VNiVERSiDAD D SALAMANCA

DEPARTAMENTO DE PSICOLOGÍA EVOLUTIVA
Y DE LA EDUCACIÓN

UNIVERSIDAD
DE
SALAMANCA

Aritmética cognitiva: Un análisis de
los procesos de cálculo en el contexto
de los problemas aritméticos

LAURA RODRÍGUEZ GARCÍA

Trabajo dirigido por:

Prof. Dr. D. José Orrantia Rodríguez

- Salamanca, 2012-

Vº Bº José Orrantia Rodríguez

Laura Rodríguez García

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría expresar mi más profundo y sincero agradecimiento a todas aquellas personas sin las cuales la presente Tesis Doctoral no hubiera podido realizarse. Esta Tesis es fruto de la colaboración de un grupo de investigación, a los que quiero agradecer todo cuanto han hecho por mí para que este trabajo saliese adelante.

En primer lugar, agradecer a Josetxu Orrantia, director de este proyecto y quien me abrió la puerta al mundo de la investigación, por la orientación, el seguimiento, la supervisión y las correcciones a lo largo de todo el trabajo realizado, así como por su dedicación incondicional sin importarle el día y la hora; pero sobre todo, por la motivación y el apoyo recibido durante todos estos años, a pesar de las dificultades y falta de tiempo provocados por mi situación laboral. Asimismo, me gustaría hacer énfasis en agradecerle la confianza depositada en mí desde el principio de este largo camino.

Especial reconocimiento merece Santiago Vicente, por ofrecerme su amistad, por su continúa colaboración y paciencia, permaneciendo a mi lado en todo momento, ayudándome y aconsejándome con su experiencia. Del mismo modo, agradecer a David Muñoz, por su amistad, su apoyo y su buena disposición en todo momento, así como su ayuda en varias fases del desarrollo de esta Tesis Doctoral. Gracias a los dos por hacerme este camino más fácil y agradable.

Agradecer también al resto de componentes del Grupo de Investigación: Javier Rosales, Ricardo García, Isabel Cañedo, Emilio Sánchez, Chamoso, Irene, Sara y a todos aquellos que me han hecho sentir desde el principio como un miembro más, compartiendo no sólo los períodos de trabajo, sino otros muchos momentos en la cafetería, viajes y demás reuniones ociosas, que hacen que recuerde todo este camino con un gran cariño.

Un agradecimiento especial merecen la paciencia y el ánimo recibidos de Julio, de mi familia y de mis amigos, por su cariño y comprensión, entendiendo siempre mis malos momentos y dándome ánimos para continuar.

A todos ellos, muchas gracias.

ÍNDICE

ÍNDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS.....

INTRODUCCIÓN..... 1

Primera parte: Marco teórico

CAPITULO 1. Mecanismos implicados en el cálculo..... 7

1.1. Arquitectura componencial del procesamiento numérico y cálculo. 8

1.1.1. Modelo Modular abstracto. (McCloskey Caramazza y Basili, 1985; McCloskey, 1992). 8

1.1.2. Modelo de triple código para el procesamiento de los números y el cálculo de Dehaene (1992; Dehaene y Cohen, 1995) 11

1.1.3. Hipótesis de la codificación compleja. 14

1.2. Mecanismos implicados en el cálculo. El efecto tamaño..... 17

1.2.1. Antecedente: “Los procesos de conteo” 18

1.2.2. Los Modelos Tabulares 20

1.2.3. Modelos asociativos. 24

1.3. Automaticidad en la recuperación de hechos..... 32

CAPITULO 2. El papel de las estrategias en las tareas de cálculo 37

2.1. Reconsiderando el efecto tamaño: El papel de las estrategias..... 37

2.2. El uso de estrategias. Variación a lo largo de las operaciones 43

2.3. Estrategias en la resolución de operaciones de resta. La referencia inversa. 47

CAPITULO 3. El formato numérico 55

3.1 El efecto del formato en la aritmética cognitiva.....	56
Resumen y planteamiento de nuestra investigación	69

Segunda parte: *Estudios Empíricos*

ESTUDIO 1: Automatización de la recuperación de hechos en el contexto de problemas aritméticos.....

Metodología.....	81
Resultados.....	85
Discusión.....	88

ESTUDIO 2: Uso de la referencia inversa en problemas aritméticos.....

Experimento 1	100
Metodología	100
Resultados.....	103
Discusión.....	107
Experimento 2	109
Metodología	109
Resultados.....	110
Discusión	113
Discusión General.....	115

ESTUDIO 3: Influencia del formato numérico en la resolución de problemas aritméticos

Experimento 1	125
Metodología	125
Resultados.....	128

Discusión	130
Experimento 2.....	132
Metodología	132
Resultados.....	133
Discusión	135
Discusión general.....	137
CONCLUSIONES FINALES	143
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	155

Universidad de Salamanca

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: <i>Figura 1: Modelo Modular Abstracto, McCloskey et al.(1985; McCloskey, 1992) Mecanismos cognitivos implicados en el uso de los números.</i>	9
Figura 2: <i>Diagrama simplificado del Modelo de Triple código, Dehaene y Cohen, 1992, 1995).</i>	12
Figura 3: <i>Representación para los hechos aditivos postulada por Modelos de Búsqueda en la Tabla. Ashcraft y Bataglia(1987).</i>	21
Figura 4. <i>Porción representativa de la recuperación de hechos aritméticos propuesta por Ashcraft (1987) en Modelo de Red de recuperación.</i>	25
Figura 5. <i>Ejemplo de representación de hechos aritméticos, ilustrando la asociación de problemas con las respuestas correctas e incorrectas, propuesto por Siegler y Shrager (1984; Siegler, 1988) en el Modelo de distribución de la asociación.</i>	27
Figura 6. <i>Algunos de los nodos y conexiones postuladas por Campbell y Graham (1985) en el Modelo de red de interferencia.</i>	29

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Conjunto de “Primes” y de “Targets” congruentes e incongruentes...	82
Tabla 2. Tiempos de reacción para la relación “prime-target” en función del SOA y del efecto de tamaño.....	87
Tabla 3: Tiempo de respuesta (en ms), porcentaje de errores de de errores en las operaciones en el Experimento 1 en función del tipo de problema.....	104
Tabla 4: Tiempo de respuesta (en ms), porcentaje de errores y errores en las operaciones en el Experimento 2 en función del tipo de problema.....	111
.Tabla 5. Tiempos de respuesta (ms) y errores (%) por formato y tipo de problema exp. 1.....	129
Tabla 6. Tiempos de respuesta (ms) y errores (%) por posición del formato y tipos de problema exp. 2.....	134

INTRODUCCIÓN

Introducción

Antes de comenzar con el desarrollo de este trabajo, creemos conveniente señalar cuál es la finalidad y objetivos principales que pretendemos alcanzar con su elaboración, es decir, qué buscamos, y qué necesitamos para conseguirlo. Explicaremos también algunas consideraciones previas sobre la precisión terminológica utilizada en estas páginas así como la estructura que se va a utilizar para su exposición, de forma que nos sirva como guía a lo largo de la lectura.

El presente trabajo se centra en “la aritmética cognitiva” también denominada “cognición matemática” o “cognición numérica”, que ha tratado de responder a preguntas tales como: ¿Cómo son representados los números en nuestra mente y cómo se producen en ésta los cálculos matemáticos? ¿Qué subyace al desarrollo cognitivo y a las habilidades en matemáticas? ¿Qué factores afectan al aprendizaje de los conceptos numéricos y de los procedimientos? ¿Cuál son las bases biológicas del procesamiento numérico? y otras cuestiones similares. Para dar respuesta a estas preguntas, durante los últimos años la aritmética cognitiva se ha centrado en el análisis de los procesos implicados en el cálculo básico, entendiendo por cálculo básico la resolución de operaciones sencillas, (por ejemplo: “ $3 + 5 = 7$ ”), recibiendo un extenso análisis experimental. De este modo, el objetivo fundamental de este tipo de investigación ha sido entender las representaciones, procesos de recuperación y estrategias que subyacen a las habilidades matemáticas elementales.

La aritmética cognitiva ha sido un fructífero campo de investigación con una sustancial base empírica y variadas perspectivas teóricas. Sin embargo,

la mayor parte de las investigaciones llevadas a cabo en este campo se han reducido a tareas con operaciones de un dígito. Cuando se trata de analizar los procesos de cálculo en otras tareas donde el cálculo es un componente, la investigación desarrollada es escasa.

Por ello, la finalidad de este trabajo es, precisamente, analizar los procesos de cálculo en el contexto de tareas aritméticas más complejas en las que el cálculo es un componente más, como es el caso de la resolución de problemas aritméticos. (Por ejemplo: *Pedro tiene 3 canicas, Juan le da 3 más. ¿Cuántas canicas tiene Pedro ahora?*)

Concretamente, nuestro trabajo se centra en analizar, en el contexto de estos problemas aritméticos, tres de los aspectos de la aritmética cognitiva más relevantes actualmente: Por un lado, la automaticidad de los procesos de cálculo; diversos estudios han demostrado que la recuperación de hechos desde la memoria es automática, con la ventaja que esto supone para la resolución de tareas más complejas. Específicamente, aquí nos basaremos en los estudios que han demostrado que los adultos resuelven problemas de aritmética simple mediante recuperación automática de hechos desde la memoria. Por otro lado, nos centraremos en el análisis de las estrategias que se ponen en marcha en tareas de cálculo, ya que a pesar de que, como hemos dicho, se asume que la recuperación de hechos desde la memoria es automática, hay un consenso generalizado en considerar que los adultos utilizan otras estrategias, además de la recuperación de hechos, para resolver operaciones simples, especialmente con números mayores y en operaciones distintas a la suma. Y la tercera cuestión en la que nos centraremos es otro de los puntos claves de las investigaciones en aritmética cognitiva: la influencia del formato numérico en la ejecución del cálculo, entendiendo por formato numérico la forma en el que se son presentados los números, arábigo o

palabra numérica, cuestión que puede aportar información relevante a este campo de la aritmética cognitiva.

Creemos que el análisis cognitivo de los procesos implicados en el cálculo elemental tiene un indudable valor, tanto porque esta es una tarea a la que los individuos se enfrentan constantemente en el mundo que nos rodea, como porque puede iluminar algunas de las cuestiones básicas y aplicadas de la cognición humana. Sin embargo, no es menos cierto que a pesar del desarrollo que ha tenido la investigación en este campo, su estudio en el contexto de otras tareas donde el cálculo interviene es mucho más limitado. En este sentido, el análisis del cálculo en una tarea como la resolución de problemas aritméticos es pertinente desde el momento en que el cálculo cobra sentido cuando aparece en un problema, puesto que en la vida cotidiana normalmente el cálculo va asociado al contexto de una situación problemática. Además, en la resolución de problemas están implicados, junto al cálculo, otros componentes, por lo que es importante analizar los procesos de cálculo cuando estos interactúan con otros procesos que demandan recursos cognitivos, algo que hasta la fecha no se ha considerado. Por ello, creemos que nuestra propuesta aportaría información relevante a algunas de las cuestiones que actualmente se debaten en este campo de la aritmética cognitiva.

De esta forma, el objetivo fundamental de nuestro trabajo es analizar, desde la cronometría mental, los factores que afectan al cálculo cuando éste aparece en el contexto de un problema aritmético, centrándonos en los tres aspectos mencionados anteriormente.

Antes de comenzar con la estructura del trabajo creemos necesario hacer una precisión terminológica. Durante todo el trabajo hablaremos repetidamente de la resolución de problemas; en la literatura existente sobre

aritmetica cognitiva se utiliza el término de “problema aritmético” para referirse a las operaciones de cálculo simple (por ejemplo $3 + 4 = 5$). Debido a que nuestro trabajo se centra en analizar los procesos de cálculo dentro de la tarea de resolución de problemas de texto aritméticos, para evitar confusiones durante la exposición del trabajo utilizaremos el término de “operaciones de cálculo” para referirnos a las operaciones de cálculo simple (por ejemplo $3 + 4 = 5$), y el término de “problemas aritméticos” para referirnos a esas operaciones de cálculo inmersas en el contexto de un problema (Por ejemplo: *Pedro tiene 3 canicas, Juan le da 4 más. ¿Cuántas canicas tiene Pedro ahora?*).

En cuanto a su estructura, este trabajo está dividido en dos partes principales. La primera de ellas estará dedicada a la exposición del marco teórico necesario para la realización de cada estudio experimental; y la segunda parte constará de la explicación de cada uno de los estudios empíricos realizados para responder a las cuestiones planteadas. Dentro de la primera parte, correspondiente al marco teórico, encontraremos tres capítulos cuyo contenido está organizado del siguiente modo:

CAPITULO 1. Mecanismos implicados en el cálculo.

En este primer capítulo daremos cuenta de los principales modelos y perspectivas que han dado cuenta de los mecanismos implicados en el cálculo. Comenzaremos analizando brevemente los principales modelos que describen la arquitectura componencial del procesamiento numérico y el cálculo. Seguiremos con un análisis de los modelos de cálculo propiamente dichos, centrándonos en aquellos que han investigado el cálculo desde la recuperación de hechos numéricos desde la memoria, cuyo foco de análisis ha sido cómo se representan tales hechos en la memoria, con el fin de dar cuenta de uno de los fenómenos más repetidos en las investigaciones: el efecto tamaño de los

números. Cerraremos el capítulo con una revisión de los trabajos más representativos que analizan el problema de la automatización de los procesos de cálculo, el primer aspecto que vamos a estudiar en la parte empírica del presente trabajo.

CAPITULO 2. El papel de las estrategias en las tareas de cálculo.

Otras de las líneas principales de estudio en la aritmética cognitiva es el análisis de las estrategias que se ponen en marcha en las tareas de cálculo. A pesar de que se asume, como se verá en el Capítulo 1, que la recuperación de hechos desde la memoria es automática, hay un consenso generalizado en considerar que los adultos utilizan otras estrategias además de la recuperación de hechos para resolver operaciones de cálculo simples, especialmente con números mayores y en operaciones distintas a la suma. En este capítulo realizaremos un análisis de este problema revisando los estudios realizados con la operación de suma, para posteriormente centrarnos en la resta y en los estudios que han analizado el uso de la inversa para resolver operaciones de resta (e.g., para “ $13 - 6 = _$ ”, “Yo sé que “13” es igual a “ $6 + 7$ ”), ya que este ha sido el foco de atención de nuestro segundo estudio empírico.

CAPITULO 3. Influencia del formato numérico en los procesos de cálculo.

En este tercer y último capítulo de la parte teórica analizaremos cómo influye el formato numérico en el que se presentan los números (arábigo vs. palabra numérica) en los procesos de cálculo. Expondremos los principales trabajos que demuestran que la eficacia del cálculo se reduce en operaciones presentadas en formato palabra numérica (e.g., “tres + cinco = $_$ ”) frente a las operaciones presentadas en formato arábigo (e.g., “ $3 + 5 = _$ ”). Y revisaremos el debate surgido a partir de este fenómeno sobre la arquitectura funcional de

los procesos de cálculo revisados en el Capítulo 1, especialmente sobre cómo se relacionan los distintos componentes del cálculo, incluido el procesamiento numérico. Nuestro tercer estudio empírico surge a partir de dicho debate.

En resumen, estas son tres de las cuestiones más relevantes sobre las que está centrada actualmente la investigación en el campo de la aritmética cognitiva. Nuestros tres estudios empíricos se centran en cada una de estas cuestiones. La novedad de nuestro trabajo radica en considerarlas en el contexto de la resolución de problemas aritméticos con la intención de aportar información relevante y novedosa a este campo. Antes de terminar esta introducción, señalar que dos de los estudios empíricos han sido ya publicados en dos artículos en la revista *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, con los títulos (1) *Automatic activation of addition facts in arithmetic word problems*, y (2) *Inverse reference in subtraction performance: An analysis from arithmetic word problems*

PRIMERA

PARTE

MARCO TEÓRICO

CAPITULO 1. MECANISMOS IMPLICADOS EN EL CÁLCULO

CAPITULO 1. Mecanismos implicados en el cálculo

El primer aspecto que vamos a abordar dentro del campo de la aritmética cognitiva es el problema de la automatización de los procesos de cálculo. Desde los modelos desarrollados en el campo de la aritmética cognitiva se asume que la recuperación de hechos desde la memoria es automática, con la ventaja que esto supone para la resolución de tareas más complejas. Para analizar esta cuestión, en primer lugar realizaremos una descripción de los principales modelos que analizan la arquitectura componencial del procesamiento numérico y el cálculo. Aunque en este trabajo estamos interesados solamente en los mecanismos de cálculo, estos modelos aportan información relevante para entender cómo se relaciona el procesamiento numérico con los mecanismos de cálculo, aspecto que abordaremos en el tercer capítulo. Nos centraremos en tres posiciones teóricas principales: el Modelo de Código Abstracto (*Abstract Code Model*) de McCloskey (1992), y el Modelo del Triple Código (*Triple Code model*) de Dehaene (1992; Dehaene y Cohen, 1995), ambos con una visión más modular, y la Visión de la Codificación Compleja (*Encoding-complex hypothesis*) de Campbell y Clark (1988), en la que se empieza a defender que esos sistemas modulares a menudo se comunican interactivamente además de aditivamente. En segundo lugar, y ya situados en los mecanismos de cálculo, analizaremos las principales perspectivas sobre cómo se representan los hechos numéricos en la memoria, con el fin de dar cuenta del fenómeno del efecto tamaño de los números. Y en tercer lugar abordaremos el problema de la automatización propiamente dicho.

1.1. Arquitectura componencial del procesamiento numérico y cálculo.

Antes de comenzar con el desarrollo de los principales modelos, queremos señalar que la arquitectura de la representación mental que intenta explicar el procesamiento numérico y cálculo simple en los adultos ha sido un tema bastante polémico. Existen pocos desacuerdos en el nivel de las observaciones básicas, ya que ha sido posible replicar los principales hallazgos empíricos en el campo del procesamiento numérico. Sin embargo, los modelos que han dado cuenta de estos datos están en desacuerdo por lo menos en dos aspectos fundamentales: la naturaleza de la representación de los números y la manera en la que los distintos componentes implicados se relacionan entre sí, bien de manera aditiva (modular) o interactiva.

1.1.1. Modelo Modular abstracto. (McCloskey Caramazza y Basili, 1985; McCloskey, 1992).

McCloskey et al. (1985; McCloskey, 1992) proponen el primer modelo de procesamiento de los números y del cálculo basado en las disociaciones observadas en pacientes que presentaban acalculia. Estos autores proponen componentes separados para la comprensión y producción de números arábigos y palabras. Además, uno de los postulados fundamentales de este modelo es que la comunicación entre los distintos módulos de entrada y de salida está mediada por representaciones internas abstractas.

Estos autores consideran entre los mecanismos cognitivos implicados en el uso de los números dos sistemas diferenciados (**Figura 1**):

Figura 1: *Modelo Modular Abstracto*, McCloskey et al.(1985; McCloskey, 1992) *Mecanismos cognitivos implicados en el uso de los números.*

Por un lado, el *sistema de procesamiento numérico*, el cual incluye los mecanismos para comprender y producir números. Además, dentro de cada subsistema del procesamiento numérico (comprensión y producción) también hacen una distinción entre los componentes para procesar números arábigos (números en forma de dígitos, como “37”) y los componentes para procesar palabras numéricas (números en forma de palabras, como “treinta y siete”). Los componentes para comprender los números arábigos y verbales (palabra numérica) convierten los “inputs” numéricos en una representación interna para usar en subsecuentes procesamiento cognitivos, como por ejemplo para ejecutar cálculos. Los procesos de producción trasladan la representación interna de los números a un “output” árabe o verbal.

Por otro lado, el *sistema de procesamiento de cálculo*, el cual se compone de los conocimientos de hechos numéricos y de los procedimientos necesarios

para realizar cálculos. En particular este sistema postula mecanismos para comprender el signo de la operación (e.g., “+”), para la recuperación de hechos aritméticos (e.g., “ $3 + 6 = 9$ ”) y para ejecutar procedimientos de cálculo (e.g., para la multiplicación multidígitos, empezar por la columna de la derecha, trasladar los dígitos de esta columna a representaciones internas, utilizar estas representaciones para recuperar el producto de los dígitos,..).

Por lo tanto, según este modelo el procesamiento numérico se compone de tres tipos de sistemas cognitivos: la comprensión, el cálculo y el sistema de producción de respuestas. Un aspecto central en este modelo es la afirmación de que estos subsistemas se comunican a través del uso de un código semántico de cantidad, único y abstracto. La función del sistema de comprensión es codificar los diferentes input numéricos (palabras numéricas o dígitos arábigos) en un código abstracto, que se convierte en la entrada sobre la cual los sistemas de cálculo y de producción comienzan a operar. El sistema de cálculo incluye la memoria para los hechos aritméticos básicos y las reglas, así como la realización de procedimientos aritméticos más complejos (suma multidígitos o multiplicación). Los hechos aritméticos, al igual que la salida de los números del sistema de cálculo, están en un código abstracto. El subsistema de producción da la vuelta al procedimiento realizado por el sistema de comprensión convirtiendo la salida abstracta desde los sistemas de comprensión y cálculo en dígitos arábigos, escritos o hablados, según sea requerido.

De esta forma, la asunción de un código único y abstracto como base del cálculo numérico tiene implicaciones sobre la independencia de los procesos incluidos. Así, debido a que los números son representados en un código abstracto antes de que se produzcan los procesos de cálculo, el formato en el que los números entran al sistema no tendría implicaciones en el

cálculo. Consecuentemente, de acuerdo con este modelo, los procesos de cálculo no deberían mostrar diferencias debido al formato original en el que se presenten los números. Este modelo implicaría, por lo tanto, que la decodificación numérica y los procesos de cálculo son independientes y estrictamente aditivos.

El modelo de McCloskey puede ser considerado como un repertorio mínimo de mecanismos cognitivos para el procesamiento de los numerales arábigos y verbales y de operaciones aritméticas básicas, de acuerdo con la idea de los autores, según la cual “cuando se están desarrollando teorías cognitivas, es ventajoso comenzar con un modelo simple y fuertemente restringido” (McCloskey, 1992, p. 118); y la modularidad de este modelo permite que una tarea sea descompuesta en todos los componentes implicados en su ejecución.

Este modelo de McCloskey y otros (1985) ha sido objeto de controversia en relación con dos puntos principales: la modularidad de su arquitectura y la naturaleza abstracta de la representación mental de los números. Esta controversia dará lugar a otros modelos alternativos, entre los que cabe destacar el modelo de triple código de Dehaene y Cohen (1992), que vamos a describir en el siguiente punto.

1.1.2. Modelo de triple código para el procesamiento de los números y el cálculo de Dehaene (1992; Dehaene y Cohen, 1995)

Una arquitectura alternativa para el procesamiento numérico fue la propuesta por Dehaene (1992; Dehaene y Cohen, 1995). Este modelo postula que hay tres códigos sobre los que se basa el procesamiento numérico **(Figura 2)**: Una representación análoga de la magnitud, una forma numérica

visual-arábica, y un sistema de codificación auditivo-verbal. En contraste con el modelo anterior, este modelo asume que los tres códigos pueden directamente activar otro sin la intervención de un código amodal abstracto. Sin embargo, como en el modelo anterior, se supone que cada componente contribuye a diferentes tareas de procesamiento numérico. Por un lado, la representación análoga a la magnitud se encarga de realizar el cálculo aproximado y la estimación así como las comparaciones de tamaño del número y posiblemente tenga un rol en la “subitización” (o estimación inmediata). Por otro lado, la entrada y salida de los dígitos y las operaciones multidígitos son mediadas por la forma arábica. Por último, el código auditivo verbal media con la entrada y salida escrita y hablada y proporciona las bases representacionales para la adicción simple y multiplicación de hechos.

Figura 2: Diagrama simplificado del Modelo de Triple código, Dehaene y Cohen, 1992, 1995)

Más específicamente, el modelo de triple código está basado en dos premisas principales. De acuerdo con la primera, disponemos de tres códigos mentales para la representación de los números:

1. Un código verbal (fonológico y grafémico), o *sistema de codificación auditivo-verbal* en el que los números estarían representados como secuencias de palabras sintácticamente organizadas.
2. Un código visual arábigo, o *Forma Visual de los Numerales Árabigos*, que permite manipular éstos espacialmente. En este nivel, la representación de un número es una lista ordenada de los dígitos que lo integran.
3. Un código o representación Analógica de Magnitud, en el que las magnitudes o cantidades asociadas con un numeral están analógicamente representadas como distribuciones locales de activación (inherentemente variables) a lo largo de una línea numérica orientada (de izquierda a derecha).

La información numérica que entra en el sistema será inicialmente representada para su tratamiento posterior en aquel de los tres códigos mentales que corresponde a su naturaleza; la información numérica que sale del sistema será convertida, desde uno de esos tres códigos, en el formato requerido en cada caso.

La segunda premisa del modelo es que cada procedimiento numérico o tarea a realizar va necesariamente ligada a un código de entrada y de salida específico. Es decir, ni se trata de un código único abstracto, como el propuesto por McCloskey y otros (1985, 1992), ni se trata de que cada individuo prefiera el uso de un código u otro, como veremos que proponen Campbell y Clark (1988, 1992) o Noël y Seron (1992). De lo que se trata es de que cada manipulación mental de un número requiere uno u otro código, lo que implica que la solución de una tarea puede requerir más de una transcodificación.

De esta forma, este modelo asume representaciones en la memoria basadas en el lenguaje para los hechos numéricos, en contra de los procesos

independientes del lenguaje asumidos por el modelo del código abstracto. Podemos encontrar variadas evidencias que apoyan la suposición de que la memorización de hechos numéricos incluye códigos lingüísticos. (Campbell, 1994, 1997; 1998, Cohen, Dehaene, Chochon, Lehericy & Naccache, 2000; Dehaene, Spelke, Pinal, Stanescu & Tsivkin, 1999; Spelke & Tsivkin, 2001, “pero ver” Brysbaert, Fias & Noel, 1998; Noel & Fias, 1999; Whalen, McCloskey, Lindemann & Bouton, 2002).

De todas formas, a pesar de la ausencia de un código central abstracto, El modelo de triple código de Dehaene y Cohen predice procesos de recuperación y codificación aditivos y no interactivos. En este modelo, una vez que el input es transformado en el código apropiado, el procesamiento ocurre de la misma manera sin tener en cuenta el formato del input. De este modo, cualquier tipo de diferencias en el rendimiento para una operación numérica dada (juicio de magnitud, lectura numérica, recuerdo de hechos aritméticos) deberían ser atribuidas a diferencias en la eficiencia de la codificación desde el código del estímulo al tipo de codificación requerida para realizar esa operación (Dehaene, 2006, Dehaene & Akhavein, 1995; Dehaene, Bossini, & Giraus, 1993). Así, del mismo modo que en el modelo de código abstracto, en este modelo la codificación y los procesos de cálculo son estrictamente aditivos.

1.1.3. Hipótesis de la codificación compleja.

El último modelo del procesamiento numérico que vamos a tratar en este punto es el realizado por Campbell y Clark (1988, 1992, Campbell 1992, 1994, Clark & Campbell, 1991). Estos autores señalaron que el fenómeno de procesamiento numérico no está compuesto de arquitecturas aditivas simples.

La visión de una “codificación compleja” es sugerida por la experiencia experimental de que la resolución de la interferencia entre respuestas numéricas competitivas y operaciones es fundamental para la cognición numérica experta. Así, los números están fuertemente asociados con una variedad de funciones numéricas (leer números o codificarlos, comparación de números, estimación o hechos aritméticos), y consecuentemente, los números activan automáticamente un marco muy rico de asociaciones que, en el contexto de una tarea dada, incluye tanto información relevante como irrelevante. Un rendimiento exitoso requiere, por tanto, vencer o superar estas interferencias de información irrelevante. Por ejemplo, cuando adultos expertos realizan operaciones de adición y multiplicación simple bajo instrucciones de que lo hagan lo más rápido posible, los errores que producen revelan abundancia de influencias. Los errores normalmente incluyen vecinos numéricos asociados o semánticos en la misma operación o en operaciones relacionadas. (“3 X 6 = 21”; “3 X 6 = 9”), también incluyen intrusiones de uno de los operandos del problema (“2 + 9 = 9”), o efectos de “priming”¹. Además, estos factores que incrementan los errores también tienden a incrementar el tiempo para dar una respuesta correcta, lo cual implica que la resolución de interferencias es un factor predominante en la resolución. Más allá, la influencia de estos factores puede variar mucho dependiendo del formato en el que se presentan los números (por ejemplo, dígitos arábigos versus palabras numéricas, (Campbell, 1994; Campbell & Clark, 1992; Campbell, Kanz & Xue, 1999)).

En esta visión de la codificación compleja, la importancia de este fenómeno es que los autores potencialmente demuestran que los sistemas modulares que están por debajo del procesamiento numérico, a menudo se

¹ Debido a la familiaridad de este concepto, a lo largo del texto utilizaremos esta palabra en inglés

comunican interactivamente además de aditivamente. Como en el modelo del triple código, la visión de la codificación compleja asume que el procesamiento numérico incluye la activación de tareas específicas de información en uno o más códigos representacionales (visual, viso-espacial, verbal, motórico...). El modelo de codificación compleja asume adicionalmente, sin embargo, que la comunicación entre sistemas representacionales a menudo incluye la interactividad de los procesos aditivos. Los procesos interactivos son producto de la práctica en tareas específicas, las cuales crean conexiones activadoras e inhibidoras dentro de, y entre los sistemas, para optimizar la resistencia a la interferencia (por ejemplo, maximizan la activación de información relevante y minimizan la activación de información irrelevante). El desarrollo de tales procedimientos integrados de decodificación y recuperación es un mecanismo básico para la adquisición del procesamiento numérico experto. Por consiguiente, el concepto de procesamiento experto (*“skilled processing”*) está en el centro de la hipótesis de la codificación compleja.

De esta forma, el modelo de Campbell es una teoría que capitaliza los procesos específicos de modalidad. Los diferentes tipos de representaciones numéricas (fonológica, visual, semántica, léxica, articulatoria y análoga) se asume que están directamente interconectadas y que forman una compleja codificación asociativa que es activada durante el procesamiento numérico.

En resumen, de acuerdo con el enfoque de codificación compleja (Campbell y Clark, 1988; Clark y Campbell, 1991), las habilidades numéricas se basan en una variedad de representaciones específicas (por ejemplo, viso-espaciales y los códigos verbales y auditivos), y el número de diversas tareas de procesamiento (por ejemplo, comparaciones numéricas, cálculo, números de

lectura, etc.) generalmente implican un procesamiento común, en lugar de mecanismos independientes, en contraste con los dos modelos anteriores.

1.2. Mecanismos implicados en el cálculo. El efecto tamaño

Las investigaciones en cada área de la psicología están guiadas por un hito, un punto de referencia de los descubrimientos que inspiran el trabajo teórico y empírico. Hay resultados que encuentran la mayoría de los investigadores y éstos empiezan a ser el punto de referencia. En la aritmética cognitiva el candidato más fuerte a ser este hito es el “problema del efecto tamaño”, cuya definición podría consistir en que las personas tardan más tiempo y cometen más errores cuando resuelven operaciones de cálculo con dígitos grandes y respuestas grandes que cuando resuelven operaciones con dígitos y respuestas pequeñas.

Podemos encontrar que este efecto ocurre en todas y cada una de las operaciones: suma, resta, multiplicación y división, además, ocurre tanto en tareas de producción (en las cuales el sujeto tiene que dar la respuesta) como de verificación (en las que el sujeto debe decidir si la respuesta que se muestra es verdadera o falsa), y también ocurre tanto con niños, como con adultos o ancianos, en diferentes culturas y en diferentes lenguas.

Se conocen diferentes explicaciones de este efecto y diferentes causas para que este se dé: Las primeras argumentaciones lo explicaban en términos de los procesos de conteo que los sujetos tenían que realizar para generar las sumas o productos, otras explicaciones posteriores se centraron en la recuperación desde la memoria, y las explicaciones más recientes se centran en las estrategias que adoptan los sujetos cuando resuelven problemas aritméticos, interpretando que el problema del efecto es el resultado de una

mezcla de diferentes estrategias, de forma que diferentes sujetos muestran distintos efectos de tamaño porque emplean una mezcla diferente de estrategias.

Vamos a pasar a realizar un breve recorrido por estas distintas argumentaciones, parándonos a desarrollar los diferentes modelos que se sitúan bajo cada concepción de las posibles explicaciones a este efecto tamaño.

1.2.1. Antecedente: “Los procesos de conteo”

Groen y Parkman (1972) propusieron, desde estudios basados en la cronometría mental, la primera teoría cognitiva sobre la aritmética de los niños, postulando diferentes modelos de conteo para la adicción. Todos estos modelos asumían que los niños utilizaban el conteo para sumar. Así, los tiempos de reacción dependían del número de pasos que uno tenía que llevar a cabo para contar, de forma que los problemas con dígitos grandes requerían más pasos que los pequeños. En este sentido, este planteamiento ya predecía el efecto tamaño. El modelo más básico (modelo *sum*) era aquel en el cual la cuenta se iniciaba en cero y se incrementaba una unidad cada vez, y el más eficiente (modelo *min*) era aquel en el cual los niños escogían el número más grande de los dos y lo usaban para empezar la cuenta. Estos autores interpretaron que los niños escogen en cada momento la estrategia más eficiente.

En este punto aparecieron dos descubrimientos de estos mismos autores que complicaron el panorama. El primero, que no encontraron el problema del efecto tamaño en lo que ellos denominaban “dobles” (“ $2 + 2$ ”), es decir, aquellos pares de operandos en los que los dos números son

idénticos. Así, el tiempo de reacción para estos dobles es mucho más rápido que para los que no lo son y esto no estaba afectado por la magnitud del número. Estos autores sugirieron que estos problemas se debían resolver por recuperación directa desde la memoria, porque son muy fáciles de memorizar. El segundo problema que encontraron es que los adultos eran más rápidos que los niños, y su problema con el efecto tamaño era sustancialmente más pequeño. Para explicar esto alegaron que los adultos utilizaban una mezcla de distintas estrategias de conteo y recuperación para resolver los problemas, consistentemente con sus descubrimientos con los dobles, el tiempo requerido para recordar las soluciones no está afectado por la magnitud de los dígitos, ya que contar es más lento que recuperar.

Posteriormente Parkman (1972) aplicó sus modelos a la multiplicación en adultos. Los resultados de estos experimentos cambiaron la interpretación de los resultados de la adicción referentes a la mezcla de conteo y recuerdo. Aunque es posible resolver problemas de multiplicación por conteo, los adultos raramente lo hacen, y los resultados que obtuvieron fueron muy cercanos a los que habían obtenido con la suma, es decir, mayores tiempos para números grandes que para números pequeños, lo que dio lugar a los primeros estudios centrados en cómo se representan los hechos numéricos en la memoria para dar cuenta del efecto tamaño. Estos estudios se engloban en dos grandes modelos sobre la representación de hechos: los modelos tabulares y los modelos asociativos, cuya diferencia fundamental se encuentra en la metáfora que utilizan para representar los procesos de recuperación. Con los modelos tabulares, el tiempo de respuesta refleja la distancia o el área de la memoria que es atravesada para recuperar la respuesta al problema, ya que las representaciones internas que se forman durante los procesos de aprendizaje reflejan el patrón natural de los números (Widaman y Little, 1992). En los

modelos asociativos, sin embargo, el tiempo refleja la fuerza de asociación entre las sumas incorrectas y los enteros relacionados debido a los errores que se han producido durante la adquisición (Campbell, 1987, Siegler y Shrager, 1984)

1.2.2. Los Modelos Tabulares

A raíz de estos primeros trabajos, Ashcraft y Battaglia (1978) analizaron, mediante tareas de verificación, los tiempos de respuesta a operaciones de suma en adultos y encontraron un efecto tamaño que no se podría explicar por el conteo ni por una mezcla de conteo y recuerdo: el tiempo de reacción incrementaba linealmente con el cuadrado de la suma, por lo que ellos interpretaron sus resultados en términos de un modelo de recuerdo que incluye la búsqueda en una representación tabular de los 100 primeros hechos aritméticos básicos. Ashcraft y Battaglia (1978) proponen así un modelo de recuperación acorde con las predicciones propias de los modelos de redes semánticas de memoria. Se trata del “*Modelo de búsqueda en la tabla*”.

Este modelo trata de explicar la naturaleza de las representaciones de los hechos aritméticos en la memoria semántica, la naturaleza de los procesos de acceso a ellas y la de los procesos de decisión acerca de si el resultado de la operación presentada es o no correcto. Así, este modelo está basado en el postulado de la existencia de una red semántica de información sobre resultados para cada una de las operaciones aritméticas. Dicha red tendría el formato de una tabla o matriz de dos dimensiones en la que cada fila y columna es encabezada por un nodo de entrada que toma los valores de 0 a 9 correspondientes a cada uno de los sumandos en una operación (**Figura 3**).

A cada dígito le correspondería un “nodo de entrada” en la tabla y el resultado de la operación estaría almacenado en la intersección de la columna y la fila adecuadas. Así, cuando se presenta una operación, se activan los nodos de entrada correspondientes a los dos operandos y la activación se propaga por la fila y la columna (vía lazos asociativos entre nodos adyacentes) hasta la intersección de ambas, en la que está almacenada la solución que se activa a su vez. La búsqueda consistiría en encontrar el punto en que ambos operandos confluyen. De esta forma, ante una operación como “4 + 5” se activan los valores de “4” (nodo de la fila) y “5” (nodo de la columna) y la activación se propaga hasta la respuesta correcta dada por la intersección, en este caso “9”. Por tanto, cuando mayor sea el valor de los nodos activados más largo será el proceso de búsqueda.

Figura 3: Representación para los hechos aditivos postulada por Modelos de Búsqueda en la Tabla. Ashcraft y Battaglia (1987)

El efecto del tamaño es tomado así para reflejar la distancia que debe ser atravesada en el proceso de búsqueda a través de la tabla, de forma que, a

medida que el tamaño de los operandos del problema aumenta, aumenta también el número de uniones que se tienen que realizar atravesando la tabla para recuperar la respuesta.

Desde el punto de vista conceptual, se plantearon varios submodelos de acceso a la representación de hechos aritméticos derivados de este modelo tabular estándar, que corresponden a maneras específicas de acceder a la información almacenada, y de explicar el efecto tamaño encontrado. Estos diferentes submodelos se diferencian en la manera en que explican la variable estructural para predecir los tiempos de respuesta obtenidos por los sujetos al resolver las operaciones. Más específicamente, la metodología empleada para predecir los tiempos de respuesta a las distintas operaciones se produce mediante una simple ecuación lineal, “ $y = a + bx$ ”. En esta ecuación “ y ” es el tiempo de respuesta; “ a ”, la constante, que en estos modelos representa las diferencias individuales en los procesos básicos no implicados directamente en el cálculo, como la codificación de los números (procesamiento numérico) o la elección de una estrategia para llevar a cabo una operación; en el caso de “ b ”, es la pendiente o la fuerza de la regresión, que en el modelo se interpreta de manera diferente en función de la estrategia utilizada para resolver la operación, si nos centramos en la recuperación directa, representaría la velocidad con la que se recuperan los hechos numéricos desde la memoria; por último, el valor de “ x ” representaría el tamaño de las distintas variables estructurales utilizadas para predecir los tiempos de respuesta, y es en la definición de esta variable dónde varían los diferentes modelos tabulares planteados en la literatura.

Por un lado, el modelo estándar explica los tiempos de respuesta desde el valor de la suma, es decir, la operación de suma se utiliza como variable estructural para predecir los tiempos de respuesta. Pero, Ashcraft y sus

colaboradores también propusieron como variables predictoras la suma al cuadrado o la suma de cada sumando al cuadrado, dado que, los tiempos de respuesta que se observaron en los estudios con adultos y niños mayores reflejaban una función curvilínea, debido a que estaban más relacionados con el cuadrado de la suma de los operandos que con otras funciones. En estos casos, la distancia o el espacio entre los nodos en la tabla no sería igual, como en el modelo estándar, más bien la distancia aumentaría de manera no lineal a medida que aumenta el tamaño de los sumandos.

Una segunda variable de estos modelos tabulares es el “modelo tabular geométrico” que utiliza como variable estructural el producto de los sumandos (Miller, Perlmutter y Keating, 1984; Widaman et al, 1989, Widaman et al, 1992), dado que es la variable que mejor explicaba los tiempos de respuesta obtenidos. En este caso, el producto refleja una matriz tabular simétrica con dos ejes ortogonales para los nodos, siendo la distancia entre los nodos constante, como en los modelos exponenciales, lo cual hace este modelo menos complicado.

Sin embargo, uno de los principales problemas encontrados en estos modelos es que varios investigadores han señalado que los problemas con dos operandos idénticos, denominados dobles (*ties*), muestran aproximadamente los mismos tiempos de recuperación, al menos en operaciones de adicción, y que de forma global son típicamente más rápidos que el resto de operaciones, lo que no concuerda con las predicciones de los modelos de búsqueda en la tabla. Aún así, históricamente, estos modelos representaron un importante desarrollo de la teoría sobre la recuperación de hechos aritméticos.

1.2.3. Modelos asociativos.

En la década siguiente a la propuesta del modelo de búsqueda de tabla realizado por Ashcraft y Battaglia (1978) la posición teórica de Ashcraft y sus colaboradores se sometió a una evolución significativa. Los modelos siguientes no asumen por más tiempo la búsqueda a través de una representación en forma de tabla. Por el contrario, estos modelos postulan una red de interconexión de memoria. De este modo, Ashcraft y colaboradores (Ashcraft y Stazyk, 1981; Ashcraft y Fierman, 1982; Stazyk, Ashcraft y Hamman, 1982; Koshmider y Ashcraft, 1991) mantienen la idea de que la aritmética está basada en estructuras de conocimiento asociativo, algo similar a las estructuras de base de la memoria semántica.

Destacamos en este punto el modelo desarrollado por Ashcraft (1982, 1987) quien propone un modelo conexionista o *Modelo de Red de Recuperación* (**Figura 4**). Este modelo postula que las representaciones de los hechos aritméticos se rigen por los mismos principios de representación y por los mismos procesos que los modelos de redes semánticas de las palabras, sólo que aquí los nodos corresponden a números.

Mientras que los modelos tabulares asumían que los nodos que representaban los operandos de los problemas están conectados solo indirectamente con la mayoría de los nodos de respuesta, este modelo asume que cada nodo del operando está conectado directamente con el nodo de respuesta para cada problema que incluye ese operando. Por ejemplo, el nodo del primer operando, “7”, está conectado a los nodos de respuesta para los problemas “7 X 9” “7 X 8” “7 X 7”, y así sucesivamente. Las conexiones desde el operando a la respuesta varían en fuerza con la que están relacionados, reflejando la frecuencia de presentación del problema. Lo que diferencia el Modelo de Red de Recuperación del Modelo de Tablas de

Búsqueda es que mientras en éste los nodos correspondientes a los operandos sólo están conectados a la respuesta a través de otros nodos (**Figura 4**), en el Modelo de Red de Recuperación esa conexión es directa, ya que se asume que cada problema particular tiene sus propias asociaciones con el resultado. De ese modo, cuando se presenta una operación, se activan los nodos correspondientes a sus operandos y esa activación se propaga directamente al nodo de la solución.

Figura 4. Porción representativa de la recuperación de hechos aritméticos propuesta por Ashcraft (1987) en Modelo de Red de recuperación

En cuanto al efecto de tamaño, en este modelo es atribuido a diferencias entre la fuerza de las asociaciones entre operando y respuesta. En general, los problemas con operandos pequeños se encuentran más frecuentemente que los problemas con operandos grandes, permitiendo más fuerza de la asociación en los operandos pequeños. Como consecuencia, el

nodo de respuesta correcta será más fuertemente activado durante el recuerdo de los problemas pequeños, resultando tiempos de respuesta más rápidos para éstos. La interpretación de este modelo tiene la ventaja de que no requiere que los tiempos de respuesta incrementen de forma monótona con el efecto del tamaño.

Otros modelos asociativos que queremos destacar son los desarrollados por Siegler (1987, 1988; Siegler y Shrager, 1984) y Campbell (1987, 1991, Campbell y Clark, 1989; Campbell y Graham, 1985), quienes propusieron explicaciones similares del efecto tamaño basadas en la idea de interferencia en los procesos de recuperación. Mientras Ashcraft explicaba el tamaño del efecto en términos de procesos de búsqueda, Siegler y Campbell asumieron un acceso directo al proceso de recuperación en el cual una pista de recuperación activaba varias asociaciones que competían entre sí. Cuanto más grande fuese el número de asociaciones que competían y más fuerte fuese esta asociación, más tiempo se tardaría en resolver esa competición. Estos autores argumentaron que los problemas pequeños sufrirían menos interferencias que los grandes, y que la diferencia de interferencias era la responsable del efecto del tamaño. Se centraron para el estudio en las diferentes consecuencias de la interferencia, pero mientras Campbell proponía que los sujetos utilizaban la recuperación para todos los problemas, Siegler proponía que los sujetos usaban diferentes estrategias para los problemas grandes y para los pequeños.

Vamos a ver un poco más específicamente estos dos modelos. Por un lado, Siegler y Shrager (1984; Siegler, 1988), propusieron un *Modelo de Distribución de la Asociación* en el contexto de un modelo más general de estrategias elegidas por los niños en aritmética. Este modelo de distribución de la asociación asume que los nodos representados como problemas completos ("6 X 7") están asociados en una red de memoria con nodos que representan

respuestas correctas y nodos que representan respuestas incorrectas. Las asociaciones problema-respuesta varían en fuerza, de tal forma que, por lo menos para los adultos, la asociación de la respuesta correcta es normalmente mucho más fuerte que las asociaciones con respuestas incorrectas. (**Figura 5**)

De este modo, una respuesta recuperada es valorada en contra de un criterio de fuerza. Si la fuerza de la asociación entre el problema y la respuesta recuperada excede un valor criterial la respuesta es establecida. Si, sin embargo, la respuesta cae por debajo de ese criterio, el proceso de probar una respuesta y comparar su fuerza con el criterio es repetido. Este proceso continúa hasta que una respuesta recuperada excede el criterio de confianza o hasta que un número máximo de intentos de recuerdo se ha alcanzado.

Figura 5. Ejemplo de representación de hechos aritméticos, ilustrando la asociación de problemas con las respuestas correctas e incorrectas, propuesto por Siegler y Shrager (1984; Siegler, 1988) en el Modelo de distribución de la asociación.

Al contrario que el modelo de red de recuperación, el modelo de distribución de la asociación no asume que las diferencias entre pequeños y grandes en frecuencia de presentación jueguen un rol importante en generar el problema del efecto tamaño. Sin embargo, si los problemas pequeños son de hecho encontrados más frecuentemente que los grandes, esta diferencia en la frecuencia haría esperar una contribución al problema del efecto de tamaño, dada la suposición de que la práctica en un problema aumenta la fuerza de la asociación con la respuesta correcta.

En una revisión más reciente de este modelo (Siegler y Jenkins, 1989), ya no se postula que la recuperación directa sea el mecanismo por defecto en la solución de una tarea de cálculo por un adulto; en su lugar se introduce un mecanismo de selección de una estrategia. La función de este mecanismo consistiría en evaluar la fuerza de la conexión con el enunciado del problema de cada una de las estrategias que el individuo tiene almacenadas, y seleccionar la más idónea en cada caso, en virtud de la relación rapidez/exactitud que se da en ella para ese tipo de problemas. El mecanismo de la recuperación directa suele prevalecer sobre las demás estrategias, debido a que la fuerza de su asociación con el enunciado del problema suele ser mayor. Con la experiencia, determinados procedimientos pueden lograr conexiones fuertes con determinados problemas.

Por su parte, Campbell (Campbell, 1987a; Campbell, 1995; Campbell y Graham, 1985) se centra en los procesos de interferencia, en tanto que son un componente inevitable de los procesos de recuperación, lo que constituye su principal aportación y desarrolla su *Modelo de Red de Interferencia*. Además, profundiza en los tipos de conexiones almacenadas y en su influencia en los tiempos de respuesta de los adultos.

Este modelo postula una red aritmética que incorpora diferentes tipos de información y asume que los nodos que representan los operandos de los problemas están asociados con los nodos que representan las respuestas pero, en lo referente a estos nodos, este modelo presenta una diferencia importante: mientras que en el modelo de Ashcraft los nodos de respuesta eran “*token nodes*”, Campbell y Graham asumen que los nodos de respuesta son “*types nodes*”, esto es, que la red que plantean incluye solo un nodo de respuesta individual para cada número que ocurre como una respuesta a una operación de cálculo simple, por ejemplo, mientras que en el modelo de Ashcraft “6 X 4” y “8 X 3” tienen nodos de respuestas separados, en el modelo de Campbell y Graham el nodo de respuesta “24” representaría la respuesta para ambos problemas (Figura 6)

Figura 6. Algunos de los nodos y conexiones postuladas por Campbell y Graham (1985) en el Modelo de red de interferencia

Estos autores también asumen que los nodos de los problemas pueden estar unidos tanto a respuestas correctas como incorrectas, que los nodos del problema pueden estar asociados con representaciones de magnitudes generales que especifican aproximadamente la magnitud aproximada de la respuesta correcta, y que los nodos de respuesta pueden estar asociados con otros nodos de respuesta, por ejemplo nodos de respuesta que comparten dígitos pueden estar asociados

Con respecto a la adquisición de asociaciones entre problemas y respuestas incorrectas, Campbell explica que cuando un problema es estudiado, varios nodos de respuesta son activados y sugieren que los nodos de respuesta activados pueden empezar a estar asociados con el nodo del problema estudiado. También parecen sugerir que los nodos del problema pueden estar asociados con nodos de respuesta para otros problemas que son introducidos para su aprendizaje en el mismo tiempo. Sin embargo, estos autores no especifican qué procesos hacen que se establezcan estas asociaciones incorrectas entre los problemas que se aprenden al mismo tiempo. La fuerza de la asociación se asume que está en función de ambas frecuencias y del orden de presentación. Los problemas que son estudiados más frecuentemente tendrán asociaciones más fuertes con la respuesta correcta. Además, asumen que independientemente de los efectos de la frecuencia de presentación, los problemas que son introducidos pronto en el aprendizaje tendrán asociaciones mas fuertes con la respuesta correcta que los problemas que se han aprendido más tarde, debido a que el problema que se aprende antes causa una interferencia proactiva que causa dificultades en asociar la nueva respuesta con los operandos y es la fuente de respuestas incorrectas que pueden llegar a estar asociadas con el nodo del problema que ha sido estudiado. Con los problemas que se estudian más tarde hay varias

asociaciones operando respuesta previas, con lo cual la interferencia proactiva es mayor, y de este modo es mayor la probabilidad de establecer asociaciones entre el nodo del problema y respuestas incorrectas.

En el marco de este modelo, el problema del efecto tamaño es atribuido a diferencias entre problemas pequeños y grandes en la frecuencia de presentación y el orden de adquisición. Según estos autores los problemas pequeños se encuentran más frecuentemente que los problemas grandes, de esta manera sugieren que los problemas pequeños tiene asociaciones del operando con respuestas correctas y del problema con la respuesta correcta más fuertes que los problemas grandes y por eso los tiempos son más rápidos. Este es el mismo argumento ofrecido por Ashcraft. No es implausible, aunque la evidencia no establece que la frecuencia de presentación sea mayor para los pequeños que para los grandes, o que estas diferencias en la frecuencia de presentación estén relacionadas con el problema del efecto del tamaño.

Este modelo también asume que los problemas que son introducidos antes en el proceso de aprendizaje de hechos aritméticos tendrán asociaciones más fuertes con la respuesta correcta y asociaciones más débiles con las respuestas incorrectas que los problemas que son introducidos mas tarde. Como los problemas pequeños son normalmente introducidos antes que los grandes, estos tendrán un mejor desempeño que los adquiridos después. Esta frecuencia de presentación es un argumento razonable, sin embargo, falta soporte empírico. Ambos argumentos deben ser considerados incompletos a nivel teórico porque los mecanismos que están en la base de las suposiciones de este modelo y los que están en la base de la fuerza de asociación y el tiempo de respuesta no están completamente especificados.

1.3. Automaticidad en la recuperación de hechos.

Una cuestión que se relaciona directamente con la recuperación de hechos desde la memoria es que ésta se lleva a cabo de manera automática. Esto es, la activación de hechos aritméticos llega a ser automática y obligatoria, posiblemente debido a efectos de la práctica. Esta cuestión ha sido estudiada desde distintos paradigmas, incluyendo confusión entre operaciones (Miller y Paredes, 1990; Zbrodoff y Logan, 1986), tareas de interferencia (LeFevre, et al., 1988; LeFevre, Kulak, & Bisanz, 1991; Lemaire, Barret, Fayol, & Abdi, 1994) y las tareas de priming (Campbell, 1987, 1991; Jackson & Coney, 2005, 2007; Koshmider & Ashcraft, 1991). Además, esta activación automática se produce tanto en adultos como en niños, aunque en el caso de los más jóvenes aparece cuando los números incluidos en las operaciones son relativamente pequeños (Orrantia et al., 2002).

Dentro de estos trabajos, LeFevre y sus colaboradores encontraron evidencia de la automaticidad de la recuperación de hechos en una tarea que consistía en el “emparejamiento de estímulos”, una tarea de interferencia que no incluía la aritmética, esto es, el efecto de interferencia producido por la decisión sobre si un estímulo “target”² (e.g., “6”), aparece o no en un par de números presentado previamente (e.g., “3 + 2”). La interferencia aparece cuanto este número “target” coincide con la suma del par (e.g., “5”).

En esta tarea, se les presentaba a los participantes un par de dígitos, tales como “3 + 4”, y después de un SOA (*Stimulus Onset Asynchrony*), el par de dígitos desaparecía, y un solo dígito aparecía de nuevo. La tarea que tenía que realizar el sujeto consistía en decidir si el dígito que aparecía al final era uno de los números del par inicial. En este experimento se asumía que la presentación

² Al igual que ocurría con la palabra “priming”, debido a la familiaridad de este concepto, así como del concepto “prime”, a lo largo del texto utilizaremos las palabras en inglés

del par de dígitos activaría dígitos relacionados en la red asociativa, como por ejemplo la suma. Los resultados obtenidos mostraron que los participantes respondían más despacio cuando el “target” presentado era la suma del par inicial (e.g., “3 + 4” y “7”) que cuando el “target” no estaba relacionado con el par inicial (e.g., “3 + 4” y “9”). Además, este efecto de interferencia ocurría con tiempos cortos de SOA (120ms), sugiriendo así que la activación de la red es automática y obligatoria. Con tiempos más largos de SOA, los participantes podrían usar los procesos conscientes para suprimir la activación de los dígitos que no habían sido presentados. Además, consistente con la noción de automaticidad, la suma se activa incluso cuando realizar el cálculo de la suma es innecesario e irrelevante para la tarea. De hecho, la interferencia ocurría incluso cuando el par de números era presentado sin el signo de operación (e.g., “3 4”; véase resultados similares para la multiplicación en Rusconi, Galfano, Speriani y Umiltà, 2004).

Por otro lado, la noción de automaticidad de la recuperación de hechos aritméticos proviene de tareas de priming. Koshminder y Ashcraft (1991), realizaron un estudio de priming en el cual los participantes veían un “prime” (facilitador), seguido de una operación de multiplicación (e.g., “4 X 8 = 32”). El prime podía estar relacionado con la operación (e.g., “32”), ser neutral (e.g., “-“), o no estar relacionado con la operación (e.g., “54”). La tarea que tenían que realizar los participantes consistía simplemente en decidir si la operación presentada era verdadera o falsa. Los resultados mostraron un efecto de facilitación, es decir, que los participantes eran más rápidos verificando las operaciones que estaban precedidas por un prime relacionado que cuando estaban precedidos de un prime neutral; y lo más interesante es que también se demostró un efecto de inhibición cuando un prime no relacionado precedía a la operación: así las operaciones precedidas por un prime no relacionado

tuvieron tiempos de respuesta más lentos que aquellas precedidas por un prime neutral.

De forma similar a las “tareas de emparejamiento de números”, los efectos de priming fueron encontrados cuando el tiempo entre el comienzo del prime y el comienzo de la operación era pequeño (SOA de 250 ms), pero este efecto no está solo limitado a SOAs pequeños. Campbell (1987, 1991) identificó resultados similares con tareas de producción, en las cuales los participantes generaban la respuesta a una operación dada.

Más recientemente, Jackson y Coney (2005, 2007a) también han presentado evidencia de efectos de facilitación e inhibición obtenidos en la realización de una tarea de priming. Pero, en contraste con las investigaciones anteriores, los estudios de Jackson y Coney incluían la presentación de la operación como prime y la solución a este como target, de forma que “el orden en que estos aparecen habitualmente sea el orden en el que ocurren en el experimento” (Jackson y Coney, 2005, p.46). Para la realización de estos experimentos se utilizó una tarea de “naming” (nombrado) en la que se pedía a los participantes nombrar un dígito. En primer lugar se presentaba a los participantes dos tipos de primes: uno representando una operación aritmética simple de un dígito (e.g., “ $2 + 4$ ”), y otro utilizando una condición neutral (e.g., “ $0 + 0$ ” en el estudio del 2005; y “ $X + Y$ ” en el estudio del 2007). Seguido de estos primes se presentaron los target, que bien eran congruentes (e.g., “6”) o incongruentes (e.g., “9”) con el prime. Los resultados obtenidos fueron que se encontró tanto el efecto de facilitación como el de inhibición con un SOA de 300 y 1000 ms. El tiempo que utilizaban los sujetos para nombrar los target congruentes era mucho más corto, es decir, se producía un efecto de facilitación en comparación con la condición neutral, y más lento, es

decir se producía efecto de inhibición, cuando se mostraban los targets incongruentes.

Así, estos estudios, usando diferentes situaciones y paradigmas, han demostrado la presencia de efectos de automatización en la recuperación de hechos automáticos. Sin embargo, estos efectos pueden variar en función del tamaño de los números, como hemos visto en las páginas precedentes, uno de los fenómenos más estudiados en el área de la aritmética cognitiva es el problema del efecto tamaño, el cual recordemos que se refiere a que la dificultad para realizar combinaciones aritméticas generalmente aumenta con el tamaño de los números, de forma que las operaciones con operandos grandes se resuelven de forma más lenta que aquellas con operandos pequeños. En este sentido, la activación automática puede variar con el tipo de problema, de forma que las operaciones con operandos pequeños pueden mostrar más evidencia de activación automática que aquellas operaciones que contengan operandos grandes. De hecho, este es el resultado obtenido en los diferentes estudios que han abordado el problema de la automatización de los procesos de cálculo.

CAPITULO 2. EL PAPEL DE LAS ESTRATEGIAS EN LAS TAREAS DE CÁLCULO

CAPITULO 2. El papel de las estrategias en las tareas de cálculo.

Otras de las líneas principales de estudio en la aritmética cognitiva es el análisis de las estrategias que se ponen en marcha en tareas de cálculo. A pesar de que, como hemos visto en el capítulo anterior, la mayoría de los autores asumen que la recuperación de hechos desde la memoria es automática, cada vez hay más consenso en considerar que los adultos utilizan otras estrategias, además de la recuperación de hechos, para resolver operaciones simples, especialmente con números mayores y en operaciones distintas a la suma. En este capítulo vamos a considerar algunos de estos trabajos, centrándonos principalmente en la resta, ya que este ha sido el foco de atención de nuestro segundo estudio empírico.

2.1. Reconsiderando el efecto tamaño: El papel de las estrategias

Como hemos visto hasta aquí, la mayoría de los modelos desarrollados en el campo de la aritmética cognitiva se basaban en la suposición de que los sujetos adultos siempre recuperan directamente la respuesta a las operaciones de cálculo desde la memoria. Uno de los principales objetivos de estos modelos era dar una explicación factible al problema del efecto tamaño, pero a pesar del gran desarrollo teórico que ha tenido este campo, no se ha llegado a una explicación totalmente satisfactoria. Desde los modelos tabulares se han dado explicaciones estructurales basadas en los análisis de regresión para predecir los tiempos de respuesta a las operaciones desde diferentes variables estructurales, dando lugar a diferentes modelos de acceso a la representación

de los hechos en la memoria. Desde los modelos asociativos se ha planteado que es la fuerza de la asociación entre la operación y la respuesta la que explica el efecto tamaño, fundamentalmente porque la asociación es mayor para números pequeños.

Sin embargo, todos estos modelos no darían cuenta de todos los fenómenos encontrados. Por ejemplo, los modelos estructurales no dan cuenta de los efectos de los “dobles” (*ties*), que son resueltos de forma más rápida que los problemas que no son dobles (“*non-ties*”) y muestran efectos sustancialmente más pequeños del efecto tamaño, proponiéndose que la representación de estas operaciones están separadas de las demás representaciones (Cambell y Oliphant, 1992).

Por el contrario, los modelos asociativos pueden dar cuenta del efecto de los dobles sin postular representaciones separadas: es asumido que los dobles son practicados más frecuentemente que los no lo son. Aún así, los modelos asociativos que dan cuenta del problema del efecto tamaño también han sido criticados. En estos modelos el efecto tamaño se relaciona con la dificultad que los niños tienen para aprender problemas (Wheeler, 1939), la frecuencia con la que estos problemas son presentados en los libros de textos (Hamman & Ascraft, 1986), y el orden de adquisición de los hechos específicos (Graham & Campbell). Datos en los que no podemos encontrar un soporte empírico claro.

A partir de este momento, podemos encontrar investigaciones que intentan dar una explicación alternativa, sustentando la visión del uso de distintos procedimientos en la resolución de operaciones aritméticas simples. Ya Siegler (1988) consideró que los niños usan una variedad de procedimientos, y utilizó esta variabilidad para demostrar cómo influía en la media de los tiempos de respuesta a través de los distintos procedimientos,

Universidad de Salamanca

aunque esto ofrecía conclusiones dudosas sobre cómo los niños resuelven los problemas. Este planteamiento podría aplicarse a adultos, de tal forma que si los adultos no usan la recuperación directa en todos los ítems, el problema del efecto del tamaño reflejaría también la variabilidad en la selección de procedimientos, por lo que un modelo con una base estrictamente representacional no explicaría completamente el efecto y se deben plantear explicaciones alternativas.

Por otro lado, Groen & Parkman (1972) también sugirieron que el problema del efecto tamaño observado en los adultos podía reflejar una combinación de algunas operaciones realizadas con estrategias, aunque la mayoría de ellos se realizasen por recuperación directa. En un estudio complementario, Ashcraft y Stazyk (1981), comprobaron la afirmación de Groen, en la que establecían que los adultos contaban un 5% de las veces. Eliminando el 5% más lento a sus datos experimentales, recalcularon el problema del efecto tamaño prediciendo que este efecto desaparecería si el conteo se utilizaba en este 5%. Sin embargo, encontraron que el efecto era todavía más significativo, y que tendrían que eliminar el 50% de tiempos más lentos antes de que las latencias dejaran predecir el problema de tamaño. Por lo tanto, concluyeron que era muy improbable que los adultos contaran en tal porcentaje de ítems. Sin embargo, podemos señalar que ellos solo consideraron como estrategia el conteo y no consideraron la posibilidad de que los adultos pudieran usar otro tipo de estrategias distintas al conteo y a la recuperación para resolver las operaciones de suma.

Con objeto de seguir investigando la utilización de estrategias en la resolución de problemas aritméticos simples, algunos investigadores usaron otras metodologías alternativas a los tiempos de respuesta, como por ejemplo, pedir a los participantes que explicaran los procedimientos que utilizaban para

la resolución de problemas y esto lo combinaron con medidas de tiempos de respuesta, para de esta forma poder examinar el rendimiento en las operaciones de aritmética simple. Este método fue denominado método de los “auto informes” y los resultados de estos estudios empezaron a cambiar la idea de que los adultos siempre usaban la recuperación directa en las operaciones de suma simples.

Dentro de estos estudios podemos señalar el estudio de Svenson (1985), en el cual, utilizando un procedimiento similar, pidieron a los participantes que le indicaran lo seguros que estaban de que usaban la recuperación en los problemas de suma, y encontró que los participantes estaban seguros solo en el 78% de los ítems. En este estudio Svenson no les pidió qué describieran sus procedimientos y el rendimiento individual tampoco fue analizado.

En otros estudios posteriores, Geary y colaboradores también encontraron que los adultos no usan siempre el recuerdo para resolver problemas de suma. Por ejemplo Geary y Wiley, (1991), encontraron que los estudiantes universitarios afirmaban que usaban la recuperación el 88% de las veces, y Geary et al (1993), también encontraron que los adultos jóvenes usan la recuperación directa solo en el 71% de los ítems cuando realizan un problema de resta. De este modo, podemos ver como los adultos no siempre usan la recuperación para resolver operaciones aritméticas simples.

Señalamos aquí que este procedimiento por el cual los sujetos explican los procedimientos utilizados en la resolución de los problemas (auto informes) ha sido criticado frecuentemente, argumentado que estos informes pueden ser poco objetivos y pueden cambiar el patrón de los datos. A pesar de esto Siegler, (Siegler, 1987, 1989; cf. Cooney & Ladd, 1992), ha demostrado la utilidad de estos auto informes en los niños, aunque es posible que el

rendimiento de los adultos sí que sea susceptible de errores o subjetividad ya que el rendimiento de los adultos en aritmética es mucho más rápido que el de los niños.

A la vista de estos estudios y los datos obtenidos, Lefebvre, Sadesky y Bisanz (1996) propusieron examinar el uso de las estrategias de recuperación y de estrategias distintas a la recuperación que usan los adultos para resolver problemas simples de adicción, recolectando informes del procedimiento usado por los sujetos ítem a ítem. De esta forma se podría ver además cómo la selección de procedimientos varía a través de los participantes y de los problemas. Su hipótesis de partida establecía que la variabilidad en la selección de procedimientos para resolver problemas de adicción simple tendría un mayor impacto en los tiempos de respuesta y que podría así dar cuenta de una parte sustancial del efecto tamaño.

Para realizar este estudio se pidió a los sujetos que resolvieran operaciones aritméticas de suma simple en la pantalla de un ordenador y se contabilizaron los tiempos de respuesta a estas operaciones, además, se pidió a los participantes que describieran el modo en el que habían resuelto cada operación (por ejemplo, recuperación directa, conteo, transformación, regla del cero u otros).

En cuanto a la selección de estrategias, los resultados obtenidos muestran que el 81% de los participantes usaban dos o más estrategias para resolver las operaciones, lo que extiende las conclusiones obtenidas por Siegler (1987), sobre la variabilidad en la selección de estrategias en los adultos, lo que contrasta claramente con la suposición de que los adultos siempre, o casi siempre, recuperan directamente los hechos aritméticos desde la memoria.

En relación con los análisis sobre el problema del efecto tamaño, por un lado, con el objetivo de analizar los tiempos de latencia, los autores utilizaron seis variables estructurales distintas para predecir éstos tiempos en la resolución de los problemas. De esto modo, los análisis de regresión se calcularon usando la adición mínima, la suma, la suma al cuadrado, el producto, el índice de dificultad de Wheeler, (1939), o la variable que codifica si la suma es mayor que 10, (Siegler, 1987). De forma consistente con otras investigaciones, encontraron que las latencias en los tiempos de respuesta incrementaban con el tamaño de las operaciones. Además, los resultados de regresión indicaron que las latencias de las respuestas en este experimento mostraban un efecto de tamaño muy similar al hallado anteriormente en la literatura, encontrando que las latencias generalmente incrementan en función del efecto de tamaño, que los predictores no lineales (suma al cuadrado y producto) explican un porcentaje mayor de la varianza que la adición mínima o la suma, y que el problema del efecto tamaño para los dobles y los pares que incluyen el cero es diferente al resto de operandos. Además, comprobaron que la utilización de los auto informes, aparentemente, no cambiaba el patrón de resultados. En segundo lugar, estos autores examinaron la relación entre el problema del efecto tamaño y la selección de estrategias utilizadas por los participantes. Los datos obtenidos en este caso son consistentes con la hipótesis de que el uso de las estrategias distintas a la recuperación en los problemas grandes contribuye sustancialmente al efecto tamaño; en cuanto a los dobles los resultados obtenidos en este estudio mantienen la visión de que estos se resuelven generalmente por recuperación directa.

En resumen, los resultados de este estudio indicaron que la selección de estrategias que realizan los participantes parecen dar cuenta de una parte sustancial del efecto tamaño en la resolución de operaciones de suma, un

descubrimiento que es inconsistente con las teorías anteriores en las cuales, en la resolución de operaciones por parte de adultos, solamente se tiene en cuenta la recuperación directa de hechos desde la memoria. En este estudio se observó que los problemas con sumas mayores que 10, los procedimientos de transformación fueron casi tan frecuentes como la recuperación directa, que en esta última fue más rápida; además sus datos demostraban claras relaciones entre las características del problema y la selección del procedimiento, algo que tenía importantes implicaciones en los tiempo de latencia.

Por tanto, a partir de este estudio se identificó la necesidad de incorporar más procesos, además de la recuperación directa, a los modelos de aritmética cognitiva, pero la relación entre la recuperación de hechos y los procesos distintos a la recuperación ha sido raramente explicitada.

2.2. El uso de estrategias. Variación a lo largo de las operaciones

A raíz de las investigaciones anteriores se estableció la necesidad de analizar cuáles eran los mecanismos que utilizan los sujetos cuando resuelven operaciones aritméticas, de forma que se pudiese comprender mejor estos procesos y su influencia en la ejecución del cálculo por parte de los sujetos.

Como uno de los primeros estudios de gran importancia que analizó este hecho podemos señalar el realizado por Campbell y Xue (2001). El propósito de este estudio se centró en establecer dos de las cuestiones fundamentales sobre la investigación en aritmética cognitiva que estamos tratando aquí: por un la lado, conocer cuál es el equilibrio entre recuperación directa frente al uso de estrategias procedimentales cuando los adultos resuelven operaciones aritméticas simples, y por otro lado, determinar el problema del efecto tamaño en la aritmética cognitiva, viendo la contribución

de las estrategias de recuperación y de no recuperación para las 4 operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) en los mismos participantes. Sus resultados mostraron un escaso uso de estrategias para la multiplicación, pero un sustancial uso en las demás operaciones, especialmente para las restas y divisiones que incluían operandos grandes. Además, encontró que la mitad del efecto tamaño era debido a una recuperación más lenta para las operaciones que incluían operandos grandes y la otra mitad a un mayor uso de estrategias procedimentales. Así, estos resultados confirman que las estrategias procedimentales constituyen una parte importante del repertorio de habilidades de los adultos. De hecho, una confianza exclusiva en la recuperación para la aritmética simple es muy poco frecuente.

No obstante, el uso de estrategias es más evidente para la resta y la división que para la suma y multiplicación (en esta menos aún), aunque los estudios sobre la resta, foco de atención de nuestra investigación, son mucho más escasos. A pesar de que hay algunos trabajos previos sobre el desarrollo de esta operación (e.g. Robinson, 2001; Siegler, 1987; Wood, Resnock & Groen, 1975, véase Fuson, 1992, para una revisión) y también podemos encontrar algunos trabajos que usan la resta para el estudio de las bases neuronales del cálculo (e.g. Cohen & Dehaene, 2000; Lee, 2000), lo cierto es que pocos trabajos han analizado las características del procesamiento normal de los adultos en la resolución de operaciones aritméticas de resta.

Uno de los pioneros fue el desarrollado Geary, Frensch y Wiley (1993), en el contexto de comparación de adultos jóvenes y mayores, Geary y sus colaboradores encontraron que los adultos mayores utilizaban la recuperación directa de forma más frecuente que los adultos jóvenes y que el uso de la recuperación variaba en función de las características de los operandos. Además encontraron que las dos estrategias, junto con la recuperación directa,

que usaban los participantes eran la referencia a la suma (lo que más adelante llamaremos la inversa), y el conteo descendente o retroconteo. Como resultado de este estudio también establecieron que aquellas operaciones en las cuales los participantes habían señalado usar estrategias reconstructivas se resolvían de forma más lenta y con una tasa de error mayor que aquellas en las que los participantes explicitaban usar la recuperación directa.

Por su lado, Seyler, Kirk y Ashcraft (2003) realizaron un estudio con el objetivo de obtener información adicional sobre la realización de problemas de resta en adultos. Dado el alto nivel de familiaridad y el procesamiento de recuperación directa característico de la suma, así como la relación inversa entre suma y resta, su predicción para este estudio consistió en que el rendimiento en la operación de resta en los adultos sería muy parecido al rendimiento de la suma en todos los aspectos esenciales. Los principales resultados obtenidos por Seyler y sus colaboradores concluyen que cuando los adultos resuelven operaciones aritméticas de resta utilizan más frecuentemente estrategias basadas en la reconstrucción que para resolver sumas o multiplicaciones. Además sus datos sugerían que los participantes utilizaban las estrategias procedimentales mucho más frecuentemente al resolver problemas cuyo minuendo era mayor que 10, que en los problemas cuyo minuendo era 10 o menor. Además, concluyeron que el Modelo de distribución de la asociación propuesto por Siegler, (1988), era el modelo al que mejor se acomodaban los resultados obtenidos. Recordemos que de acuerdo con este modelo los problemas y las estrategias acumulan fuerza asociativa en base a la experiencia, al igual que lo hacen los problemas y las respuestas. Si una estrategia en particular es usada repetidamente para un problema, el modelo sugiere que la fuerza acumulada entre problema y estrategia puede ser más alta que las asociaciones directas entre el problema y

la respuesta. De este modo, una estrategia puede ser seleccionada e iniciada más rápidamente que la recuperación directa del problema, como resultado de una mayor fuerza de la asociación, aunque la ejecución de una estrategia con múltiples pasos podría producir una mayor tasa de errores.

Hasta este momento, los investigadores habían confiado en los auto-informes de los participantes sobre los procedimientos de resolución para mostrar evidencia de la variabilidad en la elección de estrategias. Pero, como hemos comentado anteriormente, los auto informes presentan una variedad de limitaciones. Por ejemplo, los sujetos pueden encontrar dificultades para describir exactamente cuál es el procedimiento de resolución que están utilizando, ya que son procesos rápidos y a veces automáticos. Además, las instrucciones que se ofrecen a los participantes pueden crear un sesgo en los sujetos (Kirk & Ashcraft, 2001), los cuales pueden intentar responder de acuerdo con sus percepciones de lo que es esperable de la tarea planteada. Como una primera propuesta alternativa al uso de los auto-informes, Penner Wilger et al. (2002) propusieron el análisis de la descomposición de la distribución de los tiempos de reacción en los parámetros “mu” y “tau” derivados del análisis ex-Gausiano. Se asume que variaciones en “tau” reflejan el uso de procedimientos diferentes a la recuperación, mientras que variaciones en “mu” reflejan variabilidad en la recuperación, como la relativa accesibilidad a diferentes operaciones.

Siguiendo este tipo de metodología Lefebvre, DeStefano, Penner-Wilger, y E. Daley (2006) realizaron una investigación en la cual usaban una combinación de la metodología de los auto informes y los análisis exgaussianos de tiempos de respuesta de la distribución para explicar las diferencias individuales en el procedimiento que usan los sujetos para resolver operaciones de resta. El objetivo de este estudio consistía en ofrecer datos

sobre los patrones de rendimiento para los problemas de resta, así como explorar el uso de los análisis de distribución exgaussianos para la comprensión de las diferencias individuales en el rendimiento. Estos autores hipotetizaron que los sujetos que tuvieran mayores valores del parámetro “tau” también informarían de un mayor uso de estrategias procedimentales para resolver los problemas. Los resultados obtenidos fueron consistentes con los resultados obtenidos por Seyler et al. (2003), de forma que los patrones de latencias indicaban que los problemas con minuendos mayores que 10 se resolvían más despacio y de forma menos precisa que aquellos cuyo minuendo era 10 o menor. La mayor contribución de este estudio se centra en que los patrones de distribución de los tiempos de respuesta estaban sistemáticamente relacionados con los informes que los participantes daban sobre sus resultados, de forma que los sujetos que informaban que utilizaban estrategias mostraban una subida sustancial en el parámetro “tau” en la distribución de sus tiempos de reacción, mayor que aquellos que utilizaban la recuperación directa. Por lo tanto, el presente estudio aportó la visión de que las ventajas en el rendimiento en la realización de operaciones aritméticas simples están relacionadas en parte con la selección que los participantes hacen de las estrategias y procedimientos para su resolución.

2.3. Estrategias en la resolución de operaciones de resta. La referencia inversa.

Uno de los resultados más recurrentes encontrados en las investigaciones anteriores es que los adultos suelen adoptar estrategias para la resta y división basadas en sus conocimientos sobre la propiedad inversa de la suma o de la multiplicación, debido a que la suma se aprende primero en la escuela y la resta es enseñada más tarde en relación con ésta y su propiedad

inversa, y de manera similar, la división de introduce seguidamente a la multiplicación y en relación con ésta. Consecuentemente, el uso de las estrategias de referencia inversa para la resta y la división probablemente empiecen tempranamente en el desarrollo de las habilidades aritméticas. (Barrouillet, Mignon y Thevenot, 2008) y puede llegar a ser clave en el desarrollo y rendimiento de la aritmética adulta. (Campbell, 1999; Campbell y Robert, 2008, Lefevre & Morris, 1999, Verschafell, Torbeyns, de Smedt, Stassenes, & Ghesquiere).

Siguiendo con la línea de plantear metodologías alternativas al uso de auto informes, una serie de trabajos han utilizado un paradigma alternativo para analizar el uso de la inversa. Dado que nuestra investigación se ha centrado en esta cuestión, analizaremos con más detalle estos trabajos.

La lógica que subyace a este paradigma fue propuesta en primer lugar por Lefevre y Morris (1999), quienes plantearon que si los adultos informan que para dividir o restar hacen uso de la propiedad inversa (e.g., “ $24 / 3$ ” es “8” porque yo se que “ 8×3 ” son “24”), las operaciones de división (o resta) presentadas en formato multiplicación (o suma), como “ $3 \times _ = 24$ ” (o “ $8 + _ = 13$ ”) serán resueltas más rápidamente que las operaciones presentadas en formato estándar (e.g.,” $24 / 3 = _$ ”).

Con este planteamiento, Mauro et al. (2003) desarrollaron un primer estudio centrado en la división. Para ello, los participantes tenían que resolver operaciones de división en 5 formatos diferentes que fueron creados variando el signo de la operación y la localización del elemento desconocido. Las representaciones usadas fueron las siguientes:

Operaciones en formato de división: “ $72 / _ = 9$ ” y “ $72 / 9 = _$ ”

Operaciones con formato de multiplicación: “_ X 9= 72”, “9 X __=72”; “ 72 = 9 X _”

En el primer experimento, los autores utilizaron 64 operaciones que estaban formadas combinando los divisores de 1 a 9 y los cocientes de 2 a 9. De estas, las 56 operaciones en las cuales divisores y cocientes no eran iguales se dividieron en dos sets de 28 operaciones de forma que las operaciones recíprocas aparecieran en diferentes sets (“12 / 4”, “12 / 3”). Las 8 operaciones con el mismo divisor y cociente, fueron incluidas en ambos sets (“16 / 4”). De esta forma, cada participante resolvía un total de 180 operaciones (36 operaciones en 5 formatos distintos), además de 15 operaciones de práctica, tres en cada formato, de tal forma que se presentaron diferentes formatos y tamaños. Asimismo al finalizar la tarea experimental los sujetos completaban dos subtests diseñados para medir su fluidez aritmética y un cuestionario respondiendo a las estrategias que ellos usan al realizar sumas restas, multiplicaciones y divisiones.

Los resultados de este experimento mostraron que las operaciones de división que se presentan en formato de multiplicación se resolvieron más rápidamente que las operaciones de división presentadas en formato estándar. Los autores argumentaron que este decremento en los tiempos de reacción para el formato multiplicación ocurría porque este formato no requiere reorganizar los operandos, en otras palabras, el uso de la inversa requeriría reorganizar los operandos para ejecutar la estrategia, por lo que este paso haría aumentar los tiempos de respuesta en el formato división. Además, los autores se cuestionaron en este punto si este efecto ocurría porque las divisiones son representadas en la memoria de acuerdo con principios multiplicativos, o si esto se debería a que las personas son muy flexibles al usar su conocimiento aritmético. De acuerdo con esta última visión los participantes deberían ser

capaces de utilizar su conocimiento conceptual de las interrelaciones entre multiplicación y división igualmente a través de los diferentes formatos inusuales. Para comprobar esta última posibilidad, realizaron un segundo experimento presentando las operaciones de multiplicación en formato de división. Los resultados mostraron tiempos de latencia muy lentos para las operaciones de multiplicación expuestas en formato de división, lo que hace sugerir que los individuos no convierten las operaciones de multiplicación en operaciones de división antes de resolverlas y, por lo tanto, no hay una flexibilidad a través de los formatos aritméticos inusuales. Esta recuperación mediada ocurre de forma más frecuente con las operaciones grandes porque estas no son tan practicadas y por tanto no están tan accesibles como las pequeñas.

En resumen, este experimento ofreció apoyo a la idea que el recuperación directa no es la única estrategia que los adultos usan para resolver operaciones aritméticas simples de un solo dígito. Así mismo, propone una explicación distinta al problema del efecto tamaño para futuras investigaciones: el procesamiento extra que es requerido para convertir las operaciones de división en formato de multiplicación puede ser parcialmente responsable de elevar el efecto tamaño en las operaciones de división, por lo que estos resultados son consistentes con la idea que al menos una parte del efecto tamaño es la división está relacionado con los procesos de mediación.

Posteriormente, Campbell (2008) extendió el estudio realizado por Mauro et al. (2003) aplicando este paradigma a las operaciones de resta. El objetivo que intentaban conseguir con esta investigación es la evidencia del uso de la inversa también en las operaciones de resta. Campbell (2008) argumentó que si las restas se resolvían por referencia a las sumas, las operaciones de resta presentadas en formato suma (e.g., "6 + _ = 13")

deberían resolverse más rápido que las operaciones presentadas en formato resta (e.g., “ $13 - 6 = _$ ”). Los resultados confirmaron esta predicción. Además, el autor encontró una interacción entre el tamaño de los operandos y el formato de presentación: los tiempos de reacción para resolver restas con operandos grandes (minuendo > 10) fueron sustancialmente más rápidos en el formato suma que en el formato resta, mientras que restas con operandos pequeños (minuendo ≤ 10) se resolvieron igual de rápido en cualquiera de los formatos. Este mismo efecto con operandos pequeños se obtuvo para los dobles.

Estos resultados son consistentes con las evidencias aportadas desde los estudios que utilizaron los auto informes (e.g., LeFevre et al., 2006; Seyler et al., 2003), los cuales indican que los adultos resuelven las restas por referencia a la inversa. En línea con el argumento de Mauro et al. (2003), para ejecutar esta estrategia (e.g., para “ $13 - 8 = 5$ ”, yo sé que “13” es “ $5 + 8$ ”) es necesario reordenar los elementos de la operación en formato suma. Así, las operaciones presentadas ya en formato suma facilitarían este proceso al reducir la manipulación interna que se requiere para reformular la operación como una suma. Además, Campbell (2008) también sugirió que la ventaja del formato suma también se puede deber a que el minuendo aparece a la derecha de la ecuación (e.g., “ $6 + _ = 13$ ”), lo que podría constituir un indicio para recuperar la operación de suma correspondiente. De hecho, en un segundo experimento presentó los formatos suma con el minuendo a la izquierda de la ecuación (e.g., “ $13 = 6 + _$ ”), de tal forma que este formato se pareciera al formato resta, con el minuendo a la izquierda (e.g., “ $13 - 6 = _$ ”). En este caso, la ventaja del formato suma se redujo a la mitad. De acuerdo con la interpretación de Campbell, esta reducción se produciría porque “con la suma y el signo igual a la izquierda, los elementos necesitarían reordenarse a la

correspondiente suma estándar con la suma y el signo igual a la derecha” (Campbell, 2008, pp. 1100-1101).

Usando un paradigma similar, Peters, de Smedt, Torbeyns y Verschafel (2009), concluyeron que los adultos a menudo usan la referencia inversa para restas grandes, aunque esto depende del tamaño relativo del sustraendo. Para ello, examinaron a estudiantes universitarios usando la operación suma para resolver restas de un solo dígito contrastando su rendimiento en el formato estándar de resta y en el formato suma. En particular, investigaron los efectos del tamaño relativo del sustraendo en el rendimiento en ambos formatos. Estos autores encontraron una interacción significativa entre el formato, la magnitud del sustraendo comparado con la diferencia, y la distancia numérica entre el sustraendo y la diferencia. Cuando el sustraendo era más grande que la diferencia, y el sustraendo y la diferencia estaban lejos el uno del otro (e.g., “ $12 - 9 = _$ ”), las operaciones se resolvían más rápido en el formato suma que en el formato de resta; sin embargo, cuando el sustraendo era más pequeño que la diferencia, y el sustraendo y la diferencia estaban lejos el uno del otro (e.g., “ $12 - 3 = _$ ”), las operaciones se resolvían más rápido en el formato resta que en el de suma. Estos resultados sugieren que los adultos no confían exclusivamente y de forma rutinaria en la suma para resolver restas de un dígito grandes, sino que seleccionan una estrategia basada en la suma o en la resta dependiendo del tamaño relativo del sustraendo.

En resumen, estos estudios parecen sugerir que los adultos a menudo resuelven las operaciones de resta con operandos grandes por referencia a la inversa, aunque esta estrategia no parece aplicarse a restas con operandos pequeños.

No obstante, Alberts y Campbell (2010) establecieron que existían problemas metodológicos en estos estudios que podrían sesgar los resultados,

Universidad de Salamanca

especialmente con operandos pequeños. Uno de estos problemas tiene que ver con la inclusión de ambas operaciones, ya que Campbell (2008) incluyó también operaciones de suma (e.g., “ $8 + 5 = _$ ”, y “ $_ - 5 = 8$ ”). Hay dos posibles consecuencias de esto: una es que practicar las operaciones de suma podría hacer estas especialmente accesibles y podría promocionar directamente el uso de las estrategias de referencia inversa para la resta; en este caso, la evidencia de que los participantes usaron la referencia inversa es sus estudios podría ser un artefacto experimental. Y una segunda consecuencia de este hecho es que cuando las operaciones inversas son presentadas dentro de un bloque de items, los participantes debían identificar la operación correcta antes de responder a los problemas. Esto no es trivial en estos experimentos, ya que cuando ambas operaciones y ambos formatos, inverso y normal, están mezclados, el signo de la operación no identifica la operación requerida (“ $3 + _ = 5$ ”, “ $_ - 3 = 2$ ”, son operaciones de resta y suma respectivamente). Debido a esto, los efectos en el rendimiento mostraron grandes tasas de errores de confusión, especialmente para las operaciones con operandos pequeños, más susceptibles de errores en la operación porque la asociación inversa está más disponible para las operaciones pequeñas, (por ejemplo la operación “ $3 + _ = 5$ ” invita fuertemente a responder “8” por la asociación “ $3 + 5 = 8$ ”).

De este modo, con respecto a la identificación de la operación correcta, mezclar ambas operaciones y formatos interfiere con la operación de identificación, sobre todo en los problemas pequeños. Esto podría ir en contra de la ventaja del formato suma para las operaciones pequeñas. En línea con esto, Alberts y Campbell (2010) realizaron un estudio en el que eliminaron las operaciones de suma y los participantes no tenían que deducir la operación para resolverla. Los resultados de este estudio confirmaron tiempos de

respuesta más rápidos para las operaciones de resta en formato suma, pero a diferencia del estudio anterior, las operaciones con operandos pequeños y los dobles también presentaban una ventaja significativa en el formato suma.

En definitiva, tomando en conjunto estos resultados junto con los de los estudios previos, se puede concluir que los adultos usan la referencia a la inversa para resolver las operaciones de resta. Como hemos visto, para llevar a cabo este procedimiento (e.g., para “ $13 - 8 = 5$ ”, yo se que “13” es “ $8 + 5$ ”) es necesario reorganizar los elementos de la operación en formato aditivo. De esta forma, las operaciones presentadas en formato aditivo facilitarían este proceso reduciendo las manipulaciones internas requeridas para reorganizar los operandos (Campbell, 2008). No obstante, los trabajos descritos siguen teniendo algunos problemas metodológicos que esperamos solventar en nuestro segundo estudio empírico cuando analicemos esta cuestión en el contexto de operaciones de resta presentadas en un problema aritmético.

CAPITULO 3. EL FORMATO NUMÉRICO

CAPITULO 3. El formato numérico

En este tercer y último capítulo añadiremos un factor más de influencia en la recuperación de hechos aritméticos: el formato en el que se presenten los problemas, ya que una cuestión en la que la utilización de problemas aritméticos puede aportar información relevante al campo de la aritmética cognitiva es la relacionada con el formato numérico en el que se presentan los números (arábigo vs. palabra numérica).

En este capítulo expondremos los trabajos más representativos en los que se demuestra que la eficacia del cálculo se reduce en operaciones presentadas en formato palabra numérica (e.g., “tres + cinco = _”) frente a las operaciones presentadas en formato arábigo (e.g., “3 + 5 = _”). El principal argumento esgrimido para explicar estas diferencias se encuentra en la mayor familiaridad del formato arábigo o formato dígito en el contexto del cálculo. En este sentido, parece razonable asumir que la activación de la solución a las operaciones presentadas en formato dígito ocurriría directamente vía representaciones visuales de los estímulos dígitos, posiblemente debido a la alta frecuencia de exposición a estas representaciones en los procesos de aprendizaje formal. Puesto que parece improbable que las soluciones a operaciones presentadas en formato palabra numérica sean activadas desde una red estable de representaciones visuales en forma de palabras numéricas, es posible que los estos estímulos sean convertidos a representaciones fonológicas que suscitan la activación de la solución desde la memoria. Esta interpretación de procesamiento de los dígitos en términos de códigos visuales y de las palabras numéricas en términos de códigos fonológicos es apoyada por diferentes autores (e.g., Campbell y Clark, 1992; Jackson y Coney, 2007).

Sin embargo, cabe la posibilidad de que las representaciones visuales de los dígitos también se conviertan a representaciones fonológicas, especialmente en el contexto de resolución de problemas. Y ello por dos razones: por un lado, la resolución de problemas tiene un fuerte componente de lectura, donde cada palabra del enunciado activa automáticamente su fonología, lo que podría llevar a que tanto las palabras numéricas como los dígitos activen códigos fonológicos cuando se procesen en el contexto de un problema. Por otro lado, consistente con el rol del lazo articulatorio de la memoria de trabajo en el mantenimiento a corto plazo de información verbal, se ha demostrado que en tareas de cálculo complejas, como las operaciones multidígitos, se utilizan códigos fonológicos para mantener la información numérica activada (e.g., Fürst y Hitch, 2000). En este contexto, analizar la influencia del formato arábigo/palabra numérica cuando las operaciones se presentan en un problema aritmético puede aportar información relevante al campo de la aritmética cognitiva.

3.1 El efecto del formato en la aritmética cognitiva.

Las investigaciones en este ámbito se han centrado en estudiar la influencia del formato numérico en la ejecución de tareas de aritmética elemental (e.g., “ $3 + 5 = _$ ” vs. “tres + cinco = $_$ ”). De este modo, algunos estudios han comparado la ejecución y el rendimiento de los sujetos en operaciones presentadas como dígitos arábigos con operaciones presentadas como palabras numéricas. Uno de los resultados más ampliamente encontrados es que la ejecución con palabras numéricas es más difícil que con números arábigos, llegando a ser un 30% más lenta la ejecución y con más errores (Campbell y Epp, 2005). Esta cuestión es interesante, ya que los efectos del formato evalúan no sólo los procesos de cálculo implicados en la

tarea, sino cómo estos se relacionan con los procesos de codificación de los números.

Como exponíamos en el primer capítulo, dentro de la literatura relacionada con la cognición matemática, hay fundamentalmente tres posiciones teóricas respecto a la arquitectura funcional del procesamiento. El modelo de código abstracto modular de McCloskey y colaboradores que postula que el procesamiento aritmético opera sobre un único formato abstracto que constituye el apoyo para las representaciones internas de las cantidades numéricas. En tal arquitectura, resolver una operación aritmética requiere transformar los números en una representación abstracta sobre la que opera el cálculo independientemente del formato en el que se presentan los números. En contra, la hipótesis de codificación completa de Campbell y colaboradores resalta la importancia del formato de presentación en el cálculo, de tal forma que el cálculo estaría mediado por representaciones específicas de formato; en otras palabras, el cálculo puede diferir como una función del formato de presentación porque los números arábigos y las palabras numéricas proporcionan rutas independientes para acceder a la representación de hechos (Campbell, 1994, pp. 6-7). Por su parte el modelo de triple código de Dehaene y colaboradores intenta acomodar ambos planteamientos. Dehaene plantea la existencia de tres diferentes códigos internos para representar mentalmente los números (próximo al planteamiento de Campbell), aunque no postula diferentes patrones de ejecución del cálculo como una función del formato de presentación (próximo a las ideas de McCloskey).

Uno de los primeros que plantearon en este contexto el efecto del formato fue el trabajo de Campbell y Clark (1992). Utilizando una tarea de recuperación de hechos desde la memoria (en este caso en una tarea de

multiplicación, los autores encontraron que la ejecución fue peor, esto es, tiempos de reacción más lentos y mayor tasa de errores, para multiplicaciones presentadas en formato palabras numéricas que para aquellas presentadas en formato dígitos. Además, la desventaja se incrementó con el tamaño de las operaciones (nuestro ya conocido efecto tamaño), y los errores tendieron a ser más distantes de la respuesta correcta en las operaciones con palabras numéricas que en las operaciones con dígitos. Además, un análisis de regresión mostró que las variables que teóricamente se relacionan con la dificultad de la recuperación (por ejemplo el problema del tamaño, donde el tiempo de reacción y los errores se incrementan con la magnitud del problemas, y el “efecto fan”, (donde problemas que comparten soluciones producen tiempos de reacción más altos) predecían diferencias entre palabras numéricas y dígitos arábigos. Desde estos resultados, Campbell y Clark argumentaron una mayor eficacia del formato dígitos arábigos debida a que normalmente encontramos más veces las operaciones de cálculo en un formato arábigo que en un formato palabra numérica. Estos resultados, según los autores, no son fácilmente reconciliables con el modelo modular abstracto, en el cual, como hemos señalado, la recuperación de hechos numéricos esta mediada por una única representación abstracta que es independiente del formato.

En contra de este planteamiento, McCloskey, Macaruso y Whetstone (1992) argumentaron que las diferencias entre dígitos y palabras identificadas por Campbell y Clark en este estudio eran posiblemente el resultado de diferencias en la decodificación entre palabras numéricas y dígitos. McCloskey y colaboradores indicaron que las palabras necesitan más tiempo de codificación que los dígitos y, además, estas diferencias aumentan con el tamaño de los números. De hecho, para apoyar su interpretación, McCloskey

et al. (1992) repitieron los análisis de regresión sobre los datos obtenidos por Campbell y Clark utilizando como variables predictoras el número de caracteres de cada operación y la frecuencia de cada operador. Los resultados mostraron que al considerar estas variables el efecto tamaño y el efecto “fan” desaparecieron.

A raíz de esta crítica, Campbell (1994) llevó a cabo otro estudio en el que incluyó, además de operaciones de multiplicación, operaciones de suma que también presentaron en formato palabras numéricas y dígitos. Los resultados mostraron otra vez la interacción entre formato y tamaño, pero añadieron un nuevo elemento a la discusión, ya que la interacción fue diferente para la operación de suma que para la operación de multiplicación, de tal forma que los costos del formato en tiempos de reacción más altos para operaciones grandes fueron mayores en la condición suma que en la condición multiplicación. Ya que se utilizaron los mismos operandos en ambas operaciones, esta interacción de segundo orden operación por formato por tamaño es difícil de explicar en términos de procesos de codificación. No obstante, el mismo Campbell sugiere la posibilidad de que los efectos del tamaño pueden variar como una función de la operación de suma o multiplicación, con más demandas para las operaciones de suma grandes (posiblemente por el uso de estrategias procedimentales –ver capítulo anterior) lo que puede interferir con la codificación de operandos presentados en formato palabra, que requieren más recursos que los dígitos.

A partir de estos estudios, en otros trabajos se ha intentado separar los efectos de decodificación de los procesos de recuperación de hechos. En uno de estos trabajos, Noel et al. (1997) razonaron la posibilidad de que si la interacción entre formato y tamaño fuera debida a los procesos de decodificación, entonces una interacción similar se debería encontrar en una

tarea no aritmética en la que se incluyeran procesos de decodificación similares. Para comprobar esta posibilidad, los participantes resolvieron dos tipos de tareas: una tarea de multiplicación similar a la utilizada en los estudios previos, y una tarea de emparejamiento numérico con los mismos operandos utilizados en la multiplicación, en esta tarea, los participantes vieron dos patrones de puntos canónicos (similares a los utilizados en los dados) y después dos pares de números presentados en formato dígitos o palabras numéricas. La tarea de los participantes consistió en indicar si los dígitos o palabras numéricas representaban la misma numerosidad que la expresada en los puntos. Los resultados mostraron un efecto de interacción formato por tamaño tanto en la tarea de recuperar hechos multiplicativos como en la tarea de emparejamiento, apoyando, por lo tanto, una explicación basada en la codificación.

Sin embargo, existe la posibilidad, como señalan Jackson y Coney (2007), de que en la tarea de emparejamiento utilizada por Noel y colaboradores se confundan los procesos de codificación con los procesos de activación automática de la recuperación de hechos que vimos en el Capítulo 1. Recordemos que en los trabajos de LeFevre y colaboradores vieron pares de números (e.g., “3 + 5”) y posteriormente tenían que decidir si un número posterior (e.g., “5”) había sido presentado en el par anterior y encontraron tiempos de respuesta más rápidos a números que representaban la suma del par. Además, el efecto fue encontrado incluso cuando el par aparecía sin el signo más (e.g., “3 5”), lo que sugiere que la activación automática de hechos ocurre por el mero hecho de enfrentarse a pares de números. Dado que en estos trabajos se encontró la misma interacción con el tamaño de los números, es posible que en la tarea de Noel et al. (1997) no sólo implique codificación

de los números, sino que también los participantes accedieron a los procesos de recuperación automática produciendo la interacción formato por tamaño.

Campbell (1999) puso otra vez a prueba la hipótesis de la codificación para explicar la interacción formato por tamaño en un nuevo estudio. Como plantea Campbell (1999), los estudios previos para demostrar que el efecto de la interacción surge en los procesos de decodificación no manipularon directamente las condiciones de codificación, sino que se utilizaron métodos indirectos, como control estadístico o tareas de control como la tarea de emparejamiento de Noel y colaboradores. Por ello, analizó la contribución de la codificación a la interacción formato por tamaño manipulando las condiciones de presentación de los operandos, en este caso en tareas de suma. Para ello, presentó los operandos bajo dos condiciones: simultánea, como en los estudios previos (e.g., “4 + 8”) o secuencial; en la cual el operando de la izquierda (“4”), el signo más (“+”) y el operando de la derecha (“8”) aparecieron uno a la vez con una exposición de 400 ms, por lo tanto, el operando de la derecha apareció 800 ms más tarde que el operando de la izquierda. Como argumenta el autor, una presentación previa de 800 ms del operando de la izquierda debería ser suficiente para codificar este operando independientemente del formato. Consecuentemente, los efectos del formato deberían surgir solo en conexión con el segundo operando, y por lo tanto, si la interacción formato por tamaño surge en la codificación, los efectos de la interacción deberían reducirse a la mitad en la condición secuencial respecto a la condición simultánea. Los resultados mostraron un efecto de interacción similar a los estudios previos en la condición simultánea, pero los efectos fueron similares en la condición secuencial, lo que llevó a Campbell a concluir que la interacción no ocurrió en la codificación sino durante el cálculo.

Sin embargo, es cuestionable, como sugieren Jackson y Coney (2007), que la interpretación de los procesos de codificación en la condición secuencial descrita por Campbell sea lo que realmente ocurra. Por ejemplo, el acceso a las soluciones correctas en aritmética requiere de la codificación del problema como un todo (Blankenberg & Vorberg, 1997), por lo tanto, es posible que la codificación en la condición secuencial sea más compleja, y que requiera la integración de la representación numérica del operando de la derecha con el de la izquierda y con el signo almacenados en la memoria a corto plazo. Entonces, en ambas condiciones se requeriría la codificación del problema como un todo, pudiéndose encontrar una interacción formato por tamaño similar.

Otra forma de analizar si el formato surge en la codificación o en el cálculo ha sido analizando las estrategias empleadas en el acceso a la solución. Como vimos en el Capítulo 2, los adultos no siempre utilizan la recuperación para resolver operaciones de cálculo. En este sentido, ya que las operaciones se encuentran raramente en formato palabras numéricas, la familiaridad visual con este formato será baja. Esto, junto con la mayor dificultad para procesar estímulos palabras numérica, provocaría un mayor uso de estrategias en el formato palabras que en el formato dígitos. Esto es lo que plantearon Campbell y Fugelsang (2001). Para probar esta hipótesis utilizaron un procedimiento de verificación en el cual pedía a los participantes que indicaran si las operaciones de suma presentadas como dígitos (e.g., “ $3 + 5 = 9$ ”) o palabras numéricas (e.g., “tres + cinco = nueve”) eran verdaderas o falsas, junto con medidas de auto informes sobre las estrategias utilizadas para resolver los problemas. Los resultados revelaron en esta tarea de verificación la misma interacción formato por tamaño encontrada en tareas de producción utilizadas previamente. Además, el uso estrategias de cálculo fue mucho

mayor para los estímulos palabras que para los dígitos, y esta diferencia fue mayor con las operaciones grandes. En un estudio posterior, Campbell y Penner-Wilger (2006) los participantes resolvieron operaciones de suma presentadas en ambos formatos y aportaron las estrategias utilizadas por medio de auto informes, pero en este caso añadieron al análisis la descomposición de la distribución de los tiempos de reacción en los parámetros “mu” y “tau” derivados del análisis ex-Gausiano. Recordemos, como vimos en el Capítulo 2, que variaciones en “tau” reflejan el uso de procedimientos diferentes a la recuperación, mientras que variaciones en “mu” reflejan variabilidad en la recuperación, como la relativa accesibilidad a hechos numéricos. Los resultados confirmaron que las operaciones informadas como recuperación contribuyeron predominantemente a “mu”, mientras que las operaciones que se informaron con uso de estrategias contribuyeron a “tau”. Además, la interacción tamaño por formato se asoció a “mu” y no a “tau”, y el uso de de estrategias también presentó interacción. Estos resultados serían consistentes con la idea de que el formato palabra altera la recuperación de hechos y promueve el uso de estrategias procedimentales. Así, Campbell y colaboradores interpretaron los resultados de estos estudios, basados en el análisis de las estrategias, otra vez como evidencia de la influencia del formato en los procesos de cálculo más que en los procesos de codificación.

Más recientemente, Campbell y Alberts (2009) han estudiado la influencia del formato sobre la elección de estrategias analizando las cuatro operaciones básicas. En los estudios anteriores, los efectos del formato sobre la elección de estrategias se analizaron sólo en operaciones suma. Además, todos los estudios previos relacionados con la influencia del formato se habían llevado a cabo con las operaciones de suma y multiplicación. Por lo tanto, este

es el primer trabajo en el que se amplía el estudio a las operaciones de resta y división. Los datos obtenidos en el primer experimento demostraron mayor dificultad en el uso de la recuperación en el formato palabra numérica para la suma que para la resta, lo que fue debido al incremento del conteo para la suma pero no para la resta. El segundo experimento demostró mayores costos en el uso de la recuperación para la división que para la multiplicación, debido fundamentalmente al uso de la referencia a la multiplicación para resolver operaciones de división. Los cambios relacionados con el formato reflejan tanto la eficiencia de la recuperación para una operación dada como la disponibilidad del uso de estrategias alternativas. De esta forma, los resultados obtenidos demuestran que los procesos de cálculo no están desligados del formato de las operaciones. Los autores proponen que la eficiencia de la recuperación en la aritmética enlaza diferentes efectos en el rendimiento y en el uso de estrategias a través de diferentes factores aritméticos, dentro de los que se incluyen la operación, el tamaño y el formato. Los efectos que se han demostrado en este estudio demuestran que los procesos de cálculo no están separados de la decodificación, al contrario, los procesos en aritmética cognitiva reflejan variables y complejas representaciones y procesos que interaccionan y que dependen directamente del contexto y del formato en el que el problema está presentado.

Los efectos del formato de presentación de las operaciones también han sido estudiados en el contexto de tareas que analizan la activación automática de hechos numéricos, como las revisadas en el Capítulo 1. La tarea de interferencia de LeFevre y colaboradores es un ejemplo. Recordemos que en esta tarea los participantes tenían que decidir si un número (e.g., “5”) mostrado inmediatamente después de un par de números (e.g., “2 + 5”) había aparecido en este par. En esta tarea el tiempo para rechazar un número es más

largo cuando el número es igual a la suma de los números en el par, lo que demuestra que la recuperación de hechos es automática y produce interferencia al dar la respuesta. LeFevre et al. (1988) mostraron que los efectos de interferencia fueron similares cuando los estímulos se presentaron en formato dígito o en formato palabra numérica, lo cual iría en la línea de que el formato no afectó a los procesos de cálculo.

Por su parte, Jackson y Coney (2007b) también aplicaron su paradigma de priming con una tarea de “naming” para analizar la influencia del formato en operaciones de suma y multiplicación. Recordemos que en esta tarea se producen efectos de facilitación cuando el nombrado de un número es congruente con la suma (o multiplicación) de un par de números presentados previamente (e.g., “2 + 3” y “5”), mientras que se producen efectos de inhibición cuando el número a nombrar es incongruente (e.g., “9 + 7” y “5”; Jackson y Coney 2005, 2007a). En este nuevo trabajo, Jackson y Coney (2007b) presentaron los estímulos en formato palabra numérica y dígito. Además, restando el tiempo de respuesta para nombrar números congruentes (“2 + 3” y “5”) del tiempo tomado para nombrar los incongruentes en los que se utiliza el mismo prime (“2 + 3” y “7”), se produce un efecto de priming global que es independiente del tiempo de codificación. Los resultados revelaron diferencias de los efectos de priming globales entre los estímulos presentados en diferentes formatos. Concretamente, los efectos observados en la condición dígitos fueron mayores que los encontrados en la condición palabras. De hecho, el único efecto de priming (en este caso inhibición) significativo para la condición palabras numéricas se encontró en la operación de suma para operandos pequeños y en los SOAs más altos. Así, según los autores, sus resultados proporcionan un apoyo parcial a la hipótesis de que las operaciones representadas en distinto formato son procesadas

diferencialmente. Más interesante es la interpretación que los autores dan a sus resultados, ya que proponen un procesamiento de los dígitos en términos de códigos visuales y un procesamiento de las palabras numéricas en términos de códigos fonológicos. Parece razonable asumir que la activación desde la memoria de la solución para estímulos dígitos sea vía representaciones visuales, ya que hay una alta frecuencia de exposición a representaciones visuales de operaciones con dígitos en el aprendizaje formal de las matemáticas. Las operaciones presentadas en formato palabras posiblemente sean resueltas vía representaciones fonológicas porque es improbable que la solución correcta sea activada desde una red semántica de operaciones representadas en la forma de palabras visuales en la memoria. Así, dado que las palabras numéricas son más comunes en contextos de lectura, parece más factible que la solución correcta sea activada desde un mecanismo verbal basado en la lectura. Esto mismo es asumido por Campbell y colaboradores, quienes indican que “los códigos visuales pueden ser especialmente salientes con estímulos dígitos, mientras que la activación de códigos fonológicos puede ser más saliente con palabras numéricas” (Campbell y Clark, 2002, p. 461).

En resumen, dentro de los estudios realizados en este campo podemos encontrar dos posturas diferenciadas: Por un lado, desde algunos planteamientos que hemos ido viendo se considera que el formato afecta solamente a los procesos de codificación y no directamente al cálculo en sí (Dehaene y Cohen, 1995; McCloskey, 1992; Noël, Fias y Brysbaert, 1997). Desde esta perspectiva, una vez que los números de la operación han sido codificados los subsecuentes procesos de cálculo son los mismos independientemente del formato de los números. De esta forma, se asume que los procesos de codificación y cálculo son independientes (modulares) y

aditivos. Alternativamente, el otro planteamiento propone que los procesos de cálculo pueden variar tanto en el tipo de procesos (recuperación vs. estrategias) como en la eficacia de los mismos dependiendo el formato de presentación de los números (Campbell y Alberts, 2009; Campbell y Fugelsang, 2001; Campbell y Penner-Wilger, 2006). Por lo tanto, los procesos de codificación y cálculo serían más bien interactivos que aditivos. Esta cuestión también ha sido analizada considerando el efecto del tamaño de los números y las estrategias utilizadas en este tipo de tareas. De esta forma, algunos estudios han demostrado que el efecto del tamaño varía como una función del formato, siendo este mayor en operaciones presentadas con palabras numéricas (Campbell, Kanz y Wue, 1999; Campbell y Penner-Wilger, 2006). Dado que el efecto del tamaño se produce en el cálculo, la interacción formato tamaño sugiere que el formato afecta a la eficacia en el cálculo, aunque otros consideran que la interacción se podría producir durante el proceso de codificación, si en este se tarda más tiempo en codificar los números en un formato verbal (Noël et al., 1997). Por último, en lo que se refiere a las estrategias, Campbell y Alberts (2009) mostraron que sujetos adultos utilizaron con más probabilidad el conteo y la transformación en operaciones presentadas con palabras numéricas que en aquellas presentadas con dígitos arábigos, una muestra, según los autores, de la influencia del formato en el cálculo. De cualquier forma, el efecto del formato continúa siendo una cuestión abierta en la investigación sobre la cognición numérica.

Nuestro objetivo dentro de este campo del formato numérico es analizar en el contexto de un problema de texto aritmético la influencia del formato numérico en la ejecución del cálculo. Concretamente, analizar si la presentación de los números en formato dígitos o palabras numéricas

desencadena mecanismos diferentes en los problemas de texto aritméticos en una forma similar a los encontrados en cálculo simple.

RESUMEN Y PLANTEAMIENTO DE NUESTRA INVESTIGACIÓN

La mayoría de los modelos desarrollados en el campo de la aritmética cognitiva comparten la idea de que los individuos competentes en aritmética resuelven las operaciones de cálculo simple recuperando la respuesta directamente desde una red de asociaciones almacenada en la memoria (Ashcraft, 1982, 1987, 1995; Campbell, 1987, 1995; Campbell & Graham, 1985; Dehaene & Cohen, 1995; Siegler & Shrager, 1984; Widaman, Geary, Cormier, & Little, 1989). Por ejemplo, en el ampliamente citado y compartido modelo de Ashcraft, los hechos aritméticos se almacenan en una red de asociaciones compuesta por unidades o nodos relacionados entre sí. De esta forma, la presentación de una operación (e.g., “2 + 3”) activa los nodos numéricos especificados en la operación (e.g., “2” y “3”). La activación se propaga desde estos nodos a través de la red, de tal forma que los nodos relacionados, incluyendo la suma, también son activados.

Un aspecto importante que caracteriza a este proceso de recuperación, también compartido por los modelos, es que la misma ocurre a través una activación automática de la propagación desde los nodos de los sumandos a los nodos relacionados (e.g., la suma), por lo que la recuperación de hechos no consumiría recursos cognitivos, con la ventaja que esto supone para la resolución de tareas más complejas.

La automaticidad en la recuperación de hechos ha sido evaluada desde diferentes paradigmas, tales como el uso de tareas de interferencia (LeFevre et al., 1988; LeFevre, Kulak, & Bisanz, 1991; Lemaire, Barret, Fayol, & Abdi, 1994; Zbrodoff & Logan, 1986) y de priming (Campbell, 1987, 1991; Jackson

& Coney, 2005, 2007; Koshmider & Ashcraft, 1991). Todos estos estudios utilizando diferentes situaciones y paradigmas muestran la automaticidad en la recuperación de hechos numéricos desde la memoria. Sin embargo, este efecto puede variar dependiendo del tamaño de los números incluidos en la operación. Uno de los fenómenos más extensamente estudiados en el campo de la aritmética cognitiva es el efecto del tamaño de los números (*problem-size effect*), según el cual, la dificultad en la resolución de combinaciones aritméticas se incrementa con el tamaño de los números, y las operaciones con números mayores (e.g., “7 + 8”) se resuelven más lentamente que las operaciones con números pequeños (e.g., “3 + 2”; Ashcraft, 1992; Zbrodoff y Logan, 2005). En este sentido, la automatización puede variar con el tipo de operaciones, de tal forma que operaciones con números más pequeños mostrarían más evidencia de la activación automática que las operaciones con números mayores. De hecho, el efecto del tamaño de los números en el contexto de la automaticidad en la recuperación de hechos cuenta con apoyo empírico, tanto desde tareas de priming (Ashcraft, Donley, Halas, & Vakali, 1992; Campbell, 1987, 1991; Jackson & Coney, 2005, 2007) como tareas de interferencia (Lemaire et al., 1994). Se han propuesto diferentes alternativas para explicar el efecto de tamaño de los números. Así, desde los modelos de recuperación de la red de hechos almacenados, la automatización sería mayor con números más pequeños porque la asociación sería más fuerte entre los nodos numéricos y la respuesta correcta, (Ashcraft, 1982, 1987; Campbell & Graham, 1985; Siegler & Jenkins, 1989; Siegler & Shipley, 1995), posiblemente debido a que las operaciones con números más pequeños son más frecuentes (Ashcraft y Christy, 1995; Hamann y Ashcraft, 1986), lo que resultaría en una mayor asociación en la memoria.

Más recientemente, sin embargo, se ha propuesto una alternativa a la explicación del efecto del tamaño de los números, según la cual, los adultos no sólo utilizarían la recuperación de hechos para resolver operaciones simples, sino también estrategias procedimentales, especialmente para las operaciones con números mayores. De hecho, un número importante de trabajos han analizado las estrategias que los adultos utilizan para resolver operaciones (e.g., Campbell y Timm, 2000; Campbell y Xue, 2001; Hetch, 1999, 2002; LeFevre, Sandesky y Bisanz, 1996). Los resultados obtenidos corroboran la idea de que los sujetos utilizan diferentes estrategias con diferentes problemas. Por ejemplo, en el trabajo pionero de LeFevre et al. (1996) los participantes utilizaron la recuperación en mayor medida con las operaciones que incluían números más pequeños (e.g., sumas < 10), mientras que utilizaron el conteo y la transformación (e.g., “ $9 + 6$ ” es “ $9 + 1 + 5$ ”) con operaciones que incluían números mayores (e.g., sumas > 10). Dado que estas estrategias diferentes de la recuperación son más lentas en el acceso a la respuesta, el efecto del tamaño podría estar influenciado por el uso de las mismas.

El uso de estrategias procedimentales en operaciones simples también varía en función de la operación aritmética. Aunque los resultados varían desde los distintos estudios, hay un acuerdo generalizado en que la utilización de procedimientos es más común para las operaciones de resta y división que para sus inversas de suma y multiplicación (Campbell y Xue, 2001; Geary, Frensch y Wiley, 1993; LeFevre, DeStefano, Penner-Wilger, & Daley, 2006). De manera concreta, estudios recientes han mostrado que los adultos utilizan estrategias basadas en el conocimiento de la relación inversa entre suma y resta (e.g., “ $4 + 3 = 7$ ” corresponde con “ $7 - 3 = 4$ ”) para resolver operaciones de resta (Campbell, 2008, 2010) o entre multiplicación y división (“ $9 \times 7 = 63$ ” corresponde con “ $63 / 7 = 9$ ”) para resolver operaciones de

multiplicación (Mauro, LeFevre y Morris, 2003). No obstante, el efecto del tamaño de los números también influye en la elección de estrategias para estas operaciones, dado que el uso de la relación inversa se produce fundamentalmente con operaciones que incluyen números mayores (Campbell, 2008).

Otro de los temas de interés relacionados con la aritmética cognitiva ha sido la influencia del formato numérico en la ejecución de tareas de aritmética elemental (e.g., “ $3 + 5 = _$ ” vs. “tres + cinco = $_$ ”). Algunos estudios han comparado la ejecución en operaciones presentadas como dígitos arábigos con operaciones presentadas como palabras numéricas. Uno de los resultados más ampliamente encontrados es que la ejecución con palabras numéricas es más difícil que con números arábigos, llegando a ser un 30% más lenta la ejecución y con más errores (Campbell y Epp, 2005). Esta cuestión es interesante, ya que los efectos del formato evalúan no sólo los procesos de cálculo implicados en la tarea, sino cómo estos se relacionan con los procesos de codificación de los números. Desde algunos planteamientos se considera que el formato afecta solamente a los procesos de codificación y no directamente al cálculo en sí (Dehaene y Cohen, 1995; McCloskey, 1992; Noël, Fias y Brysbaert, 1997), mientras que otro planteamiento propone que los procesos de cálculo pueden variar tanto en el tipo de procesos (recuperación vs. estrategias) como en la eficacia de los mismos dependiendo el formato de presentación de los números (Campbell y Alberts, 2009; Campbell y Fugelsang, 2001; Campbell y Penner-Wilger, 2006).

En resumen, algunas de las cuestiones estudiadas en el contexto de la aritmética cognitiva se relacionan con la automaticidad de la recuperación de hechos desde la memoria, el uso de diferentes estrategias y el formato de presentación de los números de las operaciones. Sin embargo, la mayoría estos

trabajos se han desarrollado utilizando tareas con operaciones de un dígito, y desde nuestro punto de vista, el estudio de estas cuestiones en el contexto de tareas más complejas en las que el cálculo sea un componente, como los problemas aritméticos, aportaría conocimientos relevantes para entender esta importante habilidad humana. Ahora bien, ¿hasta qué punto es posible analizar *on-line* los procesos de cálculo en la resolución de problemas, una tarea que requiere poner en marcha otros componentes implicados en la misma?

En la resolución de un problema aritmético es común distinguir entre procesos incluidos en la construcción de una representación del enunciado (e.g., la comprensión del problema) y procesos incluidos en la resolución del problema (de Corte y Verschaffel, 1987; Mayer, 1989, 1992; Schoenfeld, 1985; Stern, 1993). Así, desde el texto verbal se construye una representación mental del problema en términos de conjuntos y relaciones entre conjuntos. Sobre la base de esta representación, y para problemas simples de un paso (que son los que nos interesan), se selecciona la operación apropiada para encontrar el elemento desconocido en la representación construida, para posteriormente ejecutar la operación seleccionada. La mayoría de los estudios sobre resolución de problemas aritméticos han focalizado la atención en los mecanismos incluidos en la comprensión del problema. Esta preferencia se debe, a nuestro entender, a dos motivos. Por un lado, es ampliamente conocido que la dificultad en la resolución de problemas se relaciona directamente con los procesos de representación más que con la ejecución de las operaciones requeridas (Cummins, Kintsch, Reusser, & Weimer, 1988; Lewis & Mayer, 1987). En este sentido, se ha relegado el estudio del cálculo a la ejecución de tareas con operaciones aisladas. Por otro lado, y más importante para los propósitos de este trabajo, se ha considerado que los procesos de comprensión y los requerimientos de cómputo son procesados de

forma secuencial, donde se entiende primero el texto del problema y posteriormente se ejecutan las operaciones (ver Rabinowitz & Woolley, 1995; pero ver también Thevenot & Oakhill, 2005). En este contexto, analizar los procesos de cálculo en la resolución de problemas es difícil, dada la carga cognitiva impuesta por los procesos de comprensión, y más importante, porque los procesos de comprensión y cálculo son secuenciales.

Sin embargo, también cabe la posibilidad de que los procesos de cálculo se desencadenen antes de que la representación del problema haya sido completada. Consideremos esta posibilidad a partir de los modelos propuestos sobre resolución de problemas aritméticos (e.g., Kintsch y Greeno, 1985; ver también Riley y Greeno; Riley, Greeno y Heller, 1983). De acuerdo con estos modelos, la representación del problema se construye desde el texto (texto base en términos de Kintsch y Greeno, 1985). En el modelo de Kintsch y Greeno, el texto base contiene conjuntos y relaciones entre conjuntos. Coordinado con el texto base se encuentra el modelo del problema, el cual refleja sólo la información matemática relevante y necesaria para resolver el problema. Cuando se presenta un problema, las proposiciones del texto base se asignan a un esquema de conjunto en el modelo del problema. Un esquema de conjunto (red semántica en el modelo de Riley y Greeno) es una estructura que representa las propiedades y relaciones entre conjuntos. Los conjuntos se representan con cuatro atributos que corresponden con los emplazamientos objeto, cantidad, especificación y rol. El rol contiene un término relacional que identifica el rol del conjunto en una estructura de alto nivel, los llamados esquemas de alto orden que incluyen otros conjuntos y representan las relaciones entre los mismos.

Por ejemplo, en el siguiente problema de Cambio (ver Riley et al., 1983, para una descripción de los distintos problemas aritméticos) "Juan tenía 3

canicas. Entonces, Pedro le dio 5 canicas. ¿Cuántas canicas tiene Juan ahora?”, la frase “Juan tenía 3 canicas” es incluida en los emplazamientos de objeto (canicas), cantidad (3) y especificación (Juan y rasgo temporal en pasado) en un esquema de conjunto. En este momento el emplazamiento del rol está vacío. Con “Pedro le dio 5 canicas” se representa un segundo conjunto, en el que la especificación incluye Pedro, en tiempo pasado y ocurriendo después del primer conjunto. “5” y “canicas” se incluyen en los emplazamientos de cantidad y objeto respectivamente. El término lingüístico “dar” desencadena un esquema de alto orden que representa los problemas de cambio, en los cuales hay un conjunto *inicial* de ciertos objetos, y otro objetos del mismo tipo, el conjunto *cambio*, se dan al sujeto del conjunto inicial, para crear el conjunto *resultado*. De esta forma, al segundo conjunto se le asigna el rol de cambio, y al primer conjunto (que se mantiene en un almacén a corto plazo) se le asigna el rol inicial. Desde la pregunta “¿Cuántas canicas tiene Juan ahora?” se añade un tercer esquema de conjunto al que se le asigna el rol resultado en el esquema de alto orden. La proposición cuantitativa “cuántas (canicas)” indica la identificación de la cantidad del tercer conjunto como la meta del problema. Una vez “rellenado” el esquema de alto orden y la meta de calcular la cantidad del conjunto resultado, se desencadena el cálculo (bien recuperando hechos, bien aplicando estrategias procedimentales) para proporcionar la respuesta al problema.

Así, desde estos modelos se apoyaría el procesamiento secuencial, en el que primero se comprende la situación del problema y posteriormente se computa el cálculo requerido. Sin embargo, podemos considerar una hipótesis alternativa al procesamiento secuencial, a saber, que los procesos ocurran simultáneamente o que ocurran en cascada, es decir, que unos procesos comienzan antes de que otros se hayan completado (McClelland, 1979). Las

proposiciones se procesan on-line y se asignan a esquemas de conjunto. Si dos conjuntos con sus emplazamientos de cantidad (e.g., “3” y “5”) se mantienen en un almacén a corto plazo, y los individuos que son hábiles en aritmética puede recuperar automáticamente hechos numéricos desde la memoria, entonces la recuperación (e.g., “ocho”) es posible incluso sin la presencia de una meta para el problema, esto es, sin pregunta. Apoyo para este planteamiento lo encontramos en las investigaciones llevadas a cabo por LeFevre y sus colaboradores expuestas más atrás. En la tarea de emparejamiento numérico utilizada por estos autores, la activación automática de los hechos aritméticos relacionados produce interferencia en condiciones tanto con signo “+” como sin él (e.g., “3 + 5” y “3 5”), sugiriendo que la activación se propaga desde los dígitos, independientemente de la presencia del signo. Es decir, la activación de hechos aritméticos se produce simplemente como resultado de la exposición a pares de números.

Pero además, cabe la posibilidad de presentar la pregunta al principio del problema (e.g., “¿Cuántos patos hay en el estanque ahora, si al principio había 13 patos y después se fueron 8?”), lo que permitiría que los datos numéricos se integraran en la representación requerida para resolver el problema (Devidal, Fayol, & Barrouillet, 1997; Thevenot, Devidal, Barrouillet, & Fayol, 2007), y el cálculo se podría ejecutar durante la lectura, lo cual permitiría analizar el cálculo en el contexto de un problema incluso con tareas de producción. De esta forma, se abre una puerta para analizar los procesos de cálculo en el contexto de un problema aritmético, una tarea en la que el cálculo es un componente más pero que requiere más recursos cognitivos.

Así, en el primer estudio empírico analizamos hasta qué punto los procesos de cálculo se desencadenan de manera automática en el contexto de un problema. Si, como decimos, la recuperación de hechos desde la memoria

se activa automáticamente como resultado de la exposición a los operandos, entonces este proceso se debería desencadenar incluso en tareas más demandantes cognitivamente. Para analizar esta cuestión utilizaremos el paradigma de priming con una tarea de nombrado. En el segundo estudio empírico nos centraremos en otros de los aspectos estudiados en la aritmética cognitiva sobre el que la utilización de un problema aritmético puede aportar información relevante: el uso de estrategias frente a la recuperación de hechos desde la memoria. En este caso, más que replicar lo encontrado en los estudios previos pretendemos solventar algunas de las limitaciones que hemos encontrado en los trabajos que utilizan operaciones de cálculo. De manera similar, en el tercer estudio empírico analizaremos la influencia del formato cuando los números se presentan en el contexto de un problema, intentado solventar algunas de las limitaciones encontradas en operaciones de cálculo.

SEGUNDA PARTE

ESTUDIOS EMPÍRICOS

ESTUDIO 1.

ESTUDIO 1: Automatización de la recuperación de hechos en el contexto de problemas aritméticos.

Como ya hemos anticipado, desde la aritmética cognitiva se asume que los adultos resuelven operaciones aritméticas simples mediante la recuperación automática de la respuesta desde la memoria. La recuperación de hechos ocurre por una propagación de la activación automática desde los números a la respuesta, y de este modo, la recuperación debería consumir recursos cognitivos mínimos. Sin embargo, la mayoría de las investigaciones se han limitado a utilizar operaciones de suma y multiplicación de un dígito. Se conoce muy poco sobre cómo se produce esta activación automática en otras tareas en las cuales el cálculo es un componente más del proceso. En el presente estudio queremos proponer si la activación de hechos es también automática en el contexto de tareas aritméticas más complejas, tales como la resolución de un problema aritmético. Si la recuperación de hechos se produce automáticamente, entonces, esto también debería ocurrir cuando la tarea es más compleja, esto es, cuando ésta demanda más recursos cognitivos.

Para examinar esta cuestión, en este primer estudio de nuestro trabajo hemos utilizado una tarea de priming similar a la utilizada por Jackson y Coney (2005, 2007). Recordemos que estos autores establecieron la presentación de una operación como prime y la solución a esta como target. De forma similar, en nuestra tarea, los “primes” son los dígitos, incluidos en dos frases que contienen la información numérica de un problema aritmético (e.g., “3” y “2” en “José tiene 3 canicas. Entonces Tom le dio 2 canicas”), y a esta

frase le sigue otro dígito, el “target”, que el sujeto tiene que nombrar en alto, Este dígito target puede representar o bien la suma de los dos dígitos anteriores (e.g., “5”), otro número no relacionado con el prime (e.g., “8”), o, al igual que en Jackson y Coney (2007), también hemos usado un prime neutro reemplazando los números del problema por letras mayúsculas (e.g., “X” e “Y”). Las distancias temporales entre primes y targets fueron controladas con diferentes SOAs, y el tamaño de los números utilizados nos permitió controlar el efecto tamaño.

Si en el contexto de un problema la recuperación de hechos se lleva a cabo de manera automática, esperamos encontrar tiempos de latencia más cortos (facilitación) cuando lo sujetos nombran el target que sigue un prime suma que en nombrar target que siguen a un prime neutro. Por el contrario, esperamos tiempos de latencia más largos (inhibición) cuando los sujetos nombran el target que sigue a un prime no relacionado en comparación con los que siguen a un prime neutral. Además, si la activación de hechos aritméticos en la suma es automática, entonces la facilitación y la inhibición se encontrará cuando se usen los tiempos más pequeños de SOA. Por otro lado, los números que hemos utilizado para los primes se crearon en dos categorías distintas definidas por el tamaño de la suma de ambos números; ya que si el problema del efecto tamaño ha sido encontrado en otros estudios esperamos que esté también presente en nuestro estudio, de forma que, los efectos de facilitación e inhibición deberían ser más fuertes cuando los sujetos se encontrasen con las sumas pequeñas. Finalmente, para evaluar si la activación de la suma ocurre incluso cuando las operaciones aritméticas no están implicadas en la tarea, la adición no fue mencionada durante las sesiones, para esto, la pregunta ordinaria del problema fue reemplazada por otra pregunta

sobre otros aspectos del problema (e.g., los protagonistas, los objetos, etc.) que no estaban relacionados con la operación, ni con los cálculos.

Metodología.

Participantes.

En este estudio participaron un total de 24 estudiantes universitarios, entre los que se incluían 8 hombres y 16 mujeres, de la universidad de Salamanca. La media de edad de los estudiantes era 19,9 años.

Estímulos.

Cada estímulo del experimento consistía en un texto, una tarea de “naming” y una pregunta de verificación a la que los sujetos tenían que responder con “sí” o “no”.

Todos los estímulos utilizados eran problemas aritméticos elementales, en los que se había eliminado la pregunta habitual. Los problemas pertenecían a dos tipos distintos de problemas semánticos, denominados problemas de “cambio” y problemas de “combinación”, según el esquema de clasificación realizada por Riley, Greeno y Heller, (1983), para los problemas de suma y resta de una sola operación.

Los problemas mostraban siempre la siguiente forma: Para los problemas de cambio “*María tiene X canicas, entonces John le dio Y canicas*” y para los problemas de combinación “*María tiene X canicas. John tiene Y canicas*”. Señalamos que todos los problemas diferían en el nombre de los protagonistas, la naturaleza de los objetos y el tamaño de los números.

En cuanto a los números usados en los problemas aritméticos, los *primes* de la tarea de *priming*, consistían en pares de números seleccionados desde una matriz de números desde el 2 hasta el 9, donde se excluyeron las operaciones dobles (e.g., “3 +3”), es decir, el mismo entero nunca aparecía dos veces dentro del mismo par. Además, la mitad de los pares se crearon para que el número pequeño de los dos integrantes fuese encontrado en la primera frase del problema y la otra mitad para que el número pequeño apareciera en la segunda frase. Para poder medir el problema del efecto tamaño, de los 12 pares de números que se presentaron, 6 pares pertenecían a la condición de “números pequeños”, en los cuales la suma de los integrantes era de 10 o menos, y 6 a la condición de “números grandes”, en los cuales la suma de los integrantes era 12 o superior. Para un mayor nivel de variabilidad los números podían ser ambos mayores o iguales que 5, ambos mayores o iguales que 6 o una mezcla de los dos. El set completo de los pares se muestra en la **Tabla 1**. También se creó un segundo set cambiando el orden de los operandos

Set 1	Set 2	Congruente	Incongruente
3-7	7-3	10	6
4-2	2-4	6	13
8-7	7-8	15	11
3-4	4-3	7	10
6-9	9-6	15	10
7-5	5-7	12	6
5-2	2-5	7	12
3-5	5-3	8	15
6-2	2-6	8	11
4-9	9-4	13	7
8-6	6-8	14	5
7-9	9-7	16	12

Tabla 1. Conjunto de “*Primes*” y de “*Targets*” congruentes e incongruentes.

Para la realización de la tarea de “naming”, un dígito, el target, se presentaba en la pantalla del ordenador después de la última palabra del problema de texto. Se presentaron a los sujetos 3 tipos de target correspondientes con las tres condiciones de relación entre el prime y el target, de forma que podía ser: congruente (e.g., “ $2 + 3 = 5$ ”), incongruente (e.g., “ $2 + 3 = 8$ ”), o neutral (e.g., “ $X + Y = 5$ ”). De esta forma, para la condición congruente, los targets era iguales a la suma de los dos pares de números del problema aritmético, para la condición incongruente los targets eran diferentes con una diferencia de por lo menos 3 números con la solución correcta, y para la condición neutral, de acuerdo con Jackson y Coney,(2007) se usaron dos letras mayúsculas en el lugar de los números del problema de texto, de forma que los primes neutrales no se pudieran asociarse al target y que nos ofreciera una línea de base sobre la cual poder analizar los efectos de facilitación e inhibición.

En cuanto a la pregunta de verificación se estableció únicamente para asegurarnos de que los participantes leían los problemas aritméticos para comprenderlos y no para resolverlos. Las preguntas utilizadas pedían información acerca de los protagonistas, los números (o las letras) o los objetos, pero nunca pedían información sobre las soluciones de los problemas, de forma que el cálculo de la suma era irrelevante para la realización de la tarea.

Procedimiento.

Los estímulos se presentaron usando la aplicación informática “SuperLab”, la cual se llevo a cabo en ordenadores personales con una pantalla de 15 pulgadas. Los problemas se presentaban a los sujetos palabra a palabra, mediante la presentación rápida de estímulos (RSVP), utilizando la fuente Geneva y un tamaño de 26 puntos. De este modo, cada palabra se

exponía durante 250 ms (excepto la última palabra del texto la cual se exponía durante 150ms), y había un intervalo de 50 ms entre cada palabra y de 150ms entre las dos frases del problema. En la condición del SOA a 500 ms, el intervalo entre la presentación del segundo número y la presentación del target era de 500 ms, con un intervalo interestímulo (ISI) de 50 ms entre la finalización de la última palabra y el comienzo del target (ya que la última palabra presentada permanecía en la pantalla solamente 150 ms). En las condiciones de SOA de 1000 y 1500ms, el ISI entre la desaparición de la última palabra y el comienzo del “target” era de 550 y 1150ms, respectivamente.

Cada estímulo comenzaba con una pantalla de preparación consistente en unos asteriscos (****) que aparecían en el centro de la pantalla, esta pantalla tenía una duración de 1000 ms. Una vez que esta pantalla se desvanecía, las palabras del problema comenzaban a aparecer y desaparecer, una cada vez, en el centro de la pantalla. Después del correspondiente SOA, el “target” aparece en la pantalla, y se mantiene hasta que el participante lo nombra. La instrucción que se daba a los participantes antes del desarrollo del experimento es que tenían que nombrar los números del target correctamente y lo más rápido posible. Un micrófono conectado a un aparato de activación de voz interrelacionado con el ordenador registraba la latencia de la emisión de la lectura de los números por parte de los participantes. Una vez que el sujeto leía el dígito del target, este desaparecía de la pantalla y aparecía la pregunta de verificación, que permanecía en la pantalla hasta que el sujeto respondía verbalmente y presionaba la barra espaciadora para pasar al siguiente estímulo. Las latencias de respuesta a esta pregunta no fueron registradas.

Cada uno de los 36 pares experimentales fue presentado para cada SOA, resultando un total de 180 estímulos para cada participante, que seguían a 8 estímulos de práctica en cada una de las condiciones. El orden en el que se presentaban los estímulos era aleatorio con la única condición de que no podían aparecer de forma consecutiva más de dos target congruentes, incongruentes o neutros, así como que el mismo par de números no pudiese aparecer de forma sucesiva. La mitad de los participantes pasaron el “set 1”, y la otra mitad el “set 2”. Los estímulos de cada uno de los tres SOA, fueron pasados en bloques separados.

Resultados.

Los tiempos de reacción fueron anulados por fallos del registro de voz en menos del 1% de los ítems, del mismo modo, los tiempos que estaban por encima o por debajo de 2,5 desviaciones típicas de la media de los tiempos de respuesta de cada participante, fueron descartados como valores extremos (2,6 % de los ítems.) La **tabla 2** muestra los resultados de los tiempos de reacción.

Las latencias de los tiempos de nombrado de los dígitos target se analizaron con un 3 (relación “prime” – “target”) X 3 (SOA) X 2 (tamaño de los números) análisis de varianza (ANOVA) de medidas repetidas. En este análisis todos los efectos principales fueron significativos. En primer lugar, se produce el efecto principal del tamaño: los tiempos de respuesta para la condición de sumas pequeñas fueron 7 ms más rápidos que aquellos en la condición de suma grande, $F(1, 23) = 7,27$, $MSE = 776$. Además, también se encontró el efecto principal del SOA, de forma que los tiempos de latencia decrecían cuando el SOA aumentaba $F(2,46) = 6,71$, $MSE = 4528$ es decir, para el SOA de 500ms los tiempos de respuesta eran más lentos (518ms) que

para el SOA de 1000ms (495ms), y para el de 1500 ms (492). Presumiblemente, este efecto refleja que con un SOA pequeño la latencia de respuesta incluye la decodificación y procesamiento de la última palabra del problema, dado que esta palabra era expuesta en un tiempo más corto. Finalmente, y lo más importante en el contexto de este estudio, encontramos que el efecto principal de la relación entre el prime y el target es significativo. $F(2,46) = 23,99$, $MSE = 2.594$. Comparaciones por pares indican un efecto de facilitación significativo, como habíamos pronosticado, los targets congruentes eran nombrados significativamente más rápido que los target neutrales, con una ventaja de 33 ms, y los targets incongruentes eran nombrados de forma más lenta que los targets neutrales (7ms), aunque esta diferencia no es significativa ($p < .30$). Sin embargo, estos efectos fueron cualificados como una interacción significativa entre el tamaño y la relación entre el prime y el target. $F(2,46) = 6,87$, $MSE = 1.203$. Comparaciones por pares con una $p < 0.05$ mostraron un efecto significativo de facilitación (neutral-congruente), efecto que se ha producido tanto para la condición de sumas pequeñas (39ms) como para condición de sumas grandes (26ms). Por el contrario, se observó una inhibición significativa (congruente-neutral) para la condición de sumas pequeñas (14ms), pero no se produjo un efecto inhibitorio en la condición de sumas grandes (-3ms, $p > .50$).

Aunque la interacción entre el SOA y relación prime – target no fue significativa, dada interacción significativa del tamaño con la relación entre el prime y el target y la necesidad de saber si los efectos de facilitación e inhibición están presentes en todos los tamaños de cada SOA, usamos el termino de error para las tres posibles interacciones con el objetivo de probar estos efectos. Como se muestra en la [tabla 2](#), el patrón es diferente para las sumas pequeñas y las grandes. En la condición de suma pequeña, el efecto de

facilitación fue significativo; con el SOA a 500 ms, $F(1, 92) = 37,35$, $MSE = 871$, con el SOA a 1000ms $F(1, 92) = 18,44$, y con el SOA a 1500ms $F(1, 92) = 11,22$. El efecto de inhibición, sin embargo, fue significativo solamente con el tiempo más corto de SOA, $F(1, 92) = 5,54$. Con respecto a la condición de sumas grandes, el efecto de significación también fue significativo; para el SOA a 500 ms $F(1, 92) = 10,20$, con el SOA a 100 ms $F(1, 92) = 7,70$, y con el SOA a 1500ms $F(1, 92) = 12,03$. Pero no se observó efecto de inhibición en la condición de suma grande para ninguna de las condiciones de SOA (todas los $F_s < 1$). Por último, la ventaja en la facilitación fue mayor para las sumas pequeñas que la observada para las sumas grandes, aunque este efecto sólo se aproxima a la significatividad ($p=.09$) en el SOA más corto.

		SOA		
Suma	Relación “Prime-Target”	500	1000	1500
Pequeños	Congruente	475	461	464
	Incongruente	548	508	505
	Neutro	528	498	493
Grandes	Congruente	503	485	477
	Incongruente	526	506	504
	Neutro	530	509	507

Tabla 2. *Tiempos de reacción para la relación “prime-target” en función del SOA y del efecto de tamaño.*

Discusión.

El objetivo de este estudio consistía en estudiar si la activación automática de hechos aritméticos simples se produce también en el contexto de problemas aritméticos. Para ello, hemos utilizado un procedimiento de priming junto con una tarea de “naming”, incluyendo los operandos en un problema aritmético. Los resultados obtenidos en los análisis muestran que los adultos acceden a los hechos aritméticos simples incluso cuando la realización de la operación aritmética es un componente irrelevante para la tarea.

Como podemos ver con los resultados, se ha observado un efecto de facilitación significativo en el nombrado de targets congruentes a través de todo el rango de valores de SOA utilizados, además, también se ha encontrado un efecto inhibitorio adicional cuando los target” eran incongruentes con los primes, pero esto solo ha ocurrido para los tiempos más cortos de SOA. Sin embargo, este efecto inhibitorio, es consistente con otros estudios sobre la interferencia en el procesamiento aritmético (LeFevre et al, 1988), en los cuales se obtuvo este mismo efecto con los tiempos más cortos de SOA y este efecto se perdía al aumentar los tiempos del SOA. Los resultados obtenidos en este estudio son consistentes entonces con aquellos observados en estudios anteriores, en los cuales los efectos de facilitación y de inhibición son encontrados con diferentes tareas y paradigmas, incluyendo las tareas de interferencia (LeFevre et al, 1988, 1991; Lemaire et al, 1994) y las tareas de priming (Campbell, 1987, 1991; Jackson y Coney, 2005, 2007; Koshmider y Ashcraft, 1991). Así, es posible que estos efectos no estén limitados a la adición de problemas simples de un dígito, sino que también aparezcan en tareas más complejas tales como es la resolución de problemas aritméticos simples.

Además, y de forma consistente con anteriores investigaciones en aritmética, hemos encontrado diferencias en el acceso a las sumas pequeñas y grandes. Aunque el efecto de facilitación fue significativo tanto para las sumas grandes como para las pequeñas, este efecto fue mayor para las sumas pequeñas que para las grandes. Por otro lado, el efecto de inhibición fue solo significativo para las sumas pequeñas. Como hemos comentado anteriormente, el efecto del tamaño podría explicarse por la utilización de procedimientos de cálculo (en vez de recuperación directa) en las sumas grandes, aspecto que trataremos en el siguiente estudio de este trabajo. Normalmente, los procedimientos distintos a la recuperación, tales como las transformaciones, se incrementan en los problemas cuya suma es mayor que 10, y en el presente estudio la condición de tamaño fue establecida precisamente con este parámetro: sumas menores o iguales que 10 y sumas mayores o iguales que 12 para las sumas pequeñas y grandes respectivamente. Sin embargo, dado que a los participantes no se les pedía explícitamente que sumaran en la tarea de denominación, una explicación del efecto tamaño basada en las diferentes selecciones de procedimientos para solucionar los problemas entre pequeños y grandes estaría incompleta. En este sentido, los resultados serían más consistentes con los modelos asociativos de la aritmética cognitiva, de acuerdo con estos modelos, los hechos aritméticos simples están almacenados en un almacén interrelacionado o en una estructura asociativa en la memoria a largo plazo, y la fuerza de la asociación entre un problema y su suma es más fuerte para los problemas pequeños que para los grandes. De este modo, los primes congruentes e incongruentes podrían generar diferentes patrones de activación dependiendo del tamaño de este prime; aquellos que representan sumas pequeñas podrían activar una región de la red en la cual los nodos relacionados están almacenados con una mayor fuerza asociativa, así, con los primes incongruentes, se generaría una competición más fuerte entre

los nodos activados y los targets cuando la activación es propagada (Koshminder & Ashcraft, 1991). De esta forma, la respuesta activada por el prime compete con el nombrado de la respuesta requerida para el target incongruente, produciendo la inhibición. Las sumas grandes, sin embargo, probablemente requieren más tiempo para sobrepasar el umbral de activación que es necesario para la recuperación, debido a una menor fuerza de asociación en la citada red (Ashcraft, 1987, 1992; Campbell & Graham, 1985; Siegler & Jenkins, 1989). Alternativamente, también es posible que en las sumas grandes el uso de estrategias distintas a la recuperación contribuya a este efecto tamaño. Existe evidencia de que un número sustancial de adultos utiliza una variedad de procedimientos para resolver operaciones de suma simples, tales como el conteo y la transformación (e.g., “ $9 + 6$ ” es “ $9 + 1 + 5$ ”). En la investigación de LeFevre et al, el uso de los procedimientos de transformación incrementa dramáticamente en los problemas con sumas mayores que 10. Debido a que la utilización de los procedimientos de transformación es más lento que la recuperación directa desde la memoria, es probable que el efecto tamaño este influenciado por el uso de estas estrategias distintas a la recuperación. De este modo, cualquier de estas razones, tanto la menor fuerza de asociación o el menor acceso a la suma, podría generar una menor competición con los targets para las sumas grandes,

Sin embargo, en este contexto sería necesario considerar porque los primes correspondientes a sumas grandes producen la facilitación cuando se produce el “nombrado” de los targets congruentes, dada su menor fuerza de la asociación. Una posible explicación podría ser que podrían operar diferentes mecanismos dependiendo de la fuerza de la asociación entre los problemas y sus soluciones correctas. De este modo, los primes pequeños, debido a la alta fuerza de la asociación, podrían activar las soluciones correctas

antes de la exposición al target, de forma “prelexical”, con lo cual producirían de alguna manera la facilitación acelerando el acceso al target congruente (e.g., vía propagación de la activación), o la inhibición, por competición entre la solución activada y el target incongruente, como establecimos anteriormente. Por el contrario los primes grandes podrían producir facilitación como resultado del procesamiento que ocurre después de la exposición al target (“postlexical”). En este sentido, la facilitación a los primes grandes en este estudio podría explicarse en términos de un proceso de emparejamiento retrospectivo para encontrar la asociación hacia atrás desde el target al prime, produciendo así el efecto de facilitación (Neely, 1991). Al encontrarse el segundo número del prime, la recuperación no se desencadenaría en una forma de todo o nada, pero una solución débil o incluso diferentes soluciones podrían ser activadas. La recuperación entonces podría retrasarse hasta que la evidencia fuese encontrada. Solo después de que el target hubiese sido procesado por el participante podría completarse la recuperación. Esta hipótesis es consistente con los modelos de red de recuperación, recordemos que de acuerdo con estos modelos, un problema activa un número de soluciones en varios niveles de activación, y la recuperación está determinada por el nivel de activación de la respuesta correcta en relación con el nivel de activación de sus competidoras. Consecuentemente, el procesamiento del target congruente incrementaría el nivel de activación de la solución correcta.

Estos beneficios para los primes grandes son consistentes con otros resultados encontrados en investigaciones previas, en los cuales, realizar un priming con la solución correcta mejoraba la recuperación de las soluciones menos accesibles (Ashcraft et al, 1992; Campbell, 1987; Koshminder & Ashcraft, 1991). Sin embargo, hay que tener en cuenta que, en estos estudios, al contrario que en el presente estudio, las soluciones eran los primes y los

problemas eran los targets. De esta forma, podría no ser necesario postular un mecanismo postlexical, dado que los primes incrementarían el nivel de activación de la respuesta correcta en relación a sus competidores, facilitando la recuperación correcta del problema con menos fuerza asociativa. En cualquier caso, esta hipótesis basada en un mecanismo postlexical es tentativa, y necesita investigación futura.

Una cuestión más importante para discutir, a la vista de los datos obtenidos en el presente estudio, es si la activación de hechos aritméticos aditivos ocurre automáticamente o bajo algún nivel de control estratégico. De acuerdo con los modelos de red de asociación, cuando se presenta una operación aritmética, la activación en la red podría propagarse automáticamente desde los operandos activados a los nodos de respuesta. Los paradigmas de priming han sugerido que cuando el SOA entre el prime y el target es pequeño (entre 250 y 300 ms), los efectos de facilitación o inhibición se deben a procesos automáticos, mientras que los procesamientos empiezan a ser más conscientes con tiempos más largos de SOA. De este modo, la facilitación y la inhibición con tiempos largos de SOA (más de 400 ms) podrían ser indicativos de procesos estratégicos más que automáticos. (Nelly, 1977; Posner & Snyder, 1975). En el presente estudio, debido a la idiosincrasia de la tarea (recordemos que entre el segundo número del “prime” y el “target” era necesario introducir una palabra), el tiempo más corto de SOA era 500ms, lo cual podría reflejar un procesamiento consciente o estratégico. Sin embargo, este SOA también podría reflejar otros procesos distintos de los conscientes por varias razones: La primera, como afirmaron Jackson y Coney (2005), el uso de un procedimiento de “naming” con un target garantiza que el procesamiento intencional del prime y el cálculo sean irrelevantes para la realización de la tarea. Además, el SOA necesario para demostrar que los

procesos son automáticos puede variar de tarea a tarea (Hutchinson, 2003). De este modo, SOAs de no más que 250 o 300 ms para el procesamiento automático son propuestos para tareas de aritmética simple o de reconocimiento de palabras, las cuales demandan pocos recursos cognitivos. Sin embargo, la tarea de nuestro estudio es más compleja, y se puede considerar que demanda más recursos cognitivos, al menos más que las operaciones aritméticas simples. De forma similar a los estudios sobre inferencias lógicas, anafóricas o predictivas (los problemas aritméticos estarían más cercanos a estas tareas) en los cuales se han controlado los parámetros temporales de la presentación de estímulos, los SOAs de 500ms han sido considerados como procesamiento automático, dado que la generación automática de inferencias se cree que ocurre entre los 350 y los 650 ms después de que se lee la frase (Kintsch & van Dijk, 1978). Sin embargo, es necesario considerar que la automaticidad también puede estar influenciada por el problema del efecto tamaño, de hecho, el mecanismo postlexical que se propuso anteriormente para las sumas grandes está basado en un procesamiento estratégico más que en el automático. Debido a este efecto, y de forma consistente con las investigaciones sobre resolución de problemas aritméticos simples, la activación automática de los hechos aritméticos básicos en el contexto de problemas de texto podría variar de acuerdo con el tamaño de los números.

En resumen, los datos obtenidos en el presente estudio revelan que la automaticidad en la recuperación de hechos aritméticos no estaría sólo limitada a la adición simple, sino que también es posible en otras tareas, tales como la resolución de problemas, las cuales demandan más recursos cognitivos que la simple adicción de dígitos. Además, el problema del efecto de tamaño se ha encontrado también en este estudio, los resultados

encontrados indican diferencias en el rendimiento cuando los sujetos se encuentran con sumas pequeñas más que cuando lo hacen con sumas grandes.

ESTUDIO 2

ESTUDIO 2: Uso de la referencia inversa en problemas aritméticos.

Como hemos visto en desarrollo teórico del primer capítulo de este trabajo, así como en resultados obtenidos en el correspondiente estudio empírico, se asume que los adultos resuelven los problemas aritméticos básicos por recuperación directa desde la memoria (e.g., Ashcraft, 1992, 1995; Campbell, 1995; Hetch, 1999; Widaman & Little, 1992). Sin embargo, tal y como hemos ido viendo a lo largo de las páginas del segundo capítulo, se han encontrado evidencias de que los adultos no confían sólo en la recuperación directa para resolver operaciones aritméticas simples, sino que más bien suelen hacer un uso sustancial de estrategias procedimentales tales como el conteo (e.g., “ $6 + 3$ ” = “ $6 + 1 + 1 + 1$ ”), la descomposición (e.g., “ $6 + 7$ ” = “ $6 + 6 + 1$ ”), o la referencia a otra operación (e.g., “ $15 - 7 = 8$ ” porque “ $7 + 8 = 15$ ”).

Recordemos que las dos conclusiones principales de estos estudios son: en primer lugar, que el uso de estas estrategias procedimentales puede depender de factores tales como el problema del efecto tamaño y las operaciones (Campbell, 2008, Campbell y Alberts, 2010), de este modo, el uso de procedimientos es más común para las operaciones grandes que para las pequeñas. En segundo lugar, también se ha considerado que la distribución de las estrategias procedimentales varía a través de las operaciones, así se ha encontrado que el uso de estrategias procedimentales en los adultos es más frecuente para la resta y para la división que en las operaciones de suma y multiplicación (Campbell y Xue, 2001). Sin embargo, la resta y la división han recibido mucha menos atención por parte de los investigadores que la suma y la multiplicación.

El presente estudio se centra, por tanto, en la operación de resta, donde el uso de estrategias procedimentales parece ocurrir de forma bastante común. Para ello, nos basaremos en los estudios realizados por Campbell (2008, Campbell y Alberts, 2010), quienes afirmaron que los adultos resuelven las operaciones de resta simples basándose en sus conocimientos sobre la propiedad inversa de los hechos aditivos.

Tomando en conjunto los resultados obtenidos por los estudios que usan el paradigma del formato inverso junto con la evidencia de los estudios que usan los informes verbales, se pueden concluir que los adultos a menudo usan la referencia inversa para resolver las restas.

Para que un sujeto lleve a cabo este procedimiento de referencia a la inversa (e.g., para “ $13 - 8 = \text{“}5\text{”}$ ”, yo se que “13” es “ $8 + 5$ ”), es necesario que reorganice los elementos del problema en formato aditivo. Por ello, el planteamiento utilizado es que si presentamos los problemas en formato aditivo esto facilitaría el proceso reduciendo las manipulaciones internas requeridas para reorganizar el problema de suma (Campbell, 2008). Además, Campbell también sugiere que la ventaja del formato aditivo podría deberse a que el minuendo aparece en el lado derecho, lo cual podría producir un mejor indicio de recuperación para acceder a los hechos aritméticos relevantes.

Sin embargo, los estudios que han utilizado el paradigma del formato inverso tienen una posible limitación, y es que la ventaja en el tiempo de reacción de las operaciones de resta presentadas en formato de suma (e.g., “ $8 + _ = 13$ ”) en comparación con las operaciones de resta presentadas en formato de resta (e.g., “ $13 - 8 = _$ ”) no es evidencia suficiente por sí misma para sugerir que los adultos utilizan la referencia a la suma cuando resuelven operaciones de resta. Esto es debido a que se sabe que la frecuencia de exposición, así como la práctica de las operaciones de suma es mayor que la

de las operaciones de resta (Barrouillet, Mignon, & Thevenot, 2008), y debido a este incremento de práctica, es razonable asumir que los adultos tienen representaciones visuales de los hechos aritméticos de suma de una forma simbólica (e.g., “ $8 + 5 = 13$ ”) almacenados y que pueden ser fácilmente accesibles desde la memoria (Campbell & Clark, 1992; Jackson & Coney, 2007). De este modo, cuando la operación “ $8 + _ = 13$ ” es presentada, como ocurre en estos estudios, la representación visual almacenada puede ser usada para rellenar el valor desconocido “5”. Por el contrario, debido a que las operaciones de resta no son tan practicadas como la de suma, es menos probable que una representación visual de “ $13 - 8 = 5$ ” sea accesible, y por lo tanto, hay menos representaciones activadas que indiquen la respuesta adecuada “5”. De este modo, creemos que los resultados de estudios previos pueden ser interpretados en términos de más o menos fuentes de información activada desde las representaciones visuales almacenadas en la memoria, dependiendo del formato de presentación, y no tanto como una evidencia de que los adultos usan la referencia inversa para resolver operaciones de suma.

Esta interpretación fue incluida en el segundo experimento realizado por Campbell (2008), en el cual los formatos aditivos fueron reorganizados moviendo el minuendo desde el lado derecho al lado izquierdo de la ecuación (e.g., “ $13 = 8 + _$ ”); en este caso, la representación visual de “ $13 = 8 + 5$ ” es menor para la suma. Sus resultados mostraron que la ventaja para las operaciones en formato aditivo comparada con el formato de resta fue dividida a la mitad. Sin embargo, la ventaja del formato aditivo todavía continuaba siendo significativa, sugiriendo que la presencia del signo más por sí mismo podría facilitar la activación de representaciones visuales de hechos aditivos. En resumen, es posible que las operaciones de resta presentadas en formato aditivo sean procesadas como operaciones de suma.

Por lo tanto, presentar las operaciones en formato de suma podría no solo reducir el estado de reorganización requerido para convertir una resta estándar en un formato basado en la suma, sino que también podría facilitar la activación de representaciones visuales accesibles desde la memoria, al menos más que en aquellos problemas de restas con formato de resta.

En este contexto, creemos importante considerar hasta donde la reorganización de los elementos de una operación influye en el uso de la referencia inversa para la resta, a pesar del formato. Con este fin, tanto el formato de suma como el de resta deberían ser presentados de forma que el sustraendo apareciese antes o después que el minuendo. Lógicamente, al contrario que en el formato aditivo, en el formato de resta las operaciones no permiten la reorganización del minuendo y el sustraendo, al menos, usando operaciones de un solo dígito. Sin embargo, en este estudio planteamos otra tarea en la cual sí es posible analizar el proceso que subyace al rendimiento del cálculo aritmético: los problemas aritméticos. De este modo, al presentar problemas con la pregunta antes del texto del problema (e.g., *¿Cuántos patos hay en el estanque ahora, si al principio había 13 patos y después se fueron 8?*), nos permitiría que los datos se integren en la representación requerida para resolver el problema (Devidal, Fayol, y Barrouillet, 1997; Thevenot, Devidal, Barrouillet y Fayol, 2007), y que los cálculos sean conseguidos durante la lectura. Y lo que es más importante, al usar este tipo de problemas aritméticos, es posible reorganizar los operandos del problema, incluyendo los problemas de resta, de forma que el sustraendo puede aparecer antes o después del minuendo (e.g., *“¿Cuántos patos hay en el estanque ahora, si se fueron 8 patos y al principio había 13?”*)

Por todo lo visto hasta aquí, el objetivo que nos proponemos con este segundo estudio de nuestro trabajo es examinar si el uso que los adultos hacen

de la suma para resolver restas esta modulado por la organización del minuendo y el sustraendo.

De forma similar a los estudios anteriores (e.g. Campbell, 2008, Campbell y Alberts, 2012; Peter et al, 2010), en el experimento 1, vamos a comparar el rendimiento mostrado en los problemas de resta presentados en el formato estándar de resta (e.g, “ $13 - 8 = _$ ”), y en formato de suma (e.g. “ $8 + _ = 13$ ”). La diferencia con los estudios anteriores es que en este caso las operaciones estarán presentadas en el contexto de problemas aritméticos. Para realizar este procedimiento, hemos usado una categoría de problemas que pueden ser resueltos con una operación simple de suma o resta, llamados “problemas de cambio”, (Riley, Greeno, y Heller, 1983), los cuales describen un cambio desde un estado inicial a un estado final a través de la aplicación de una transformación. Esta transformación puede ser un incremento o un decremento, y la identidad de la cantidad desconocida puede situarse tanto en el estado final, como en el inicial o en la transformación, de forma que nos encontramos con 6 tipos de problemas de cambio, que son equivalentes a los seis tipos de operaciones usados en el estudio de Campbell (2008). (Cambio 1: incremento y estado final desconocido: “ $8 + 5 = _$ ”; Cambio 2: decremento y estado final desconocido: “ $13 - 8 = _$ ”; Cambio 3: Incremento y transformación desconocida: “ $8 + _ = 13$ ”; Cambio 4: Decremento y transformación desconocida: “ $13 - _ = 8$ ”; Cambio 5: Incremento y estado inicial desconocido: “ $_ + 8 = 13$ ”; Cambio 6: Decremento y estado inicial desconocido: “ $_ - 5 = 8$ ”). De esta forma podremos comparar nuestros resultados con los estudios citados.

Como hipótesis de partida nos planteamos que si las restas son normalmente mediadas por las sumas correspondientes, esperamos que los procedimientos basados en la adición sean más eficientes en los problemas

de resta cuando el sustraendo aparece antes que el minuendo. De este modo, los tiempos de respuesta deberían ser más rápidos en el formato aditivo (e.g., en el cambio 3), ya que en este formato el sustraendo siempre aparece primero, al contrario que en formato de resta, donde el sustraendo aparece después que el minuendo (cambio 2). Además, como el problema del efecto tamaño ha sido encontrado en otros estudios, esperamos que también esté presente en nuestro estudio, y que los efectos de la reorganización deberían ser más fuertes con las restas grandes.

En el experimento 2, los operandos de los problemas de texto fueron reorganizados, de tal manera que el sustraendo aparecía antes que el minuendo en el formato de resta, mientras que este aparece antes que el minuendo en el formato aditivo. En este caso, esperamos una mayor eficiencia en el formato de resta que en el de suma.

Experimento 1

Métodología

Participantes.

Participaron en este experimento 17 estudiantes universitarios, de entre los cuales, 6 eran hombres y 11 mujeres. El rango de edad variaba desde los 21 a los 29 años, con una media de 21.8.

Estímulos.

Cada estímulo experimental consistía en un problema de cambio con la pregunta al principio del problema. Por un lado, todos los problemas diferían en la situación, el nombre de los protagonistas, la naturaleza de los objetos, y el tipo de verbos de la transformación que se usaron. En cuanto a los

operandos que se utilizaron en los problemas, consistían en 24 pares de números seleccionados de un total de los 16 posibles pares de dígitos desde el 2 hasta el 9 cuando el orden de los operandos no se tiene en cuenta. Los dobles (e.g., “3+3”) y aquellos pares cuya suma o minuendo era igual a 11 fueron excluidos. Además, la mitad de los pares fueron ideados de forma que el pequeño de los dos operandos estuviese situado en la primera frase numérica y un segundo set de pares de numéricos se creó dando la vuelta a los operandos. En el caso de las restas, el segundo número de la operación era el sustraendo.

Al igual que en el primer estudio también queremos medir el problema del efecto tamaño, para ello, los pares de operandos cuya suma o minuendo era igual o menos que 10 fueron clasificados como problemas pequeños, mientras que los pares de operandos con una suma o minuendo igual o mayor que 12 fueron clasificados como problemas grandes.

Cada uno de los 24 pares de operandos que hemos comentado fue presentado en cada uno de los seis tipos de problemas de cambio. De este modo, los participantes recibieron 6 bloques de 24 estímulos, con 4 estímulos para cada uno de los 6 problemas de cambio. Como restricciones, el mismo par de operandos no podía ser presentado en ninguna ocasión en el mismo bloque; además, el orden de los problemas entre los bloques fue aleatorizado para cada participante, con la restricción de que el mismo problema de cambio no podía aparecer de forma sucesiva. La mitad de los participantes fueron expuestos al set 1 y la otra mitad al set 2, con los pares de operandos en orden opuesto. El orden de los bloques fue contrabalanceado.

Procedimiento.

Los estímulos fueron presentados utilizando la aplicación “SuperLab”, en ordenadores con pantallas de 15 pulgadas. Los problemas se presentaron palabra a palabra, con el tipo de fuente “Geneva” y un tamaño de 26 puntos, con un ritmo fijo, usando la presentación rápida de estímulos (RSVP). Cada palabra se presentaba en la pantalla durante 300ms, con un intervalo de 50ms entre las palabras y de 750 entre la pregunta y el resto del problema.

Cada estímulo comenzaba cuando el participante presionaba la barra espaciadora, momento en el que aparecía una pantalla durante 1000 ms con la señal “****”. Una vez que esta pantalla se desvanecía, las palabras del problema aparecían, una cada vez, en el centro de la pantalla. La última palabra del problema era el segundo número de la operación correspondiente, y se mantenía en la pantalla hasta que el participante respondía verbalmente. Al comienzo del experimento se indicaba a los participantes que tenían que resolver el problema correctamente y lo más rápido posible. Un micrófono conectado a un transmisor de activación de voz conectado a su vez con el ordenador registraba la latencia de las respuestas de los sujetos. El tiempo de respuesta contabilizado comenzaba cuando el segundo número de la operación aparecía y se detenía cuando el micrófono detectaba la respuesta verbal del participante. No se ofreció feedback alguno sobre la corrección de las respuestas. Además, para familiarizar a los participantes con el tipo de problemas de cambio utilizados y con el procedimiento, antes de comenzar con los 6 bloques de ítems experimentales, se pasaron 24 estímulos de prueba, que contenían 4 problemas de cada tipo de cambio, usando los pares de operandos que no se utilizaron en los ítems experimentales (aquellos cuya suma o minuendo era igual a 11, y aquellos que incluían el dígito 1). Los

participantes podían tomarse un descanso entre los bloques, y la sesión entera duraba alrededor de 30 minutos.

Resultados

Un total de 398 estímulos (el 16.2%) fueron excluidos debido a errores de voz, respuestas incorrectas o datos que se desviaban de la media de cada participante más de 2,5 desviaciones típicas, por tipo de problema. Se realizaron dos análisis para cada tiempo de respuesta y para los porcentajes de los errores. En primer lugar, se hizo una comparación a través de los seis tipos de problemas de cambio y, en segundo lugar, se compararon en un análisis distinto los 4 problemas de resta (aquellos que requerían una resta para resolver el problema). Los resultados se consideran significativos a un nivel de .05, a no ser que sea indicado.

Tiempos de respuesta.

En primer lugar, se realizó un análisis para todos los problemas. La media de los tiempos de respuesta (**ver Tabla 3**) fueron analizados con un 2 (tamaño: pequeños y grandes) X 2 (dirección de la transformación: incremento, decremento) X 3 (cantidad desconocida: estado inicial, transformación o estado final) ANOVA de medidas repetidas.

Los participantes resolvieron los problemas con operandos pequeños (1.173 ms) más rápido que los problemas con operandos grandes (1.766ms), $F(1, 16) = 48.75$, $MSE = 386483$. Además, los problemas presentados como resta se resolvieron más despacio que los problemas presentados como suma (1,540 vs 1399 ms, respectivamente) $F(1, 16) = 18.88$, $MSE = 53501$. Por otro lado, los tiempos de respuesta también variaron de la misma forma con la cantidad desconocida $F(2, 32) = 6.10$, $MSE = 79385$. Aunque los problemas con la cantidad desconocida en el estado inicial se resolvieron más despacio

que el resto de problemas, este efecto fue cualificado como una interacción significativa entre la cantidad desconocida y el signo $F(2, 32) = 24.76$, $MSE = 64229$. Finalmente, dentro de este primer análisis, los problemas de suma que se presentaron con el signo positivo (cambio 1), se resolvieron más rápidamente que el resto de problemas (1172ms), mientras que los problemas de cambio 2 y cambio 5, se resolvieron muy despacio (1.638 y 1636 ms, respectivamente).

Tipo de problema	Tiempo de Respuesta		% de error		% Error operación	
	Pequeño	Grande	Pequeño	Grande	Pequeño	Grande
Cambio1: $8+5=_$	957	1388	2	12	60	25
Cambio2: $13-8=_$	1288	1987	8	21	64	13
Cambio3: $8+_ =13$	1074	1703	5	12	64	13
Cambio 4: $13-_ =5$	1141	1835	7	15	54	0
Cambio5: $_+8=13$	1339	1933	16	15	88	8
Cambio6: $_ -5=8$	1236	1751	11	25	80	56

Tabla 3: *Tiempo de respuesta (en ms), porcentaje de errores de de errores en las operaciones en el Experimento 1 en función del tipo de problema.*

En segundo lugar, para continuar con el estudio de si las restas están mediadas por las sumas correspondientes, analizamos los tiempos de lectura en los 4 problemas que requerían operaciones de resta mediante un 2 (tamaño: pequeños, grandes) X 2 (formato: suma, resta) X (apariciencia: estándar,

inusual) ANOVA de medidas repetidas. De acuerdo con Campbel (2008, y también con Mauro et al, 2003), el factor apariencia compara la presentación más habitual, estándar para los problemas de resta (cambio 2: $13 - 8 = _$ y cambio 3: $8 + _ = 13$) con las formulaciones más inusuales (cambio 4: $13 - _ = 8$ y cambio 5: $_ + 8 = 13$). El único efecto principal significativo obtenido en estos análisis fue el tamaño de los operandos $F(1, 16)=40,47$, $MSE=359084$), de forma que los problemas con operandos grandes se resolvieron más despacio que aquellos con operandos pequeños (1864 vs. 1211 ms, respectivamente). Por otro lado, también se encontró una interacción entre el formato y la apariencia ($F(1, 16)=22,04$, $MSE=60838$). Comparaciones por pares con una $p<0.5$ indicaron que, de acuerdo con nuestra predicción, los participantes resolvieron los problemas presentados en el formato aditivo de forma más rápida que aquellos problemas que se presentaron en el formato de resta con la apariencia estándar (cambio 2 y cambio 3, 1.638 vs. 1.388 ms, respectivamente). Por el contrario, la apariencia inusual benefició al formato de resta (cambio 4 y cambio 5, 1488 vs. 1.636 ms, respectivamente). La interacción de las tres variables no fue significativa ($F(1, 16)=26,58$, $MSE=56,878$). Por último, análisis de ANOVA separados para operandos pequeños y grandes confirmaron que la interacción entre formato y apariencia era significativa tanto para los operandos pequeños $F(1, 16)=26,58$, $MSE=22,278$, como para los grandes $F(1, 16)=6,83$, $MSE=90437$.

Errores

El correspondiente análisis de las tasas de errores presenta un patrón similar al análisis de los tiempos de lectura. En primer lugar, tomando en consideración todos los problemas, los participantes cometen más errores en los problemas operandos grandes que con operandos pequeños (17% vs. 8% respectivamente) $F(1, 16)=32,42$, $MSE=115$. Además, los participantes

también comenten más errores en los problemas presentados como resta que en los problemas presentados como suma $F(1, 16)=7,19$, $MSE=122$, aunque la interacción entre el tamaño del operando y la dirección de la transformación indicaba que este efecto era mayor con los operandos grandes (13% vs 20% para el signo creciente y decreciente, respectivamente) que en los operandos pequeños (8% vs 9%, respectivamente) $F(1, 16)= 6,88$, $MSE=75$. Por último, los errores variaban con la cantidad desconocida $F(2, 32)=5,16$, $MSE=177$, de forma que los participantes cometían más errores cuando la cantidad desconocida se situaba en el estado inicial (17%) que en los problemas donde la cantidad desconocida estaba en el estado final o en la transformación (11% y 10% respectivamente).

En segundo lugar, por lo que se refiere a los cuatro problemas que requerían la operación de resta, los análisis indicaron un efecto principal en el tamaño de los operandos $F(1, 16)=10,22$, $MSE=145$, de forma que la tasa de errores para los problemas con operandos pequeños y grandes fue 9% y 16% respectivamente. También se encontró una interacción entre el formato y el tamaño de los operandos $F(1, 16)=5,75$, $MSE=79$, en los problemas con operandos grandes, los sujetos cometían más errores en los problemas presentados en el formato de resta (18%) que en el formato de suma (13%). Por el contrario, en los problemas con operandos pequeños, la tasa de errores para los formatos de resta y suma fue, respectivamente, 8% y 11%. Por último, también encontramos una interacción significativa entre el formato y la apariencia $F(1, 16)=8,31$, $MSE=98$; como ocurría en los análisis de los tiempos de respuesta, los resultados muestran un mayor porcentaje de errores en los problemas presentados en formato de resta (15%) que en aquellos presentados en formato aditivo (9%), pero esto ocurre con los problemas presentados en formato estándar. El efecto que ocurre con los problemas

presentados en la apariencia inusual (11% vs 15% para el formato de resta y de suma, respectivamente), fue el contrario.

Discusión.

Los resultados obtenidos en el experimento 1 ofrecen evidencia parcial de que las restas están mediadas por las correspondientes sumas. Como hipotetizamos al comienzo del experimento los participantes resolvieron los problemas de resta más rápido y cometieron menos errores en el formato aditivo que el formato resta, pero solo para los problemas presentados en la apariencia estándar. En el caso de los problemas con apariencia inusual, la ventaja se produjo en el formato de resta. Estos resultados podrían sugerir que otros factores podrían haber influenciando los tiempos de respuesta de los participantes. Por ejemplo, en el campo de los problemas aritméticos, varios estudios han demostrado que la complejidad de la estructura semántica de un problema (simple vs. complejo) influye en el tiempo de procesamiento de los problemas y en la tasa de éxito (Hegarty, Mayer & Monk, 1995; Verschaffel, de Corte & Peuwels, 1992). De este modo, los problemas complejos provocan más respuestas incorrectas y mayores tiempos de respuesta que los simples. En nuestro estudio, los problemas con la cantidad desconocida en el estado inicial (cambio 5 y cambio 6) serían los más complejos (Riley et al. 1983). De hecho, estos problemas fueron los más lentos y con mayor tasa de errores. Sin embargo, contrariamente a los estudios previos (e.g. Campbel, 2008; Mauro et al, 2003), en los cuales los formatos de resta para los problemas de suma fueron sustancialmente más lentos que cualquier otro problema en cualquier condición, en nuestro experimento los problemas de cambio 6 se resolvieron de forma más rápida que los problemas de cambio 5. Este resultado podría sugerir que los sujetos convertían los problemas de cambio 5, presentados en

el formato aditivo, en resta antes de resolverlos. De la misma manera, los problemas de cambio 6 presentados en el formato de resta podrían haber sido convertidos en suma. De este modo, como la adicción es más rápida que la resta, los problemas de cambio 6 se resolverían más rápido que los de cambio 5, y debido a este paso extra (tener que interpretar el cambio 5 y el cambio 6 como resta y suma respectivamente), podría esperarse un alto porcentaje de errores de operación en los problemas con la cantidad desconocida en el estado inicial. Este efecto fue más evidente para los problemas de cambio 6 que para los de cambio 5, por lo menos en los operandos grandes, posiblemente porque dos tercios de los estímulos eran problemas de resta, produciendo un sesgo al esperar la resta (podemos encontrar un argumento similar en Campbell, 2008).

De este modo, estas relaciones entre los factores semánticos y las relaciones aritméticas podrían explicar porque la ventaja para el formato aditivo no ocurre en la apariencia inusual (e.g. cambio 5); los participantes deben primero identificar la operación (resta) y después realizar el cálculo, incurriendo costes sustanciales en los tiempos de respuesta y reduciendo la ventaja del formato aditivo. Esta explicación podría ser válida si los tiempos de respuesta para los problemas de cambio 5 fueran incluso más grandes que los problemas de cambio 6 en el experimento 2, donde el sustraendo aparece después del minuendo.

Por otro lado, como esperábamos, se produjo el efecto tamaño de los operandos: los problemas con operandos grandes se resolvieron más lentamente y con una mayor tasa de errores que los problemas con operandos pequeños. Un resultado interesante que obtuvimos en este experimento es que, en general, el porcentaje de errores de operaciones fue mayor para los problemas con operandos pequeños que para los problemas con operandos

grandes, posiblemente debido a que la fuerza de la asociación entre el problema y su respuesta es más grande para los problemas pequeños, lo que les hacía más susceptibles de errores de operación en el contexto de operaciones mezcladas. Los resultados obtenidos son consistentes con estudios anteriores (Campbel, 2008), y sugieren que los problema de texto con operandos pequeños no presentan ni efectos de formato ni de apariencia, dado que estos problemas se resuelven primeramente por recuperación directa de hechos desde la memoria. Sin embargo, los resultados obtenidos muestran una ventaja en los tiempos de respuesta para ambos operandos, pequeños y grandes, en el formato de suma en relación con el formato de resta en la apariencia estándar (cambio 3 vs cambio 2, respectivamente), mientras que este efecto fue el contrario en la apariencia inusual, por ejemplo, la ventaja se produjo para el formato de resta en relación con el formato de suma (e.g., cambio 4 vs cambio 5, respectivamente). De nuevo, los problemas de cambio 5 fueron los más lentos. Así, aunque los problemas con operandos pequeños son resueltos globalmente por recuperación directa desde la memoria, puede haber algunos beneficios desde la referencia a la suma.

Experimento 2

Métodología

Participantes.

Participaron en este experimento 17 estudiantes universitarios, de entre los cuales, 5 eran hombres y 12 mujeres. El rango de edad variaba desde los 21 a los 31 años, con una media de 22.1.

Estímulos y procedimiento

El experimento 2 fue idéntico al experimento 1, excepto en que las frases de los problemas aritméticos que incluían los operandos fueron colocadas en la posición contraria. De esta forma, en los problemas de cambio 1 y cambio 2, la transformación (incremento/decremento) aparecía antes que el estado inicial; en el cambio 3 y cambio 4, el estado final aparecería antes que el estado inicial; y en el cambio 5 y cambio 6, el estado final aparecería antes que la transformación.

Resultados.

Tiempos de respuesta.

En primer lugar, si tomamos en consideración todos los problemas, analizamos la media de los tiempos de respuesta (**ver Tabla 4**) con un 2 (tamaño: pequeño, grande) X 2 (dirección de la transformación: suma /resta) X 3 (cantidad desconocida: estado inicial, transformación, estado final) ANOVA de medidas repetidas. Los resultados obtenidos muestran que los participantes resolvieron los problemas con operandos pequeños de forma más rápida que los problemas con operandos grandes (1188 vs. 1728 ms, respectivamente) $F(1, 16) = 39,37$ MSE= 377333. Además, los tiempos de respuesta también variaban con respecto al lugar donde se encontraba la cantidad desconocida $F(2, 32) = 13,56$ MSE= 144157.

Como ocurría en el experimento 1, los problemas con la cantidad desconocida en el estado inicial se resolvieron más lentamente que todos los demás problemas, pero este efecto fue cualificado por una interacción significativa entre la cantidad desconocida y el signo $F(2, 32) = 12,26$ MSE= 89595, principalmente porque para los problemas presentados como suma, aquellos que tenían la cantidad desconocida en el estado inicial (cambio 5)

fueron sustancialmente más lentos que cualquier otro problema (1.179ms), mientras que los problemas con la cantidad desconocida en el estado final (cambio 1), fueron sustancialmente más rápidos que otros problemas (1.199ms). Por el contrario, para los problemas presentados como resta, los problemas con la cantidad desconocida en el estado inicial se resolvieron de forma más lenta que aquellos con la cantidad desconocida en el estado final y en la transformación, pero con pequeñas diferencias (1.478, 1379 y 1.354 ms, respectivamente).

Tipo de problema	Tiempo de Respuesta		% de error		% Error operación	
	Pequeño	Grande	Pequeño	Grande	Pequeño	Grande
Cambio1: $8+5=_$	1035	1364	6	20	100	66
Cambio2: $13-8=_$	1121	1637	9	16	81	32
Cambio3: $8+_ =13$	1153	1961	2	12	83	35
Cambio 4: $13-_ =5$	1121	1588	3	7	66	18
Cambio5: $_+8=13$	1478	2080	33	21	86	35
Cambio6: $_ -5=8$	1219	1736	19	31	100	83

Tabla 4: Tiempo de respuesta (en ms), porcentaje de errores y errores en las operaciones en el Experimento 2 en función del tipo de problema.

En segundo lugar, en lo que respecta a los cuatro problemas de texto que requieren la operación de resta, el análisis de los tiempos de respuesta arrojó resultados más importantes en el contexto del presente estudio. Una 2 (tamaño: pequeño, grande)) X 2 (formato: suma, resta) X 2 (aparición (usual, inusual) ANOVA de medidas repetidas mostró que los participantes resolvían

problemas con operandos pequeños más rápidamente (1.218ms) que los problemas con operandos grandes (1.816ms) $F(1, 16) = 31,61$ $MSE = 384876$. Más importante aún, el efecto principal del formato reflejó que los problemas se resuelven más rápidamente en el formato de resta (1.267 ms) que en el formato de suma (1.668 ms) $F(1, 16) = 18,49$ $MSE = 166829$. Además, la interacción entre formato y tamaño fue significativa $F(1, 16) = 7,91$ $MSE = 49293$. Comparaciones por pares con una $p < .05$ indicaron que aunque el efecto del formato era significativo tanto para los operandos grandes $F(1, 57) = 10,19$, como para los operandos pequeños $F(1, 57) = 67,33$, este efecto fue más pequeño para los problemas con operandos pequeños (194ms), que para los problemas con operandos grandes (409ms). Por último, también se produjo un efecto principal de apariencia debido a que se encontraron tiempos de respuesta más rápidos con los problemas en formato estándar (1.468ms) que en los problemas con apariencia inusual (1.567ms) $F(1, 16) = 8,73$ $MSE = 37790$, pero este efecto fue cualificado por una interacción entre la apariencia y el formato $F(1, 16) = 5,53$ $MSE = 93620$. En particular, los efectos del formato fueron mayores para la apariencia inusual (425ms) que para la apariencia estándar (178ms)

Errores.

En primer lugar, considerando todos los problemas, los participantes cometieron más errores en los problemas con operandos grandes que en los problemas con operandos pequeños (17% vs. 12%, respectivamente). $F(1, 16) = 1,608$ $MSE = 79$. Además, la tasa de error varió con la cantidad desconocida $F(2,32) = 25,24$ $MSE = 259$, de forma que los participantes cometían más errores en los problema con la cantidad desconocida en el estado inicial (26%) que en los problemas con la cantidad desconocida en el estado final y en la

transformación (12% y 7% respectivamente). Por otro lado, encontramos una interacción entre el tamaño y la cantidad desconocida $F(2, 32) = 4,09$ $MSE = 100$. Como se muestra en los análisis, hay un alto porcentaje de errores en los problemas con operandos pequeños cuando la cantidad desconocida aparece en el estado inicial (26%).

En segundo lugar, respecto al análisis realizado considerando los cuatro problemas que requieren la operación de resta, los participantes cometieron más errores en los formatos de adicción que en los de resta (18% vs 8%, respectivamente) $F(1, 16) = 24,06$ $MSE = 129$. También se produce una interacción entre el formato y el tamaño $F(1, 16) = 4,93$ $MSE = 81$. Además, inesperadamente, el efecto del formato fue mayor para los problemas con operandos pequeños que para los problemas con operandos grandes. Por último, se produce también una interacción significativa entre el formato y la apariencia $F(1, 16) = 17,03$ $MSE = 298$, pero, en este caso, el efecto del formato fue más grande para los problemas inusuales que para los de apariencia estándar. Estas dos interacciones fueron calificadas por la interacción significativa de tamaño, formato y apariencia $F(2, 32) = 7,09$ $MSE = 103$. Como se mostró en la tabla, las tasas de errores en los problemas de cambio 5 con operandos pequeños fueron más altas que para cualquier otro problema (33%).

Discusión

Los resultados que hemos obtenidos en este estudio apoyan la hipótesis de que las restas se resuelven por referencia a la correspondiente suma inversa. De acuerdo con nuestra predicción, los participantes resolvieron los problemas de resta en el formato de resta más rápidamente que los problemas

de resta en el formato de suma. Recordemos que, en el formato de resta, los problemas eran presentados de tal manera que la frase que pertenecía al sustraendo aparecía antes que la frase que pertenecía al minuendo, mientras que esto se producía al contrario en el formato aditivo. De este modo, en los problemas de resta presentados en el formato de resta (cambio 2: “13-8 =__”), el sustraendo (pierde 8) aparece antes que el minuendo (tiene 13). Por este motivo, si las restas se resolvieran por referencia inversa, los sujetos no necesitarían reordenar los operandos para ejecutar el procedimiento de suma. En el formato aditivo (cambio 3: “8+ __=13”), sin embargo, esta reorganización sería necesaria, ya que el sustraendo (pierde 8) aparecería después del minuendo (tiene 13).

Por otro lado, el efecto del formato fue mayor para los problemas de resta con apariencia inusual que para los problemas de resta con apariencia estándar, posiblemente porque como en el experimento 1, los problemas de resta presentados en formato aditivo con la apariencia inusual (cambio 5) fueron los más lentos. De nuevo, el formato de resta para los problemas de suma (cambio 6) fue más rápido que los problemas de cambio 5. Este resultado podría apoyar también la hipótesis establecida en el experimento 1 de que los sujetos convierten los problemas de cambio 5 y cambio 6 en problemas de suma y resta respectivamente antes de resolverlos.

Curiosamente, los resultados de este experimento mostraron un efecto de formato mayor para los operandos grandes que para los pequeños. Esto replica los resultados de Campbell, 2008, demostrando que los adultos usan la referencia inversa para resolver problemas de resta grandes más que para los problemas de resta pequeños. Sin embargo, al contrario que los resultados de Campbell, 2008, los resultados de nuestro experimento muestran un efecto de formato significativo también para los operandos pequeños. Esto converge

con los resultados del experimento 1, y con el estudio de Campbell y Alberts, 2010, quieren también encontraron una ventaja del formato inverso para las restas pequeñas.

Discusión General.

Siguiendo el paradigma del formato inverso desarrollado por Mauro et al, 2003, para la división y extendido por Campbell (2008, Campbell y Alberts, 2010) para la resta, hemos investigado el efecto del orden en la presentación de los operandos en problemas de sumas y restas con el objetivo de ver el uso que los adultos hacen de la adición para resolver restas. De acuerdo con el paradigma del formato inverso, los problemas de resta que se presentan en formato aditivo ($8 + _ = 13$) se resuelven más rápido que aquellos que se presentan en formato resta ($13 - 8 = _$). Esta ventaja en los tiempos de respuesta podría ocurrir porque, si los adultos convierten las restas en el formato equivalente basado en la suma, si presentamos los problemas de resta en un formato de suma se evitaría tener que reordenar los operandos del problema mentalmente para ponerlos en el formato aditivo. En línea con esta explicación, hipotetizamos que los problemas de resta en los cuales el sustraendo aparece antes que el minuendo serían resueltos más eficientemente que aquellos en los cuales el sustraendo apareciese después del minuendo, ya que las restas en las cuales el sustraendo aparece antes que el minuendo facilitarían la codificación para ejecutar el procedimiento de suma. Tomando todos estos datos en conjunto, los resultados de ambos experimentos ofrecen una confirmación empírica adicional de que los adultos resuelven restas por referencia a la correspondiente suma inversa. De forma consistente con nuestra predicción, los participantes respondieron más rápido y cometieron menos errores en los problemas de resta en los cuales el sustraendo aparecía

antes comparados con aquellos en los aparecía después. Sin embargo, este efecto no fue encontrado en el experimento 1 para los problemas de cambio 5, en los cuales el sustraendo aparecía antes que el minuendo; parte de la desventaja de los problemas de cambio 5 en el experimento 1 podría deberse a que estos problemas fueron los más lentos de todos los problemas. Además, como se ha comentado anteriormente, es posible que los participantes convirtiesen los problemas de cambio 5 presentados en formato de suma en problemas de resta antes de resolverlos, de modo que, el tiempo de procesamiento extra requerido para este paso podría ser parcialmente responsable del incremento en los tiempos de respuesta de los problemas de cambio 5, lo que habría disminuido la ventaja de la colocación del sustraendo delante del minuendo para estos problemas. Los resultados obtenidos en el experimento 2, también apoyan esta explicación, ya que los problemas de cambio 5 fueron los más lentos otra vez, incluso más que en el experimento 1, posiblemente porque en este segundo experimento los problemas de cambio 5 fueron presentados con el sustraendo después del minuendo.

Si comparamos los resultados de ambos experimentos para cada tipo de problema de resta la ventaja de los tiempos de respuesta para los problemas presentados con el sustraendo antes del minuendo se mantiene constante para todos los problemas. De esto modo, los problemas de resta en el formato de resta (cambio 2 y cambio 4) fueron sustancialmente más rápidos en el experimento dos (con el sustraendo antes que el minuendo) que en el experimento 1 (con el sustraendo después del minuendo). Del mismo modo, los problemas de resta en el formato aditivo (cambio 3 y cambio 5) fueron más lentos en el experimento 2 (con el sustraendo después del minuendo) que en el experimento 1 (con el sustraendo antes que el minuendo). Considerando que las muestras de ambos experimentos fueron similares en la media de

velocidad para todos los problemas (1.499 ms en el experimento 1 vs 1.458 en el experimento 2), estos resultados apoyan la noción de que la posición del sustraendo relativa al minuendo influye en el uso de la referencia inversa para la resta, independientemente del formato. Estos descubrimientos son importantes porque indican que la presentación del signo de adición no es necesaria para reorganizar el problema como una suma.

Tanto Mauro et al, (2003) para la división, como Campbell, (2008) para la suma sugirieron que los tiempos de respuesta más largos en el formato estándar reflejaban el tiempo necesario para reorganizar los operandos en el formato requerido. En sus estudios, la ventaja en los tiempos de respuesta para el formato inverso refleja el uso de las estrategias de referencia inversa para resolver las operaciones de suma y división. Además, los resultados de nuestros experimentos sugieren que la reconfiguración del minuendo y el sustraendo sería suficiente pista para recuperar la operación inversa.

Por otro lado, el efecto de apariencia difiere de los resultados encontrados en investigaciones anteriores. Por ejemplo, los resultados de Campbell (2008, 2010), mostraron tiempos más rápidos de respuesta con los problemas en el formato estándar comparados con el formato inusual, sugiriendo que el diseño inusual interferiría con el procesamiento del problema. Así, la apariencia interaccionaba con el formato, más específicamente, el efecto de apariencia era mayor para el formato de resta que para el de suma. En el presente estudio, los resultados de ambos experimentos muestran los efectos contrarios a los encontrados por Campbell. Sin embargo, tenemos que señalar que nosotros clasificamos los problemas como usuales o estándar siguiendo los estudios desarrollados por Campbell y, no hay evidencia de que las rutinas de procesamiento para los problemas de texto sean similares a aquellas utilizadas para la resolución de operaciones simples de un dígito. De

hecho, en las operaciones de un dígito, tanto los operandos del problema como el signo aparecen simultáneamente, mientras que en los problemas aritméticos la presentación de los operandos y el signo es secuencial. Esto, junto con que los problemas aritméticos son presentados con la pregunta antes que los operandos, hace que la apariencia sea un factor menos relevante en el procesamiento de los problemas. Como afirmamos anteriormente, la estructura semántica de los problemas parece jugar un rol más importante que la apariencia. En este contexto, sería verosímil pensar que estas diferencias en la codificación (simultáneo vs. secuencial) entre los problema de un dígito y los problema aritméticos podrían afectar al uso de los procedimientos, sin embargo, aunque en estos experimentos había abundante tiempo para codificar el primer operando y elegir la operación antes de la presentación del segundo operando, los resultados ofrecen una fuerte evidencia de que los problemas de resta se resuelven por la correspondientes adicción inversa. Estos descubrimientos son consistentes con investigaciones previas, en las cuales varios efectos relacionados con el cálculo elemental (el formato del numero y el problema del tamaño) no han encontrado diferencias entre la presentación simultanea y secuencial (Campbell, 1996)

Como pronosticamos, los efectos en los tiempos de respuesta del sustraendo antes que el minuendo fueron mayores para las restas con operandos grandes que para las restas con operandos pequeños. Estos descubrimientos refuerzan la conclusión de que los adultos usan la referencia inversa para resolver restas grandes más que para las pequeñas (Campbell, 2008). Sin embargo, al contrario que en el estudio de Campbell, 2008, las restas con operandos pequeños también presentaron esta ventaja en los tiempos de respuesta, en los dos experimentos realizados. Los resultados son consistentes con el estudio realizado por Alberts y Campbell (2010), quienes

también encontraron ventajas en los tiempos de respuesta en el formato aditivo para los problemas de resta pequeños. Como explicaron estos autores, la facilitación para los problemas de resta pequeños en el formato inverso es consistente con la evidencia de los auto informes según los cuales las restas pequeñas son a veces solucionadas por referencia a la inversa (Campbell y Xue, 2001, Seyler, et al, 2003). Campbell y Albers (2010) y atribuyeron las diferencias entre sus resultados y los encontrados por Campbell en el 2008 a la inclusión de ambas operaciones en el experimento de Campbell, 2008 (problemas de suma y de resta), mientras que en el estudio del 2010 solo usaron una operación (suma). De acuerdo con estos autores, cuando se utilizan ambas operaciones, los participantes necesitan identificar la operación correcta antes de intentar dar respuesta al problema, porque en varios casos el signo de la operación no identifica la operación requerida (“ $5 + _ = 8$ ” y “ $_ - 5 = 3$ ” son problemas de resta y suma respectivamente), lo que generaría altas tasas de errores de operación, especialmente para los problemas pequeños y podría ir en contra de la ventaja del formato inverso para este tipo de problemas. En nuestro experimento, sin embargo, las restas con operandos pequeños también se benefician del formato inverso, incluso cuando las operaciones fueron entremezcladas, posiblemente esto se produzca por el hecho de que, como se ha comentado anteriormente, una presentación secuencial de los operandos y del signo ofrecen más tiempo para identificar la operación requerida. Sin embargo, también es necesario considerar que, tanto en el experimento 1 como en el 2, el porcentaje de errores en las operaciones fue mayor con los problemas pequeños que con los grandes, lo que podría sugerir que los problemas con operandos pequeños se resuelven principalmente por recuperación directa. En este contexto, los resultados apoyan la propuesta de Alberts y Campbell (2010), según la cual es posible que

algunos problemas de suma y resta compartan una estructura de recuperación común que es organizada desde la suma.

Por último, con respecto al rendimiento en la suma, tanto los problemas de cambio 1 como los de cambio 6 mostraron tiempos de respuesta similares en ambos experimentos. Debido a que la secuencia de texto de las versiones de los problemas usados en el experimento 2 no siguen el orden natural de los eventos tal y como ocurren en el mundo real (estado inicial/transformación/estado final), estos resultados sugieren que los problemas del experimento 2 no eran más difíciles que los problemas estándar utilizados en el experimento 1, y por lo tanto no comprometen la hipótesis de mediación de la inversa.

En resumen, los resultados de nuestros experimentos encajan bien con aquellos otros estudios que enfatizan el rol del uso de la referencia inversa en el rendimiento de los adultos en la realización de restas (LeFevre, Destafano et al, 2006; Seyler et al, 2003). De forma más general, estos descubrimientos añaden al creciente cuerpo de la literatura que los adultos usan una variedad de estrategias procedimentales además de la recuperación directa para la aritmética básica (Campbel y Xue, 2001; Geary et al, 1003; Hetch, 2006; LeFevre et al 2006).

ESTUDIO 3.

ESTUDIO 3: Influencia del formato numérico en la resolución de problemas aritméticos.

En este estudio pretendemos analizar hasta qué punto el formato de presentación de los datos numéricos tiene algún efecto en la resolución de problemas. Como hemos indicado en esta revisión teórica, la eficacia del cálculo se reduce en operaciones presentadas en formato palabra numérica (e.g., “tres + cinco = _”) frente a las operaciones presentadas en formato dígito arábigo (e.g., “3 + 5 = _”). Además, se ha encontrado una interacción entre formato y tamaño de los números, de tal forma que el efecto del formato es mayor con números grandes. Del mismo modo, la utilización de estrategias frente a la recuperación es más probable en operaciones presentadas en formato palabra numérica.

El principal argumento esgrimido para explicar estas diferencias se encuentra en la mayor familiaridad del formato dígitos en el contexto de cálculo. Dado que las operaciones aritméticas son raramente encontradas en formato de palabras numéricas, la familiaridad visual de este formato es relativamente baja en relación a la familiaridad de las operaciones presentadas en formato dígitos. Más aún, las palabras numéricas son más frecuentemente encontradas en contextos de lectura (Campbell, 1994). En este sentido, parece razonable asumir que la activación de la solución a las operaciones presentadas en formato dígitos ocurriría directamente vía representaciones visuales de los estímulos dígitos, posiblemente debido a la alta frecuencia de exposición a estas representaciones en los procesos de aprendizaje formal.

Puesto que parece improbable que las soluciones a operaciones presentadas en formato palabras numéricas sean activadas desde una red estable de representaciones visuales en forma de palabras numéricas, es posible que los estímulos palabras numéricas sean convertidos a representaciones fonológicas que suscitan la activación de la solución desde la memoria. Esta interpretación de procesamiento de los dígitos en términos de códigos visuales y de las palabras numéricas en términos de códigos fonológicos es apoyada por diferentes autores (e.g., Campbell y Clark, 1992; Jackson y Coney, 2007).

Sin embargo, cabe la posibilidad de que las representaciones visuales de los dígitos también se conviertan a representaciones fonológicas, especialmente en el contexto de resolución de problemas. Y ello por dos razones. Por un lado, la resolución de problemas tiene un fuerte componente de lectura, donde cada palabra del enunciado activa automáticamente su fonología, lo que podría llevar a que tanto las palabras numéricas como los dígitos activen códigos fonológicos cuando se procesen en el contexto de un problema. Por otro lado, consistente con el rol del lazo articulatorio de la memoria de trabajo en el mantenimiento a corto plazo de información verbal, se ha demostrado que en tareas de cálculo complejas, como las operaciones multidígitos, se utilizan códigos fonológicos para mantener la información numérica activada (e.g., Fürst y Hitch, 2000). En este sentido, si asumimos que en el contexto de un problema los números son recodificados a representaciones fonológicas, cabe la posibilidad de que la eficacia en la recuperación de hechos en la resolución de un problema no se vea influenciada por el formato numérico, ni se produciría una interacción entre formato y tamaño de los números.

Añadido a lo anterior, la mayoría de los estudios previos que han utilizado operaciones simples tienen un sesgo que puede ser eliminado

utilizando problemas aritméticos. Cuando se ha comparado la ejecución entre dígitos y palabras numéricas se han utilizado símbolos matemáticos para identificar la operación aritmética en ambos formatos (e.g., “+”, “-“). De esta forma, las operaciones presentadas en formato dígitos arábigos están constituidas por símbolos (“3 + 5”), mientras que las operaciones presentadas en formato palabras numéricas en realidad mezclan formatos: los operandos se presentan en palabras numéricas y el operador en formato simbólico (“tres + cinco”). Así, la ventaja del formato dígito se puede deber a que los operandos y el operador son compatibles y coherentes con representaciones visuales, lo que puede primar la recuperación, algo que no ocurre cuando se combinan símbolos con palabras. En otras palabras, el signo “+” es más compatible con los números presentados en formato arábigo que en formato palabras.

Existen algunos trabajos que apoyan este argumento. Por ejemplo, se ha comprobado que cuando se compara la ejecución del formato arábigo con un formato verbal pero oral, en vez de escrito, no hay ventajas de un formato sobre otro (LeFevre, Lei, Smith-Chant, y Mullins, 2001; Metcalfe y Campbell, 2008). En este caso, en el formato verbal tanto los operandos como el operador se codifican fonológicamente sin mezclar formatos. Lógicamente, en el formato dígitos los operandos y el operador se presentaron secuencialmente para que fueran similares al formato palabra numérica. Esto es interesante, ya que en el caso de los problemas aritméticos los operandos deben ser presentados irremediablemente de forma secuencial.

En línea con este argumento, en el más reciente de los estudios revisados para nuestro trabajo³, Campbell y Hrenyk (2012) han comprobado

³ De hecho, este estudio se ha publicado muy recientemente, de tal forma que lo hemos revisado una vez concluidos los estudios de esta tesis.

que la ejecución en el formato palabras numéricas mejora cuando los formatos de operandos y operador son compatibles (“tres más cinco”). Como sugieren los autores, presentar las operaciones con formatos compatibles en operandos y operador (tanto en dígitos como en palabras) se activarían representaciones visuales y verbales que servirían de indicios para la recuperación de la respuesta desde la memoria.

A la luz de estas consideraciones, parece factible considerar que el análisis del formato sobre la ejecución en el contexto de problemas aritméticos puede aportar información relevante al campo de la aritmética cognitiva. En este estudio, analizaremos la influencia del formato numérico en el contexto de resolución de problemas a partir de una tarea de producción, en la que incluiremos tanto operaciones de suma como de resta, ya que, hasta la fecha, solamente un trabajo ha analizado los efectos del formato numérico en operaciones de resta (Campbell y Alberts, 2009).

Al igual que en el estudio anterior, hemos usado una categoría de problemas que pueden ser resueltos con una operación simple de suma o resta, llamados “problemas de cambio”, (Riley, Greeno, y Heller, 1983), pero en este caso de los seis tipos de operaciones usados en el estudio de Campbell (2008), sólo utilizaremos el Cambio 1: incremento y estado final desconocido: “ $8 + 5 = _$ ” y el Cambio 2: decremento y estado final desconocido: “ $13 - 8 = _$ ”; ya que en este caso sólo nos interesan los problemas que se resuelven con sumas y los que se resuelven con restas presentados en su forma estándar. Los números fueron presentados bajo dos condiciones: en formato arábigo o en formato palabras numéricas.

En la base de nuestra hipótesis, si las representaciones visuales de los dígitos se convierten a representaciones fonológicas, esperaríamos encontrar las siguientes predicciones. Dado que los problemas se presentarán mediante

Universidad de Salamanca

la técnica RSVP, en la que los operandos aparecen secuencialmente, consideramos que cuando se procesa el segundo operando, el primer operando se mantiene activado en la memoria a corto plazo, y el acceso a la solución requiere la integración de la representación numérica de ambos operandos y el operador. En este contexto, si asumimos, que dicha representación es fonológica para ambos formatos (palabras numéricas y dígitos) los resultados esperables serán diferentes a aquellos encontrados en el contexto de tareas de cálculo simple. Así, aunque esperamos efectos similares a los predichos en el estudio anterior dedicado a las estrategias en lo que se refiere al tipo de operación y tamaño de los números, la eficacia en la recuperación de hechos no se debería ver influenciada por el formato numérico, o al menos se reduciría considerablemente respecto a lo encontrado en operaciones simples, ni se produciría una interacción entre formato y tamaño de los números. Estos resultados serían importantes, e irían en consonancia con algunos planteamientos recientes en el campo de la aritmética cognitiva que sugieren que los mecanismos de cálculo reflejan una variedad de procesos y representaciones que dependen de diferentes factores, entre los que aportaríamos el contexto de la tarea (operaciones simples vs. resolución de problemas).

Experimento 1

Metodología

Participantes.

Participaron en este experimento 25 estudiantes universitarios, de entre los cuales, 12 eran hombres y 13 mujeres). El rango de edad iba desde los 21 a los 27 años, con una media de 22,5.

Estímulos.

Cada estímulo, al igual que en el segundo estudio de este trabajo, consistía en un problema de cambio con la pregunta al principio del problema. Recordemos que todos los problemas diferían en la situación, el nombre de los protagonistas, la naturaleza de los objetos, y el tipo de verbos de transformación usados. Los operandos que se utilizaron en los problemas consistían en 24 pares de números seleccionados de un total de 16 posibles pares de dígitos desde el 2 hasta el 9 cuando el orden de los operandos no se tiene en cuenta. Los dobles (e.g., “3 + 3”) y los pares cuya suma o minuendo era igual a 11 fueron excluidos. La mitad de los pares fueron ideados de forma que el pequeño de los dos operandos estuviese situado en la primera frase numérica. Un segundo set de pares de numéricos fue creado dando la vuelta a los operandos. Para las restas, el segundo número del par era el sustraendo. Además, para que fuese posible medir el problema del efecto tamaño, los pares de operandos cuya suma o minuendo era igual o menos que 10 fueron clasificados como problemas pequeños, mientras que los pares de operandos con una suma o minuendo igual o mayor que 12 fueron clasificados como problemas grandes. A diferencia del estudio anterior, en el cual se utilizaron los 6 problemas de cambio, en este caso solamente se utilizaron los problemas de cambio 1 y cambio 2 (sumas y restas). Cada uno de los 24 pares de operandos citados fue presentado en cada uno de estos dos tipos de problemas. Los 48 estímulos correspondientes a los pares citados en los dos tipos de problemas cambio (suma y resta) se pasaron a todos los sujetos en formato dígito arábigo y en formato palabra numérica, en bloques separados. De este modo, los participantes recibían 4 bloques de problemas con 48 estímulos dentro de cada bloque. Dos de estos bloques eran pasados con los pares de operandos en formato dígito y los otros dos con los operandos en

formato palabra numérica. Las restricciones a la hora de pasar la prueba consistieron en que el mismo par de operandos no podía ser presentado dentro del mismo bloque. Además, el orden de los problemas entre los bloques fue aleatorizado para cada participante con la restricción de que el mismo problema de cambio no podía aparecer de forma sucesiva. La mitad de los participantes fueron expuestos al set 1 y la otra mitad al set 2, con los pares de operandos en orden opuesto. El orden de los bloques fue contrabalanceado.

Procedimiento.

Los estímulos fueron presentados usando la aplicación “SuperLab”, la cual fue utilizada en un ordenadores con pantallas de 15 pulgadas. Los problemas eran presentados palabra a palabra, con el tipo de fuente “Geneva” y un tamaño de 26 puntos, con un ritmo fijo, usando la presentación rápida de estímulos (RSVP). Cada palabra era presentada durante 300ms, con un intervalo de 50ms entre las palabras y de 750 entre la pregunta y el resto del problema. Cada estímulo empezaba cuando el participante presionaba la barra espaciadora, entonces aparecía una pantalla con una duración de 1000 ms con la señal “****” en el centro de la pantalla. Cuando esta pantalla se desvanecía, las palabras del problema aparecían una cada vez en el centro de la pantalla. La última palabra de cada estímulo era el segundo número de la operación correspondiente, y se mantenía en la pantalla hasta que el participante realizaba el cálculo. Se les indicó a los participantes que tenían que resolver el problema correctamente y lo más rápido posible. Un micrófono conectado a un transmisor de activación de voz conectado con el ordenador registraba la latencia de las respuestas, el tiempo de las respuestas comenzaba cuando el segundo número de la operación aparecía y se detenía cuando el micrófono detectaba la respuesta verbal del participante. No se ofreció feedback sobre la

corrección de las respuestas. Para familiarizar a los participantes con el tipo de problemas de cambio utilizados y con el procedimiento, antes de comentar con los bloques de ítems experimentales, se pasaron 6 ítems de prueba al inicio de cada bloque experimental, usando los pares de operandos que no se usaron en los ítems experimentales (aquellos cuya suma o minuendo era igual a 11, y aquellos que incluían el dígito 1). Los participantes podían tomarse un descanso entre los bloques, y la sesión entera duraba alrededor de 30 minutos.

Resultados

Tiempos de lectura.

Los resultados (**ver Tabla 5**) fueron analizados en un 2 (Formato: dígito, palabra numérica) X 2 (Tipo de Problema: cambio 1, cambio2) X 2 (tamaño: pequeño, grande) ANOVA de medidas repetidas.

Los tiempos de lectura que sobrepasaron tres desviaciones típicas por encima o por debajo de la media fueron descartadas, aunque este procedimiento no eliminó más del 1,5% de los datos. Todos los análisis se realizaron con análisis en los cuales los términos de error están basados en la variabilidad de los sujetos. Los resultados obtenidos serán considerados como significativos cuando estén a un nivel de .05, a no ser que se indique lo contrario.

Hubo un efecto principal del tipo de problema; los participantes resolvieron los problemas de suma más rápido que los problemas de resta (1210 vs. 1503 ms, respectivamente), $F(1, 24) = 34,20$ MSE= 125701. También hubo un efecto principal de tamaño; los problemas con operandos pequeños fueron resueltos de forma más rápida que los problemas con operandos grandes (1071 vs. 1642 ms, respectivamente) $F(1, 24) = 39,46$

MSE= 414487. Y más interesante para los propósitos de este trabajo, hubo un efecto principal de formato; los problemas presentados en formato dígito fueron resueltos más rápido que los problemas presentados con el formato palabra numérica (1,312 vs 1401 ms, respectivamente) $F(1, 24) = 24,94$ MSE = 15833.

		T. respuesta (ms)		Errores	
		Pequeño	Grande	Pequeño	Grande
Formato numérico	Cambio 1	915	1398	1,5%	8,6%
	Cambio 2	1153	1782	5,1%	13,6%
Formato letra	Cambio 1	1021	1505	2,2%	9,1%
	Cambio 2	1192	1885	3,5%	17,5%

Tabla 5. *Tiempos de respuesta (ms) y errores (%) por formato y tipo de problema.*

También se encontró una interacción entre tipo de problema y tamaño que se aproximó a la significatividad, $F(1, 24) = 4,15$ MSE=94318, $p = .053$, de forma que se encontraron más diferencias entre los tamaños grande y pequeño en los problemas de resta que en los problemas de suma.

Errores

El correspondiente análisis de las tasas de errores presentó los siguientes resultados (ver **Tabla 5**). Hubo un efecto principal de tamaño; los participantes cometieron más errores en los problemas operandos grandes que

con operandos pequeños (12,3% vs. 3% respectivamente) $F(1, 24)=31,437$ $MSE=133$. También hubo un efecto principal de tipo de problema, ya que los participantes cometieron más errores en los problemas de resta (cambio 2) que en los problemas de suma (cambio 1) $F(1, 24)=31,059$, $MSE=33$. Estos efectos fueron cualificados por la interacción entre el tamaño del operando y tipo de problema, $F(1, 24)= 11,009$, $MSE=19$, ya que como en el análisis de los tiempos de respuesta, las diferencias entre operandos grandes y pequeños fue mayor en los problemas de resta que en los problemas de suma. Aunque el efecto de formato no alcanzó la significatividad ($p > .20$), hubo una interacción entre formato y tamaño, $F(1, 24)=4,45$, $MSE=19$ ya que como en los estudios previos con operaciones de cálculo, el efecto del tamaño fue mayor en el formato palabras que en el formato dígitos. Además, este efecto fue cualificado por la interacción de segundo orden entre formato, tamaño y tipo de problema que se aproximó a la significatividad, $F(1, 24)=3,97$, $MSE=25$ $p = .058$, debido a que la interacción anterior fue más evidente en los problemas de resta que en los problemas de suma, esto es, el mayor efecto del tamaño en el formato palabra fue más claro en los problemas que se resuelven con restas.

Discusión

Como en nuestros estudios anteriores, y de acuerdo a nuestras predicciones, los resultados han vuelto a evidenciar un potente efecto del tamaño de los números, y un efecto del tipo de problema. También era esperable una interacción entre el tipo de problema y tamaño, ya que los problemas que se resuelven con restas pueden verse más afectados por el tamaño de los operandos, debido fundamentalmente a la escasa fuerza de la asociación en la memoria entre operaciones de resta con operandos grandes.

Sin embargo, contrario a nuestras predicciones, hubo un efecto del formato, ya que al igual que ocurre en las operaciones de cálculo, hay una menor eficacia del formato palabras numéricas que del formato dígitos. Además, hubo una tendencia (más evidente en el análisis de errores) hacia un mayor efecto del formato en los operandos grandes que en los operandos pequeños, un resultado obtenido sucesivamente en distintos experimentos por Campbell y colaboradores. Y algo que tampoco esperábamos en nuestro experimento, estos efectos fueron mayores para los problemas que se resuelven con restas que para aquellos que se resuelven con sumas.

¿Qué puede explicar que los efectos del formato se sigan manteniendo en el contexto de problemas aritméticos? Independientemente del formato y de que los operandos se presenten en una operación o en un problema, los números (arábigos o palabras) tienen que convertirse en una representación interna de la magnitud, algo asumido por todos los modelos de procesamiento numérico y cálculo.

Parece razonable argumentar que los efectos del formato sólo podrían surgir durante la codificación del segundo operando, ya que dadas las condiciones experimentales, los participantes tuvieron tiempo suficiente para codificar el primer operando sin que el formato pudiera tener algún efecto sobre los tiempos de respuesta, dado que independientemente del formato, cuando se codifica el segundo operando el primero ya ha sido convertido a una representación interna de la magnitud. No obstante, algunos autores han considerado que el acceso a las representaciones de hechos numéricos en la memoria requiere la codificación de una operación (o de la información numérica de un problema) como un todo (Blankenberger y Vorberg, 1997; Jackson y Coney, 2007), por lo que el proceso de codificación en una tarea en la que se presentan los operandos secuencialmente, como es el caso de un

problema aritmético, es más complejo, ya que requiere integrar la representación numérica del segundo operando con el primer operando y el operador mantenidos en la memoria a corto plazo. Por lo tanto, no queda claro cómo el formato afecta en el contexto de un problema.

Para poder avanzar en esta discusión, llevamos a cabo un nuevo experimento en el que mezclamos los formatos de presentación en un mismo estímulo, es decir, uno de los operandos fue presentado en formato arábigo, mientras que el otro operando fue presentado en formato palabras numéricas. Para ello, en la mitad de los problemas, el formato arábigo se presentó en el primer operando y el formato palabra numérica en el segundo, mientras que en la otra mitad, el formato palabra se presentó en el primer operando y el formato arábigo en el segundo. Si al igual que en las operaciones, para acceder a la respuesta a un problema es necesario integrar ambos operandos, no deberíamos encontrar diferencias entre ambas condiciones. Por el contrario, si nuestra interpretación basada en la codificación del segundo operando es correcta, entonces encontraríamos diferencias entre ambas condiciones.

Experimento 2

Métodología

Participantes.

Participaron en este experimento 24 estudiantes universitarios, de entre los cuales, 9 eran hombres y 15 mujeres. El rango de edad variaba desde los 19 a los 33 años, con una media de 26.1.

Estímulos y procedimiento

El experimento 2 fue idéntico al experimento 1, excepto en que uno de los operandos de cada estímulo (problema) fue presentado en formato

arábigo, mientras que el otro operando fue presentado en formato palabra numérica. Para ello, en la mitad de los problemas, el formato arábigo se presentó en primera posición y el formato palabra numérica en la segunda posición, mientras que en la otra mitad, el formato palabra se presentó en primera posición y el formato arábigo en la segunda.

Resultados.

Tiempos de respuesta

Las medias de los tiempos de respuesta (ver Tabla 6) fueron analizadas en un 2 (Formato: dígito en segundo lugar, palabra en segundo lugar) X 2 (Tipo de Problema: cambio 1, cambio2) X 2 (Tamaño: pequeño, grande). ANOVA de medidas repetidas

Los tiempos de lectura que sobrepasaban tres desviaciones típicas por encima o por debajo de la media fueron descartadas, aunque este procedimiento no eliminó más del 2% de los datos.

Los resultados indicaron un efecto principal del tipo de problema, ya que los participantes resolvieron los problemas de suma más rápido que los problemas de resta (1137 vs. 1421 ms, respectivamente), $F(1, 23) = 59,617$ $MSE = 65073$. Del mismo modo, los problemas con operandos pequeños fueron resueltos significativamente más rápido que los problemas con operandos grandes (1058 vs. 1499 ms, respectivamente) $F(1, 23) = 88,144$ $MSE = 106139$. Como en el experimento anterior, estos efectos fueron cualificados por la interacción entre tipo de problema y tamaño de los operandos, $F(1, 23) = 7,249$ $MSE = 40695$, ya que otra vez el efecto del tamaño fue mayor para los problemas de resta (cambio 2) que para los problemas de suma (cambio 1). Y lo que es más importante, hubo un efecto principal de formato; los problemas presentados con el dígito en segunda

posición fueron resueltos más rápidamente que los problemas presentados con la palabra numérica en la segunda posición (1223 vs 1334 ms, respectivamente) $F(1, 23) = 20,140$ $MSE = 29099$. También se encontró una interacción entre el formato y tamaño de los operandos, de forma que se encontraron más diferencias entre los operandos grandes y los operandos pequeños cuando la palabra numérica iba situada en segunda posición. $F(1, 23) = 4,174$ $MSE = 17066$. Por último, esta interacción fue cualificada por una interacción de segundo orden que se aproximó a la significatividad, $F(1, 23) = 3,47$ $MSE = 40695$, $p = .08$, ya que como en el experimento anterior, la interacción formato tamaño fue mayor en los problemas de resta que en los problemas de suma.

		T. respuesta (ms)		Errores	
		Pequeño	Grande	Pequeño	Grande
Número en segunda posición	Cambio 1	905	1265	1,4%	4,5%
	Cambio 2	1139	1584	5,5%	5,5%
Palabra en segunda posición	Cambio 1	1005	1371	2%	4,5%
	Cambio 2	1183	1777	2,7%	10,8%

Tabla 6. *Tiempos de respuesta (ms) y errores (%) por posición del formato y tipos de problema.*

Errores

El correspondiente análisis de las tasas de errores presentó un patrón similar al análisis de los tiempos de lectura. Los participantes cometieron más errores en los problemas con operandos grandes que con operandos pequeños (6,3% vs. 2,9% respectivamente) $F(1, 23) = 14,343$ $MSE=38$. Los participantes también cometieron más errores en los problemas de resta (cambio 2) que en los problemas de suma (cambio 1) $F(1, 23) = 9,033$, $MSE=49$, (6,1% vs. 3,1%). Aunque el efecto principal del formato no fue significativo, la interacción formato por tamaño se aproximó a la significatividad, $F(1, 23) = 3,964$, $MSE=40$, $p = .059$, y la interacción de segundo orden formato por tamaño por tipo de problema fue significativa, $F(1, 23) = 8.94$, $MSE=25$, ya que otra vez, un mayor efecto del formato en los operandos grandes fue más evidente en el formato resta que en el formato suma.

Discusión

Los resultados apoyan nuestra hipótesis de que la influencia del formato en el contexto de un problema se debe a la codificación del segundo operando. Concretamente, la eficacia fue mayor cuando el segundo operando fue presentado en formato dígito. Este resultado sugiere que las explicaciones ofrecidas para interpretar la mayor eficacia del formato dígito en el contexto de una operación no son adecuadas para explicar la eficacia de este formato en el contexto de un problema aritmético. Recordemos que el argumento esgrimido para explicar estas diferencias se encuentra en la mayor familiaridad del formato dígito en el contexto de cálculo, por lo que la activación de la solución a las operaciones presentadas en formato dígitos ocurriría

directamente vía representaciones visuales de los estímulos dígitos, posiblemente debido a la alta frecuencia de exposición a estas representaciones en los procesos de aprendizaje formal. Desde los resultados de nuestro trabajo no es posible apelar a representaciones visuales, improbables en el contexto de un problema aritmético.

¿Cómo explicar, entonces, nuestros resultados? Como argumentábamos más atrás, la presentación secuencial de los operandos en un problema aritmético implica que cuando se codifica el segundo operando, el primero ya ha sido convertido a una representación interna de la magnitud, independientemente del formato en el que se haya presentado. Por lo tanto, es necesario explicar la mayor eficacia del segundo operando en formato dígito. La posibilidad más plausible es que los dígitos permiten acceder más rápidamente a una representación de la magnitud que las palabras numéricas.

Sabemos, por la investigación desarrollada en el campo del procesamiento de palabras, que en general que se tarda más tiempo en nombrar objetos que en nombrar las palabras referidas a los mismos objetos (ver Ferrand, 1999, para una revisión). Sin embargo, el patrón de tiempos de respuesta es el contrario cuando la tarea es de categorización semántica, con tiempos más rápidos para categorizar objetos que para categorizar palabras (Seifert, 1997). Así, se asume que con las palabras se accede más rápido a las representaciones fonológicas mediante alguna vía subsemántica, mientras que los objetos tienen acceso más privilegiado a representaciones semánticas. Si asumimos que los dígitos (su forma visual) se relaciona arbitrariamente con su correspondiente forma fonológica, entonces pueden caracterizarse como ideográficos (o logográficos) y ser muy similares a estímulos pictóricos. Por lo tanto, y estableciendo un paralelismo con el procesamiento de palabras en general, las palabras numéricas permitirán un acceso más rápido a las

representaciones fonológicas pero más lento a las representaciones semánticas, mientras que los dígitos se procesarían de una manera similar a los objetos, permitiendo un acceso más rápido a las representaciones semánticas, en este caso a una representación de la magnitud. Esto es precisamente lo que encontró Damian (2004) comparando dígitos con palabras numéricas en dos tareas diferentes; en un caso tenían que nombrar los estímulos, mientras que en otro tenían que hacer juicio de magnitud. Sus resultados mostraron que los dígitos permitieron un acceso más rápido a las representaciones de la magnitud numérica y más lento a los códigos léxicos, y lo contrario para las palabras numéricas.

En este contexto, si asumimos que los procesos de cálculo requieren un acceso a la magnitud, es factible que la mayor eficacia del formato dígito en el segundo operando se deba precisamente a un acceso más rápido a la magnitud que en las palabras numéricas. Por lo tanto, la mayor eficacia del formato dígito en el contexto de un problema aritmético no se explicaría por una mayor familiaridad de las representaciones visuales de los dígitos, sino por diferencias entre ambos formatos para acceder a representaciones de la magnitud.

Discusión general

¿Qué repercusión tiene este planteamiento para los modelos sobre la arquitectura funcional del procesamiento numérico y el cálculo? Los datos no son consistentes con el modelo modular de McCloskey y colaboradores. Recordemos que en este modelo asume un código abstracto y único para representar la magnitud al cual se accede desde dos sistemas de entrada independientes, uno verbal y otro arábigo. Desde la representación de la

magnitud se accede a los procesos de cálculo o a los códigos fonológicos para nombrar los números. Así, en tareas que requieran acceder a una representación de la magnitud, los formatos de acceso actuarían en paralelo, mientras que en tareas que requieren acceder a representaciones fonológicas, ambos formatos lo hacen desde la representación de la magnitud. Por lo tanto, el modelo no se acomoda fácilmente a los resultados del presente trabajo, ya que debería asumir una ruta más rápida entre el procesamiento de dígitos y la representación de la magnitud. Además, como sugieren los resultados obtenidos por Damian (2004), para nombrar más rápidamente las palabras numéricas que los dígitos, el modelo tendría que asumir lo contrario, que el acceso a la magnitud fuera más lento desde los dígitos que desde las palabras numéricas, algo que no se acomoda a nuestros datos y aquellos obtenidos por Damian.

Nuestros datos tampoco se acomodan completamente al modelo de triple código de Dehaene y colaboradores. Recordemos que el modelo postula que hay tres códigos sobre los que se basa el procesamiento numérico: una representación análoga de la magnitud, una forma numérica visual-arábica, y un sistema de codificación auditivo-verbal. En contraste con el modelo de McCloskey, este modelo asume que los tres códigos pueden directamente activar otro sin la intervención de un código amodal abstracto. El modelo sí asume los resultados de Damian (2004) referente a que las palabras numéricas sean nombradas más rápidamente que los dígitos, ya que existe un acceso directo de las palabras numéricas a un módulo auditivo-verbal que favorecería el naming, mientras que los dígitos necesitan convertirse a dicho módulo mediante una ruta de transcodificación asemántica. Sin embargo, ambos formatos acceden a la representación de la magnitud de una forma paralela. Para explicar un acceso más rápido a la magnitud desde un formato arábigo

sería necesario supuestos adicionales, como por ejemplo una conexión más fuerte entre el procesamiento de dígitos y la representación de la magnitud que entre el procesamiento de palabras numéricas y magnitud, algo que el modelo no hace explícitamente.

Los resultados de nuestro trabajo se alinean más próximos al modelo de codificación compleja de Campbell y colaboradores. El modelo asume que la recuperación de hechos está mediada por una variedad de representaciones específicas de formato, y cada formato de representación puede “proporcionar potencialmente rutas independientes a las representaciones de hechos numéricos (Campbell, 1994, p. 7). Además, Campbell (1994; Campbell, Kanz y Xue, 1999) han encontrado evidencias de que las palabras numéricas producen una activación más lenta o débil de la magnitud en relación a los dígitos, ya que los errores aritméticos con el formato palabra numérica están más alejados de la respuesta correcta relativo a los errores en el formato dígitos. Por lo tanto, se puede asumir una conexión más fuerte entre el procesamiento de dígitos y la representación de la magnitud, lo cual iría en consonancia con nuestra interpretación de que el acceso más rápido a la magnitud explicaría las diferencias entre ambos formatos en nuestro estudio. Por otro lado, desde el planteamiento de Campbell y colaboradores se asumen procesos interactivos entre el procesamiento numérico y el cálculo, lo cual es explicado por la interacción entre el formato y el tamaño de los números (un efecto de tamaño mayor para el formato palabra numéricas que para el formato dígitos arábigos). En nuestro trabajo, hubo una tendencia en los resultados hacia esta interacción, aunque no tan evidente como la encontrada sucesivamente por Campbell y colaboradores.

No obstante, un aspecto interesante de nuestros resultados fue un mayor efecto interactivo en la operación de resta que en la operación de suma.

En la comparación entre operaciones de suma y resta que llevaron a cabo Campbell y Alberts (2009), los autores encontraron que, en el uso de estrategias, hubo un efecto del formato sobre el uso de la recuperación a favor del formato dígito, pero la interacción formato por tamaño sobre el uso de la recuperación fue encontrado solo en la suma, con un mayor costo del formato palabra sobre la recuperación sumas grandes que para sumas pequeñas, debido, según los autores, a que en la resta, tanto las operaciones grandes como las pequeñas presentan una fuerza de la asociación débil, y por lo tanto similar costo del formato palabra sobre el uso de la recuperación. En cuanto a los tiempos de reacción, la interacción formato por tamaño fue similar en ambas operaciones. En nuestro estudio, sin embargo, aunque los efectos no fueron muy potentes estadísticamente, hay una tendencia a que el efecto de la interacción formato por tamaño fue mayor para los problemas que se resolvieron con restas. Una posible explicación, siguiendo el argumento de Campbell y Alberts (2009), sería que nuestros participantes mostraron un mayor uso de estrategias con formato palabra en la resta que en la suma con sumandos grandes frente a los pequeños. El mayor uso de estrategias frente a la recuperación lógicamente aumenta los tiempos de respuesta. No obstante, esta explicación es válida si se considera que el formato dígito tiene una mayor familiaridad que el formato palabra por su mayor exposición a este tipo de operaciones, y que lo mismo ocurre con la suma frente a la resta. Sin embargo, en nuestra tarea los resultados debidos al formato no se adecúan a esta explicación como decíamos más atrás, ya que la influencia del formato en el contexto de un problema se debe a la codificación del segundo operando. Por lo tanto no es fácilmente explicable en términos de familiaridad.

Una posible explicación alternativa podría ser que las restas dependen en mayor medida de la representación de la magnitud para ser resueltas, ya

que es improbable que estén almacenadas como hecho numéricos, especialmente con números mayores. Hay numerosos estudios de neuroimagen que apoyan esta cuestión, ya que se ha demostrado una mayor activación del surco intraparietal (área cerebral en la que se incluye el procesamiento de la magnitud) en tareas de resta que de suma o multiplicación (ver Cohen Kadosh, 2008, para una revisión).

En este contexto, y de acuerdo a nuestra interpretación, si las palabras numéricas producen una activación más lenta o débil de la magnitud en relación a los dígitos, y la resta es más dependiente de la representación de la magnitud que la suma para ser ejecutada, especialmente con números más grandes, es posible que los efectos de la interacción del formato con el tamaño de los números puedan afectar más a los problemas que se resuelven con restas que a los problemas que se resuelven con sumas. No obstante esta es una interpretación tentativa que necesitaría más investigación.

En definitiva, nuestro objetivo con este tercer estudio era analizar la influencia del formato de los números cuando estos son presentados en el contexto de un problema aritmético. Los resultados parecen confirmar que presentar los operandos en un formato palabra numérica sigue teniendo un efecto más negativo que el formato dígitos en el contexto de un problema aritmético, aunque en este caso debido a la influencia del segundo operando, ya que la influencia del primer operando se elimina durante el procesamiento del problema. Ahora bien, nuestra interpretación para este resultado no puede ser similar a la ofrecida en el contexto de operaciones (mayor familiaridad, acceso a representaciones visuales...), ya que la misma es improbable en el contexto de un problema aritmético. Posiblemente el acceso a la magnitud de los operandos es una explicación candidata que se adapta teórica y

empíricamente a los resultados, aunque esta es una cuestión que requiere una mayor investigación.

CONCLUSIONES FINALES

Conclusiones finales

A lo largo de las páginas de este trabajo hemos realizado un recorrido por los objetivos que nos planteábamos al comienzo de nuestra investigación, por el marco teórico en el que se sustentan nuestros estudios, así como por los estudios empíricos previos que preceden a cada uno de nuestros estudios y por los nuestros propios. En este último apartado, queremos realizar una breve síntesis de todos estos aspectos, para finalizar en unas conclusiones generales sobre el trabajo realizado.

Nuestro objetivo principal en el desarrollo de este trabajo ha sido aportar nuevos puntos de vista al estudio de la aritmética cognitiva, un campo de investigación centrado en el análisis de los procesos implicados en el cálculo básico, tratando de dar una respuesta a las representaciones, procesos de recuperación y estrategias que subyacen a las habilidades matemáticas elementales. Nuestra principal aportación a este ámbito de estudio se ha basado en analizar los procesos de cálculo en otras tareas donde el cálculo es un componente más, ya que en la mayor parte de las investigaciones llevadas a cabo en el ámbito de la aritmética cognitiva se han reducido a tareas con operaciones de un dígito. De este modo, a lo largo de los estudios que componen este trabajo hemos intentado analizar los procesos de cálculo en el contexto de tareas aritméticas más complejas en las que el cálculo es un componente más, eligiendo para ello la resolución de problemas aritméticos, con el objetivo de ampliar y, en algunos casos, paliar algunas de las limitaciones encontradas en los estudios previos.

Para llevar a cabo este objetivo nos hemos centrado en tres de los aspectos de la aritmética cognitiva más relevantes actualmente: el problema de la automaticidad de los procesos de cálculo, el uso de estrategias alternativas a la recuperación de hechos, y la influencia del formato numérico en los procesos de cálculo. Realizaremos a continuación una breve síntesis de todos los aspectos que hemos ido viendo a lo largo de los capítulos, así como de los correspondientes estudios empíricos y las principales conclusiones y aportaciones realizadas en cada uno de ellos.

El punto de partida de nuestro trabajo consistió en analizar los estudios del campo de la aritmética cognitiva que habían demostrado que los adultos resuelven problemas aritméticos simples mediante la recuperación automática de la respuesta desde un marco de asociaciones almacenadas. (Ashcraft, 1982; 1987, 1995; Campbell, 1987, 1995; Campbell y Graham, 1985; Dehaene & Cohen, 1995; Siegler & Shrager, 1984; Widaman, Geary, Cormier & Little, 1989). Una de las ideas fundamentales de estos estudios y de los modelos que plantearon es que la recuperación de hechos desde la memoria ocurre por una propagación de la activación automática desde los nodos presentados a los nodos relacionados y que, de este modo, la recuperación debería consumir recursos cognitivos mínimos. Sin embargo, pudimos comprobar como la mayoría de las investigaciones realizadas en este campo de la automaticidad de la recuperación de hechos aritméticos se limitaron a utilizar operaciones simples de adición y multiplicación con un dígito y muy poco se conocía sobre cómo esta activación automática de hechos aritméticos básicos se producía en otras tareas en las cuales el cálculo era un componente más del proceso. Por ello, el objetivo que nos planteamos en el primer estudio empírico realizado fue comprobar si la cuestión de la activación de hechos que

aparecía en estos trabajos se producía también de forma automática en el contexto de la resolución de un problema aritmético.

Para ello, utilizamos una tarea de priming, similar a la utilizada en los estudios previos, de forma que nuestros primes fueron pares de dígitos, incluidos en dos frases que contenían la información numérica de un problema aritmético (e.g., “3” y “2” en “José tiene 3 canicas. Entonces Tom le dio 2 canicas”), y a esta frase le seguía otro dígito, el target, que el sujeto tenía que nombrar en alto, y que podía ser consistente, inconsistente o neutro en relación con el prime presentado. Los resultados obtenidos en este primer estudio demostraron que los adultos acceden a los hechos aritméticos simples incluso cuando la realización de la operación aritmética es un componente irrelevante para la tarea, como era en el caso de nuestro estudio. De este modo, este estudio revela que la automaticidad de la recuperación de hechos aritméticos no está sólo limitada a la adición simple, sino que también es posible en otras tareas, tales como la resolución de problemas aritméticos, los cuales demandan más recursos cognitivos que la simple adicción de dígitos. Además, otra de nuestras aportaciones con la realización de este estudio es que, dado que muy pocos estudios han examinado la relación entre los procesos computacionales y la resolución de problemas aritméticos, un paradigma de priming similar al que usamos en este estudio puede abrir un camino para intercambios de opiniones provechosos entre estas áreas de investigación, las cuales hasta ahora han sido bastantes independientes.

Uno de los resultados más significativos encontrados en este estudio fueron las diferencias encontradas en el acceso a las sumas pequeñas y grandes, ya que aunque encontramos un efecto de facilitación que fue significativo tanto para las sumas grandes como para las pequeñas, este efecto fue mayor para las sumas pequeñas, además, el efecto de inhibición

encontrado solo fue significativo para las sumas pequeñas. A la vista de estos resultados, argumentamos que, como algunos autores habían ya planteado, el efecto del tamaño encontrado en estos datos podría explicarse por la utilización de otros procedimientos de cálculo (en vez de recuperación directa) en las sumas, ya que es posible que en las sumas grandes el uso de estrategias distintas a la recuperación contribuya a explicar este efecto tamaño encontrado.

De este modo, en el segundo capítulo de este trabajo nos centramos en el análisis de aquellos trabajos que defienden que los adultos no sólo confían en la recuperación directa de la memoria para resolver operaciones de cálculo simple, estudiando así otra de las líneas principales de estudio en la aritmética cognitiva: el análisis de las estrategias que se ponen en marcha los sujetos en la realización de tareas de cálculo. En este capítulo revisamos como los modelos desarrollados hasta este punto no habían conseguido ofrecer una explicación completamente satisfactoria al rendimiento en las tareas de cálculo, en especial, al problema del efecto tamaño, y de este modo surgió la necesidad de ofrecer una explicación alternativa, punto en el que comienzan a aparecer los modelos que plantean la utilización de otros procedimientos, además de la recuperación directa, para la resolución de operaciones aritméticas simples.

En el desarrollo de este capítulo pudimos ver los diferentes modelos que intentaban analizar cuáles son los mecanismos que ponen en marcha los sujetos cuando se enfrentan a la resolución las operaciones aritméticas, de forma que se pudiese comprender mejor estos procesos y su influencia en la ejecución del cálculo por parte de los sujetos. A la vista de todos los resultados obtenidos en las distintas investigaciones realizadas, se llegó a la conclusión de que los adultos no confían solo en la recuperación directa desde la memoria para la suma, la multiplicación, la resta o la división, al contrario, los adultos a

menudo usan estrategias procedimentales basadas en el conteo, la descomposición o la transformación. Además, se llegó a otras dos conclusiones importantes: en primer lugar, que el uso de estos procedimientos es más frecuente para los números grandes que para los pequeños, debido a que los números pequeños en aritmética son encontrados de forma más frecuente que los grandes, lo que hace que en estos últimos la fuerza en la memoria sea más débil y, por tanto, que sea más frecuente que se resuelvan mediante estrategias procedimentales, más lentas y con mayor tasa de errores si las comparamos con la recuperación directa; y por otro lado, la segunda conclusión a destacar es, que el uso de estrategias procedimentales por parte de los adultos es mucho más común para la resta y la división que para las operaciones de suma y multiplicación, posiblemente porque los adultos suelen adoptar estrategias para la resta y división basadas en sus conocimientos sobre la propiedad inversa de la suma o de la multiplicación, debido a que estas últimas se aprenden primero en la escuela y la resta y la división son enseñadas más tarde y en relación con éstas y su propiedad inversa.

A partir de este momento, surgieron una serie de investigaciones que empleaban una nueva metodología: partiendo de la hipótesis que defiende que los problemas de resta y de división se resuelven por referencia a la suma y a la multiplicación, intentaban obtener unos resultados más objetivos sobre la utilización de estrategias en la resolución de operaciones aritméticas simples. Para ello, diferentes autores manipularon el formato de presentación de las operaciones aritméticas, de forma que las operaciones de división (" $72/8=$ __") se presentaban en un formato multiplicativo (" $8\times$ __= 72 "), (Mauro et al, 2003, Campbel y Albers, 2010), y las operaciones de resta (" $8-$

5=___”) se presentaban en formato aditivo (“5+___=8”) (Campbel, 2008; Campbel y Albers, 2010)

A la vista de los resultados de estas investigaciones, en los que se obtiene que los problemas presentados en el formato aditivo (para los problemas de resta) y multiplicativo (para los problemas de división) se resuelven más rápido que los que se presentan de la forma estándar, concluyeron que los adultos, a menudo, usan la referencia inversa para resolver las operaciones de resta y de división y que la presentación de las operaciones en el formato aditivo o multiplicativo, respectivamente, facilitaría este proceso reduciendo las manipulaciones internas requeridas para reorganizar las operaciones.

Estos estudios son el punto de partida de nuestro segundo estudio empírico, en el cual nuestro objetivo consistió en analizar si los participantes utilizan estrategias alternativas a la recuperación de hechos numéricos cuando se enfrentan a la resolución de problemas aritméticos, en concreto, si los sujetos usan la referencia inversa a la suma para resolver problemas de restas. Siguiendo la metodología utilizada por estos autores, analizamos en el contexto de un problema aritmético, la influencia de la estructura semántica del enunciado en el uso de estrategias, centrándonos en la relación inversa entre suma y resta. De esta forma, además de comprobar si estos resultados obtenidos en los estudio previos se mantienen cuando la tarea es la resolución de un problema aritmético, confirmando las conclusiones encontradas, eliminamos algunas de las limitaciones existentes en estos trabajos, entre las que destacamos que la ventaja en el tiempo de reacción de las operaciones presentadas podía no ser evidencia suficiente por sí misma para sugerir que los adultos utilizan la referencia inversa para resolver las operaciones, ya que los resultados obtenidos en estos estudios podían ser interpretados en términos

de más o menos fuentes de información activada desde las representaciones visuales almacenadas en la memoria de forma que permitían rellenar los valores desconocidos, dependiendo del formato de presentación.

Para comprobar si esta reorganización de los elementos había podido influir en el uso de la referencia inversa a pesar del formato, tanto los problemas en formato suma como en el formato de resta deberían ser presentados de forma que el sustraendo apareciese antes o después que minuendo, pero las operaciones de cálculo usadas en los estudios previos no permiten esta reorganización, sin embargo, la utilización de problemas aritméticos sí nos permite reorganizar los operandos del problema, incluyendo los problemas de resta, de forma que el sustraendo puede aparecer antes o después del minuendo (e.g. “¿Cuántos patos hay en el estanque ahora, si se fueron 8 patos y al principio había 13?”)

Nuestra hipótesis de partida para este estudio consistió en que si las restas son normalmente mediadas por las sumas correspondientes, esperábamos que los procedimientos basados en la adicción fueran más eficientes en los problemas de resta cuando el sustraendo aparece antes que el minuendo. De este modo, los tiempos de respuesta deberían ser más rápidos en el formato aditivo (e.g., en el cambio 3), ya que en este formato el sustraendo siempre aparece primero, al contrario que en formato de resta, donde el sustraendo aparece después que el minuendo (cambio 2). Los resultados obtenidos confirmaron nuestra hipótesis y ofrecieron una confirmación empírica adicional de que los adultos resuelven restas por referencia a la correspondiente suma inversa sugiriendo que la reconfiguración del minuendo y el sustraendo sería suficiente pista para recuperar la operación inversa.

Además, estos descubrimientos son importantes porque indican que la presentación del signo de adicción no es requerido para reorganizar el problema como una suma y encajan bien con los estudios que enfatizan el rol del uso de la referencia inversa en el rendimiento de los adultos en la realización de restas (LeFevre, Destefano et al, 2006; Seyler et al, 2003). Además, confirman que los adultos usan una variedad de estrategias procedimentales además de la recuperación directa para la aritmética básica (Campbel y Xue, 2001; Geary et al, 1003; Hetch, 2006; LeFevre et al 2006). Y lo que es más importante, a pesar del hecho de que la tarea usada en el presente estudio es más compleja y puede ser considerada como una fuente de demanda, al menos más que las operaciones simples de un dígito, los resultados encontrados, junto con los encontrados en el estudio anterior, en la activación automática de hechos en el contexto de problemas aritméticos, abren la posibilidad de futuros estudios de aritmética elemental en otras tareas en las cuales el cálculo es un componente del proceso.

En el tercer y último capítulo de nuestro trabajo añadimos un factor más de influencia a la recuperación de hechos aritméticos: el formato en el que se presentan las operaciones, dígitos arábigos vs. palabras numéricas, (e.g., “ $3 + 5 = ?$ ” vs. “tres + cinco = “), ya que es otra cuestión en la que la utilización de problemas aritméticos puede aportar información relevante al campo de la aritmética cognitiva. Dentro de este capítulo realizamos una exposición de los diferentes trabajos publicados en los que se demuestran tres aspectos principales: por una lado, que la eficacia del cálculo se reduce en operaciones presentadas en formato verbal (e.g., “tres + cinco = _”) frente a las operaciones presentadas en formato arábigo (e.g., “ $3 + 5 = _$ ”); por otro lado, que se produce una interacción entre formato y tamaño de los números, de tal forma que el efecto del formato es mayor con números grandes, y por

último, que la utilización de estrategias frente a la recuperación es más probable en operaciones presentadas en formato palabra numérica.

La cuestión de que la ejecución con palabras numéricas es más difícil es interesante, ya que los efectos del formato evalúan no sólo los procesos de cálculo implicados en la tarea, sino cómo estos se relacionan con los procesos de codificación de los números. Desde algunos de los planteamientos desarrollados en el marco teórico de este capítulo vimos como algunos consideraban que el formato afectaba solamente a los procesos de codificación y no directamente al cálculo en sí (Dehaene y Cohen, 1995; McCloskey, 1992; Noël, Fias y Brysbaert, 1997), mientras que otros planteamientos proponía que los procesos de cálculo pueden variar tanto en el tipo de procesos (recuperación vs. estrategias) como en la eficacia de los mismos dependiendo el formato de presentación de los números (Campbell y Alberts, 2009; Campbell y Fugelsang, 2001; Campbell y Penner-Wilger, 2006).

En este punto surge nuestro tercer estudio con el que pretendemos analizar los efectos que tiene el formato de presentación de los datos numéricos en la resolución de problemas aritméticos. Nuestra principal aportación en este estudio es, al igual que en el segundo estudio de este trabajo, eliminar un sesgo observado en los estudios anteriores, ya que en los trabajos existentes hasta el momento, los cuales comparan la ejecución entre dígitos y palabras numéricas, se han utilizado símbolos matemáticos para identificar la operación aritmética en ambos formatos (e.g., “+”, “-“). De esta forma, las operaciones presentadas en formato números arábigos están constituidas por símbolos (“3 + 5”), mientras que las operaciones presentadas en formato palabras numéricas en realidad mezclan formatos: (“tres + cinco”), lo que podría provocar que la ventaja del formato dígito se pudiese deber a que los operandos y el operador son compatibles y coherentes con

representaciones visuales, lo que puede primar la recuperación, algo que no ocurre cuando se combinan símbolos con palabras. Argumento que se estudia en un trabajo reciente realizado por Campbell y Hrenyk (2012).

De este modo, creemos que el análisis del formato sobre la ejecución en el contexto de problemas aritméticos puede aportar información relevante al campo de la aritmética cognitiva y para ello en el tercer estudio nos centramos en analizar la influencia del formato numérico en el contexto de resolución de problemas a partir de una tarea de producción, en la que siguiendo la metodología desarrollada en estudios anteriores (Campbell, 2009) incluimos tanto operaciones de suma como de resta.

Al analizar los datos obtenidos con este estudio comprobamos que, a pesar de nuestras predicciones, según las cuales esperábamos encontrar resultados diferentes a los obtenidos en los estudios realizados con operaciones aritméticas, los efectos del formato se seguían manteniendo en el contexto de problemas aritméticos. A la vista de estos resultados, argumentamos que los efectos del formato sólo podrían surgir durante la codificación del segundo operando, ya que dadas las condiciones experimentales, los participantes tuvieron tiempo suficiente para codificar el primer operando sin que el formato pudiera tener efectos sobre los tiempos de respuesta dado que, independientemente del formato, cuando se codifica el segundo operando el primero ya ha sido convertido a una representación interna de la magnitud. Aún así, con los resultados obtenidos no quedaba claro cómo el formato en el que aparecen los números podría afectar en el contexto de un problema.

De este modo, para poder avanzar en este tema, llevamos a cabo un nuevo experimento en el que incluimos una variación: mezclamos los formatos de presentación en un mismo estímulo, es decir, uno de los

operandos fue presentado en formato arábigo, mientras que el otro operando fue presentado en formato palabras numéricas. Los resultados obtenidos en este segundo experimento parecen confirmar que presentar los operandos en un formato palabra numérica sigue teniendo un efecto más negativo que el formato dígitos en el contexto de un problema aritmético, aunque en este caso debido a la influencia del segundo operando, ya que la influencia del primer operando se elimina durante el procesamiento del problema.

Este resultado nos sugirió que las explicaciones ofrecidas para interpretar la mayor eficacia del formato dígito en el contexto de una operación no son adecuadas para explicar la eficacia de este formato en el contexto de un problema aritmético, puesto que desde los resultados de nuestro trabajo no era posible apelar a representaciones visuales, improbables en el contexto de un problema aritmético. Una posibilidad más plausible para explicar los resultados que obtuvimos en este estudio es que los dígitos permiten acceder más rápidamente a una representación de la magnitud que las palabras numéricas. Por lo tanto, y estableciendo un paralelismo con el procesamiento de palabras en general, las palabras numéricas permitirán un acceso más rápido a las representaciones fonológicas pero más lento a las representaciones semánticas, mientras que los dígitos se procesarían de una manera similar a los objetos, permitiendo un acceso más rápido a las representaciones semánticas, en este caso a una representación de la magnitud. Por lo tanto, la mayor eficacia del formato dígitos en el contexto de un problema aritmético no se explicaría por una mayor familiaridad de las representaciones visuales de los dígitos, sino por diferencias entre ambos formatos para acceder a representaciones de la magnitud.

De este modo, dentro de los tres modelos que desarrollamos en el primer capítulo de este trabajo, los resultados obtenidos en este estudio se

alinearían más cercanos al modelo de codificación compleja de Campbell y colaboradores, según el cual, se puede asumir una conexión más fuerte entre el procesamiento de dígitos y la representación de la magnitud, lo cual iría en consonancia con nuestra interpretación de que el acceso más rápido a la magnitud explicaría las diferencias entre ambos formatos en nuestro estudio, aunque es algo que requiere investigación futura.

Para concluir, queremos señalar que con la realización de este trabajo hemos intentado realizar una aportación al campo de la aritmética cognitiva en tres de sus áreas de estudio principales (la automatización en la recuperación de hechos aritméticos, la utilización de estrategias en la realización de tareas de cálculo, y la influencia del formato numérico en la realización de tareas aritméticas), todo ello mediante el análisis de los procesos de cálculo en el contexto de tareas aritméticas más complejas en las que el cálculo es un componente más, como es el caso de la resolución de problemas aritméticos, de forma que hemos intentado ampliar e incluso paliar algunas de las dificultades o limitaciones encontradas en los estudios anteriores. Además, creemos que nuestro trabajo ha podido abrir un futuro campo de investigación, proponiendo otros paradigmas de investigación, en los cuales el cálculo sería un componente más del proceso. aportando información relevante a algunas de las cuestiones que actualmente se debaten en este campo de la aritmética cognitiva.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Referencias bibliográficas.

Albrecht, J. E., & Myers, J. L. (1995). Role of context in accessing distant information during reading. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 21, 1459-1468.

Albrecht, J. E., & O'Brien, E. J. (1993). Updating a mental model: Maintaining both local and global coherence. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 19, 1061–1070.

Ashcraft, M. H. (1982). The development of mental arithmetic: A chronometric approach. *Developmental Review*, 2, 213–236.

Ashcraft, M. H. (1987). Children's knowledge of simple arithmetic: A developmental model and simulation. In J. Bisanz, C. J. Brainerd, & R. Kail (Eds.), *Formal methods in developmental psychology: Progress in cognitive development research* (pp. 302–338). New York: Springer-Verlag.

Ashcraft, M. H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition*, 44, 75-106.

Ashcraft, M. H. (1995). Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. *Mathematical Cognition*, 1, 3-34.

Ashcraft, M. H., y Battaglia, J. (1978): “Cognitive arithmetic: Evidence for retrieval and decision processes in mental addition”. *Journal of Experimental Psychology: Human Learning and Memory*, 4, 527-538.

Ashcraft, M.H., & Christy, K.S. (1995). The frequency of arithmetic facts in elementary texts: Addition and multiplication in grades 1–6. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(5), 396–421.

Ashcraft, M. H., Donley, R. D., Halas, M. A., & Vakali, M. (1992). Working memory, automaticity, and problem difficulty. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp.301–329). Amsterdam: Elsevier Science.

Ashcraft, M.H., & Fierman, B.A. (1982). Mental addition in third, fourth, and sixth graders. *Journal of Experimental Child Psychology*, 33, 216–234.

Ashcraft, M. H., & Stazyk, E. H. (1981): “Mental addition: A test of three verification models”. *Memory and cognition*, 9, 185-196.

Barrouillet, P., Mignon, M., & Thevenot, C. (2008). Strategies in subtraction problem solving in children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 99, 233-251.

Blankenberger, S., & Vorberg, D. (1997). The single-format assumption in arithmetic fact retrieval. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 23, 721–738.

Briars, D. J., & Larkin, J. H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction*, 1, 245-296.

Brysbaert, M., Fias, W., Noel, M.-P., 1998. The Whorfian hypothesis and numerical cognition: is ‘twentyfour’ processed in the same way as ‘four-and-twenty’? *Cognition* 66, 51–77.

Campbell, J. I. D. (1987). Production, verification, and priming of multiplication facts. *Memory & Cognition*, 15, 349–364.

Campbell, J. I. D. (1991). Conditions of error priming in number-fact retrieval. *Memory & Cognition*, 19, 197–209.

Campbell, J. I. D. (1994). Architectures for numerical cognition. *Cognition*, 53, 1–44.

Campbell, J. I. D. (1995). Mechanisms of simple addition and multiplication: A modified network-interference theory and simulation. *Mathematical Cognition*, 1, 121-164.

Campbell, J. I. D. (1997): "On the relation between skilled performance of simple division and multiplication". *Journal of Experimental Psychology: Learning, memory and Cognition*, 23, 1140-1159.

Campbell, J. I. D. (1998): "Linguistic influences in cognitive arithmetic: comment on Noel, Fias and Brysbaert (1997)". *Cognition*, 67, 353-364.

Campbell, J. I. D. (1999): "Division by multiplication". *Memory and cognition*, 27 (5), 791-802.

Campbell, J. I. D. (1999a). Division by multiplication. *Memory & Cognition*, 27, 791-802.

Campbell, J. I. D. (1999b). The surface form x problem size interaction in cognitive arithmetic: evidence against an encoding locus. *Cognition*, 70, 25-33.

Campbell, J. I. D. (Ed.) (2005). *Handbook of mathematical cognition*. New York: Psychology Press.

Campbell, J. I. D. (2008). Subtraction by addition. *Memory & Cognition*, 36, 1094-1102.

Campbell, J. I. D., & Alberts, N. A. (2009). Operation-specific effects of numerical surface form on elementary calculation. *Journal of Experimental*

Universidad de Salamanca

Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 35, 999–1011.

Campbell, J. I. D., & Albers, N. M. (2010). Inverse reference in adults-elementary arithmetic. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 64, 77-85.

Campbell, J. I. D., y Clark, J. M. (1988): “An encoding complex view of cognitive number processing: Comment on McCloskey, Sokol and Goodman (1986)”. *Journal of Experimental Psychology, General*, 117, 204-214.

Campbell, J. I. D., & Clark, J. M. (1992). Cognitive number processing: an encoding complex perspective. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp. 457–492). North-Holland: Elsevier Science Publishers.

Campbell, J. I. D., & Epp, L. J. (2005). Architectures for arithmetic. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The handbook of mathematical cognition* (pp. 347–360). New York, NY: Psychology Press.

Campbell, J. I. D., & Fugelsang, J. (2001). Strategy choice for arithmetic verification: Effects of numerical surface form. *Cognition*, 80, B21–B30.

Campbell, J. I. D., & Graham, D. J. (1985). Mental multiplication skill: Structure, process, and acquisition. *Canadian Journal of Psychology*, 39, 338–366.

Campbell I. D. & Hrenyk, J (2012). Operand–Operator Compatibility in Cognitive Arithmetic. *Canadian Journal of Experimental Psychology* Vol. 66, No. 2, 137–143

Campbell, J. I. D., Kanz, C. L. , Xue, Q. (1999). Number processing in Chinese-English Bilinguals. *Mathematical Cognition*, 5, 1-39.

Campbell, J. I. D., y Oliphant, M. (1992): “Representation and retrieval of arithmetic facts: A network-interference model and simulation”. In J.I.D. Campbell (Ed.). *The nature and origins of mathematical skills*, 331-364. Amsterdam: Elsevier

Campbell, J. I. D., Parker, H. R., & Doetzel, N. L. (2004). Interactive effects of numerical surface form and operand parity in cognitive arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 30, 51–64.

Campbell, J. I. D., & Penner-Wilger, M. (2006). Calculation latency: The μ of memory and the τ of transformation. *Memory & Cognition*, 34, 217-226.

Campbell, J. I. D., & Robert, N. D. (2008). Bidirectional associations in multiplication memory: Conditions of negative and positive transfer. *Journal of Experiment Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 34, 546-555.

Campbell, J. I. D., & Timm, J. (2000). Adults' strategy choices for simple addition: Effects of retrieval interference. *Psychonomic Bulletin and Review*, 7, 692-699.

Campbell, J. I. D., & Xue, Q. (2001). Cognitive arithmetic across cultures. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130, 299–315.

Clark, J. M., y Campbell, J. I. D. (1991): “Integrated versus modular theories of number skills and acalculia”. *Brain and cognition*, 17, 204-230.

Cohen, L. ; Dehaene, S.; Chochon, F.; Lehéricy, S. y Naccache L. (2000a) Language and calculation within the parietal lobe: A combined cognitive, anatomical and fMRI study. *Neuropsychologia*; 138: 1426-1440.

Cohen Kadosh R, Lammertyn J, and Izard V. (2008). Are numbers special? An overview of chronometric, neuroimaging, developmental and comparative studies of magnitude representation. *Progress in Neurobiology*, 84, 132-147

Coquin – Viennot, D., & Moreau, S. (2007). Arithmetic problems at school: When there is an apparent contradiction between the situation model and the problem model. *British Journal of Educational Psychology*, 77, 69 – 80.

Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K., & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology*, 20, 405-438.

Damian, M. F. (2004). Asymmetries in the processing of Arabic digits and number words. *Memory & Cognition*, 32, 164–171.

De Corte, E., & Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on first graders strategies for solving addition and subtraction word problem *Journal for Research in Mathematics Education*, 1, 363–381.

Dehaene, S. (1992): “Varieties of numerical abilities”. *Cognition*, 44, 1-42.

Dehaene S (1996). "The organization of brain activations in number comparison: Event-related potentials and the additive-factors method". *Journal of Cognitive Neuroscience* 8: 47–68.

Dehaene, S., & Akhavein, R. (1995). Attention, automaticity and levels of representation in number processing. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 21, 314-326.

Dehaene S., Bossini S., Giraux P. (1993). "The mental representation of parity and numerical magnitude". *Journal of Experimental Psychology: General* 122: 371–396.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1, 83–120.

Dehaene, S., Molko, N., Cohen, L., & Wilson, A. J. (2004). Arithmetic and the brain. *Current Opinion in Neurobiology*, 14, 218–224.

Dehaene, S., Spelke, E., Pinal, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, 284, 970-974.

Devidal, M., Fayol, M., & Barrouillet, P. (1997). Stratégies de lecture et resolution de problèmes arithmétiques. *L'Année Psychologique*, 97, 9-31.

Duffy, S. A., Shinjo, M., & Myers, J. L. (1990). The effect of encoding task on memory for sentence pairs varying in causal relatedness. *Journal of Memory and Language*, 29, 27–42.

Egidi, G., & Gerrig, R. J. (2006). Readers' experiences of characters' goals and actions. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 32, 1322– 1329.

Ferrand, L. (1999). Why naming takes longer than reading? The special case of Arabic numbers. *Acta Psychologica*, 100, 253-266.

Fürst, A.J. y Hitch, G.J. (2000). Different roles for executive and phonological components of working memory and mental arithmetic. *Memory and Cognition*, 28(5), 774-782.

Fuson, K. (1992). Research on whole number addition and subtraction. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 243-275). New York: Macmillan.

Galfano, G., Rusconi, E., & Umiltà, C. (2003). Automatic activation of multiplication facts: Evidence from the nodes adjacent to the product. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 56A, 31–61.

Geary, D. C., Frensch, P. A., & Wiley, J. G. (1993). Simple and complex mental subtraction: Strategy choice and speed-of-processing differences in young and elderly adults. *Psychology & Aging*, 8, 242- 256.

Geary, D. C., & Wiley, J. G. (1991). Cognitive addition: Strategy choice and speed-of-processing differences in young and elderly adults. *Psychology & Aging*, 6, 474-483.

Gerrig, R. J., & McKoon, G. (1998). The readiness is all: The functionality of memorybased text processing. *Discourse Processes*, 26, 67–86.

Glenberg, A. M., Meyer, M., & Lindem, K. (1987). Mental models contribute to foregrounding during text comprehension. *Journal of Memory and Language*, 26, 69– 83.

Goldman, S. R., & Varnhagen, C. K. (1986). Memory for embedded and sequential story structures. *Journal of Memory & Language*, 25, 401-418.

Graesser, A. C., Singer, M., & Trabasso, T. (1994). Constructing inferences during narrative text comprehension. *Psychological Review*, 101, 371-395.

Graham, D. J., & Campbell, J. I. D. (1992). Network interference and number-fact retrieval: Evidence from children's alphaplication. *Canadian Journal of Psychology*, 46, 65-91.

Groen, G.J. & Parkman, J..M. (1972) A ch ronometric analysis of simple addition. *Psychological Review* 79, 329-343.

Hamann, M. S., & Ashcraft, M. H. (1986). Textbook presentations of the basic addition facts. *Cognition and Instruction*, 3, 173–192.

Hecht, S. A. (2006). Group differences in adult simple arithmetic: Good retrievers, not-so-good retrievers, and perfectionists. *Memory & Cognition*, 34, 207-216.

Hecht, S. A. (1999). Individual solution processes while solving addition and multiplication math facts in adults. *Memory & Cognition*, 27, 1097–1107.

Hecht, S.A., & Close, L. (2002). Emergent literacy skills and training time uniquely predict variability in response to phonemic awareness training in disadvantaged kindergartners. *Journal of Experimental Child Psychology*, 82, 93-115.

Hegarty, M., Mayer, R. E., & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic Word Problems: A comparison of successful and Unsuccessful Problem solvers. *Journal of Educational Psychology*, 87, 18-32.

Huitema, J. S., Dopkins, S., Klin, C. M., & Myers, J. L. (1993). Connecting goals and actions during reading. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 19, 1053-1060.

Hutchinson, K. A. (2003). Is semantic priming due to association strength or feature overlap? A microanalytic review. *Psychonomic Bulletin & Review*, 10, 785-813.

Jackson, N. D., & Coney, J. R. (2005). Simple arithmetic processing: The question of automaticity. *Acta Psychologica*, 119, 41-66.

Jackson, N. D., & Coney, J. R. (2007). Simple arithmetic processing: Individual differences in automaticity. *European Journal of Cognitive Psychology*, 19, 141-160.

Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models*. Cambridge: Cambridge University Press.

Kintsch, W. (1988). The role of knowledge in discourse comprehension: A construction–integration model. *Psychological Review*, 95, 163-182.

Kintsch, W. (1998). *Comprehension: a paradigm for cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.

Kintsch, W., & Greeno, J. (1985). Understanding and solving word arithmetic problem. *Psychological Review*, 92, 109–129.

Kintsch, W., & van Dijk, T. A. (1978). Toward a model of text comprehension and production. *Psychological Review*, 85, 363–394.

Kirk, E. P., & Ashcraft, M. H. (2001). Telling stories: The perils and promise of using verbal reports to study math strategies. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 27, 157– 175.

Klin, C. M. (1995). Causal inferences in reading: From immediate activation to longterm memory. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 21, 1483–1494.

Koshmider, J. W., & Ashcraft, M. H. (1991). The development of children's mental multiplication skills. *Journal of Experimental Child Psychology*, 51, 53–89.

Lee, K.M., 2000. Cortical areas differentially involved in multiplication and subtraction: a functional magnetic resonance imaging study and correlation with a case of selective acalculia. *Ann. Neurol.* 48, 657–661.

LeFevre, J., Bisanz, J., & Mrkonjic, L. (1988). Cognitive arithmetic: Evidence for obligatory activation of arithmetic facts. *Memory and Cognition*, 16, 45–53.

LeFevre, J., DeStefano, D., Penner-Wilger, M., & Daley, K. E. (2006). Selection of procedures for mental subtraction. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 60, 209–220.

LeFevre, J., Kulak, A. G., & Bisanz, J. (1991). Individual differences and developmental change in the associative relations among numbers. *Journal of Experimental Child Psychology*, 52, 256–274.

LeFevre, J., & Kulak, A. G. (1994). Individual differences in the obligatory activation of addition facts. *Memory and Cognition*, 22, 188–200.

LeFevre, J.-A., Lei, Q., Smith-Chant, B. L., & Mullins, D. B. (2001). Multiplication by eye and by ear for Chinese-speaking and English-speaking adults. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 55, 277–284.

LeFevre, J.-A., & Morris, J. (1999). More on the relation between division and multiplication in simple arithmetic: Evidence for mediation of division solutions via multiplication. *Memory & Cognition*, 27, 803-812.

LeFevre, J., Sadesky, G. S., & Bisanz, J. (1996). Selection of procedures in mental addition: Reassessing the problem size effect in adults. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 22, 216–230.

LeFevre, J. A., Shanahan, T., & DeStefano, D. (2004). The tie effect in simple arithmetic: An access-based account. *Memory & Cognition*, 32, 1019–1031.

Lemaire, P., Barrett, S. E., Fayol, M., & Abdi, H. (1994). Automatic activation of addition and multiplication facts in elementary school children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 57, 224–258.

Lewis A. B., & Mayer R. (1987). Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problem, *Journal of Educational Psychology*, 79, 363-371.

Linderholm, T., & van den Broek, P. (2002). The effects of reading purpose and working memory capacity on the processing of expository text. *Journal of Educational Psychology*, 94, 778–784.

Long, D. L., & Golding, J. M. (1993). Superordinate goal inferences: Are they

automatically generated during comprehension? *Discourse Processes*, 16, 55-73.

Lorch, R. F., Jr., Lorch, E. P., & Mogan, A.M. (1987). Effects of reading task on on-line processing of a text's topic structure. *Discourse Processes*, 10, 63-80.

Lutz, M. F., & Radvansky, G. A. (1997). The fate of completed goal information innarrative comprehension. *Journal of Memory & Language*, 36, 293-310.

McClelland, J. L. (1979). On the time relations of mental processes: An examination of systems of processesin cascade. *Psychological Review*, 86, 287-330.

McCloskey, M.; Aliminosa, D., y Macaruso, P. (1991a): "Theory based assesmente of acquired dyscalculia". *Brain and Cognition*, 17, 285-308.

McCloskey, M.; Caramazza, A., y Basili, A. (1985): "Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia". *Brain and Cognition*, 4, 171-196.

McCloskey, M., Macaruso, P., & Whetstone, T. (1992). The functional architecture of numerical processing mechanisms: Defending the modular model. In J. I. D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp. 493-538). North-Holland: Elsevier Science Publishers.

McCloskey, M., & Macaruso, P. (1995). Representing and using numerical information. *American Psychologist*, 50, 351–363.

McCloskey, M.; Sokol, S. M., y Goodman, R. A. (1986): “Cognitive processes in verbal number production: Interferences from the performance of brain damage subjects”. *Journal of Experimental Psychology: General*. 115, 307-330.

Magliano, J. P., Zwaan, R. A., & Graesser, A. C. (1998). The role of situational continuity in narrative understanding. In H. E. van Oostendorp & S. R. Goldman (Eds.), *The construction of mental representations during reading* (pp. 219-245). Mahwah, NJ: Erlbaum.

Mauro, D., LeFevre, J. & Morris, J. (2003). Effects of problem format on division and multiplication performance: Division facts are mediated via multiplication-based representations. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 29(2), 163-170.

Metcalf, A. W. S., & Campbell, J. I. D. (2008). Spoken numbers vs. Arabic numerals: Differential effects on adults’ multiplication and addition. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 62, 56–61.

Mayer, R. E. (1989). Cognition and instruction in mathematics. Introduction to special section. *Journal of Educational Psychology*, 81, 452–456.

Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition*. New York: Freeman.

Miller, K. F., & Paredes, D. R. (1990). Starting to add worse: Effects of learning to multiply on children's addition. *Cognition*, 37, 213-242.

Miller, K.F., Perlmutter, M., & Keating, D. (1984). Cognitive arithmetic: Comparison of operations. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*. 10, 46 - 60.

Myers, J. L., & O'Brien, E. J. (1998). Accessing the discourse representation during reading. *Discourse Processes*, 26, 131-157.

Moss, H. E., Ostrin, R. K., Tyler, L. K., & Marslen-Wilson, W. D. (1995). Accessing different types of lexical semantic information: Evidence from priming. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 21, 863-883.

Narvaez, D., van den Broek, P., & Ruiz, A. B. (1999). The influence of reading purpose on inference generation and comprehension in reading. *Journal of Educational Psychology*, 91, 488-496.

Nathan M. J., Kintch, W., & Young, E. (1992). A theory of algebra-word-problem comprehension and its implications for the design of learning

environments. *Cognition and instruction*, 9, 329 – 389.

Neely, J. H. (1977). Semantic priming and retrieval from lexical memory: Roles of inhibitionless spreading activation and limited-capacity attention. *Journal of Experimental Psychology: General*, 106, 226–254.

Neely, J. H. (1991). Semantic priming effects in visual word recognition: A selective review of current findings and theories. In D. Besner & G.W. Humphreys(Eds.), *Basic processes in reading: Visual word recognition* (pp. 264–336). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Noel, M. P., y Seron, X. (1993): “Arabic number reading deficit: A single case study”. *Cognitive Neuropsychology*, 10, 317-339.

Noel, M. P., Fias, W., & Brysbaert, M. (1997). About the influence of the presentation format on arithmetical-fact retrieval processes. *Cognition*, 63, 335–374.

Noordman, L. G.M., Vonk, W., & Kempff, H. F. (1992). Causal inferences during the reading of expository texts. *Journal of Memory & Language*, 31, 573-590.

O'Brien, E. J., & Myers, J. L. (1999). Text comprehension: A view from the

bottom up. In S. R. Goldman, A. C. Graesser, & P. van den Broek (Eds.), *Narrative comprehension, causality, and coherence: Essays in honor of Tom Trabasso* (pp. 35– 53). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Orrantia, J., Martínez, J. A., Morán, M. C., & Fernández, J. C. (2002). Dificultades en el aprendizaje de la aritmética: Un análisis desde los modelos cronométricos. *Cognitiva*, 14, 183-201.

Orrantia, J., Rodriguez, L., & Vicente, S. (2010). Automatic activation of addition facts in arithmetic word problems. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 63, 310-319.

Orrantia, J., Rodriguez, L., Muñoz. D. & V Vicente, S. (2012). Inverse reference in subtraction performance: An analysis from arithmetic word problems. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 65, 725-738.

Penner-Wilger, M., Leth-Steensen, C., & LeFevre, J.-A. (2002). Decomposing the problem-size effect: A comparison of response time distributions across cultures. *Memory & Cognition*, 30, 1160- 1167.

Peters, G., De Smedt, B., Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2010). Using addition to solve large subtractions in the number domain up to 20. *Acta Psychologica*, 133, 163-169

Posner, M. I., & Snyder, C. R. R. (1975). Facilitation and inhibition in the processing of signals. In P. M. A. Rabbitt & S. Dornic (Eds.), *Attention and Performance V* (pp. 669–682). New York: Academic Press.

Poynor, D. V., & Morris, R. K. (2003). Inferred goals in narratives: Evidence from selfpaced reading, recall, and eye movements. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 29, 3–9.

Rabinowitz, M., & Woolley, K. E. (1995). Much ado about nothing: The relation among computational skill, arithmetic word problem comprehension, and limited attentional resources. *Cognition and Instruction*, 13, 51–71.

Radvansky, G. A., & Curiel, J. C. (1998). Narrative comprehension and aging: The fate of completed goal information. *Psychology & Aging*, 13, 69–79.

Reusser, K. (1990). From text to situation to equation: Cognitive simulation of understanding and solving mathematical word problems. In H. Mandl, E. De Corte, N. Bennett, & H. F. Friedrich (Eds.), *Learning and Instruction* (Vol. 2, pp. 477–498). Oxford: Pergamon.

Riley, N. S., Greeno, J., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153–196). New York: Academic Press.

Rusconi, E., Galfano, G., Speriani, V., & Umiltà, C. (2004). Capacity and contextual constraints on product activation: Evidence from task-irrelevant fact retrieval. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 57A, 1485–1511.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

Seifert, L. S. (1997). Activating representations in permanent memory: Different benefits for pictures and words. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 23, 1106-1121.

Seyler, D. J., Kirk, E. P., & Ashcraft, M. H. (2003). Elementary subtraction. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 29, 1339-1352.

Siegler, R. S. (1987). The perils of averaging data over strategies: An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology: General*, 116, 250-264.

Siegler, R. S. (1988): "Strategy choice procedures and development of multiplication skill". *Journal of Experimental Psychology: General*, 117, 258-275.

Siegler, R. S., & Jenkins, E. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Siegler, R. S., & Shrager, J. (1984). Strategy choice in addition and subtraction: How do children know what to do? In C. Sophian (Ed.), *Origins of cognitive skills* (pp. 229–293). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Siegler, R. S., & Shipley, E. (1995). Variation, selection, and cognitive change. In G. Halford & T. Simon (Eds.), *Developing cognitive competence: New approaches to process modelling* (pp. 31–76). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Singer, M., Graesser, A. C., & Trabasso, T. (1994). Minimal or global inference during reading. *Journal of Memory and Language*, 33, 421–441.

Singer, M., & Halldorson, M. (1996). Constructing and validating motive bridging inferences. *Cognitive Psychology*, 39, 1–38.

Spelke, E. S., & Tsivkin, S. (2001). Language and number: A bilingual training study. *Cognition*, 78, 45–88.

Staub, F. C., & Reusser, K. (1995). The role of presentational structures in understanding and solving mathematical word problems. In C.A. Weaver III, S. Mannes & C.R. Fletcher (Eds.), *Discourse Comprehension: Essays in honor of Walter Kintsch* (pp. 285–305). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Stazyk, E. H.; Ashcraft, M. H., y Hamann, M. S. (1982): “A network approach

to simple multiplication". *Journal of experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 8, 320-335.

Stern, E. (1993). What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children? *Journal of Educational Psychology*, 85, 7-23.

Svenson, O. (1985). Memory retrieval of answers of simple additions as reflected in response latencies. *Acta Psychologica*, 59, 285-304.

Suth, S. Y., & Trabasso, T. (1993). Inferences during reading: Converging evidence from discourse analysis, talk-aloud protocols, and recognition priming. *Journal of Memory & Language*, 32, 279-300.

Thevenot, C., Fanget, M., & Fayol, M. (2007). Retrieval or nonretrieval strategies in mental arithmetic? An operand recognition paradigm. *Memory & Cognition*, 35, 1344-1352.

Thevenot, C., Devidal, M., Barrouillet, P., & Fayol, M. (2007). Why does placing the question before an arithmetic word problem improve performance? A situation model account. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 60, 43-56.

Thevenot, C., & Oakhill, J. (2005). The strategic use of alternative

representations in arithmetic Word problem solving. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 58A, 1311–1323.

Trabasso, T., & Sperry, L. (1985). Causal relatedness and importance of story events. *Journal of Memory & Language*, 24, 595-611.

Trabasso, T., & van den Broek, P. (1985). Causal thinking and the representation of narrative events. *Journal of Memory & Language*, 24, 612-630.

Trabasso, T., van den Broek, P., & Suh, S. Y. (1989). Logical necessity and transitivity of causal relations in stories. *Discourse Processes*, 12, 1-25.

Thibodeau, M. H., LeFevre, J., & Bisanz, J. (1996). The extension of the interference effect to multiplication. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 50, 393–396.

van den Broek, P. (1994). Comprehension and memory for narrative texts: Inferences and coherence. In M. A. Gernsbacher (Ed.), *Handbook of psycholinguistics* (pp. 539- 588). San Diego: Academic Press.

van den Broek, P., & Lorch, R. F. (1993). Network representations of causal relations in memory for narrative texts: Evidence from primed recognition. *Discourse Processes* 16, 75-98.

van den Broek, P., Lorch, R. F., Linderholm, T., & Gustafson, M. (2001). The effects of readers' goals on inference generation and memory for texts. *Memory and Cognition*, 29, 1081-1087.

van den Broek, P., Ridsen, K., & Husebye-Hartmann, E. (1995). The role of reader's standards of coherence in the generation of inferences during reading. In E. P. Lorch & E. J. O'Brien (Eds.), *Sources of coherence in reading* (pp. 353-374). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

van Dijk, T. A., & Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press

Verschaffel, L., De Corte, E., & Pauwels, A. (1992). Solving compare problems: A new movement test of Lewis and Mayer's consistency hypothesis. *Journal of Educational Psychology*, 84, 85-94.

Verschaffel, L., Torbeyns, J., De Smedt, B., Peters, G., & Ghesquière, P. Solving subtraction problems flexibly by means of indirect addition. Understanding Number Development and Difficulties [Monograph]. Special Issue of the *British Journal of Educational Psychology*, 2(7) pages:51-63

Whalen, J., McCloskey, M., Lindemann, M., & Bouton, G. (2002). Representing arithmetic table facts in memory: Evidence from acquired impairments. *Cognitive Neuropsychology*, 19, 505-522

Wheeler, L. R. (1939). A comparative study of the difficulty of the 100 addition combinations. *Journal of Genetic Psychology*, 54, 295–312.

Widaman, K. F., Geary, D. C., Cormier, P., & Little, T. D. (1989). A componential model for mental addition. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 15, 898–919.

Wisaman, K. F, Little, T. D. (1992). The development of skill in mental arithmetic: an individual differences perspective. In J.I.D Campbell (Ed), *The nature an origins of mathematical skills* (pp 189-253) New York., NY: Elsevier,.

Zbrodoff, N. J., & Logan, G. D. (1986). On the autonomy of mental processes: A case study of arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, 115, 118–130.

Zwaan, R. A. (1994). Effects of genre expectations on text comprehension. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 20, 920-933.

Zwaan, R. A., Langston, M. C., & Graesser, A. C. (1995). The construction of situation models in narrative comprehension: An event indexing model. *Psychological Science*, 6, 292-297.

Zwaan, R. A., Magliano, J. P., & Graesser, A. C. (1995). Dimensions of situation model construction in narrative comprehension. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 21, 386-397.

Zwaan, R. A., & Radvansky, G. A. (1998). Situation models in language comprehension and memory. *Psychological Bulletin*, 123, 162-185