mathbf{b}_j).

Figura 1. Representación geométrica del producto escalar.



Fuente: Elaboración propia.

Existen diversos métodos Biplot, pues dependiendo el tipo de factorización se generarán distintos marcadores, modificando con ello las características del Biplot. Empero, independientemente de la factorización que se elija, la interpretación del Biplot se realizará siempre a partir de los productos escalares.

A continuación, explicamos la obtención de los marcadores de los diferentes métodos Biplot; el método más conocido es la Descomposición en Valores y Vectores Singulares de la matriz X (Eckart & Young, 1939):

$$X = UDV'$$

X (ixj): la matriz de datos

r es el rango de X ($r \leq \min(i, j)$)

U (ixr) matriz cuyos vectores columna son ortonormales y vectores propios de XX' .

V (jxr) matriz ortonormal cuyos vectores columna son vectores propios de $X'X$.

D (rxr) matriz diagonal de valores singulares de X , que son las raíces cuadradas no negativas de los valores propios de $X'X$.

El hecho de que las columnas de U y V sean ortonormales asegura la unicidad de la factorización.

$U(q)$ y $V(q)$ las matrices construidas con las q primeras columnas de U y V .

$D(q)$ la matriz diagonal que contiene los q mayores valores propios distintos de cero de X (λ_k).

$$X = AB' = UDV'$$

Como ya se dijo anteriormente, las propiedades de los marcadores filas y columnas dependen del Biplot elegido. Conocer tales propiedades es de suma importancia a al momento de decidir qué Biplot es pertinente utilizar, y de igual forma cuando se va a realizar el análisis de los resultados obtenidos.

◆ GH-Biplot

Método también conocido como CMP Biplot (Column Metric Preserving), preserva la métrica euclídea usual entre las columnas pero no entre las filas, por lo que para las primeras (las variables) se obtiene una alta calidad de representación.

$$X=AB' = (U D\gamma) (D1-\gamma V') = (U) (D V')$$

$$A = U \quad B = VD$$

Debido a que se trabaja con la métrica identidad en el espacio de las filas, A debe verificar que: $A'A = I$

Luego:

$$X'X = (AB')' AB' = BA'AB' = BB'$$

$$X'X = BB'$$

Si la matriz X está centrada, entonces la matriz simétrica ($X'X$) de orden $(j \times j)$ es proporcional a la matriz de varianzas y covarianzas, y el producto escalar ($b'_j b_k$) representa aproximadamente las covarianzas. Si se introduce un factor de escala, entonces la matriz $[(1/n-1)X'X]$ coincide exactamente con la matriz de covarianzas, y si se designan los marcadores como:

$$\mathbf{A} = \sqrt{n-1} \mathbf{U} \quad \mathbf{B} = (1/\sqrt{n-1}) (\mathbf{V} \mathbf{D})$$

Obtenemos el Biplot que se denomina Biplot de Componentes Principales, donde los productos escalares de los marcadores de las columnas son iguales a los productos escalares de las columnas de \mathbf{X} , que son las varianzas y las covarianzas.

El nombre de este Biplot se debe a que Gabriel (1971) adoptó la notación \mathbf{G} para los marcadores fila y \mathbf{H} para los marcadores columna.

$$\mathbf{G} = \mathbf{U} \quad \mathbf{H} = \mathbf{V} \mathbf{D}$$

◆ JK-Biplot

También llamado RMP Biplot (Row Metric Preserving), preserva la métrica euclídea usual entre las filas pero no entre las columnas, obteniéndose una alta calidad de representación de las primeras (Gabriel, 1971). Así, los marcadores fila coinciden con las coordenadas de los individuos para las componentes principales.

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{B}' = (\mathbf{U} \mathbf{D}) (\mathbf{V}')$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{D} \quad \mathbf{B} = \mathbf{V}$$

Aquí se impone la métrica $\mathbf{B}'\mathbf{B} = \mathbf{I}$ en el espacio de las filas de la matriz $\mathbf{X}_{(I \times J)}$.

Considerando el tipo de factorización y la métrica tenemos:

$$\mathbf{X}\mathbf{X}' = \mathbf{A}\mathbf{B}'(\mathbf{A}\mathbf{B}')' = \mathbf{A}\mathbf{B}'\mathbf{B}\mathbf{A}' = \mathbf{A}\mathbf{A}'$$

Luego:

$$\mathbf{X} \mathbf{X}' = \mathbf{A} \mathbf{A}'$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{U} \mathbf{D} \quad \mathbf{K} = \mathbf{V}$$

◆ HJ-Biplot

Consiste en una representación gráfica multivariante de las líneas de una matriz X_{jxh} mediante los marcadores j_1, \dots, j_n para sus filas y h_1, \dots, h_p para sus columnas, elegidos de forma que ambos marcadores puedan ser superpuestos en un mismo sistema de referencia con máxima calidad de representación (Galindo, 1986). Así, la bondad de ajuste es idéntica tanto para filas como para columnas.

En un HJ Biplot los elementos de la matriz \mathbf{X} están centrados por filas y columnas, por lo que la métrica introducida en el espacio de las filas es equivalente a la inversa de la matriz de covarianzas entre variables, mientras que en el espacio de las columnas la métrica equivale a la inversa de la matriz de dispersión entre individuos.

Si la DVS de \mathbf{X} es:

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}'$$

Se elige, la siguiente factorización:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{D} \quad \mathbf{B} = \mathbf{V} \mathbf{D}$$

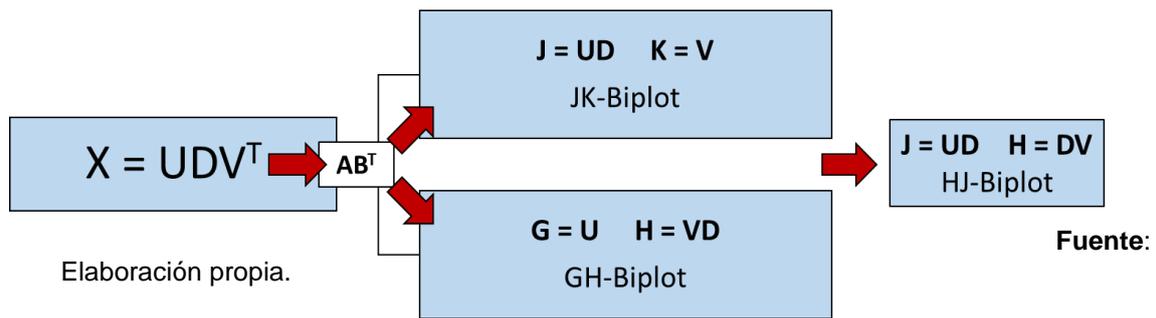
Dado que en el HJ-Biplot se puede hacer una representación simultánea de filas y columnas, a esta metodología también suelen llamarla RCMP Biplot (Row Column Metric Preserving). Sin embargo, considerando la nomenclatura propuesta por Gabriel (1971), Galindo (1986) decidió adoptar esta notación para las matrices de marcadores fila y columna:

$$\mathbf{J} = \mathbf{U} \mathbf{D} \quad \mathbf{H} = \mathbf{V} \mathbf{D}$$

El HJ-Biplot permite interpretar las posiciones de las filas, columnas, y las relaciones fila-columna a través de los factores, al igual que con el Análisis Factorial de Correspondencias (Benzecri, 1973; Greenacre, 1984), aunque a diferencia de este último, puede ser aplicado a cualquier tipo de datos, no sólo a frecuencias.

La Figura 2 muestra un resumen de los tipos de Biplot hasta aquí descritos.

Figura 2. Tipos de Biplot según las propiedades de los marcadores.



◆ Biplot Logístico

Las tres técnicas anteriores sirven para representar gráficamente variables cuantitativas, específicamente, aquellas en una escala de medida continua. Cuando los ítems o indicadores a evaluar son dicotómicos o binarios, es decir, cuando las variables se tratan en términos de ausencia/presencia, una buena alternativa es recurrir al Biplot Logístico (Vicente-Villardón, Galindo, & Blazquez-Zaballos, 2006).

Dicho método está relacionado con la regresión logística de la misma forma en que los anteriores lo están con una regresión lineal (Demey, Vicente-Villardón, Galindo-Villardón, & Zambrano, 2008). Incluso, podría definirse como la combinación de un Análisis de Coordenadas Principales y una Regresión Logística.

El primer paso para el Biplot Logístico consiste en definir las similitudes entre los caracteres estudiados. Después, utilizando las disimilitudes derivadas de la similitud acotada entre 0 y 1 con la aplicación de un coeficiente, se ordenan las unidades en un espacio euclidaneo mediante el método de componentes principales.

La aplicación del algoritmo continúa con el ajuste de un modelo de regresión logística para cada una de las variables de estudio mediante el uso de los gradientes latentes.

Finalmente, las coordenadas principales se representan como puntos en el plano, y los coeficientes de regresión como vectores indicadores de la dirección en que mejor se predice la probabilidad de presencia de cada variable.

-Interpretación de los resultados gráficos de un Biplot-

Para la interpretación de los resultados es fundamental considerar las propiedades del Biplot a analizar, pues como ya se ha explicado, la calidad de representación de los individuos y las variables varía según la metodología utilizada.

Los marcadores fila (individuos) están representados como *puntos* y los marcadores columna (variables) como *vectores*, de esta manera se facilita la proyección de los primeros sobre los segundos.

La dirección de los vectores columna refleja la dirección en la que se incrementan los valores de la variable correspondiente, y las proyecciones de todos los puntos fila sobre un vector en particular, reproducen aproximadamente la ordenación de los elementos o individuos respecto a dicha variable. Por tanto, es posible apreciar la relación entre los individuos y las variables en términos de su producto escalar.

La distancia entre los individuos indica disimilaridades entre los mismos, sobre todo cuando están bien representados (como en el caso del JK-Biplot o el HJ-Biplot). Es decir, que la proximidad entre los puntos refleja la similitud entre los individuos en relación a las distintas variables.

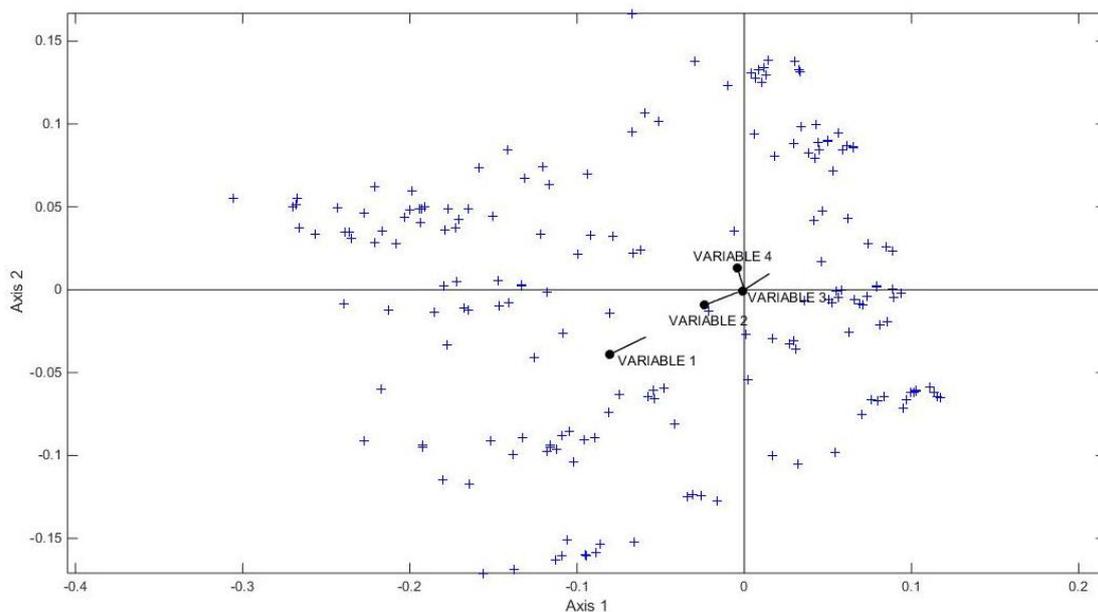
Con el GH-Biplot y el HJ-Biplot es posible interpretar la variabilidad de las variables y la correlación entre ellas. Respecto a lo primero, mientras más largo sea el vector, mayor es la variabilidad que presenta la variable, y por ende, también es mayor la información que ésta aporta al estudio. Por otro lado, para saber el grado de asociación entre las variables hay que prestar atención a los ángulos entre vectores: mientras más pequeños sean mayor es la correlación existente. Ángulos llanos indican relaciones inversas (negativas) entre las variables, y ángulos rectos revelan independencia entre las mismas.

Cabe mencionar que aunque con el JK-Biplot no resulta fiable la representación de las columnas, las coordenadas obtenidas sí que pueden brindar una idea aproximada de cuál es la relación con los ejes.

En el caso del Biplot Logístico, los individuos se interpretan igual: los más cercanos entre sí son los que poseen mayor similitud. No obstante, la interpretación de las variables en este tipo de Biplot es distinta a los anteriores, ya que aquí el análisis se realiza en términos de la probabilidad de que la variable esté o no presente en los individuos.

La base de los vectores (puntos negros) es el punto de corte para la predicción de las variables en los individuos, y ésta representa el 0.5 de probabilidad de presencia, la cual crece en dirección hacia donde apunta el vector, finalizando el mismo en el valor 0.75 (Figura 3).

Figura 3. Representación Biplot Logístico.



Otra particularidad de este Biplot es que aquí los vectores cortos son mejores, ya que indican mayor capacidad discriminatoria de la variable. Anteriormente, los vectores con mayor longitud eran los más relevantes para el estudio porque reflejaban mayor variabilidad, y en consecuencia, más información.

-Interpretación de los resultados numéricos de un Biplot-

Además de la calidad global de la representación del Biplot, es importante considerar otros valores numéricos para complementar la información gráfica obtenida, y así realizar un análisis adecuado de los datos.

Lo primero que debe apreciarse en ese sentido son los autovalores (valores propios) obtenidos con la solución. Así, decidimos cuántos son los apropiados para explicar, con menos, la mayor parte de la información.

Existe una medida de la relación entre los ejes del Biplot y cada una de las variables observadas, la cual es denominada: *Contribución Relativa del Factor al Elemento (CRFE)*. Este índice mide la parte de variabilidad de cada variable explicada por el factor, permitiendo con ello la identificación de las variables responsables de la ordenación de los individuos sobre las proyecciones en cada uno de los ejes del Biplot. Las contribuciones del factor al elemento fila y al elemento columna (calidades de representación) funcionan en términos de varianza absorbida o inercia explicada.

Finalmente, hay que recordar que no siempre resulta adecuado enfocarse en los primeros autovalores. En ocasiones es conveniente revisar la información de ejes posteriores, ya podría ser ahí donde se encuentren algunos hallazgos o se hagan aportaciones relevantes sobre el fenómeno estudiado.

2.2.2 TIPOS DE DATOS ANALIZADOS

En la Tabla 1 están plasmados los dos tipos de datos estudiados. La columna de la izquierda representa los ítems dicotómicos (datos binarios) y la derecha muestra la conformación de los ítems politómicos (datos ordinales). En paréntesis, debajo de cada ítem politómico, aparece el rango de respuesta del que disponía la categoría. Evidentemente, todos los ítems dicotómicos contaban sólo con dos opciones de respuesta: 0 y 1. Es posible revisar el instrumento al final del documento (Anexo 1).

Tabla 1. Conformación de los datos binarios y los datos ordinales.

DATOS BINARIOS	DATOS ORDINALES	FUNCIÓN COGNITIVA
ÍTEM 1 ÍTEM 2 ÍTEM 3 ÍTEM 4 ÍTEM 5	ÍTEM 1 (0-5)	ORIENTACIÓN TEMPORAL
ÍTEM 6 ÍTEM 7 ÍTEM 8 ÍTEM 9 ÍTEM 10	ÍTEM 2 (0-5)	ORIENTACIÓN ESPACIAL
ÍTEM 11 ÍTEM 12 ÍTEM 13	ÍTEM 3 (0-3)	RECUERDO INMEDIATO
ÍTEM 14 ÍTEM 15 ÍTEM 16 ÍTEM 17 ÍTEM 18	ÍTEM 4 (0-5)	ATENCIÓN-CÁLCULO
ÍTEM 19 ÍTEM 20 ÍTEM 21	ÍTEM 5 (0-3)	RECUERDO DIFERIDO
ÍTEM 22 ÍTEM 23	ÍTEM 6 (0-2)	DENOMINACIÓN
ÍTEM 24	ÍTEM 7 (0-1)	REPETICIÓN
ÍTEM 25 ÍTEM 26 ÍTEM 27	ÍTEM 8 (0-3)	ÓRDENES
ÍTEM 28	ÍTEM 9	LECTURA

	(0-1)	
ÍTEM 29	ÍTEM 10 (0-1)	ESCRITURA
ÍTEM 30	ÍTEM 11 (0-1)	COPIA

2.2.3 SOFTWARE UTILIZADO

Además de recurrir a los programas *Word* y *Excel* de la paquetería Office 2013, en la presente investigación se utilizaron los siguientes programas estadísticos:

- ✚ Para la parte del Análisis Factorial se usó la versión 22 del **SPSS** - *Statistical Package for the Social Sciencies* - (IBM, 2013).
- ✚ Los análisis desde la perspectiva de la Teoría de la Respuesta al Ítem se realizaron con los programas **MULTILOG** (Thissen, 1991) y **R-Project** (R. Development Core Team, 2012). En este último, los paquetes utilizados fueron *psych* (Revelle, 2014), *mirt* (Chalmers, 2012) y *ltm* (Rizopoulos, 2006).
- ✚ Las representaciones Biplot (HJ y Logístico) se realizaron con el programa **MultBiplot** (Vicente-Villardón, 2010).

2.2.4 MUESTRA

La muestra estuvo conformada por 347 pacientes españoles con una media de edad de 73.7 años ($DE = 5.7$), perteneciendo el 55.9 % de ellos al género femenino y el resto al masculino.

La mayoría de los pacientes contaba con estudios primarios (43.5 %) o mínimos (37.4 %). No obstante, el 11.8 % de la muestra apenas era capaz de leer y escribir, un 4.3 % sólo contaba con nivel bachiller y el 2.3 % tenía estudios superiores; el 0.6 % restante era analfabeta.

En cuanto a la profesión de los individuos, el 38.9 % eran amas de casa, el 37.8 % obreros no especializados y un 16.1 % obreros especializados. El resto estaba conformado por oficinistas administrativos (2.6 %), técnicos medios (1.7 %) u otros oficios (2.9 %).

La mayoría de los pacientes estaban casados (el 72.3 %), aunque también había un porcentaje importante de viudos (el 21.6 %), y alrededor del 6 % estaba soltero o divorciado.

Finalmente, el 25.9 % de los pacientes fue diagnosticado con deterioro cognitivo leve, el 11.5 % presentaba temblores esenciales, el 5.2 % tenía Alzheimer, el 1.7 % Parkinson, y el 55.6 % restante eran sujetos controles (normales).

CAPÍTULO III. RESULTADOS

3.1 DATOS ORDINALES

3.1.1 RESULTADOS ANÁLISIS FACTORIAL

En la Tabla 2 se aprecia que los cuatro primeros factores poseen valores propios mayores a la unidad, y éstos explican hasta el 53.04 % de la varianza total.

Tabla 2. Autovalores y porcentaje de varianza explicada.

COMPONENTE	AUTOVALORES INICIALES		
	Total	% de varianza explicada	% acumulado
1	2.46	22.41	22.41
2	1.22	11.13	33.54
3	1.12	10.26	43.80
4	1.01	9.24	53.04
5	.95	8.64	61.68
6	.89	8.16	69.85
7	.86	7.88	77.73
8	.77	7.00	84.73
9	.70	6.44	91.18
10	.62	5.71	96.89
11	.34	3.10	100.00

El método de extracción elegido fue el Análisis de Componentes Principales, y para la rotación de los ejes se aplicó el método VARIMAX porque se buscaba optimizar la solución por columna.

El estadístico KMO arrojó un valor de .67 y la prueba de esfericidad de Bartlett resultó significativa ($p < 0.05$), tales resultados indican que la solución es adecuada para la muestra y que la utilización del modelo factorial es pertinente con este conjunto de datos.

La solución factorial resultante se aprecia en la Tabla 3, la cual contiene las correlaciones entre las variables originales y cada uno de los factores.

Tabla 3. Matriz de componentes rotados con solución de cuatro factores.

ÍTEM	FACTOR			
	1	2	3	4
1. O_TEMPORAL	.799	.262	.038	-.107
2. O_ESPACIAL	.859	.032	.062	-.011
3. REC_INMEDIATO_FIJACIÓN	-.060	-.104	.822	.084
4. ATENCIÓN_CÁLCULO	.219	.721	-.018	.031
5. REC_DIFERIDO	.353	.416	-.175	.332
6. DENOMINACIÓN	-.068	.143	-.068	.834
7. REPETICIÓN	.112	.545	.016	.050
8. ÓRDENES	.079	.349	-.209	-.448
9. LECTURA	-.277	.536	.332	-.172
10. ESCRITURA	.233	.370	.345	-.048
11. COPIA	.383	.215	.487	-.095

El primer factor incluye los ítems 1 y 2; el segundo está definido por los ítems 4, 5, 7, y 9; el tercer factor por los ítems 3 y 11; y el cuarto factor por los ítems 6 y 8. Las cargas del ítem 10 están similarmente repartidas en más de un factor y éstas no llegan siquiera al 0.4 (cantidad de saturación mínima elegida), por lo que no sería adecuado considerarlo en alguno de los factores generados.

Al revisar el gráfico de sedimentación (Figura 5) se observa que el punto de inflexión en la línea descendente ocurre en la segunda componente, por lo que otra alternativa sería generar una solución con dos factores (Tabla 4), o incluso una solución de factor único (Tabla 5).

Figura 5. Gráfico de sedimentación.

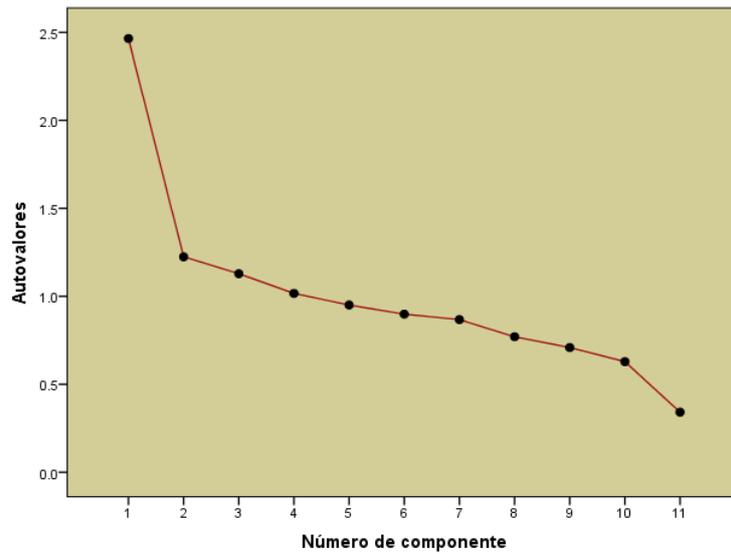


Tabla 4. Matriz de componentes rotados con solución de dos factores.

ÍTEM	FACTOR	
	1	2
1. O_TEMPORAL	.789	-.002
2. O_ESPACIAL	.695	-.074
3. REC_INMEDIATO_FIJACIÓN	-.117	.703
4. ATENCIÓN_CÁLCULO	.619	.104
5. REC_DIFERIDO	.541	-.226
6. DENOMINACIÓN	.047	-.283
7. REPETICIÓN	.425	.105
8. ÓRDENES	.274	.021
9. LECTURA	.108	.523
10. ESCRITURA	.408	.374
11. COPIA	.428	.457

Tabla 5. Matriz de componentes con solución de un factor.

ÍTEM	FACTOR
	1
1. O_TEMPORAL	.771
2. O_ESPACIAL	.665
3. REC_INMEDIATO_FIJACIÓN	.028
4. ATENCIÓN_CÁLCULO	.627
5. REC_DIFERIDO	.483
6. DENOMINACIÓN	-.012
7. REPETICIÓN	.438
8. ÓRDENES	.272
9. LECTURA	.212
10. ESCRITURA	.476

11. COPIA	.513
-----------	------

Con la solución de dos factores la estructura factorial no es tan clara porque el ítem 11 no queda bien definido dentro de uno de los factores, y los ítems 6 y 8 saturan bastante poco en cualquiera de los dos. Asimismo, la solución de factor único tampoco es adecuada porque los ítems 3, 6, 8 y 9 no saturan lo suficiente.

Es posible generar más soluciones factoriales para saber si hay alguna mejor. Por ejemplo, con tres factores se consigue explicar hasta el 43.80 % de la varianza total. Los ítems 1 y 2 conformarían el primer factor; los ítems 4, 5, 6 y 7 definen al segundo; y los ítems 3 y 9 configuran al tercero (Tabla 6).

Tabla 6. Matriz de componentes rotados con solución de tres factores.

ÍTEM	COMPONENTE		
	1	2	3
1. O_TEMPORAL	.831	.165	.031
2. O_ESPACIAL	.829	.016	-.078
3. REC_INMEDIATO_FIJACIÓN	-.055	-.284	.656
4. ATENCIÓN_CÁLCULO	.311	.618	.251
5. REC_DIFERIDO	.305	.560	-.102
6. DENOMINACIÓN	-.264	.543	-.161
7. REPETICIÓN	.178	.471	.218
8. ÓRDENES	.236	.131	.051
9. LECTURA	-.120	.258	.600
10. ESCRITURA	.308	.185	.426
11. COPIA	.446	-.004	.466

Con esta solución, el ítem 8 no tiene saturaciones suficientes para algún factor, y las saturaciones del ítem 11 se concentran en más de uno de ellos.

La Tabla 7 presenta las comunalidades de los ítems con distintas soluciones, en ella puede verse que a pesar de las diversas extracciones, no existe cambio alguno en el caso del ítem 8.

Tabla 7. Comunalidades con diversas soluciones.

ÍTEM	INICIAL	EXTRACCIÓN (1 FACTOR)	EXTRACCIÓN (2 FACTORES)	EXTRACCIÓN (3 FACTORES)
1. O_TEMPORAL	1.00	.59	.62	.71
2. O_ESPACIAL	1.00	.44	.48	.69

3. REC_INMEDIATO_FIJACIÓN	1.00	.00	.50	.51
4. ATENCIÓN_CÁLCULO	1.00	.39	.39	.54
5. REC_DIFERIDO	1.00	.23	.34	.41
6. DENOMINACIÓN	1.00	.00	.08	.39
7. REPETICIÓN	1.00	.19	.19	.30
8. ÓRDENES	1.00	.07	.07	.07
9. LECTURA	1.00	.04	.28	.44
10. ESCRITURA	1.00	.22	.30	.31
11. COPIA	1.00	.26	.39	.41

Si se descarta del análisis dicho ítem, con el criterio de Kaiser se genera la solución factorial de la Tabla 8, donde nuevamente el ítem 11 queda sin saturar principalmente en alguno de los factores.

Tabla 8. Matriz de componentes rotados con solución de tres factores sin el ítem 8.

ÍTEM	COMPONENTE		
	1	2	3
1. O_TEMPORAL	.814	.234	.044
2. O_ESPACIAL	.837	.090	-.063
3. REC_INMEDIATO_FIJACIÓN	-.040	-.276	.657
4. ATENCIÓN_CÁLCULO	.255	.647	.247
5. REC_DIFERIDO	.262	.583	-.106
6. DENOMINACIÓN	-.299	.519	-.177
7. REPETICIÓN	.137	.489	.214
9. LECTURA	-.155	.256	.594
10. ESCRITURA	.289	.220	.428
11. COPIA	.436	.040	.474

Por tanto, después de diversos análisis factoriales puede establecerse que ninguna de las soluciones generadas fue capaz de incluir todos los ítems en la factorización, es decir, que no existe una estructura factorial clara en los datos analizados desde esta perspectiva.

3.1.2 RESULTADOS TRI. MODELO POLITÓMICO

◆ Modelo de respuesta graduada (método de máxima verosimilitud)

Para alcanzar el criterio de convergencia de 0.001 al estimar los parámetros de los ítems se necesitaron 25 ciclos dentro del proceso iterativo. En cada ítem se estimó una cantidad distinta de parámetros de discriminación (a) y de localización (b), ya que el número de categorías de respuesta varía con cada uno de ellos (Tabla 9). De acuerdo al análisis, los ítems más discriminativos son 1, 2, 4, 7 y 11; el menos discriminativo es el 6; y ninguno de los ítems son difíciles.

Tabla 9. Parámetros de discriminación y localización estimados con el programa MULTILOG.

ÍTEM	CATEGORÍAS DE RESPUESTA	PARÁMETROS DE DISCRIMINACIÓN a (S.E.)	PARÁMETROS DE LOCALIZACIÓN b (S.E.)					
			b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b _{prom}
1	6	2.43 (0.35)	-3.65 (0.59)	-3.31 (0.51)	-2.80 (0.33)	-1.85 (0.18)	-0.98 (0.10)	-2.51
2	6	2.21 (0.00)	7.05 (0.00)	-0.69 (0.00)	-12.12 (0.00)	-2.75 (0.00)	-1.69 (0.00)	-2.04
3	4	0.73 (3.03)	6.83 (****)	-14.66 (****)	-8.36 (****)	–	–	-5.54
4	6	1.51 (0.20)	-2.37 (0.29)	-1.89 (0.23)	-0.96 (0.14)	-0.64 (0.12)	-0.42 (0.11)	-0.83
5	4	0.81 (0.14)	-1.87 (0.35)	-0.32 (0.19)	1.57 (0.33)	–	–	-1.25
6	3	0.21 (0.79)	-49.44 (****)	-22.65 (****)	–	–	–	-36.04

7	2	1.02 (0.22)	-1.51 (0.29)	–	–	–	–	-1.51
8	4	0.81 (0.27)	-9.40 (****)	-6.11 (7.36)	-3.23 (1.29)	–	–	-6.24
9	2	0.79 (0.43)	-4.48 (2.13)	–	–	–	–	-4.48
10	2	0.96 (0.23)	-1.88 (0.40)	–	–	–	–	-1.88
11	2	1.17 (0.26)	-1.77 (0.32)	–	–	–	–	-1.77

La estimación el programa MULTILOG no proporcionó los errores estándar de varios parámetros de localización, específicamente en los ítems 3, 6 y 8. Al revisar la distribución de las frecuencias se encontró que éstos tienen celdas con muy pocos datos (Tablas 10, 11 y 12), así que es probable que dicho evento se deba a tal situación. Por otro lado, los gráficos de las CCI tampoco permiten una interpretación clara de todos los ítems (Figura 6).

Tabla 10. Distribución de las frecuencias en el ítem 3.

Categorías de respuesta	Frecuencia	Porcentaje
0	1	.3
2	1	.3
3	345	99.4
Total	347	100.0

Tabla 11. Distribución de las frecuencias en el ítem 6.

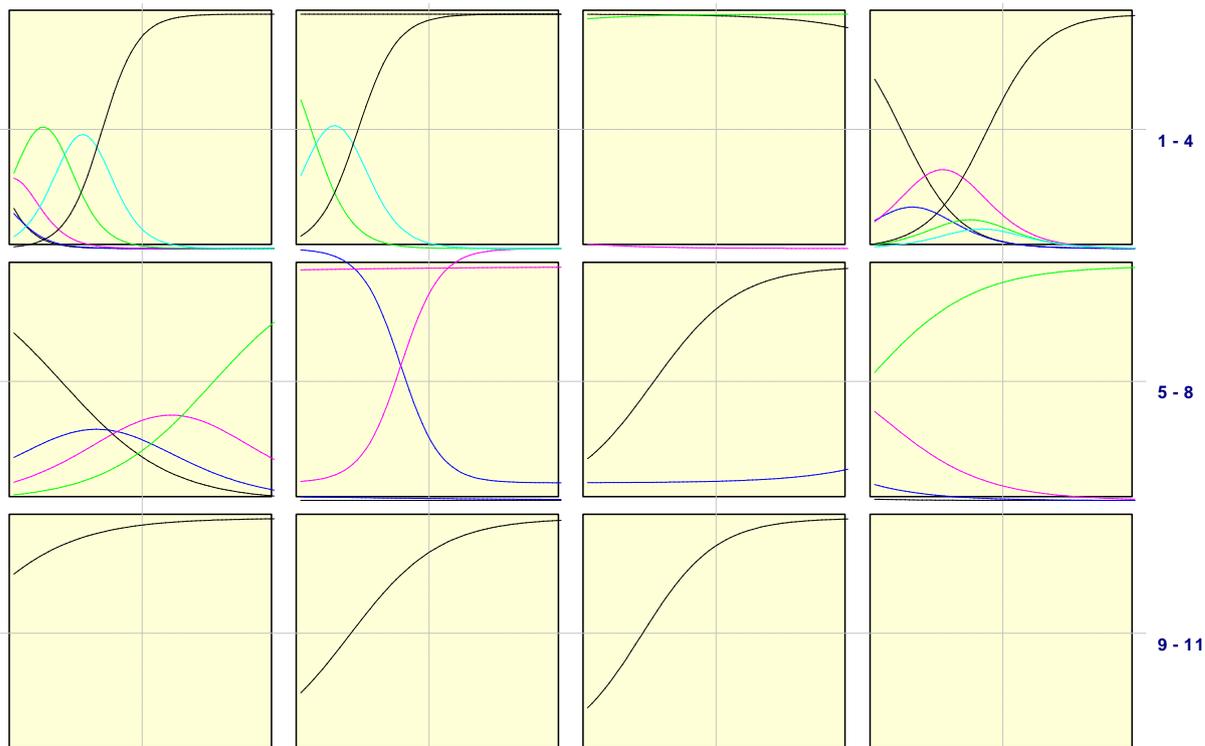
Categorías de respuesta	Frecuencia	Porcentaje
1	3	.9
2	344	99.1
Total	347	100.0

Tabla 12. Distribución de las frecuencias en el ítem 8.

Categorías de respuesta	Frecuencia	Porcentaje
1	3	.9
2	26	7.5
3	318	91.6
Total	347	100.0

Figura 6. Gráficos de las Curvas Características generados por el programa MULTILOG.

Matrix Plot of Item Characteristic Curves



◆ Modelo de dos parámetros (método de máxima verosimilitud):

Al utilizar el programa R y ajustar el modelo con el paquete **mirt** se obtuvieron los parámetros de discriminación y dificultad de la Tabla 13. Allí se aprecia que vuelven a ser los ítems 1, 2, 4, 7 y 11 los más discriminativos, aunque en esta ocasión los valores del ítem 7 no alcanzaron la unidad.

Tabla 13. Valores obtenidos al ajustar el modelo con mirt a uno de dos parámetros.

ÍTEM	PARÁMETROS DE DISCRIMINACIÓN	PARÁMETROS DE DIFICULTAD					b_{prom}
	a	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	
1	2.67	-3.54	-3.19	-2.70	-1.79	-0.95	-2.43
2	2.39	-3.65	-2.60	-1.64	-	-	-2.63
3	0.25	-23.48	-20.72	-	-	-	-22.10
4	1.42	-2.46	-1.96	-1.00	-0.66	-0.43	-1.30
5	0.80	-1.89	-0.33	1.58	-	-	-0.21
6	-0.14	33.93	-	-	-	-	33.93
7	0.96	-1.57	-	-	-	-	-1.57
8	0.63	-7.83	-4.05	-	-	-	-5.94
9	0.72	-4.85	-	-	-	-	-4.85
10	0.95	-1.89	-	-	-	-	-1.89

11	1.17	-1.77	-	-	-	-	-1.77
----	------	-------	---	---	---	---	-------

Llama la atención que el ítem 3 presenta valores de discriminación muy bajos, e incluso los del 6 son valores negativos. Por otra parte, ninguno de los ítems presenta dificultad. Cuando se calculan las saturaciones en términos del modelo factorial se obtienen los valores de la Tabla 14, los cuales sugieren que el modelo unidimensional es insuficiente. Como en los parámetros anteriores, los valores de ítem 6 son de nuevo negativos.

Tabla 14. Saturaciones y comunalidades obtenidas con mirt.

ÍTEM	F1	H2
1	.84	.71
2	.81	.66
3	.14	.02
4	.64	.41
5	.42	.18
6	-.08	.00
7	.49	.24
8	.34	.12
9	.39	.15
10	.49	.24
11	.56	.32

Si se repite el análisis retirando los ítems 3 y 6 no existen cambios significativos ni en los parámetros en términos de la TRI (Tabla 15) ni en términos del AF (Tabla 16).

Tabla 15. Valores obtenidos al ajustar el modelo a uno de dos parámetros sin los ítems 3 y 6.

ÍTEM	PARÁMETROS DE DISCRIMINACIÓN	PARÁMETROS DE LOCALIZACIÓN					b_{prom}
	a	d					
		d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	
1	2.72	-3.54	-3.19	-2.69	-1.78	-0.94	-2.43
2	2.41	-3.65	-2.60	-1.63	-	-	-2.63
4	1.42	-2.45	-1.96	-1.00	-0.66	-0.43	-1.30
5	0.80	-1.89	-0.33	1.58	-	-	-0.21
7	0.95	-1.59	-	-	-	-	-1.59
8	0.63	-7.83	-4.05	-	-	-	-5.94
9	0.71	-4.90	-	-	-	-	-4.90
10	0.95	-1.89	-	-	-	-	-1.89
11	1.16	-1.78	-	-	-	-	-1.78

Tabla 16. Saturaciones y comunalidades obtenidas sin los ítems 3 y 6.

ÍTEM	F1	H2
------	----	----

1	0.84	0.72
2	0.81	0.66
4	0.64	0.41
5	0.42	0.18
7	0.49	0.24
8	0.34	0.12
9	0.38	0.15
10	0.48	0.23
11	0.56	0.31

◆ Modelo de respuesta graduada (método de correlaciones policóricas):

La Tabla 17 presenta las correlaciones policóricas obtenidas con el programa R. En ella se observa que entre la mayoría de los ítems existe poca o nula asociación. Sólo existe una correlación moderada entre los ítems 1-2, 1-3, 2-3, 3-6, 3-8 y 3-9.

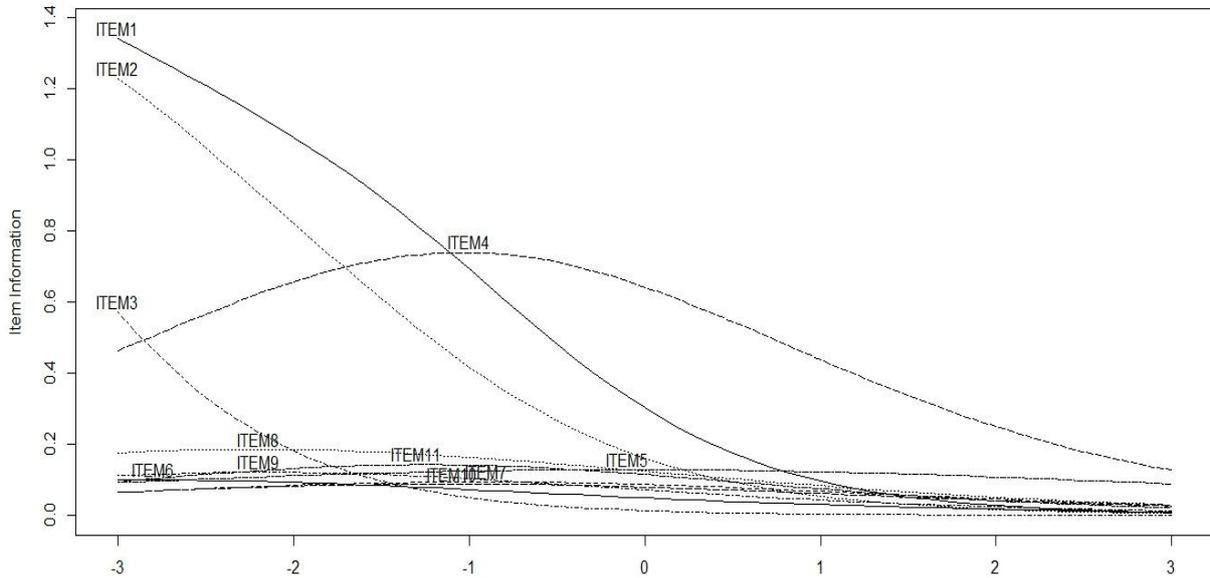
A partir de dicha matriz se realizó un análisis factorial a través del comando *irta.fa* del paquete **psych** y se obtuvo la información de la Tabla 18, donde se muestra que los ítems 1, 2 y 4 son los que aportan mayor información. También se observa que los puntos máximos de información se encuentran en la parte baja de la escala.

Tabla 17. Matriz de correlaciones policóricas.

	ÍTEM 1	ÍTEM 2	ÍTEM 3	ÍTEM 4	ÍTEM 5	ÍTEM 6	ÍTEM 7	ÍTEM 8	ÍTEM 9	ÍTEM 10	ÍTEM 11
ÍTEM 1	1										
ÍTEM 2	0.69	1									
ÍTEM 3	0.54	0.57	1								
ÍTEM 4	0.46	0.35	0.23	1							
ÍTEM 5	0.26	0.32	-0.03	0.32	1						
ÍTEM 6	0.36	0.39	0.67	0.21	0.26	1					
ÍTEM 7	0.33	0.41	0.26	0.43	0.17	0.13	1				
ÍTEM 8	0.41	0.25	0.50	0.22	0.15	0.30	0.16	1			
ÍTEM 9	0.31	0.15	0.60	0.32	0.11	0.27	0.23	0.23	1		
ÍTEM 10	0.30	0.38	0.33	0.41	0.21	-0.05	0.21	0.13	0.30	1	
ÍTEM 11	0.45	0.43	0.47	0.32	0.21	-0.02	0.26	0.20	0.33	0.30	1

Tabla 18. Valores de información en distintos puntos de la escala de la variable latente.

	-3	-2	-1	0	1	2	3
ÍTEM 1	1.34	1.06	0.69	.30	.10	.03	.01
ÍTEM 2	1.23	.82	.42	.16	.05	.02	.01

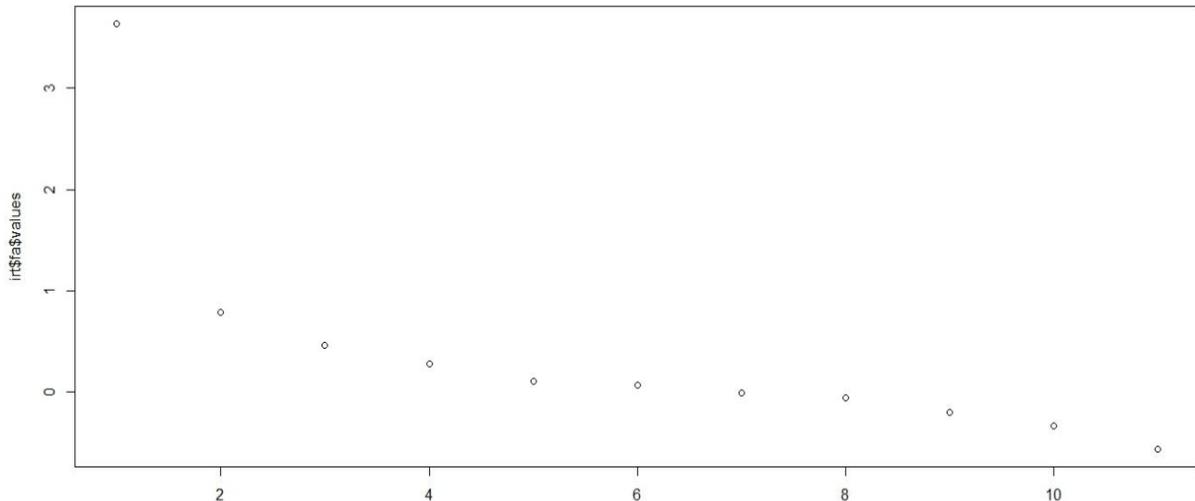


	Latent Trait (normal scale)						
	-3	-2	-1	0	1	2	3
ÍTEM 3	.57	.18	.05	.01	0	0	0
ÍTEM 4	.46	.66	.74	.64	.44	.25	.13
ÍTEM 5	.09	.11	.12	.13	.12	.11	.09
ÍTEM 6	.10	.09	.07	.05	.03	.02	.01
ÍTEM 7	.06	.08	.09	.09	.07	.05	.03
ÍTEM 8	.18	.19	.16	.12	.08	.05	.03
ÍTEM 9	.11	.12	.10	.07	.04	.02	.01
ÍTEM 10	.06	.08	.09	.08	.06	.04	.03
ÍTEM 11	.09	.13	.14	.11	.07	.04	.02
TEST INFO	4.31	3.53	2.69	1.77	1.07	0.62	0.36
SEM	.48	.53	.61	.75	.96	1.27	1.68
RELIABILITY	.77	.72	.63	.44	.07	-.60	-1.81

En los gráficos siguientes se aprecia de forma clara lo antes señalado sobre la información que aportan los ítems (Figura 7), y el scree plot indicando que un factor es suficiente para explicar las variables (Figura 8).

Figura 7. Información de los ítems datos ordinales.

Figura 8. Scree plot datos binarios.



Por otro lado, según los parámetros tradicionales del análisis factorial realizado a través del método *minres*, se encontró que únicamente los tres primeros ítems tienen factores de carga superiores al .70, la mayoría oscila entre .51 y .62, y uno presenta incluso un factor de carga inferior al .40, resultados que indicarían que un modelo unidimensional tampoco sería posible en este caso (Tabla 19).

Tabla 19. Saturaciones y comunalidades de los ítems obtenidas con psych.

ÍTEM	MR1	H2	U2
1	.80	.63	.37
2	.76	.58	.42
3	.80	.64	.36
4	.62	.39	.61
5	.39	.15	.85
6	.53	.28	.72
7	.52	.27	.73
8	.53	.28	.72
9	.57	.33	.67

10	.51	.26	.74
11	.60	.36	.64

Si se repite el análisis quitando el ítem 5, que es el que menos saturaciones posee, existen algunos cambios tanto en la matriz de correlaciones policóricas como en los parámetros estimados directamente con la TRI (Tablas 20 y 21). Sin embargo, con esta modificación los cambios no resultan significativos y la información general del test disminuye al igual que la confiabilidad de las estimaciones.

Tabla 20. Matriz de correlaciones policóricas.

	ÍTEM 1	ÍTEM 2	ÍTEM 3	ÍTEM 4	ÍTEM 6	ÍTEM 7	ÍTEM 8	ÍTEM 8	ÍTEM 10	ÍTEM 11
ÍTEM 1	1.00									
ÍTEM 2	0.69	1.00								
ÍTEM 3	0.55	0.57	1.00							
ÍTEM 4	0.46	0.35	0.23	1.00						
ÍTEM 6	0.36	0.39	0.69	0.21	1.00					
ÍTEM 7	0.33	0.41	0.26	0.43	0.13	1.00				
ÍTEM 8	0.41	0.25	0.51	0.22	0.30	0.16	1.00			
ÍTEM 9	0.31	0.15	0.61	0.32	0.27	0.23	0.23	1.00		
ÍTEM 10	0.30	0.37	0.34	0.41	-0.05	0.21	0.13	0.30	1.00	
ÍTEM 11	0.45	0.43	0.48	0.32	-0.03	0.26	0.20	0.33	0.30	1.00

Tabla 21. Valores de información en distintos puntos de la escala de la variable latente.

	-3	-2	-1	0	1	2	3
ÍTEM 1	1.07	0.94	0.66	0.36	0.16	0.06	0.02
ÍTEM 2	1.03	0.79	0.47	0.23	0.09	0.04	0.01
ÍTEM 3	0.11	0.02	0	0	0	0	0
ÍTEM 4	0.23	0.28	0.30	0.28	0.24	0.19	0.14
ÍTEM 6	0.13	0.12	0.08	0.05	0.03	0.01	0.01
ÍTEM 7	0.04	0.04	0.05	0.05	0.04	0.03	0.03

ÍTEM 8	0.16	0.17	0.15	0.12	0.08	0.05	0.03
ÍTEM 9	0.10	0.11	0.10	0.07	0.04	0.02	0.01
ÍTEM 10	0.04	0.05	0.05	0.05	0.04	0.03	0.02
ÍTEM 11	0.07	0.09	0.10	0.09	0.06	0.04	0.02
TEST INFO	3.00	2.61	1.96	1.29	0.79	0.48	0.30
SEM	0.58	0.62	0.71	0.88	1.12	1.44	1.83
RELIABILITY	0.67	0.62	0.49	0.23	-0.26	-1.07	-2.37

Igualmente, al calcular el modelo con los parámetros tradicionales del análisis factorial con del método *minres* tampoco se encontraron diferencias importantes (Tabla 22).

Tabla 22. Saturaciones y comunalidades de los ítems obtenidas con psych.

ÍTEM	MR1	H2	U2
1	.72	.52	.48
2	.70	.49	.51
3	.87	.76	.24
4	.44	.20	.80
6	.59	.35	.65
7	.40	.16	.84
8	.51	.26	.74
9	.56	.31	.69
10	.41	.17	.83
11	.54	.29	.71

3.1.3 RESULTADOS HJ-BIPLLOT

La varianza explicada por cada eje del HJ-Biplot estandarizado por columnas puede verse en la Tabla 23. Si se retienen dos ejes se consigue explicar el 33.54 % de la inercia total, y si se mantienen tres se explica hasta un 43.80 %.

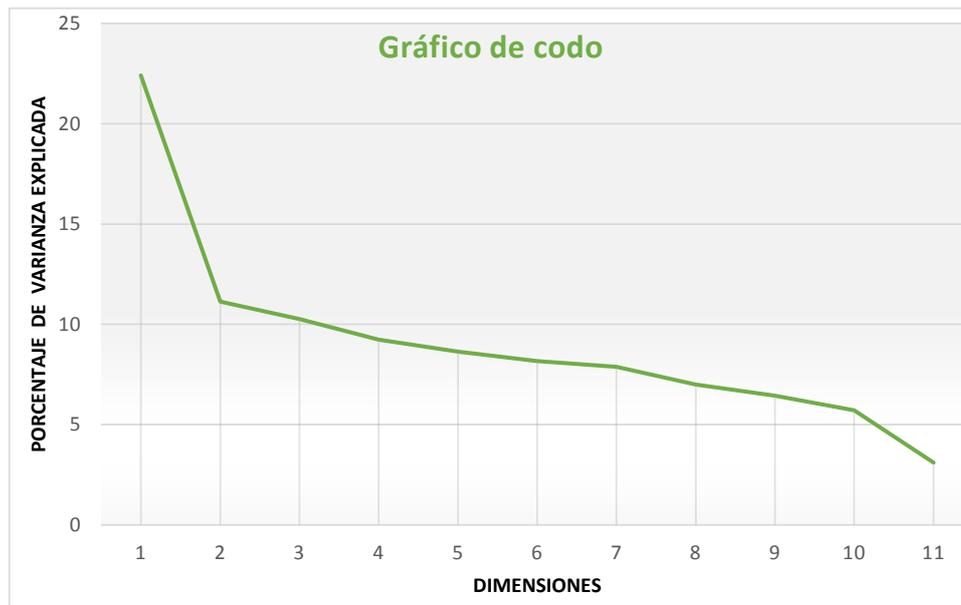
Tabla 23. Porcentaje de inercia explicada por cada eje.

EJES	INERCIA		
	Autovalores	% varianza explicada	% varianza acumulada

1	852.94	22.41	22.41
2	423.65	11.13	33.54
3	390.53	10.26	43.80
4	351.69	9.24	53.04
5	328.86	8.64	61.68
6	310.83	8.16	69.85
7	300.16	7.88	77.73
8	266.45	7.00	84.73
9	245.21	6.44	91.18
10	217.49	5.71	96.89
11	118.14	3.10	100

Si se recurre al gráfico de codo (Figura 9) para decidir cuántos ejes retener, se aprecia que el punto de inflexión en la línea descendente es la segunda dimensión, por lo que según este método deberían elegirse sólo dos ejes para explicar los resultados.

Figura 9. Gráfico de codo del HJ-Biplot.



No obstante, revisando las contribuciones relativas del factor al elemento para las columnas, se observa que los ítems 6 y 9 estarían mejor representados en el segundo y tercer eje (Tabla 24). Por ello, y con la intención de tener un mayor alcance explicativo, se ha decidido retener los tres primeros ejes.

Tabla 24. Contribuciones relativas del factor al elemento para las columnas.

ÍTEMS	EJES		
	1	2	3
1	595	27	97
2	442	46	205

3	1	507	5
4	393	1	148
5	233	110	73
6	0	82	307
7	192	0	109
8	74	1	0
9	45	241	155
10	227	80	5
11	263	130	24

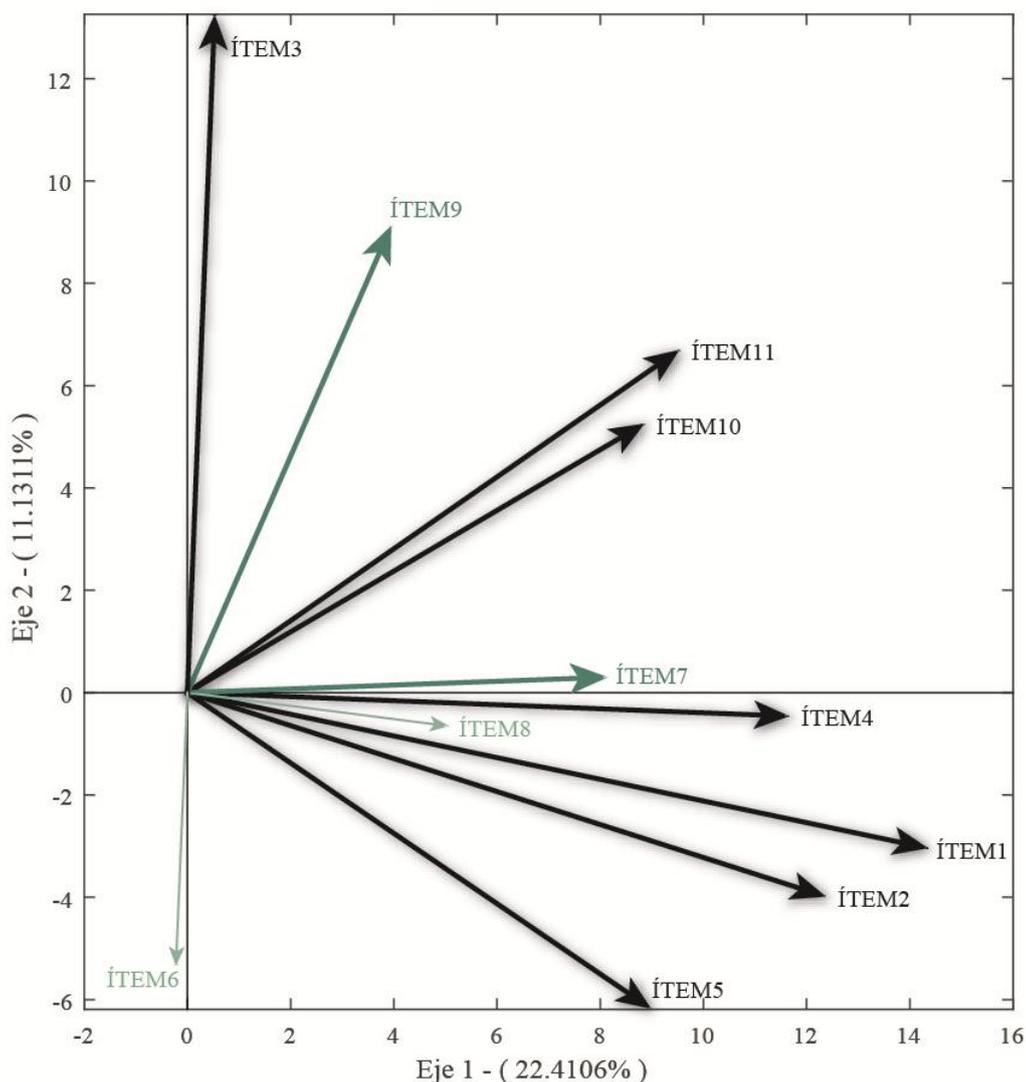
A continuación, se presenta la proyección del sub-espacio de máxima inercia derivado de la aplicación del HJ-Biplot. La matriz de datos analizada tiene por filas los 347 pacientes y por columnas los 11 ítems ordinales del MMSE. El método de estimación utilizado fue la descomposición de valores singulares.

◆ Plano 1-2 del HJ-Biplot

La Figura 10 muestra el plano 1-2, que como ya se mencionó anteriormente, contiene los ejes más representativos porque en conjunto explican el 33.54 % de la inercia. Los elementos columna mejor representados en dicho plano son los ítems 3, 5, 8, 10 y 11, por lo que esta parte del análisis se centrará en los mismos.

Los ítems 3 y 8 son variables que pueden denominarse “vectores de eje”, pues la mayoría de sus contribuciones vienen dadas tan sólo por alguno de los ejes, el segundo en el caso del ítem 3 y el primero en el ítem 8.

Figura 10. Plano 1-2 del HJ-Biplot.



En el gráfico se observa que existe una alta correlación entre los ítems 10 y 11. A su vez, este par de ítems parecen ser independientes al ítem 5, ya que los ángulos entre sus vectores son casi perpendiculares. También se aprecia cierta asociación negativa entre los ítems 3 y 5.

Por otro lado, las variables con mayor variabilidad, es decir aquellas que aportan más información son ÍTEM3, ÍTEM1 e ÍTEM2, aunque los dos últimos están mejor representados en el plano 1-3, por lo que es conveniente esperar a revisar tal plano antes de establecer dicha situación. En contraste, el que aporta menos información es ÍTEM8 pues su vector es el de menor longitud.

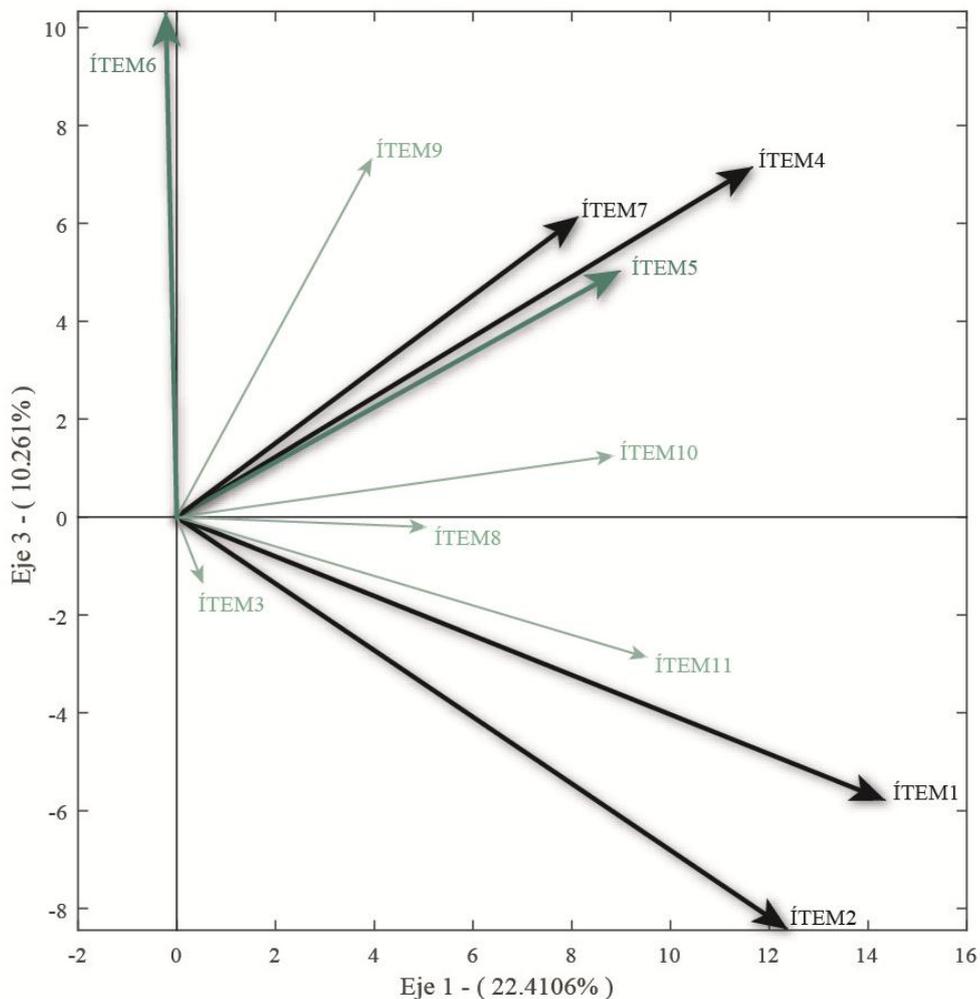
Para concluir este plano, cabe mencionar que aunque parece existir una asociación entre ÍTEM1 e ÍTEM2, así como entre ÍTEM4 e ÍTEM7, se debe ser cauto y no establecer tal situación hasta revisar el plano 1-3, que es donde existe la mayor calidad de representación para dichas variables.

◆ Plano 1-3 del HJ-Biplot

En el plano 1-3, donde sus ejes explican hasta el 32.67 % de la inercia total, los elementos columna con mayor calidad de representación son ÍTEM1, ÍTEM2, ÍTEM4 e ÍTEM7.

En la Figura 11 se observa que existe una correlación positiva entre los ítems 1 y 2, así como una asociación incluso mayor entre los ítems 4 y 7. Curiosamente, estos pares de ítems parecen ser independientes entre sí, sobre todo el ítem 2 respecto al 4 y al 7.

Figura 11. Plano 1-3 del HJ-Biplot.



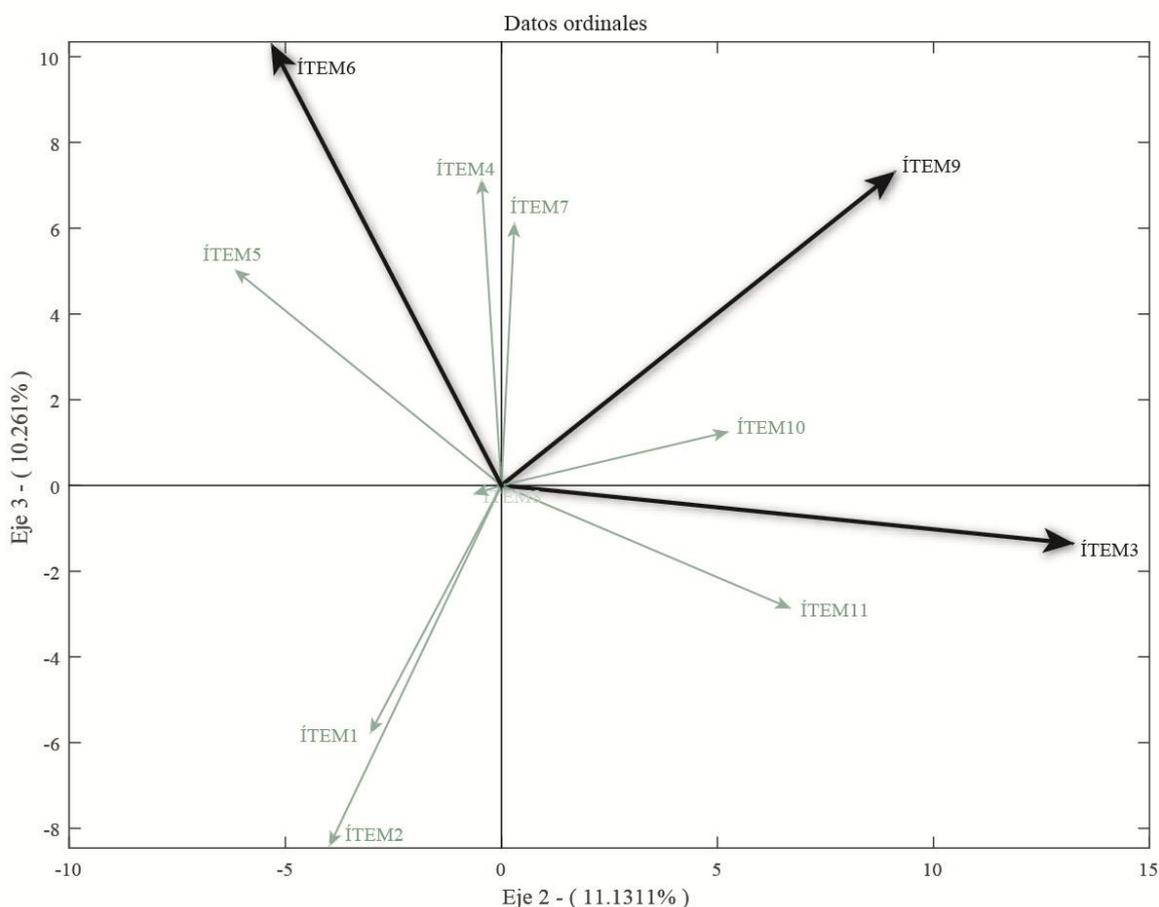
Aquí se puede corroborar lo antes planteado: que ÍTEM1 e ÍTEM2 están correlacionados y que ambos ítems son los que aportan la mayor cantidad de información. Si bien en este plano el vector de ÍTEM3 es muy corto, hay que recordar que éste sólo está bien representado en el segundo eje, que no aparece en este gráfico.

◆ Plano 2-3 del HJ-Biplot

En el plano 2-3 se puede ver la mejor representación de los ítems 6 y 9 (Figura 12). Según el gráfico, no existe relación alguna entre tales ítems. Además, ÍTEM9 parece correlacionar negativamente con ÍTEM1 e ÍTEM2, aunque al no estar éstos bien representados no es posible afirmarlo.

Resulta evidente que al explicar apenas el 21.39 % de la inercia, y unido al hecho de tener sólo un par de ítems adecuadamente representados, el plano 2-3 aporta poca información en comparación a los dos anteriores.

Figura 12. Plano 2-3 del HJ-Biplot.

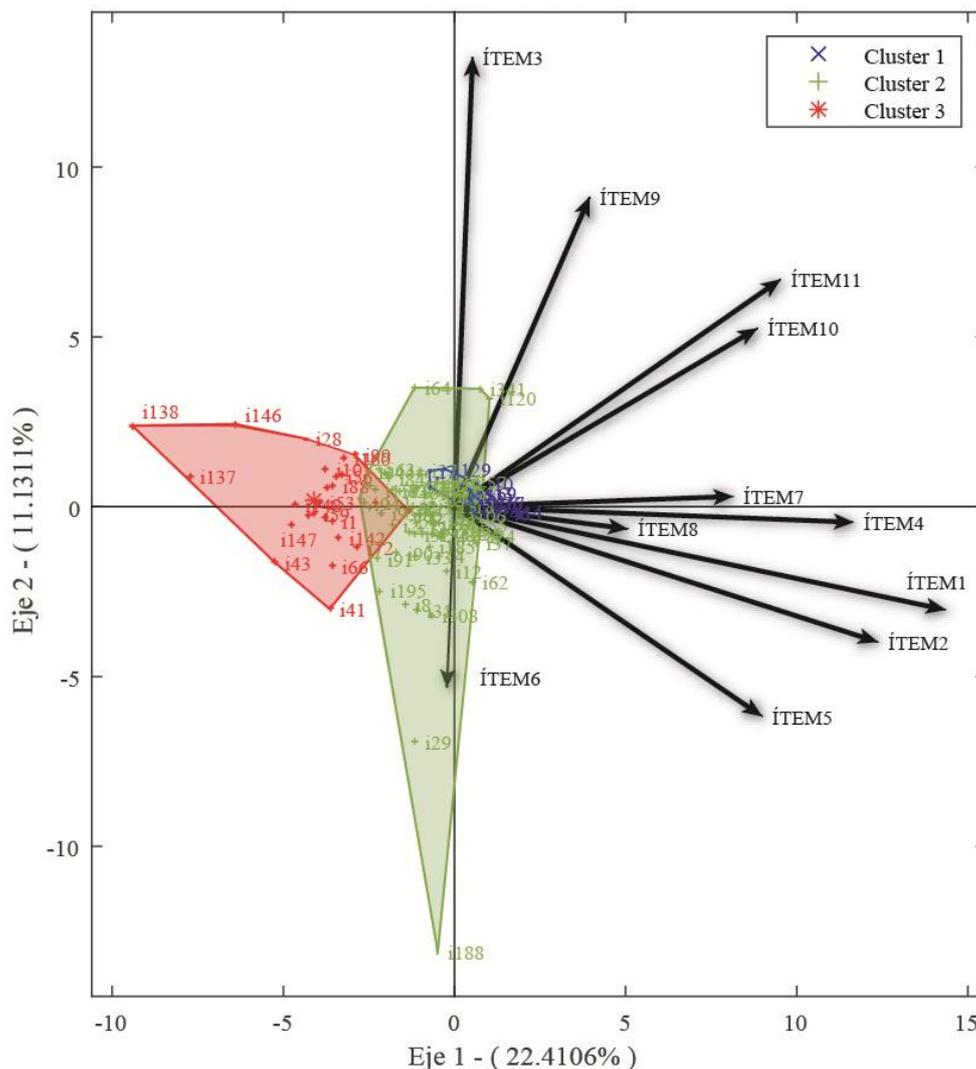


◆ Análisis de Clúster sobre las coordenadas del HJ-Biplot

Posterior al análisis de los planos factoriales, se realizó un clúster jerárquico en las coordenadas del HJ-Biplot para observar el comportamiento de los individuos en función de las variables.

La Figura 13 muestra la conformación de tres clústeres mediante el método de Ward, los cuales aparecen bastante cerca uno del otro, sugiriendo que las diferencias entre ellos no son tan importantes. Empero, al revisar con detenimiento el gráfico es posible identificar las diferencias existentes entre los grupos de sujetos, pues los individuos del clúster 1 puntuaron más alto en la mayoría de los ítems (a excepción de 3, 6 y 9) que los del clúster 2, y éstos a su vez obtuvieron un mayor puntaje que los del clúster 3.

Figura 13. Clúster jerárquico por método de Ward en las coordenadas del HJ-Biplot.



La conformación de los clústeres resulta interesante si se observa la distribución de los tipos de pacientes en cada uno de ellos: la mayoría de los individuos control están en el clúster 1; gran parte de los que padecían deterioro cognitivo leve se encuentran en el clúster 2; y al menos la mitad de los diagnosticados con Alzheimer están en el clúster 3 (Tabla 25).

Tabla 25. Distribución de los pacientes en cada uno de los clústeres.

DIAGNÓSTICO	C1	C2	C3	TOTAL
Temblores esenciales	45%	50%	5%	100%
Parkinson	33%	33%	33%	100%
Deterioro cognitivo leve	31%	58%	11%	100%
Alzheimer	17%	33%	50%	100%
Control	70%	29%	1%	100%

3.2 DATOS BINARIOS

3.2.1 RESULTADOS TRI. MODELO DICOTÓMICO

- ♦ Modelo logístico de dos parámetros (método de correlaciones tetracóricas)

Al generar la matriz de correlaciones tetracóricas (Anexo 2), se observa que aunque existe asociación entre algunos ítems, la mayoría presenta correlaciones muy bajas. Posteriormente, al realizar un análisis factorial mediante la función *irta.fa* del paquete **psych** en el programa R, se generan los resultados de la Tabla 26, donde aparecen los valores de la información en distintos puntos de la escala de la variable latente. Los puntos de más información, que se corresponden con los parámetros de dificultad, están todos en los puntos bajos de la escala.

Tabla 26. Saturaciones y comunalidades obtenidas con psych en los ítems dicotómicos.

	-3	-2	-1	0	1	2	3
ÍTEM 1	.52	.90	.32	.05	.01	.00	.00
ÍTEM 2	.27	.37	.25	.10	.03	.01	.00
ÍTEM 3	.18	.38	.39	.19	.06	.02	.01
ÍTEM 4	.48	.54	.22	.06	.01	.00	.00
ÍTEM 5	.93	.28	.05	.01	.00	.00	.00
ÍTEM 6	.36	.42	.23	.08	.02	.01	.00
ÍTEM 7	.87	.24	.04	.01	.00	.00	.00
ÍTEM 8	.16	.01	.00	.00	.00	.00	.00
ÍTEM 9	.62	.46	.14	.03	.01	.00	.00
ÍTEM 10	.48	.58	.24	.06	.01	.00	.00
ÍTEM 11	.43	.12	.02	.00	.00	.00	.00
ÍTEM 12	.43	.12	.02	.00	.00	.00	.00
ÍTEM 13	.35	.24	.10	.03	.01	.00	.00
ÍTEM 14	.45	.69	.30	.07	.01	.00	.00
ÍTEM 15	.20	.40	.38	.17	.05	.02	.00
ÍTEM 16	.09	.21	.33	.28	.14	.05	.02
ÍTEM 17	.07	.17	.30	.30	.17	.07	.02
ÍTEM 18	.06	.14	.24	.26	.17	.08	.03
ÍTEM 19	.08	.16	.22	.21	.13	.06	.03
ÍTEM 20	.05	.08	.10	.11	.09	.07	.04
ÍTEM 21	-	-	-	-	-	-	-
ÍTEM 22	.44	.25	.08	.02	.01	.00	.00
ÍTEM 23	.44	.15	.04	.01	.00	.00	.00
ÍTEM 24	.09	.15	.18	.16	.10	.05	.02
ÍTEM 25	-	-	-	-	-	-	-
ÍTEM 26	.29	.27	.15	.06	.02	.01	.00
ÍTEM 27	.29	.30	.18	.07	.03	.01	.00
ÍTEM 28	.13	.16	.14	.09	.05	.03	.01
ÍTEM 29	.11	.21	.26	.20	.10	.04	.02
ÍTEM 30	.13	.28	.34	.22	.09	.03	.01
TEST INFO	9.01	8.28	5.26	2.84	1.33	0.55	0.22
SEM	0.33	0.35	0.44	0.59	0.87	1.34	2.12
RELIABILITY	0.89	0.88	0.81	0.65	0.25	-0.80	-3.49

Llama la atención que el programa R no arrojó resultados de estimación para los ítems 21 y 25. Por otra parte, los gráficos del programa muestran que los ítems 1, 5, 14, 9, 10 y 4 son los que aportan más información (Figura 14), y que existe un factor claramente dominante (Figura 15).

Figura 14. Información de los ítems datos binarios.

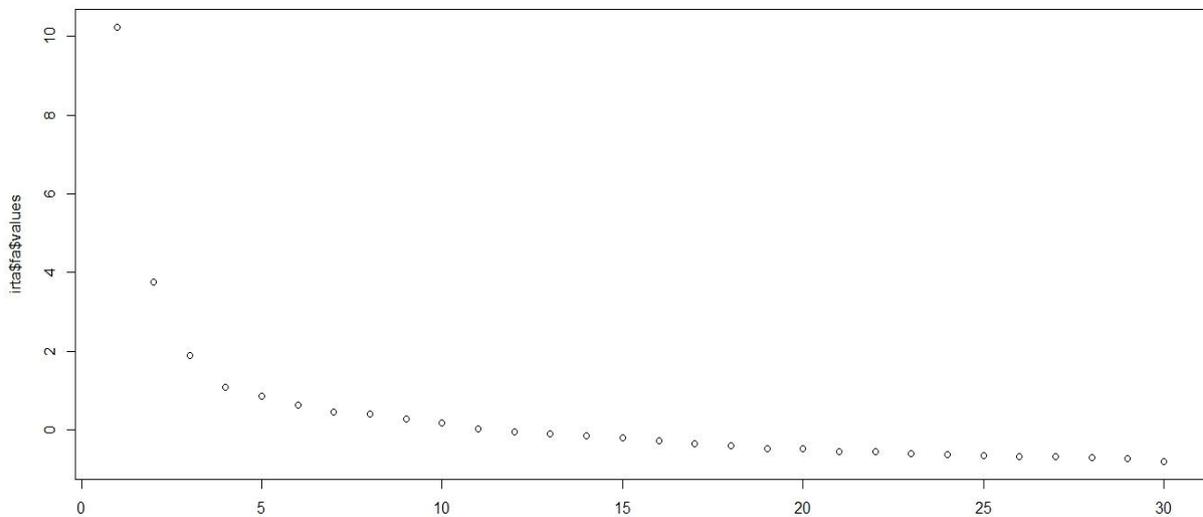
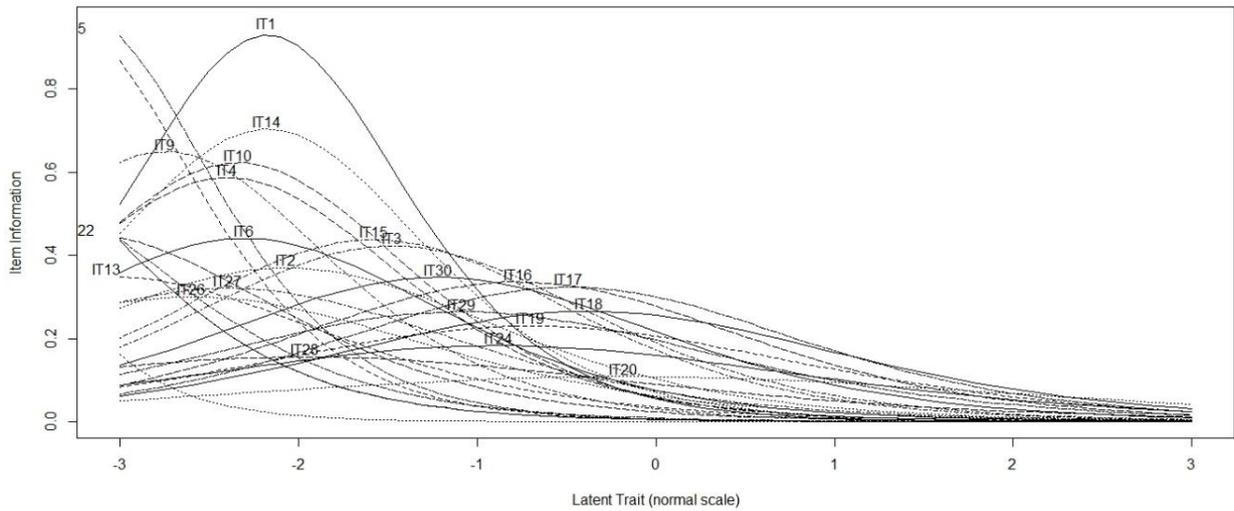


Figura 15. Scree plot datos binarios.

Según los parámetros tradicionales del AF se encontró que los ítems 1, 5, 7, 8, 11, 12 y 14 son los que poseen factores de carga más elevados, cada uno con

al menos .70. En contraste, los ítems 19, 20, 21, 24, 25 y 28 cuentan con factores de carga de entre .26 y .49 (Tabla 27).

Tabla 27. Saturaciones y comunalidades obtenidas con psych en los ítems dicotómicos.

ÍTEM	MR1	H2	U2
1	.75	.56	.44
2	.58	.33	.66
3	.61	.36	.63
4	.67	.44	.55
5	.76	.57	.42
6	.61	.37	.62
7	.76	.57	.43
8	.82	.67	.32
9	.69	.47	.53
10	.68	.46	.54
11	.70	.48	.52
12	.70	.84	.52
13	.57	.32	.67
14	.70	.49	.51
15	.61	.37	.62
16	.56	.31	.68
17	.56	.30	.69
18	.52	.26	.73
19	.49	.24	.76
20	.36	.13	.87
21	.27	.07	.93
22	.62	.38	.62
23	.66	.43	.56
24	.45	.20	.80
25	.26	.06	.93
26	.54	.29	.71
27	.55	.30	.69
28	.42	.17	.82
29	.52	.26	.73
30	.57	.32	.68

Los ítems 21 y 25 tienen saturaciones por debajo del .30, lo cual explica que al realizar la estimación con los parámetros anteriores no se generaran valores para estos ítems.

Los parámetros antes mostrados del modelo factorial pueden transformarse en parámetros de un modelo de la TRI. A continuación, se presentan las conversiones tanto al modelo de ojiva normal como al modelo logístico.

◆ Modelo de ojiva normal de dos parámetros (máxima verosimilitud)

Los parámetros obtenidos se presentan en la Tabla 28, donde puede verse que los ítems más discriminativos son 1, 5, 7 y 8. Al parecer, ninguno de los ítems es difícil de responder, ya que todos presentan valores negativos.

Tabla 28. Parámetros de dificultad y discriminación según el modelo ojiva normal de 2 parámetros.

ÍTEM	PARÁMETROS DE DIFICULTAD	PARÁMETROS DE DISCRIMINACIÓN
1	-2.17	1.13
2	-2.06	0.71
3	-1.47	0.76
4	-2.39	0.89
5	-3.24	1.16
6	-2.30	0.77
7	-3.34	1.15
8	-4.44	1.45
9	-2.74	0.94
10	-2.33	0.92
11	-3.84	0.96
12	-3.84	0.96
13	-3.07	0.69
14	-2.17	0.98
15	-1.57	0.77
16	-0.77	0.68
17	-0.48	0.66
18	-0.37	0.60
19	-0.70	0.56
20	-0.18	0.38
21	0.53	0.27
22	-3.21	0.79
23	-3.68	0.88
24	-0.87	0.50
25	-1.65	0.26
26	-2.59	0.64
27	-2.39	0.66
28	-1.96	0.46
29	-1.08	0.60
30	-1.21	0.69

♦ Modelo de dos parámetros y un factor (máxima verosimilitud)

Ajustando el modelo mediante el paquete **ltm**, que recurre al método de estimación de máxima verosimilitud, se obtienen los resultados de la Tabla 29.

Tabla 29. Parámetros de dificultad y discriminación obtenidos con ltm.

ÍTEM	PARÁMETROS DE DIFICULTAD	PARÁMETROS DE DISCRIMINACIÓN
1	-1.95	1.65
2	-3.41	0.97
3	-2.43	0.88
4	-4.08	0.84
5	-4.01	1.11
6	-4.56	0.76
7	-4.10	1.14
8	-5.18	1.08
9	-4.60	0.86
10	-3.72	0.89
11	3.12	-39.58
12	3.12	-39.58
13	3.67	-1.97
14	-1.35	28.75
15	-0.86	14.72
16	-0.57	8.02
17	-0.10	30.72
18	-0.19	8.44
19	-1.09	0.98
20	-0.38	0.60
21	1.44	0.67
22	-6.73	0.79
23	7.68	-0.81
24	-1.52	0.91
25	-6.50	0.44
26	-5.75	0.76
27	-6.31	0.61
28	-4.75	0.71
29	-2.10	0.77
30	-2.58	0.67

Como puede verse, el modelo presenta algunos problemas de estimación con los ítems 11, 12, 13 y 23, ya que los valores de los parámetros de

discriminación no pueden ser negativos, es decir que los resultados de la estimación no son válidos.

Al comparar los dos últimos modelos se encuentran diferencias importantes (Tabla 30). Específicamente, con el paquete ltm los ítems 11, 12, 13 y 23 presentan valores de discriminación negativos y muy altos, situación que se repite con los ítems 14, 15, 16, 17 y 18. Además, el ítem 21 aumenta considerablemente su dificultad.

Tabla 30. Comparación entre modelo ojiva normal y modelo logístico de dos parámetros.

ÍTEM	Irta.fa Modelo de ojiva normal de 2 parámetros (máxima verosimilitud)		ltm Modelo logístico de 2 parámetros (máximo verosimilitud)	
	PARÁMETROS DE DIFICULTAD	PARÁMETROS DE DISCRIMINACIÓN	PARÁMETROS DE DIFICULTAD	PARÁMETROS DE DISCRIMINACIÓN
1	-2.17	1.13	-1.95	1.65
2	-2.06	0.71	-3.41	0.97
3	-1.47	0.76	-2.43	0.88
4	-2.39	0.89	-4.08	0.84
5	-3.24	1.16	-4.01	1.11
6	-2.30	0.77	-4.56	0.76
7	-3.34	1.15	-4.10	1.14
8	-4.44	1.45	-5.18	1.08
9	-2.74	0.94	-4.60	0.86
10	-2.33	0.92	-3.72	0.89
11	-3.84	0.96	3.12	-39.58
12	-3.84	0.96	3.12	-39.58
13	-3.07	0.69	3.67	-1.97
14	-2.17	0.98	-1.35	28.75
15	-1.57	0.77	-0.86	14.72
16	-0.77	0.68	-0.57	8.02
17	-0.48	0.66	-0.10	30.72
18	-0.37	0.60	-0.19	8.44
19	-0.70	0.56	-1.09	0.98
20	-0.18	0.38	-0.38	0.60
21	0.53	0.27	1.44	0.67
22	-3.21	0.79	-6.73	0.79
23	-3.68	0.88	7.68	-0.81
24	-0.87	0.50	-1.52	0.91
25	-1.65	0.26	-6.50	0.44
26	-2.59	0.64	-5.75	0.76
27	-2.39	0.66	-6.31	0.61
28	-1.96	0.46	-4.75	0.71
29	-1.08	0.60	-2.10	0.77
30	-1.21	0.69	-2.58	0.67

Analizando estos valores desde la perspectiva de un modelo lineal tradicional en vez de en términos de dificultad y discriminación, obtenemos la Tabla 31. Como los resultados del modelo lineal tradicional están directamente relacionados con los valores de los modelos de dos parámetros, es evidente que se repetirá el problema de estimación con los ítems ya citados.

Tabla 31. Valores transformados a un modelo lineal tradicional.

ÍTEM	INTERCEPT	z1
1	3.23	1.65
2	3.31	0.96
3	2.14	0.88
4	3.46	0.84
5	4.49	1.11
6	3.50	0.76
7	4.71	1.14
8	5.60	1.08
9	3.99	0.86
10	3.34	0.89
11	123.70	-39.58
12	123.70	-39.58
13	7.24	-1.97
14	39.07	28.75
15	12.74	14.72
16	4.62	8.02
17	3.35	30.72
18	1.66	8.44
19	1.06	0.98
20	0.23	0.60
21	-0.97	0.67
22	5.37	0.79
23	6.24	-0.81
24	1.39	0.91
25	2.88	0.44
26	4.41	0.76
27	3.85	0.61
28	3.39	0.71
29	1.63	0.77
30	1.73	0.67

Al estimar los parámetros en términos del modelo factorial (cuarta columna) se obtienen los valores de la Tabla 32, donde puede verse que los ítems 1, 5, 7, 8, 14, 15, 16, 17, 18 y 19 son los que más saturan en el factor latente.

Tabla 32. Modelo de dos parámetros y un factor.

ÍTEM	DIFICULTAD	DISCRIMINACIÓN	std.z1
1	-1.95	1.65	0.85
2	-3.41	0.96	0.69
3	-2.43	0.88	0.66
4	-4.08	0.84	0.64
5	-4.01	1.11	0.74
6	-4.56	0.76	0.60
7	-4.10	1.14	0.75
8	-5.17	1.08	0.73
9	-4.60	0.86	0.65
10	-3.72	0.89	0.66
11	3.12	-39.58	-0.99
12	3.12	-39.58	-0.99
13	3.67	-1.97	-0.89
14	-1.35	28.75	0.99
15	-0.86	14.72	0.99
16	-0.57	8.02	0.99
17	-0.10	30.72	0.99
18	-0.19	8.44	0.99
19	-1.09	0.98	0.70
20	-0.38	0.60	0.52
21	1.44	0.67	0.56
22	-6.73	0.79	0.62
23	7.68	-0.81	-0.63
24	-1.52	0.91	0.67
25	-6.50	0.44	0.40
26	-5.75	0.76	0.60
27	-6.31	0.61	0.52
28	-4.75	0.71	0.58
29	-2.10	0.77	0.61
30	-2.58	0.67	0.55

De acuerdo a los análisis realizados hasta este punto, existen algunos ítems que generan problemas con distintos modelos y métodos de estimación (Tabla 33).

Tabla 33. Ítems que generan problemas con distintos modelos y métodos de estimación.

	Modelo logístico de 2 parámetros (correlaciones tetracóricas)	Modelo de ojiva normal de 2 parámetros (máxima verosimilitud)	Modelo de 2 parámetros y un factor (máximo verosimilitud)
ÍTEMS PROBLEMÁTICOS	21 y 25	11, 12, 13 y 23	11, 12, 13 y 23

Si se realizan los análisis sin contemplar tales ítems, y además se quitan otros que aportan poca información (19, 20, 24 y 28), el modelo logístico de dos parámetros en términos factoriales mejora bastante, ya que todos los ítems poseen valores de al menos .50 (Tabla 34).

Tabla 34. Saturaciones de los ítems después de quitar ítems problemáticos o poco informativos.

ÍTEM	MR1	H2	U2
1	.77	.60	.40
2	.60	.36	.64
3	.68	.46	.54
4	.70	.49	.51
5	.78	.61	.39
6	.63	.40	.60
7	.77	.59	.41
8	.81	.65	.35
9	.68	.46	.54
10	.71	.50	.50
14	.72	.51	.49
15	.65	.42	.58
16	.64	.41	.59
17	.66	.43	.57
18	.63	.39	.61
22	.66	.44	.56
26	.59	.35	.65
27	.56	.32	.68
29	.51	.26	.74
30	.57	.32	.68

Finalmente, también se encuentran leves mejoras en los modelos estimados con el método de máxima verosimilitud. No obstante, continúan existiendo problemas con las estimaciones, pues no es posible que haya valores discriminativos tan elevados (Tabla 35).

Tabla 35. Comparación entre modelo ojiva normal y modelo de dos parámetros con un factor sin ítems problemáticos o poco informativos.

ÍTEM	Irrta.fa Modelo de ojiva normal de 2 parámetros (máxima verosimilitud)		Irm Modelo de 2 parámetros y un factor (máximo verosimilitud)	
	PARÁMETROS DE DIFICULTAD	PARÁMETROS DE DISCRIMINACIÓN	PARÁMETROS DE DIFICULTAD	PARÁMETROS DE DISCRIMINACIÓN
1	-2.26	1.21	-2.00	1.59
2	-2.11	0.75	-3.57	0.92
3	-1.59	0.92	-2.41	0.89
4	-2.49	0.98	-4.14	0.83
5	-3.37	1.24	-4.05	1.10
6	-2.34	0.81	-4.76	0.73
7	-3.42	1.20	-4.13	1.14
8	-4.29	1.37	-4.79	1.19
9	-2.72	0.92	-4.93	0.80
10	-2.41	0.99	-3.81	0.87
14	-2.22	1.02	-1.36	30.29
15	-1.63	0.85	-0.82	22.70
16	-0.82	0.83	-0.57	7.96
17	-0.53	0.86	-0.10	31.22
18	-0.40	0.80	-0.19	8.45
22	-3.37	0.88	-8.97	0.58
26	-2.70	0.73	-5.40	0.82
27	-2.41	0.68	-6.16	0.62
29	-1.08	0.59	-1.93	0.86
30	-1.21	0.68	-2.33	0.75

3.2.2 RESULTADOS BIPLLOT LOGÍSTICO

El análisis por coordenadas principales arrojó una solución donde los primeros dos ejes explican hasta el 44.10 % de la varianza (Tabla 36). El coeficiente de similaridad elegido fue el de Russel y Rao.

Tabla 36. Valores propios y porcentaje de varianza explicada.

Autovalores	% varianza explicada	% acumulada
3.63	27.80	27.80
1.74	13.34	41.14
1.06	8.14	49.29
0.89	6.83	56.13
0.81	6.23	62.36
0.67	5.17	67.54
0.58	4.49	72.03
0.55	4.25	76.28
0.49	3.79	80.08
0.33	2.59	82.67
0.28	2.18	84.85
0.25	1.98	86.84
0.24	1.89	88.73
0.22	1.68	90.41
0.17	1.37	91.78
0.16	1.27	93.06
0.15	1.19	94.25
0.13	1.03	95.29
0.12	0.96	96.25
0.09	0.74	97.00
0.09	0.69	97.70
0.07	0.57	98.27
0.05	0.40	98.67
0.04	0.36	99.04
0.04	0.34	99.38
0.03	0.23	99.62
0.02	0.18	99.80
0.02	0.12	99.93
0.00	0.06	100.00

Con el gráfico de codo (Figura 16) se corrobora que la elección de dos dimensiones es pertinente, pues claramente se aprecia que a partir de la tercera existen pocos cambios.

La bondad de ajuste global como porcentaje de clasificaciones correctas en el Biplot es 94.86 %. La calidad de representación de cada una de las variables está en la Tabla 37, donde se observa que las variables significativas son los ítems 1, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 y 24.

Figura 16. Gráfico de codo del Biplot Logístico.

Gráfico de codo

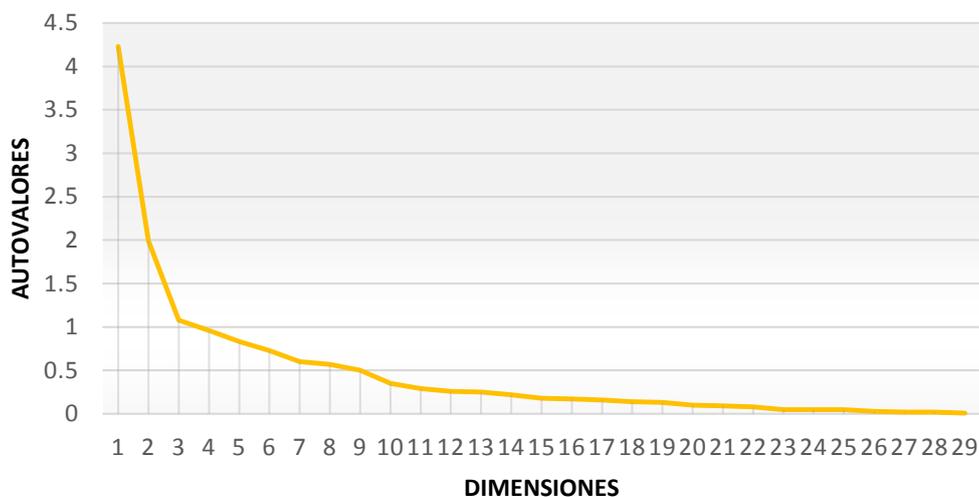
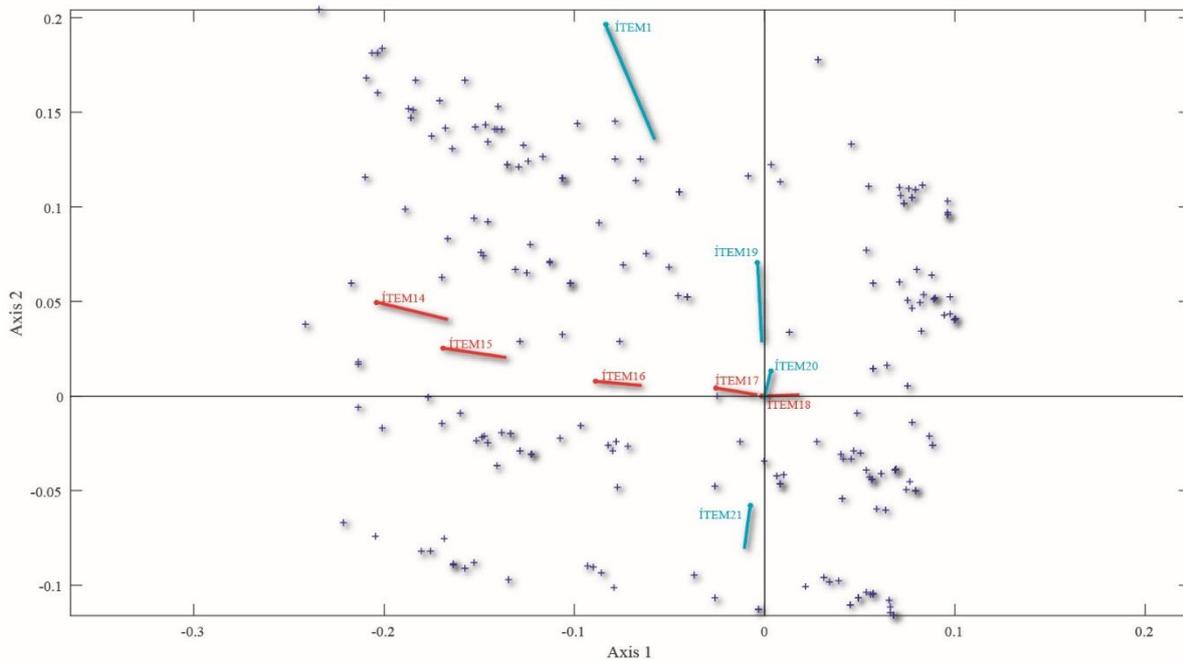


Tabla 37. Bondades de ajuste de las variables.

Ítem	Desviación	p-valor	R ²	% correcto
1	16.84	0	0.45	93.06
2	7.08	0	0.09	94.71
3	8.17	0	0.12	86.79
4	8.48	0	0.09	95.71
5	12.01		0.21	98.02
6	5.98	0.01	0.05	96.04
7	12.29	0	0.26	98.35
8	6.46	0.13	0.08	99.34
9	22.00	0	0.37	97.36
10	12.42	0	0.17	95.05
11	4.70	0.47	0.05	99.67
12	4.70	0.47	0.05	99.67
13	4.75	0.38	0.07	99.34
14	29.09	0	0.86	97.36
15	33.33	0	0.90	93.72
16	46.81	0	0.98	97.03
17	51.85	0	0.96	97.69
18	58.66	0	0.95	98.02
19	26.7	0	0.70	87.12
20	75.5	0	0.96	98.35
21	48.98	0	0.49	86.46
22	8.49	0.13	0.10	99.34
23	5.61	0.41	0.04	99.67
24	7.90	0	0.15	71.28
25	5.18	0.02	0.03	93.72
26	5.04	0.19	0.02	98.35
27	4.45	0.10	0.02	97.36
28	6.69	0	0.07	95.71
29	7.85	0	0.14	80.52
30	6.53	0	0.07	81.51

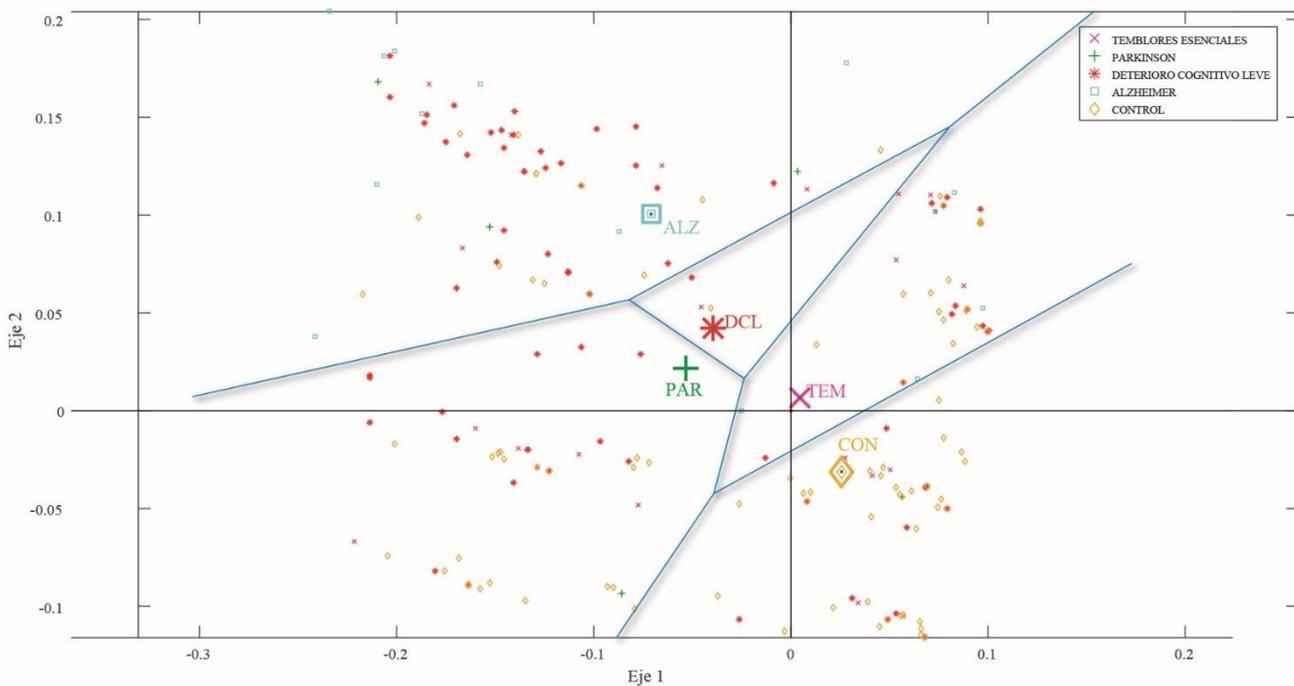
En la Figura 17 se observa que el Biplot Logístico generó dos factores con 9 de los 30 ítems que componen el MMSE. El primer factor contiene los ítems 14, 15, 16, 17 y 18; el segundo lo componen los ítems 1, 19, 20 y 21.

Figura 17. Factores formados por el Biplot Logístico.



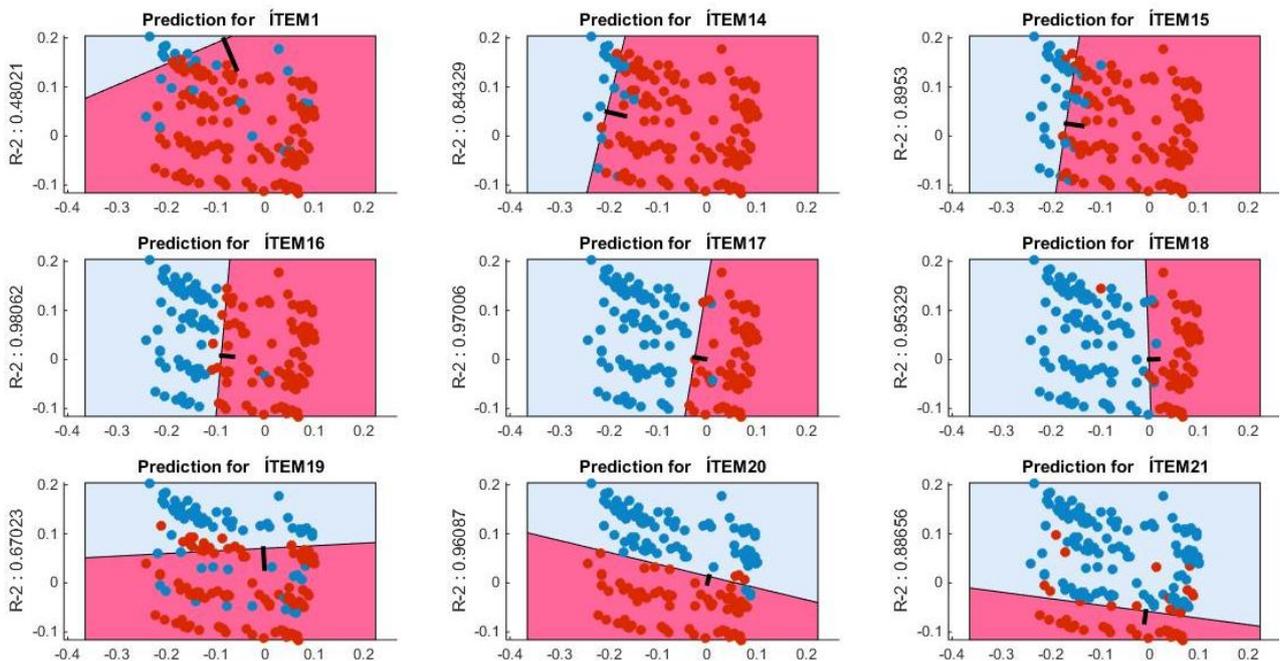
Al representar clústeres con el tipo de diagnóstico de los pacientes, se pudieron observar algunas diferencias entre las cinco categorías (Figura 18).

Figura 18. Clústeres del diagnóstico de los pacientes representados en las coordenadas del Biplot Logístico.



En relación a la capacidad predictiva del modelo es válido establecer que es buena, ya que en casi todos los ítems acierta la categoría en la que se distribuyen los datos. Los puntos situados en las rectas predicen el valor .5 para la variable, la zona rosada es la que predice presencia de la variable y la azul la ausencia (Figura 19). Para conocer el ajuste de los ítems se pintaron de azul las respuestas de los sujetos cuyo valor en la matriz original fue nulo (0) y

Figura 19. Predicción de ausencia/presencia de las variables en los individuos estudiados.



en rojo las respuestas positivas (1).

CAPÍTULO IV. DISCUSIÓN

-Datos Ordinales-

Los resultados de este trabajo coinciden con otras investigaciones respecto a la multidimensionalidad del Mini Mental State Examination (Brugnolo et al., 2009; Noale, Limongi, & Minicuci, 2006; Schultz-Larsen, Kreiner, & Lomholt, 2007; Shyu & Yip, 2001; Tinklenberg et al., 1990). Inicialmente, el análisis factorial generó una solución de cuatro factores mediante el criterio de Kaiser (1960). No obstante, al revisar el Scree plot y utilizar el criterio de Cattell (1966) se observó que uno o dos factores serían suficientes para explicar, con menos, la mayor cantidad de información.

En la solución de dos factores, se creyó conveniente retirar del análisis los ítems 6 (Denominación) y 8 (Órdenes) porque no saturaban lo suficiente, mejorando con ello la estructura factorial. Los ítems restantes se agruparon en dos factores latentes: uno conformado por los ítems 1, 2, 4, 5 y 7; y otro compuesto por los ítems 3, 9, 10 y 11, aunque este último saturaba también en el primer factor. Tal clasificación es similar a la de los trabajos de Brugnolo et al. (2009) y Tinklenberg et al. (1990), quienes también encontraron que los ítems 1, 2, 4 y 5 saturaban en el primer factor; y que los ítems 3, 9 y 10 hacían en el segundo (Tabla 38).

Tabla 38. Resultados de estructuras factoriales encontradas en otras investigaciones.

Autores del estudio	FACTOR 1	FACTOR 2
Brugnolo et al. (2009)	1, 2, 4, 5, 8, 11.	3, 6, 7, 9, 10.
Tinklenberg et al. (1990)	1, 2, 4, 5, 11.	3, 6, 7, 8, 9, 10.
Presente estudio	1, 2, 4, 5, 7.	3, 9, 10, 11.

La agrupación de los ítems 1 (orientación temporal), 2 (orientación espacial), 4 (atención-cálculo) y 5 (recuerdo diferido) puede obedecer a que todos ellos miden tareas relacionadas a la “memoria de trabajo”, el sistema cerebral encargado del almacenamiento temporal y simultáneo de nueva información. La memoria de trabajo es la responsable de coordinar cualquier actividad

atencional, viso-espacial, fonológica y de control ejecutivo (Baddeley & Wilson, 2002; Baddeley, 2003).

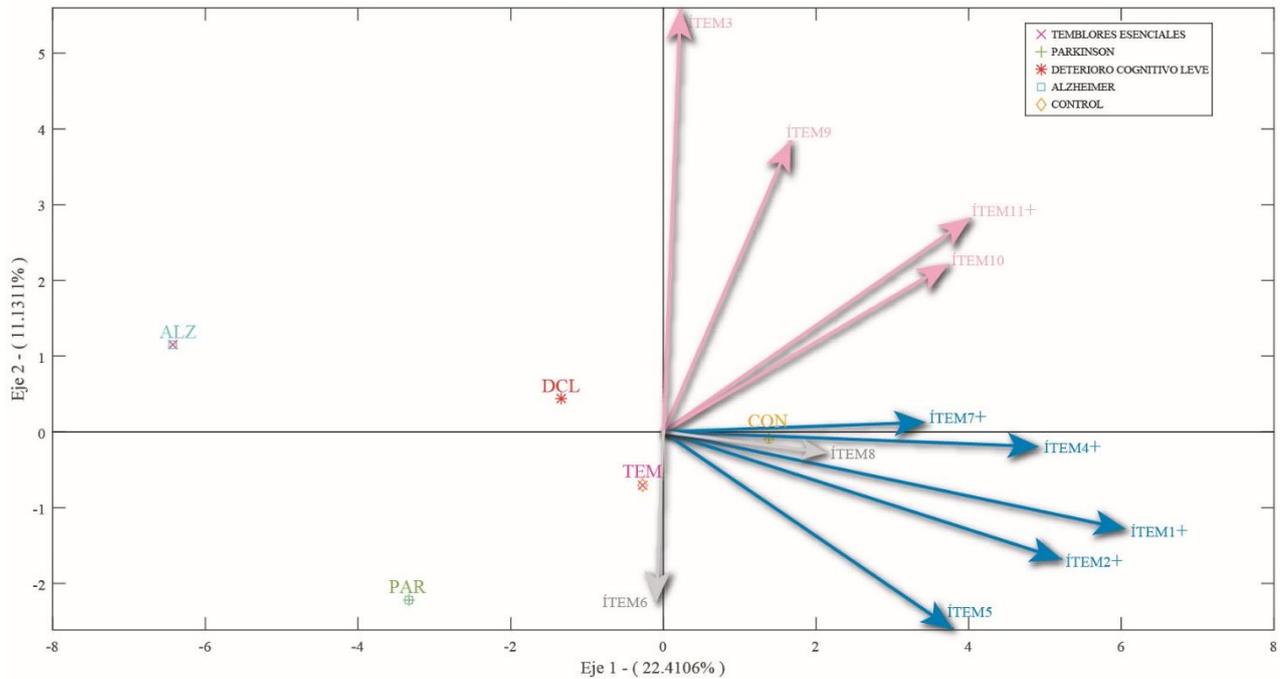
Los ítems 3 (recuerdo inmediato), 9 (lectura), 10 (escritura) y 11 (copiar pentágono) representan una conjunción que a primera vista parecería menos uniforme porque mide diversos aspectos. Sin embargo, las tareas evaluadas en los ítems 9, 10 y 11 tienen en común la participación de las áreas de Wernicke y de Broca, estructuras cerebrales fundamentales para el procesamiento del lenguaje (Friederici, 2011), así como del cerebelo y los ganglios basales, implicados en el control del movimiento (Hoover & Strick, 1999). Además, reflejan habilidades o conocimientos que el sujeto ha consolidado durante años, y que involucran principalmente a la memoria implícita (Brugnolo et al., 2009).

Ya se ha mencionado en el apartado teórico que la principal ventaja de los métodos Biplot sobre otras técnicas estadísticas reside en que permite representar gráficamente las relaciones entre las variables y los individuos. En este sentido, al realizar el HJ-Biplot se encontraron correlaciones entre los ítems 10 y 11; 4 y 7; y entre el 1 y el 2. Todos ellos, a excepción del 10, constituyen el primer factor latente del análisis factorial. Además, con los clústeres formados sobre sus coordenadas, fue posible comparar el comportamiento de distintos tipos de pacientes en el test, específicamente, entre los individuos normales y quienes tenían un deterioro cognitivo leve o padecían Alzheimer.

Asimismo, la implementación del HJ-Biplot en este trabajo no sólo ha servido para mostrar las relaciones entre las variables y los individuos, sino que también ha permitido integrar todos los análisis estadísticos realizados con los datos ordinales. En la Figura 20 pueden distinguirse los dos factores latentes hallados con el análisis factorial: el referente a la memoria de trabajo (azul) y el asociado a cuestiones lingüísticas-motoras (rosa). Como puede verse, el primer factor es más importante para discriminar entre los individuos control, los que padecían un deterioro cognitivo leve y quienes presentaban Alzheimer;

mientras que el segundo factor latente parece ser más determinante para distinguir entre los sujetos control, los que tenían temblores esenciales y quienes padecían la enfermedad de Parkinson.

Figura 20. Representación HJ-Biplot integrando los resultados del AF y la TRI.



En el HJ-Biplot también están representados aquellos ítems que distintos modelos de la TRI encontraron como más discriminativos (+), lo cual complementa la información encontrada desde la perspectiva de la Teoría Clásica de los Test.

Desde la perspectiva de la TRI se estimaron los parámetros de un modelo de respuesta graduada, coherente con el tipo de datos, mediante el método de máxima verosimilitud. Tanto el programa MULTILOG como el paquete *mirt* del programa R, encontraron que los ítems más discriminativos eran 1, 2, 4, 7 y 11. Estos programas también coincidieron en que ninguno de los ítems presenta dificultad para los sujetos que los responden.

Finalmente, mediante el método de correlaciones policóricas y el paquete *psych* de R, se encontró a los ítems 1, 2 y 4 como los más informativos. Al transformar los parámetros de discriminación y dificultad a los del análisis

factorial tradicional, casi todos los ítems, a excepción del 5 (.39), tuvieron saturaciones elevadas en el factor único. No obstante, al retirar dicho ítem del análisis disminuyeron las saturaciones de los demás ítems, lo que implicaría que un factor no es suficiente.

-Datos Binarios-

Desde la perspectiva de la TRI se obtuvieron resultados muy distintos a los originados desde la perspectiva estadística y psicométrica tradicional. Con el paquete *psych*, a través del método de correlaciones tetracóricas, se estimó el modelo logístico de dos parámetros encontrando que los ítems más informativos eran 1, 4, 5, 7, 9, 10 y 14. Con este procedimiento no fue posible estimar los parámetros de los ítems 21 y 25.

Según los parámetros del análisis factorial, los ítems 1, 5, 7, 8, 11, 12 y 14 son los de mayor saturación en el factor unidimensional, ya que todos poseen al menos .70. Sin embargo, no puede establecerse la unidimensionalidad porque varios ítems (19, 20, 21, 24, 25 y 28) cuentan con factores de carga menores al .50. Con otro método de estimación y en distintos modelos se alcanzaron resultados diversos (Tabla 39).

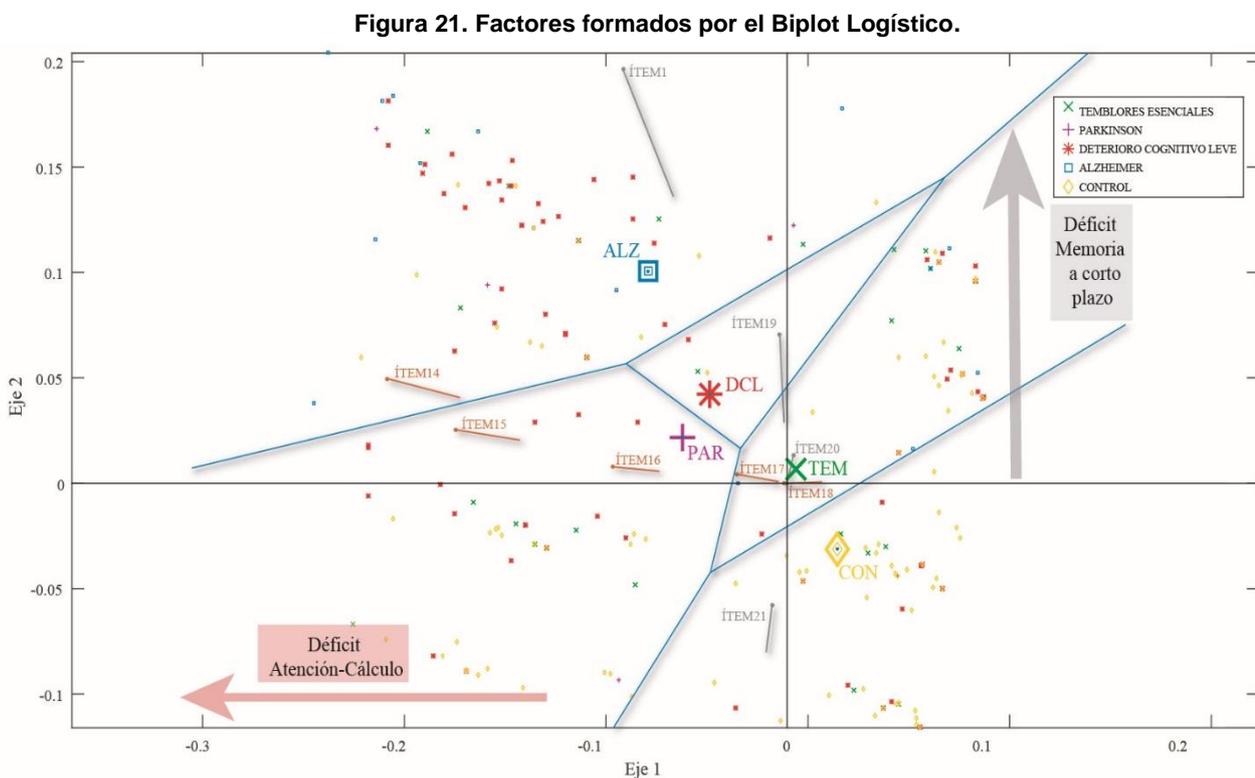
Tabla 39. Ítems más informativos en distintos modelos y métodos de estimación.

MODELOS y MÉTODO DE ESTIMACIÓN	ÍTEMS + INFORMATIVOS
Modelo logístico de 2 parámetros (correlaciones tetracóricas)	1, 4, 5, 7, 9, 10 y 14
Modelo de ojiva normal de 2 parámetros (máxima verosimilitud)	1, 5, 7, 8
Modelo de 2 parámetros y un factor (máxima verosimilitud)	1, 5, 7, 8, 14, 15, 16, 17 y 18

En el modelo de ojiva normal de dos parámetros, los ítems 1, 5, 7 y 8 fueron los más discriminativos; en el modelo de dos parámetros y un factor, estimado mediante el mismo método, los más discriminativos fueron los ítems 1, 5, 7, 8,

14, 15, 16, 17 y 18. En este último, los ítems 11, 12, 13 y 23 presentaron valores de discriminación negativos, lo cual refleja un posible problema de estimación. Al quitarse del análisis los ítems que no pudieron ser estimados en alguno de los modelos anteriores (11, 12, 13, 21, 23 y 25) mejora el modelo logístico de dos parámetros, pues todos los ítems quedan con al menos .50; en contraste, con los modelos de ojiva normal de dos parámetros y el modelo de dos parámetros y un factor no existieron mejoras significativas.

En el Biplot Logístico los ítems significativos fueron 1, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, y 21, pues cuentan con un R^2 de al menos .40. El primer factor quedó formado por los ítems 14, 15, 16, 17, 18; y el segundo por los ítems 1, 19, 20 y 21 (Figura 21).



El primer factor hace referencia a un déficit de la capacidad de atención y cálculo. Es decir, que mientras más a la izquierda están los individuos en el plano, mayor presencia de deterioro. Mientras que el segundo factor implica aspectos de la memoria a corto plazo, por lo que quienes están más arriba en el plano son quienes padecen más en ese sentido. Así, al observar la posición

de los clústeres en el Biplot Logístico, se puede establecer que sí existen diferencias entre los individuos en relación a su deterioro cognitivo, ya que los diagnosticados con Alzheimer son quienes aparecen más arriba y a la izquierda en el gráfico, mientras que los sujetos control (normales) son quienes aparecen más abajo y a la derecha del mismo.

CAPÍTULO V. CONCLUSIONES

-Sobre la metodología aplicada-

1.- Los métodos Biplot (HJ-Biplot y Biplot Logístico) han demostrado ser una herramienta útil para el análisis de los datos derivados de la aplicación del Mini-Mental State Examination (MMSE). En este trabajo ha quedado de manifiesto la ventaja de utilizar métodos de representación gráfica, frente a las meras descripciones de modelos y sus respectivos análisis presentando sólo aspectos numéricos.

2.- La Teoría Clásica de los Test (TCT) y la Teoría de la Respuesta al ítem (TRI) representan dos enfoques complementarios, más que excluyentes, en la labor de estudiar las características de un test. La combinación de técnicas provenientes de ambas perspectivas (como en este caso fue la implementación del Análisis Factorial y el Análisis de parámetros de Discriminación y Dificultad de los ítems), enriquece al análisis de los datos y optimizan los resultados de la aplicación de un test.

3.- En el análisis de datos multivariantes no sólo inciden las características de la técnica que se va a utilizar, sino que también influye la manera en que los datos serán tratados. Como se ha visto, los sujetos pueden presentar patrones de respuesta muy distintos, dependiendo de si sus resultados en el test se han analizados como datos binarios o como datos ordinales (a pesar de que en ambos casos existe la misma puntuación bruta). Esto reafirma lo planteado en el punto anterior respecto a la utilidad de realizar los análisis estadísticos desde diversas perspectivas teórico-metodológicas.

-Sobre el instrumento analizado-

4.- Por lo encontrado en esta investigación puede decirse que el Mini-Mental State Examination (MMSE) es un test de naturaleza multidimensional. Si bien está elaborado con la intención de medir el deterioro cognitivo en general, es importante continuar revisando su comportamiento en distintos individuos y contextos, ya que varios de sus ítems parecen aportar más en el diagnóstico de ciertas patologías específicas (Parkinson, por ejemplo) que para detectar déficit cognitivo ocasionado de manera natural.

5.- Al analizar los datos del MMSE como ítems politómicos u ordinales mediante la técnica de Análisis Factorial tradicional y la representación HJ-Biplot, es posible encontrar la conformación de dos o más variables latentes. En la solución bifactorial se identificaron dos factores: uno que podría denominarse *Factor Memoria de Trabajo*, y otro que podría ser llamado *Factor Lingüístico-Motor*.

6.- Al analizar los datos del MMSE como ítems dicotómicos o binarios, el Biplot Logístico encontró la conformación de dos factores: uno que hace referencia a las probabilidades de presencia/ausencia de déficit de *Memoria a Corto Plazo*, y otro respecto a las probabilidades de presencia/ausencia de déficit de *Atención-Cálculo*.

REFERENCIAS

- Ashford, J. W., Kolm, P., Colliver, J. A., Bekian, C., & Hsu, L. N. (1989). Alzheimer patient evaluation and the mini-mental state: item characteristic curve analysis. *Journal of Gerontology*, *44*, 139–146.
- Baddeley, A. (2003). Working memory and language: an overview. *Journal of Communication Disorders*, *36*, 189-208.
- Baddeley, A., & Wilson, B. A. (2002). Prose recall and amnesia: Implications for the structure of working memory. *Neuropsychologia*, *40*(10), 1737–1743. doi:10.1016/S0028-3932(01)00146-4
- Benzécri, J. P. (1973). *L'Analyse des Données*. Paris: Dunod.
- Bermejo-Pareja, F., Benito-León J., Vega S., Olazarán, J., de Toledo, M., Díaz-Guzmán, J., Sánchez-Sánchez, F., Morales-González, J.M., Trincado, R., Portera-Sánchez, A., & Román, G.C. (2009). Consistency of Clinical Diagnosis of Dementia in NEDICES: A Population-Based Longitudinal Study in Spain. *J. Geriatr Psychiatry Neurol* *22*, 246-255.
- Brugnolo, A., Nobili, F., Barbieri, M. P., Dessi, B., Ferro, A., Girtler, N., & Rodriguez, G. (2009). The factorial structure of the mini mental state examination (MMSE) in Alzheimer's disease. *Archives of Gerontology and Geriatrics*, *49*, 180–185. doi:10.1016/j.archger.2008.07.005

- Cacho, J., Benito-León, J., García-García, R., Fernández-Calvo, B., Vicente-Villardón, J. L., & Mitchell, A. J. (2010). Does the combination of MMSE and Clock Drawing Test (Mini-Clock) improve the detection of Mild Alzheimer's Disease and Mild Cognitive Impairment? *Journal of Alzheimer's Disease*, *22*, 889-896.
- Cattell, R.B. (1966). The Scree test for the number of factors. *Multivariate Behavioral Research*, *1*, 245-276.
- Chalmers, R. P. (2012). mirt: A multidimensional item response theory package for the R environment. *Journal of Statistical Software*, *48*(6), 1–29.
- Chernyshenko, O. S., Stark, S., Chan, K.-Y., Drasgow, F., & Williams, B. (2001). Fitting Item Response Theory Models to Two Personality Inventories: Issues and Insights. *Multivariate Behavioral Research*, *36*(4), 523–562. doi:10.1207/S15327906MBR3604_03
- Cossa, F. M., Della, S., Musicco, M., Spinnler, H., & Ubezio, M. C. (1997). Comparison of two scoring systems of the Mini-Mental State Examination as a screening test for dementia. *Journal of Clinical Epidemiology*, *50*(8), 961–965. doi:10.1016/S0895-4356(97)00103-0
- Costello, A. B., & Osborne, J. W. (2005). Best Practices in Exploratory Factor Analysis: Four Recommendations for Getting the Most From Your Analysis. *Practical Assessment, Research & Evaluation* *10*(7). Disponible en: <http://pareonline.net/getvn.asp?v=10&n=7>
- Cuadras, C. (2014). *Nuevos Métodos de Análisis Multivariante*. CMC Editions. Barcelona.
- Demey, J. R., Vicente-Villardón, J. L., Galindo-Villardón, M. P., & Zambrano, a. Y. (2008). Identifying molecular markers associated with classification of genotypes by External Logistic Biplots. *Bioinformatics*, *24*(24), 2832–2838. doi:10.1093/bioinformatics/btn552

- Doménech, S. (2004). Aplicación de un programa de estimulación de memoria a enfermos de Alzheimer en fase leve. *Tesis Doctoral*. Universidad de Barcelona: Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación.
- Eckart, C., & Young, G. (1939). A principal axis transformation for non-Hermitian matrices. *Am. Math. Soc. Bull.* 45, 118-21.
- Faustman, W. O., Moses, J. A., Jr., & Csernansky, J. G. (1990). Limitations of the Mini-Mental State Examination in predicting neuropsychological functioning in a psychiatric sample. *Acta Psychiatrica Scandinavica*, 81, 126–131.
- Fayers, P. M., Hjerstad, M. J., Ranhoff, A. H., Kaasa, S., Skogstad, L., Klepstad, P., & Loge, J. H. (2005). Which mini-mental state exam items can be used to screen for delirium and cognitive impairment? *Journal of Pain and Symptom Management*, 30(1), 41–50. doi:10.1016/j.jpainsymman.2005.05.001
- Folstein, M. F., Folstein, S. E., & McHugh, P. R. (1975). “Mini-mental state”. A practical method for grading the cognitive state of patients for the clinician. *Journal of Psychiatric Research*, 12, 189–198. doi:0022-3956(75)90026-6
- Frías-Navarro, D., & Pascual, M. (2012). Prácticas del Análisis Factorial Exploratorio (AFE) en la investigación sobre conducta del consumidor y marketing. *Suma Psicológica*, 19(1), 47–58.
- Friederici, a. D. (2011). The Brain Basis of Language Processing: From Structure to Function. *Physiological Reviews*, 91(4), 1357–1392. doi:10.1152/physrev.00006.2011
- Gabriel, K.R. (1971). The biplot-graphic display of matrices with applications to principal component analysis. *Biometrika*, 58, 453–467.
- Galindo Villardón, M. P. (1986). Una alternativa de representación simultánea: HJ-BILOT. *Qüestió*, 10(1), 13-23.

- Grace, J., Nadler, J. D., White, D. A., Guilmette, T. J., Giuliano, A. J., Monsch, A. U., et al. (1995). Folstein vs. modified Mini-Mental State Examination in geriatric stroke. Stability, validity, and screening utility. *Archives of Neurology*, 52, 477–484.
- Greenacre, M. J. (1984). *Theory and applications of correspondence analysis*. London: Academic Press.
- Greenacre, M. (2010). *Biplots in Practice*. Fundación BBVA. Disponible en: <http://www.multivariatestatistics.org/biplots.html>
- Hoffmann, A. F., Stover, J. B., de la Iglesia, G., & Fernández, M. (2013). Correlaciones Policóricas y Tetracóricas en Estudios Factoriales Exploratorios y Confirmatorios. *Ciencias Psicológicas*, 21(2), 151–164.
- Hoover, J. E., & Strick, P. L. (1999). The organization of cerebellar and basal ganglia outputs to primary motor cortex as revealed by retrograde transneuronal transport of herpes simplex virus type 1. *The Journal of Neuroscience: The Official Journal of the Society for Neuroscience*, 19(4), 1446–1463.
- International Business Machines, IBM. (2013). *IBM SPSS Statistics for Windows* [Software]. Version 22.0. Armonk, NY: IBM
- Jolliffe, I. T. (2002). *Principal Component Analysis*. 2nd Edition. Springer. New York.
- Kaiser, H.F. (1960). The application of electronic computers to factor analysis. *Educational and Psychological Measurement*, 20, 141-151.
- Martínez, J.M., & Berthier, M. (2002). *Alzheimer 2002: teoría y práctica*. Madrid: Aula Médica.
- McGrory, S., Doherty, J. M., Austin, E. J., Starr, J. M., & Shenkin, S. D. (2014). Item response theory analysis of cognitive tests in people with dementia: a

systematic review. *BMC Psychiatry*, 14(1), 47. doi:10.1186/1471-244X-14-47

McKhann, G., Drachman, D., Folstein, M., Katzman, R., Price, D., & Stadlan, E. M. (1984). Clinical diagnosis of Alzheimer's disease: report of the NINCDS-ADRDA Work Group under the auspices of Department of Health and Human Services Task Force on Alzheimer's Disease. *Neurology*, 34(7), 939–944.

Mitchell, A. J., Shukla, D., Ajumal, H. a., Stubbs, B., & Tahir, T. a. (2014). The Mini-Mental State Examination as a diagnostic and screening test for delirium: systematic review and meta-analysis. *General Hospital Psychiatry*, 36(6), 627–633. doi:10.1016/j.genhosppsy.2014.09.003

Moropoulou, A., & Polikreti, K. (2009). Principal Component Analysis in monument conservation: Three application examples. *Journal of Cultural Heritage*, 10, 73–81. doi:10.1016/j.culher.2008.03.007

Navas, M. J. (1994). Teoría clásica de los tests. *Psicológica*, 15, 175–208.

Nitrini, R., & Dozzi, S. M. (2012). Demencia: Definición y clasificación. *Revista Neuropsicología, Neuropsiquiatría y Neurociencias*, 12(1), 75–98.

Noale, M., Limongi, F., Minicuci, N., (2006). Identification of factorial structure of MMSE based on elderly cognitive destiny: the Italian Longitudinal Study on Aging. *Dement. Geriatr. Cogn. Disord.* 21, 233-241.

Nys, G. M. S., Van Zandvoort, M. J. E., De Kort, P. L. M., Jansen, B. P. W., Kappelle, L. J., & De Haan, E. H. F. (2005). Restrictions of the Mini-Mental State Examination in acute stroke. *Archives of Clinical Neuropsychology*, 20, 623–629. doi:10.1016/j.acn.2005.04.001

- O'connor, D. W., Pollitt, P. A., Hyde, J. B., Fellows, J. L., Miller, N. D., Brook, C. P. B., Reiss, B. B., & Roth, M. (1989). The prevalence of dementia as measured by the CAMDEX. *Acta Psychiatrica Scandinavica*, 79, 190-198.
- Organización Mundial de la Salud. (1992). Trastornos mentales y del comportamiento. Criterios y pautas para el diagnóstico. Meditor/OMS. Madrid.
- Pangman, V. C., Sloan, J., & Guse, L. (2000). An examination of psychometric properties of the mini-mental state examination and the standardized mini-mental state examination: implications for clinical practice. *Applied Nursing Research : ANR*, 13(4), 209–213. doi:10.1053/apnr.2000.9231
- Peña, D. (2002). *Análisis de Datos Multivariantes*. McGraw-Hill. Madrid.
- Prieto, G., Contador, I., Tapias-Merino, E., Mitchell, A. J., & Bermejo-Pareja, F. (2012). The Mini-Mental-37 Test for Dementia Screening in the Spanish Population: An Analysis Using the Rasch Model. *The Clinical Neuropsychologist*, 26(July), 37–41. doi:10.1080/13854046.2012.704945
- Prince, Albanese, Guerchet, & Prina, M. (2014). *World Alzheimer Report 2014. Dementia and Risk Reduction an Analysis of Protective and Modifiable Factors*. Alzheimer's Disease International (ADI).
- R Development Core Team (2012). *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna: R Foundation for Statistical Computing.
- Revelle, W. (2014). *psych: Procedures for Personality and Psychological Research*. North-western University, Evanston. R package version 1.4.12
- Ridha, B., & Rossor, M. (2005). The mini mental state examination. *Practical Neurology*, 5, 298–303. doi:10.1111/j.1474-7766.2005.00333.x
- Rizopoulos, D., & Rizopoulos, D. (2006). ltm: An R Package for Latent Variable Modeling and Item Response Analysis. *Journal of Statistical Software*, 17(5).

- Rupp, A. a. (2003). Item Response Modeling With BILOG-MG and MULTILOG for Windows. *International Journal of Testing*, 3(4), 365–384. doi:10.1207/S15327574IJT0304_5
- Schramm, U., Berger, G., Müller, R., Kratzsch, T., Peters, J., Frölich, L. (2002). Psychometric properties of Clock Drawing Test and MMSE or Short Performance Test (SKT) in dementia screening in a memory clinic population. *Int J Geriatr Psychiatry* 17, 254-260.
- Shultz-Larsen, K., Kreiner, S. & Lomholt, R. K. (2007). Mini-Mental Status Examination: Mixed Rasch model item analysis derived two different cognitive dimensions of the MMSE. *Journal of Clinical Epidemiology*, 60, 268-279.
- Shyu, Y.I., & Yip, P.K. (2001). Factor structure and explanatory variables of the Mini- Mental State Examination (MMSE) for elderly persons in Taiwan. *J. Formos. Med. Assoc.* 100, 676–683.
- Soubelet, A., & Salthouse, T. a. (2011). Correlates of level and change in the Mini-Mental State Examination. *Psychological Assessment*, 23(4), 811–818. doi:10.1037/a0023401
- Thissen, D. (1991). *MULTILOG: Multiple category item analysis and test scoring using item response theory* [Computer software]. Chicago: Scientific Software International.
- Tinklenberg, J., Brooks III, J.O., Tanke, E.D., Khalid, K., Poulsen, S.L., Kraemer, H.C., Gallagher, D., Thornton, J.E., & Yesavage, J.A. (1990). Factor analysis and preliminary validation of the mini-mental state examination from a longitudinal perspective. *Int. Psychogeriatr.* 2, 123-134.
- Tombaugh, T. N., & McIntyre, N.J. (1992). The mini-mental state examination: a comprehensive review. *J Am Geriatr Soc* 40, 922-935.

Tombaugh, T. N. (2005). Test-retest reliable coefficients and 5-year change scores for the MMSE and 3MS. *Archives of Clinical Neuropsychology*, 20, 485–503. doi:10.1016/j.acn.2004.11.004

Vicente-Villardón, J. L. (2006). *Análisis discriminante: Introducción*. Universidad de Salamanca: Departamento de Estadística.

Vicente-Villardón, J.L. (2010). *MULTBILOT: A package for Multivariate Analysis using Biplots*. Departamento de Estadística. Universidad de Salamanca. <http://biplot.usal.es/ClassicalBiplot/index.html>

Vicente-Villardón, J. L., Galindo, M. P. & Blazquez-Zaballos, A. (2006). Logistic Biplots. *Multiple Correspondence Analysis and related methods*, 491-509.

ANEXOS

Anexo 1. MMSE. Instrumento utilizado para evaluar el deterioro cognitivo.

MINI MENTAL STATE EXAMINATION	
(MMSE)	
<i>Basado en Folstein et al. (1975), Lobo et al. (1979)</i>	
Nombre:	Varón [] Mujer []
Fecha:	F. nacimiento: Edad:
Estudios/Profesión:	N. H ^o :
Observaciones:	
¿En qué año estamos? 0-1 ¿En qué estación? 0-1 ¿En qué día (fecha)? 0-1 ¿En qué mes? 0-1 ¿En qué día de la semana? 0-1	ORIENTACIÓN TEMPORAL (Máx.5)
¿En qué hospital (o lugar) estamos? 0-1 ¿En qué piso (o planta, sala, servicio)? 0-1 ¿En qué pueblo (ciudad)? 0-1 ¿En qué provincia estamos? 0-1 ¿En qué país (o nación, autonomía)? 0-1	ORIENTACIÓN ESPACIAL (Máx.5)
Nombre tres palabras: Peseta-Caballo-Manzana (o Balón-Bandera-Árbol) a razón de 1 por segundo. Luego se pide al paciente que las repita. Esta primera repetición otorga la puntuación. Otorgue 1 punto por cada palabra correcta, pero continúe diciéndolas hasta que el sujeto repita las 3, hasta un máximo de 6 veces. Peseta 0-1 Caballo 0-1 Manzana 0-1 (Balón 0-1 Bandera 0-1 Árbol 0-1)	N° de repeticiones necesarias FIJACIÓN-Recuerdo Inmediato (Máx.3)
Si tiene 30 pesetas y me va dando de tres en tres, ¿Cuántas le van quedando?. Detenga la prueba tras 5 sustracciones. Si el sujeto no puede realizar esta prueba, pídale que deletree la palabra MUNDO al revés. 30 0-1 27 0-1 24 0-1 21 0-1 18 0-1 (0 0-1 D 0-1 N 0-1 U 0-1 M 0-1)	ATENCIÓN- CALCULO (Máx.5)
Preguntar por las tres palabras mencionada: anteriormente. Peseta 0-1 Caballo 0-1 Manzana 0-1 (Balón 0-1 Bandera 0-1 Árbol 0-1)	RECUERDO diferido (Máx.3)
.DENOMINACIÓN. Mostrarle un lápiz o un bolígrafo y preguntar ¿qué es esto?. Hacer lo mismo con un reloj de pulsera. Lápiz 0-1 Reloj 0-1 .REPETICIÓN. Pedirle que repita la frase: "ni sí, ni no, ni pero" (o "En un trigal había 5 perros") 0-1 .ORDENES. Pedirle que siga la orden: "coja un papel con la mano derecha, dóblelo por la mitad, y póngalo en el suelo". Coje con mano d. 0-1 dobla por mitad 0-1 pone en suelo 0-1 .LECTURA. Escriba legiblemente en un papel "Cierre los ojos". Pídale que lo lea y haga lo que dice la frase 0-1 .ESCRITURA. Que escriba una frase (con sujeto y predicado) 0-1 .COPIA. Dibuje 2 pentágonos interseccionados y pída al sujeto que los copie tal cual. Para otorgar un punto deben estar presentes los 10 ángulos y la intersección. 0-1	LENGUAJE (Máx.9)
Puntuaciones de referencia 27 ó más: normal 24 ó menos: sospecha patológica 12-24: deterioro 9-12 : demencia	Puntuación Total (Máx.: 30 puntos)

a.o.g.(1999)

Anexo 2. Matriz de correlaciones tetracóricas.

ÍTEM	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	1																													
2	.38	1																												
3	.56	.34	1																											
4	.35	.33	.39	1																										
5	.53	.50	.56	.65	1																									
6	.54	.50	.52	.38	.57	1																								
7	.45	.33	.58	.58	.71	.38	1																							
8	.65	.51	.59	.57	.65	.59	.64	1																						
9	.56	.40	.54	.59	.65	.48	.46	.63	1																					
10	.60	.40	.48	.65	.54	.49	.67	.56	.49	1																				
11	.31	.39	.25	.42	.50	.45	.50	.70	.47	.39	1																			
12	.31	.39	.25	.42	.50	.45	.50	.70	.47	.39	.95	1																		
13	.21	.28	.13	.33	.39	.34	.42	.61	.35	.27	.87	.87	1																	
14	.64	.32	.33	.34	.29	.28	.33	.47	.35	.33	.33	.33	.22	1																
15	.62	.21	.25	.25	.32	.28	.23	.34	.23	.27	.22	.22	.11	.91	1															
16	.51	.34	.31	.30	.37	.18	.40	.23	.02	.28	.07	.07	-.07	.74	.82	1														
17	.49	.42	.37	.29	.42	.23	.37	.18	.16	.21	.02	.02	-.10	.71	.76	.92	1													
18	.44	.39	.44	.25	.27	.21	.35	.16	.10	.24	-.01	-.01	-.13	.74	.73	.89	.95	1												
19	.48	.06	.17	.29	.35	.18	.43	.22	.44	.35	.09	.09	-.05	.44	.42	.39	.41	.38	1											
20	.48	.14	.27	.14	.36	.16	.30	.11	.53	.32	-.06	-.06	-.16	.30	.26	.22	.26	.19	.66	1										
21	.37	.17	.25	.43	.31	.09	.27	.11	.33	.36	-.25	-.25	-.17	.18	.11	.25	.27	.21	.37	.68	1									
22	.23	.29	.12	.33	.45	.32	.42	.52	.42	.32	.63	.63	.55	.47	.39	.22	.13	.09	.43	.30	.05	1								
23	.33	.40	.27	.41	.52	.44	.47	.66	.48	.40	.76	.76	.67	.31	.21	.09	.03	-.02	.09	.18	-.02	.68	1							
24	.44	.06	.20	.22	.28	.26	.47	.27	.16	.32	.13	.13	.27	.46	.46	.42	.38	.38	.31	.08	.12	.26	.13	1						
25	.31	-.11	.23	-.07	.10	.10	.15	.21	.06	-.08	.33	.33	.21	.29	.16	.13	.11	.13	.32	.20	-.10	.27	.33	.12	1					
26	.21	.36	.35	.38	.29	.22	.31	.44	.42	.33	.56	.56	.45	.27	.20	.14	.18	.18	.14	-.03	-.23	.42	.53	.00	.11	1				
27	.33	.41	.19	.45	.25	.28	.27	.39	.37	.44	.49	.49	.40	.20	.21	.22	.17	.15	.23	.06	.05	.40	.50	.16	.01	.74	1			
28	.18	.45	.03	.01	.16	.19	.21	.28	.12	-.01	.40	.40	.53	.26	.27	.30	.32	.30	.09	.01	.08	.33	.38	.20	-.02	.19	.45	1		
29	.42	.05	.25	.44	.37	.00	.61	.48	.34	.31	.39	.39	.30	.40	.34	.40	.38	.34	.34	.09	.14	.06	.18	.22	.14	.06	.09	.27	1	
30	.43	.38	.38	.39	.25	.41	.41	.52	.32	.37	.40	.40	.52	.43	.28	.23	.27	.31	.14	.09	.22	.11	.20	.24	.02	.41	.29	.32	.29	1