DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS Y DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

TESIS DOCTORAL

LOS LIBROS DE ARITMÉTICA EN ESPAÑA A LO LARGO DEL SIGLO XVI

María José Madrid Martín

Directores:

Carmen López Esteban

Alexander Maz Machado

Salamanca, 2016

La Dra. Carmen López Esteban, Profesora Titular de Universidad del Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Salamanca y el Dr. Alexander Maz Machado, Profesor Titular de Universidad del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Córdoba.

Hacen constar:

Que la tesis doctoral titulada "Los libros de aritmética en España a lo largo del siglo XVI" de la que es autora Dª María José Madrid Martín ha sido realizada bajo nuestra dirección y cumple las condiciones formales y académicas exigidas por la legislación vigente para optar al título de Doctor por la Universidad de Salamanca.

Y para que conste y tenga los efectos oportunos ante la Comisión Académica del Programa de Doctorado en Educación de la Universidad de Salamanca, firmamos el presente documento.

Salamanca a 8 de Febrero de 2016.

Fdo.: Carmen López Esteban

Fdo.: Alexander Maz Machado

A mi madre,

por todo, por la infinita paciencia,

por los continuos ánimos y por no permitirme nunca rendirme,

sin ella esta tesis nunca se hubiese hecho realidad.

A mi padre,

ojala pudiese leer esto.

AGRADECIMIENTOS

La realización de esta tesis doctoral hubiese sido imposible sin la incalculable ayuda y el enorme apoyo de una serie de personas que tanto en el terreno académico como en el personal me han aportado su granito de arena para poder finalizar este trabajo.

En primer lugar a mis directores, a Carmen López por abrirme las puertas de un mundo completamente desconocido para mí y darme esta gran oportunidad. Carmen muchas gracias por tus inestimables consejos, tu ayuda y tu apoyo a lo largo de todo este tiempo. A Alexander Maz por su infinita paciencia, apoyo, generosidad y amistad. Alexander muchas gracias por toda tu ayuda y sobre todo por compartir conmigo charlas, consejos, conocimientos y hasta tu despacho.

Al ministerio de Economía y Competitividad por la concesión del proyecto La Difusión del Conocimiento Matemático en el nacimiento de la imprenta: Descripción y Análisis Comparado de Aritméticas del Siglo XVI escritas en castellano gracias al cual he podido desarrollar plenamente este trabajo.

Al departamento de Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias Experimentales de la Universidad de Salamanca por iniciarme en la Educación Matemática.

A mis compañeros del departamento de Matemáticas de la Universidad de Córdoba y muy especialmente a Carmen León, hemos compartido mucho más que el tema de nuestras tesis, por toda tu ayuda y tu cariño gracias.

A mi familia y amigos que pese a no entender completamente que era lo que estaba haciendo, no han dudado en darme todo su apoyo y ayudarme a desconectar cuando los días parecían tener más de 24 horas.

INDICIOS DE CALIDAD

Los resultados de investigación relacionados con el tema de la tesis han sido difundidos este año en distintas revistas nacionales e internacionales:

- Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y López, C. (2015). Fenomenología y representaciones en el Dorado Contador de Miguel Gerónimo de Santa Cruz. *Ensayos, Revista De La Facultad De Educación De Albacete., 30*(1), 63-72.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y López, C. (2015). La aritmética comercial de Miguel Gerónimo de Santa Cruz. *Épsilon - Revista De Educación Matemática, 32 (1)* (89), 35-47.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y León-Mantero, C. (2015). Representations in the Sixteenth-Century Arithmetic Books. *Universal Journal of Educational Research, 3*, 396-401.
- Madrid, M. J. y Maz-Machado, A. (2015). Analysis of two Spanish arithmetic books written in the XVI-century. *Journal of Education, Psychology an Social Sciences, 3*(2), 117-121.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y López, C. (En prensa). 500 años de Historia de las Matemáticas: la obra de Juan Andrés. *SUMA Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* Aceptado para publicación.

También, en la modalidad de comunicación y de póster, en distintos congresos nacionales e internacionales:

- Madrid, M. J. y López, C. (2014). El Dorado Contador (1594) y su influencia en el comercio de La Corona de Aragón con Flandes Renacentista. Comunicación presentada en el VI Conversaciones Pedagógicas de Salamanca – Congreso Internacional Iberoamericano Influencias italianas contemporáneas en la educación española, iberoamericana y africana. Salamanca, 5-7 de junio de 2014.

- Madrid, M. J. y López, C. (2014). El Dorado Contador: análisis de una aritmética del siglo XVI. Póster presentado en el XVIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). Salamanca, 4-6 de septiembre de 2014.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y López, C. (2015). Fenomenología y representaciones en el Dorado Contador de Miguel Gerónimo de Santa Cruz. Comunicación presentada en el Seminario de Investigación. Pensamiento numérico y algebraico e Historia de las Matemáticas y Educación Matemática. Albacete, 19 y 20 de febrero de 2015.
- Madrid, M. J. y Maz-Machado, A. (2015). Phenomenology and representations in two sixteenth century arithmetic books. Comunicación presentada en el 3rd International Virtual Conference GV 2015. 6-10 Abril de 2015
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y López, C. (2015). Aspectos didácticos en los libros de aritmética del siglo XVI. Póster presentado en el 3rd International Congress of Educational Sciences and Development. San Sebastián, 24-26 de junio de 2015.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y León-Mantero, C. (2015). Matemáticas para la vida diaria: Una mirada desde los libros de matemáticas españoles del siglo XVI. Comunicación presentada en el CIMIE 15 – Fourth Multidisciplinary International Congress of Educational Research. Valencia, 2 y 3de julio de 2015
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y León-Mantero, C. (2015). De la aritmética al álgebra: Dos métodos de resolución de problemas a lo largo de la historia. Comunicación presentada en las 17 Jornadas sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Cartagena, 5-8 de julio de 2015
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y León-Mantero, C. (2015). Influencias en los autores de libros de aritmética del siglo XVI. Póster presentado en el XIX Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Alicante, 3-5 de septiembre de 2015.
- Madrid, M. J., Maz-Machado, A., León-Mantero, C. y López, C. (2016). The study of practice arithmetic in Spain during the sixteenth century. Comunicación aceptada para el 13th International Congress on Mathematical Education. Hamburgo (Alemania), 24-31 de julio de 2016.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

INTRODUCCIÓN

Los libros de texto han tenido y tienen en la actualidad una gran relevancia en la enseñanza de las distintas materias y esto incluye a las matemáticas. Por eso diversos miembros de la comunidad de investigadores de educación matemática han centrado sus investigaciones en estos con muy distintos propósitos.

En concreto los investigadores en la línea de la Historia de la Educación Matemática encuentran en los libros de texto una fuente que les permite acercarse a otros periodos y comprender mejor la enseñanza de esta disciplina. Los libros de texto en este caso de matemáticas, muestran los contenidos que se impartían en cada época permitiendo entender la evolución de estos conocimientos, pero junto a los distintos contenidos muestran también otros aspectos didácticos que permiten comprender como se han enseñado estos a lo largo de los distintos periodos históricos.

En esta línea, esta investigación presenta un estudio sobre los libros de aritmética publicados en castellano durante el siglo XVI, libros que tenían como propósito enseñar contenidos fundamentalmente aritméticos a sus lectores. Para ello se pretende realizar un recorrido por estos textos que permita conocerlos tanto desde el punto de vista matemático como el didáctico y todo ello ubicándolos en el periodo concreto de la historia de España en el que fueron escritos.

La investigación se estructura en cinco capítulos, así tras esta introducción, en el capítulo 1. Marco Teórico, se aborda la investigación en Historia de la Educación, concretándose posteriomente en la de la Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática y en las relativas a los libros de texto. Se revisa el estado de la cuestión, así como el marco metodológico centrado en el análisis de contenido, el análisis conceptual y el análisis didáctico.

El capítulo 2. Contexto histórico recoge brevemente la situación política, económica, educativa y científica del siglo XVI que permite contextualizar las obras analizadas.

En el Capítulo 3. Metodología se detalla el diseño de la investigación, se exponen los objetivos y las preguntas planteadas del estudio, la selección de fuentes, el diseño de parrillas de anális, el proceso de análisis y las fases de trabajo realizadas.

El capítulo 4. Resultados, presenta los resultados obtenidos tras el análisis individual de cada una de las obras seleccionadas previamente y teniendo en cuenta los objetivos planteados inicialmente.

El capítulo 5. Conclusiones presenta las conclusiones obtenidas tras el análisis de los resultados y la revisión de la consecución de los objetivos incialmente planteados. Se señalan a su vez las aportaciones realizadas por este estudio, las limitaciones del mismo y las posibles líneas de estudio que se han generado en esta investigación.

Finalmente se presentan las referencias utilizadas para la redacción de esta memoria y se incluyen como ánexos un índice cronológico que resume los acontecimientos más importantes acontecidos a lo largo del siglo XVI y que tienen importancia para esta investigación como los mapas conceptuales resultantes del análisis realizado a las obras.

1.

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presenta el marco teórico en el cual se enmarca la investigación realizada. Se ha organizado comenzando desde los aspectos más generales sobre la investigación histórica en educación, para pasar después a un análisis en profundidad de la investigación en historia de la educación matemática y de la relevancia del libro de texto como objeto de estas investigaciones. Finalmente se expondrán las técnicas que se utilizarán en esta investigación así como los aspectos didácticos que se tendrán en cuenta en ella.

1.1. LA INVESTIGACIÓN HISTÓRICA EN EDUCACIÓN

La investigación en Historia de la Educación posee una gran relevancia dentro de las investigaciones educativas. Fox (1981) afirma que el propósito de la investigación histórica es aclarar un problema de interés actual a través de un estudio intensivo de materiales ya existentes. Añade que la buena investigación histórica es aquella en la que un experto en el tema realiza un estudio profundo de todo el material del que se dispone, posibilitando la reinterpretación de los acontecimientos a la luz de la mayor cantidad de información utilizable y la elaboración de nuevos planteamientos y conclusiones.

A su vez, Borg (1963, citado en Cohen y Manion, 1990) define la investigación histórica como aquella que sitúa, evalúa y sintetiza la evidencia sistemática y objetiva para establecer los hechos y extraer conclusiones sobre acontecimientos pasados. Considerando además incuestionable su valor en el campo de la educación, pues entre sus numerosas aportaciones puede por ejemplo ayudar a entender la relación entre la educación y la cultura en la cual actúa o facilitar la comprensión de los problemas educativos actuales.

Finalmente, se ha tenido también en cuenta la consideración de Bisquerra (1989) que define la investigación histórica como aquella en la que se describen fenómenos que ocurrieron en el pasado utilizando como principal fuente de información los documentos.

Los objetos de interés y observación de una investigación histórica en educación pueden ser un individuo, un grupo, un movimiento, una idea o una institución. Sin embargo, ninguno de estos puede considerarse de forma aislada como objeto de la investigación sino de forma interrelacionada con el resto bien por influenciarle de un modo u otro o por ser un resultado prominente de dicho objeto y por tanto parte indispensable para la investigación (Best, 1970, citado en Cohen y Manion, 1990).

Entre los numerosísimos ejemplos de investigaciones sobre la histórica de la educación se encuentran los artículos de la revista específica: *Historia de la Educación* editada por la Universidad de Salamanca desde 1982, que además incluye en cada uno de sus números un monográfico sobre diversos temas como la Historia de la Educación Secundaria (1998), la Historia de la Educación Física (1994-1995), la Historia de la Educación de las mujeres (2007), etc.

Además, la relevancia actual de este tipo de investigaciones en España se manifiesta por la publicación en 2015 del primer número de la *Revista Historia y Memoria de la Educación* de la Sociedad Española de Historia de la Educación.

Sin embargo, estas revistas no forman parte exclusivamente del panorama nacional, pues fuera de nuestras fronteras se publican también diversas revistas sobre esta temática como la *Revista Historia de la Educación Colombiana* que se publica de forma anual desde 1998, la *Revista Historia de la Educación Latinoamericana* con una periodicidad semestral y publicándose también desde 1998, la revista *History of Education, Journal of the History of Education Society* publicada desde 1972 o la *American Educational History Journal* publicada de forma anual y que cuenta ya con 41 volúmenes.

Entre los artículos que presentan estas revistas se encuentran investigaciones sobre el profesorado y su formación (Abós, 2013; Barrios, 2014; Ramírez, 2012), las instituciones (Comella, 2012; McCulloch, 2006), la enseñanza en las escuelas (Hill, 2015), el currículum (González, 2013) y un largo número de artículos sobre gran diversidad de temáticas que pueden encontrarse en estas revistas específicas pero también en otras muchas dedicadas a la difusión de estudios sobre Educación.

1.2. LA INVESTIGACIÓN HISTÓRICA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Dentro de las investigaciones en Historia de la Educación se incluyen las relativas a la historia de las didácticas específicas. Entre ellas la Historia de la Educación Matemática aporta elementos que ayudan a formar el corpus de la investigación en educación.

Schubring (2014) realiza un recorrido por la historiografía de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, considerando que la investigación sobre la historia de la enseñanza y el aprendizaje de esta ciencia constituye un campo que si bien posee una considerable tradición, solo recientemente ha obtenido un rápido desarrollo. Afirma que ya durante el siglo XIX se publicaron numerosos estudios pertinentes sobre este tema, fundamentalmente desde Alemania y con dos focos principales: la historia de la enseñanza de las matemáticas en algunas escuelas particulares y los métodos de enseñanza. Estos estudios no se restringieron solo a Alemania sino que en Estados Unidos, Dinamarca, Noruega o Finlandia también se estudió la historia de la educación matemática.

Desde el comienzo del siglo XX hasta la primera Guerra Mundial se produce un desarrollo de estas investigaciones que surgió de las iniciativas de Felix Klein para reformar la enseñanza de las matemáticas y particularmente desde su agenda para un movimiento de reforma internacional, que promovió como presidente del IMUK (*Internationale Mathematische Unterrichts-Kommision*), en francés *Commission internationale de l'enseignement mathématique* (CIEM), desde 1950 fue conocida por su nombre en inglés *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) y que fue fundada en 1908. Además, en este periodo David Eugene Smith supervisó la primera tesis doctoral en educación matemática defendida en los Estados Unidos que se centraba precisamente en la historia de la educación matemática (Schubring, 2014).

En definitiva el periodo antes de la Primera Guerra Mundial fue testigo del primer intentó de generalización de estos estudios. Sin embargo el periodo entre guerras mundiales no fue tan rico en publicaciones aunque eso no impidió que se realizaran varios estudios. Después de la Segunda Guerra Mundial, los estudios se intensificaron y de forma gradual comenzaron a realizarse en un mayor número de países (Schubring, 2014).

Pese a esto la decadencia de este tipo de estudios continuó durante el período antihistoricista de las reformas de la enseñanza de las Matemáticas de los años cincuenta y setenta (Sierra, 2011). Esto cambiará durante la década de los 70 tras la publicación por parte de la National

Council of Teachers of Mathematics (NCTM), la asociación estadounidense de profesores de matemáticas de dos volúmenes en los que se promociona este campo de estudios. Desde 1980, se ha producido un continuo flujo de publicaciones, en un mayor número de países y representando diversas tendencias. Por un lado, estudios más especializados sobre un país concreto, investigaciones sobre la historia internacional o las últimas tendencias centradas en enfoques metodológicos para analizar más allá de los hechos y decisiones administrativas, con el objetivo de descubrir la realidad de la práctica educativa en los colegios (Schubring, 2014).

Además, aunque tradicionalmente los estudios se centraban mayoritariamente en las escuelas de secundaria durante los últimos años, debido fundamentalmente a la existencia de profesores especializados, los estudios centrados en la educación primaria se han vuelto más numerosos (Schubring, 2014).

Las posibles razones que han motivado el aumento del interés por este tipo de estudios son en parte las diversas actividades que se han llevado a cabo con la intención de cambiar el currículo de matemáticas y el fracaso de los diversos proyectos de reforma curricular (Sierra, 2011).

Sin embargo, todas estas actividades fueron principalmente iniciativas individuales hasta el ICME 10, celebrado en Copenhague en 2004, cuando este campo se institucionalizó por primera vez, creándose el Topic Study Group 29 sobre History of Teaching and Learning Mathematics (Historia de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas) y fundándose posteriormente la primera revista dedicada a este campo de investigación (Schubring, 2014).

La relevancia de la investigación en Historia de la Educación Matemática se debe a que esta permite descubrir y sacar a la luz momentos, situaciones, instituciones, temas o personajes que en un momento determinados significaron un cambio de rumbo y un avance tanto para la historia de las matemáticas como para la historia de la Educación Matemática (Maz-Machado y Rico, 2013).

La historia de las matemáticas permite observar las motivaciones y el origen de un concepto o idea matemática, así como su evolución o los puntos de vista diferentes que este suscitó (Jahnke, 2001), pero para la comprensión histórica de las matemáticas son necesarios otros tipos de conocimiento (Garciadiego, 2002), se requiere conocer también los contextos sociales, económicos y científicos de la época que se pretende analizar además de los aspectos didácticos implícitos en su transmisión.

Por tanto, mientras la investigación en historia de las matemáticas permite entender cómo se han desarrollado los conceptos y las ideas matemáticas a lo largo de los años, la investigación en historia de la educación matemática amplia esta comprensión profundizando en los aspectos didácticos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje de estos conceptos e ideas matemáticas. En definitiva, la investigación en Historia de la Educación posee una finalidad educativa, pues ayuda a comprender la actividad que se ha realizado en las aulas, aporta información sobre los aspectos educativos de la época analizada e incluso ayuda tanto a profesores como alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Sin embargo, se debe tener en cuenta que la historia de las matemáticas y la historia de la educación matemática han experimentado también intersecciones considerablemente extensas. Incluso durante los periodos tempranos y hasta la Edad Media, puede decirse que ambas historias tratan con prácticamente los mismos documentos y las mismas personalidades, aunque estos se estudien desde diferentes perspectivas (Schubring, 2014).

Además, la investigación sobre la historia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas no debe considerarse como autónoma, sino por el contrario como una actividad profundamente interdisciplinar. En concreto, conectada con al menos la historia, la historia de la educación, la sociología y la historia de las matemáticas (Schubring, 2014).

En este sentido, Picado, Rico y Gómez (2013) consideran que la historia de la Educación Matemática se sustenta sobre las tres áreas temáticas: La educación, las matemáticas y la historia. Toma como base fundamental las investigaciones en educación matemática y recibe además todos los aportes que se puedan obtener de los métodos y técnicas propios de la investigación en historia y matemáticas, cómo se muestra en la Figura 1.

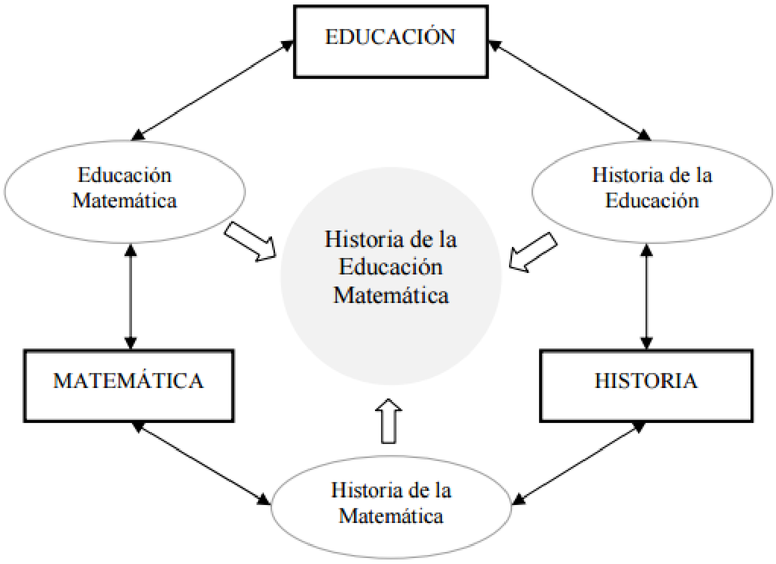


Figura 1. Campos de investigación en Educación Matemática
(Picado, Rico y Gómez, 2013, p.41).

En definitiva, el análisis de la historia de las matemáticas y la educación matemática aporta información que puede utilizarse con muy diversos fines en el aula, entre las múltiples propuestas y consideraciones que se han realizado durante las últimas décadas se incluyen las de Rico (1997) que considera la historia como un organizador del currículo que aporta motivaciones, ejemplos y ejercicios para el aula.

Por su parte Arcavi (1991) propone dos beneficios del uso de historia en el aula: sensibilizar al profesor sobre las posibles dificultades que pueden experimentar sus alumnos y ayudar a reexaminar los conceptos, a no tomar las ideas como algo garantizado, sino favorecer su discusión.

Barbin (1991) destaca además los efectos positivos que pueden producirse a través de la lectura de textos originales, que permiten a profesores y alumnos conocer la naturaleza de la actividad matemática, como se elaboró el conocimiento matemático, etc.

Ernest (1998) valora la incorporación de la historia para facilitar entre otras muchas mejoras, la consideración del origen de las matemáticas como algo intercultural, proveer a los profesores de una herramienta con la que anticiparse a los futuros errores de sus alumnos y en definitiva mejorar la percepción que tienen los alumnos de las matemáticas y sus actitudes hacia ella.

Destacar finalmente las palabras de Fauvel (1991) que proporciona varias razones para el uso de la historia de las matemáticas ya sea como elemento motivador del alumnado, para ayudarle a cambiar su percepción sobre esta materia, enseñarle como los conceptos se han desarrollado, comparar las técnicas que se utilizaban en la antigüedad con las actuales para establecer el valor de las modernas, conocer las dificultades y errores que han surgido a lo largo de los años para que el profesor comprenda cuales son las posibles dificultades que tendrán sus alumnos y a su vez estos se den cuenta que no son los únicos con problemas, anima a los alumnos con un aprendizaje más rápido a conocer más sobre esta materia, ayuda a desarrollar un acercamiento multicultural y a explicar el papel de las matemáticas en la sociedad, aporta oportunidades para la investigación y para la realización de actividades relacionadas con otras asignaturas a parte de matemáticas, haciendo así las matemáticas menos temidas.

Incluso, apostando por la inclusión de la historia de las matemáticas en las aulas se han realizado investigaciones experimentales sobre si la introducción de esta en la enseñanza de los números complejos facilita la aceptación de estos por parte de los alumnos (Bagni, 2001).

Estos hechos han impulsado que durante las últimas décadas las investigaciones centradas en la historia de las matemáticas y la educación matemática hayan adquirido un papel de mayor relevancia y que diversos autores tanto nacionales como internacionales hayan centrado sus investigaciones en esta temática.

Entre los trabajos internacionales se encuentran el realizado por Glaeser (1981) sobre el proceso histórico de adquisición de la noción de número negativo; Schubring (1987) aporta una metodología para el análisis de libros históricos presentando a modo de ejemplo el caso de Lacroix como autor de libros de texto; de forma similar Frejd (2013) presenta un estudio sobre libros de álgebra suecos escritos durante el siglo XIX; Vidal (2009) analiza las raíces y los radicales en los libros de texto en Chile publicados entre 1969 y 2009; Caramalho (2008) analizó a Lacroix y más específicamente sus obras: *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral y Traité élémentaire de clacul différentiel et de calcul intégral* .

Otros estudios pretenden arrojar luz sobre la historia de la educación matemática en diferentes lugares y períodos históricos por ejemplo sobre la educación matemática en Hong Kong en el reinado colonial (Ying y Chun, 2012); la historia de la reforma educativa en Islandia desde la perspectiva de las matemáticas (Bjarnadóttir, 2006); o la historia de la enseñanza de las matemáticas en los países árabes (Abdeljaouad, 2006).

Además, en España son también comunes los estudios de tipo histórico. A la luz de las publicaciones en distintas revistas o congresos se pueden destacar cuatro universidades en las cuales se realizan un mayor número de estudios sobre la historia de la educación matemática: Universidad de Salamanca, Universidad de Granada, Universitat de València y la Universidad de Córdoba, perteneciendo estas cuatro universidades a las grandes productoras de publicaciones científicas en Educación matemática (Bracho-López et al., 2012).

Esto pone de manifiesto que la investigación en historia de la educación matemática es una temática de interés para los investigadores españoles en educación matemática.

A continuación se presentan algunos de los focos generales en los que se centran las investigaciones sobre la Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática en España:

1. **Legislación y planes de formación:** Entre los estudios realizados sobre este tema se incluyen:
    - La historia de las matemáticas en los planes de estudios de enseñanza secundaria en España en el siglo XIX (Vea, 1986).
    - Los planes de estudio en la Academia de Ingenieros del ejercito durante el siglo XIX (Velamazán y Ausejo, 1989).
    - Las matemáticas en los planes de estudios de ingenieros y arquitectos entre los siglos XVIII y XIX (Hernanz y Medrano, 1997).
    - La enseñanza de la geometría superior en las Universidades en la España del siglo XIX (Millan, 1991).
    - La inclusión de las matemáticas en la *Ratio Studiorum* de la Compañía de Jesús (Paradinas, 2012).
    - La introducción de la geometría en la escuela primaria (1838-1868) (Carrillo y Sánchez, 2010).

- El currículo de matemáticas para la educación Secundaria Obligatoria (Rico, Díez, Castro y Lupiáñez, 2011; Sierra y López, 2012).

2. **Contexto científico-histórico-social:**

- Dou (1990) analiza el estado de las matemáticas en la España de los Austrias partiendo de los estudios previos realizados por Rey Pastor
- Rico y Maz (2005) realizan un breve recorrido por esta disciplina a lo largo de la historia de España recogiendo algunos de los principales matemáticos y libros sobre esta temática.
- Salavert (1994) analizó la aritmética, sus cultivadores y la producción de libros sobre esta temática en la España del siglo XVI.

3. **Sobre las distintas instituciones:**

- La enseñanza de las matemáticas en el siglo XVIII en España: El caso de la Escuela de matemáticas de la Real Sociedad Aragonesa de Amigos del País (Arenzana, 1988).
- La creación de la Real Sociedad Matemática Española (Peralta, 2011).
- La enseñanza de las matemáticas en el Real Seminario de Nobles de Madrid (1760-1808) (Carrillo y Sánchez, 2013).
- La escuela especial de matemáticas del Real Seminario Científico Industrial de Vergara y sus alumnos (Caballer, 2009).
- La metodología de la aritmética en los comienzos de las escuelas normales (1838 1868) y sus antecedentes (Carrillo, 2005).
- Las matemáticas en la Institución Libre de Enseñanza (Nuñez y Servat, 1988).

4. **La vida y el contexto social de distintos personajes o matemáticos:**

- El acercamiento a Julio Rey Pastor a través de las apariciones directas o indirectas en la Revista de la Sociedad Matemática Española (Español, 1996).
- El libro *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* que profundiza en Vallejo desde diferentes perspectivas dentro de la educación matemática (Maz, Torralbo y Rico, 2006).

- El estudio sobre la vida de Margarita Comas y más particularmente sus aportaciones a la educación matemática (Sierra y López, 2011).
- La historia de vida de la profesora María Antonia Canals y sus aportaciones a la didáctica de las matemáticas (Sotos, 2015).
- La historia de vida del profesor Cuesta Dutari (González, 2013).
- Un estudio sobre Gabriel Ciscar y sus ideas sobre el cálculo infinitesimal (Ausejo y Medrano, 2012).
- El estudio sobre la vida y obra del ingeniero Juan Cortázar, tanto en su faceta de profesor de matemáticas como de autor de libros de texto (León-Mantero y Maz-Machado, 2015).

5. El desarrollo de distintos conceptos matemáticos:

- El trabajo de los investigadores Sierra, Rico y Gómez sobre la evolución en los libros escolares de aritmética y la geometría desde el antiguo Régimen hasta la Segunda República (1997).
- Entre estas investigaciones se incluyen el estudio de la evolución del límite funcional (1999) y del concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX (2003) por los investigadores Sierra, González y López.
- La posible aportación española a la creación del concepto moderno de probabilidad (Santos, 2000).
- El estudio de los números negativos en los libros de texto de matemáticas en España durante los siglos XVIII y XIX por Maz (2005) y Maz y Rico (2007, 2009a).
- El estudio de la aritmética y el álgebra en los libros de formación de maestros entre 1839 y 1971 realizado por C. López (2011) y Sierra y López (2013).
- Un estudio desde la perspectiva histórica de los sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del análisis matemático, en concreto sobre los puntos críticos, presentes en los libros de textos (González, 2002).

- La evolución de los conceptos de análisis matemático en los libros de texto españoles de enseñanza secundaria del siglo XX (González y Sierra, 2002).
- Estudio del desarrollo histórico de los métodos iterativos en la resolución de ecuaciones no lineales a través del análisis de libros antiguos y contemporáneos (Rodríguez, 2010).
- El estudio sobre el Sistema Métrico Decimal en textos de matemáticas en España realizado por Picado y Rico (2012), Picado (2012) y Picado, Rico y Gómez (2013).
- Los orígenes y la evolución del teorema de Rolle (Suárez, 2011).
- Los conceptos de máximo y mínimo en el libro de L'Hôpital (González, 2011).
- El desarrollo histórico de la enseñanza de la Aritmética con el caso de los algoritmos de cálculo (Gómez, 1996), o el estudio de las tendencias metodológicas en la enseñanza de la proporcionalidad derivadas del análisis de libros antiguos, con el caso de los problemas de "compañías" (Gómez, 1999).

6. Los libros de texto y manuales escolares

- El análisis de *Las Liciones de Mathemáticas* de Thomas Cerda (Maz y Rico, 2009b).
- El análisis de la obra de José Mariano Vallejo (J. I. López, 2011).
- El *Tratado elemental de matemáticas* de José Mariano Vallejo en el bicentenario de su publicación (Maz-Machado y Rico, 2013).
- El tratamiento de las matemáticas escolares en los textos del Padre Manjón (Real, Segovia y Ruiz, 2013).
- El análisis de los principios didácticos presentes en diversos textos españoles de matemáticas de los siglos XVIII y XIX (Maz-Machado y Rico, 2015).
- El análisis de distintos aspectos de la obra de Miguel Gerónimo de Santa Cruz: El Dorado Contador (Madrid, Maz-Machado y López, 2015a; Madrid, Maz-Machado y López, 2015b).

Otros argumentos que sustentan la relevancia que han adquirido estas investigaciones son la existencia de un grupo internacional de Historia de la Educación Matemática, el International Study Group on the Relations between History and Pedagogy of Mathematics afiliado a la

International Commission on Mathematical Instruction. En este sentido en el panorama nacional dentro de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM) existe un grupo específico dedicado a la Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática.

También se han celebrado durante los últimos años congresos específicos sobre esta temática como la “International Conference on the History of Mathematics Education” celebrada en Reikiavik (Islandia) 2009, Lisboa (Portugal) 2011, Uppsala (Suecia) 2013 y Turín (Italia) 2015 o el “Congreso Iberoamericano de Historia de la Educación Matemática” realizado en Covilhã (Portugal) 2011, Cancún (México) 2013 y Belén (Brasil) 2015. En España el VII Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática celebrado en Granada en el año 2003 dedico uno de sus seminarios centrales a esta temática.

Además, desde 2006 se publica la revista específica sobre este tema *International Journal for the History of Mathematics Education* que surgió por el éxito del Topic Study Group 29, The History of Learning and Teaching Mathematics, en el International Congress on Mathematics Education (ICME) en Copenhague en el año 2004.

A su vez otras revistas han dedicado monográficos a la Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática como el número 77 vol. 28 (1) del año 2011 de la revista *Epsilon* o los volúmenes 11 número 2 del año 1991 y 17 número 1 del año 1997 de la revista *For the learning of mathematics*. La revista *Paedagogica Historica International Journal of the History of Education* publicó en el año 2006 un número especial dedicado a la Historia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con las contribuciones presentadas en el TSG 29 del ICME 10.

En definitiva, el considerable número de publicaciones tanto nacionales como internacionales sobre la historia de las matemáticas y la educación matemática, así como de congresos, grupos o revistas especializadas manifiestan la relevancia actual del campo de investigación en el que se encuadra este trabajo, proporcionando a su vez una base para el desarrollo del mismo.

1.3. LIBROS DE TEXTO

El libro de texto se ha convertido en un importante objeto de estudio de las investigaciones en educación y en educación matemática, un libro de texto es una publicación especializada que puede reconocerse por su contenido y por estar rotulada indicando claramente la materia que trata y a menudo también a quien va dirigido (Gómez, 2011b).

A su vez, la relevancia de los libros de texto en la enseñanza de las matemáticas ha sido reconocida en numerosas ocasiones, ya el informe Cockcroft (1985) indicaba que "los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el profesor en el trabajo diario del aula" (p.114).

Pero además de ser un recurso para el aula, el libro de texto se ha convertido en el objeto de estudio de numerosas investigaciones en educación, incluso Schubring (1987) afirmó que partiendo de que la práctica docente viene en muchas ocasiones más determinada por los libros de texto utilizados para enseñar que por los decretos y órdenes ministeriales, es necesario analizar dichos libros.

En esa misma línea, Choppin (2000) afirma que desde la década de los 80, el manual escolar se ha convertido en una fuente privilegiada tanto para historiadores del libro como para historiadores de la educación, provocando la multiplicación de los estudios sobre la historia del libro escolar.

Desde la perspectiva histórica, Maz-Machado y Rico (2015) apuntan que los libros para la enseñanza "reflejan los hábitos y costumbres, la organización de las ideas, la actividad intelectual, las relaciones públicas de apropiación y exclusión del saber y, en muchos casos, las modas y tendencias imperantes de una época determinada" (p. 51). Proporcionando la oportunidad de observar cómo se adquiría el saber y las relaciones con los conocimientos científicos de cada momento.

En definitiva, los libros de textos incluyen no solo conocimientos de la materia que exponen, sino que reflejan también las leyes de cada momento, los cambios curriculares, los aspectos didácticos que prevalecían, las costumbres, los usos y hábitos de cada época; lo que los convierte en una gran fuente de información sobre la época a estudiar y la educación en dicha época.

Estas razones han potenciado que el estudio histórico de libros de texto haya motivado la realización de investigaciones en muy diversas ramas de la enseñanza, por ejemplo la revista *Historia de la Educación* en su número 19 publicado en el año 2000 presenta una monografía sobre los Manuales Escolares en la Historia incluyendo entre sus artículos un estudio sobre la física en los manuales escolares (Moreno, 2000), los manuales escolares en Francia (Choppin, 2000) o sobre el Proyecto MANES, cuyo objetivo consiste en el estudio de los manuales escolares publicados en España durante los siglos XIX y XX (Tiana, 2000). También se han realizado estudios sobre manuales de Economía doméstica (Carreño y Rabazas, 2010), sobre el tratado de Charles Rollin *De la manière d'enseigner et d'etudier les belles-lettre* (Cárceles, 2012), sobre los 50 primeros manuales de estética en España (Roviró, 2013). En definitiva, esta diversidad de trabajos muestra que en los últimos años un gran número de investigadores en educación ha basado sus estudios en libros de texto sobre diversas ramas del conocimiento.

Al comienzo del siglo XX, en concreto en el año 1901, se publicó el libro de Grosse sobre los libros de texto de aritmética desde el siglo XVI, este libro inauguró la subárea de la historia de la educación matemática dedicada al análisis de libros escolares (Schubring, 2014).

En España, el trabajo de Sierra et al. (1997) sobre los libros e impresos para la enseñanza del cálculo y la geometría inicia el estudio de los manuales españoles de matemáticas desde el punto de vista de la educación matemática (Maz, 2009).

El interés suscitado por el libro de texto en las investigaciones en Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática se debe a que desde el punto de vista de las matemáticas, el libro de texto permite rastrear la evolución de un concepto o una idea matemáticas, las diferentes maneras en que los matemáticos en el pasado se acercaron a él, las dificultades, el proceso gradual de simbolización, formalización y así sucesivamente (Bruckheimer y Arcavi, 2000). Sin embargo, los textos de matemáticas no son documentos exclusivamente formales, no se reducen a una secuenciación de conceptos y procedimientos, sino que son materiales docentes con propósitos educativos; por eso incorporan otras informaciones que aportan diferentes sentidos al conocimiento matemático enriqueciéndolo y se proponen transmitir una serie de significados que faciliten la correcta comprensión de los conceptos formales que presentan (Segovia y Rico, 2001).

Dentro de las investigaciones históricas en educación matemática en España destacar que además de las relativas específicamente a los libros de texto como las previamente citadas

Maz y Rico (2009b), Maz-Machado y Rico (2013, 2015) o C. López (2011); se presentan también un gran número de estudios sobre el desarrollo histórico de los conceptos matemáticos que basan su investigación en el análisis de libros históricos, por ejemplo las ya citadas Sierra et al. (1999, 2003), Maz y Rico (2007, 2009a), Picado y Rico (2012), etc.

Esta diversidad de estudios realizados, continúa poniendo de manifiesto la importancia de los libros de texto en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Pues incluso en un momento como el actual en el que el auge de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación implantadas ya en la gran mayoría de aspectos de la sociedad incluyendo el entorno escolar y proporcionando numerosos recursos tanto visuales como informáticos para su uso en las aulas, ha disminuido el protagonismo de los libros impresos, el libro de texto sigue siendo un importante recurso educativo y teniendo cabida en las aulas. Este hecho permite reconocer la importancia que debían tener hace unos 500 años los libros, en un momento histórico en el que eran el único modo de plasmar y difundir los conocimientos.

El contexto en el que se sitúan los libros escritos hace unos 500 años era absolutamente diferente al actual. En primer lugar, el acceso a ellos en un periodo histórico en el que incluso la Iglesia Católica estableció por primera vez su Índice de libros prohibidos era muy restringido, dificultando también el acceso a los conocimientos y haciendo que muchos manuales tuvieran influencia durante largos periodos de tiempo. Además, la ubicación tanto geográfica como social de los autores se ve reflejada en sus obras, pues se escribían textos con distintos fines dependiendo de donde proviniese el autor, a que autores hubiera tenido acceso, su profesión, si era religioso, si seguía una orientación práctica destinada al comercio, al uso militar, a las construcciones navales, etc.

Todas estas razones permiten que los textos históricos ayuden a reconstruir los conceptos, a contextualizarlos y a conocer sus diversos acercamientos, interrogarse sobre la validez de las formas de argumentar vigentes en otras épocas, y buscar los fundamentos de las formas actuales. Y también informen sobre lo pedagógico: las formas de organizar y presentar el contenido, sus representaciones, las situaciones, problemas y ejercicios utilizados para explicar mejor los conceptos y métodos matemáticos (Gómez, 2001).

La investigación que se plantea a lo largo de este proyecto se enmarca dentro de esta línea de trabajo, pues el análisis de libros matemáticos antiguos y de sus autores permite revisar, actualizar y valorar las obras que fueron fundamentales en la enseñanza de las matemáticas en

España, mostrando a su vez el trabajo de una serie de personajes para difundir esta ciencia en España (Rico y Maz, 2005; Maz-Machado y Rico, 2013).

Desde este enfoque de la investigación en la Historia de la Educación matemática, en España se han realizado numerosas investigaciones centradas en autores y libros de texto de diferentes siglos como el XVIII, XIX (Blanco, 2013; Carrillo y Sánchez, 2010, 2013; J. I. López, 2011; Maz y Rico, 2009b; Picado, Rico y Gómez, 2013; Sáncehz, 2015; Vea, 1986) o el XX (Sierra et al., 1999, 2003; Sierra y González, 2002).

Sin embargo en el caso del siglo XVI no son numerosos los trabajos que pueden encontrarse y se trata en general de estudios puntuales. Entre los ejemplos de investigaciones sobre textos de esta época se encuentran los siguientes.

- Los estudios realizados por Meavilla sobre el contenido algebraico de la aritmética de Pérez de Moya (2005) o las recreaciones matemáticas que se pueden encontrar en la aritmética de Ortega (2013).
- También Meavilla y Oller han analizado a través de la obra de Gaspar de Texeda las contribuciones de la historia de la educación matemática a la enseñanza y aprendizaje de las operaciones matemáticas elementales, en particular los algoritmos de la multiplicación (2014a).
- Puig y Fernández por su parte realizaron los preliminares para el estudio de la aritmética algebraica del autor alemán Marco Aurel (2013).
- Desde la perspectiva de la educación matemática se ha analizado la *Arithmética Práctica y Speculativa* de Juan Pérez de Moya (1513-1596) (Ruiz, 2001; Ruiz y García, 2009).
- También la fenomenología y las representaciones en la *Arithmetica* de Juan de Yciar (Maz-Machado, Sierra y López, 2013).
- Siguiendo con esta línea, Madrid y Maz-Machado (2015) compararon las representaciones y la fenomenología en las aritméticas de Antich Rocha y Juan de Yciar.
- También las representaciones en ocho obras de aritmética escritas en el siglo XVI (Madrid, Maz-Machado y León-Mantero, 2015).
- El estudio sobre la obra el *Dorado Contador* de Miguel Gerónimo de Santa Cruz (Madrid y López, 2014; Madrid, Maz-Machado y López, 2015a, 2015b).

- Por su parte, Paradís y Malet (1989) en su estudio sobre los orígenes del álgebra mencionan las aritméticas de Bradwardine, Juan de Ortega, Perez de Moya, Marco Aurel, Pedro Núñez, etc.
- Además, Gómez en sus trabajos sobre el cálculo mental (1995a), los métodos alternativos de cálculo aritmético (1995b), la proporcionalidad a través de los problemas de "compañías" (1999), la enseñanza de la regla de tres (2006), de la multiplicación y división de fracciones (2008) y los problemas de aligación (2015) revisa, entre otros textos, las aritméticas escritas por Pérez de Moya, Juan de Ortega o Miguel Gerónimo de Santa Cruz.
- Caunedo (2009) estudia desde la perspectiva histórica la aritmética de Juan Andrés como sucesora de las aritméticas medievales.
- Incluso, desde el lenguaje se encuentran los estudios de Mancho sobre el léxico matemático en las aritméticas prácticas del renacimiento (2007).

Esto pone de manifiesto que aunque algunos autores como Juan de Ortega o Pérez de Moya sí han sido estudiados desde diversos ámbitos e incluso se han analizado aspectos de algunas de las otras obras, no existe ningún estudio que realice una comparativa general de los distintos libros de aritmética escritos durante esta época pese a que diversos motivos permiten destacar al siglo XVI dentro de las investigaciones sobre el análisis de libros de texto.

Entre ellos destacan el auge del comercio español en el siglo XVI, debido fundamentalmente al intercambio de mercancías con América, unido con la diversidad de monedas, pesas y medidas existentes en cada reino que dificultaban el comercio, requirió que un mayor número de personas necesitaran poseer conocimientos matemáticos básicos, impulsando la aparición de un gran número de libros con este objetivo.

A su vez el desarrollo de la imprenta ya en el siglo XV favoreció la difusión del conocimiento matemático en castellano, en concreto la adquisición de conocimientos relacionados fundamentalmente con los negocios pues hizo que proliferaran todo tipo de tratados acerca de cómo ser comerciante (Burke, 2000). Finalmente, los progresos realizados en álgebra durante este período lo convierten en un momento clave en la historia de las matemáticas.

Gómez (2011a) en su elaboración de un marco de referencia para contextualizar la investigación en historia y educación matemática determina cinco grandes períodos históricos en la evolución y transmisión de la cultura y educación matemática: el primitivo desde las primeras culturas matemáticas hasta la caída del imperio romano en el año 476; el del obscurantismo medieval hasta la aparición de la imprenta al final del siglo XV; el del libro impreso entre los siglos XVI al XVIII, el del libro de enseñanza durante el siglo XIX y un último período que llega hasta la actualidad, el del manual escolar. Dentro del tercer periodo cuyo punto de inflexión fue la aparición de la imprenta, destacar que en su momento inicial se produjo un auge de los libros escritos en lenguas vernáculas, en España tuvieron gran relevancia los libros de aritmética.

Estos hechos posibilitaron que entre los autores españoles del siglo XVI la actividad matemática se desarrollase en torno a dos líneas que se diferencian por la naturaleza de las obras y fundamentalmente por los objetivos que buscan.

Por un lado como una disciplina teórica de carácter formal y por otro como base de aplicaciones prácticas en el mundo real asociadas a la economía y la técnica (López, 1979).

En la primera, más académica o universitaria, el autor más destacado fue Pedro Sánchez Ciruelo y también pertenecieron a ella autores como Juan Martínez Silíceo o Gaspar Lax.

Los autores de libros en la línea de las aplicaciones orientaron estas principalmente al cálculo mercantil. Más concretamente, en el siglo XVI en España se publican entre otros el *Tractado sutilissimo de Arismetica y de Geometria* de Juan de Ortega en 1534, su primera edición es de 1512 en Lyon (Rey Pastor, 1926), el *Sumario breve de la practica de arithmetica de todo el curso del arte mercantivol* de Juan Andrés en 1515, la *Practica mercantivol* de Joan Ventallol en 1521, el *Tratado de cuentas* de Diego del Castillo en 1522, el *Compendio de los números y proporciones* de Pedro Melero en 1535, el *Arte breve y muy provechoso de cuenta castellana y Arismetica* de Juan Gutiérrez de Gualda en 1539, el *Libro primero de arithmetica algebraica* de Marco Aurel en 1552 y la *Arithmetica practica y especulativa* de Juan Pérez de Moya en 1562. Incluso estas dos últimas obras incluyen ya entre sus páginas contenidos algebraícos.

Estas aritméticas mercantiles buscaban servir como ejemplo a los mercaderes en las situaciones semejantes y frecuentes que ocurrían en el mundo del comercio de la época. La importancia de estas aplicaciones mercantiles de las matemáticas se evidencia en que de los libros de matemáticas publicados en España en el siglo XVI, diecinueve estaban destinadas a las cuentas (López, 1979).

Por su parte, Sierra, Rico y Gómez (1997) consideran que si bien dichas aritméticas no pueden considerarse exactamente libros de texto, sí son precursoras de ellos y lo que es más, resulta razonable suponer que eran utilizadas por los maestros de las escuelas, Caunedo (2009) añade que estos manuales de aritmética fueron publicados para su uso como textos escolares en los que los ejemplos y problemas están asociados a situaciones concretas en las que los mercaderes podrían verse involucrados.

Otros autores consideran que estos manuales se utilizaban en los estudios relacionados con aritmética de las universidades (Carabias, 2012), e incluso en las casas de contratación de la época (Salavert, 1990).

Estos hechos han motivado la realización de este estudio que tiene como fin conocer cuál fue el tratamiento tanto matemático como didáctico presente en los libros de aritmética publicados en castellano durante dicho siglo XVI.

1.4. ANÁLISIS DE CONTENIDO

El empleo del análisis de contenido como técnica de investigación social data de los primeros años del siglo XX (Cohen y Manion, 1990). Se trata de "una técnica de investigación destinada a formular, a partir de ciertos datos, inferencias reproducibles y válidas que puedan aplicarse a un contexto" (Krippendorff, 1990, p. 28). Los procesos básicos para el análisis de contenido propuestos por Maz (2009) son:

1. Elección de la unidad de análisis.

2. Elaboración del conjunto de indicadores o categorías.

3. Elaboración de un fundamento lógico que sirva como guía para colocar las respuestas en cada categoría.

Esta técnica que inicialmente se utilizó para el análisis y cuantificación de los materiales de comunicación, se ha ampliado a lo largo de los años a otros campos y es uno de los métodos empleados frecuentemente para la investigación en Educación Matemática (Fernández-Cano y Rico, 1992).

Cohen y Manion (1990) consideran que la técnica del análisis de contenido puede aplicarse fácilmente a aspectos relacionados con la investigación histórica en educación, añadiendo que esta podría utilizarse por ejemplo en el examen del contenido de libros de texto en diferentes puntos de la historia.

Además, estas técnicas no se plantean sólo de cara a la investigación sino que Gómez plantea un análisis de contenido para el profesor de matemáticas (2002; p. 263) indicando que "en el análisis de contenido se busca identificar y describir estructuradamente los diversos significados matemáticos de la estructura matemática (…) desde la perspectiva de las matemáticas escolares". Para después diversificar este análisis de contenido teniendo en cuenta tres tipos de significado: la estructura conceptual, los sistemas de representación y los modelos (análisis fenomenológico).

En definitiva, las técnicas del análisis de contenidos pueden ser utilizada con diversos fines y en diversos campos, entre otros son utilizadas en diversos estudios históricos sobre la educación matemática (Maz y Rico, 2009a; Maz-Machado y Rico, 2013; Maz-Machado et al., 2013, Sánchez, 2015).

Análisis conceptual

Maz (2009) considera que dentro de los variados enfoques que pueden realizarse del análisis de contenido, el análisis conceptual es un método potente para estudiar los significados que se quieren transmitir de un concepto determinado.

Rico (2001) caracteriza el análisis conceptual como un método no empírico que trabaja con enunciados textuales. Este anális opera con descripciones, definiciones, listas extensivas, ejemplificaciones de uso, contraposición de textos con significados alternativos y formulaciones sensibles, en lugar de con datos de naturaleza sensible.

Al trabajar con enunciados textuales se preocupa por la naturaleza de las definiciones y del lenguaje, se sirve de la historicidad y dinamicidad de los términos y trata de encuadrarlos a ellos y sus interconexiones, examina cuidadosamente la diversidad de significados, las posibilidades de conexión entre los términos u los niveles subjetivos (creencias y concepciones) y objetivos (conceptos) de cada campo conceptual. Contextualiza la definición dentro del área en que se inserta, usa ejemplos y contraejemplos, en vez de la definición explicita. Emplea analogías y términos evocativos en vez de pruebas, axiomas o cuantificaciones y tiene como principios orientadores la naturalidad, aplicabilidad, complejidad y simplicidad (Rico, 2001).

Por tanto, el análisis conceptual:

> Permite una reflexión previa sobre la cuestión que se quiere investigar, determinando y caracterizando aquellos puntos claves que delimitan el problema en estudio y las ideas, conceptos y teorías sobre los que quiere abordar su resolución. Trata de eliminar las inconsistencias derivadas de la falta de precisión en el significado de los conceptos utilizados. (Rico, 2001, p.186).

La siguiente tabla busca brindar una distinción metodológica entre el análisis conceptual y el análisis de contenido (Maz, 2009).

Tabla 1. Distinción metodológica entre el análisis de contenido y el conceptual (Maz, 2009, p.10).

	Análisis conceptual	**Análisis de contenido**
Unidad central de indagación.	Término, concepto (i.e. currículo, número negativo)	Un texto, discurso o comunicación.
Sentido.	Externo al concepto.	Interno al texto (dentro del texto).
Unidades básicas de análisis.	Acepciones/ definiciones del término.	Unidades menores de discurso (i.e. palabra-término, verbo-adjetivo, palabra-frase)
Nivel de análisis.	Único.	Continuo: Manifiesto---- latente.
Técnicas propias.	Método del ejemplo/contraejemplo. Lenguaje evocativo y uso de analogías. Reflexión de estructuración e interpretación de la red noseológica (significados del concepto).	Delimitación de la unidad básica. Establecimiento de categorías. Interrelación de categorías. Adscripción de unidades a categorías. Interpretación de categorías: nivel manifiesto y latente.
Fin primordial.	Fundamentar y clarificar términos y conceptos.	Estudiar textos.
Secuenciación.	Longitudinal: relevancia del devenir histórico.	Transversal: relevancia de la ampliación del discurso.
Función auxiliar al método científico general	Definir términos. Clasificación de teorías. Validación de constructos.	Técnica de recogida de datos. Técnica de análisis de datos.

1.5. ASPECTOS DIDÁCTICOS

Los libros de textos tienen como finalidad favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos por sus lectores, pero no en todos los casos esa finalidad coincide con los contenidos, la presentación o la forma del libro. Chevallard (1991) en su trabajo sobre la transposición didáctica considera como un paso intermedio en la transformación del "saber sabio" al "saber enseñado" el "saber a enseñar" que es el incluido en los textos del saber. En este sentido, diversos autores han buscado identificar criterios o indicadores que determinen los aspectos didácticos de los libros de texto, es decir que reflejen dicha transposición didáctica: el paso de los contenidos matemáticos a los contenidos que se van a enseñar a los alumnos.

Organizadores del currículo

Rico (1997) propuso una serie de organizadores del currículo, siendo estos los conocimientos adoptados como componentes fundamentales para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas, los siguientes aspectos: la fenomenología de los conocimientos implicados y las aplicaciones prácticas de cada bloque de contenidos, las representaciones utilizadas, las modelizaciones usuales de los correspondientes conceptos, los errores y dificultades usualmente detectados en el aprendizaje de las matemáticas y los problemas u obstáculos de aprendizaje que se detectan o plantean para cada concepto, la diversidad de materiales de tipo manipulativo y de los recursos que pueden emplearse en la enseñanza de cada tópico y finalmente la evolución histórica de cada campo e incluso de cada concepto. A continuación describiremos estos organizadores.

Fenomenología

El análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática consiste en describir los fenómenos para los cuales este es el medio de organización y la relación de dicho concepto o estructura con esos fenómenos (Puig, 1997).

La fenomenología tiene como finalidad ayudar a organizar la enseñanza de las matemáticas, constituyendo a su vez una fuente de información para la organización de actividades motivadoras y el planteamiento de problemas (Segovia y Rico, 2001).

Además, en un primer nivel los fenómenos los constituyen los objetos del mundo real y las acciones sobre los objetos que dan lugar a conceptos y estructuras, en un segundo nivel esos conceptos pasan a constituirse a su vez en fenómenos que generan nuevos conceptos de un mayor nivel de abstracción.

Sistemas de representación

Los enunciados verbales y las organizaciones visuales, gráficas o simbólicas, son los medios más utilizados en la emisión, transmisión y recepción del conocimiento matemático, lo que las concede una gran importancia en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Uno de los medios a través del cual se proporciona información adecuada para la formación del conocimiento matemático son las representaciones.

Se entienden por representaciones a las notaciones simbólicas o gráficas, específicas de cada noción, a través de las cuales se expresan los conceptos y procedimientos matemáticos y sus características y propiedades más importantes. Las representaciones consideradas en este sentido son externas, pues tienen una traza o soporte físico tangible. (Castro y Castro, 1997).

El conjunto de símbolos, gráficos y reglas que permite representar una estructura matemática han de responder a su carácter sistémico, por lo que en general se habla de sistemas de representación. Un sistema de representación está constituido por los símbolos y gráficos mediante los cuales se expresan los diferentes conceptos y procedimientos matemáticos.

La importancia de los sistemas de representación en la enseñanza viene dada porque el conocimiento se produce mediante el procesamiento de la información visual y su integración con procedimientos analíticos. Para pensar y razonar matemáticamente es necesario tener una representación en la mente, la cual constituye una interiorización de las representaciones externas, de igual modo, las representaciones externas constituyen un medio por el que se exteriorizan las imágenes y representaciones mentales, para que estos procesos se realicen de la mejor forma posible es preciso que las representaciones externas sean lo más variadas posibles (Segovia y Rico, 2001).

Por tanto, estas representaciones cumplen una doble función estimulando los sentidos en los procesos de construcción de nuevas estructuras mentales y permitiendo la expresión de los conceptos y las ideas a los sujetos que las utilizan (Castro y Castro, 1997)

Sin embargo, desde la perspectiva del aprendizaje cuando la representación de un concepto se realiza siempre de la misma forma provoca errores en el aprendizaje, y a su vez aunque las distintas representaciones para los conceptos matemáticos, y las conexiones entre ellas, se presentan explícitamente raras veces se insiste en que expresan diversas facetas y propiedades de un mismo concepto (Segovia y Rico, 2001).

Gómez añade sobre los sistemas de representación que sirven para representar diferentes facetas de un concepto o estructura matemática y se trabaja con ellos suponiendo que estos ciñen a un conjunto de reglas condicionadas por las matemáticas, en general, y por el concepto matemático específico, en particular (2002, p. 266).

Modelización

Los modelos matemáticos muestran la relación entre los fenómenos y los conceptos. Un modelo es una maqueta o esquema de la realidad que se elabora para facilitar la comprensión y estudio de su complejidad (Segovia y Rico, 2001). En definitiva, los modelos son esquematizaciones abstractas de la realidad, en concreto un modelo matemático es una estructura matemática que aproxima o describe ciertas relaciones de un hecho o fenómeno. La noción de modelo admite muy distintos tipos y clasificaciones (Castro y Castro, 1997).

Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Secundaria.

Castro y Castro (1997) afirman que en todos los niveles educativos del proceso de enseñanza-aprendizaje existen dificultades que tienen distinta naturaleza, pueden estar asociadas a la complejidad de los objetos de las matemáticas, a los procesos de pensamiento matemático, los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas, los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos, las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas, estas dificultades dan lugar a errores en la comprensión y en las producciones de los alumnos y se pueden abordar desde distintas perspectivas.

Los errores son un elemento importante en la organización del currículo pues este debe dirigirse al diseño y elaboración de estrategias de enseñanzas que los eviten. Estos pueden utilizarse como motivación, como punto de partida para la exploración de unas matemáticas más creativas, como medio de que los alumnos mejoren su comprensión sobre ellas, apartándose del tratamiento penalizador que suele concedérsele en la evaluación y abogando por una evaluación diferente que detecte los errores y ponga medios para superarlos (Segovia y Rico, 2001).

Materiales, recursos y actividades

Materiales didácticos y recursos son los objetos físicos utilizados para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, si se diseñaron con un fin exclusivamente educativo se consideran materiales didácticos, si no recursos (Coriat, 2001).

Los materiales y recursos forman parte imprescindible de una concepción del aprendizaje en el que la intervención de alumno es clave para que este construya su propio conocimiento. De este hecho deriva la necesidad de que el aula tradicional desaparezca a favor de un aula diferente en la cual el alumno pueda trabajar en grupo, construir materiales e investigar cuando actúa sobre materiales (Segovia y Rico, 2011).

La historia de las matemáticas para el currículo de Secundaria

La historia dentro de la enseñanza de las matemáticas aporta al profesor un conjunto de medios para hacer más asequible a sus alumnos el conocimiento matemático y le ayuda a descubrir las dificultades y errores que se han presentado en el desarrollo de los conceptos y que probablemente puedan presentar algunos de sus alumnos. A su vez, a estos les permite dejar de considerar las matemáticas una ciencia ya construida a favor de su consideración como una actividad cultural y humana, puede resultar motivadora para ellos e incluso ayudarles a comprender mejor los conceptos (Segovia y Rico, 2001).

Algunos principios didácticos en textos españoles de matemáticas antiguos

Maz-Machado y Rico (2015) identificaron determinados criterios didácticos que los autores de textos españoles de matemáticas publicados en los siglos XVIII y XIX han puesto de manifiesto en la organización de los contenidos. Los criterios de análisis son: actualización, originalidad, rigor y precisión, interés social de las matemáticas, principios filosóficos y principios didácticos.

- La actualidad de los contenidos matemáticos presentes en las obras, la inclusión de las nuevas ideas que reflejen el desarrollo matemático de dicho periodo.
- La originalidad de dichos contenidos, indicando si el autor realiza contribuciones propias para el desarrollo teórico y formal de as disciplinas matemáticas o si por el contrario los contenidos se pueden encontrar en autores de obras previas.

- El rigor y precisión, considerados como la forma de presentar los conceptos y definiciones desde el punto de vista matemático.
- El interés social de las matemáticas, es decir, si los contenidos matemáticos presentes se pueden encontrar dentro de algún contexto cotidiano, científico, militar, etc.
- Los principios filosóficos y didácticos que se manifiestan en las obras.
- Además, se buscó en la medida de la posible identificar los lectores a los que iba dirigida la obra.
- Se incluyen otros criterios como la revisión y síntesis de los contenidos matemáticos conocidos en la época que se presentan en las obras, si la obra destaca en las aplicaciones, etc.

Tendencias didácticas en libros de texto de matemáticas

Continuando con el planteamiento de identificar criterios o indicadores que determinen los aspectos didácticos de los libros de texto, Azcarate y Serradó (2006) analizan las tendencias didácticas presentes en los libros de texto de matemáticas para la ESO, en particular se plantearon como se relacionan los elementos que configuran la estructura en función de la naturaleza del conocimiento matemático y pedagógico y si existen ciertos modelos entre el conjunto de libros de texto analizados. En concreto consideraron cuatro tendencias: textos con tendencias de corte tradicional, textos con tendencias de corte innovador tecnológico o innovador espontaneísta y textos con tendencia investigativa. Para clasificar estas tendencias propusieron una serie de indicadores presentes en los libros como los contenidos, la presentación del conocimiento, los objetivos del discurso, actividades, cuando, que y como evalúan, cuya categorización determina la tendencia de cada libro analizado.

En definitiva, varios autores han considerado de interés la identificación de criterios o indicadores que determinen los aspectos didácticos de los libros de texto tanto antiguos como actuales, de cara a conocer como se realiza el paso de los contenidos matemáticos a aquellos que se enseñan.

2.

Contexto histórico, científico y educativo en el siglo XVI

Este trabajo pretende conocer algunos de los libros de aritmética en castellano impresos durante el siglo XVI, centrándose tanto en los aspectos matemáticos como didácticos. De cara a realizar ésta tarea se ha considerado conveniente presentar un panorama general que permita ubicar estos libros y sus autores, dentro del contexto social, científico y educativo español del siglo XVI.

2.1. LA SITUACIÓN POLÍTICA EN LA ESPAÑA DEL SIGLO XVI

El siglo XVI comienza con los últimos años de reinado conjunto de los reyes católicos. En 1504 fallece Isabel la Católica, nombrando a su hija Juana su sucesora como reina de Castilla. Sin embargo, la supuesta incapacidad de esta da lugar a un periodo de distintas regencias; en un principio su padre Fernando asume el gobierno de Castilla pero Felipe, esposo de Juana, manifiesta su deseo de gobernar. Para evitar un conflicto armado, Fernando y Felipe pactan la regencia compartida de Castilla. Sin embargo, Fernando ante el apoyo que suscitaba Felipe decide en 1506 retirarse a Aragón, esta situación cambia de nuevo a los pocos meses por la muerte de Felipe, en ese momento el cardenal Cisneros asume de forma provisional la regencia de Castilla. En julio de 1507 Fernando vuelve de nuevo a Castilla, declara la incapacidad de Juana y consigue declararse de nuevo regente único de Castilla.

En 1516 tras la muerte de Fernando y debido a la incapacidad de la reina Juana su hijo Carlos de Habsburgo, ya rey de los Países Bajos, es declarado rey de Castilla y Aragón en Bruselas. Solo tres años después en 1519, tras la muerte de su abuelo Maximiliano el emperador del Sacro Imperio romano germánico, Carlos consigue ser declarado sucesor de este como emperador.

La política del monarca estuvo marcada por un desconocimiento inicial de las costumbres castellanas e incluso del idioma, Carlos entregó a consejeros flamencos la administración de los reinos, provocando una situación de tensión tanto en Castilla como en Aragón. Estallan durante su reinado las rebeliones de las Comunidades en Castilla y de las Germanías en Aragón, que aunque reprimidas, sí supusieron cambios en la política de Carlos V que mejoró su imagen aprendiendo castellano, incorporando consejeros nativos y mejorando el trato con los súbditos. Tras casarse con Isabel de Portugal Carlos permaneció poco tiempo en España y subordinó los intereses de Castilla y Aragón a la política europea y a su objetivo de lograr allí la hegemonía.

Fuera de la península mantuvo numerosas guerras, entre ellas el conflicto con Francia durante todo el reinado, los problemas con el imperio turco y la defensa del catolicismo que le llevo a un conflicto armado con los luteranos.

En 1556, Carlos V toma la decisión de abandonar el poder, entregándole a su hijo Felipe II la Corona de los Países Bajo, de Castilla y Aragón, Carlos moriría pocos años después en 1558.

Felipe II heredó por tanto de su padre la mayor parte de sus tierras, pero no el título imperial que pasó a manos de Fernando, hermano de Carlos. Felipe liberado de las obligaciones imperiales pudo concentrarse en los problemas de su inmenso imperio, muy similares a los de su padre. Los conflictos con Francia, con el imperio otomano, la sublevación de los Países Bajos que llevó también al comienzo de la guerra con Inglaterra. Uno de los éxitos de Felipe II fue la incorporación del imperio portugués, con Brasil, a sus dominios.

Sin duda las políticas europeas de ambos reyes provocaron un gran desgaste en la economía de Castilla y también, aunque en menor medida, en la de Aragón, pues ambas pagaban los costes de la guerra. Por eso a pesar de que la conquista y explotación de América continuó durante todo el siglo y de allí llegaban los metales preciosos, fundamentalmente la plata, que ayudaban a sostener las guerras europeas las astronómicas deudas llevaron varias veces a la bancarrota durante el reinado de Felipe II con unas consecuencias catastróficas para la monarquía.

Felipe II murió en 1598 legando a su hijo, el futuro rey Felipe III, un imperio mucho más poderoso que el que él mismo había heredado y que se extendía desde las Filipinas hasta Italia, en definitiva un imperio en el que *no se ponía el sol.*

2.2. LA SOCIEDAD EN EL SIGLO XVI

Desde mediados del siglo XV aproximadamente hasta finales del siglo XVI, Europa experimenta un período de crecimiento. Se produce el paso de la Edad Media a los tiempos modernos, fenómeno que tiene al menos una característica principal: el dinero adquiere un papel relevante convirtiéndose en el motor de la economía. España y ante todo Castilla inician en gran medida dichos cambios debido a las grandes cantidades de oro y plata que entran en Europa por Sevilla a partir de los primeros años del siglo XVI. Las remesas de Indias impulsan la ya comenzada revolución económica del XVI y las actividades comerciales experimentan un auge extraordinario (Pérez, 2000).

Sin embargo, la sociedad del siglo XVI sigue siendo una sociedad estamental fundada en el privilegio para la cual la integración a la nobleza representa la consagración del éxito social y la meta a la que aspiran todos los que han alcanzado cierto nivel de fortuna (Pérez, 2000).

La mayoría de la población española del siglo XVI pertenecía al mundo rural, en torno al 80% de la población vivía en núcleos de menos de 2000 habitantes. Además, si se tiene en cuenta la distribución en los reinos españoles, más de las tres cuartas partes de la población vivían en la Corona de Castilla, menos del 20% en la de Aragón y apenas un 2% en el reino de Navarra (López, 1979).

Un último aspecto a considerar es que la mayoría de la población española de este siglo era analfabeta, en muchos núcleos rurales apenas contaban con tres o cuatro personas que supieran leer o escribir e incluso que en las ciudades donde las circunstancias eran más favorables había numerosos iletrados incluso entre los artesanos especializados (López, 1979).

2.3. LAS MATEMÁTICAS EN LA ESPAÑA DEL SIGLO XVI

El cultivo de la ciencia durante el siglo XVI fue una actividad propia del ambiente urbano. Sin embargo, un elevado porcentaje de la población formaba parte del mundo rural en el cual el cultivo de la ciencia no existía o era muy reducido debido fundamentalmente a las condiciones socioeconómicas vigentes. En los núcleos pequeños podía no haber ninguna actividad científica: los pocos mercaderes eran normalmente iletrados, en algunas ocasiones el clérigo poseía ciertos conocimientos, el barbero representaba los conocimientos médicos y algún hijo de hidalgo o labrador acomodado podía haber seguido estudios universitarios. En las poblaciones algo mayores, podía haber un maestro de escribir y contar, un cirujano, un boticario e incluso un médico. Pero en definitiva, es en las ciudades donde se desarrolló exclusivamente la ciencia, destacando Sevilla, Valencia, Madrid, Salamanca, Zaragoza, Alcalá, Toledo, Barcelona, Valladolid y Burgos (López, 1979).

López (1979) reunió 572 biografías de autores que se habían dedicado al cultivo de la ciencia entre 1481 y 1600. Dividió las dedicaciones de estos en 16 áreas científicas: matemáticas, cosmografía y astrología, filosofía natural, geografía, arte de navegar, beneficio de minerales, ensayo de metales, destilación y alquimia, arquitectura e ingeniería, arte militar, historia natural, medicina, albeitería, agricultura, arte de caballería y caza. Teniendo en cuenta que algunos de ellos fueron cultivadores de más de un área, concluyó que 67 cultivaron matemáticas, un 9,67% del total de dedicaciones, solo por debajo del 25,54% de medicina y el 14,29% de cosmografía y astrología.

La profesión que ocupaban estos cultivadores de las matemáticas ya es más diversa: médicos, cosmógrafos, profesores de facultades de artes, maestros de escribir y contar, preceptores privados, sastres, comerciantes, libreros e impresores, militares sin condición de ingeniero o artillero, funcionarios, abogados, clérigos seculares o regulares o nobles con títulos.

Centrándonos en estos cultivadores de las matemáticas en la España del siglo XVI, López (1979) y Salavert (1994) coinciden en que la actividad matemática se desarrolló en la sociedad española en dos líneas claramente diferenciadas por la naturaleza de sus obras y fundamentalmente por sus objetivos.

En la primera línea las matemáticas son tratadas como una disciplina teórica que sigue la tradición de la cultura académica bajomedieval. En la segunda, son la base de aplicaciones prácticas en diversos campos de la actividad económica y técnica. Si bien las matemáticas teóricas prácticamente no consiguieron interesar, las aplicaciones prácticas constituyeron un motivo de seria preocupación que la sociedad española mantuvo a lo largo de todo el siglo (López, 1979).

Los objetivos distintos de cada línea se plasmaron en una organización específica de los manuales didácticos que se escribían para adaptarse a los fines perseguidos por el autor. Pues si bien las interferencias entre las corrientes referidas eran inevitables, las dos disciplinas, que deben considerarse autónomas. De hecho los cultivadores de la aritmética práctica reivindicaron en todo momento la autonomía y excelencia de su disciplina (López, 1979; Salavert, 1994).

La línea aritmética académica o universitaria está dedicada al estudio teórico de las propiedades de los números enteros y las relaciones entre magnitudes. Esta línea relacionada estrechamente con la geometría tenía un carácter propedéutico en disciplinas como la música, la filosofía, etc. En sus obras se utilizaba siempre como lengua el latín, otro ejemplo de que estaban exclusivamente destinadas al entorno universitario (Salavert, 1994).

Esta disciplina se organizó en torno a una compleja teoría de los números y las proporciones sentando sus bases en la aritmética escolástica, en concreto en las obras de Boecio y de la corriente que procedía de los "calculatores" ingleses del siglo XIV, fundamentalmente Bradwardine y sus discípulos (López, 1979; Salavert, 1994).

El número total de primeras ediciones de obras de aritmética universitaria en España fue de 15, este aumenta a 29 si consideramos el total de ediciones, escritas por un total de

12 autores. Gaspar Lax puede considerarse el fundador de este grupo, pero la figura más importante fue su discípulo Pedro Sánchez Ciruelo. También pertenecieron a este Juan Martínez Silíceo y Tomás Durán (López, 1979; Salavert, 1994).

Sin embargo, su vigor se restringe a los años finales del siglo XV y las primeras décadas del XVI, gracias a un grupo que trabajó asentado principalmente en las universidades de París, Salamanca y Alcalá. Esto se debe a que a partir de las décadas centrales del siglo, se impuso la orientación humanística en la enseñanza de las matemáticas en las facultades de artes de las universidades y siguiendo esta orientación, se sustituyeron los textos de tradición bajomedieval por extractos de Euclides y otros autores antiguos cuyas traducciones proliferaron durante este siglo (López, 1979).

Este hecho vino influido por un acontecimiento clave ocurrido a lo largo del siglo XV, la caída de Constantinopla en 1453 que provocó la emigración hacia Italia de muchos refugiados bizantinos que llevaron consigo manuscritos originales de la civilización griega prácticamente desconocidos en Europa (Collete, 1985).

En la línea de las aplicaciones prácticas de las matemáticas, Salavert (1994) contabiliza un total de 43 primeras ediciones de aritmética práctica entre 1482 y 1600, 77 obras contando las distintas ediciones y un total de 35 autores. Sus autores fueron clérigos seculares o regulares, juristas, mercaderes, maestros de enseñanza primaria, profesores universitarios, libreros e impresores, administradores monarquícos y también personas dedicadas al cultivo de las matemáticas que junto a obras de más ambición científica, publicaron libros de este tipo (López, 1979; Salavert, 1994).

La aplicación más destacada en España fue el cálculo mercantil, tanto es así, que esta aritmética práctica concebida como útil herramienta de cálculo para la resolución especialmente de los problemas de la aritmética comercial jugó un importante papel en el despliegue del capitalismo comercial (Salavert, 1994).

Los destinatarios de estas obras fueron principalmente mercaderes pero el género se adaptó a las diversas circunstancias socioeconómicas locales. Esto se debe a que la aritmética presentaba enormes ventajas sociales e incluso posibilitaba el ascenso social aspectos acordes con el espíritu burgués que comenzaba a surgir en ciertos grupos de la sociedad (López, 1979).

Es más muchos de estos libros de aritmética escritos en lengua romance pese a no ser propiamente libros escolares, tuvieron influencia explícita en los primeros textos de enseñanza y parece razonable suponer que en ellos aprendían los maestros de las escuelas de niños durante el Antiguo Régimen (Sierra et al., 1997).

La mayoría de estos libros incluye referencias más o menos amplias al problema de la conversión de monedas, pesos y medidas, cuya diversidad constituía en la época un auténtico laberinto, pese a que los monarcas dictaron numerosas disposiciones destinadas a su unificación generalmente a petición de las Cortes y con limitada eficacia (López, 1979).

Estos manuales orientados al cálculo mercantil publicados a lo largo de este siglo presentan contenidos semejantes. Se inician con la descripción del sistema de numeración y luego presentan las cuatro operaciones aritméticas básicas. A continuación los quebrados y sus operaciones, la regla de tres, las progresiones y algunas incluyen la extracción de raíces cuadradas y cúbicas (Paradís y Malet, 1989). Estas obras muestran los progresos realizados en el desarrollo de la aritmética tanto en la representación posicional numérica, el desarrollo de las operaciones fundamentales incluyendo la extracción de raíces cuadradas y cúbicas pero sobre todo en la resolución de problemas cada vez más complejos, en particular mediante la regla de la falsa posición (Dou, 1990).

De hecho estas aritméticas mercantiles destacan sobre todo por contener un gran número de problemas especialmente orientados para servir como ejemplo a los mercaderes en las situaciones semejantes y frecuentes que ocurrían en el mundo del comercio de la época. Por eso la producción de estas obras matemáticas quedó ligada a las ciudades más ricas y económicamente desarrolladas, donde trabajaban los autores por la demanda de sus conocimientos (Paradís y Malet, 1989).

Es más, será dentro de esta vertiente práctica donde se incluyan los avances matemáticos que ya se reflejaban en otros países, por ejemplo durante el siglo XVI se produjo en Italia el mayor avance en cuanto a álgebra se refiere, la solución de la ecuación de tercer grado. En España fue el alemán Marco Aurel quien escribió en 1552 su libro "*Arithmetica algebratica*", considerado el primer libro impreso escrito en español en el que se trata el álgebra.

En su libro expone junto con los contenidos habituales de las aritméticas prácticas escritas hasta el momento un breve compendio de la parte algebraica contenida en la *Summa de arithmetica, geometría, proportioni et proportionalita* publicada por Luca Pacioli, más conocido como Fray Luca de Burgo, en 1494, libro que ejerció tradicionalmente una gran influencia (Collette, 1985; Rey, 1926).

A partir de este momento, otros autores como Pérez de Moya o Rocha siguen a Aurel incluyendo en sus obras capítulos en los que se trata el álgebra.

Pero en esta línea de aritmética práctica no se publicaron exclusivamente libros para el cálculo mercantil, sino también una serie de libros sobre aritmética y geometría relacionados con otras actividades técnicas, como la cosmografía, el arte de navegar, arte militar, arquitectura e ingeniería, y medida de tierras e incluso para el oficio de sastre (López, 1979). Esto se debe a que mientras la aritmética teórica o especulativa se relacionaba estrechamente con la geometría, la aritmética práctica resaltaba por su carácter aplicado y propedéutico hacia disciplinas cercanas, especialmente la geometría, la música y la astronomía y destacaba sus capacidades demostrativas (Salavert, 1994).

Por su parte Rey (1926) clasifica a los matemáticos en tres grupos que considera unidos en estrecha relación por la época, por su vida y fundamentalmente por la naturaleza de sus obras. Aunque está clasificación tiene similitudes con la anterior, el dejar de lado a la hora de clasificar los objetivos e intenciones de las obras lleva entre otras a clasificar las obras de Ciruelo, principal exponente de la aritmética teórica y Ortega, cuya obra se encuadra claramente en la corriente práctica, dentro del mismo grupo.

En concreto, en primer lugar durante casi la primera mitad del siglo y con la aritmética como principal característica destacan Pedro Ciruelo, Juan Martínez Silíceo, Gaspar Lax, Miguel Francés, Juan de Ortega Ortega y Alvaro Tomás.

Un segundo grupo en el que la aritmética algebraica es la rama cultivada y que tiene como máximos exponentes a Marco Aurel, Pérez de Moya, Antich Rocha y Pedro Núñez.

Finalmente, la creación por Herrera de la Academia de Matemáticas señala el comienzo de una tercera época, en la que predominan los estudios geométricos con Herrera, Molina, Falcó, Rodrigo Porras o Firrufino como principales exponentes.

Sin embargo, ninguno de estos cultivadores de las matemáticas en España lo hizo de forma original, salvo en detalles de importancia secundaria. En definitiva, en la sociedad española del siglo XVI el cultivo de las matemáticas no llegó a alcanzar autonomía, estando siempre sometido a las limitaciones que imponía la enseñanza universitaria o a las aplicaciones de carácter práctico, a excepción de la actividad de algunos autores aislados (López, 1979).

2.4. LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ESPAÑA DEL SIGLO XVI

López (1979) detalla ampliamente en su obra la enseñanza de las ciencias durante el siglo XVI, en el caso de la enseñanza de las matemáticas en los distintos niveles considera lo siguiente:

La enseñanza primaria de la época estaba a cargo de los maestros de escribir y contar y dependía, en mayor o menor medida, de los municipios, que solían subvencionar a maestros o concretar con clérigos seculares u órdenes religiosas el funcionamiento de escuelas elementales. Estos maestros de escribir y contar enseñaban junto con la lectura y la escritura las reglas más elementales de la aritmética

En las poblaciones de cierta importancia se encontraban las escuelas de gramática, que con muy diversos niveles desempeñaban el papel de centros de tipo medio o secundario. En estas escuelas no solían impartir ninguna materia relacionada con la ciencia

En el nivel superior se encontraban las universidades. La estructura universitaria estaba integrada por la facultad de artes, que tenía un carácter preparatorio y por las cuatro facultades mayores de teología, cánones, leyes y medicina. En la enseñanza universitaria en teoría el uso del latín era obligatorio, hasta el punto de que en algunas ocasiones se llegó a multar a los estudiantes que utilizaban la lengua vulgar. Sin embargo, la realidad era distinta, los profesores que dominaban el latín eran escasos y era habitual el uso del romance en todos los niveles de enseñanza.

Además, a lo largo del siglo XVI, se produce un alza espectacular de la evolución global de la matrícula universitaria española que se acusa en sus últimas décadas. En Castilla, el número de matriculados comienza a aumentar a partir del reinado de los

Reyes Católicos y prosigue su crecimiento a lo largo del siglo XVI. Aunque los cómputos resultan problemáticos, la universidad de Salamanca concentraba el mayor número de alumnos, se ha dicho que llegó a oscilar entre 5.000 y 7.000 inscritos anuales; Alcalá de Henares rebasaría los 3.000; Valladolid acercarse a los 2.000; Baeza rondar los 600, mientras Sigüenza no alcanzaría nunca más de cien (Rodríguez-San Pedro, 1986). En Aragón la universidad de mayor importancia fue la de Valencia.

En las universidades las matemáticas se limitaban a la facultad de artes y dado su carácter preparatorio todos los alumnos que habían cursado estudios en las facultades mayores debían haber aprendido nociones de carácter científico entre ellas de matemáticas. Sin embargo, muy pocas universidades disponían de cátedras específicas de matemáticas, excepciones son las cátedras en las universidades de Alcalá o Valencia; mientras que a menudo formaban parte de la cátedra de Filosofía Natural o la de Astrología como en las universidades de Salamanca o Huesca; o ni si quiera había cátedras funcionando durante el siglo como en Valladolid o en Santiago. En definitiva, la enseñanza de las matemáticas solía ser insuficiente (Dou, 1990; López, 1979; Salavert, 1995).

Ejemplo de ello son las palabras de Juan Herrera, director de la Academía de Matemáticas de Madrid, que consideraba ineficaces a las universidades en la importanción de conocimientos científicos, puesto que pese a tener dotadas cátedras de matemáticas, acudían a ellas tan pocos alumnos que era difícil encontrar en todo el reino personas con unos mínimos conocimientos científicos (Esteban, 2002).

Esto contrasta con otros países como Italia en el que desde el siglo XV, pero sobre todo en la primera mitad del siglo XVI se multiplicaron las cátedras de matemáticas (Dou, 1990).

La complejidad y especialización que exigían las diferentes actividades de tipo tecnológico, en continuo desarrollo durante este siglo, propiciaron la creación de nuevas instituciones educativas de carácter específico (Salavert, 1995). Por eso, las enseñanzas de matemáticas no se impartían únicamente en escuelas o universidades, sino que otras instituciones impartían también esta materia, entre ellas destaca la Academia de las Matemáticas de Madrid creada a finales del siglo XVI. Concretamente, Felipe II aprobó a finales de 1582 la fundación en Madrid de la Academia de Matemáticas, gracias a la iniciativa de su Aposentador Mayor, el arquitecto Juan de Herrera y las lecciones públicas se iniciaron en octubre del año siguiente.

Juan de Herrera planteó como objetivo de la Academía fomentar la enseñanza de las matemáticas con vistas a sus aplicaciones de carácter científico y técnico. En definitiva esta iría dirigida a formar aritméticos teóricos y prácticos, geómetras, astrónomos, cosmógrafos, cartógrafos, pilotos de naves, arquitectos y fortificadores, ingenieros, artilleros, militares, fontaneros e incluso pintores y escultores. Para lo cual se leerían diferentes libros y textos en función de los objetivos del alumno (Esteban, 2002).

Pese al amplio ámbito con el Herrera la diseñó, desde sus inicios su actividad se limitó en esencia a la enseñanza de las materias cosmográficas, las asociadas con la navegación y ya a finales de siglo se amplió a temas relacionados con la artillería y la fortificación (Esteban, 2002).

Esteban (2002) presenta también algunas de principales características de esta instución:

- Se diferenciaba al menos en la teoría con las enseñanzas universitarias es que las clases se impartían en castellano.
- Se planteó la posibilidad de que los alumnos que lo deseasen pudieran obtener el título de la especialidad que habían estudiado, después de demostrar su aprovechamiento por medio del correspondiente examen, aunque no hay datos de que esto llegase a suceder en alguna ocasión.
- Las lecturas estaban abiertas gratuitamente a cuantas personas le interesasen aunque iban principalmente dirigidas a los nobles de la corte.
- La Academia se ocupó también de la traducción al castellano de textos científicos y de la publicación de obras originales de sus miembros.

Otro lugar en el que se imparten enseñanzas de matemáticas es la casa de Contratación de Sevilla en concreto relacionadas con la astronomía y la náutica aunque estas desaparecen prácticamente a lo largo de la primera mitad del XVII (López, 1979).

El progreso de la técnica en la artillería, hizo cada vez más necesario que estos profesionales poseyeran conocimientos matemáticos, por ello en el último tercio del siglo una de las razones que con frecuencia se presentaban para fomentar la enseñanza de las matemáticas era “la falta que había en el reino de artilleros”. Incluso Julian

Firrufino fue contratado en 1589 por la corona para "leer y mostrar las matemáticas y arte de la artillería" en la escuela de Burgos (López, 1979).

Otro ejemplo del interés por la impartición de estos conocimientos es la orden dada en las Cortes de 1587 de fundar escuelas municipales para la enseñanza de matemáticas en las principales ciudades de Castilla, orden que fracasó por el desinterés de las ciudades (Esteban, 2002; Salavert, 1995).

En definitiva, la enseñanza de las matemáticas no destacaba especialmente ni en la enseñanza elemental ni en las universidades, sobre todo en las castellanas, pero sí lo hacía en otras instituciones que con mayor o menor acierto buscaron impulsar la enseñanza de las matemáticas para favorecer sus aplicaciones de carácter práctico.

2.5. LA DIFUSIÓN DE LAS MATEMÁTICAS EN LA ESPAÑA DEL SIGLO XVI

El desarrollo de la imprenta favoreció desde finales del siglo XV la difusión de libros y contribuyó a unificar los conocimientos, eliminando las diferencias entre manuscritos causadas por los diferentes copistas, aunque aun muchos impresores se permitían añadir variantes en las obras (Collete, 1985).

La imprenta se introdujo en España tempranamente (concretamente en el año 1472) apenas una década después que en Italia, dos años después que en Francia y antes que en Inglaterra y los Países Bajos. Durante el siglo XV se imprimieron casi 1000 incunables en 27 ciudades españolas, en el siglo XVI se publicaron unas 10000 ediciones y la imprenta llegó incluso a México, Lima y Filipinas (López, 1979).

La aparición de la imprenta favoreció también la divulgación de diversos textos matemáticos; e impulsó la aparición de distintas publicaciones con fines educativos, por ejemplo los manuales de cálculo, los libros de aritmética… Incluso se considera que el primer libro impreso fue una aritmética escrita en italiano publicada en Treviso en 1478 (Gómez, 2011a).

En España, entre 1475 y 1600 se imprimieron 77 primeras ediciones de obras científicas sobre matemáticas (López, 1979). Centrándonos en el campo de la aritmética se publicaron 58 primeras ediciones de textos entre 1482 y 1660 y si se consideran todas sus ediciones en este periodo la cifra aumenta hasta 106 (Salavert, 1994).

Sin embargo, diferentes obstáculos dificultaban la difusión de los conocimientos científicos y la publicación de obras en la sociedad española del siglo XVI entre otros López (1979) considera:

- Obstáculos ideológicos: Tras un periodo inicial de libertad y privilegios, a partir de 1502 la censura fue implementada y se hizo necesario conseguir una licencia para poder publicar libros. Además, la Inquisición pese a no encargarse de la expedición de licencias, sí desempeñaba un papel central pues podía eliminar de circulación o mandar expurgar los libros impresos. De hecho en 1551 se publicó la primera edición del Índice de libros prohibidos de la Inquisición española.
- Obstáculos económicos: Ni en el estamento de la nobleza ni en el eclesiástico la ciencia tuvo en general gran relieve, fueron los estratos medios urbanos, en concreto mercaderes y comerciantes los que sí requerían de formación matemática para dedicarse a la actividad económica. Por ello los únicos textos científicos que normalmente resultaban rentables eran los manuales utilizados para la enseñanza, los de cuentas o cálculo mercantil y los relativos al cambio o reducción de monedas
- Otras cuestiones como el hecho de que los textos impresos no tenían como función primaria transmitir las novedades a la comunidad científica, por eso numerosas obras fueron redactadas a lo largo de muchos años o impresas hasta dos o tres décadas después de ser escritas. Ejemplo de ello es la obra de álgebra de Pedro Núñez (1567), el mismo autor reconoce que la escribió 30 años antes pero por haber estado muy ocupado no pudo publicarla hasta ese momento.

Por el contrario algunos aspectos que sí favorecieron la difusión social de las matemáticas furon la utilización de la lengua vulgar como idioma científico, por ejemplo en las clases que se impartían en la Academia de las Matemáticas de Madrid (Esteban, 2002) o en el terreno de las publicaciones matemáticas, el hecho de que entre las 92 aritméticas españolas publicadas entre 1482 y 1600, 77 estuviesen escritas en lengua vulgar (Salavert, 1994).

Respecto a la comunicación con el resto de Europa, López (1979) en su estudio de la ciencia y la técnica en este siglo distingue dos etapas:

- En la primera, la apertura renacentista fue la característica dominante, era habitual la circulación de libros, la repercusión de las ideas, los viajes y estancias de científicos extranjeros en España y la presencia en el resto de Europa de científicos españoles.
- La situación cambia radicalmente desde los años 1557 y 1559, la represión ideológica impuso un estricto control de la actividad intelectual, se censuraron fuertemente los libros extranjeros, se expurgaron bibliotecas y Felipe II en 1559 en su condición de rey de la Corona de Castilla prohibió a sus súbditos estudiar y enseñar en las universidades extranjeras, exceptuando las de la Corona de Aragón, la portuguesa de Coímbra y un pequeño número de universidades italianas: la de Bolonia, la de Roma y la de Nápoles.

En definitiva, el siglo XVI fue un periodo de ferreo control por parte de la Iglesia tanto de la enseñanza, pues controloba en mayor o menor medida desde los niveles básicos hasta las universidades, como de las publicaciones. En el caso de las publicaciones matemáticas, destacan dos factores:

- La importancia de la aritmética práctica frente a la rama universitaria, un 72,6% de los textos de aritmética publicados formaban parte de esta primera rama (Salavert, 1994).
- La publicación de un elevado número de obras en lengua vulgar; de hecho del total de textos científicos impresos en España durante el siglo XVI en lengua vulgar, el 63,9% eran de matemáticas (López, 1979).

3.

METODOLOGÍA

En este capítulo se describe la metodología que se seguirá para realizar esta investigación y que fue planteada a lo largo del marco teórico.

La investigación que se realizará será cualitativa, definida como una investigación interpretativa, con preponderancia de lo subjetivo y una concepción de la realidad social desde la perspectiva humanística (Bisquerra, 1989). Será también descriptiva, pues se describirán un conjunto limitado de fenómenos en un momento determinado, sin realizar juicios o valoraciones (Fox, 1981), muestral (seleccionando una parte del conjunto total de datos) y ex post facto, pues se realiza el análisis retrospectivo de un fenómeno que ocurrió de forma espontánea y que no se puede volver a producir (Bisquerra, 1989).

Teniendo en cuenta las consideraciones realizadas en el marco teórico, el modelo de investigación a través del cual se abordará el problema es el histórico basándose en el análisis de libros de texto antiguos de matemáticas; entendiendo la investigación histórica como aquella que trata de aclarar un problema de interés actual mediante el estudio y la comprensión de los materiales ya existentes (Fox, 1981).

Se utilizarán como técnica de análisis el análisis de contenido y dentro de los enfoques que pueden realizarse de este se utilizará el análisis conceptual.

Diversos autores han expuesto las distintas fases necesarias para realizar una investigación histórica de la Educación, Ruiz Berrio (1997) considera los siguientes seis conjuntos de tareas:

- Planteamiento de la investigación.
- Elaboración de hipótesis y modelos.

- Selección de fuentes histórico-educativas.
- Análisis de la documentación.
- Verificación de las hipótesis.
- Construcción de la síntesis explicativa.

A su vez, González y Sierra (2003) proponen:

- Planteamiento de la investigación.
- Heurística. Crítica.
- Análisis de la documentación.
- Hermenéutica.
- Finalmente plantean una última etapa de exposición de resultados.

Incluso otros autores como Maz (2005), C. López (2011) o Picado (2012) realizan reinterpretaciones de estas fases para la realización de investigaciones históricas, por ello basándonos en estas propuestas, se han tomado como fases para la investigación las siguientes:

a) Planteamiento de la investigación. Se trata de la primera etapa del método de investigación, la principal tarea es la selección del tema de la investigación concretando a su vez el periodo histórico que se investigará. Para ello será necesario conocer el estado de la cuestión y realizar un sondeo de los fondos documentales que permitirá conocer las posibilidades de material con el que llevar a cabo dicha investigación. En esta etapa se establecerá el marco teórico que fundamente la investigación y se definirán el problema de investigación y los objetivos a lograr.

b) Selección de las fuentes documentales. En esta fase se lleva a cabo la búsqueda y localización de las fuentes. A continuación se procederá a la selección según los criterios establecidos para tal fin de modo que las obras elegidas se acerquen al propósito, a los objetivos marcados para la investigación y a la clasificación de fuentes documentales.

c) Análisis de la documentación. A través del análisis de la documentación se estudian los documentos elegidos como fuentes en la fase previa. En esta fase se seleccionan las técnicas de análisis y se diseñan los instrumentos necesarios que permitan abordar los objetivos que se hayan planteado.

d) Interpretación de los datos. En esta etapa se interpretan los datos obtenidos en el analisis realizado, buscando dar una respuesta adecuada a las preguntas planteadas, abordar todos los objetivos pretendidos e indicar las posibles causas por las que se produjeron los hechos analizados.

e) Construcción de la síntesis explicativa. Esta fase tiene como objetivos la comunicación de los resultados y conclusiones, la elaboración de una memoria escrita que los recoja y la difusión de los datos relevantes obtenidos.

3.1. PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

Problema de investigación

El problema de investigación planteado en este trabajo es conocer cuál fue el tratamiento tanto matemático como didáctico presente en los libros de aritmética publicados en castellano durante dicho siglo XVI.

El interés de esta investigación, viene motivado por el contexto que incluye a estas obras, fueron publicadas tras el desarrollo de la imprenta, están centradas en enseñar aritmética a los comerciantes de la época en un momento histórico de crecimiento comercial y tuvieron una gran influencia durante este siglo e incluso los posteriores, algunas incluso contaron con ediciones en otros idiomas y fueron editadas hasta 200 años después de su publicación.

Por estos hechos se ha considerado relevante realizar una caracterización general de cada una de las obras, centrándose no solo en los contenidos matemáticos que incluían sino también en los aspectos didácticos presentes en ellas debido a su propósito de favorecer el aprendizaje de contenidos matemáticos y todo ello siempre ubicándolas en la medida de lo posible dentro del contexto socio-cultural en el que se incluyen.

Finalmente, se buscará realizar una comparación entre todas ellas, para contrastar las similitudes y diferencias que presentan.

Los aspectos generales a los que este estudio busca responder son:

¿Quiénes eran los autores de obras de aritmética del siglo XVI? ¿En qué medio académico, ocupacional, social, político y económico se incluían dentro de la España del siglo XVI? ¿Qué relación tenían con las matemáticas? ¿Cómo influye este contexto social y académico en sus obras?

¿Cuáles son los contenidos matemáticos que incluyen los libros de aritmética del siglo XVI en España? ¿Qué tratamiento reciben dichos contenidos? ¿Se presenta una evolución a lo largo de los años?

¿Manifiestan las obras de aritmética publicadas en este periodo evidencias del interés didáctico de los autores? ¿Qué tipo?

Con el propósito de responder a estas preguntas se han planteado los objetivos de esta investigación.

Objetivos

El objetivo general propuesto para esta investigación es analizar didáctica, social y matemáticamente los libros de aritmética escritos en castellano y cuya primera publicación se produjo durante el siglo XVI.

Este objetivo general se desglosará en los siguientes objetivos específicos:

- O1. Identificar a los autores de los libros de aritmética en castellano publicados por primera vez en el siglo XVI, contextualizándolos en el medio académico, ocupacional y social de dicho siglo.
- O2. Conocer las influencias sociales incluidas en cada aritmética, señalando entre otros, los objetivos planteados, los lectores a los que va dirigida y la importancia y uso de la misma.
- O3. Analizar el contenido matemático de cada obra a través del análisis conceptual, con el fin de determinar los temas matemáticos incluidos y el desarrollo de dichos temas.

- O4. Realizar un análisis didáctico de cada obra considerando algunos de los distintos organizadores curriculares presentados por Rico (1997).
- O5. Realizar un análisis comparativo de los resultados obtenidos de cada obra en los análisis previos, con el fin de determinar el tratamiento matemático y didáctico presente en las obras de aritmética del siglo XVI.

3.2. SELECCIÓN DE LAS FUENTES DOCUMENTALES

La selección de las fuentes se realizó a través de un proceso de búsqueda, localización, revisión y clasificación de libros de aritmética del siglo XVI publicadas por autores españoles o en España.

Búsqueda y localización de las fuentes

Para localizar los libros con contenidos de aritmética escritos en el siglo XVI publicados en España se tuvieron en cuenta los estudios previos realizados por Rey Pastor (1926), Salavert (1990), Dou (1990), Salavert (1994) y las referencias encontradas en distintas bibliotecas y repositorios.

El estudio de Rey Pastor (1926) divide a los matemáticos del siglo XVI en tres grandes grupos: Los aritméticos, los aritméticos algebraicos y los geómetras. Considerando los dos primeros pues incluyen aritmética en sus obras se incluyen Pedro Ciruelo, Juan Martínez Guijarro Siliceo, Gaspar Lax, Miguel Francés, Juan de Ortega, Alvaro Tomás, Juan Martín Blasio, Mossen Juan Andrés, Pedro Melero, Juan Gutiérrez de Gualda, Pedro Espinosa, Gaspar de Texeda, Joan Ventallol, L. Baeza, Marco Aurel, Perez de Moya, Antich Rocha, Juan Bautista Tolrá, Pedro Núñez, Juan Segura, Gonzalo Busto, Jeronimo Muñoz, Monz, Jácome Blanco, Jerónimo Cortés, Antonio Rodríguez, Manuel de Figueiredo, Sebastián Fernández y Miguel J. Santa Cruz.

Dou (1990) amplia el trabajo de Rey Pastor incluyendo autores matemáticos de los siglos XVI y XVII, en concreto 26 de ellos pertenecen al siglo XVI aunque en muchos de ellos no especifica si sus trabajos son relativos a la aritmética, la geometría u otras ramas de conocimiento. Los autores a los que menciona son Cedillo, Cortés, Díez Freile, Durán, Espinosa, Esquível, Jaraba, Muñoz, Ondériz, Pérez de Mesa, Poza, Río-Riaño, de Santa Cruz, Zamorano, Monzó, Nebrija, Villalpando, Alcega, Aurel, Pedro Sanchez

Ciruelo, Gaspar Lax, Juan Martínez Siliceo, Ortega, Perez de Moya, Rocha, Sant Climent.

Salavert (1990) en su estudio sobre la aritmética práctica en la Corona de Aragón en el siglo XVI incluye 20 autores, aunque dos de ellos, Santcliment y Juan Bautista Tolrá, no publicaron ninguna de sus obras en dicho siglo sino en el previo y el posterior respectivamente. Entre ellos, aparecen autores de obras en catalán como Joan Ventallol o Thomás de Perpenyá y autores de obras en castellano publicadas en el siglo XVI como Fray Juan de Ortega, Juan Andrés, Antonio Adrián de Aínsa, Pedro Melero, Juan de Yciar, Juan Gutiérrez, Marco Aurel, Juan de Timoneda, Juan Lorenzo Palmireno, Antich Rocha, Melchor García de Carbó, Francisco de Orleans, Miguel Gerónimo de Santa Cruz, Bernat Vila, Juan de Belveder y Jerónimo Cortes. En general, en todas estas obras están presentes de uno u otro modo contenidos aritméticos pero desde diversos planteamientos.

Salavert (1994) completa su estudio sobre la aritmética en el siglo XVI recogiendo ya autores de toda España, para ello distingue dos corrientes en el estudio de estos conocimientos en el siglo XVI la universitaria y la práctica. Incluye a 12 autores de la corriente universitaria: Pedro Sánchez Ciruelo, Juan Martínez Silíceo, Bartolomé Barrientos, Luis Baeza, Miguel Berenguer, Tomás Durán, Pedro Espinosa, Gaspar Lax, Pedro Juan Monzó, Jerónimo Muñoz, Elio Antonio de Nebrija y Juan Segura. En la corriente práctica considera un total de 35 autores, muchos de ellos ya incluidos en el trabajo anteriormente mencionado, añade además a Jerónimo de Valencia, Pérez de Moya, Victoriano Zaragozano, Pedro Bejarano, Jâcome Blanco, Roberto Cenal, Juan Díez Freile, Miguel de Eleizalde, Manuel Fernández Lagasa, Andrés García de Lovas, Antonio Martí, Pedro Núñez, Francesc Pellós, Ignacio Pérez, Antonio Rodríguez, Gaspar de Tejeda y Bartolomé de Vega.

Se consultaron además distintas bibliotecas entre las que se encuentran bibliotecas universitarias como la de de la Universidad de Salamanca o la de la Universidad de Granada. Y repositorios y bibliotecas digitales, como Google Books, la Biblioteca Virtual de Andalucía, la Biblioteca Digital de Castilla y León, la Biblioteca Virtual Miguel de Cervantes, la Biblioteca Digital Hispánica de la Biblioteca Nacional de España.

Finalmente, se comprobó si los autores considerados y sus obras formaban parte de sus fondos documentales.

Criterios utilizados para la selección de fuentes primarias

La búsqueda realizada proporcionó más de 50 autores españoles o que publicaron en España libros con contenidos de aritmética a lo largo del siglo XVI lo que hizo necesaria la definición de una serie de criterios de selección que permitieron controlar y reducir de manera conveniente y razonada la muestra sobre la cual se realizó el análisis.

- **Idioma:** Se considero como condición imprescindible que los libros estuvieran escritos en castellano, sacando del estudio aquellos escritos en latín, catalán u otras lenguas. Este criterio implicó que solo se consideraran obras de la corriente de aritmética práctica, pues todas las obras de la corriente de aritmética universitaria fueron escritas en latín (Salavert, 1994).
- **Fecha de publicación:** La primera publicación de cada obra debió realizarse durante el siglo XVI. Sin embargo, en algunas ocasiones por cuestiones de disponibilidad no ha sido posible analizar esta edición si no alguna posterior, en cualquier caso la primera edición de la obra debió realizarse en este periodo y no en una fecha anterior o posterior.
- **Titulo con la denominación de aritmética:** La existencia de varios libros cuyos contenidos si bien sí eran aritméticos se centraban exclusivamente en aspectos relacionados con las conversiones de monedas, llevó a la elección de libros cuyo título identificara explícitamente la enseñanza de la aritmética.
- **Disponibilidad del texto**: La lejanía en el tiempo de publicación de algunos de estos libros dificulta el acceso a ellos, por tanto se escogieron obras que estuvieran disponibles cuando fuese necesario. Esto hizo que la muestra elegida fuera intencional y por conveniencia.

A continuación, se presenta un listado de los libros de aritmética seleccionados que cumplen dichos criterios.

- Andrés, J. (1515). *Sumario breve de la practica de la arithmetica*. Valencia: Juan Joffre.
- Aurel, M. (1552). *Libro Primero de Arithmetica Algebratica*. Valencia: Casa de Ioan de Mey Flandro.
- Gutierrez, J. (1564). *Arte Breve y muy provechoso de quenta castellana y Arithmetica.* Zaragoza: Casa de Pedro Bernuz.
- Nuñez, P. (1567). *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria.* Amberes: Casa de los herederos d'Arnoldo Birckman a la Gallina gorda.
- De Ortega, J. (1512). *Conpusicion de la arte de la arismetica y Juntamente de geometria*. Lyon: casa de Maistro Nicolau de Benedictis.
- Perez de Moya, J. (1562). *Arithmetica practica, y specvlatiua.* Salamanca: Mathias Gast.
- Rocha, A. (1564). *Arithmetica.* Barcelona: Casa de Claudio Bornat a la Águila Fuerte.
- De Santa Cruz, M.G. (1625). *Libro de arithmetica especvlativa, y práctica, intitvlado, el Dorado Contador, contiene la fineza y reglas de contar oro y plata, y los Aneajes de Flandes.* Madrid: Viuda de Alonso Martín.
- De Texeda, G. (1546). *Suma de Arihtmetica Practica y de todas Mercaderias con la horden de contadores.* Valladolid: Oficina de Francisco Fernández de Córdoba.
- De Yciar, J. (1549). *Arithmetica Practica.* Zaragoza: Casa de Pedro Bernuz.

Añadir que aunque ni Pedro Nuñez ni Marco Aurel son autores españoles, sí publicaron sus obras en castellano y la relevancia de sus obras en España tanto en dicho siglo como en el posterior ha llevado a su inclusión en este estudio (Rey, 1926; Salavert, 1990; Puig y Fernández, 2013).

3.3. ANÁLISIS DE LAS FUENTES SELECCIONADAS

Una vez seleccionados los distintos textos a analizar, se elaboraron fichas bibliográficas adaptando las propuestas por Maz (2005).

Fichas para el registro de datos

Las fichas bibliográficas se elaboraron con el objetivo de caracterizar al autor de cada obra, la estructura de la misma y los aspectos didácticos y matemáticos a analizar.

1. Datos sobre el autor.

La recopilación de información sobre cada autor tendrá como objetivo favorecer la ubicación del mismo en el contexto social y cultural de la época. Esto facilitará comprender las influencias que recibieron los autores en el momento de escribir sus obras, que posibilidades tuvo de acceder a los conocimientos de la época, etc.

- Fecha y lugar de nacimiento/fallecimiento.

Esta información básica permitirá caracterizar el periodo concreto en el que vivió el autor, diferenciando así los autores de principio de siglo con aquellos que publicaron sus obras al final del periodo elegido. Estos datos unidos con su ubicación geográfica facilitarán conocer el contexto cultural, social y político que le rodeó.

- Centros de formación donde cursó estudios.

Informarán sobre el contexto científico y filosófico en el que se movió el autor y las influencias que de este pudo recibir.

- Profesión(es) y lugares donde ejerció su profesión (principalmente la relacionada con las matemáticas).

Igual que el anterior este campo nos informa del contexto científico y filosófico en el que se movió el autor y las corrientes por las que pudo verse influido. Además, de acercarnos a las posibles labores del autor relacionadas con las matemáticas y su enseñanza.

- Relación con personas significativas (principalmente en el campo de las matemáticas).

Este dato permitirá ampliar el contexto cultural, científico y filosófico que rodeó al autor, destacando las posibles influencias de personas relacionadas con las matemáticas que formaron parte de su vida.

- Obras publicadas.

El conocimiento sobre las obras publicadas por el autor y sus contenidos principales permitirá ubicarlo como matemático y educador.

- Otra información relevante.

Este campo permitirá la inclusión de cualquier otro dato que sea relevante de cara a conocer más información decisiva sobre el autor, su obra u otro aspecto de su vida.

- Referencias bibliográficas.

Se indicará referencias bibliográficas en las cuales se pueda ampliar información sobre los autores analizados y sus obras.

Tabla 2. Parrilla para el análisis del autor.

CAMPO	**AUTOR**
Fecha y lugar de nacimiento/fallecimiento	
Centros de formación donde cursó estudios	
Profesión(es) y lugares donde ejerció su profesión (principalmente la relacionada con las matemáticas).	
Relación con personas significativas (principalmente en el campo de las matemáticas	
Obras publicadas.	
Otra información relevante.	
Referencias bibliográficas	

2. Datos sobre la estructura del libro de texto

Esta caracterización sobre las estructura de las obras pretende aportar una visión global sobre cada una de ellas, presentando las diferencias o similitudes que entre cada una de ellas puede encontrarse. Los libros seleccionados se trabajaron a través de su versión digitalizada por ello para su descripción física se tomaron las observaciones realizadas por otros autores.

- Edición, año, ciudad, imprenta.

Estos datos sitúan la obra en el contexto histórico en el que fue publicada.

- Año de la primera edición.

A través de este dato se pretende ubicar con la mayor precisión posible la fecha de publicación de la primara edición de una obra para contextualizarla en el momento histórico en el que fue escrita, permitiendo a su vez considerar los posibles cambios entre las diferentes ediciones.

- Ediciones conocidas.

Este dato facilitará con la mayor precisión posible todas las fechas de edición de las diversas obras, con el objetivo de conocer su relevancia a lo largo de los años e incluso si fue traducida a otros idiomas.

- Extensión y estructura.

Se incluirán todos los datos de este carácter conocidos: el número de páginas del libro, si incluye introducción, prólogo, el número de capítulos que presenta, la estructura de sus contenidos, etc.

-Objetivo(s) general(es) de la obra.

Se indicarán las intenciones y deseos que el autor pretende que los lectores consigan con la lectura de su obra. Se buscará también en la medida de la posible identificar los lectores a los que iba dirigida la obra.

-Autores en los que se basa y otras influencias.

En ocasiones los autores no plasman en sus libros sus aportaciones personales de tipo matemático, si no que siguen las aportaciones e influencias de otros matemáticos. Este campo recogerá a todos los autores a los que se hace referencia o de los que se tomaron ideas indicando en la medida de lo posible a aquellos de los que incluso se copiaron partes textuales. Esto nos permitirá además conocer cuáles eran los autores y las obras que más influían en los autores de la época.

-Valoración global de la obra.

Se indicará de qué modo el texto pudo influir sobre otros autores de la época o en la enseñanza de estos contenidos. Se tendrán en cuenta las valoraciones de estas obras que han realizado distintos investigadores de renombre en el tema. En definitiva, este campo permite conocer la relevancia dada a las obras por la comunidad científica.

Tabla 3. Parrilla para el análisis de la estructura de cada obra.

CAMPO	OBRA
Edición, año, ciudad, imprenta.	
Año de la primera edición.	
Ediciones conocidas.	
Extensión y estructura.	
Objetivo(s) general(es) de la obra.	
Autores en los que se basa y otras influencias.	
Valoración global de la obra.	

3. Datos sobre el contenido del libro de texto

A través de este apartado se pretende sistematizar la información hallada en las obras tanto sobre las ideas y conceptos matemáticos, como los diversos aspectos didácticos presentes en cada una de ellas. Permitirá apreciar cómo se desarrollaban los contenidos en la época, que ejemplos sobre ellos se incluían y de qué modo estos se presentaban.

CONTENIDOS MATEMÁTICOS A ANALIZAR

- Definición de aritmética.

Se recogerá la definición de aritmética si el autor la proporciona de forma explícita.

- Noción de número y de cantidad.

Se recogerán las ideas que el autor plasme de forma explícita sobre el número y la cantidad.

- Operaciones elementales.

Se recogerán los algoritmos que presenta el autor para la realización de las operaciones básicas.

- Definición de quebrados y operaciones

Se identificará la definición explicita de quebrado y las operaciones con ellos para conocer el tratamiento dado a estos.

- Noción de proporción.

Identificación de esta noción en las obras, así como de los problemas y ejercicios que se plantean relativos a este concepto a través del uso de la regla de tres, de compañías.

- Otros contenidos recogidos en las obras.

Se recogerán otros conceptos incluidos en algunas de las obras como el de progresión, raíz cuadrada, cúbica.

- Ideas sobre geometría.

Se identificarán los conceptos sobre geometría presentes en la obra, ya sea a través de definiciones o de su inclusión en distintos problemas o ejemplos.

- Ideas sobre algebra.

Se ubicarán aquellas definiciones o menciones al álgebra que el autor realice de forma explícita en sus obras. En aquellas obras que incluyan contenidos explícitos sobre álgebra se analizará además de su definición los ejemplos y ejercicios presentes.

- Monedas y unidades de medida.

Se presentarán las principales monedas y unidades de medida para diferentes magnitudes incluidas en la obra y las equivalencias entre ellas en los que casos en los que estas vengan incluidas en la obra.

Tabla 4. Parrilla para analizar el contenido matemático de cada obra.

CAMPO	OBRA
Definición de aritmética.	
Noción de número y de cantidad.	
Operaciones elementales.	
Definición de quebrados y operaciones.	
Noción de proporción	
Otros contenidos recogidos en las obras.	
Ideas sobre geometría.	
Ideas sobre algebra.	
Monedas, pesos y medidas	

ORGANIZADORES CURRICULARES

Una revisión preliminar de las obras evidenció que en ellas tan solo se reflejaban dos de los organizadores curriculares, los sistemas de representación y la fenomenología. El resto aparecían únicamente de forma muy puntual en alguna de las obras y nuestro propósito es hacer un análisis trasversal a todas ellas, por tanto se decidió centrar el análisis en estos dos organizadores.

Sistemas de representación:

A efectos de este trabajo, como se explicitó en el marco teórico se entienden por representaciones a las notaciones simbólicas o gráficas, a través de las cuales se expresan los conceptos y procedimientos matemáticos y sus características y propiedades más importantes (Castro y Castro, 1997). En estas obras se incluyen tres tipos principales de sistemas de representación basándose en la clasificación realizada por Maz-Machado et al. (2013).

- Verbales: Los conceptos, sus propiedades, los procedimientos, etc. se explican a través de las palabras.
- Numéricas: En las obra se utilizan números, rayas y símbolos para presentar diferentes operaciones, ejercicios, ejemplos, etc.
- Gráficas: Además, de las representaciones verbales y numéricas, pueden incluirse también representaciones gráficas de tipo tabular, geométrico, esquemas, figural o mixto.

a) Se recurre a las tablas y esquemas, para agrupar los contenidos y favorecer así la comprensión del texto por parte del lector.

b) Las figuras se incluyen para ilustrar los contenidos de los libros, principalmente los relativos a la geometría.

c) Se incluyen gráficas geométricas representando polígonos básicos que sirven generalmente para explicar conceptos relacionados con raíces cuadradas.

d) En las gráficas mixtas se combinan números con líneas, figuras, corchetes, etc.

Tabla 5. Categorización de las representaciones en cada obra.

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN		OBRA
Verbales.		
Numéricas.		
Gráficas.	Tablas.	
	Figuras.	
	Representaciones geométricas.	
	Esquemas.	
	Mixtas	

Análisis fenomenológico:

A través del análisis fenomenológico se describen los fenómenos para los cuales el concepto es el medio de organización y la relación de dicho concepto con ese fenómeno (Puig, 1997).

Los fenómenos presentes en las obras se clasifican basándose en la propuesta de Maz-Machado et al. (2013) sin ser esta excluyente de otros que puedan aparecer. Para ello se han clasificado en grandes tipos subdivididos después en categorías:

1. **Fenómenos relacionados con la actividad comercial y los negocios:**

Se han incluido en esta categoría los siguientes:

- Fenómenos contables: Se presentan situaciones en las que se debe determinar una ganancia o una pérdida económica.
- Fenómenos comerciales: Se plantean contextos de compra y venta de objetos, animales, etc.
- Fenómenos de repartos: Estas situaciones requieren de la distribución equitativa de objetos o ganancias, o del uso de la regla de compañía para distribuir la rentabilidad de un depósito o negocio.
- Fenómenos salariales o de pagos: en general se utilizan para aplicar reglas de tres o de falsa posición con salarios, alquileres, rentas y otros pagos como excusa para su uso.
- Fenómenos de aleaciones: El autor presenta ejemplos de aleaciones y ligaduras entre metales según diversas especificaciones dadas.

En muchos casos estos fenómenos se presentan de forma conjunta, por ejemplo el cálculo de ganancias en una venta o un reparto, o el cálculo del coste de una pieza de oro o plata.

2. **Fenómenos relacionados con la medida**

- Fenómenos de medida: Se incluyen aquellos problemas en los que se hallan longitudes de objetos, distancias o recorridos, también los relacionados con la medida del tiempo.

- Fenómenos de agrimensura: los autores recurren a la geometría cuando quieren aplicar conceptos y fórmulas a terrenos que tienen teóricamente formas poligonales o geométricas.

Además sin formar parte de estas dos categorías, pero sí estrechamente relacionado con ellas se incluye el siguiente fenómeno:

3. **Fenómenos de cambios monetarios, de medidas o pesos:** Se plantean situaciones de equivalencias entre monedas de diversas regiones y países, o en los que se deba encontrar la equivalencia entre determinadas medidas o pesos utilizados en regiones geográficas diferentes.
4. **Fenómenos puramente matemáticos**

- Fenómenos aritméticos: Se trata de problemas asociados con operaciones con números y sin contexto.
- Fenómenos algebraicos: Se tratan contenidos algebraicos no relacionados con ninguna otra situación.
- Fenómenos geométricos: El autor recurre a ellos cuando incluye ejercicios o contenidos puramente sobre geometría sin ningún contexto, relacionados en muchas ocasiones con las raíces cuadradas y la geometría.

Finalmente, se encuentran en la obra:

5. **Fenómenos lúdicos:** Se incluyen problemas referidos a juegos o a matemáticas recreativas como pequeñas adivinanzas.

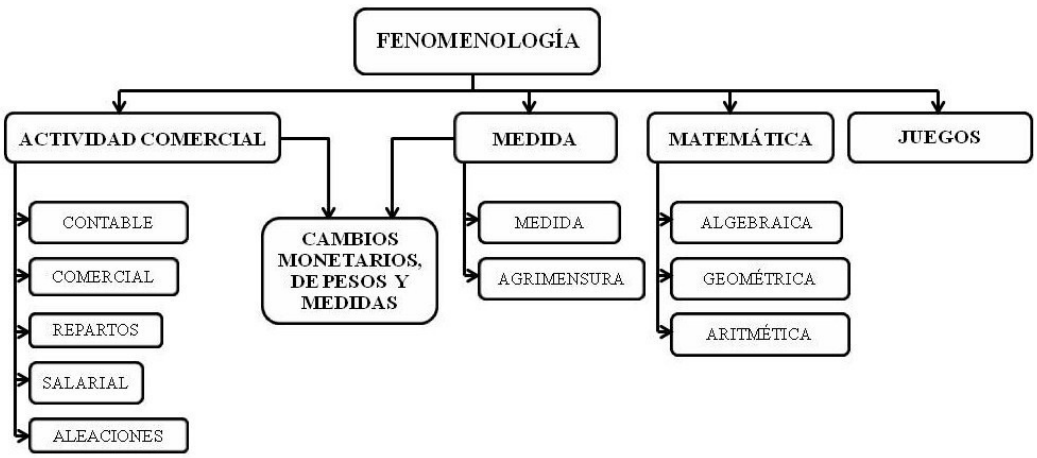


Figura 2. Esquema fenomenología incluida en la obra.

Tabla 6. Clasificación de los fenómenos incluidos en las obras.

FENÓMENOS		OBRA
Fenómenos relacionados con la actividad comercial y los negocios	Fenómenos contables.	
	Fenómenos comerciales.	
	Fenómenos de repartos.	
	Fenómenos salariales.	
	Fenómenos de aleaciones.	
Fenómenos relacionados con la medida	Fenómenos de medida.	
	Fenómenos de agrimensura.	
Fenómenos de cambios monetarios, de medidas o pesos.		
Fenómenos matemáticos	Fenómenos aritméticos.	
	Fenómenos geométricos.	
	Fenómenos algebraicos.	
Fenómenos de juegos.		

Aspectos didácticos:

De cara a caracterizar los aspectos didácticos presentes en los libros se tiene en cuenta la propuesta de Maz-Machado y Rico (2015) y se considerará:

- La actualidad de los contenidos matemáticos presentes en las obras, la inclusión de las nuevas ideas que reflejen el desarrollo matemático de dicho periodo.
- La originalidad de dichos contenidos, indicando si el autor realiza aportaciones para contribuir al desarrollo teórico y formal de las disciplinas matemáticas o si por el contrario todos los contenidos se pueden encontrar en autores de obras previas.
- El rigor y precisión que presentaban los contenidos, considerados como la forma de presentar los conceptos y definiciones desde el punto de vista matemático.
- El interés social de las matemáticas, es decir, si los contenidos matemáticos presentes se pueden encontrar dentro de algún contexto cotidiano, científico, militar, etc.
- Se incluyen otros criterios como la revisión y síntesis de los contenidos matemáticos conocidos en la época que se presentan en las obras, si la obra destaca en las aplicaciones, etc.
- Los principios filosóficos y didácticos que se manifiestan en las obras.

Tabla 7. Aspectos didácticos considerados para el análisis de cada obra.

ASPECTOS	OBRA
Actualidad.	
Originalidad.	
Rigor y precisión.	
Interés social.	
Principios filosóficos y didácticos.	
Otros: Revisión y síntesis de los contenidos matemáticos conocidos, destaca en las aplicaciones,…	

3.4. INTERPRETACIÓN DE LOS DATOS

La información obtenida al realizar la categorización de cada obra se pasará a una base de datos de estructura relacional *ad hoc* de manera que esta pueda ser manipulada para su posterior análisis.

A continuación se realizará el análisis de los datos a través de la técnica de análisis de contenido que fue previamente definida en el marco teórico, como aquella que busca identificar y describir estructuradamente los diversos significados matemáticos de la estructura matemática (Gómez, 2002). Por ser esta técnica adecuada para la investigación histórica en educación, y en concreto para estudiar el contenido de libros de texto en diferentes puntos de la historia (Cohen y Manion, 1990).

De manera más concreta dentro de análisis de contenido se utilizará el análisis conceptual, que se centra en enunciados textuales, como por ejemplo descripciones, definiciones o listas extensivas y busca examinar la diversidad de significados, las posibilidades de conexión entre los términos, contextualizar las definiciones dentro del área en que se insertan (Rico, 2001).

Para realizar el análisis del contenido matemático se fijarán como unidades de análisis las definiciones de los conceptos presentes en el libro, las relaciones que se incluyen, etc.

Se definirán como unidades de análisis para los objetivos específicos relativos al análisis didáctico-matemático y al social los párrafos de cada uno de los libros analizados.

Finalmente, partiendo de los resultados obtenidos del análisis de cada obra se realizará un análisis comparativo entre todas ellas tomando como unidades de análisis los resultados obtenidos en los análisis previos. Esto permitirá comparar los datos obtenidos en cada una de las obras para encontrar patrones y regularidades y a su vez determinar los cambios y la posible evolución en la presentación de los contenidos, los diferentes conceptos, las representaciones, la fenomenología, etc.

Finalmente añadir, que esta investigación se realiza desde el área de la Educación Matemática y por tanto se ha fijado el foco de atención en los aspectos relacionados con el área. Este hecho puede llevar a que se cometan errores de tipo sintáctico y de grafía tal como señalan (Vidal, Cuadrado, Garriga y Neolcyt, 2009).

Esquema y procedimiento para la realización del análisis

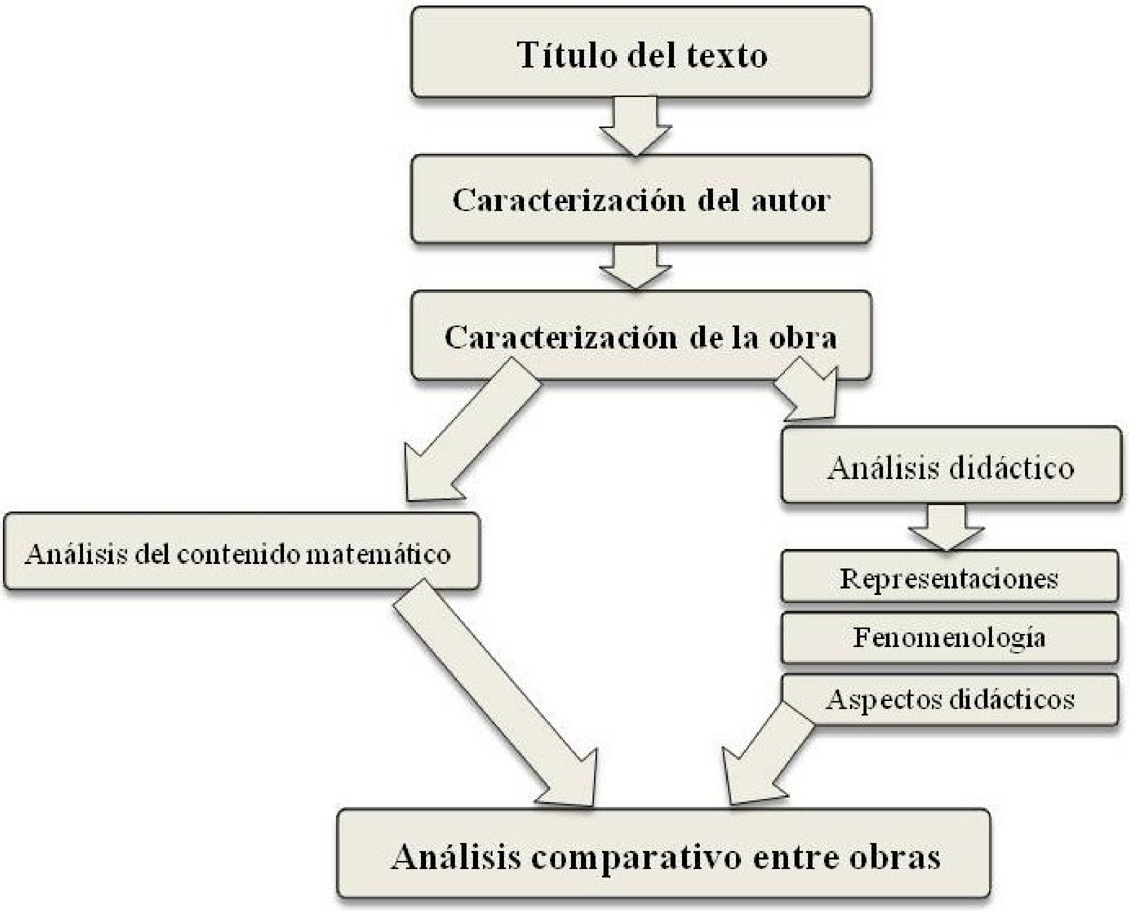


Figura 3.Esquema para la realización del análisis.

4.

RESULTADOS:

Análisis de las obras

A continuación se presenta el análisis de cada uno de los libros seleccionados. Como se ha expuesto en el capítulo previo dedicado a la metodología, este análisis se dividirá en el análisis del contenido matemático presente en la obra y el análisis didáctico que incluirá las representaciones y la fenomenología incluidas en la obra así como otros aspectos de carácter didáctico que se han considerado relevantes.

Salvo en las obras en las que se indica, en todas las demás se ha procurado analizar la primera edición de las mismas. Además, en las ocasiones en las que se citan fragmentos de las obras se ha mantenido el lenguaje original presentado por cada autor, respetando incluso lo que en la actualidad se considerarían errores ortográficos, salvo cuando este no permitía la comprensión o no era posible transcribirlo.

4.1. *CONPUSICION DE LA ARTE DE LA ARISMETICA Y JUNTAMENTE DE GEOMETRIA* (1512)

4.1.1. El autor: Juan de Ortega

Juan de Ortega nació en Palencia fue un religioso dominicano miembro de la Orden de Santo Domingo de los Predicadores que estuvo asignado a la provincia de Aragón. Además, enseñó Aritmética y Geometría en España e Italia durante muchos años privada y públicamente, como viene expresado en la licencia de una de sus obras (Diccionario Biográfico Español, 2009; Rey, 1926).

Su principal aportación a estos campos fue la elaboración de uno de los primeros libros impresos en español sobre cálculo mercantil el *Tratado subtilissimo de Aritmética y de Geometría*, impreso por primera vez en Lyon en 1512.

Su fecha de nacimiento se establece sobre el año 1480 y la de su muerte sobre el año 1567 (Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana, 1919) o 1568 (Diccionario Biográfico Español, 2009). Incluso Smith (1908) dice que el autor estaba vivo en 1567. Sin embargo Rey Pastor (1926) indica que aunque algunos autores consideran 1567 cómo la fecha de fallecimiento del autor, un hecho hace dudar de la veracidad de la misma. En concreto la duda se debe al hecho de que en las casi idénticas ediciones de su *Tratado* publicadas en 1534, de 1537 y de 1542 en Sevilla, el autor modificó las extracciones de raíces cuadradas que figuraban en la primera edición para sustituirlas por valores que satisfacen a la ecuación de Pell y por tanto dan una aproximación óptima. Pero en la edición de 1552 Gonzalo del Busto reedita en Sevilla la obra, le agrega ejemplos de arte mayor y ciertos avisos sujetos al álgebra; aunque lo más interesante es que en la propia portada del libro dice que este se ha "*enmendado con mucha diligencia, por Gonzalo Busto de muchos errores que auia en algunas impressiones passadas*", en concreto suprimiendo todas las aproximaciones de las raíces cuadradas que habían enriquecido las ediciones previas y sustituyéndolas por los antiguos valores que aparecían en la primera edición. Rey pastor se pregunta si el autor en vida habría consentido dicho cambio.

Se desconoce cualquier detalle relacionado con la formación matemática que recibió el autor, únicamente a través de su obra manifiesta haber leído la obra del autor Maestre Pelos francés.

4.1.2. La obra: Aspectos generales

Su título completo es *Conpusicion de la arte de la arismetica y juntamente de geometria: fecha y ordenada por fray Juan de Ortega de la orden de santo domingo de los predicadores*, impresa en Lyon en 1512.

Figura 4. Portada de la obra de Juan de Ortega (1512).

La obra contó con varias reediciones en España con el título de *Tratado subtilissimo de Arismetica y Geometria* en Sevilla en 1534, 1537, 1542 y 1552 y en Granada en 1563. Además, fue traducida al francés e impresa en Lyon en 1515, siendo el primer texto de aritmética comercial publicado en Francia en dicho idioma, así como al italiano donde fue publicada en Roma en 1515 y en Mesina en 1525 (Diccionario Biográfico Español, 2009). Smith (1908) añade otra edición en 1512 en Barcelona, dos en Mesina en 1522 y 1534, otra en Sevilla en 1536 y quizás otra en Paris publicada en 1540 como anónima, aunque no indica donde obtuvo esta información.

La edición correspondiente a 1512 consta de 203 páginas, comienza con un breve prólogo y siguen después 36 capítulos que incluyen las operaciones básicas por *entero*, las progresiones, las raíces cuadradas y cúbicas, los *nombres rotos*, la regla de tres, de *emprestar*, cuadrada, de compañía, de testamentos, de *baratas*, de argentería, de viajes, de posición, de dos posiciones y de geometría.

Finaliza la obra con una tabla de los capítulos que están en el tratado y una nota que dice: “Imprimido a Leon, en casa de Maistro Nicolau de Benedectis, por Joannes Trinxer, librero de Barcelona. Año del nostro Señor Jesucristo, a 30 dias del mes de deziembre, 1512” (p. 203).

En el prólogo se marca como objetivo: “que no pasasen tantos fraudes como pasan por el mundo acerca de las cuentas” (p. 1). La importancia de la aritmética para los contadores se manifiesta también al hablar de la regla de tres: “regla de tres cosas, por la qual regla puede muy prestamente qualquier contador fazer qualquiera cuenta que sea, sin la qual nenguno puede saber contar cosa nenguna” (p. 76).

Además, al hablar sobre la geometría dice: “el arte de la geometria sea tan necessaria para qualquiera persona, quiero agora brevemente poner aqui adelante el modo y manera como qualquiera persona podra medir y canear qualquiera cosa” (p. 193).

Manifiesta también que la obra va dirigida a los hombres que quieran aprender esta ciencia, no como grandes aritméticos sino como contadores entre los menores.

En definitiva, Juan de Ortega considera que el aprendizaje sobre todo de la aritmética pero también de la geometría es fundamental para cualquier persona y con este fin realiza su obra. No es de extrañar por tanto que se considere que el libro fue escrito con una finalidad esencialmente pedagógica y práctica (Diccionario Biográfico Español, 2009).

En la obra solo se hace referencia a un autor: Maestre Pelos, francés y lo hace porque considera que ha realizado un ejercicio erróneamente.

Además de las diversas reediciones, otro factor que remarca lo destacado de esta obra son los diversos autores de obras sobre aritmética escritas a lo largo del siglo XVI que citan a Juan de Ortega y su tratado, por ejemplo Juan de Yciar (1549) y Juan Gutiérrez (1564) presentan algunos problemas semejantes a los de esta obra en su aritmética e incluso admiten haber incluido una experiencia de Juan de Ortega en sus obras o Marco Aurel (1552) que sin embargo dice que Juan de Ortega cometió un error en la resolución del ejercicio sobre el tablero de ajedrez, también lo hicieron Miguel Gerónimo de Santa Cruz (1594) que menciona sus aproximaciones de raíces y sin embargo critica su resolución de un ejercicio y Antich Rocha (1564).

En esta línea, Rey Pastor (1926) afirma que la obra de Ortega alcanzó merecida fama en toda Europa, como lo prueban los elogios de sus contemporáneos y las diversas ediciones que alcanzó.

Salavert (1990) lo considera uno de los manuales de mayor influencia y éxito entre los publicados sobre esta temática en el siglo XVI. Destacando en él la aparición de supuestos con factores y la adaptación de los distintos problemas y tablas de valores a los respectivos ámbitos de edición: Cataluña, Francia, Italia y Castilla.

Sin embargo, la característica más destacada de esta obra es que en las ediciones de 1534, 1537 y 1542 se incluyen en el último capítulo del libro dedicado a la descripción de las reglas prácticas de geometría una serie de valores obtenidos por Ortega en la extracción de raíces cuadradas que no figuran en la primera edición del tratado y cuya peculiaridad reside en que todos ellos (salvo dos) satisfacen la ecuación de Pell: X^2-Ay^2=1 proporcionando una aproximación óptima a la raíz en forma de numero racional. Sin embargo, Ortega, que llegó a dar catorce valores aproximados de otras tantas raíces cuadradas, no explicó el procedimiento que siguió (Rey, 1926; Diccionario Biográfico Español, 2009).

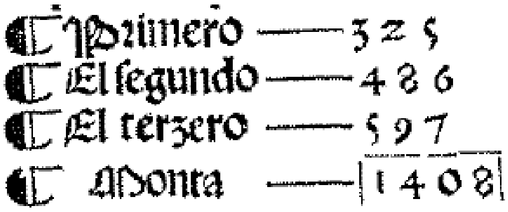
Rey Pastor (1926) concede un altísimo mérito a estos valores diciendo que su cálculo representa un avance de siglos sobre los conocimientos de la época. Sobre la inspiración para obtener estos valores dice:

> En la *Triparty* pudo inspirarse nuestro aritmético, adoptando la intercalación que Chuquet aplica, pero no es probable que Ortega conociera esa obra, que estuvo inédita muchos años, ni se sabe que viajara por Francia, donde habría podido conocer a su autor; más bien es creíble que se inspirase en alguna fuente árabe, y aun en la misma *Summa*, donde hay casos aislados de intercalación, y que él la aplicara sistemáticamente hasta llegar al resto mínimo. (p. 80)

Desafortunadamente, la edición de 1552 fue publicada por González del Busto, quien añadió algunos pasajes sobre álgebra y elimino las aproximaciones a las raíces de las anteriores ediciones. Estas aproximaciones tampoco figuran en la edición de Granada, que incluye en cambio un tratado de reducción de monedas del autor Juan Pérez de Moya (Diccionario Biográfico Español, 2009).

4.1.3. Análisis del contenido matemático

La obra no incluye ninguna definición de aritmética o número, explica directamente las operaciones elementales pero tampoco define el significado de estas, simplemente lo hace a través de ejemplos. Comienza explicando cómo nombrar cualquier cuenta o suma. A continuación, explica cómo has de *ajuntar* una suma con otra o con muchas, diferenciando entre sumar números simples (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0), número *desenal* (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90) y número más que *senal* (11, 12, 13,.., 21, 22,.. etc.).

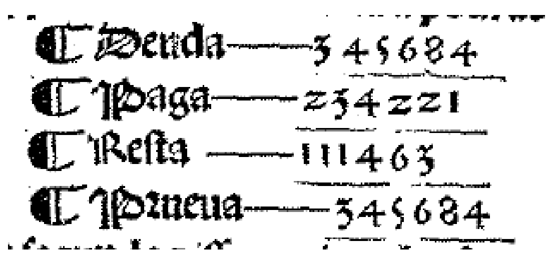


¶ Primero —— 3 2 5
¶ El segundo —— 4 8 6
¶ El terzero —— 5 9 7
¶ Monta —— 1 4 0 8

Figura 5. Suma en la obra de Ortega (1512, p. 5).

Incluye ejemplos en los que se suman monedas considerándolas deudas.

En el siguiente capítulo enseña a restar una suma de otra, poniendo de nuevo como ejemplo las deudas tanto monetarias como de medidas o pesos.



¶ Deuda —— 3 4 5 6 8 4
¶ Paga —— 2 3 4 2 2 1
¶ Resta —— 1 1 1 4 6 3
¶ Prueua —— 3 4 5 6 8 4

Figura 6. Ejemplo de una resta en el libro de Juan de Ortega (1512, p. 8).

Indica que la prueba más cierta de restar es sumar.

El cuarto capítulo enseña a multiplicar, incluye en primer lugar dos tablas de multiplicar y pasa después a realizar multiplicaciones contextualizadas a precios.

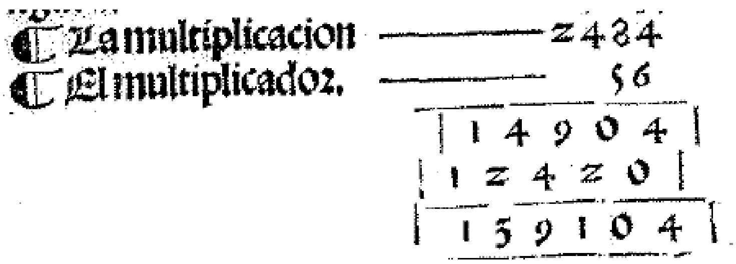


Figura 7. Multiplicación en la obra de Juan de Ortega (1512, p. 17).

Incluye ejemplos de otras tres maneras de multiplicar. Por tanto, Juan de Ortega presenta cuatro métodos distintos de multiplicación, aunque detalla y realiza la mayoría de ejemplos exclusivamente de uno, el método actual (conocido entonces como *escaquer* o *berricolo* (Meavilla y Oller, 2014a)). Además de este, aparecen otros métodos conocidos en la época en este caso la multiplicación por *gelosia*, la multiplicación por cuadrilátero y la multiplicación por *castellucio*.

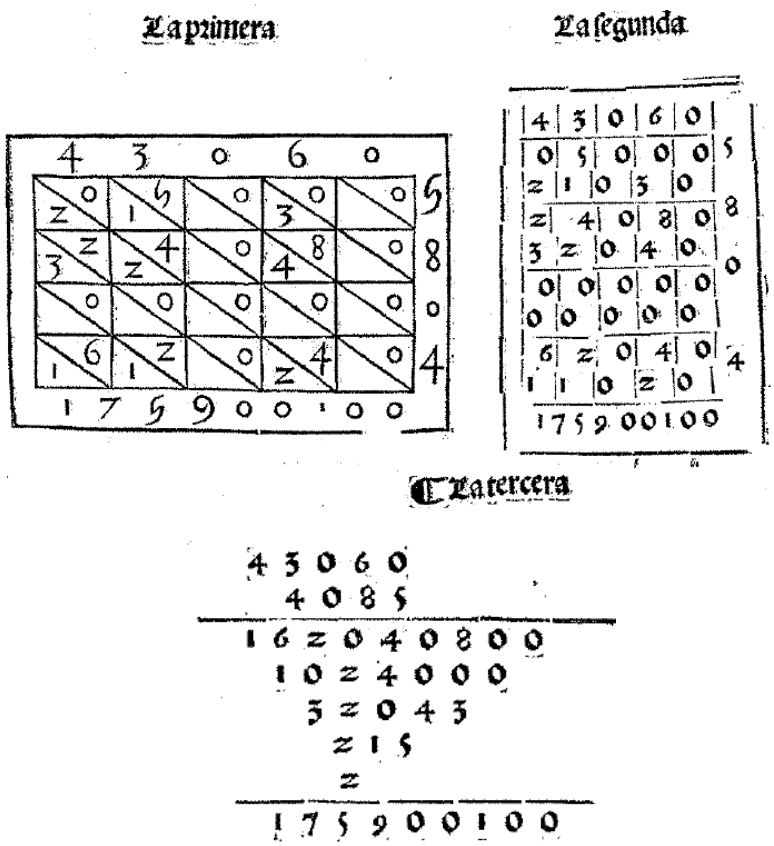


Figura 8. Tres maneras de multiplicar (De Ortega, 1512, pp. 18-19).

El siguiente capítulo enseña a partir por nombre entero, utilizando ejemplos de repartos de cantidades de dinero

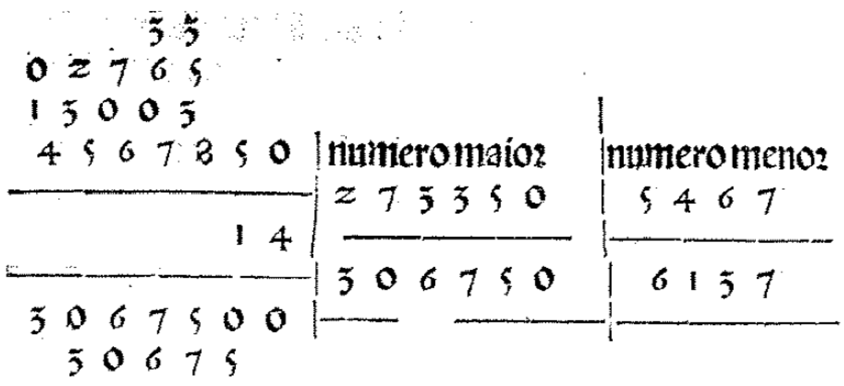


Figura 9. División en el libro de Juan de Ortega (1512, p. 22).

El capítulo 6 trata de progresiones (o nacimientos de cuentas), sin embargo no define este concepto y explica directamente tres clases de progresiones: natural, *non* natural y en parte natural y como sumar sus términos. Suma también los términos de las progresiones que se van doblando, tres doblando, etc.

Aporta una regla general para calcular la suma de los términos de este tipo de progresiones:

> Quiero dar un aviso general para toda qualquier cuenta que quisieres sumar sutilmente: que la sumes muy breve, con tal que la tal suma se vaya subiendo de grado en grado, conviene a saber, 6 doblandose, o 7 doblandose, o 8 doblandose, y desde arriba qualquiera progresion que saliere. El qual aviso, que todo es que de qualquiera progresion que quisieres sumar, que quitaras la primera suma de arriba de la postrera de abaxo y, despues que la ayas quitado, lo que restare partirlo has por un punto menos de lo que se yva doblando cada suma. [...]Y, despues que la tal resta fuere partida, aquella particion, ayuntada con la postrera suma de abaxo de todas las sumas que quieres sumar, montaran tanto quanto montan todas las sumas que querias sumar, como lo has visto por enxemplo en las sumas pasadas y en las siguientes. (p. 26)

E incluye como ejemplo el ejercicio de la suma de casillas en un tablero de ajedrez.

El siguiente capítulo del libro trata sobre las raíces cuadras y cúbicas. Explica directamente el algoritmo de extracción de la raíz cuadrada:

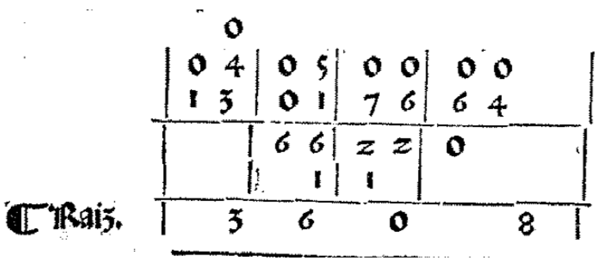


Figura 10. Raíz cuadrada (De Ortega, 1512, p. 28).

A continuación se incluye el algoritmo de extracción de la raíz cúbica. Además de la extracción de raíces, incluye ejemplos sobre cómo sacar raíces cuadradas y cúbicas de números quebrados.

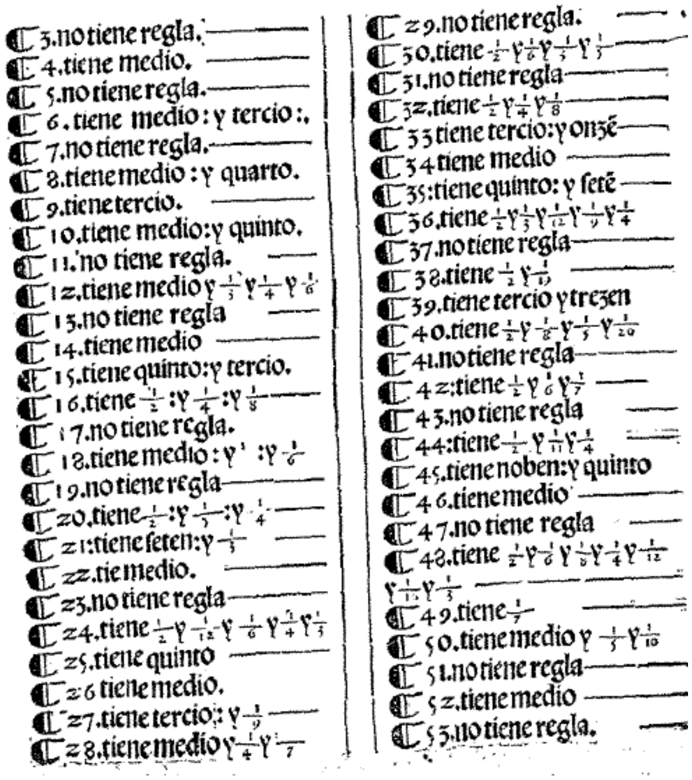
Concluye todas las reglas previas con un capítulo en el que explica cómo comprobar si se han realizado o no correctamente. Para ello explica la prueba del 7 y del 9 para las distintas operaciones, diciendo que la del 7 es verdadera siempre, al contrario que la del nueve que puede dar lugar a errores, aunque se usa más frecuentemente.

En los capítulos siguientes se tratará la reducción, suma, resta, multiplicación y partición por rotos o quebrados. Define: "el nombre roto o quebrado es nombre que no tiene razon de nombre entero, porque la principal denominacion de las partes no se puede devidir como el nombre entero" (p. 43).

Al hablar de la reducción de quebrados dice que: "la reducion de qualquiera cuenta no as otra cosa, segun la orden de la arismetica, sino las proporciones ascondidas en los nombres rotos traellas a perficion que es a nombre entero" (p. 43).

Explica cómo reducir nombres rotos a un denominador, ajuntar o sumar rotos, cambiar un roto en otro, saber si un roto es mayor o menor que otro, restar por nombres rotos, multiplicar nombres rotos. Realiza también una serie de ejercicios llamados por el autor reglas extraordinarias, que incluyen sumas, restas, multiplicaciones y particiones de rotos.

Incluye una tabla sobre los nombres que tienen regla y de aquellos que no tienen del 3 al 99:



3.no tiene regla.
4.tiene medio.
5.no tiene regla.
6.tiene medio: y tercio:.
7.no tiene regla.
8.tiene medio: y quarto.
9.tiene tercio.
10.tiene medio: y quinto.
11.no tiene regla.
12.tiene medio y $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{6}$
13.no tiene regla
14.tiene medio
15.tiene quinto: y tercio.
16.tiene $\frac{1}{2}$:y $\frac{1}{4}$:y $\frac{1}{8}$
17.no tiene regla.
18.tiene medio: y ' :y $\frac{1}{6}$
19.no tiene regla
20.tiene $\frac{1}{2}$:y $\frac{1}{3}$:y $\frac{1}{4}$
21.tiene seten: y $\frac{1}{3}$
22.tie medio.
23.no tiene regla
24.tiene $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{12}$ y $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{3}$
25.tiene quinto
26 tiene medio.
27.tiene tercio: y $\frac{1}{9}$
28.tiene medio y $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{7}$
29.no tiene regla.
30.tiene $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{3}$
31.no tiene regla
32.tiene $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{8}$
33 tiene tercio: y onzē
34 tiene medio
35: tiene quinto: y setē
36.tiene $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{12}$ y $\frac{1}{9}$ y $\frac{1}{4}$
37.no tiene regla
38.tiene $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{19}$
39.tiene tercio y trezen
40.tiene $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{20}$
41.no tiene regla
42: tiene $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{7}$
43.no tiene regla
44: tiene $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{11}$ y $\frac{1}{4}$
45.tiene noben: y quinto
46.tiene medio
47.no tiene regla
48.tiene $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{8}$ y $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{12}$ y $\frac{1}{16}$ y $\frac{1}{3}$
49.tiene $\frac{1}{7}$
50.tiene medio y $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{10}$
51.no tiene regla
52.tiene medio
53.no tiene regla.

Figura 11. Tabla de nombres que tienen regla y nombres que no (De Ortega, 1512, p. 70).

El siguiente capítulo trata las reglas de reducir nombres enteros, más concretamente: "quando tú quieres saber alguna cosa que es menor de un entero, qué parte sea de aquel entero" (p. 70). Realiza ejercicios de conversión de monedas y pesos.

Seguidamente se trata sobre cómo se han de disminuir todas las cantidades de cualquier cosa que sobre en cualquier partición.

Aunque el autor sí menciona la proporción al hablar de la reducción de quebrados no la relaciona con la regla de tres, pasa directamente a las reglas de tres sin tiempo, explicando el algoritmo para realizar esta regla e incluyendo diversos ejemplos relacionados con el comercio: ganancias, precios, etc.

Después se tratan las reglas de tres con tiempo de nuevo contextualizadas en ganancias económicas. Incluye reglas de cambios, diciendo que también son reglas de tres y realiza ejemplos de equivalencias de monedas.

Pasa después a ejemplos de emprestar, sobre los que dice que aunque: "todos ellos se puedan fazer muy bien por regla de tres, yo los pondre por otra manera breve" (p. 100).

Las siguientes reglas explicadas son las reglas cuadradas, el autor dice que también están sujetas a la regla de tres y los ejemplos tratan sobre el precio o las dimensiones de diamantes, perlas, leña, sacas y otros objetos.

El siguiente capítulo explica las reglas de compañías con tiempo y sin tiempo, define regla de compañía como:

> […] un ajuntamiento de dinero que se faze entre muchas o pocas personas para ganar su vida. Y despues aquella que se gana con los dineros que todos an puesto saber quanto vendra a cada uno según lo que puso o el tiempo que a estado en la compañía. (p. 109)

Realiza después diversos ejercicios sobre repartos, compañías con factores.

Seguidamente explica la regla de testamentos, diciendo que esta se hace también por regla compañías sin tiempo e incluyendo varios ejercicios explicándola. La siguiente regla que explica es la de *baratar o trocar;* después pasa a tratar la fineza de cualquier oro o plata, reglas de viajes.

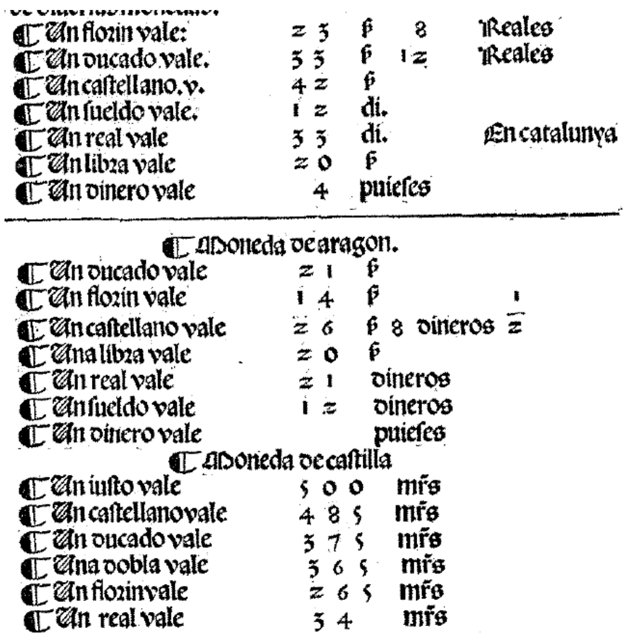
Sigue con las reglas de la falsa posición diciendo que: "para saber fazer qualquiera cuenta que no sepas, que fingiendo por esta regla lo que no es cierto, podrás saber aquello que es cierto como veras en las reglas siguientes" (p. 171). Realiza varios ejercicios sobre mercaderes aplicando esta regla.

A continuación explica las dos falsas posiciones y un sistema para realizar esta regla dependiendo de si el resultado obtenido con cada una de las dos falsas posiciones es mayor o menor que el resultado buscado, las reglas son: más y más (ambos resultados superan el número buscado) es restar, menos y menos (ambos resultados son menores que el número buscado) es restar, más y menos es sumar, menos y más es sumar (en ambos casos uno de los números supera el número buscado y el otro no). Incluye ejercicios sobre compras, compañías, repartos, etc.

El último tratado de la obra es el relativo a la geometría, en él a través de ejemplos enseña a medir y contar el número de canas de terrenos con forma de cuadrángulos, triángulos, arcos, medio arco, etc. Al realizar un ejercicio que relaciona diámetro y redondez (longitud) del arco (circunferencia) los relacióna con el número 3 +1/7, por tanto este es el valor que otorgaba al número Pi. Se utilizan conceptos como él diámetro, la sagita, la perpendicular o *longueza* de un triángulo (altura).

Pese a que en Europa, fundamentalmente en Italia, ya comienzan a difundirse contenidos sobre álgebra, en la obra no se hace ni siquiera una mención a estos contenidos.

Por el contrario, otra muestra del innegable interés comercial presente en toda la obra es en la inclusión de un gran número de monedas y unidades de medida. Cabe recordar que en la época cada reino contaba con diferentes monedas, pesos y medidas lo que dificultaba enormemente las relaciones comerciales y favorecía las fraudes y engaños. Probablemente esto motivó a Juan de Ortega a incluir estos contenidos cuya intención era facilitar al lector de su obra estos conocimientos para su uso en la actividad económica, pues muy previsiblemente gran parte de sus lectores serían mercaderes o estarían relacionados con los negocios. Por eso se incluyen en su obra por ejemplo tablas de equivalencias de monedas:



Un florin vale:	23	ß	8	Reales
Un ducado vale.	33	ß	12	Reales
Un castellano.v.	42	ß		
Un sueldo vale.	12	di.		
Un real vale	33	di.		En catalunya
Un libra vale	20	ß		
Un dinero vale	4	puieses		

Moneda de aragon.

Un ducado vale	21	ß		
Un florin vale	14	ß		
Un castellano vale	26	ß	8 dineros	$\frac{1}{2}$
Una libra vale	20	ß		
Un real vale	21	dineros		
Un sueldo vale	12	dineros		
Un dinero vale		puieses		

Moneda de castilla

Un iusto vale	500	mrs
Un castellano vale	485	mrs
Un ducado vale	375	mrs
Una dobla vale	365	mrs
Un florin vale	265	mrs
Un real vale	34	mrs

Figura 12. Tabla de equivalencias de monedas (De Ortega, 1512, p. 6).

Además, realiza ejercicios sobre equivalencias. Incluye también ejercicios con las mismas monedas que tenían diferente valor en diferentes zonas, por ejemplo:

- 33 sueldos de Perpiñan valen 24 sueldos de Barcelona.

En cuanto a los pesos incluye las equivalencias de algunos según el uso de Castilla para utilizarlos después en distintos ejemplos y ejercicios:

- 1 quintal pesa 100 libras, 1 libra pesa 12 onzas.

- 1 quintal pesa 4 arrobas, 1arroba pesa 25 libras.
- 24 dineros pesan 1 onza, 24 granos hacen 1 dinero.

Para la plata y el oro aporta un listado de equivalencias, que luego utiliza a la hora de realizar ejercicios:

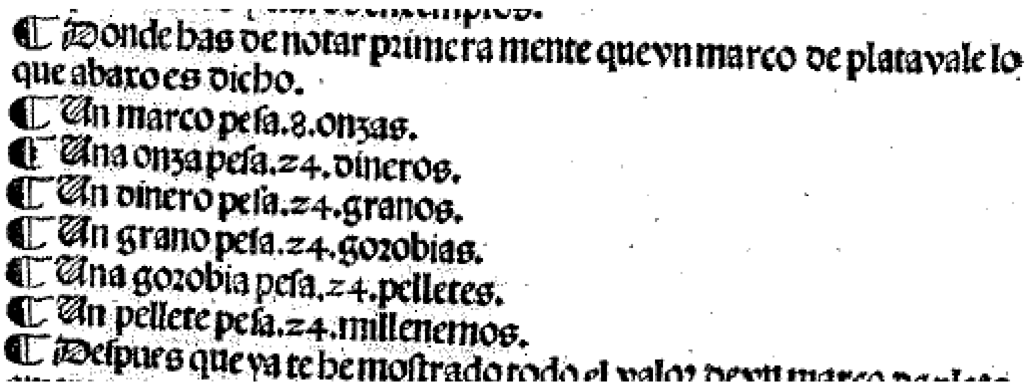

Donde has de notar primera mente que vn marco de plata vale lo que abaxo es dicho.
Un marco pesa.8.onzas.
Una onza pesa.24.dineros.
Un dinero pesa.24.granos.
Un grano pesa.24.gorobias.
Una gorobia pesa.24.pelletes.
Un pellete pesa.24.millenemos.
Despues que ya te he mostrado todo el valor

Figura 13. Equivalencias para la plata (De Ortega, 1512, p. 145).

Para el trigo utiliza en los ejercicios minas y fanegas.

En cuanto a las unidades de medida de longitud en los problemas se incluyen canas, dedos, palmos y leguas. No aporta sin embargo equivalencias entre ellas.

4.1.4. Análisis didáctico

4.1.4.1. Sistemas de representación

En la obra se presentan los tres sistemas de representación considerados: verbales, numéricos y gráficos.

- **Verbal:** Son el principal sistema de representación de la obra, el autor explica con palabras cómo realizar cada uno de los distintos ejemplos que propone.

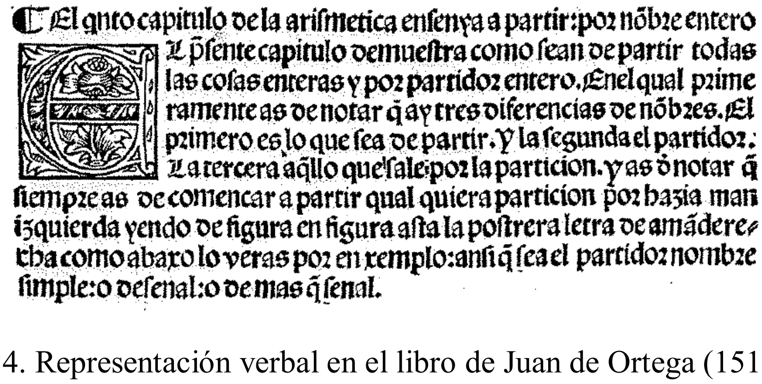

El qnto capitulo de la arismetica enseña a partir: por nõbre entero
E L presente capitulo demuestra como sean de partir todas
las cosas enteras y por partidor entero. En el qual prime
ramente as de notar q ay tres diferencias de nõbres. El
primero es lo que sea de partir. Y la segunda el partidor:
La tercera aqllo que sale por la particion. y as de notar q
siempre as de comencar a partir qual quiera particion por hazia man
izquierda yendo de figura en figura asta la postrera letra de amãdere
cha como abaxo lo veras por enxemplo: ansi q sea el partidor nombre
simple: o desenal: o de mas q senal.

Figura 14. Representación verbal en el libro de Juan de Ortega (1512, p. 19).

- **Numérico:** Después de cada explicación de tipo verbal, la mayoría de ejemplos incluyen una representación numérica con números, rayas u otros símbolos.

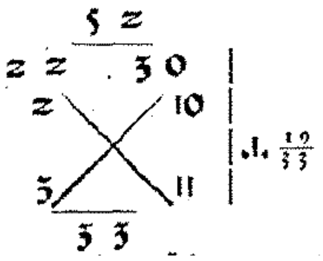


Figura 15. Representación numérica de una suma de quebrados (De Ortega, 1512, p. 47).

- **Gráfico:** Acompañando a estas representaciones, es posible encontrar en la obra, en menor media, representaciones de tipo gráfico: tabular, geométrico, figural y mixto.

a) **Tabular:** Las tablas aparecen para resumir información en concreto es posible encontrar dos tablas de multiplicar y tablas de las raíces cuadradas y cúbicas y de las pruebas del 7 y del 9.

1	1 1	2 2	3 3	4 4	5 5	6 6	7 7	8 8	9 9
2	2 1	4 2	6 3	8 4	10 5	12 6	14 7	16 8	18 9
3	3 1	6 2	9 3	12 4	15 5	18 6	21 7	24 8	27 9
4	4 1	8 2	12 3	16 4	20 5	24 6	28 7	32 8	36 9
5	5 1	10 2	15 3	20 4	25 5	30 6	35 7	40 8	45 9
6	6 1	12 2	18 3	24 4	30 5	36 6	42 7	48 8	54 9
7	7 1	14 2	21 3	28 4	35 5	42 6	49 7	56 8	63 9
8	8 1	16 2	24 3	32 4	40 5	48 6	56 7	64 8	72 9
9	9 1	18 2	27 3	36 4	45 5	54 6	63 7	72 8	81 9

Figura 16. Una de las tablas de multiplicar de la obra de Juan de Ortega (1512, p. 14).

b) **Figural:** Solo es posible encontrar una figura en toda la obra y esta se encuentra en su última página y está estrechamente relacionada con la geometría y el cálculo de la dimensión de un objeto: una tienda.

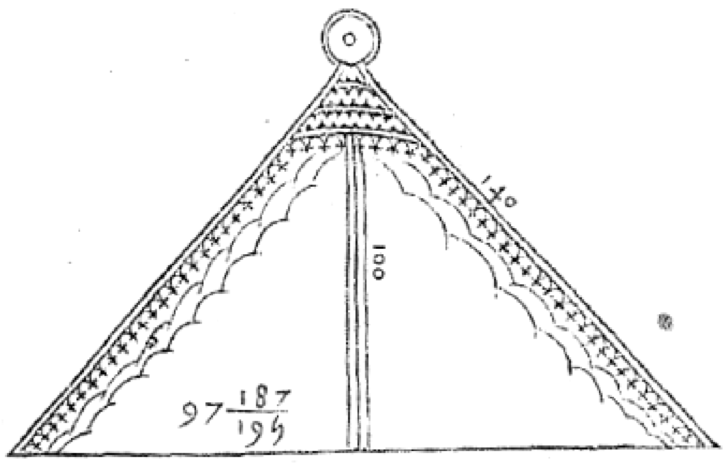


Figura 17. La figura incluida en el tratado de Juan de Ortega (1512, p. 203).

c) Geométrico: Fundamentalmente en el último capítulo dedicado al cálculo de terrenos con formas geométricas aparecen un considerable número de representaciones geométricas de cuadrados, rectángulos, triángulos, etc.

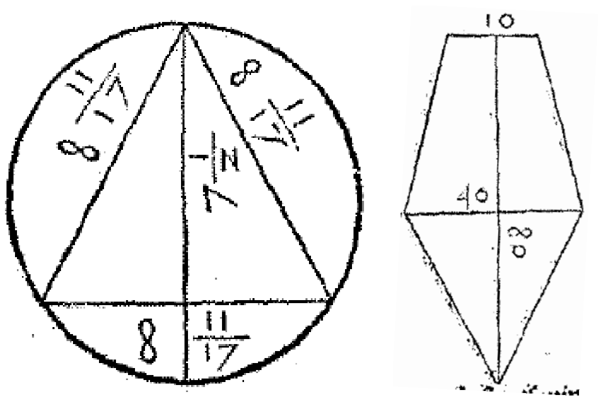


Figura 18. Representaciones geométricas en la obra de Juan de Ortega (1512, pp. 199-200).

d) Mixto: En algunos casos es posible encontrar combinadas números, letras, símbolos o rayas.

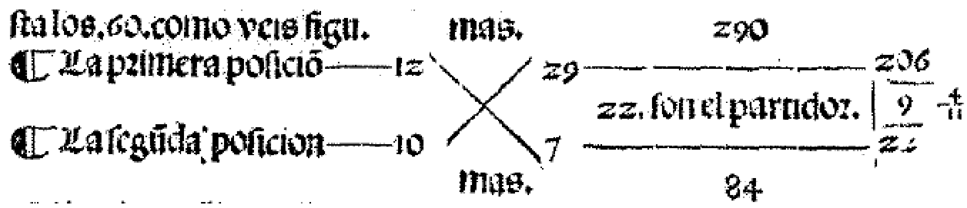


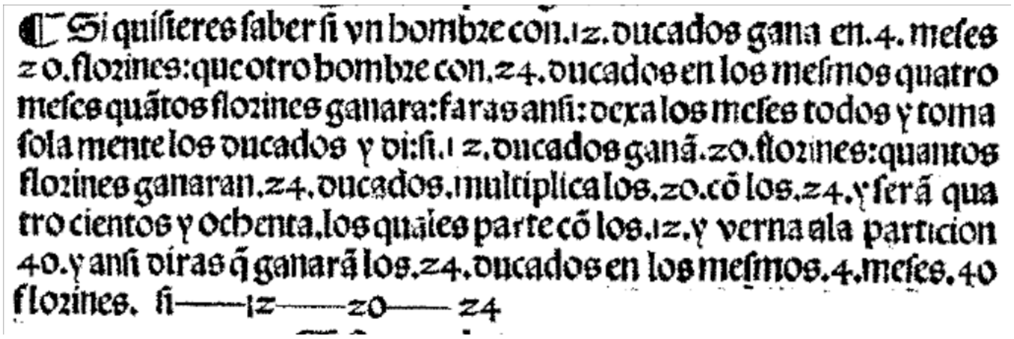
Figura 19. Representación mixta (De Ortega, 1512, p. 187).

4.1.4.2. Análisis fenomenológico

Los fenómenos incluidos en la obra se clasifican como:

1. **Fenómenos relativos al comercio y a los negocios:**

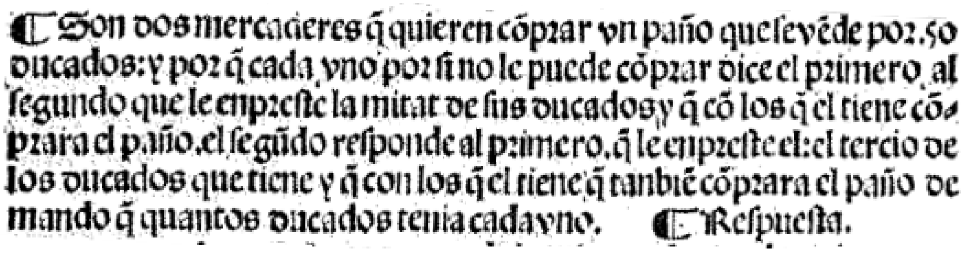
- **Fenómenos contables:** Se presentan situaciones en las que se debe determinar una ganancia o una pérdida económica.



Si quisieres saber si vn hombre con.12.ducados gana en.4.meses 20.florines: que otro hombre con.24.ducados en los mesmos quatro meses quãtos florines ganara: faras ansi: dexa los meses todos y toma sola mente los ducados y di: si.12.ducados ganã.20.florines: quantos florines ganaran.24.ducados.multiplica los.20.cõ los.24.y serã qua tro cientos y ochenta.los quales parte cõ los.12.y verna ala particion 40.y ansi diras q̃ ganarã los.24.ducados en los mesmos.4.meses.40 florines. si——12——20——24

Figura 20. Ganancia económica en la obra de Ortega (1512, p. 87).

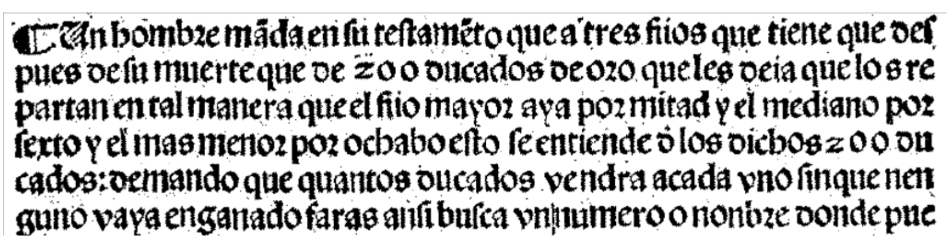
- **Fenómenos comerciales:** Se plantean contextos de compra y venta de objetos, animales, etc.



Son dos mercaderes q̃ quieren cõprar vn paño que se vẽde por.50 ducados: y por q̃ cada vno por si no le puede cõprar dice el primero al segundo que le enpreste la mitad de sus ducados y q̃ cõ los q̃ el tiene cõ prara el paño.el segũdo responde al primero.q̃ le enpreste el: el tercio de los ducados que tiene y q̃ con los q̃ el tiene q̃ tanbiẽ cõprara el paño de mando q̃ quantos ducados tenia cada vno. Respuesta.

Figura 21. Ejemplo de compra de mercancías (De Ortega, 1512, p. 174).

- **Fenómenos de repartos:** Estas situaciones requieren de la distribución equitativa de objetos o ganancias, o del uso de la regla de compañía para distribuir la rentabilidad de un depósito o negocio.



Un hombre mãda en su testamẽto que a tres fiios que tiene que des pues de su muerte que de 200 ducados de oro que les deia que los re partan en tal manera que el fiio mayor aya por mitad y el mediano por sexto y el mas menor por ochabo esto se entiende d̃ los dichos 200 du cados: demando que quantos ducados vendra a cada vno sin que nen guno vaya enganado faras ansi busca vn numero o nonbre donde pue

Figura 22. Reparto de herencias (De Ortega, 1512, p. 116).

- **Fenómenos salariales:** en general se utilizan para aplicar o bien la regla de tres, la de compañía, la de falsa posición, etc. con salarios como excusa para su uso.

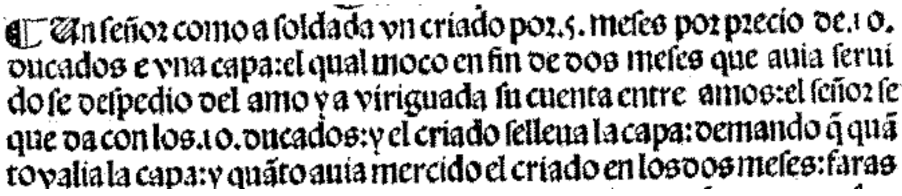

Un señor como a soldada vn criado por .5. meses por precio de .10.
ducados e vna capa: el qual moço en fin de dos meses que auia serui
do se despedio del amo y a viriguada su cuenta entre amos: el señor se
que da con los .10. ducados: y el criado se lleua la capa: demando q̃ quã
to valia la capa: y quãto auia mercido el criado en los dos meses: faras

Figura 23. Fenómeno salarial (De Ortega, 1512, p. 78).

- **Fenómenos de aleaciones:** El autor presenta ejemplos de aleaciones y ligaduras entre metales según diversas especificaciones dadas.

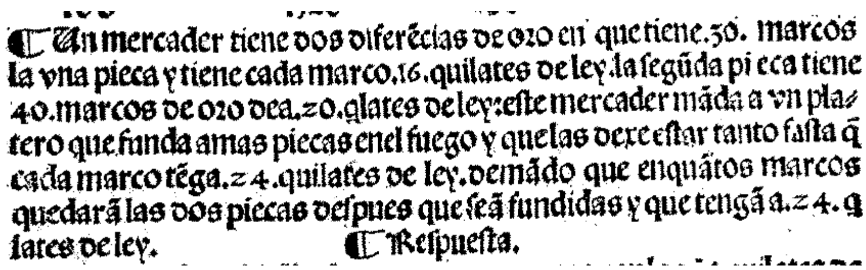

Un mercader tiene dos diferẽcias de oro en que tiene .30. marcos
la vna pieça y tiene cada marco .16. quilates de ley. la segũda pieça tiene
40. marcos de oro de a .20. q̃lates de ley: este mercader mãda a vn pla/
tero que funda amas pieças en el fuego y que las dexe estar tanto fasta q̃
cada marco tẽga .24. quilates de ley. demãdo que enquãtos marcos
quedarã las dos pieças despues que seã fundidas y que tengã a .24. q
lates de ley. Respuesta.

Figura 24. Ejemplo de fineza de oro (De Ortega, 1512, p. 155).

2. Fenómenos relacionados con la medida

- **Fenómenos de medida:** Se incluyen aquellos problemas en los que se hallan longitudes de objetos, distancias o recorridos o en los que se deba encontrar la equivalencia entre determinadas medidas utilizadas en regiones geográficas diferentes.

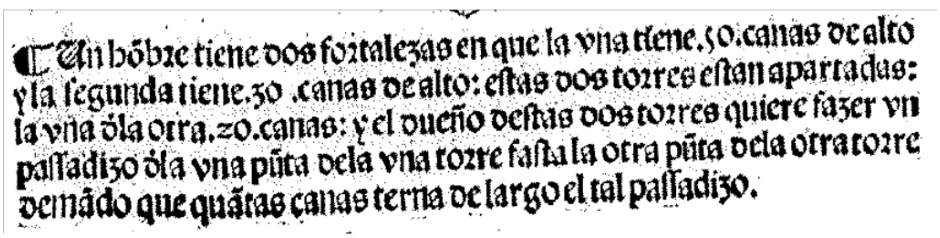

Un hõbre tiene dos fortalezas en que la vna tiene .50. canas de alto
y la segunda tiene .30. canas de alto: estas dos torres estan apartadas:
la vna dla otra .20. canas: y el dueño destas dos torres quiere fazer vn
passadizo dla vna pũta dela vna torre fasta la otra pũta dela otra torre
demãdo que quãtas canas terna de largo el tal passadizo.

Figura 25. Cálculo de distancias (De Ortega, 1512, p. 202).

- **Fenómenos de agrimensura:** los autores recurren a la geometría cuando quieren aplicar conceptos y fórmulas a terrenos que tienen teóricamente formas poligonales o geométricas.

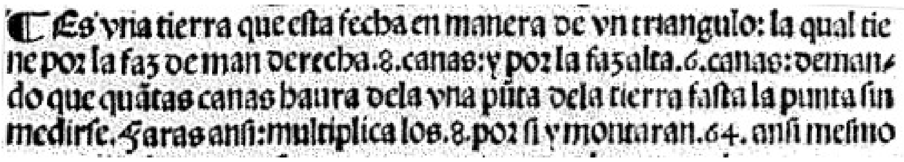

Es vna tierra que eſta fecha en manera de vn triangulo: la qual tie
ne por la faz de man derecha.8.canas: y por la faz alta.6.canas: deman-
do que quātas canas haura dela vna pūta dela tierra faſta la punta ſin
medirſe. Faras anſi: multiplica los.8.por ſi y montaran.64. anſi meſmo

Figura 26. Fenómeno de agrimensura (De Ortega, 1512, p. 196).

3. **Fenómenos de cambios monetarios, de medidas o pesos**: Se plantean situaciones de equivalencias entre monedas de diversas regiones y países, o en los que se deba encontrar la equivalencia entre determinadas medidas o pesos utilizados en regiones geográficas diferentes.

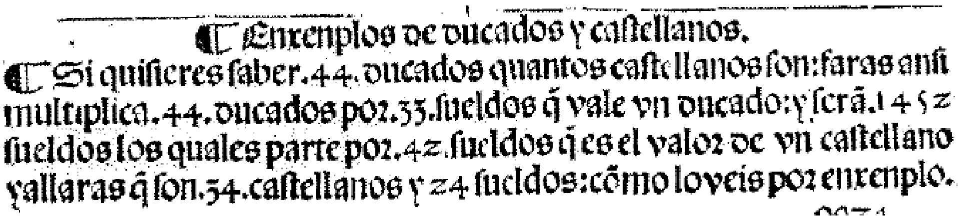

Enxenplos de ducados y caſtellanos.
Si quiſieres ſaber.44.ducados quantos caſtellanos ſon: faras anſi
multiplica.44.ducados por.33.ſueldos q̄ vale vn ducado: y ſerā.1452
ſueldos los quales parte por.42.ſueldos q̄ es el valor de vn caſtellano
y allaras q̄ ſon.34.caſtellanos y 24 ſueldos: cōmo lo veis por enxenplo.

Figura 27. Equivalencias entre monedas (De Ortega, 1512, p. 95).

4. **Fenómenos puramente matemáticos**

- **Fenómenos aritméticos:** Se trata de problemas asociados con operaciones matemáticas y sin contexto.

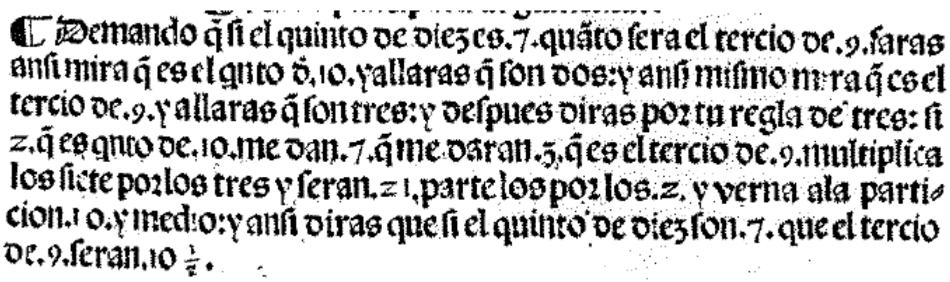

Demando q̄ ſi el quinto de diez es.7.quāto ſera el tercio de.9. faras
anſi mira q̄ es el q̄nto d̄.10. y allaras q̄ ſon dos: y anſi miſmo mira q̄ es el
tercio de.9. y allaras q̄ ſon tres: y deſpues diras por tu regla de tres: ſi
2.q̄ es q̄nto de.10.me dan.7.q̄ me daran.3.q̄ es el tercio de.9.multiplica
los ſiete por los tres y ſeran.21.parte los por los.2. y verna ala parti-
cion.10.y medio: y anſi diras que ſi el quinto de diez ſon.7.que el tercio
de.9.ſeran.10 ½.

Figura 28. Fenómeno aritmético en la obra de Juan de Ortega (1512, p. 80).

5. **Fenómenos lúdicos:** Se incluyen problemas referidos a juegos o a matemáticas recreativas.

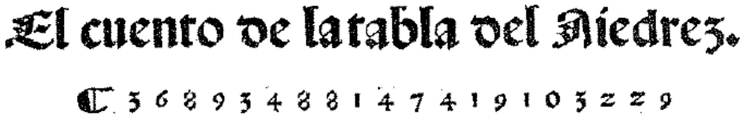

El cuento de la tabla del Aiedrez.
3 6 8 9 3 4 8 8 1 4 7 4 1 9 1 0 3 2 2 9

Figura 29. Solución (errónea) del problema del ajedrez (De Ortega, 1512, p. 27).

Meavilla (2013) analizó extensamente las recreaciones matemáticas incluidas en esta obra.

En definitiva las situaciones que presenta la obra son diversas aunque fundamentalmente relacionadas con el comercio. Sorprende que pese a incluir capítulos tanto sobre geometría como sobre raíces cuadradas, no incluya fenómenos geométricos centrando su capítulo sobre geometría en la agrimensura y la medida.

4.1.4.3. Aspectos didácticos

Finalmente se han considerado los siguientes posibles aspectos didácticos incluidos en la obra: la actualidad de los contenidos matemáticos, la originalidad de los mismos, el rigor y la precisión presentes en la obra, el interés social mostrado por los autores, la realización de una revisión y síntesis de los contenidos matemáticos conocidos o si la obra destaca en alguna aplicación.

- **Actualidad:** Los contenidos matemáticos no pueden considerarse actuales pues no reflejan los avances que se habían realizado en los últimos años en las matemáticas europeas.
- **Originalidad:** La obra de Juan de Ortega no incluye contenidos originales, se tratan básicamente las operaciones básicas, progresiones, raíces cuadradas y la regla de tres en diferentes versiones por tanto no aporta contenidos novedosos. Destacar sin embargo, que en sucesivas ediciones de esta obra (correspondientes a los años 1534, 1537, 1542) el autor incluyó unos valores para la aproximación de raíces cuadradas muy destacados y que sí se considerarían originales.
- **Rigor y Precisión:** En esta apenas se incluyen definiciones y todos los contenidos se presentan directamente a través de ejemplos prácticos. Sólo podemos destacar la inclusión de varias reglas generales para por ejemplo sumar monedas, las progresiones o la fineza de oro y plata.
- **Interés social:** El interés social de las matemáticas, es sin duda el aspecto didáctico más destacado. Juan de Ortega escribió un tratado para que cualquier hombre aprendiese aritmética y geometría y así evitar engaños en las transacciones comerciales y esa característica está implícita en toda la obra.

- **Revisión y síntesis:** La obra sí realiza una síntesis de los contenidos matemáticos relacionados con las relaciones comerciales conocidos en la época, pues incluye por ejemplo un gran número de aplicaciones de la regla de tres: para reglas de baratas, de viajes, de emprestar.

- **Aplicaciones:** La principal aplicación de la obra es la enseñanza de la aritmética aplicada al comercio. El autor en el prólogo manifiesta la importancia de enseñar al que no sabe e incluso en el propio título de muchos capítulos que incluye la palabra enseñar, por ejemplo: *El primero capítulo de la arithmetica ensenya a nombrar qualquiera cuenta o suma grande o pequeña.*

Forman parte de la obra indicaciones sobre cómo se enseñaba en la época y las opiniones del autor al respecto. Por ejemplo sobre cambiar monedas dice:

> Otros maestros de Aristmetica fazen estas dichas reglas por otra manera: que ponen la valor de las monedas de todos los reynos y despues van multiplicando, en una manera que es cosa de deminca acabar. Y, por tanto, no conviene usar de aquel modo, sino como te he enseñado, que es muy breve. (p. 99)

Además, el autor incluye este problema:

> Si quisieres saber, si un diamante que es quadrado y tiene dos dedos de ancho, y dos dedos de largo, y dos dedos por alto, y que cuesta 10 ducados, que quanto valdra otro que sea tan fino, el qual tenga 4 dedos de ancho, y quatro dedos de largo y quatro dedos de alto. (p. 105)

Después de resolverlo a través de lo que él llama regla cuadrada, propone cómo prueba de la explicación la elaboración de un material:

> Nota que este diamante tiene 8 vegadas más que el primero, algunos les parecerá muy difficultoso, y a los que tal dudaren quieroles dar esta esperimentacion que agan un dado de madera o de palo o de otra cosa qualquiera que sea todo quadrado que tenga por cada parte o quadradura dos dedos, y ansimesmo que agan otro que tenga tanbien por cada quadradura 4 dedos, y ansi, vera cómo es mayor la una que la otra ocho vezes. (p.105)

Como curiosidad, el autor considera en un ejercicio que un año tiene 360 días.

4.1.5. Conclusiones

La obra de Juan de Ortega fue la primera aritmética práctica impresa en español en el siglo XVI, se trata de una destacada aritmética de la época que contó con varias ediciones e incluso fue traducida a otros idiomas, siendo de hecho la primera aritmética comercial publicado en Francia en francés.

Sus características no difieren mucho del patrón de contenidos seguido en la época, incluye las operaciones elementales, las progresiones, las raíces cuadradas y un extenso número de contenidos relacionados con la regla de tres, la de compañías, la de falsa posición, etc. La obra está centrada en la aplicación práctica de los contenidos, por ello son escasas las definiciones y muy elevado el número de ejemplos prácticos contextualizados fundamentalmente en las prácticas comerciales. El autor percibió las carencias y las necesidades de un importante sector social de la época como lo eran los comerciantes y por ello orientó su obra a dar respuestas a este vacío, mostrando con ello su compromiso social y científico con sus congéneres.

En definitiva, la aritmética de fray Juan de Ortega es una referente de las aritméticas prácticas que aparecieron en la época, tanto por el elevado número de ediciones con las que contó, como por los autores de este siglo que la tuvieron en cuenta al realizar sus obras.

La siguiente tabla resume los aspectos incluidos en la obra.

Tabla 8. Resumen del análisis de la obra de Juan de Ortega (1512).

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">JUAN DE ORTEGA</th></tr>
<tr><td>Definición de aritmética.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Noción de número o de cantidad.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Operaciones elementales.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Definición de quebrados y operaciones.</td><td colspan="2">SÍ: el nombre roto o quebrado es nombre que no tiene razon de nombre entero, porque la principal denominacion de las partes no se puede devidir como el nombre entero</td></tr>
<tr><td>Noción de proporción, ejercicios relativos a la regla de tres, etc.</td><td colspan="2">No, únicamente se menciona la proporción para los quebrados.
Sí realiza ejercicios de la regla de tres, etc.</td></tr>
<tr><td>Otros contenidos recogidos en la obra.</td><td colspan="2">Progresión, raíz cuadrada y cúbica</td></tr>
<tr><td>Ideas sobre geometría.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Ideas sobre álgebra.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Monedas, pesos y medidas.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Representaciones verbales.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Representaciones numéricas.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Representaciones gráficas.</td><td>Tablas.</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>Figuras.</td><td>SÍ (1)</td></tr>
<tr><td>Representaciones geométricas.</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>Esquemas.</td><td>NO</td></tr>
<tr><td>Mixtas</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos contables.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos comerciales.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de repartos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos salariales.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de aleaciones.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de cambios monetarios.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de medida.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de agrimensura.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos lúdicos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos aritméticos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos algebraicos.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Fenómenos geométricos.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Actualidad.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Originalidad.</td><td colspan="2">NO. Sí en las ediciones de 1534, 1537, 1542.</td></tr>
<tr><td>Rigor y precisión.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Interés social.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Revisión o síntesis de los contenidos matemáticos conocidos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Destaca en algunas aplicaciones.</td><td colspan="2">SÍ: La enseñanza de la aritmética para el comercio</td></tr>
</table>

4.2. *SUMARIO BREVE DE LA PRACTICA DE LA ARITHMETICA* (1515)

4.2.1. El autor: Juan Andrés

Se trata de un sacerdote y matemático conocido por ser el autor de uno de los primeros textos de aritmética impresos en castellano el *Sumario breve de la practica de la arithmetica de todo el curso del arte mercantivol bien declarado: el qual se llama maestro de cuento* publicado en 1515 (Diccionario Biográfico Español, 1909; Picatoste, 1891)

Vivió durante el siglo XV y principios del XVI (Enciclopedia universal ilustrada europeo-americana, 1909). Su fecha de nacimiento es desconocida pero en una de sus obras dice conocer al conde de Oliva (Serafín de Centelles y Urrea) desde su niñez y dado que el nacimiento de este se produjo sobre el año 1460 podemos suponer que Juan Andrés nació en una fecha previa o cercana a 1460. Esto permite a su vez asumir que la compilación y publicación de su obra en 1515 se produjo ya en un momento de madurez del autor.

Sobre su ubicación geográfica, el autor dice en su obra que la misma fue compilada en Zaragoza. Además, la obra presenta ejemplos y problemas mercantiles relacionados con Valencia y Zaragoza (Salavert, 1990), lo que hace suponer que el autor conocía la vida comercial de ambas ciudades.

Ausejo (2015) afirma que Juan Andrés es también autor del *Libro nuevamente imprimido que se llama confusion de la secta mahomatica y d'el alcoran* publicado también en Valencia en 1515 por Juan Joffre y cuyo autor es conocido como Juan Andrés de Játiva. Ambos libros comparten la misma xilografía representado a la Virgen del Pilar con peregrinos rezando a la izquierda y cortesanos a la derecha, imagen que pretende mostrar la relación del autor con Zaragoza y con la predicación. Otra similitud es que una de las ediciones de la aritmética de Juan Andrés está dedicada al obispo Martín García, quien es considerado "patrón y señor" en este libro de religión. Finalmente, la última razón que aporta Ausejo para asegurar que el autor de este libro y el de la aritmética son la misma persona, se encuentra en el prefacio de la edición de su aritmética dedicada al obispo Martín García. En ella dice Juan Andrés que no podría dedicar cualquier otro trabajo que escribiera ya sea sobre *aritmética o a favor de la fe católica* a ninguna persona más digna en todo Aragón, Cataluña o Valencia.

Considerando que este autor es el escritor de ambas obras, se obtienen nuevos datos biográficos sobre él. El autor nació en Játiva (Valencia), fue educado en teología islámica y jurisprudencia por su padre, el alfaquí Abdalla, a quien sucedió tras su muerte. En 1487, decidió convertirse al cristianismo con el nombre de Juan Andrés y empezó a predicar y a convertir moros en Valencia tan pronto como fue ordenado sacerdote. Fue llamado por los reyes Isabel y Fernando para predicar en el recién conquistado territorio de Granada, donde fue ascendido a Canónigo. También, fue enviado por la reina Isabel a Aragón para predicar para la conversión de los musulmanes, pero esto terminó en 1504 tras la muerte de Isabel. A continuación, se dedicó a traducir el Corán y la Sunnah al Aragonés por orden del predicador real, Martín García, inquisidor de Aragón, con el cual es probable que hubiera coincidido en su etapa de predicación en Granada. Después de esto escribió su obra sobre religión que fue publicada el 13 de noviembre de 1515, poco después que su aritmética publicada el 30 de agosto de este año (Ausejo, 2015).

La elaboración de esta obra sobre matemáticas en la que también se incluyen numerosos vocablos en latín permite suponer que probablemente recibiese formación tanto en matemáticas como en dicho idioma. Esto concuerda con la educación de un alfaquí, que incluía normalmente conocimientos matemáticos pues debían encargarse de las leyes sobre herencias (Ausejo, 2015).

Además, Juan Andrés tuvo contacto con libros de aritmética de la época pues él mismo afirma haber leído el tratado de Lucas de Burgo. Quizás el acceso a la *Summa,* pudo deberse a sus contactos con los Franciscanos, que componían una red internacional, aunque no exclusiva, de circulación de esta obra, en concreto con el fraile Jiménez de Cisneros, futuro Cardenal Cisneros y regente de España, que fue responsable de las conversiones de musulmanes en Granada entre 1499 y 1502. Otra posibilidad es que obtuviera esta obra a través del obispo Martín García que pasó varios años en Roma (Ausejo, 2015). Muestra en su obra también conocimientos de autores clásicos pues cita a Aristóteles.

El autor manifiesta en el *Sumario breve de la practica de la arithmetica* su intención de hacer un tratado de arte mayor o arte de álgebra, sin embargo no se han encontrado muestras de que dicha obra llegara a realizarse. Ausejo (2015) considera que el hecho de que Juan Andrés planease la escritura de este libro indica que su compromiso con las matemáticas pudo no ser accidental. De hecho, considera que pudo deberse a una necesidad de adaptación, al descubrir que su mecenas Martín García no iba a volver a Zaragoza si no que se iría a Barcelona, Juan Andrés posiblemente decidió volver a su ciudad natal, Valencia, donde buscó un nuevo mecenazgo. Esto coincidiría con el hecho de que se publicarán dos ediciones de su obra sobre aritmética, una dedicada a Martín García y otra al Conde de Oliva, un miembro de la nueva nobleza que se dedicaba al comercio pero también al mecenazgo literario.

En conclusión, es probable que Juan Andrés fuese mucho más que un clérigo que escribió una obra de aritmética, tratándose de un morisco converso con conocimientos de las matemáticas árabes y con influyentes contactos en la época que posiblemente favorecieron su acceso a obras como la *Summa* de Luca Pacioli.

4.2.2. La obra: Aspectos generales

Esta obra de Juan Andrés cuyo título completo es *Sumario breve de la practica de la arithmetica de todo el curso del arte mercantivol bien declarado: el qual se llama maestro de cuento* se publica por primera vez en 1515 en Valencia por el impresor Juan Joffre.

Se conocen dos variantes de esta edición, una dedicada al Conde de Oliva y la otra al obispo Martín García. Se producen diferencias no solo en las dedicatorias de ambas obras sino también en sus prefacios y portadas (Ausejo, 2015). Así mismo, algunos autores hablan de otra edición publicada en 1537 en Sevilla por Juan Cromberger (Diccionario Biográfico Español, 2009; Picatoste, 1891; Smith, 1908). La edición analizada a continuación es la dedicada al Conde de Oliva.

Picatoste (1891) da la siguiente descripción del libro: “la portada tiene una orla y letra roja y negra, con una grabado que representa la Virgen del Pilar adorada por peregrinos y otras gentes” (p. 12)

Figura 30. Portada de la aritmética de Juan Andrés.

El libro consta de 144 hojas, comienza con un prólogo dedicándolo a Don Seraphin conde de Oliva y Señor de las Villas de Nulles y Pego.

El propio autor dice que el libro fue compilado en Zaragoza en el año 1514 e impreso en Valencia a 30 de agosto de 1515 por Juan Joffre.

Después, el libro se divide en diez tratados subdivididos en capítulos que a su vez se subdividen en diversos artículos. En su última página el libro incluye una lámina.

Figura 31. Lamina presente en la última página del libro de Juan Andrés (1515, p. cxliii).

A través de los numerosos artículos del libro se definen y explican el número, sus propiedades y las distintas clases de números; las distintas operaciones básicas a las que denomina: nombrar, sumar, restar, multiplicar, partir; las progresiones y las maneras de progresión con ejemplos del cálculo de la suma de los términos, extracción de raíces cuadradas y cúbicas; números quebrados y operaciones con ellos: abreviar, sumar, restar, multiplicar, partir y reducir quebrados; reglas de tres sin tiempo y con tiempo, por ganar y perder por ciento; reglas de compañías sin y con tiempo, para ganar o perder a razón de tanto por cien; reglas de baratas; cuestiones de cambios; reglas de fin de oro y de plata; reglas de una y dos falsas posiciones y otras cuestiones del arte mercantivol.

El autor pretende que el libro sirva para que los contadores aprendan aritmética, pues la considera muy necesaria para la vida. Por eso la obra está dirigida a los futuros contadores, para que puedan conocer la aritmética y ser buenos en su oficio sin necesidad de maestro.

Además, valora la importancia y conexiones de las matemáticas con otras ciencias por ejemplo la astrología, la música, la medicina, de esta última dice:

> La medecina no procuraria salud al alma y al cuerpo como lo prometia Socrates si aritmetica no me diesse y mesurasse la quantidad peso y medida de la triaca pa restaurar lo que se va a morir y la propiadad del veneno y ponçofia mortifera. (Prólogo)

Pero fundamentalmente, Juan Andrés otorga al conocimiento sobre aritmética importancia en los negocios, afirma por eso que saber de cuentas evitará engaños. Esta actitud es contraria a la de muchos de sus correligionarios, a excepción del también aritmético y clérigo Juan de Ortega, pues estos reprobaban la usura y la ganancia financiera. Sin embargo, Andrés y Ortega consideraban la aritmética como un remedio eficaz para evitar engaños y fraudes y así conceder a la actividad mercantil la confianza y honestidad necesarias para su desarrollo (Salavert, 1990).

A lo largo del libro se pueden encontrar citas a autores clásicos como Aristóteles y Sócrates, a religiosos como San Agustín, pero fundamentalmente a Lucas de Burgo del quien dice que de su tratado mayor ha sacado y compilado la mayor parte de este libro. E incluso corrige en otra ocasión diciendo que Lucas de Burgo en su tratado mayor expone que al multiplicar entero y quebrado por entero y quebrado no es posible que se obtenga entero solo sin quebrado, Juan Andrés incluye ejemplos que demuestran la falsedad de esta afirmación.

Hace referencias también a personalidades como el propio conde de Oliva a quien va dedicado el libro o al rey Alejandro Magno.

Esta aritmética junto con la de Ortega tuvieron una gran influencia en el desarrollo posterior de las aritméticas en España y por ello la mayoría de tratadistas de la época se refieren a ellas (Salavert, 1990). Por ejemplo Antich Rocha que publicó su obra *Arithmetica* en 1564, recopila en ella una serie de autores que le han servido para compilar esa obra y entre ellos incluye a Juan Andrés.

Caunedo (2009) considera que Juan Andrés elaboró una obra con un claro valor instrumental, en la cual se definen de forma concisa y clara los procedimientos aritméticos necesarios para la resolución de los problemas que se plantearían a los mercaderes al realizar sus transacciones. Destaca que, aunque la obra no introduce ningún concepto nuevo, sí agrupa y ordena diversos problemas junto con su solución de una forma clara y evidente, que sin embargo no siempre resulta breve.

4.2.3. Análisis del contenido matemático

En este apartado se revisarán los contenidos del libro, destacando las principales definiciones que aparecen en él.

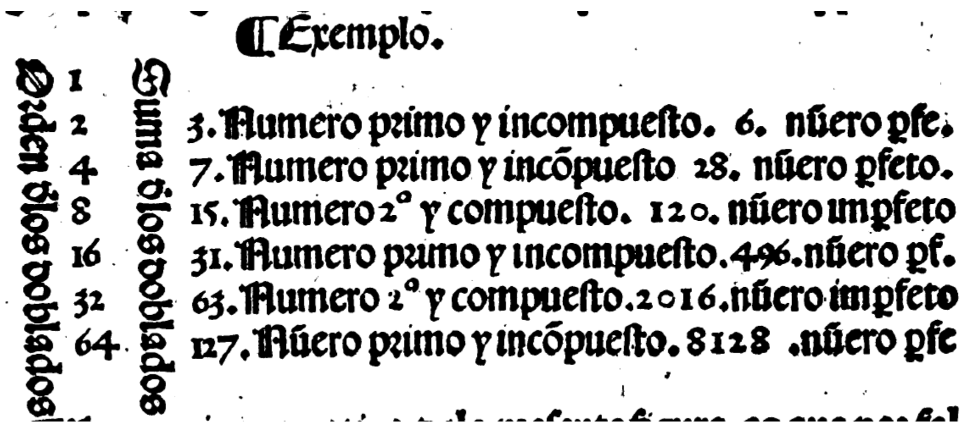
Juan Andrés titula el primer tratado de su aritmética: “Primero tratado deste presente libro tracta del numero y de su difinicion y en quantas partes se divide” (p. ix) no incluye en él ni la definición de aritmética ni la de cantidad, sin embargo si diferencia entre quantidad continua: “aquella cuyas partes son copuladas i juntas a un cierto termino comun asi como son lenya, hierro y piedra de la qual tracta la geometría” (p.ix) y discreta de la que dice: “La discreta se quiere numero es aquella cuyas partes no son juntas a algun termino comun como es uno dos tres quatre cinco” (p. ix)

A continuación, explica y aporta ejemplos de número primo, compuesto, par e impar. Menciona los números comunicantes aunque decide no explicarlos.

Da ejemplos de números *pariter* pares, *pariter* impares, *pariter* pares y *pariter* impares, *impariter* impares.

En el siguiente capítulo divide los números según geometría, así define y da ejemplos de números lineales o literales, de números superficiales, de números cuadrados, sólidos, cúbicos, triangulares, circulares, diminuto, superfluo o abundante, perfecto. E incluso aporta una regla para hallar los números perfectos.

> La regla para fallar qualquiere numero perfecto es que se deuen desponer ordenadamente los numeros todos tantos quantos quisieremos. Comenzando de la unidad y continuamente doblando: y asi como fueremos assentemos cada numero asi deuemos regir y ver si la suma que fazen los numeros fasta que nos pareciese tomar si es numero primo r incompuesto y si la tal suma sera numero primo r incompuesto deuemos multiplicar la dicha suma por el numero doblado que postreramente fue ajustado en la dicha suma. Y aquel tal producido en la dicha si quiere multiplicar sera numero perfecto. (p. xii)


Exemplo.

Orden dlos doblados: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64

Suma dlos doblados:

3. Numero primo y incompuesto. 6. nũero pfe.
7. Numero primo y incõpuesto 28. nũero pfeto.
15. Numero 2° y compuesto. 120. nũero impfeto
31. Numero primo y incompuesto. 496. nũero pf.
63. Numero 2° y compuesto. 2016. nũero impfeto
127. Nũero primo y incõpuesto. 8128 .nũero pfe

Figura 32. Regla números perfectos (Andrés, 1515, p. xii).

Resuelve también una serie de cuestiones sobre números cuadrados y define número congruente y congruo.

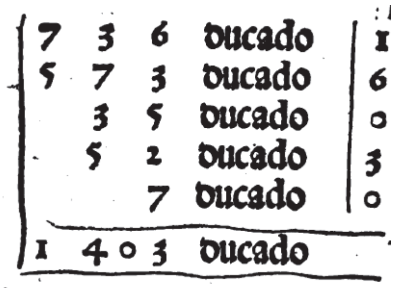
Pasa después al segundo tratado del libro que trata según sus palabras de las siete especias del arte de la aritmética.

Comienza hablando de nombrar que es: “conocer las cifras de larte de la Arithmetica y quantas son i quanto vale cada una de aquellas posi sola y juntas con otras” (p. xvii).

Explica cuales son las cifras de la aritmética, es decir los números del 0 al 9, define y da ejemplos de número digito, artículo y compuesto. Finalmente, explica como nombrar.

Define sumar como: “ajuntas muchos números de yguales o de diversas quantidades en uno solo por ver i saber lo que monta y suma todo” (p. xix).

Explica después como realizar esta operación, pone ejemplos de sumas de monedas, medidas, etc. y comenta como realizar las pruebas del 9 y del 7 con esta operación.

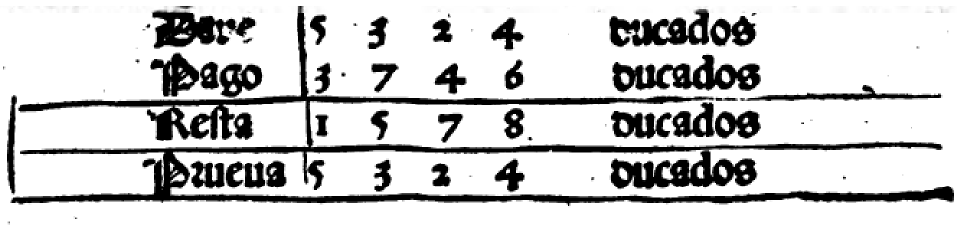


	7	3	6	ducado	1
	5	7	3	ducado	6
		3	5	ducado	0
		5	2	ducado	3
			7	ducado	0
1	4	0	3	ducado	

Figura 33. Suma en la obra de Juan Andrés (1515, p. xx).

Sobre restar dice que “restar no quiere decir otra cosa si no pagar o quitar o sacar una quantidad menor de otra mayor por ver y saber lo que queda por pagar o por quitar o por sacar” (p. xxvi).

Explica después como restar, pone ejemplos con monedas e incluye como pruebas de la resta la suma y las pruebas del 9 y del 7.



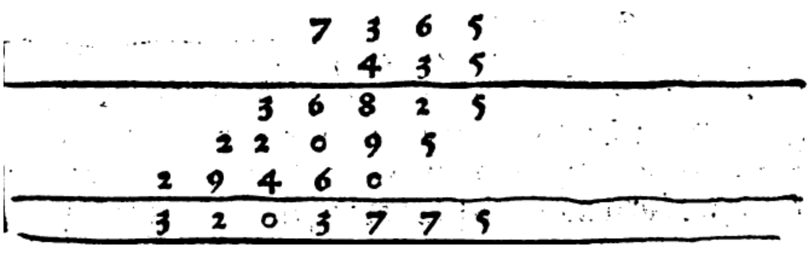
Deve	5	3	2	4	ducados
Pago	3	7	4	6	ducados
Resta	1	5	7	8	ducados
Prueua	5	3	2	4	ducados

Figura 34. Resta en el libro de Juan Andrés (1515, p. xxvii).

Multiplicar es: “crecentar y aumentar qualquiere cosay qualquiere quantidad por su valor” (p. xxx). Explica dos maneras de multiplicar:

- Multiplicar *de la ala*: Se trata del algoritmo de multiplicación actual que otros autores de la época llamaban también *escaquer* o *berricolo* (Meavilla y Oller, 2014a).

> Es la mas comun y usada multiplicación entre todos los mercaderes por todas partes de los cristianos y llamase de la ala por causa que fecha la operación y su suma quedara la figura de aquella operacion asi como una ala. (p. xxxi)



			7	3	6	5
				4	3	5
		3	6	8	2	5
	2	2	0	9	5	
2	9	4	6	0		
3	2	0	3	7	7	5

Figura 35. Multiplicación *de la ala* (Andrés, 1515, p. xxxi).

- Multiplicar morisco: “es la mas sana y mas segura encara que entre los mercaderes cristianos no se usa porque no la saben cas si la supiesen otra manera no usassen” (p. xxxi).

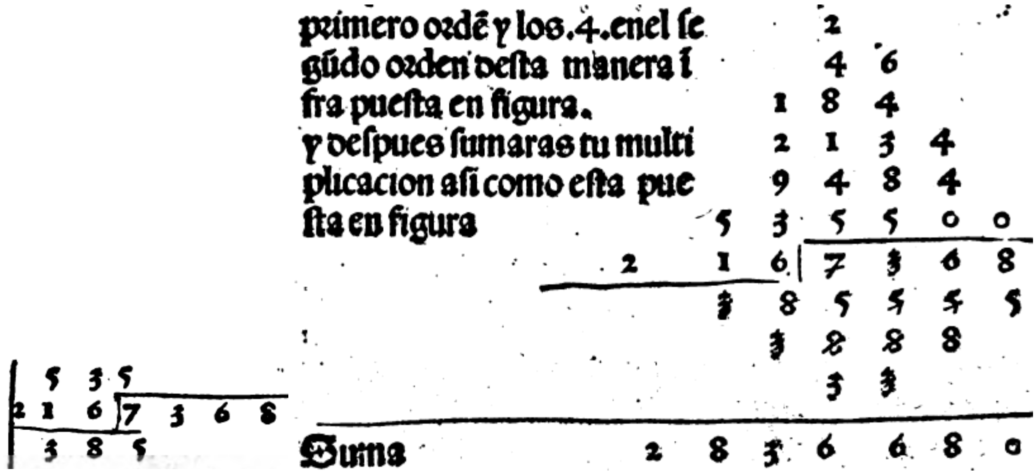


Figura 36. Comienzo y final de la multiplicación (Andrés, 1515, pp. xxxii-xxxiii).

Incluye también ejemplos de multiplicaciones de monedas y las pruebas del 9 y del 7.

Además, incluye ejemplos de multiplicaciones que pueden hacerse a través de diversas reglas sin aplicar el algoritmo, por ejemplo para obtener números como 111111, 222222, 232323, etc.

Para definir partir dice que es:

> […] posar dos quantidades de las quales pduze un numero q contiene la primera tantas vezes quantas unidades abra en la segunda y mas claramente quiere decir que el produzido de las quantidades sera parte de cada unidad de la segunda mayormente si el partidor se faze de numeros enteros. (p. xxxvii)

Explica cómo partir primero por una cifra, por 10, 100, 1000 y por cualquier cantidad con dos o más cifras con dos métodos.

- Primer método para partir 7344 entre 36 personas:

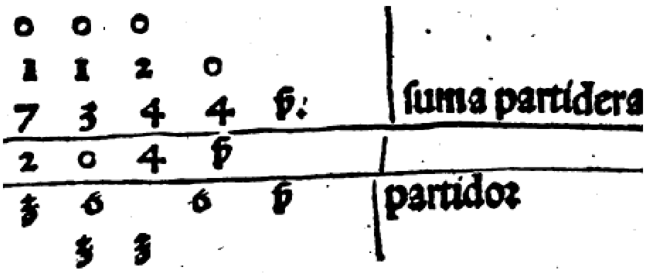


Figura 37. Partición en el libro de Juan Andrés (1515, p. xxxix).

- Segunda manera de partir propuesta en la obra:

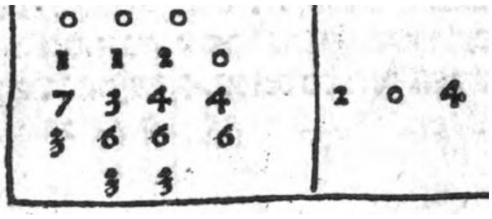


Figura 38. Otra manera de realizar una partición (Andrés, 1515, p. xl).

Incluye las prueba del 9 y del 7 para comprobar si la partición es correcta.

Se presenta también en la obra el concepto de progresión definido como: “muchos numeros puestos unos encima de otros de tal manera que el siguiente excede al precediente con ciertas unidades” (p. xliii) añade además que “el qual exceder debe ser ygual en todos los numeros de tal progression” (p. xliii).

Incluye ejemplos de varias progresiones, cómo calcular la suma de los términos de distintas progresiones e incluso una serie de ejercicios que relacionan este concepto con el cálculo de distancias, de sueldos…

El siguiente contenido que trata es la extracción de raíces. Sobre ello dice que: “no es otra cosa sino quando nos sera proposado algun numero quadrado para fallar su raiz a saber es fallar un numero que multiplicado por si mismo faga y produze el mismo numero cuadrado” (p. li).

Explica el algoritmo para hallar raíces cuadradas en números y números quebrados.

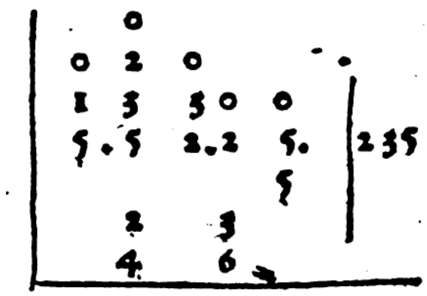


Figura 39. Realización de una raíz cuadrada (Andrés, 1515, p. liii).

Incluye también como hallar raíces cúbicas.

El tercer tratado de la obra presenta los quebrados. Define número quebrado como:

> […] numero que tiene una parte o dos o tres o muchas partes de un entero y no todas car si todas las partes tuviesse no seria quebrado antes seria entero, asi mismo numero quebrado es numero que no se puede nombrar por si mismo sino por otro numero entero. (p. lvi)

Explica cuales son las figuras del número quebrado (denominador y *nombrador*) y cómo nombrar.

También dice sobre los quebrados que “nacen de partir numeros enteros a numeros enteros a saber es quando el partidor no entra íntegramente en la suma partidera” (p. lvi).

Explica después como abreviar quebrados, sumar quebrados, restar quebrados, multiplicar quebrados, partir por quebrados. Añade además cómo probar cada una de estas operaciones utilizando la operación contraria.

Después incluye cómo reducir dos quebrados, un quebrado y un entero, 3 o más quebrados a denominador común, cómo cambiar un quebrado a otro con otro denominador y algunas otras cuestiones sobre quebrados.

El siguiente contenido incluido en el libro es la regla de 3. Sobre esta regla dice el autor:

> La regla de 3 no quiere decir otro sino una question propsada entre los mercaderes que tiene tres causas o tres numeros natos por sacar o saber otro numero 4º innoto y toda la pratica que se faze por la regla de tres es por sacar y fallar el numero 4º. (p. lxxiiii)

Pone ejemplos con cantidades de dinero sobre cómo solucionar una regla de 3 y explica que “la regla de 3 procede y viene de la proporción asi continua como discontinua que tenga empero quatro numeros” (p. lxxv). A partir de esto indica que:

> La prueba verdadera de la regla de 3 es que has de multiplicar el quarto numero que el numero que queremos saber por el primero y ha de fazer tanto quanto faze el segundo multiplicado por el tercero. Asi mismo ha de saber que la proporción que ay del quarto al tercero aquella misma proporción ha de aver del primero al segundo. (p. lxxvi)

A continuación realiza ejercicios sobre la regla de tres sin tiempo con ejemplos de cambios de monedas, aritméticos, compras y ventas al peso, ventas por medida, cambios de medidas, etc. Sobre la regla de tres con tiempo, que relaciona fundamentalmente con las ganancias de dinero. A continuación pasa a las reglas de tres por ganar y perder por ciento en compras y ventas de diversos productos. Y algunos oros ejercicios sobre regla de tres contextualizados en compras, con monedas, mezclas de metales. Finaliza incluyendo un listado de valores de monedas, pesos y medidas en distintos lugares y explicando cómo hacer las conversiones entre ellos.

El siguiente tratado expone las reglas de compañías. En primer lugar realiza ejemplos de compañías sin tiempo a través de repartos de dinero, ganancias, gastos, etc. En segundo ejemplos de compañías con tiempo: calculo de ganancias cuando se ha invertido cierto dinero durante cierto tiempo, tiempo en la construcción de una casa por unos obreros, de elaboración de una joya, etc. Después, ejemplos de compañías para ganar o perder por ciento entre varias personas con dinero, factores, etc. Finaliza con otros ejercicios que se resuelven a través de la regla de la compañía: cálculo de herencias, compra y uso de tierras, cuidado de animales.

A continuación, explica las reglas de baratas diciendo que hay tres maneras de baratas las simples (se realizan intercambios solo entre mercancías), las compuestas (intercambios entre mercancías que incluyen también pagos con dinero) y con tiempo (intercambios entre mercancías que incluyen pagos con dinero y en determinado tiempo). Realiza ejemplos de cada uno de estos casos.

Sigue con el tratado sobre el cambio, en primer lugar cambio real en el que realiza cambios de monedas de distinta regiones, compra de objetos en distintos lugares, diferentes unidades de medida,…El siguiente es el cambio *minudo*, incluye cambios de monedas utilizando cuando se requieren más de un tipo de monedas. Finaliza con ejercicios en los que reduce diversas monedas.

Después trata el fin de oro y de plata, es decir las ligas de estos metales, con ejercicios sobre mezclar y bajar oro o plata de distintas finezas, mezclar y bajar oro o plata juntándolo con otro metal, sacar fino de no fino y no fino de fino.

El siguiente contenido que trata son las reglas de falsas posiciones.

> Falsa posición no quiere dezir otra cosa en el arte mercantivol sino poner un numero falsamente puesto o dos numeros falsamente puestos por fallar la verdad del numero que queremos saber el qual numero no se puede fallar por ninguna regla de las pasadas. (p. cxxviii)

Realiza ejercicios para hallar un número, en el contexto de compra y venta para hallar el todo a través de las partes o al revés, cálculo de edades, de longitudes, de dinero, de tiempo de trabajo con diversas condiciones usando la falsa posición y las dos falsas posiciones.

Añade además: "Estas reglas suso declaradas de posicion tienen la fuerza de la proporcion y proporcionalidad segun lo pone Lucas de Burgo en su tratado mayor" (p. cxxxvii).

En definitiva si bien no se define específicamente el concepto de proporción, esta sí se relaciona tanto con la regla de tres como con la de falsa posición.

Finaliza el libro con ejercicios sobre el arte mercantil relacionados con los mercaderes, las compras y las medidas.

El autor no incluye contenidos de geometría ni ejercicios relacionados con ella. Sin embargo sí la menciona en varias ocasiones, para clasificar los números según geometría en literales o lineales, en superficiales, en cuadrados, en sólidos, en cúbicos, en triangulares, en circulares. Además, vuelve a mencionar brevemente la geometría al hablar de raíces cuadradas.

Además de estos contenidos el autor manifiesta su intención de hacer un tratado de arte mayor o arte de álgebra, sin embargo no se han encontrado muestras de que dicha obra llegara a realizarse. El autor habla en un par de ocasiones más sobre el álgebra, dice que la extracción de la raíz cuadrada es muy necesaria en el arte mayor y reglas de álgebra e incluso dice que un ejercicio se suele hacer por la regla del álgebra aunque él lo hace de forma distinta.

Juan Andrés no incluye tablas sobre equivalencias de monedas, pesos y medidas, pero sí varios apartados en los que aporta dichas equivalencias de cara a realizar ejemplos y ejercicios.

Para las monedas incluye:

En Aragón 12 dineros son 1 sueldo, 1 florín son 16 sueldos, 1 castellano vale 28 sueldos, 1 ducado vale 22 sueldos en Aragón, 1 dobla son 21 sueldos, el real de Castilla vale 2 sueldos, 1 sueldo en Aragón son 17 maravedís de Castilla, 3 cornados de Navarra hacen un dinero de Aragón.

En Valencia 1 sueldo son 11 dineros, 1 florín son 15 sueldos, 1 ducado son21 sueldos, 1 castellano de oro vale 27sueldos y 4 dineros, 1 dobla son 20 sueldos, el real de Castilla vale 22 dineros.

En Barcelona 1 florín son 17 sueldos, 1 ducado son 24 sueldos, 1 castellano vale 30 sueldos, 1 dobla son 20 sueldos, el real de Castilla vale 22 dineros.

En Castilla 1 florín vale 265 maravedís, 1 ducado son 375 maravedís, 1 castellano vale 485 maravedís, 1 dobla son 365 maravedís, el real de Castilla vale 34 maravedís. En Castilla no se hace mención de sueldos, dineros ni libras. En Castilla hay tres maneras de quartos, el primero es de Jaén y Sevilla y vale 4 maravedís, el de Toledo y Cuenca vale 3 maravedís. Los quartos viejos valen 2 maravedís.

En Navarra 1 sueldo son33 tarjas y 12 cornados, 1 ducado vale 46 tarjas aunque el ducado nuevo de Navarra vale en Navarra 40 tarjas, 1 castellano vale 60 tarjas, el real de Castilla vale 4 tarjas y 4 cornados.

Añade que una libra son 20 sueldos en cada parte del mundo donde son utilizadas.

Sobre las cosas de peso:

En Aragón, la libra común equivale a 12 arrobas con la que se pesan todas las cosas salvo carne y pescado fresco para los cuales la libra equivale a 36 arrobas. 1 arroba son 4 *quartos*, 1 *quarto* son 4 *arienços*. La roba mayor en Aragón es de 6 maneras: de 24 libras para pesar olio, de 30 libras para pesar grana, seda, especias, cera; de 31 libras para pesar tinta y colores de pintores, jengibre, caña, hierro; de 32 libras para fideos y sémola; de 34 para pesar pasas; de 36 libras para la lana limpia o el queso; de 38 libras para la lana sucia. 1 quintal son 4 robas, 1 carga son 3 quintales, la carga mayor es de 10 robas mayores y la carga menor de 12 robas menores.

En Valencia 1 libra es de 12 onzas (salvo para el pescado en este caso sería de 16 onzas y para la carne 36 onzas), la roba es de dos maneras: roba menor equivalente a 30 libras para las cosas de valor y roba mayor de 36 libras para pesar las cosas de poco valor. En Navarra libras, robas y cargas son equivalentes a estas.

En Castilla la libra es de 16 onzas y la roba es de 25 libras, el quintal de 100 libras y la carga equivale a 12 robas o 3 quintales o 300 libras.

En Barcelona la libra es de 12 arrobas y la roba de 12 libras y el quintal de 100 libras.

Para la plata y el oro 1 marco equivale a 8 arrobas, cada arroba es de 24 dineros y cada dinero es de 24 granos y cada grano es de 24 *garrofinos* y cada *garrofino* es de 24 pelletes y cada pellete es de 24 millenios. Así mismo cada onza es de 4 *quartos* y cada *quarto* es de 4 *arienços* y cada *arienço* de 32 granos.

Sobre las medidas de capacidad:

En Navarra y Aragón el *cafiz* es de 4 robas o de 8 fanegas, cada fanega son 3 *quartales* y cada *quartal* 4 almudes.

En Valencia el *cafiz* es de 6 fanegas, cada fanega es de 2 *barcellas*, cada *barcella* de 4 almudes, cada almud de 4 *quarterones*. El almud de Valencia es dos almudes de Aragon de manera que 48 almudes de Valencia hacen un *cafiz*.

En Castilla el *cafiz* es de 12 fanegas, cada fanega es de 1 roba y de 6 *cilimins* y cada *cilimi* es de 4 *quartillos*.

En Barcelona el *cafiz* de trigo tiene tres *quarteras* y media, cada *quartera* tiene 6 *barcellas* y cada *barcella* 6 almudes.

Sobre las unidades de medida de longitud:

En Aragón usan el codo, en Valencia usan el alna, en Barcelona canas, en Castilla varas y en Navarra codos, aunque 40 codos de Navarra son 30 codos de Aragón.

En Barcelona la cana tiene 8 palmos. Incluye también que un codo son 4 palmos.

4.2.4. Análisis didáctico

4.2.4.1. Sistemas de representación

Se han clasificado los sistemas de representación presentes en la obra en verbales, numéricos y gráficos:

- **Verbal:** El autor explica con palabras la mayor parte de definiciones, ejemplos y problemas.

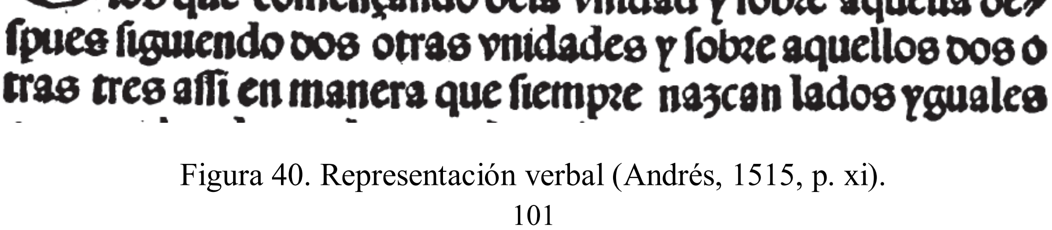

Otros ſon dichos numeros triangulares y ſon aquel/
los que començando dela vnidad y ſobre aquella de/
ſpues ſiguiendo dos otras vnidades y ſobre aquellos dos o
tras tres aſſi en manera que ſiempre nazcan lados yguales

Figura 40. Representación verbal (Andrés, 1515, p. xi).

- **Numérico:** Las representaciones verbales se combinan en muchas ocasiones con las numéricas. En general en la obra se utilizan ampliamente números, rayas, símbolos y abreviaturas.

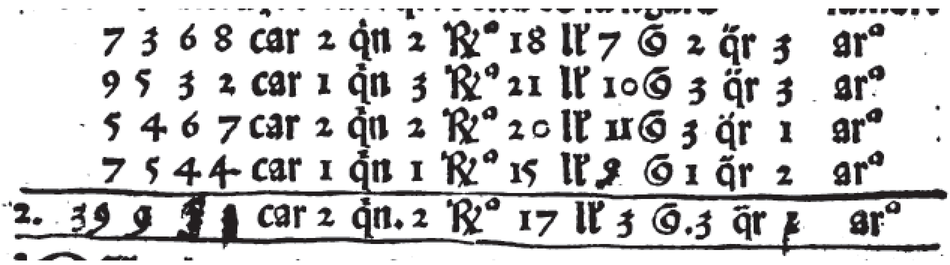


Figura 41. Representación numérica en la obra de Juan Andrés (1515, p. xxii).

- **Gráfico:** Además, de las representaciones verbales y numéricas, aparecen algunas representaciones gráficas: tabulares, geométricas y mixtas Se incluyen para reforzar algún contenido y no son demasiado numerosas en la obra.

a) Tabular: Para agrupar los contenidos y favorecer así la comprensión del texto por parte del lector; se presentan tablas de multiplicar (una únicamente del 1 al 8 (Figura 42) y otra que el autor llama tabla mayor y que incluye decenas por decenas, decenas por centenas, etc.), de números cuadrados y cúbicos y de las pruebas del 7 y del 9. En el caso de las tablas de multiplicar resulta llamativo que estas fueran impresas en color, siendo además el único contenido de la obra que lo está, quizás esto se realizara con el objetivo de resaltarlas, pero resulta destacable sobre todo teniendo en cuenta el momento histórico en el que fueron realizadas y la escasa andadura de la imprenta hasta ese momento.

Figura 42. Una de las tablas de multiplicar presentes en la obra.

b) Figural: Las únicas representaciones figurales que contiene son dos láminas que Picatoste (1891) describe como relativas a la dactilogía o arte de contar de los dedos.

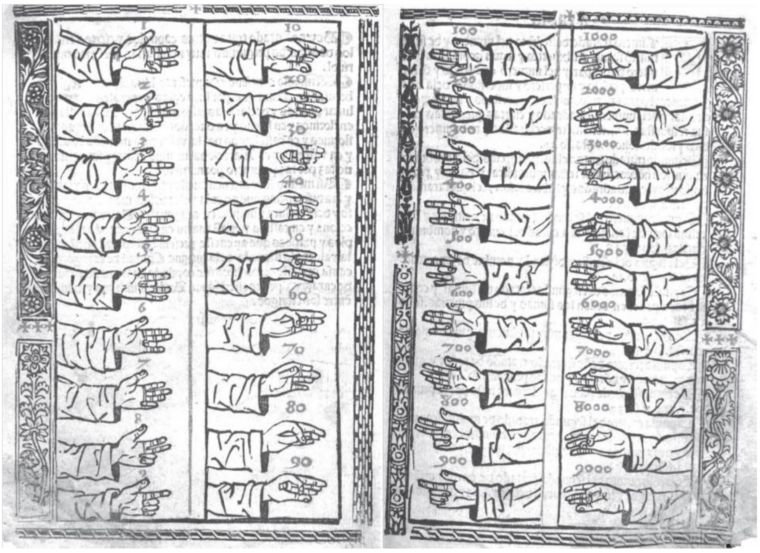


Figura 43. Laminas presentes en la obra.

c) Geométrico: No se incluyen en la obra ninguna figura representando polígonos básicos, pero sí la siguiente figura que a través de la disposición de los números evoca la forma de un triángulo y que el autor incluye para explicar el concepto de números triangulares.

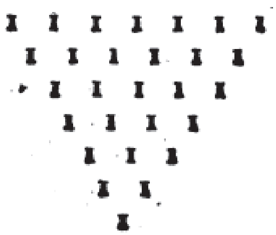


Figura 44. Ejemplo de triángulo compuesto por números (1515, p. xi).

d) Mixto: Mezclan números con líneas, figuras, corchetes, etc.

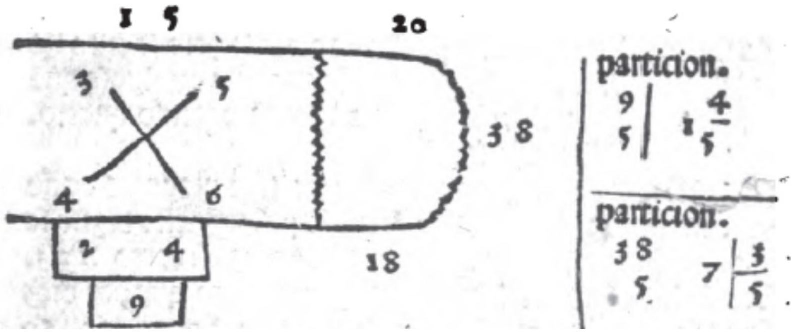


Figura 45. Ejemplo de representación mixta (Juan Andrés, 1515, p. xvii).

4.2.4.2. Análisis fenomenológico

Se han analizado las conexiones que el autor hace entre las matemáticas y otros contextos, estas se han clasificado en las siguientes categorías:

1. **Fenómenos relacionados con la actividad comercial y los negocios:**

En la cual se incluyen:

- **Fenómenos contables**: Se presentan situaciones en las que se debe determinar una ganancia o una pérdida económica.


Articulo primero si vna carga de pebre costo.60.duc.de-
mando por quanto se deue vender por ganar a razon de.10.

Figura 46. Situación de ganancia económica (Andrés, 1515, p. lxxxiii).

- **Fenómenos comerciales**: Se plantean contextos de compra y venta de objetos, animales, etc.

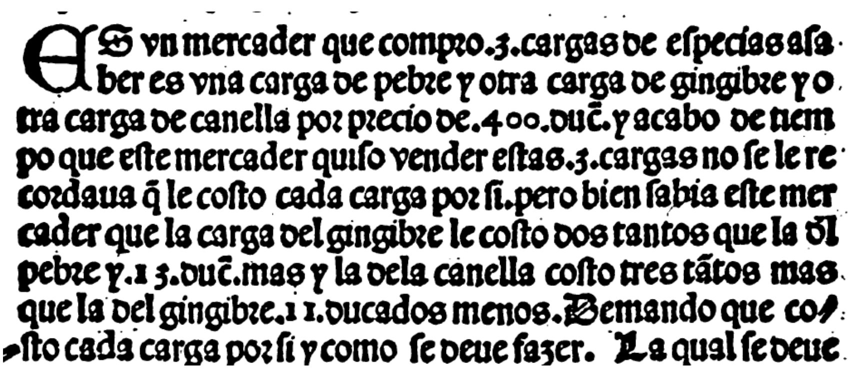

Es vn mercader que compro.3.cargas de especias asa-
ber es vna carga de pebre y otra carga de gingibre y o-
tra carga de canella por precio de.400.duc. y acabo de tiem-
po que este mercader quiso vender estas.3.cargas no se le re-
cordaua q le costo cada carga por si.pero bien sabia este mer-
cader que la carga del gingibre le costo dos tantos que la dl
pebre y.13.duc.mas y la dela canella costo tres tãtos mas
que la del gingibre.11.ducados menos. Demando que co-
sto cada carga por si y como se deue fazer. La qual se deue

Figura 47. Realización de una compra en el libro de Juan Andrés (1515, p. cxxxiiii).

- **Fenómenos de repartos:** Estas situaciones requieren de la distribución equitativa de objetos o ganancias, o del uso de la regla de compañía para distribuir la rentabilidad de un depósito o negocio.

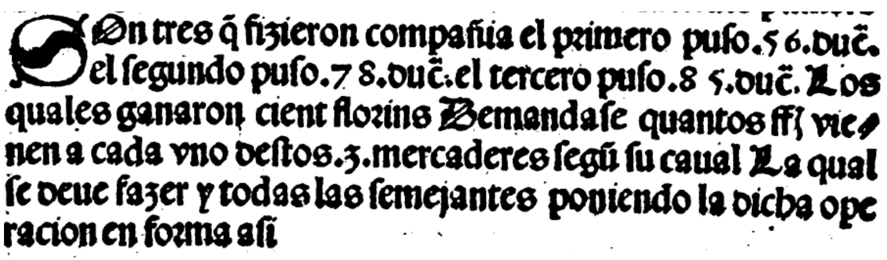

Son tres q̃ fizieron compañia el primero puso.56.duc.
el segundo puso.78.duc.el tercero puso.85.duc. Los
quales ganaron cient florins Demandase quantos ff. vie-
nen a cada vno destos.3.mercaderes segũ su caual La qual
se deue fazer y todas las semejantes poniendo la dicha ope-
racion en forma asi

Figura 48. Ejemplo de la regla de compañía en la obra de Juan Andrés (1515, p. xci).

- **Fenómenos salariales y de pagos**: En general se utilizan para aplicar reglas de tres o de falsa posición con salarios, alquileres, rentas y otros pagos como excusa para su uso.

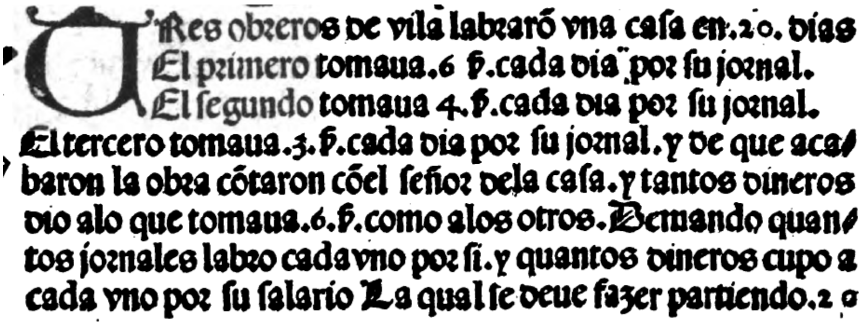

Tres obreros de vila labrarō vna casa en.20. dias
El primero tomaua.6 ẜ.cada dia por su jornal.
El segundo tomaua 4.ẜ.cada dia por su jornal.
El tercero tomaua.3.ẜ.cada dia por su jornal.y de que aca-
baron la obra cōtaron cōel señor dela casa.y tantos dineros
dio alo que tomaua.6.ẜ.como alos otros.Demando quan-
tos jornales labro cada vno por si.y quantos dineros cupo a
cada vno por su salario La qual se deue fazer partiendo.2 o

Figura 49. Fenómeno salarial (Andrés, 1515, p. c).

- **Fenómenos de aleaciones:** El autor presenta ejemplos de que cantidades de cada metal deben utilizarse para realizar una aleación o una ligadura según unas especificaciones.

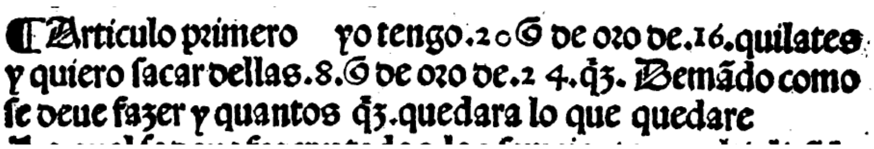

Articulo primero yo tengo.20 ℥ de oro de.16.quilates
y quiero sacar dellas.8.℥ de oro de.24.q̃s. Demādo como
se deue fazer y quantos q̃s.quedara lo que quedare

Figura 50. Fineza de oro en la obra de Juan Andrés (1515, p. cxxvi).

2. **Fenómenos relacionados con la medida**

- **Fenómenos de medida:** Se incluyen aquellos problemas en los que se hallan longitudes de objetos, distancias o recorridos, también los relacionados con la medida del tiempo.

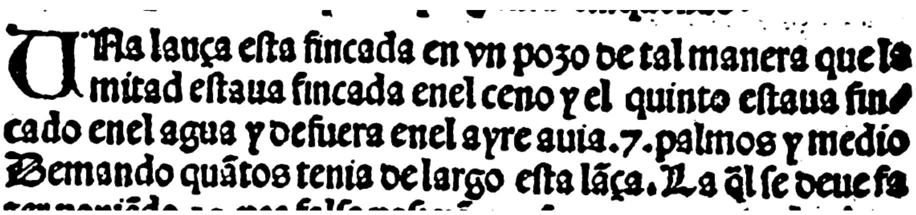

Vna lança esta fincada en vn pozo de tal manera que la
mitad estaua fincada enel ceno y el quinto estaua fin-
cado enel agua y defuera enel ayre auia.7.palmos y medio
Demando quātos tenia de largo esta lāça.La q̄l se deue fa

Figura 51. Fenómeno de medida (Andrés, 1515, p. 132).

3. **Fenómenos de cambios monetarios, de medidas o pesos:** Se plantean situaciones de equivalencias entre monedas de diversas regiones y países, o en los que se deba encontrar la equivalencia entre determinadas medidas o pesos utilizados en regiones geográficas diferentes.

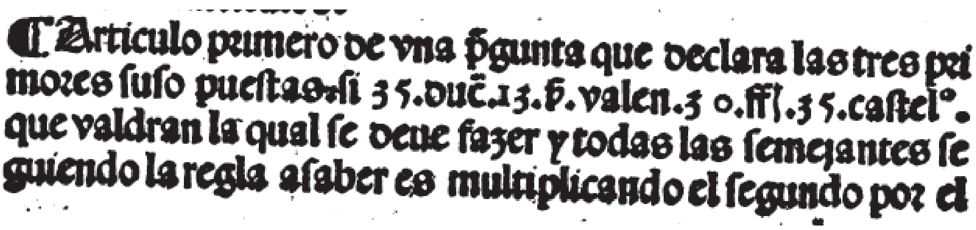

¶ Articulo primero de vna pregunta que declara las tres primores suso puestas. si 35. duc. 13. s. valen. 30. ffl. 35. castel°. que valdran la qual se deue fazer y todas las semejantes siguiendo la regla asaber es multiplicando el segundo por el

Figura 52. Cambio monetario (Andrés, 1515, p. lxxvi)

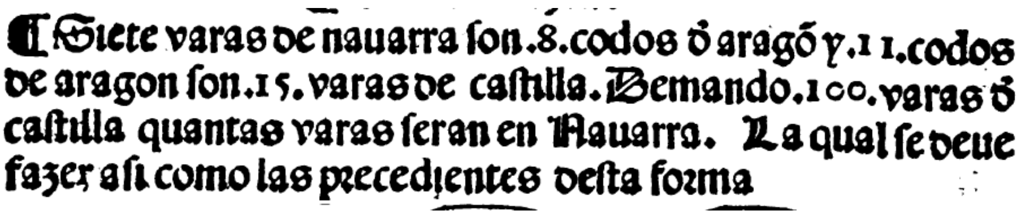
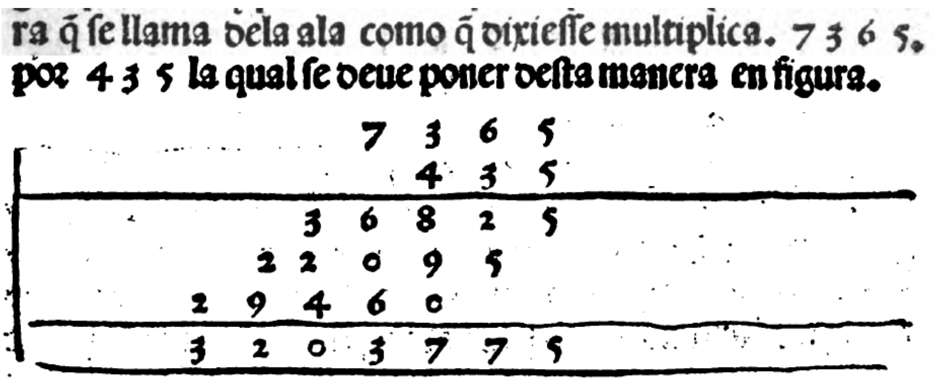

¶ Siete varas de nauarra son .8. codos d aragõ y .11. codos de aragon son .15. varas de castilla. Demando .100. varas d castilla quantas varas seran en Nauarra. La qual se deue fazer asi como las precedientes desta forma

Figura 53. Equivalencia entre unidades de medida (Andrés, 1515, p. cxvi).

4. **Fenómenos matemáticos:**
- **Fenómenos aritméticos**: Se trata de problemas asociados con operaciones matemáticas y sin contexto.


ra q̃ se llama dela ala como q̃ dixiesse multiplica. 7365. por 435 la qual se deue poner desta manera en figura.

```
      7365
       435
    ------
     36825
    22095
   29460
   -------
   3203775
```

Figura 54. Operación aritmética en la aritmética de Juan Andrés (1515, p. xxxi).

5. **Fenómenos lúdicos:** Se incluyen problemas referidos a juegos o a matemáticas recreativas con sencillas adivinanzas.

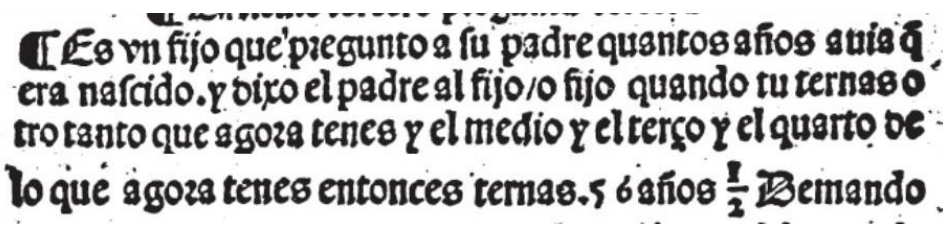

¶ Es vn fijo que pregunto a su padre quantos años auia q̃ era nascido. y dixo el padre al fijo/o fijo quando tu ternas otro tanto que agora tenes y el medio y el terço y el quarto de lo que agora tenes entonces ternas .56 años ½ Demando

Figura 55. Ejemplo de adivinanza de una edad (Andrés, 1515, pp. cxxxi - cxxxii).

4.2.4.3. Aspectos didácticos

Finalmente, se han considerado los aspectos didácticos presentes en esta obra:

- **Actualidad:** Los contenidos matemáticos no son actuales para la época, la obra de Luca de Burgo citada por Juan Andrés incluye contenidos más actuales por ejemplo el álgebra, quizás por eso el autor manifiesta su intención de hacer un tratado de arte mayor o arte de álgebra del que no se tiene constancia. Además, el autor habla en un par de ocasiones más sobre el álgebra añadiendo incluso que un ejercicio se suele hacer por la regla del álgebra aunque él lo hace de forma distinta.

- **Originalidad:** El propio autor dice que del tratado mayor de Lucas de Burgo ha sacado y compilado la mayor parte de este libro, además los contenidos están presentes en otras obras similares por tanto no son originales.

- **Rigor y precisión:** El libro no incluye ni axiomas, ni teoremas, en la mayoría de las ocasiones no generaliza ni define de forma rigurosa haciéndolo a través de ejemplos. Entre las escasas generalizaciones que plantea incluye un método general para resolver las reglas de compañías.

- **Interés social de las matemáticas:** Es la principal característica de la obra, ayudar a adquirir conocimientos matemáticos a los futuros contadores.

- **Revisión y síntesis:** Juan Andrés si realiza una síntesis de todos los contenidos que considera que necesita un contador y los expone a través de ejemplos.

- **Destaca en las aplicaciones:** El libro destaca por su interés en la aplicación de las matemáticas al comercio, toda la obra está orientada específicamente a ello.

Además, la secuenciación de los contenidos en la obra no está ordenada al uso común, pues explica antes cómo extraer las raíces cuadradas de quebrados que el significado de quebrado.

4.2.5. Conclusiones

La aritmética de Juan Andrés fue uno de los primeros libros de esta temática impresos en España; la obra presenta similitudes con otras de la época tanto en los contenidos como en la importancia de las aplicaciones comerciales. Presenta a Juan Andrés como un autor consciente de las necesidades de su tiempo y hacedor de una obra que sin ser ambiciosa en el sentido matemático si lo es en el sentido práctico.

Por tanto, este libro muestra cómo se abordaban los contenidos aritméticos en el pasado, destaca en ella como la gran mayoría de los ejemplos utilizados trataban temas que los lectores consideraban necesarios y útiles y sobre todo que tenían una estrecha relación con su vida cotidiana e incluso les ayudaban a mejorar en sus negocios o trabajos.

En definitiva, la obra de Juan Andrés, igual que su predecesora publicada por Juan de Ortega en 1512, es un ejemplo de las aritméticas prácticas impresas en el siglo XVI que tuvieron gran relevancia en la época por lo necesario de sus contenidos sobre aritmética práctica en la sociedad de dicho siglo y por su intencionalidad didáctica.

La siguiente tabla resume los aspectos incluidos en la obra.

Tabla 9. Tabla resumen del análisis de la obra de Juan Andrés (1515).

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">JUAN ANDRÉS</th></tr>
<tr><td>Definición de aritmética.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Noción de número o de cantidad.</td><td colspan="2">SÍ: La discreta se quiere numero es aquella cuyas partes no son juntas a algún termino común como es uno dos tres quatre cinco</td></tr>
<tr><td>Operaciones elementales.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Definición de quebrados y operaciones.</td><td colspan="2">SÍ: numero que tiene una parte o dos o tres o muchas partes de un entero y no todas car si todas las partes tuviesse no seria quebrado antes seria entero, asi mismo numero quebrado es numero que no se puede nombrar por si mismo sino por otro numero entero</td></tr>
<tr><td>Noción de proporción, ejercicios relativos a la regla de tres, etc.</td><td colspan="2">NO incluye noción de proporción.
SÍ incluye ejercicios sobrela regla de tres, etc.</td></tr>
<tr><td>Otros contenidos recogidos en la obra</td><td colspan="2">Progresión, raíz cuadrada y cúbica</td></tr>
<tr><td>Ideas sobre geometría.</td><td colspan="2">NO, solo se menciona</td></tr>
<tr><td>Ideas sobre álgebra.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Monedas, pesos y medidas.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Representaciones verbales.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Representaciones numéricas.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Representaciones gráficas.</td><td>Tablas.</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>Figuras.</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>Representaciones geométricas.</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>Esquemas.</td><td>NO</td></tr>
<tr><td>Mixtas</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos contables.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos comerciales.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de repartos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos salariales.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de aleaciones.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de medida.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de agrimensura.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de cambios monetarios.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos lúdicos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos aritméticos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos geométricos.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Fenómenos algebraicos.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Actualidad.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Originalidad.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Rigor y precisión.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Interés social.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Revisión o síntesis de los contenidos matemáticos conocidos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Destaca en alguna aplicación</td><td colspan="2">SÍ: aplicado al comercio</td></tr>
</table>

4.3 *SUMA DE ARITHMETICA PRACTICA Y DE TODAS MERCADERIAS CON LA HORDEN DE CONTADORES* (1546)

4.3.1. El autor: Gaspar de Texeda

Se trata de un autor del que se conocen escasos datos biográficos. La publicación de sus obras conocidas sobre la mitad del siglo XVI permite suponer que nació aproximadamente en la primera mitad de este siglo y murió sobre la segunda mitad.

Salavert (1990) afirma que De Texeda era un sacerdote. Además en su obra *Suma de Arithmetica practica y de todas mercaderias con la horden de contadores* (1546) incluye referencias bíblicas y palabras en latín que apoyan dicha afirmación.

A parte de esto, fue protegido por Hugo y Pedro de Urríes, de la familia de los Jordán de Urríes rama de los Ayerbe (Enciclopedia universal ilustrada europeo-americana, 1928; González, 1956).

Publicó en 1546 su obra *Suma de Arithmetica practica y de todas mercaderias con la horden de contadores* en Valladolid, que destaca por ser uno de los primeros estudios hechos en España sobre contabilidad (Diccionario Biográfico Español, 2009).

También publicó la obra *Estilo de escrevir cartas mensageras Cortesanamente. A diversos fines y conceptos con los títulos y cortesis que se usan* que contó con tres impresiones una en Zaragoza en 1547, una en Valladolid en 1549 y otra de nuevo en Valladolid en 1553 (por Sebastián Martínez) pero cuyo título es *Primero Libro de cartas mensageras, en estilo Cortesano, para diuersos fines y propositos con los titulos y cortesias que se vsan en todos los estados.* Entre ambas reediciones (1549 y 1553) y anunciada ya en el *Estilo*, el autor dio a la imprenta una segunda parte del libro, que tituló *Segundo libro de cartas mensageras, en estilo cortesano, a infinitos propositos. Con las diferencias de cortesias y sobre escriptos que se usan* publicada en Valladolid por Sebastián Martínez en 1552 (Enciclopedia universal ilustrada europeo-americana, 1928; González, 1956; Navarro, 2011; Picatoste, 1891).

Estos libros están constituidos por una recopilación de cartas, en algunos casos con sus respuestas, que prevén las más dispersas y dispares finalidades (González, 1956).

Figura 1. Portada de la segunda edición del libro *Libro de cartas mensageras, en estilo Cortesano* publicada en 1549.

Gaspar de Texeda publicó en Zaragoza en 1548 el *Memorial de criança y Banquete virtuoso para criar hijos de grandes, y otras cosas* en Casa De George Cocí por Pedro Bernuz, escrito para Hugo de Urríes y dedicado a Pedro de Urríes, manual de educación que incluyo numerosos consejos morales para la crianza de los hijos de señores (Enciclopedia universal ilustrada europeo-americana, 1928; González, 1956).

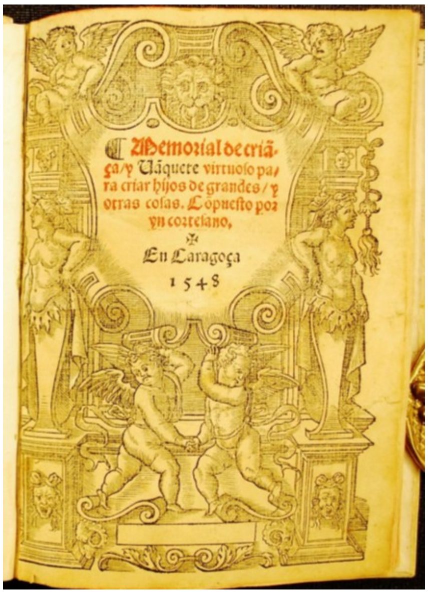


Figura 2. Portada del libro *Memorial de criança y Banquete virtuoso para criar hijos de grandes, y otras cosas.*

4.3.2. La obra: Aspectos generales

Su título completo es *Suma de Arithmetica practica y de todas mercaderias con la horden de contadores* fue impreso en Valladolid el 4 de Enero de 1546 en la oficina de Francisco Fernández de Córdoba. Picatoste (1891) la describe como en 4º, 64 hojas, letra gótica. La portada es un grabado en madera con fondo negro.

Smith (1908) proporciona los siguientes datos sobre el libro: 8º, 13.5 x 19.5 cm, el texto ocupa 10.3 x 16.5 cm, contiene 64 folios numerados con números romanos y cada folio incluye 32-34 líneas. No se conocen otras ediciones de la obra.

González (1956) indica más concretamente que la obra contiene solo 63 folios incluida la portada, aunque la numeración marca 64 por haber pasado del 62 al 64. Destaca además que su ortografía es tan curiosa y original como la de sus otras obras.

La obra consta de 63 folios, la licencia para la publicación fue dada en Valladolid el 22 de Julio de 1545. A continuación sigue una dedicatoria a Don Juan Bernal Díaz de Luco, Obispo de Calahorra y un prólogo al lector.

En el texto se explican como nombrar y las cuatro operaciones: sumar, restar multiplicar y partir, las progresiones, las raíces cuadradas, los quebrados y las operaciones con ellos, las reglas de tres, de compañías, de testamentos, de falsa posición, de reducción de monedas, de fineza de oro y plata, etc. Incluye algunos problemas sobre geometría; unas páginas dedicadas a los contadores que incluyen consejos sobre cómo llevar cuentas. Y un listado final sobre conversión de monedas, aneajes y otras medidas.

Incluye en sus últimas páginas un índice de contenidos y termina con la siguiente nota:

> Fue impressa la presente obra de Arithmetica en la muy noble y felice villa de Valladolid (Pincia otro tiempo llamada), en la oficina de Francisco Fernandez de Cordova, junto a las escuelas mayores. Acabose a quatro dias del mes de Henero deste año del Señor de mill quinientos quarenta seis Años. (p. lxiiii)

En el prólogo presenta como objetivos que cualquiera sin maestro pueda convertirse en contador. A lo largo de la obra, este objetivo se consolida. El autor pretende que el lector pueda utilizar las matemáticas en situaciones de la vida real pues considera que estas pueden aprovecharse en cuentas de testamentos, herencias, en el arte mercantil.

Incluso, manifiesta la importancia de la aritmética en la vida real diciendo: “En diversas tierras y lugares no corresponde una libra con otra de otro peso ni la vara ni medida una con otra, que cuando quieres de obrar sepas bien reducir lo uno a lo otro, porque no te engañes ni a ti ni a otro" (p. xxx).

En definitiva, el objetivo de la obra es que los contadores dominen su oficio, sepan realizar correctamente cálculos, escribir libros de cuentas y sobre todo eviten ser engañados por falta de conocimientos matemáticos. Por tanto son los futuros contadores los lectores hacia los que va dirigida esta obra.

Entre las influencias presentes en la obra se encuentran los autores citados: Boecio y Euclides en varias ocasiones así como Lucas de Burgo y Pitágoras.

El libro de Gaspar de Texeda es una obra elemental y de carácter exclusivamente práctico, incluye como ejemplos algunos problemas de geometría, cuya resolución exige conocimientos muy superficiales de aritmética (Picatoste, 1891). Un ejemplo concreto de esto es que para medir la altura de una casa ó árbol ó pared por medio de una escalera: se coloca la escalera de mano de modo que se apoye en el extremo de la casa y así se forma un triángulo rectángulo en que, conociendo la longitud de la escalera, que es la hipotenusa y la distancia de su pie al de la casa, que es un cateto, considera que es facilísimo por una regla constante el determinar la longitud del otro cateto, que es la altura incógnita. Además, entre las cosas curiosas que considera incluye el libro menciona las operaciones efectuadas con cifras arábigas y con números romanos.

Smith (1908) considera la obra como una extraña aritmética española, interesante por la doble notación en números "castellanos" y arábigos ("guarismo").

Sin embargo, esta obra destaca por ser considerada uno de los primeros estudios hechos en España sobre contabilidad, porque Gaspar de Texeda dedica un capítulo *De la manera como se a de tener en cuenta qualquier casa de señor*, a una serie de consejos prácticos de contabilidad de partida simple para el administrador de propiedades de un gran terrateniente. En estas páginas recomienda la utilización de sus libros de cuentas: de encabezamientos y arrendamientos, de mayordomías o de rentas, de señoríos, de acostamientos, de extraordinario y del tesorero. Organizando la contabilidad en "secciones superpuestas" es decir en vez de tener el debito a la izquierda y el crédito a la derecha, lo libros de cuentas están divididos en secciones donde el débito está en la parte superior de la hoja y el crédito en la parte inferior (Diccionario Biográfico Español, 2009).

Salavert (1990) añade que Texeda tituló un capítulo *De la manera como se a de tener en quenta cualquier casa de señor*, dirigido explícitamente a la nobleza, apareciendo así como una de las mejores muestras de la implantación de la mentalidad cuantitativa en el mundo cotidiano del siglo XVI, en casi todo el espectro social. Desde una perspectiva estrictamente contable, el sacerdote proponía la utilización de la contabilidad simple, que era normalmente la más utilizada en los libros de cuentas de las distintas administraciones públicas del momento, salvo algunas excepciones.

González Ferrando (1956) analiza la obra de Gaspar de Texeda desde el punto de vista de la contabilidad pues la considera la primera obra española que se ocupa de la teneduría de libros desde un punto de vista puramente técnico o práctico.

Siguiendo con esta línea Donoso (1996) considera la obra un libro de aritmética que incluye este breve capítulo dedicado a la forma de llevar las cuentas en la hacienda de un señor mediante la utilización del método de Cargo y data en pliego agujereado. Sin embargo, destaca el valor que tiene la magnífica descripción que hace Gaspar de Texeda de este método.

La obra es en definitiva un buen ejemplo de las aritméticas prácticas que circulaban por la España del siglo XVI y trata los contenidos usuales en dichas obras (Meavilla y Oller, 2014a).

Figura 56. Portada de la obra de Gaspar de Texeda.

4.3.3. Análisis del contenido matemático

En este apartado se revisarán los contenidos del libro, destacando las principales nociones matemáticas que aparecen en él.

La obra de Gaspar de Texeda no incluye definiciones de aritmética, número o cantidad, sino que comienza directamente explicando cómo nombrar y numerar con el sistema de numeración decimal, al que él llama “guarismos” y con los números romanos, “cuenta castellana”.

A continuación explicas las cuatro operaciones: sumar, restar, multiplicar y partir.

Realiza estas operaciones en algunas ocasiones con el sistema de numeración decimal y otras con números romanos, e incluso los combina diciendo: “Los extrangeros usan en los libros de asentar las partidas en guarismo y castellano poniendo hasta la figura de millar en castellano y de allí adelante en guarismo, yo lo tengo por bueno” (p. v).

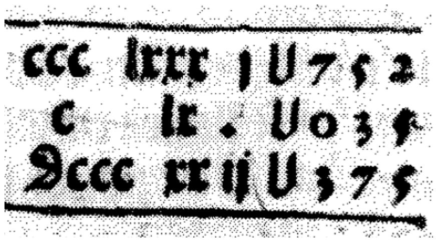


Figura 57. Combinación del sistema de numeración decimal con los números romanos (De Texeda, 1546, p. v).

Expone que sumar quiere decir el “ajuntamiento” de dos o más cantidades. Explica después el algoritmo de la suma, indicando que lo realiza al modo de los árabes. Para después realizar sumas de ducados, maravedís, reales, etc.

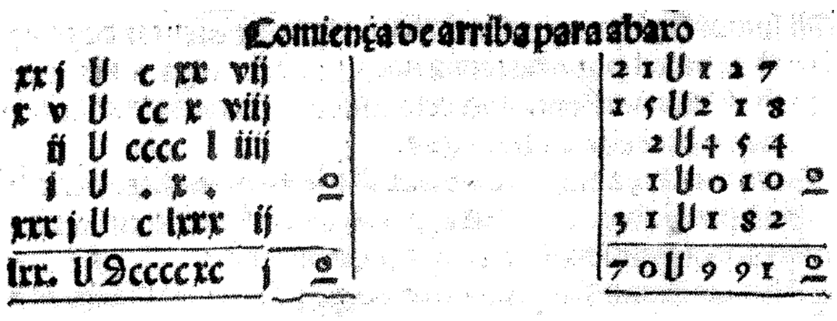


Figura 58. Ejemplo de suma (De Texeda, 1546, p. v).

Restar es: cuando uno recibe una cantidad y gasta cierta parte de ella. Y sacando de lo recibido lo que gasto saber lo que queda. Explica un algoritmo para restar.

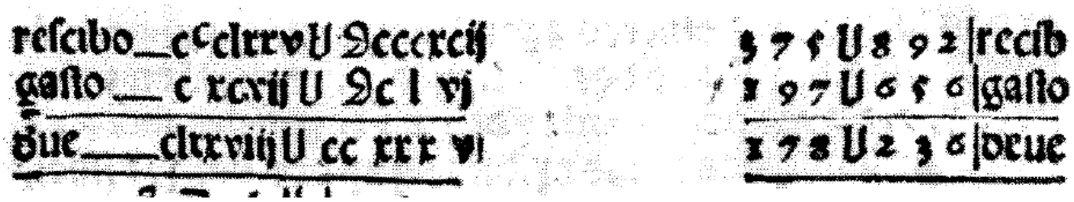


Figura 59. Ejemplo de una resta (De Texeda, 1546, p. vii).

Sobre la multiplicación aconseja primero aprender la tabla de multiplicar muy bien y de memoria y define multiplicar como: "aumentar segun los multiplicantes numero o es hallar un numero tercero rectangulo o superficie o producto en el qual tantas veces uno de los multiplicadores se contenga quantas unidades su contrario tiene o por la contra" (p. xvii).

Además, de presentar ejemplos de multiplicaciones con monedas utilizando un algoritmo similar al actual aunque con diferente colocación de los números, expone 11 distintos algoritmos para multiplicar que han sido ampliamente descritos por Meavilla y Oller (2014a):

- Multiplicación por *berricolo* o *escaquer*:

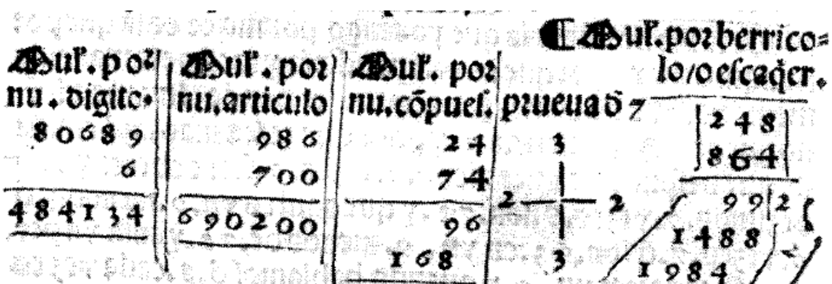


Figura 60. Multiplicación por berricolo o escaquer (De Texeda, 1546, p. xv).

Puede observarse que el autor comete un error al realizar la multiplicación: El resultado final es 224272 el autor olvida "llevarse" el último 1 y por eso el resultado erróneo que obtiene es 124272.

- Modo *castellucio:*

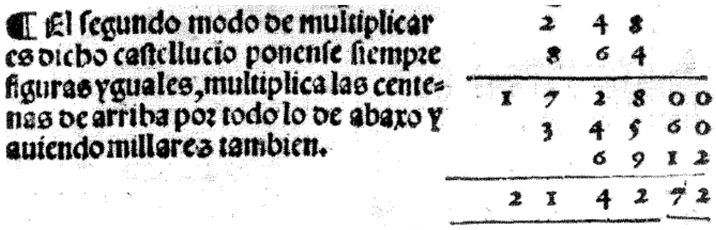


Figura 61. Modo de multiplicar *castellucio* (De Texeda, 1546, p. xv).

- Modo *colona o taboleta*:

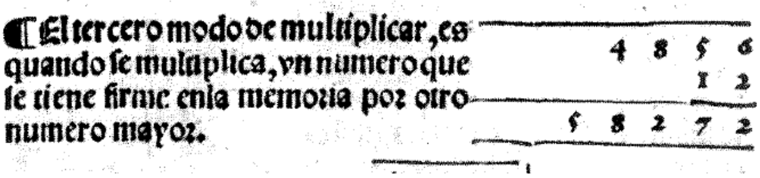


Figura 62. Modo de multiplicar *colona o taboleta* (De Texeda, 1546, p. xv).

- Modo *per crocceta, casella*:

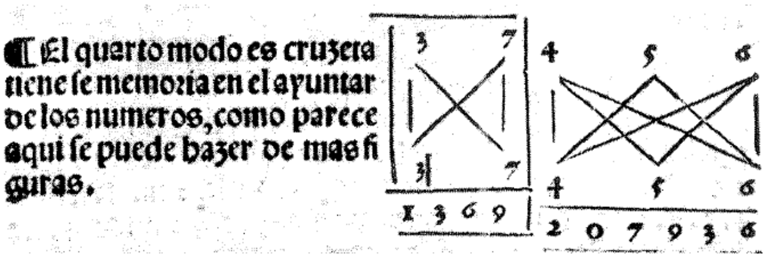


Figura 63. Modo de multiplicar cruceta (De Texeda, 1546, p. xv).

- Modo cuadrilátero:

Figura 64. Modo de multiplicar cuadrilátero (De Texeda, 1546, p. xv).

- Por *gelosia* o *graticola*:

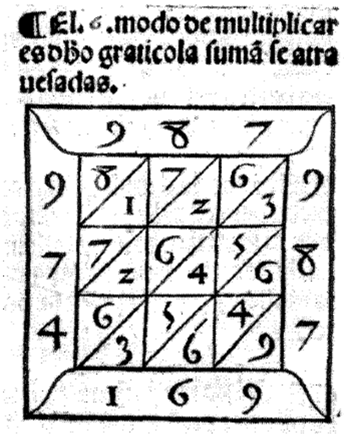


Figura 65. Modo de multiplicar *graticola* (De Texeda, 1546, p. xv).

- Por *repriego:*

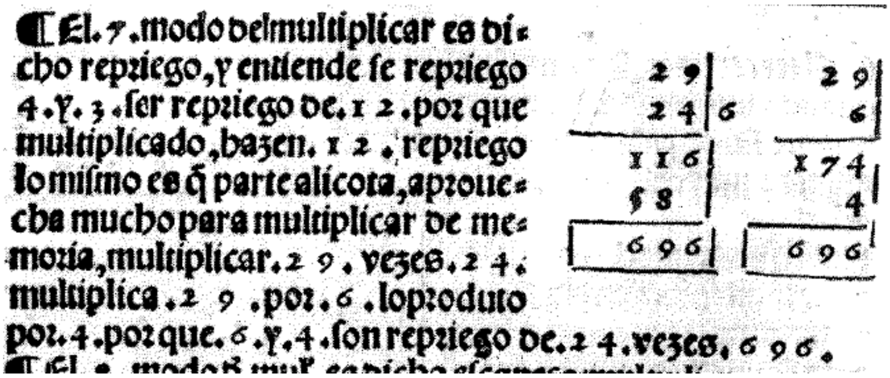


Figura 66. Modo de multiplicar por *repriego* (De Texeda, 1546, p. xv).

- Modo *escapeço*:

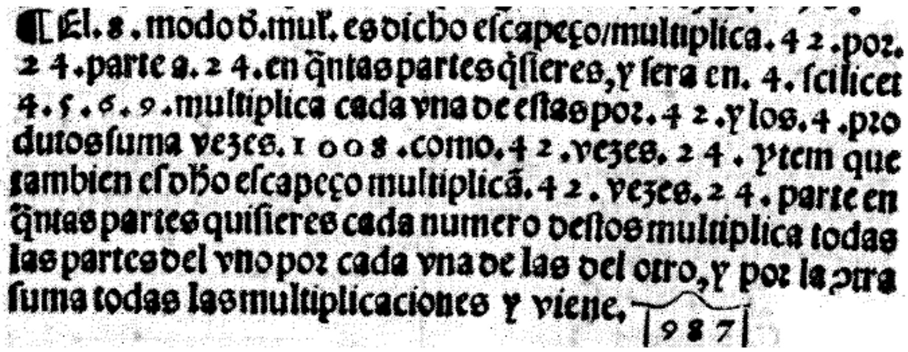


Figura 67. Modo de multiplicar *escapeço* (De Texeda, 1546, p. xv).

- Por copa:

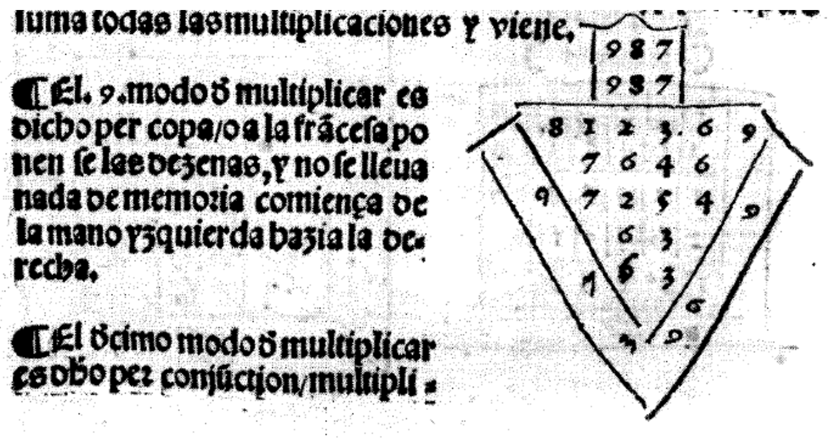


Figura 68. Modo de multiplicar por copa (De Texeda, 1546, p. xv).

- Por *conjunction*:

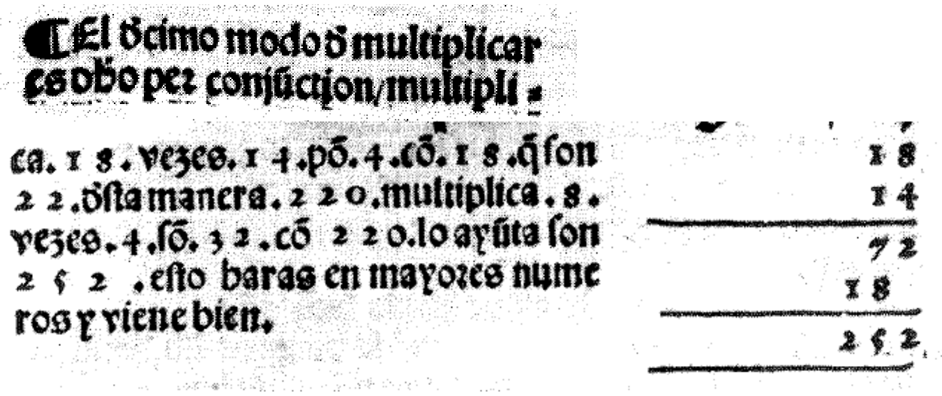


Figura 69. Modo de multiplicar por *conjuction* (De Texeda, 1546, pp. xv-xvi).

- Modo de multiplicar que usan los moros:

Detalla este modo paso a paso, diciendo que en primer lugar se deben colocar los números de modo que la primera letra del multiplicador (7) este debajo de la postrera letra de la cosa que se quiere multiplicar (2).

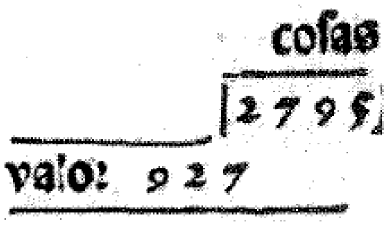


Figura 70. Primer paso método de multiplicación moro (De Texeda, 1546, p. xvi).

A continuación, diciendo dos veces 9 es 18 pon el diez un grado más acá del nueve del multiplicador y encima de la raya y el 8 pon en derecho del diez y encima del nueve y luego borrarás el 9 y así dirás después, dos veces 2 son 4 ponle sobre el dos encima de la raya y enfrente del 8 y luego borra el 2 del multiplicador y di 2 veces 7 son 14, pon el 4 en lo alto encima del 7 del multiplicador y el diez un grado más atrás. Ahora borra el dos de quien hemos hablado que es la letra postrera de la cosa que se multiplica y torna a mudar las letras del multiplicador un grado más adelante, como quien parte y di desde la segunda letra que es 7, 7 veces 9, 63, pon el 3 frontero en el derecho del 9 del multiplicador y el 6 un grado más atrás y sigue como aquí lo pongo figurado.

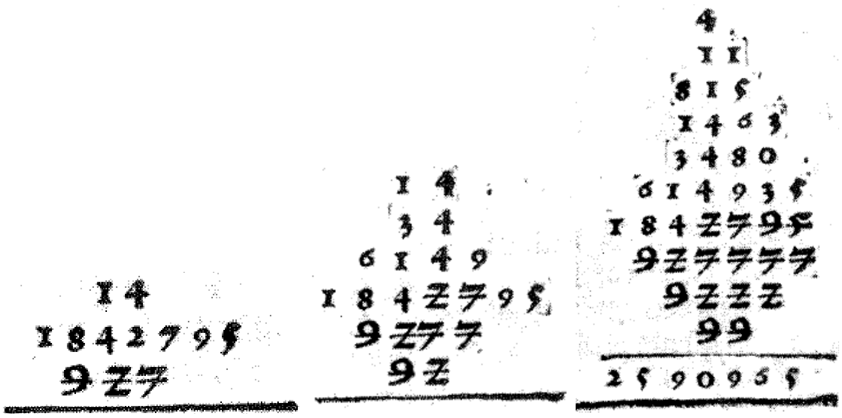


Figura 71. Siguientes pasos del método de multiplicación (De Texeda, 1546, p. xvi).

- El modo de multiplicar que el autor utiliza y que considera el mejor se trata de una versión del método *escaquer* o *berricolo* utilizando líneas y comenzando por las centenas, luego decenas y finalmente unidades:

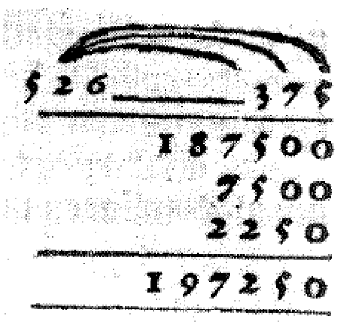


Figura 72. Ejemplo del modo de multiplicar que De Texeda considera más adecuado (1546, p. xv)

Incluye además reglas para multiplicar algunos números, como por ejemplo 143 por 777 es igual a 111111.

Explica cómo partir, diciendo que partir es:

> Dividir o distribuyr una cantidad por ciertas partes o es hallar un partidor el qual tantas veces en el numero que se parte se halla quantas unidades tiene el partidor assi que partir no es otra cosa sino saber quantas veces el partidor entra en el dividendo. (p. xviii)

Expone después distintos algoritmos para partir:

- Partir a *regolo* o a *taboleta*: Indica que es como partir por número dígito.

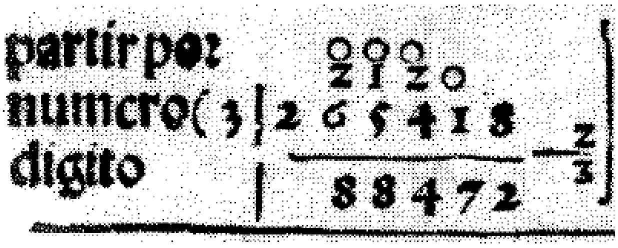


Figura 73. Partir por número dígito o por *regolo* (De Texeda, 1546, p. xviii).

- Por *repriego*:


El. 2. modo es dicho por repriego/pte. 8 6 4 8 9, por. 4 8. sus repriegos son. 8/y. 6. parte lo por/8. y lo que viniere pte por. 6/y viene. 9 8 7 6.

Figura 74. Partir por *repriego* (De Texeda, 1546, p. xviii)

- A *danda*:

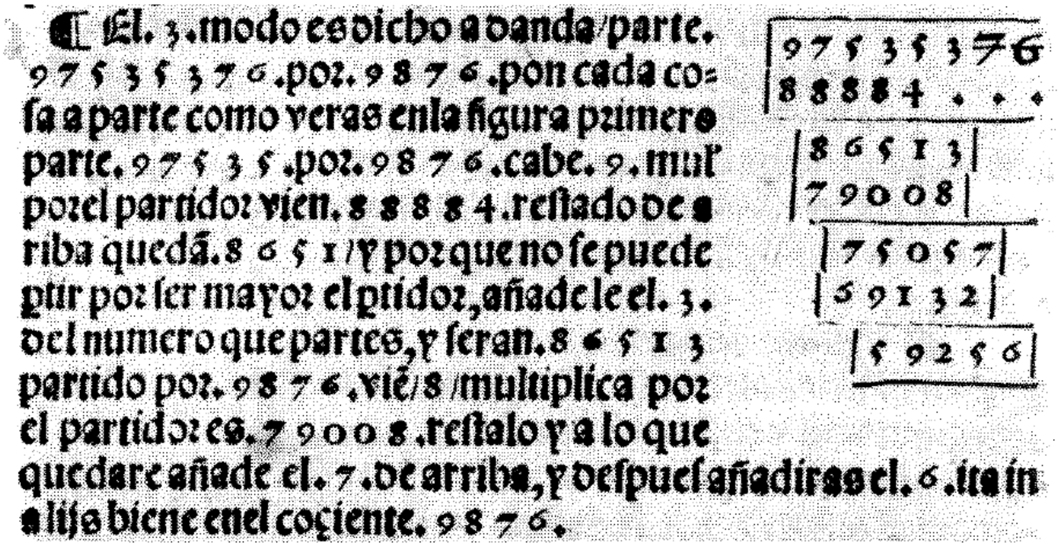

El. 3. modo es dicho a danda/parte. 9 7 5 3 5 3 7 6. por. 9 8 7 6. pon cada cosa a parte como veras en la figura primero parte. 9 7 5 3 5. por. 9 8 7 6. cabe. 9. mult por el partidor vien. 8 8 8 8 4. restado de arriba quedã. 8 6 5 1/y porque no se puede ptir por ser mayor el ptidor, añade le el. 3. del numero que partes, y seran. 8 6 5 1 3 partido por. 9 8 7 6. vié/8 multiplica por el partidor es. 7 9 0 0 8. restalo y a lo que quedare añade el. 7. de arriba, y despues añadiras el. 6. ita in alijs viene en el cociente. 9 8 7 6.

Figura 75. Partir a *danda* (De Texeda, 1546, p. xviii).

- A *galea*: Lo define como el modo que se usa.

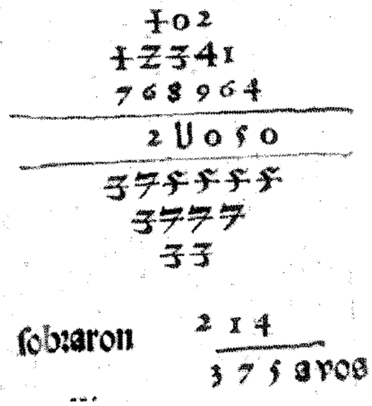
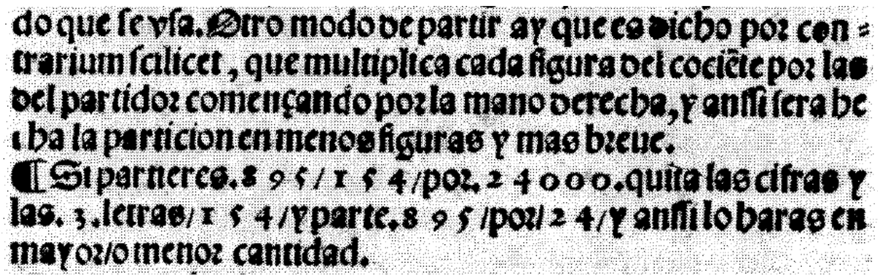


Figura 76. Partición realizada por el autor (De Texeda, 1546, p. xi).

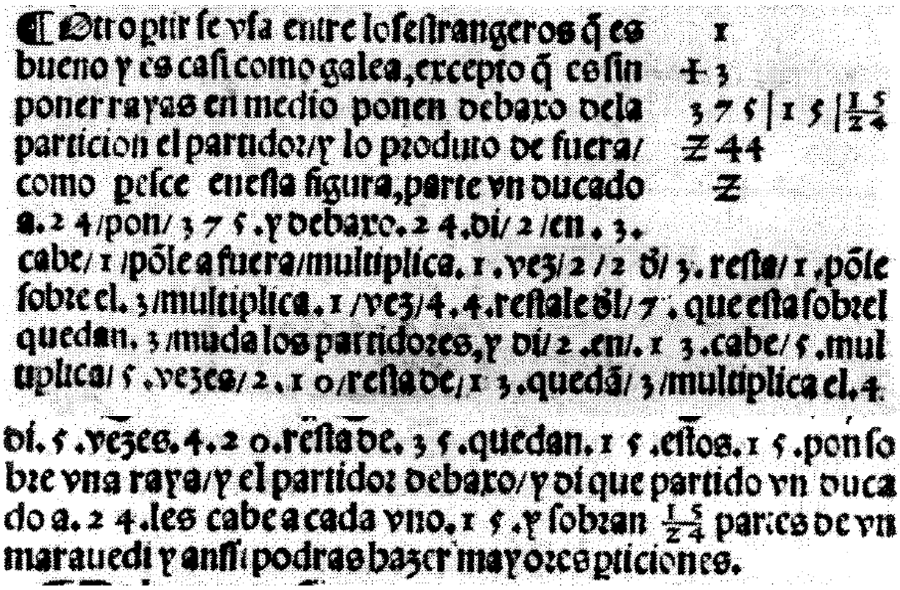
- Por *contrarium scilicet*:



do que se vsa. Otro modo de partir ay que es dicho por con-
trarium scilicet, que multiplica cada figura del cociēte por las
del partidor començando por la mano derecha, y ansi sera de
ba la particion en menos figuras y mas breue.
¶ Si partieres. 8 9 5 / 1 5 4 / por. 2 4 0 0 0. quita las cifras y
las. 3. letras / 1 5 4 / y parte. 8 9 5 / por / 2 4 / y ansi lo haras en
mayor / o menor cantidad.

Figura 77. Partir por *contrarium scilicet* (De Texeda, 1546, p. xviii).

- Otro método usado entre los extranjeros:



¶ Otro partir se vsa entre los estrangeros q̃ es
bueno y es casi como galea, excepto q̃ es sin
poner rayas en medio ponen debaxo dela
particion el partidor / y lo produto de fuera /
como parece en esta figura, parte vn ducado
a. 2 4 / pon / 3 7 5. y debaxo. 2 4. di / 2 / en. 3.
cabe / 1 / pōle a fuera / multiplica. 1. vez / 2 / 2 di / 3. resta / 1. pōle
sobre el. 3 / multiplica. 1 / vez / 4. 4. restale di / 7. que esta sobre el
quedan. 3 / muda los partidores, y di / 2. en /. 1 3. cabe / 5. mul
tiplica / 5. vezes / 2. 1 0 / resta de / 1 3. quedā / 3 / multiplica el. 4.
di. 5. vezes. 4. 2 0. resta de. 3 5. quedan. 1 5. estos. 1 5. pon so
bre vna raya / y el partidor debaxo / y di que partido vn duca
do a. 2 4. les cabe a cada vno. 1 5. y sobran $\frac{15}{24}$ partes de vn
marauedi y ansi podras hazer mayores particiones.

Figura 78. Otro modo de partir presente en la obra (De Texeda, 1546, pp. xviii- xix).

A lo largo de las explicaciones sobre las cuatro operaciones indica también distintas pruebas para comprobar si la operación realizada es correcta, incluyendo las pruebas del 7 y el 9.

Pasa a continuación a explicar las progresiones, que define como: "una continua suscesion en los numeros en ygual exceso començando de qualquier numero, y procediendo adelante en la manera dicha en lo qual se guarda la proporcionalidad arithmetica" (p. xix).

A continuación aporta 15 reglas sobre sumar los términos de distintas progresiones y cómo hallar el número de términos de una progresión. Después propone una serie de cuestiones sobre progresiones contextualizándolas a contextos cotidianos.

Trata las raíces cuadradas, cúbicas, sordas, etc., aunque sin definirlas, solo aportando ejemplos sobre cada una de ellas. Explica como hallar las raíces cuadradas utilizando un método similar al actual aunque con distinta ordenación de los números.

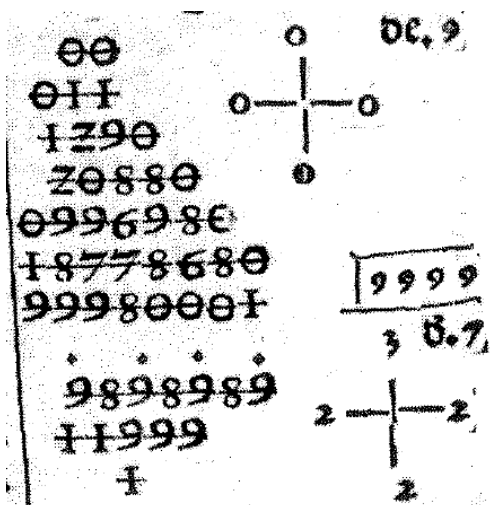


Figura 79. Realización de una raíz cuadrada (p. xxii).

Después incluye ejemplos sobre como hallar las raíces próximas de *números sordos* utilizando aproximaciones.

Explica también como hallar la raíz de números quebrados y cómo calcular una raíz cúbica. Finalmente, explica como probar si las raíces halladas son correctas.

Comienzan después, las Reglas de los quebrados o rotos. Dice que un quebrado es una parte o más del entero, añade que estos tuvieron su: "origen del partir de los enteros por enteros porque lo que sobra como sea parte del partidor hacese un quebrado" (p. xxiiii).

Explica cómo numerar quebrados y expone tres métodos para abreviar quebrados, entre ellos el algoritmo de Euclides. Después explica como multiplicar quebrados y la prueba de esta operación. A continuación cómo sumar quebrados, restarlos y partirlos.

Destacar que para explicar el significado de la multiplicación de quebrados recurre a la geometría, en concreto a la figura del cuadrado.

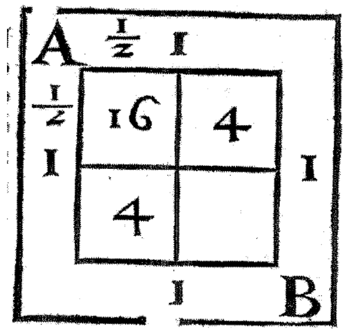


Figura 80. Figura utilizada para explicar la multiplicación de quebrados (De Texeda, 1546, p. xxvi).

Explica también el significado de partición de quebrados y añade una serie de cuestiones sobre quebrados, para saber por ejemplo que quebrado es mayor, para reducir a parte.

A continuación dice:

> Regla de tres cosas porque en ella se ponen tres números los dos semejantes de una misma natura, el otro de una, a otra natura y de los dos semejantes, aquel que tiene cierto su valor, se pone al principio en la regla y aquel es partidor y el que no tiene semejante se pone en el segundo lugar y aquel cuyo valor queremos saber se pone en el tercero lugar el qual se multiplica por el de en medio lo producto se parte por el partidor, lo que viene de la partición, es de la natura de lo que en el segundo lugar pusiste. (p. xxviii)

Añade que esta regla procede de las cantidades proporcionales, sin embargo no explica el significado de proporción aunque al incluir como probar si una regla de tres es correcta, sí explica que uno de los modos de comprobarlo es verificando que "multiplicado el primero por el quarto, sera igual a la multiplicacion del segundo, en el tercero" (p. xxviii).

Realiza ejercicios sobre reglas de tres con o sin tiempo, cambios y reducciones de monedas con reglas de tres, reglas de tres con tanto por ciento, reglas de logros, de compañías (con y sin tiempo), reglas de testamentos, operaciones de fineza de oro y plata y reglas de falsas posición y dupla falsa posición.

Define esta regla de falsa posición diciendo que:

> Tomaremos un numero a nuestro arbitiro y provaremos todo lo que la demanda quiere y anssi provado como vieres que no es el numero que querrías ponlo en forma y multiplica el numero que tomaste por el que quieres parte por la falsa que te vino que es multiplicar primero por tercero divide por segundo y verna el numero que quieres. (p. xlvi)

Incluye después un apartado que titula *De geometría* y en el que realiza algunos ejercicios sobre este tema, tanto sobre casos de la vida diaria como cálculo de alturas de triángulos, de perímetros, etc.

Además incluye un apartado sobre vocablos de geometría, por ejemplo cuerda pentagónica, perpendicular, diámetro, centro, etc.

A continuación incluye una serie de cuestiones de nuevo relativas al comercio.

Explica que contenidos no ha incluido en el libro, ya sea porque considera que no son de utilidad para muchas personas o para evitar que el libro resultase demasiado grande. Por ejemplo indica que ha explicado poco sobre progresiones, quebrados, regla de compañías, de falsa y dupla posición, que no ha incluido la definición de proporción, etc.

Entre los contenidos más destacados del libro se incluyen poco más de tres páginas sobre cómo debe trabajar un contador, según sus propias palabras "para que el contador haga bien su officio y el señor sea servido y su casa gouernada y los criados pagados y los vasallos bien tratados sin que en lo uno ni en lo otro aya fraude ni engaño" (p. lv).

En estas páginas aporta consejos para los contadores sobre cómo actuar cuando se trabaje para un señor que tenga vasallos y señoríos, sobre la elaboración de libros de cuentas, etc.

Estas páginas han sido estudiadas por González (1956) que considera que este capítulo dedicado a la forma de llevar por partida simple cuenta de la hacienda de un señor tiene un gran interés y analiza la organización que propone Texeda para llevar la contabilidad de un gran señor.

El libro finaliza incluyendo ejemplos sobre cálculo de precios, reducción de monedas y un amplio listado de equivalencia de distintas monedas, aneajes y medidas de distintas regiones (Aragón, Cataluña, Valencia, Portugal, Flandes, Florencia, Venecia, Nápoles,..).

Además de estos contenidos, menciona en un ejercicio sobre quebrados que este puede resolverse por la regla de la cosa o por la posición y después en otro comenta que ese ejercicio en álgebra aprovechará mucho, pero en ningún caso explica contenidos relativos a ella.

El interés por favorecer el comercio y las transacciones comerciales se manifiesta en la aportación de distintas monedas, pesos y medidas y las equivalencias entre ellas:

Entre las equivalencias de monedas que incluye están:

- 34 maravedís son 1 real y 11 reales 1 ducado.
- 12 dineros son 1 sueldo, 20 sueldos son 1 libra y 22 sueldos 1 ducado.

Para la medida de capacidad:

- 12 celemines son 1fanega y 1 celemín 4 quartillos.
- 8 *açumbres* son 1 cántara y 1 *açumbre* 4 *quartillos*.

Para la medida de *peso*:

- 16 onzas son 1 libra castellana, 25 libras son una arroba y 4 arrobas 1 quintal.
- Para la plata: 1 marco son 6 onzas

Para la medida de longitud:

- Varas.
- Pasos.

Además, realiza ejercicios comparando las unidades de medida de diferentes regiones. Dice por ejemplo que la vara de Valencia es el 20% de la de Salamanca.

O que el quintal de Valencia es un 15% mayor que el de Barcelona.

La vara de Valladolid es un 12% mayor que la de Zaragoza.

Finaliza la obra con una serie de listados de equivalencias de monedas y otras unidades de medida en distintos reinos: Aragón, Valencia, Cataluña, Portugal, Flandes, Florencia, Venecia, Nápoles, etc.

Aparecen por tanto diferentes monedas como portugueses, escudos, florentines, etc. O unidades de medida de longitud como las *anas* o los *brachios*.

¶ Reyno de Aragon.
¶ En aragõ vn ducado vale | 2 2 | sueldos/vn sueldo | 1 2 | dineros/y vna libra dalla vale | 2 0 | sueldos/y | 3 4 0 | mrs ẽ castilla.
¶ Reyno de Cataluña.
¶ Alli vale vn ducado | 2 4 | sueldos/vn sueldo | 1 2 | dineros y vna libra d alli vale | 2 0 | sueldos/y | 3 1 2 | mrs ½ en castilla.
¶ Reyno de Valencia
¶ Vn ducado vale | 2 1 | sueldos/vn sueldo | 1 2 | dineros y vna libra de alli vale | 2 0 | sueldos y | 3 5 7 | mrs de castilla.

Figura 81. Equivalencias de monedas en Aragón, Cataluña y Valencia (De Texeda, 1546, p. 59).

4.3.3. Análisis didáctico

4.3.3.1. Sistemas de representación

La obra incluye los tres sistemas de representación principales: verbal, numérico y gráfico.

- **Verbal:** Son uno de los principales sistemas de representación de la obra. A través de las palabras el autor explica los distintos conceptos, sus propiedades, los procedimientos, etc.

vna misma cosa. ¶ Diametro es vna linea recta enel circulo que pasa porel cẽtro/y toca con sus dos estremidades enla circunferencia al qual circulo diuide en dos mitades/tambien se dize diametro de vn quadrado como de vn redõdo. ¶ De-

Figura 82. Representación verbal en el libro de Gaspar de Texeda (1546, p. lii).

- **Numérico:** Es junto con el textual el otro sistema de representación más visible en la obra, pues el texto aparece combinado en general con el uso de números, rayas y símbolos para presentar diferentes operaciones, ejercicios, ejemplos, etc.

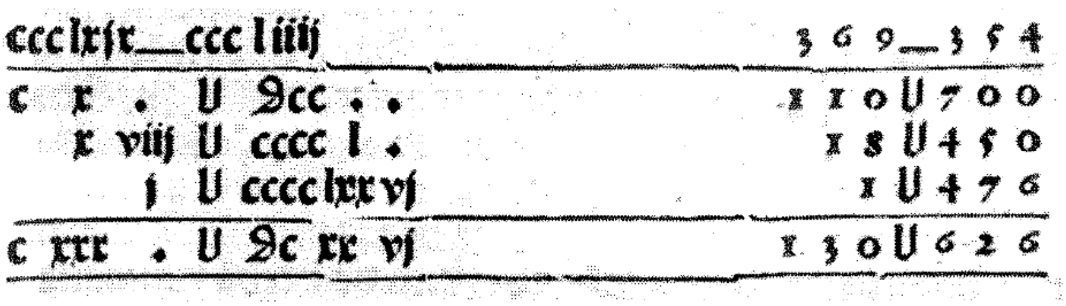
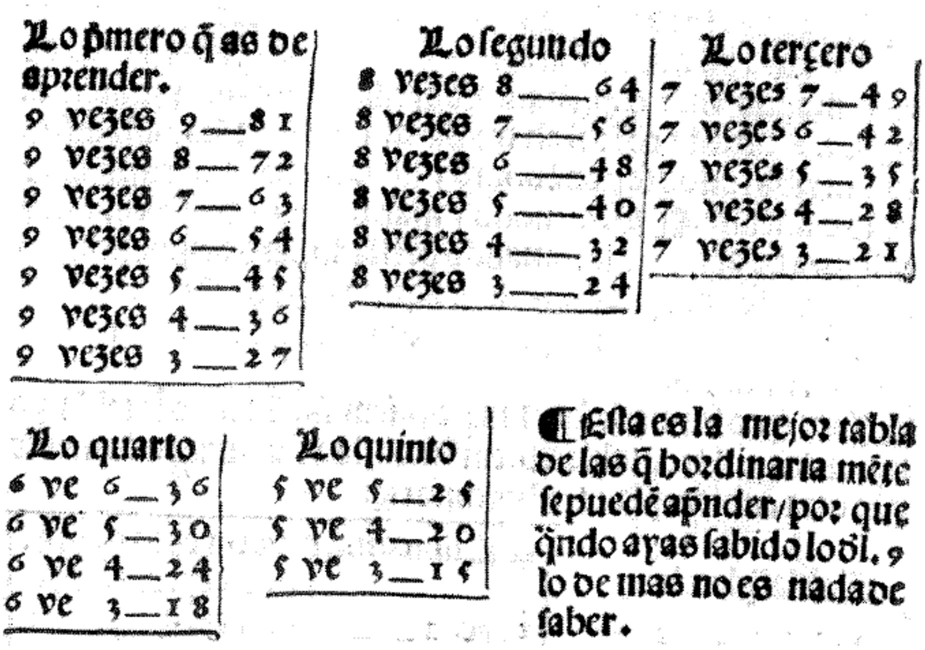

ccclxix__ccc liiij 369__354
c x . U 9cc . . 110U700
x viij U cccc l . 18U450
j U cccclxxvj 1U476
c xxx . U 9c xx vj 130U626

Figura 83. Representación numérica en la obra de Gaspar de Texeda (1546, p. ix).

- **Gráfico:** Además, de las representaciones verbales y numéricas, se incluyen representaciones gráficas de tipo tabular, geométrico, figural y mixto.

a) Tabular: Se recurre a las tablas para agrupar los contenidos y favorecer así la comprensión del texto por parte del lector. En esta obra se incluyen tablas de multiplicar, de números cuadrados y cúbicos, para las pruebas del 7 y del 9.


Lo pmero q̃ as de aprender.
9 vezes 9__81
9 vezes 8__72
9 vezes 7__63
9 vezes 6__54
9 vezes 5__45
9 vezes 4__36
9 vezes 3__27

Lo segundo
8 vezes 8__64
8 vezes 7__56
8 vezes 6__48
8 vezes 5__40
8 vezes 4__32
8 vezes 3__24

Lo tercero
7 vezes 7__49
7 vezes 6__42
7 vezes 5__35
7 vezes 4__28
7 vezes 3__21

Lo quarto
6 ve 6__36
6 ve 5__30
6 ve 4__24
6 ve 3__18

Lo quinto
5 ve 5__25
5 ve 4__20
5 ve 3__15

Esta es la mejor tabla de las q̃ bordinaria mẽte se puedẽ apnder/por que q̃ndo ayas sabido lo dl. 9 lo de mas no es nada de saber.

Figura 84. Tabla de multiplicar en la obra de Texeda (1546, p. xiiii).

b) Figural: Las figuras se incluyen para ilustrar los contenidos de los libros, en este caso los relativos a la geometría.

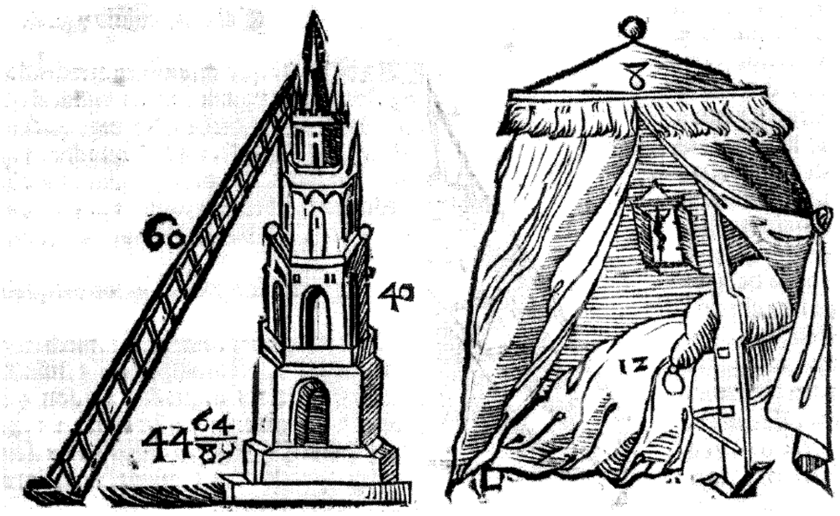


Figura 85. Representaciones figurales en el libro de Texeda (1546, pp. xlix-l).

c) Geométrico: Se incluyen gráficas geométricas representando polígonos básicos que sirven para explicar conceptos relacionados con raíces cuadradas o con medición de terrenos.

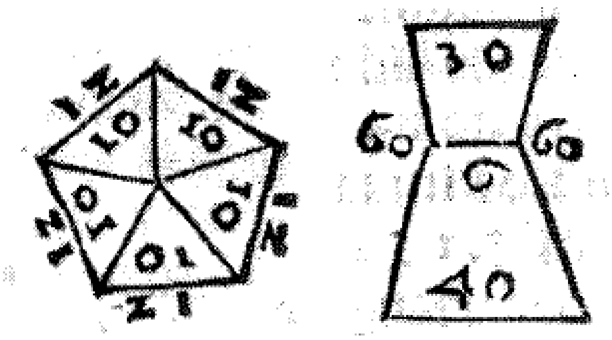


Figura 86. Algunas figuras geométricas en la obra de De Texeda (1546, p. li).

d) Mixto: En las gráficas mixtas se combinan números con líneas, figuras, corchetes, etc.

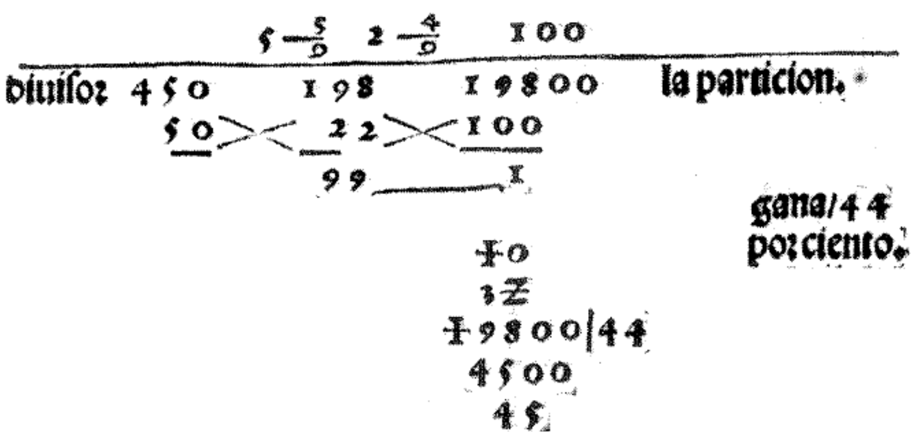


Figura 87. Ejemplo de representación mixta (De Texeda, 1546, p. xxxii).

4.3.3.2. Análisis fenomenológico

Los fenómenos presentes en las obras se han clasificado en:

1. **Fenómenos relacionados con la actividad comercial y mercantil:**

- **Fenómenos contables:** Se presentan situaciones en las que se debe determinar una ganancia o una pérdida económica.

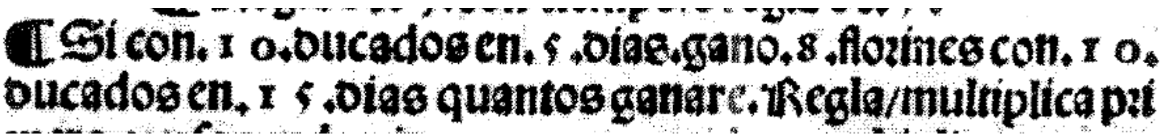

¶ Si con. 10. ducados en. 5. dias. gano. 8. florines con. 10. ducados en. 15. dias quantos ganare. Regla/multiplica por

Figura 88. Ejemplo de fenómeno contable en De Texeda (1546, p. xxxvi).

- **Fenómenos comerciales**: Se plantean contextos de compra y venta de objetos, animales, etc.

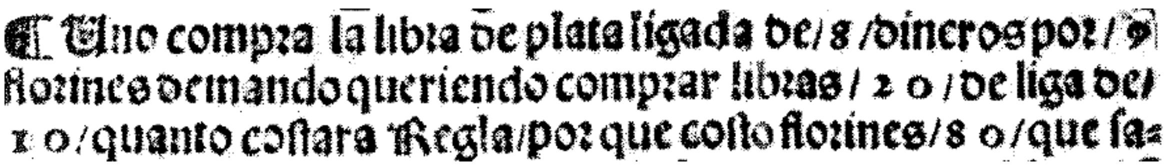

¶ Uno compra la libra de plata ligada de/8/dineros por/9/ florines demando queriendo comprar libras/20/de liga de/ 10/quanto costara Regla/por que costo florines/80/que fa=

Figura 89. Ejemplo de compra de plata en la obra de Gaspar de Texeda (1546, p. xlvi)

- **Fenómenos de repartos:** Estas situaciones requieren de la distribución equitativa de objetos o ganancias, o del uso de la regla de compañía para distribuir la rentabilidad de un depósito o negocio.

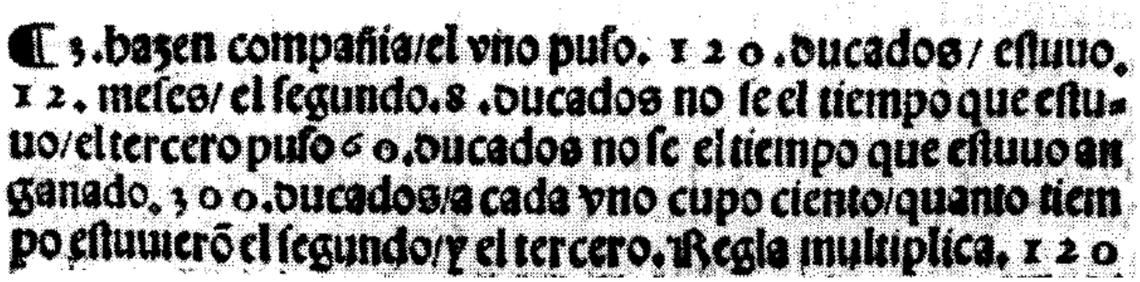

¶ 3. hazen compañia/el vno puso. 120. ducados/ estuuo. 12. meses/ el segundo. 8. ducados no se el tiempo que estu= uo/el tercero puso 60. ducados no se el tiempo que estuuo an ganado. 300. ducados/a cada vno cupo ciento/quanto tiem po estuuieron el segundo/y el tercero. Regla multiplica. 120

Figura 90. La regla de compañía en el libro de Gaspar de Texeda (1546, p. xxxix).

- **Fenómenos salariales y de pagos:** en general se utilizan para aplicar reglas de tres o de falsa posición a salarios, alquileres, rentas u otros pagos como excusa para su uso.

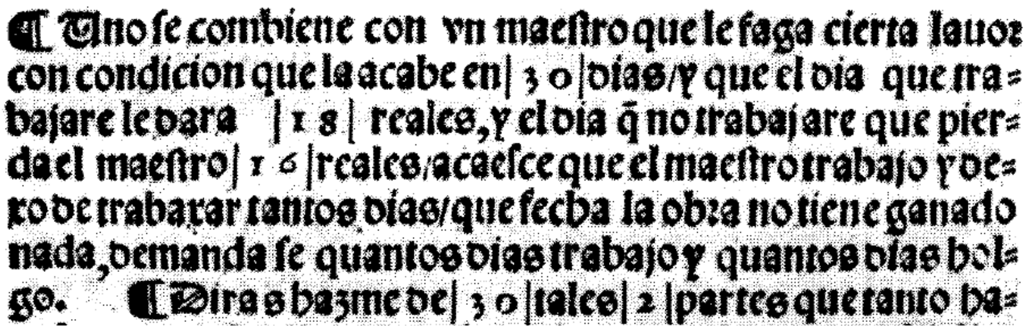

¶ Uno se conbiene con vn maestro que le faga cierta lauor
con condicion que la acabe en | 30 | dias / y que el dia que tra=
bajare le dara | 18 | reales, y el dia q̃ no trabajare que pier=
da el maestro | 16 | reales / acaesce que el maestro trabajo y de=
xo de trabajar tantos dias / que fecha la obra no tiene ganado
nada, demanda se quantos dias trabajo y quantos dias hol=
go. ¶ Diras hazme de | 30 | tales | 2 | partes que tanto ha=

Figura 91. Ejemplo de pago de salarios en la obra de Gaspar de Texeda (1546, p. xlvi).

- **Fenómenos de aleaciones:** El autor presenta ejemplos de aleaciones y ligaduras entre metales según diversas especificaciones dadas.

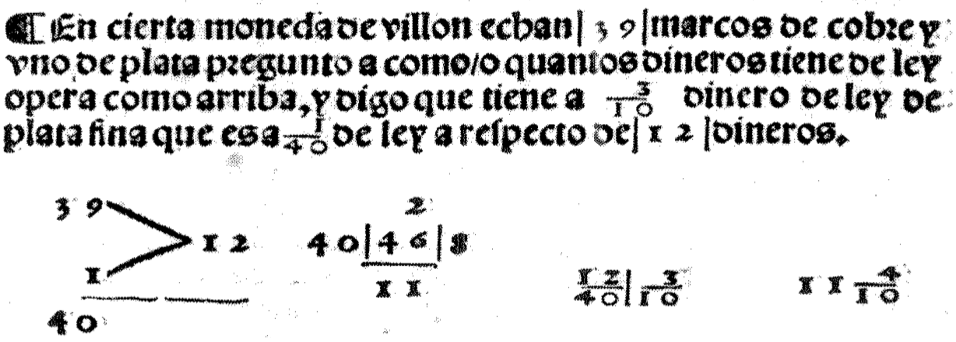

¶ En cierta moneda de villon echan | 39 | marcos de cobre y
vno de plata pregunto a como / o quantos dineros tiene de ley
opera como arriba, y digo que tiene a $\frac{3}{10}$ dinero de ley de
plata fina que es a $\frac{1}{40}$ de ley a respecto de | 12 | dineros.

Figura 92. Ejemplo de aleación en la obra de Gaspar de Texeda (1546, p. xlv).

2. Fenómenos relacionados con la medida

- **Fenómenos de medida:** Se incluyen aquellos problemas en los que se hallan longitudes de objetos, distancias o recorridos, también los relacionados con la medida del tiempo.

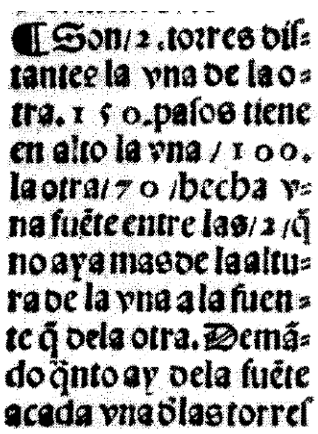

¶ Son / 2. torres dis=
tantes la vna de la o=
tra. 150. pasos tiene
en alto la vna / 100.
la otra / 70 / hecha v=
na fuente entre las / 2 / q̃
no aya mas de la altu=
ra de la vna a la fuen=
te q̃ de la otra. Demã=
do q̃nto ay de la fuẽte
a cada vna d̃las torres

Figura 93. Cálculo de distancias en la obra de Gaspar de Texeda (1546, p. xlix).

- **Fenómenos de agrimensura:** los autores recurren a la geometría cuando quieren aplicar conceptos y fórmulas a terrenos que tienen teóricamente formas poligonales o geométricas.

Una tierra como vn hueuo de largo tiene 30. y de ancho. 20. quanto es toda. Regla, 30. vezes. 20. son. 600. quita de ello $\frac{3}{14}$ que son. 128 $\frac{4}{7}$ quedan. 471 $\frac{3}{7}$ y tanto es todo.

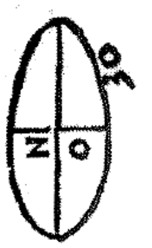


Figura 94. Ejemplo de una situación de agrimensura presente en el libro de Gaspar de Texeda (1546, p. li).

3. **Fenómenos de cambios monetarios, de medidas o pesos:** Se plantean situaciones de equivalencias entre monedas de diversas regiones y países, o en los que se deba encontrar la equivalencia entre determinadas medidas o pesos utilizados en regiones geográficas diferentes.

3. ducados de castilla son. 4. florines de aragon. 75. florines de aragon quentos ducados seran de castilla. Regla mul tiplica. 3. vezes. 75. y parte por. 4.

Figura 95. Conversión de monedas en la obra de Gaspar de Texeda (1546, p. xxxvii).

4. **Fenómenos matemáticos**

- **Fenómenos aritméticos:** Se trata de problemas asociados con operaciones matemáticas y sin contexto.

Dame vn numero que quitado de el $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{8}$ queden | 24 | to ma vn numero a tu modo que se fallen enteramente estas par tes, y prueua si quitando lo que digo quedá | 24 | y sino diras si aquello que me quedo vino de tal | 24 | de donde me verná opera viene | 576 | que es el numero demandado.

Figura 96. Ejemplo de ejercicio puramente aritmético en el libro de Gaspar de Texeda (1546, p. xlvi).

- **Fenómenos geométricos:** El autor recurre a ellos cuando realiza cálculos geométricos sin otro contexto.

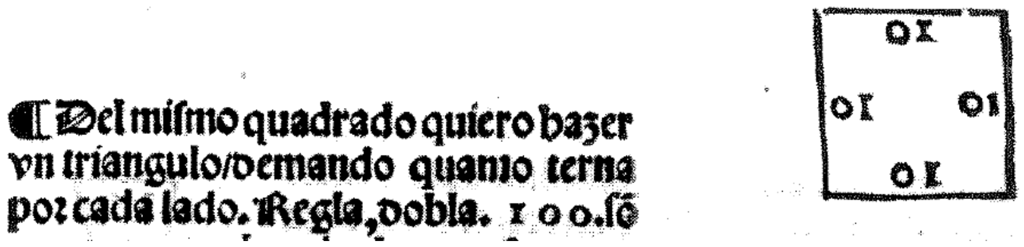

¶ Del mismo quadrado quiero hazer vn triangulo/demando quanto terna por cada lado. Regla, dobla. 1 0 0. so

Figura 97. Ejemplo de ejercicio geométrico (De Texeda, 1546, p. li).

5. **Fenómenos lúdicos:** Se incluyen problemas referidos a juegos o a matemáticas recreativas.

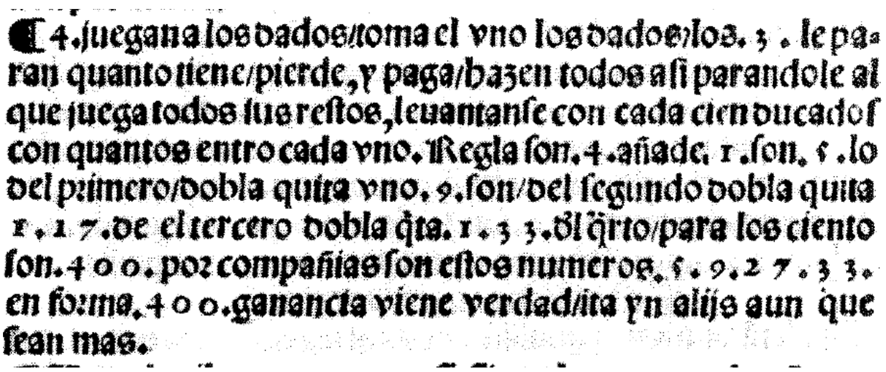

¶ 4. juegan a los dados/toma el vno los dados/los. 5. le pa- ran quanto tiene/pierde, y paga/hazen todos assi parandole al que juega todos sus restos, leuantanse con cada cien ducados con quantos entro cada vno. Regla son. 4. añade. 1. son. 5. lo del primero/dobla quita vno. 9. son/del segundo dobla quita 1. 17. de el tercero dobla qta. 1. 33. el qrto/para los ciento son. 400. por compañias son estos numeros. 5. 9. 17. 33. en forma. 400. ganancia viene verdad/ita yn alijs aun que sean mas.

Figura 98. Juego de dados en la obra de Gaspar de Texeda (1546, p. xlii).

En definitiva, la obra de Gaspar de Texeda tiene un carácter marcadamente práctico, pues ya desde el principio el autor manifiesta su intención de que ésta ayude a los contadores en su oficio. Por eso, es posible encontrar la totalidad de los fenómenos considerados, destacando los contables, los comerciales y los cambios entre medidas y monedas que incluso incluyen listados de equivalencias entre distintos países y regiones.

4.3.4.3. Aspectos didácticos

El análisis de los aspectos didácticos en esta obra ha mostrado lo siguiente:

- **Actualidad:** Los contenidos matemáticos no son actuales para la época en la que fueron escritos, por ejemplo libros con fines semejantes a este incluyen ya contenidos sobre álgebra mientras que De Texeda solo nombra esta rama de las matemáticas.

- **Originalidad:** Los contenidos relativos a la aritmética no son originales, pueden encontrarse en otros libros tanto de la época como anteriores. En este sentido, sólo destacan en la obra las páginas relativas a las Reglas de Contadores.

- **Rigor y precisión**: El libro no incluye ni axiomas, ni teoremas, en muchos casos no generaliza ni define de forma rigurosa haciéndolo a través de ejemplos. Únicamente puede entenderse como un leve acercamiento a la búsqueda del rigor y la precisión la inclusión de demostraciones sobre el significado de la partición y multiplicación de quebrados.

- **Interés social de las matemáticas**: Es la principal característica de la obra, ayudar a adquirir conocimientos matemáticos a los futuros contadores que les sirvan de forma directa para su trabajo.

- **Revisión y síntesis:** De Texeda sí realiza una síntesis de los contenidos que a su parecer debe conocer un contador, el mismo considera que hay infinidad de cuestiones que podría incluir en su aritmética y que por ese motivo ha escogido los contenidos que les serán útiles a la mayoría, de modo que el libro no fuese demasiado amplio y porque considero que: "de cada cosa un poco seria para no empalagar a ninguno" (p. liiii).

- **Destaca en las aplicaciones:** El libro destaca por su interés en la aplicación de las matemáticas al oficio de contador y a la elaboración de libros de cuentas. Toda la obra está orientada a ello e incluso se incluye un apartado específico solo con este objetivo.

Además, el autor aporta a lo largo de la obra indicaciones para el estudio por ejemplo en el folio iiii indica que no se debe aprender a sumar hasta que no se sepa nombrar y numerar con destreza, manifestando además, la importancia de saber numerar para evitar errores en las cuentas. En el folio xiii sigue añadiendo consejos como la importancia de no quedarse con aprender poco, pues considera que para saber perfectamente una cosa por pequeña que sea, es necesario haber aprendido mucho más. Aconseja también aprender de memoria la tabla de multiplicar.

Sin embargo esto contrasta con la secuenciación de contenidos, pues explica antes las raíces cuadradas que los números quebrados y extrae raíces cuadradas de números quebrados antes de explicar estos.

4.3.5. Conclusiones

Gaspar de Texeda publica en 1546 su *Arithmetica practica y de todas mercaderias con la horden de contadores* que ya desde su título deja claro que son los futuros contadores los lectores hacia los que va dirigida y que concuerda con el objetivo general de la obra de que estos posean conocimientos matemáticos para desempeñar su trabajo.

Por eso la obra de Gaspar de Texeda tiene un carácter totalmente práctico con la principal intención de favorecer el aprendizaje de contenidos; son escasas las definiciones que incluye y muy diversos los ejemplos presentes, relativos fundamentalmente al comercio, las ganancias y pérdidas económicas y los cambios de moneda. Los contenidos aritméticos están presentes en otros libros de la época y de periodos anteriores, no son por tanto ni actuales ni originales. La importante excepción que ha llevado a esta obra a ser considerada la primera obra española sobre contabilidad, se debe a un pequeño pero original apartado relacionado con el oficio de los contadores.

En definitiva, el texto de Gaspar de Texeda representa un claro ejemplo de la aritmética aplicada a un oficio, en este caso el de contador. La inclusión de contenidos de utilidad para el desempeño de dicho oficio, ha llevado a que esta obra sea considerada la primera en España sobre contabilidad.

La siguiente tabla resume los aspectos incluidos en la obra.

Tabla 10. Tabla resumen del análisis de la obra escrita por Gaspar de Texeda.

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">GASPAR DE TEXEDA</th></tr>
<tr><td>Definición de aritmética.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Noción de número o de cantidad.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Operaciones elementales.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Definición de quebrados y operaciones.</td><td colspan="2">SÍ: Un quebrado es una parte o más del entero, su origen del partir de los enteros por enteros porque lo que sobra como sea parte del partidor hacese un quebrado.</td></tr>
<tr><td>Noción de proporción, ejercicios relativos a la regla de tres, etc.</td><td colspan="2">NO incluye noción de proporción.
SÍ incluye ejercicios sobre la regla de tres, etc.</td></tr>
<tr><td>Otros contenidos recogidos en la obra</td><td colspan="2">Progresiones, raíces cuadradas y cúbicas</td></tr>
<tr><td>Ideas sobre geometría.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Ideas sobre álgebra.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Monedas, pesos y medidas.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Representaciones verbales.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Representaciones numéricas.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Representaciones gráficas.</td><td>Tablas.</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>Figuras.</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>Representaciones geométricas.</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>Esquemas.</td><td>NO</td></tr>
<tr><td>Mixtas</td><td>SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos contables.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos comerciales.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de repartos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos salariales.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de aleaciones.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de medida.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de agrimensura.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos de cambios monetarios.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos lúdicos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos aritméticos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Fenómenos algebraicos.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Fenómenos geométricos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Actualidad.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Originalidad.</td><td colspan="2">SÍ, en los contenidos sobre contabilidad.</td></tr>
<tr><td>Rigor y precisión.</td><td colspan="2">NO</td></tr>
<tr><td>Interés social.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Revisión o síntesis de los contenidos matemáticos conocidos.</td><td colspan="2">SÍ</td></tr>
<tr><td>Destaca en alguna aplicación.</td><td colspan="2">SÍ: La aplicación de las matemáticas al oficio de contador y a la elaboración de libros de cuentas.</td></tr>
</table>

4.4. *ARITHMETICA PRACTICA (1549)*

4.4.1. El autor: El calígrafo Juan de Yciar

Juan de Yciar nació en Durango (Vizcaya), sobre su fecha de nacimiento algunos autores consideran que se produjo en 1525 (Picatoste, 1891; Stirling, citado en De Echegaray, 1908a). Sin embargo, siguiendo las palabras de Carmelo de Echegaray (1908a) en la obra de Juan de Yciar *Arte subtilissima:*

> Aparece un retrato de su autor, ejecutado con mano franca, y en cuya orla se hace constar que tenía éste, á la sazón, veinte y cinco años de edad. Como pasaba en autoridad de cosa juzgada que la primera edición de este libro es de 1550, se ha supuesto que el retrato tiene la misma fecha, y de aquí se ha sacado en consecuencia; por lo que yo conjeturo, que siendo entonces Iciar de veinte y cinco años, tuvo que nacer en el de 1525. Mas como entre las láminas que para muestra de los diversos alfabetos figuran en el libro mencionado, hay algunas que se remontan á 1547 y 1548, según se expresa al pié de las mismas, cabe sospechar, y con no escaso fundamento, que también sea de fecha anterior á 1550 el retrato á que hemos aludido, y en tal caso habría que fijar el nacimiento de Iciar en 1522, 1523 ó 1524, si el referido grabado se hizo en 1547, 1548 ó 1549. De todos modos, á mí me parece indudable que nació antes de 1525, porque, como se verá más adelante, en un libro que se acabó de imprimir á 16 de Febrero de 1549, se incluye ya, al fin de los preliminares, el retrato de Iciar, grabado en madera, tal y como se reproduce un año más tarde en el arte de escribir. Dicho se está que si en aquella sazón tenía nuestro calígrafo veinte y cinco años de edad, hubo de nacer, por fuerza, antes de 16 de Febrero de 1524. (pp. 68-69)

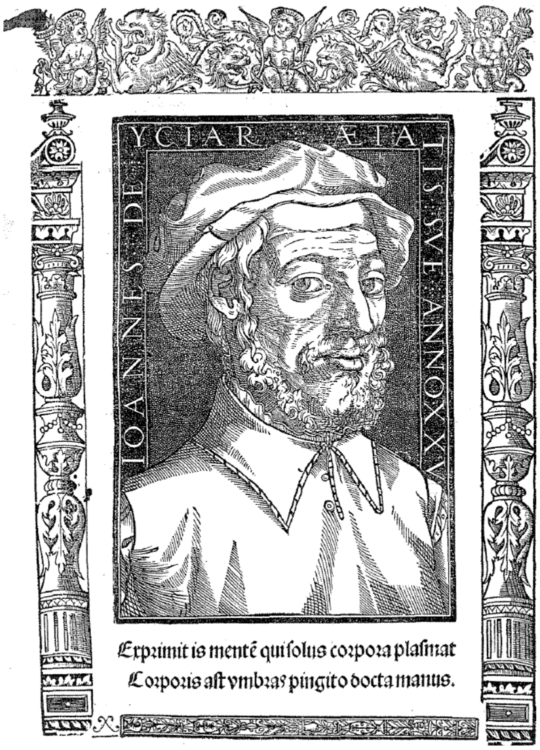


Figura 99. Retrato de Juan de Yciar incluido en su *Arithmetica.*

Las palabras de Carmelo de Echegaray coinciden por tanto con la posible fecha de nacimiento situada sobre 1522 o 1523 (Ausejo, 2015; Diccionario Biográfico Español, 2009; Rico y Sinobas, 1903, citado en De Echegaray, 1908a).

Uno de los aspectos poco claros es la escritura de su apellido, algunos autores como el propio De Echegaray citado previamente lo escriben como Iciar otros como Yciar. En la portada de su libro *Arithmetica practica* (1549) aparece como Juan de Yciar y además, en su propio *Libro subbtilisimo* (De Yciar, 1596), donde enseña la correcta escritura, se incluye su nombre y se observa como realmente este se escribe con Y (Figura 100). Por tal razón se ha adoptado esta grafía: Juan de Yciar.

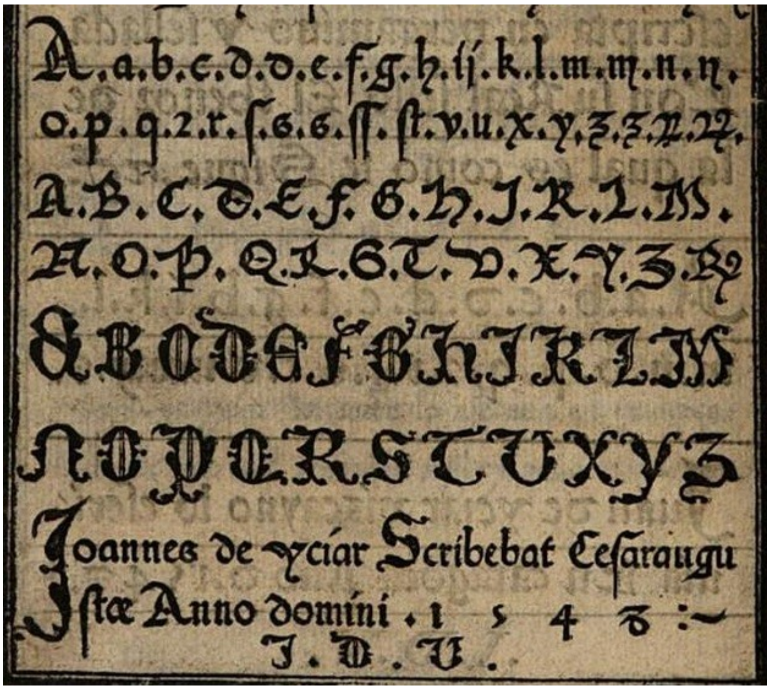


Figura 100. Extracto de una obra de Juan de Yciar (1596, p.iii).

Siguiendo con los aspectos conocidos sobre la vida de Juan de Yciar, se conoce que sobre el final de 1546, De Yciar se trasladó a Zaragoza posiblemente obligado a ello por reveses y desventuras de familia (Ausejo, 2015; De Echegaray, 1908a). Allí fue *scriptor* de libros y profesor (Ausejo, 2015).

Aunque De Yciar se ejercitó, como aficionado, en el arte de la pintura no se halla mención ni rastro alguno de sus trabajos pictóricos, en cambio, desde muy temprana edad se dedica a la publicación de obras didácticas de más ó menos importancia (De Echegaray, 1908a).

Consta también que a principios de 1547 abrió un taller de escritores de libros de iglesia en Zaragoza. Entre sus aprendices figuran el calígrafo Pascual Pérez; el aprendiz Pedro Sánchez; el bilbaíno Pedro de Icíar, el guipuzcoano Juan Gorostidi, el calígrafo vizcaíno Pedro de Madariaga y el calígrafo Pedro Ordóñez de Ceballos, que afirmó que su maestro "Juan Diciar" había enseñado a escribir también al príncipe Carlos (1545-1568) (Diccionario Biográfico Español, 2009).

La iniciativa de la que se sentía más orgulloso fue la de ser "el primero que en nuestra España ha puesto la mano de escriuir" del revés las letras en unas tablas de madera, y después hacerlas grabar a punta de cuchillo, en hondo para que salgan blancas o en alto para que se impriman en negras. En esto se declara imitador de tres maestros italianos: Ludivico Vicentino, Giovanni Antonio Tagliente y especialmente Giovanni Batista Palatino. Por su dominio de las escrituras itálicas se puede suponer que perfeccionó su oficio en Italia, incluso es probable que se encontrase en Roma en1540 al tiempo de la publicación por Palatino del *Libro nuovo d' imparare a scrivere tute sorte lettere antiche et moderne di tutte nationi, con nuove regole, misure et essempi, con un breve y utile tratatto de le Cifere*, obra que Juan de Yciar copiaría en parte tan solo siete años mas tarde. En concreto, el 5 de junio de 1547 asociado con el grabador lyones Juan de Vingles, residente en Zaragoza, editó un "*tesoro de escriptores*" que sería financiado por el velero Alonso Frailla. La obra se imprimió finalmente al año siguiente bajo el titulo de *Recopilación subtilissima intitulada Orthographia practica* (Diccionario Biográfico Español, 2009). Esta obra constituye la primera edición de la más célebre de las obras de Juan de Yciar su *Arte de escribir* (De Echegaray, 1908a).

La siguiente obra publicada por Juan de Yciar fue el *Libro intitulado Arithemetica practica* solo un año después en 1549 y en Zaragoza, pero asociado en esta ocasión con Miguel de Suelves. De Yciar vendió su parte de la edición de la obra a los mercaderes Juan y Antón Alberite, a los que debería haberles pagado si hubiera querido reimprimirla bajo el mismo título en España o en el extranjero, lo que probablemente motive porqué la obra no volvió a ser reeditada (Ausejo, 2015).

Asociado de nuevo con Juan de Vingles reeditó en Zaragoza en 1550 la *Recopilación* bajo el nuevo título *Arte subtilissima, por la qual se enseña a escrivir perfectamente.* A esta obra se le debe principalmente la fama posterior de Juan de Yciar. Tuvo una gran aceptación en su tiempo y contó con repetidas reimpresiones en un pequeño periodo de años: 1553, 1555, otra entre el 16 de enero de 1556 y el 17 de noviembre de 1558, 1559, 1563, 1564, 1566, 1569, 1596 (Ausejo, 2015; De Echegaray, 1908b; Diccionario Biográfico Español, 2009).

Destacar de estas reediciones, que en la de 1559 fue implantado como libro escolar y adaptado a las demandas del mercado, reeditándose como *Libro subtilissimo por el qual se enseña a escreuir y contar perfectamente, el qual lleva el mismo orden que lleva un maestro con su discípulo*. Esta edición incluía dos partes: una primera con las conocidas muestras caligráficas reordenadas según el sílabo curricular, seguida de una segunda parte titulada *Arte breve y provechoso de cuenta Castellana y Arithmetica, donde se muestran las cinco reglas de guarismo por la cuenta castellana, y reglas de memoria.Y agora nuevamente en esta prostera impression se han añadido unas cuentas muy graciosas y provechosas, sacadas del libro de de Fray Juan de Ortega: y mas al cabo va añadida una cuenta abreviada de maravedis*. En ella se explican la numeración, las cuatro operaciones básicas, las relaciones de los pesos y las medidas y la teoría de proporciones (Picatoste, 1891), pero aunque que prometía ser introductoria a la aritmética, se limitaba a enseñar a contar en las monedas, pesos y medidas de Aragón y Castilla (Diccionario Biográfico Español, 2009). Esta obra fue el primer libro impreso en España con la doble intención de enseñar a escribir y a contar (Ausejo, 2015).

Esta segunda parte puede ser obra del mismo Juan de Yciar y tratarse por tanto de una reproducción de su *Aritmética,* aunque es posible que fuese la obra del matemático Juan Gutiérrez. Esto se debe a que en las reediciones de 1563 y 1566 del *Arte de escribir* de Juan de Yciar esta segunda parte se sustituye por una publicación de Juan Gutiérrez, que lleva por título *Arte breve y muy provechoso de quanta castellana y aritmética, donde se muestran las cinco reglas de guarismo por la quanta castellano y reglas de memoria* (De Echegaray, 1908b; Diccionario Biográfico Español, 2009).

En 1552 publicó otro manual *Nuevo estillo d'escriuir cartas mensageras sobre diuersas materias* en Zaragoza, que fue reimpreso en varias ocasiones (Diccionario Biográfico Español, 2009).

Juan de Yciar mantuvo estrecha relación con el librero zaragozano Miguel de Çapilla o de Suelves, contando con su financiación para la publicación de casi todas sus obras. La intimidad y confianza con el librero zaragozano se manifiesta en el bautizo de una hija de Çapilla, el 16 de marzo de 1550, en el que actuaron como compadres Vizcaíno y el impresor Pedro Bernuz. También le unieron lazos de confianza con su colega el calígrafo Domingo de la Cabra, a cuya capitulación matrimonial asistió en marzo de 1552. En 1554 De Yciar compro, junto con su mujer Catalina Carrión, una casa con huerto en la parroquia de San Miguel de Navarros, el barrio de los impresores. Uno de los testigos del acta de compraventa fue su primer socio, Alonso Frailla. Es de notar que mantuvieron con el vizcaíno una colaboración muy fructuosa los impresores zaragozanos Bartolomé de Nájera (1548), Pedro Bernuz (1549 y 1564), Agustín Millán (1552), Esteban de Nájera (1553 y 1555), la viuda de Esteban (1559) y la viuda de Bartolomé (1564 y 1569) (Diccionario Biográfico Español, 2009).

Juan de Yciar fue también copista de códices litúrgicos. A partir de 1559 se pierde el rastro de Juan de Yciar en Zaragoza, por lo que se podría situar en torno a esta fecha su posible traslado a la Corte de Felipe II. Si es verdad que fue maestro del príncipe Carlos, fallecido prematuramente en 1568, es posible que el calígrafo vizcaíno colaborara en los primeros libros del coro que se copiaron entre 1564 y 1567 para el proyectado real monasterio de San Lorenzo de El Escorial (Diccionario Biográfico Español, 2009).

El paso de Juan de Yciar por tierras madrileñas promovería las últimas ediciones de su *Nuevo estilo de escriuir cartas mensageras sobre diversas materias,* impresas en Alcalá de Henares en 1571, 1574 y 1580. Para entonces, De Yciar ya habría abandonado la Corte de Felipe II. Su discípulo Pedro Díaz Morante afirma que Vizcaíno se retiró como sacerdote a Logroño a los cincuenta años de edad (c. 1573). No se tienen datos de la fecha de su muerte. Pero es probable que una última edición conocida en Sevilla, en 1596, del *Libro subtilissimo*, fuera póstuma (Diccionario Biográfico Español, 2009).

En definitiva Juan de Yciar fue un reputado calígrafo con muy buenos contactos dentro de los impresores Zaragozanos que le permitieron la publicación de un elevado número de obras. Aunque no se conocen detalles sobre su educación y formación, salvo la posibilidad de que pasase un periodo de su vida en Italia, sus elevados conocimientos puede que incluso le permitiesen ser maestro del príncipe Carlos.

Pese a que la mayoría de sus obras se centran en enseñar a escribir, De Yciar debió tener conocimientos matemáticos pues realizó su libro de *Arithmetica Practica*, además su interés en esta ciencia se observa en la publicación en varias ediciones de su *Arte de escrivir* de una segunda parte sobre aritmética, que en el caso de las de 1563 y 1566 fue un pequeño tratado de aritmética realizado por Juan Gutiérrez de Gualda, lo que plantea la posibilidad de que estos autores mantuvieron contacto.

Además de sus labores como calígrafo es probable que Juan de Yciar se dedicará también a la enseñanza (Picatoste, 1891). Carmelo de Echegaray (1908b) valora sus capacidades como didacta, considerando que de su humanismo pedagógico queda el testimonio de su seguimiento de las teorías de Quintiliano y de Luis Vives, a los que cita en varias ocasiones, razón por la cual la pedagogía de Juan de Yciar recuerda las teorías de Erasmus Rotterdam. Ausejo (2015) habla de la existencia de un contrato de empleo de Juan de Yciar como tutor privado para enseñar a leer y escribir.

Sobre la enseñanza de las matemáticas, en su *Arithmetica* el propio autor realiza afirmaciones sobre su tarea como didacta, en particular al explicar cómo sumar dice que él ha enseñado a muchos esta operación.

4.4.2. La obra: Aspectos generales

El título completo de la obra es *Libro intitulado Arithmetica practica muy util y provechoso para toda persona que quisiere exercitarse en aprender a contar*.

Picatoste (1891) describe la obra: En fol., 51 hojas. Letra gótica, nueva. Tiene una magnífica portada grabada en madera por Diego en 1548, y el retrato del autor, hecho por Juan de Vingles, con una orla en que se lee: Ioannes de Yciar atatis auno XXV.

La obra está dedicada *al muy Illustre Señor Don Juan Fernandez de Heredia Conde de Fuentes, Comendador mayor de Alcañiz, Señor de la villa de Mora*.

Le sigue una tabla de contenidos y una epístola de Juan de Yciar a los leyentes, escrita en tercetos (Picatoste, 1891).

¶El auctor a los leyentes.

¶Eſtando muy cuydoſo y penſatiuo
en que poder ſeruir a los leyentes
con eſte rudo ingenio poco biuo.
Mas porque de ſer los hombres negligentes
les vienen los trabajos ſin holgura
cauſando les dos mil inconuinientes.
Dado que huue fin a mi eſcriptura
de letras differentes memorada
con ſingularidad de abreuiatura.
Comence a eſcreuir el arte tan nombrada
de cuenta y por le dar buen fundamento
va a nueſtro dios eterno dedicada.
Mas como de todo ſer ſea cimiento
principio medio y fin tiene ordenado
ſobre peſo y medida tengan cuento.
De arithmetica eſte libro es llamado
de mucha vtilidad y gran prouecho
y de todo hombre diſcreto muy loado.
Y ſintiendo con ſu fauor tener derecho
a toda cuenta es ſu intelligencia
aſſi lo coniugue dentro en mi pecho.
Y porque con trabajo y vehemencia
me puſe a dar cendrada toda cuenta
les pido ſea mirada con clemencia.
Bien ſe que deſque ſea pueſta en venta
haura mucho juyzio y pareſceres
por tanto va muy clara y muy eſenta.
Su ſer es todo ſaber los haueres
que fueron y ſeran y ſon agora
como por cuenta vienen mereſceres.
Suplico a lo que mi ſaber ignora
los ſabios den fauor con ſu conſtancia
que todo arte ſutil ſu ſaber dora.
La gente ruda con ſu pertinacia
pone defectos do no ſon cabidos
cauſa lo ſu flaqueza y ignorancia.
Los que ſabios ſer quiſieren y entendidos
por ningun modo tacharan mi obra
deſpues que impreſſa ſea en ſus oydos.
Y pues todo diſcreto ſabe lo que cobra
en dar ſe a eſtudiar ſin perder punto
aſſi no lo hazer es gran çoçobra.
Aſſi por conſiguiente es defuncto
el hombre que no lee ni ſe inclina
al eſtudio y trabajo todo junto.
De las ſubtiles artes y mas fina
es ſaber bien contar y ſer oſados
a ſiempre deprender ques coſa digna.
Fueron ſubtiles hombres y letrados
quen cuento del guariſmo floreſcieron
por ſer prolixidad no van nombrados.
Aquellos que mas mejor ſe diſpuſieron
a bien contar guariſmo y caſtellano
a todo error de cuenta ſe opuſieron.
Tomen eſte ſeruicio de mi mano
reciban mi intencion ques muy ſubjecta
a toda correction de buen chriſtiano.
Y ſi por caſo en ſi no fuere tan perfecta
con coraçon benigno ſea mirada
de toda perſona ſabia y diſcreta.
Mi lengua ceſſa pues no ſera oſada
a mas importunar mas den cabida
los ſabios porque ſea mas honrrada.
Y pueſto que mi obra no ſea tan ſubida
tomen la voluntad ques muy entera
muy libre de paſſion no peruertida.
Los dias y meſes van por tal manera
contados por gentil orden y modo
faltando el cuento pierden la carrera.
Por eſte libro en breue y ſu ſynodo
ſabran todos contar y ſotilmente
la practica arithmetica en breue todo.
Suplico ruego a todo hombre prudente
debaxo de ſu amparo fauorezca
eſta que a ſu ſeruicio eſta preſente.
La lengua maldiziente es bien perezca
que nunca dize y tracta ſino ſylogiſmos
y a eſta mi eſcriptura no empezca.
Mas los que bien diran a eſſos miſmos
doy gracias del fauor que anſi me dieren
con que podra paſſar todos abyſmos.
Ceſſo y no de dezir que los que fueren
dados a deprender ternan cabida
muy grandes en las partidas queſtuuieren
porque dexan ſu memoria floreſcida.

¶Finis.

Figura 101. Carta a los lectores escrita por Juan de Yciar.

Se divide la obra en dos partes. La primera tiene 15 artículos que tratan la numeración, las cuatro operaciones fundamentales y sus pruebas. La segunda parte tiene 15 artículos que tratan las progresiones, la regla de tres y todas sus derivadas, quebrados, raíces y pesos y medidas, incluyendo algunas reglas particulares que se usaban en Aragón y Valencia.

Al final trae esta nota: "Fué impreso el presente libro en la muy noble y leal ciudad de Zaragoza en casa de Pedro Bernuz, á costa del autor y de Miguel de Zapila, mercader de libros. Acabóse á 16 de Febrero del año de 1549." (p. LVI).

Juan de Yciar manifiesta su objetivo ya desde el título de la obra indicando que esta servirá para toda persona que quiera ejercitarse en aprender a contar. Además, en el prólogo a través de citas de diferentes autores refleja la gran importancia que le concede a las matemáticas. Añadiendo en su carta a los lectores que la aritmética es de mucha utilidad y gran provecho.

En cuanto a los lectores a los que va dirigido el propio autor dice que su intención es instruir a cualquier mercader y tratante y busca incluir en el libro contenidos útiles para estos.

El autor cita en el prólogo a Pitágoras, Celio, Plutarco, Platón, Patricio, Jodocus, Jacobo Sacro, Aristipo. Sigue a Prisciano para explicar el porqué de las letras romanas. Además, a lo largo del libro aparecen varias referencias a Fray Juan de Ortega, incluso incluye una experiencia propuesta por De Ortega en su tratado y le cita de nuevo junto al Maestre Francesco Pellos indicando que ha encontrado un error en uno de los problemas de sus obras, que según sus palabras hizo el maestre Pelos francés y fray Juan de Ortega le imitó referido al valor de una joya o un diamante. Sin embargo, desconocemos que versión del tratado observó Juan de Yciar, pues en la editada en 1512 Juan de Ortega dice que Maestre Pelos, francés ha realizado este ejercicio erróneamente.

Carabias (2012) afirma que este libro se encuentra entras las posibles aritméticas que durante el segundo curso de la enseñanza de Astrología en la Universidad de Salamanca a partir de 1561 se usaban para las clases, explicando la aritmética hasta las raíces cuadras y cúbicas.

La obra es calificada como un librillo escolar introductorio a la aritmética, destacando su frontispicio grabado en 1548 por un tal Diego y considerado uno de los mejores empleados por la imprenta zaragozana (Diccionario Biográfico Español, 2009).

Ausejo (2015) considera que el hecho de que la *Arithmetica* se imprimiera en folio sugiere que era un libro para ser consultado y preservado, quizás un libro para el profesor, pero no un manual para estudiantes. Destaca la alta calidad del libro, las detalladas explicaciones, la combinación de práctica y teoría, junto con otros aspectos que reflejan el interés didáctico de Juan de Yciar.

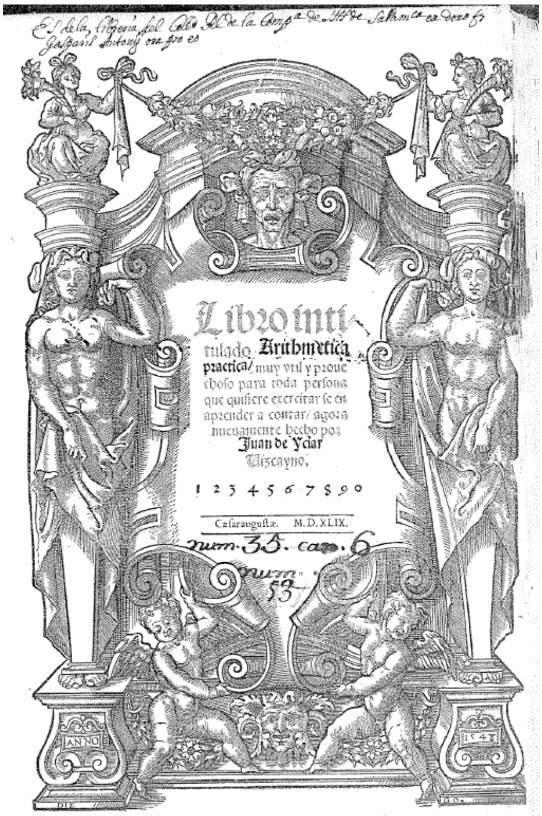


Figura 102. Portada de la Arithmetica de Juan de Yciar.

4.4.3. Análisis del contenido matemático

En este apartado se revisarán los contenidos matemáticos del libro. La obra de Juan de Yciar carece de la definición de aritmética o de número. Por el contrario, el libro comienza con un capítulo sobre la cuenta castellana en el que se expone la numeración romana, incluyendo explicaciones sobre el porqué del valor numérico de cada figura. Por ejemplo:

> La segunda cifra en castellano es V y la tercera es X de las quales la primera monta cinco y la otra diez, Y por esto la V monta cinco por ser la quinta vocal entre los latinos, y la X por esto monta diez porque esta compuesta de dos V una hazia baxo y otra hazia arriba, y pues esta compuesta de dos montara doblado que la V que será diez. (p. I)

A continuación comienza a explicar las cinco reglas del cuento del alguarismo.

Define numerar como: “dezir el valor de qualquier numero pequeño o grande y assentarlo ordenadamente” (p. I). Explica después cuales son letras o figuras *alguarismos*, los números digito, articulo y compuesto, cómo saber cuál es el valor de un número y cómo asentar, es decir cómo representar los números.

Sigue después con sumar: “juntar muchas sumas en una o es muchas quantiades diversas o semejantes trahellas debaxo de una” (p. III). A continuación expone cómo realizar sumas de una única moneda o cuando se trata de cantidades expresadas en distintas monedas.

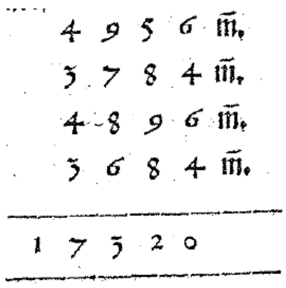

4 9 5 6 m.
3 7 8 4 m.
4 8 9 6 m.
3 6 8 4 m.
1 7 3 2 0

Figura 103. Suma en la obra de Juan de Yciar (1549, p. IIII).

Define restar: “sacar una suma menor de otra mayor” (p. V). Explica cómo restar.

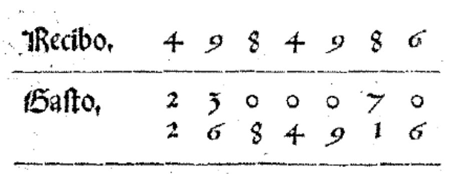

Recibo. 4 9 8 4 9 8 6
Gasto. 2 3 0 0 0 7 0
2 6 8 4 9 1 6

Figura 104. Resta en la obra de Juan de Yciar (1549, p. VI).

La multiplicación se define como: “tomar un número tantas vezes quantas unidades hay en el otro” (p. VII) Explica un método para multiplicar.

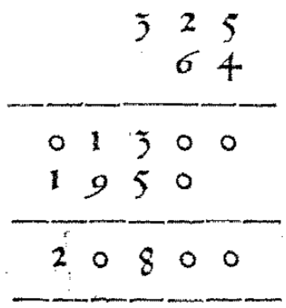

3 2 5
6 4
0 1 3 0 0
1 9 5 0
2 0 8 0 0

Figura 105. Multiplicación del ala en el libro de Juan de Yciar (1549, p. VIII).

Tras este ejemplo hablar el autor sobre otros métodos:

> Otros dizen que es mejor multiplicar por colonela y dexa la del ala lo qual a mi parescer no es breve antes prolixo y si alguna se houviesse de tomar dexando la del ala a mi parescer havia de ser por el multiplicar morisco o por copa según abaxo esta. (p. VIII)

E incluye los siguientes ejemplos:

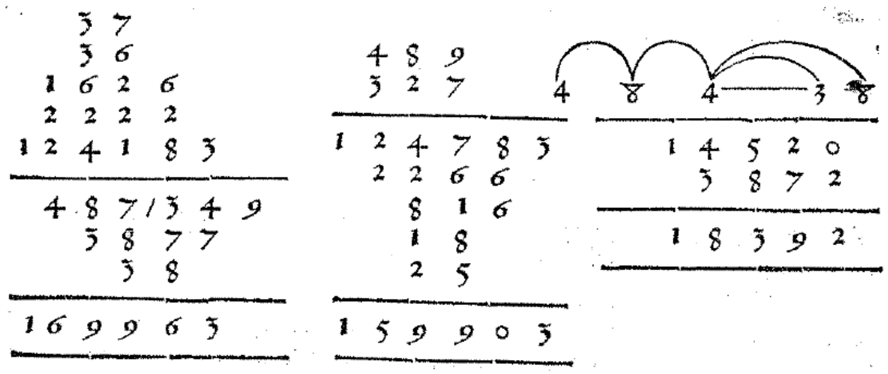


Figura 106. Ejemplo de otro modo de multiplicar (De Yciar, 1549, p. VIII).

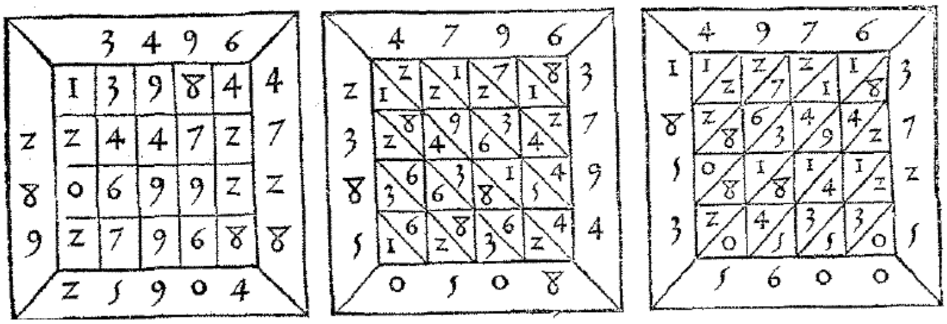


Figura 107. Ejemplo de distintos métodos de multiplicar (De Yciar, 1549, p. IX).

En definitiva junto con el método de multiplicación del ala (similar al que Gaspar de Texeda llama multiplicación por *escaquer* o *berricolo*) incluye varios ejemplos de multiplicación por *gelosia* o *graticola*, de multiplicación por copa, de multiplicación por morisco y otro similar al algoritmo actual pero utilizando líneas para unir los números y comenzando por las decenas y a continuación las unidades.

La quinta regla que explica es partir: “hazer de un numero tantas partas yguales quantas unidades hay en otro, que es ver un numero quantas vezes cabe en otro” (p. IX). Explica cómo partir.

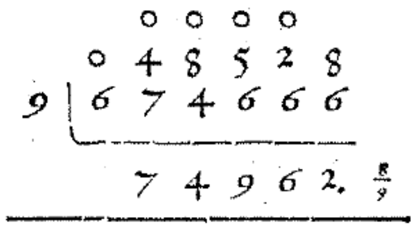


Figura 108. Partir en la obra de Juan de Yciar (1549, p. IX).

Finaliza las explicaciones sobre las operaciones con las pruebas de estas. Dice el autor que no explica la prueba del nueve por ser falsa ni la del siete porque se suele falsar; simplemente afirma que la prueba de la suma es la resta y al revés, la de la multiplicación partir y al contrario.

La segunda parte del libro trata sobre las progresiones que define como:

> […] un augmento del numero el cual procede por todos los numeros respective: porque en tal proporción ha destar (o por mejor decir) se ha de augmentar el segundo mas que el primero como el tercero mas que el segundo y el quarto mas que el tercero. (p. XI)

Explica distintos tipos de progresiones: continua natural, continua no natural, discontinua natural, discontinua no natural, entrelazada, dupla, tripla, de números cuadrados, etc. y aporta un método común para sumar dichas progresiones.

Incluye también una serie de ejercicios relacionados con progresiones.

La tercera parte del libro trata la regla de tres, no menciona la proporción sino que define regla de tres como: “una pregunta puesta en tres numeros conoscidos por los quales se halla el quarto que es lo que la pregunta pide” (p. XV). Incluye también que: “La tercera condición es que despues de hallado el quarto numero que buscamos ha de ser tanto la multiplicacion del primero por el tercero como la multiplicacion del segundo por el quarto” (p. XVI). A continuación, realiza diversos ejercicios sobre regla de tres sin tiempo relacionados principalmente con las compras y ventas.

Explica después que es la regla de tres con tiempo:

> […] quando no tan solamente el dinero mas aun el tiempo gana, de manera que en estas reglas no tan solamente se ha de tener cuenta con el dinero que se pone y al respecto de como se puso, pero también se ha de tener cuenta con el tiempo porque se dio. (p. XX)

Se incluyen después ejercicios sobre esta regla relacionados con las ganancias económicas.

La cuarta parte del texto expone las reglas de compañías sin tiempo y con tiempo y se plantean luego ejercicios sobre ambas reglas relacionados fundamentalmente con los mercaderes.

Después el autor explica que no incluirá:

> […] las reglas de baratas porque las que se usan son faciles y las demas que son subtiles poco contingibles. Y dexadas las reglas de testamentos porque son semejantes a las de compañias y las de la fineza de oro y plata porque mi intencion es instruir a qualquier mercader y tractante. (p. XXVIII)

Por el contrario sí incluye quince reglas en las que "enseña ganar emprestando" (p. XXVIII) realizando ejemplos de cada regla.

La quinta parte de la obra trata sobre los quebrados, que define como "cosa que no llega aun a entero" (p. XXXII). Explica cómo reducir quebrados, es decir como "dos numeros que tienen diversos denominadores trahellos a un denominador y conformar los nombradores de ellos con el tal denominador hallado" (p. XXXII), como sumar por quebrados: muchos números quebrados traídos a una denominación y traídos de muchos números a hacer uno.

A continuación expone cómo sumar, restar, multiplicar y partir quebrados o enteros y quebrados. E incluye una explicación sobre que significa partir quebrados.

La sexta parta trata de las falsas posiciones y de las raíces cuadradas. Para ello define falsa posición como: "un número propuesto falsamente por la qual posicion venimos en conocimiento de la verdad que queremos saber" (p. XXXVIII). Realiza después varios ejercicios sobre falsa posición puramente aritméticos pero también contextualizados a la vida real e incluso relacionados con juegos.

A continuación, trata la raíz cuadrada que define como:

> […] un numero qualquiera que propuesto fuere el qual multiplicado por si mesmo haga un tal numero al qual llamamos quadrado y a que tal numero se llama rayz de numero quadrado que quiere decir rayz y fundamento principio y origen del numero quadrado. (p. XLII)

Explica después como extraer la raíz cuadrada de cualquier número.

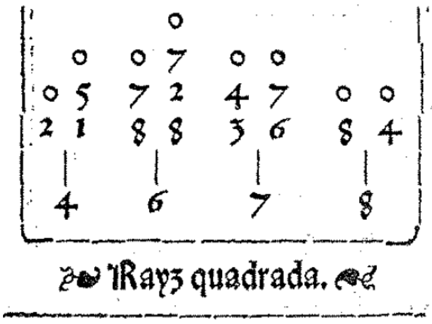


Figura 109. Extracción de una raíz cuadrada en la obra de Juan de Yciar (1549, p. XLII).

Se realizan después ejercicios relacionados con las raíces cuadradas y la geometría, incluye también ejercicios diversos sobre comercio, medida, etc.

Siguen después las reglas de sumar, restar, multiplicar y partir raíces cuadradas y raíces cuadradas con números.

El libro finaliza con un capítulo que trata:

> […] del modo que se tiene en el enseñar a contar y escrevir en el reyno de Aragon, Valencia y Cataluña y de una manera de multiplicar que se usa mucho en los dichos Reynos la qual es muy útil y provechosa para hacerse uno muy diestro y liberal en los quebrados. (p. L)

En el que se incluyen explicaciones sobre la enseñanza de la aritmética en estos reinos, listados de equivalencia de monedas y la explicación sobre cómo multiplicar por minutas, método utilizado en estas zonas.

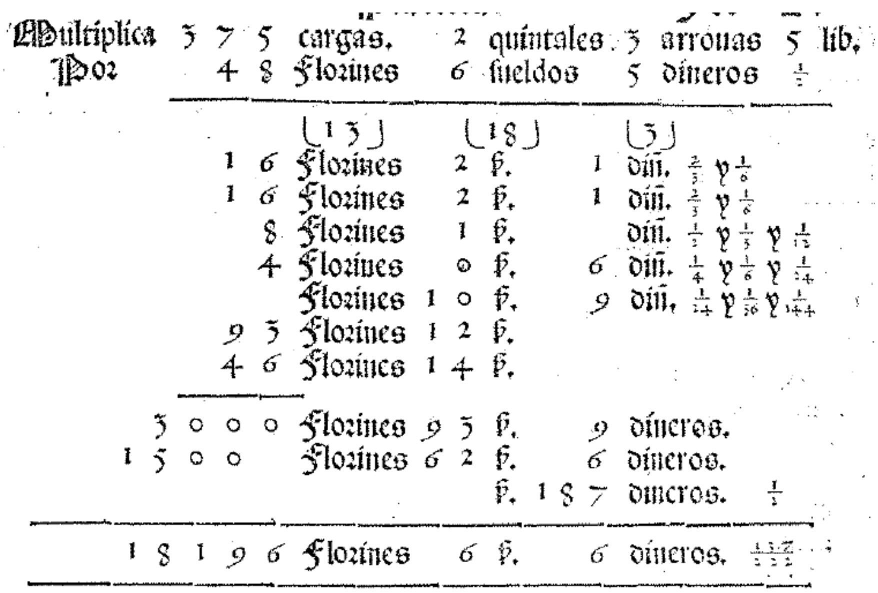


Figura 110. Multiplicación siguiendo el modo de los reinos de Aragón, Valencia y Barcelona (De Yciar, 1549, p. LV).

Los contenidos geométricos en la obra solo se referencian a través de las raíces cuadradas, por ejemplo explica que:

> Dizense numeros quadrados por la similitud o por mejor decir por el nacimiento que han del quadrado la superficie del qual es contenida de dos lineas yguales, como si formassemos un quadrado equilatero el qual tuviesse por cada lado 4 es cierto que la superficie deste quadrado es 16 y assi digo que la superficie es el numero quadrado y la linea la rayz. (p. XLI)

También realiza diversos ejercicios de geometría que se solucionan a través de la raíz cuadrada. El autor otorga al número Pi el valor de 3 + 1/7, pues al realizar un ejercicio sobre un círculo de diámetro 7 para calcular su *circuitu* (longitud) dice que se debe multiplicar el diámetro por el valor 3 + 1/7.

Los contenidos relacionados con el álgebra no son abordados en esta obra y tampoco se hace ninguna mención a esta rama.

Juan de Yciar incluye una gran variedad de monedas, pesos y medidas de diferentes regiones, mostrando la importancia que concedían los autores de las aritméticas prácticas escritas en este siglo a los tratos comerciales justos.

Para las monedas de Castilla incluye la siguiente tabla:

¶ Monedas de Castilla.

Un Justo vale.————	970.	Mrs.
Un Castellano vale.————	485.	m̃.
Una Corona vale. ————	350.	m̃.
Un Ducado vale.————	375.	m̃.
Una dobla vale. ————	365.	m̃.
Un Florin vale. ————	265.	m̃.
Un Real vale.————	34.	m̃.

Y vn marauedi es dos blancas.

Figura 111. Tabla monedas de Castilla (De Yciar, 1549, p. IIII).

En Aragón dice que 2 meajas hacen 1 dinero, 12 dineros 1 sueldo y 22 sueldos 1 ducado.

Pero no solo menciona estas monedas de Castilla y Aragón sino que en otros ejercicios habla de algunas otras monedas como libras, florines, castellanos o tarjas.

Aunque en menor medida que las monedas, también se incluyen en el libro algunas de las unidades de medida de *peso* como las onzas o los granos; para la medida de capacidad del trigo o similares cultivos habla de la fanega; en el caso de las unidades de medida de longitud se mencionan leguas, varas, brazas o palmos.

A continuación incluye un listado de equivalencias de aneajes, pesos, medidas y monedas de algunos Reinos que considera pueden ser útiles para los contadores y tratantes. Además, incluye una completa tabla sobre equivalencias de monedas, pesos y medidas en Aragón. Añade a las mencionadas previamente que 16 sueldos equivalen a 1 florín, 20 sueldos a 1 libra, 28 sueldos son 1 castellano.

También para los pesos dice que 32 granos son 1 *arienço*, 4 *arienços* 1 *quarto*, 4 *quartos* 1 onza, 12 onzas son una libra prima, 30 libras son una arroba común, 4 arrobas son 1 quintal y 3 quintales una carga.

Para las medidas de capacidad tanto para áridos como para líquidos indica las siguientes:

- 4 almudes son 1 quartal, 3 quartales 1 fanega, 8 fanegas 1 *cafiz*.
- 16 cántaros son un *nietro*.

Finalmente, para la medida de longitud añade que 4 palmos son 1 vara y 24 varas una pieza.

4.4.4. Análisis didáctico

4.4.4.1. Sistemas de representación

A lo largo de la aritmética estudiada se pueden encontrar diversos modos de representaciones.los siguientes sistemas de representación.

- **Verbal:** Es uno de los principales sistemas de representación de la obra, el autor utiliza palabras para explicar la gran parte de los conceptos y sus propiedades, los procedimientos, etc.

Regla de tres es vna pregunta pueſta en tres numeros conoſcidos por los quales ſe halla el quarto/que es lo q̃ la pregunta pide. Los quales para que eſten bien y como deuen/han de guardar eſta ordẽ. Lo primero el primer numero ha de denotar coſa comprada y vendida. El ſegundo ha de ſer el precio de aquella coſa. El tercero ha de ſer ſemejãte al primero/y ha de ſer coſa que ſe cõpre o venda: el qual queremos ſaber que valdra a reſpecto dl primero. Como ſi dixeſſemos. 20. codos de paños valẽ.35.

Figura 112. Representación de tipo verbal en la obra de Juan de Yciar (1549, p. XV).

- **Numérico:** Junto a las descripciones verbales, la mayoría de contenidos viene complementados por una representación numérica. En las obra se utilizan números, rayas y símbolos para presentar diferentes operaciones, ejercicios, ejemplos, etc.

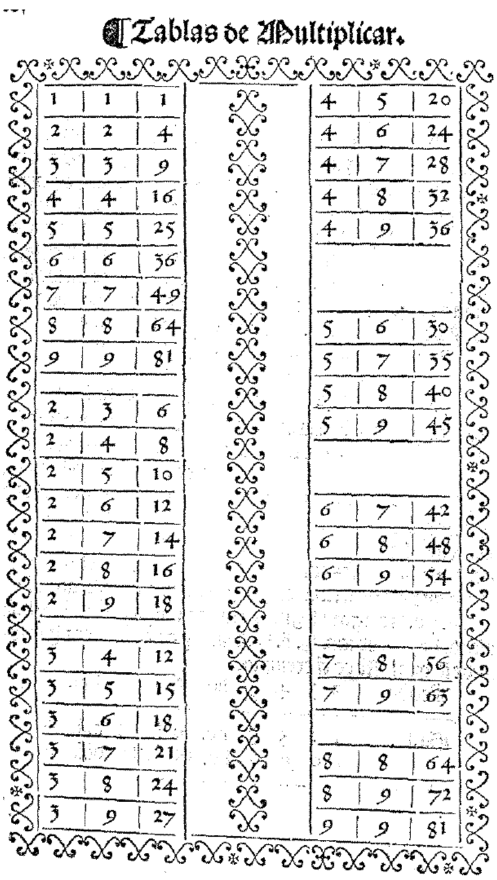
```
 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
10
11
12
13
------
91
------
```

```
   1     13
  13      7
 ----   ----
  14     91
 ----   ----
   7
```

Figura 113. Representación numérica (De Yciar, 1549, p. XII).

- **Gráfico:** Junto con las representaciones verbales y numéricas se presentan en la obra representaciones gráficas de tipo tabular, geométrico, figural o mixto.

a) Tabular: El autor utiliza tablas para agrupar los contenidos y favorecer así la comprensión del texto por parte del lector. Aparecen dos tablas de multiplicar, tabla de raíces de números cuadrados y tablas de las monedas.



Tablas de Multiplicar.

1	1	1
2	2	4
3	3	9
4	4	16
5	5	25
6	6	36
7	7	49
8	8	64
9	9	81
2	3	6
2	4	8
2	5	10
2	6	12
2	7	14
2	8	16
2	9	18
3	4	12
3	5	15
3	6	18
3	7	21
3	8	24
3	9	27

4	5	20
4	6	24
4	7	28
4	8	32
4	9	36
5	6	30
5	7	35
5	8	40
5	9	45
6	7	42
6	8	48
6	9	54
7	8	56
7	9	63
8	8	64
8	9	72
9	9	81

Figura 114. Una de las tablas de multiplicar del libro de Juan de Yciar (1549, p. VII)

b) Geométrico: Se incluyen gráficas geométricas representando polígonos básicos que sirven para calcular las dimensiones de terrenos.

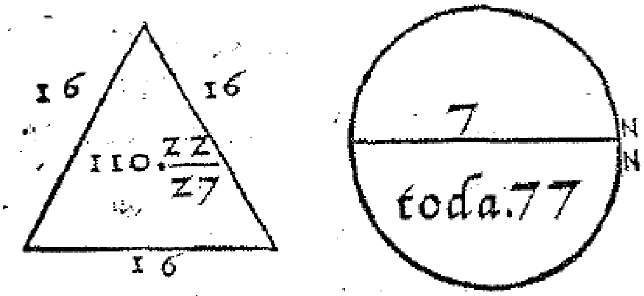


Figura 115. Representaciones geométricas (De Yciar, 1549, p. XLIII).

c) Figural: Las figuras se incluyen para ilustrar los contenidos del libro, relativos a la geometría.

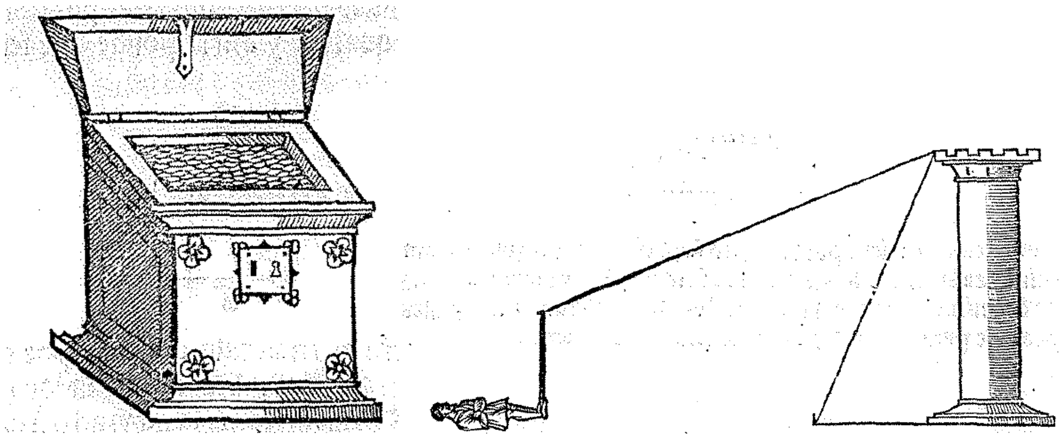


Figura 116. Algunas de las figuras incluidas en la obra de Juan de Yciar (1549, p. XLIII).

d) Mixto: En las gráficas mixtas se combinan números con líneas, figuras, corchetes, etc.

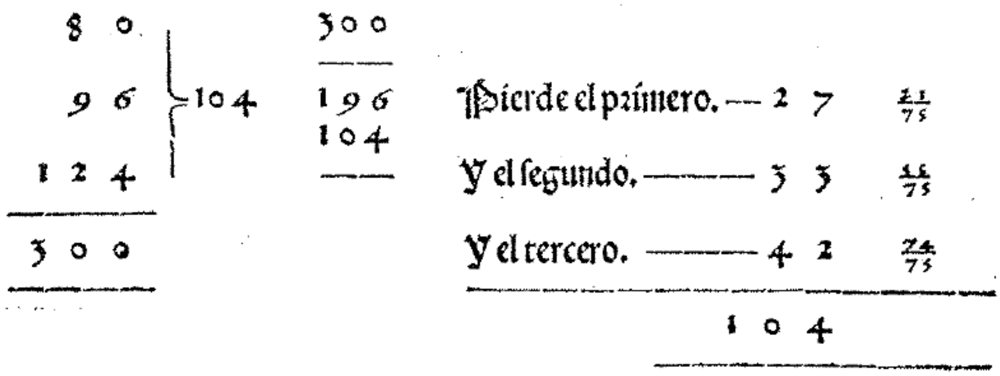


Figura 117. Representación mixta (De Yciar, 1549, p. XXIIII).

4.4.4.2. Análisis fenomenológico

A lo largo de las siguientes páginas, se presenta el análisis fenomenológico de la obra de Juan de Yciar, que amplía el análisis realizado por Maz-Machado, Sierra y López (2013); los fenómenos presentes en la obra se clasifican en 3 categorías:

1. **Fenómenos relacionados con la actividad comercial y los negocios:**

Se han incluido en esta categoría los siguientes fenómenos presentes en la obra:

- **Fenómenos contables:** Se presentan situaciones en las que se debe determinar una ganancia o una pérdida económica.

¶ Uno merco cierta mercaderia por. 274. ducados/ y quiere ganar enella a razon de. 14. por. 100. pregunto que en quanto vendera este hombre su mer/ cadería.

Figura 118. Ganancia económica en la obra de Juan de Yciar (1549, p. XVI).

- **Fenómenos comerciales:** Se plantean contextos de compra y venta de objetos, animales, etc.

¶ Una casa se vende y no sabemos por que precio/mas de que querian dos cõ pañeros mercalla y ningũo se hallaua con hartos dineros para mercalla/y por esto dixo el primero al segũdo que le diesse la meytad delos dineros que el tenia y que con los q̃ el tenia mercaria la casa. El otro dixo/da me tu el tercio de tus dineros/que con los que yo tengo tambien la mercare. Yo pregunto quãto va/ le la casa/y quanto tiene cada vno destos compañeros.

Figura 119. Fenómeno comercial (De Yciar, 1549, p. XL).

- **Fenómenos de repartos:** Estas situaciones requieren de la distribución equitativa de objetos o ganancias, o del uso de la regla de compañía para distribuir la rentabilidad de un depósito o negocio.

¶ Tres hombres hizieron compañia/quanto puso cada vno dellos no se sabe: pero sabemos que todos juntos pusieron. 110. ducados con los quales gana/ ron. 200. ducados: y destos dozientos vino al primer hombre de ganancia. 61. ducados y $\frac{2}{11}$ de ducado. y al segundo. 50. y $\frac{10}{11}$ y al tercero. 87. y $\frac{3}{11}$. Pregũto q̃ quanto puso cada vno enla compañia quando entraron. Haras dela manere si guiente. ¶ Ya vees que todos juntos pusieron. 110. ducados/y conellos gana

Figura 120. Regla de compañía (De Yciar, 1549, p. XXI).

2. Fenómenos relacionados con la medida

- **Fenómenos de medida:** Se incluyen aquellos problemas en los que se hallan longitudes de objetos, distancias o recorridos, también los relacionados con la medida del tiempo.

Exemplo quarto de medida.

Vn hombre vende leña y da vna haz que cabe en seys palmos de cuerda por quatro reales: pregunto por quanto dara otro haz de leña q̃ quepa en otra cuerda que tenga doze palmos. En esta y en las semejantes haras dela manera siguiente. Multiplica por si los seys palmos diziendo/seys vezes. 6. son. 36. y ansi mismo multiplica por si los. 12. palmos diziendo/doze vezes. 12. son. 144. y despues di por regla de tres. Si. 36. valen. 4. que valdran. 144. multiplica y parte y hallaras que valen. 16. reales/como lo veras por exemplo.

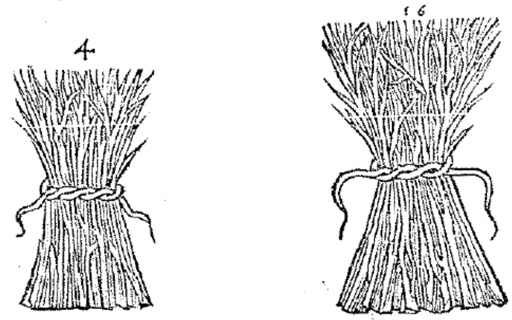


Figura 121. Ejemplo de situaciones de medida (De Yciar, 1549, p. XLV).

- **Fenómenos de agrimensura:** los autores recurren a la geometría cuando quieren aplicar conceptos y fórmulas a terrenos que tienen teóricamente formas poligonales o geométricas.

Es vna tierra a manera de triangulo que tiene por cada lado. 16. pregunto que tiene toda esta tierra. Multiplica los dos lados el vno por el otro diziē-

Figura 122. Situación de agrimensura (De Yciar, 1549, p. XLIII).

3. **Fenómenos de cambios monetarios:** Se plantean situaciones de equivalencias entre monedas de diversas regiones y países.

En palermo y por todo el reyno de Sicilia se llama la moneda y se tira a onças/tarines/y carlines/granos/y picholes. Y vna onça vale treynta tarines. Y vn tarin dos carlines. Y vn carlin diez granos. Y vn grano seys picholes. Despienden se aguilas de plata q̃ corren por veynte y seys ala onça/ y vna aguila vale treynta y dos granos. Razona se tambien a sueldos/ y cinco sueldos valē vna onça. Y vn sueldo vale seys tarines. Y el ducado largo vale. 13. tarines. Y el ducado veneciano vale treze tarines y dos granos.

Figura 123. Cambio monetario en la obra de Juan de Yciar (1549, p. XLVII).

4. **Fenómenos matemáticos**

- **Fenómenos aritméticos:** Se trata de problemas asociados con operaciones matemáticas y sin contexto.

¶ Si quiſieres partir quatro y cinco ſextos por dos y ſiete ochauos/haras aſſi. Reduze primero eſtos quebrados y hallaras que el partidor es veynte y tres ochauos/ y la particion es veynte y nueue ſextos: pues multiplica lo de abaxo dela mano yzquierda por lo de arriba dela mano derecha y al contrario/ y ha/llaras que partidos quatro y cinco ſextos por dos y ſiete ochauos verna ala particion vno y quarenta y ſiete ſeſenta y nueue auos.

Figura 124. Fenómeno aritmético (De Yciar, 1549, p. XXXVII).

- **Fenómenos geométricos:** El autor recurre a ellos cuando establece relaciones entre las raíces cuadradas y la geometría.

¶ Es vn circulo que tiene por diametro ſiete eſtados/ pregunto quanto tiene en circuitu y en la ſuperficie. Multiplica ſiete por. 3. $\frac{1}{7}$ y montaran. 22. y tanto

Figura 125. Ejemplo de fenómeno geométrico (De Yciar, 1549, p. XLIII).

5. **Fenómenos lúdicos:** Se incluyen problemas referidos a juegos o a matemáticas recreativas.

¶ Deſta meſma manera ſe hara ſi queremos ſaber tres dados que vno echa/ quantos puntos ſalieron en cada vno: y pongo que houieſſen echado los tres dados/y que el vno fueſſe. 5. y el otro. 4. y el otro. 6. pues agora tomẽ el dado

Figura 126. Ejemplo de matemáticas recreativas (De Yciar, 1549, p. XLI).

Aunque es posible encontrar en la obra todos los fenómenos mencionados, destacan en número los relacionados con ganancias y pérdidas económicas, precios, compras y ventas.

4.4.4.3. Aspectos didácticos

De cara a caracterizar los aspectos didácticos presentes en los libros se ha considerado:

- **Actualidad:** Los contenidos matemáticos tratados en la obra no pueden considerarse actuales, se trata de contenidos elementales incluidos en obras previas.

- **Originalidad:** El autor no realiza aportaciones originales, todos los contenidos se pueden encontrar en autores de obras previas. De hecho algunos problemas son semejantes a los incluidos por Juan de Ortega en su obra de 1512, incluso Juan de Yciar reconoce copiar una experiencia de este autor.

- **Rigor y precisión:** En la presentación de los contenidos se incluyen definiciones de la gran mayoría de ellos y además incluye una regla general para la suma de progresiones, aunque la mayor parte de ejercicios se resuelven como ejemplos separados.
- **Interés social:** El interés social de las matemáticas es cómo en muchas de sus contemporáneas la principal característica de la obra. Sus contenidos matemáticos se pueden encontrar dentro del contexto comercial, no en vano la gran mayoría de ejemplos tratan sobre ganancias y pérdidas ecónomas y compras y ventas.
- **Revisión y síntesis:** La obra si presenta una síntesis de los contenidos que el autor considera necesario para aprender a contar, aunque la brevedad de la obra impide que esta contenga un gran número de contenidos.
- **Destaca en alguna aplicación:** La única aplicación en la que destaca es la comercial, la mayoría de sus ejemplos contextualizados están relacionados con las operaciones mercantiles.

Sobre la consideración del autor del aprendizaje de las matemáticas, en el prólogo dice:

> Quien la mathematica ignorava no podia rectamente philosophar porque es el asiento fundamento y escalera segura para subir a las otras sciencias y aunque las otras sciencias y disciplinas con claro ingenio sin maestro pueden alcançarse la mathematica sin muy bueno y provido doctor no puede ser comprehendida ni entendida. (Prólogo)

El autor incluye indicaciones para favorecer el aprendizaje por ejemplo que para saber bien sumar es necesario saber primero bien numerar y asentar, consejos para principiantes, antes de empezar a multiplicar es necesario que sepas la tabla de multiplicar.

Se justifica la secuenciación de contenidos diciendo:

> Dire de los quebrados aun que otros los ponen antes yo los quise poner en este lugar porque los principiantes gustan en el principio dellos muy poco y al que de otra manera le parescera estudiar el remedio esta en la mano que es bolver la hoja. (p. XXXII)

Está intencionalidad didáctica se pone de nuevo de manifiesto cuando explica el significado de partir quebrados pues dice: “Y ansi esta brevissimamente respondida a la dificultad que comunmente suele ocurrir y muchos contadores dudar” (p. XXXVII).

Sin embargo, el principal manifiesto de intencionalidad didáctica se encuentra en el último capítulo de la obra, en él Juan de Yciar expone como los maestros de Aragón, Valencia y Cataluña enseñan a contar y a escribir. Explica que en estas tierras se explica a los discípulos una materia cada día, sin embargo, él no está de acuerdo con este método pues considera que confunde a los alumnos, que olvidan la materia que le dieron antes con la que le dan después y al final no consiguen recordar ni una ni otra.

El considera que sería mejor que se les enseñase primero completamente una cuestión y una vez está ya se haya aprendido pasar a la siguiente. Sobre enseñar a contar indica:

> El modo que en esto del enseñar a contar se ha de tener es que despues que se sepan las quatro reglas por enteros sepan las mesmas quatro reglas por quebrados y luego les enseñen a sumar y restar y multiplicar por minutas y luego las reglas de tres con sus circunstancias por enteros y quebrados y de aqui pueden pasar con toda facilidad a las otras reglas que mas les apeteciesen. (p. L)

4.4.5. Conclusiones

Juan de Yciar calígrafo de profesión, publicó una única obra con contenidos puramente matemáticos, su *Arithmetica Practica*. Este pequeño texto incluye los contenidos que él consideró básicos para aprender a contar y que no destacan ni por su actualidad ni por su originalidad, pues pueden encontrarse en cualquier otra obra sobre esta temática escrita durante este siglo o en periodos anteriores.

Sin embargo, sí se trata de una obra con una gran intencionalidad didáctica expresada por el autor y que se refleja en la inclusión por ejemplo de un gran número de representaciones geométricas y figuras para favorecer la comprensión.

La obra de Juan de Yciar es por tanto un pequeño libro para la enseñanza de la aritmética práctica más elemental, función que desempeña de forma muy correcta. Además, destaca el aspecto social de la obra debido al interés práctico y útil de los contenidos incluidos, lo cual refleja el interés de Juan de Yciar por favorecer que sus lectores adquiriesen conocimientos básicos y necesarios para las transacciones económicas cotidianas en su época y por tanto la preocupación habitual en los autores de este tipo de obras por los problemas que la falta de estos conocimientos acarreaban a sus coetáneos cuando realizaban tratos de negocios.

La siguiente tabla resume los aspectos incluidos en la obra.

Tabla 11. Resumen del análisis de la obra de Juan de Yciar.

	JUAN DE YCIAR	
Definición de aritmética.	NO	
Noción de número o de cantidad.	NO	
Operaciones elementales.	SÍ	
Definición de quebrados y operaciones.	SÍ: *cosa que no llega aun a entero*	
Noción de proporción	NO	
Otros contenidos recogidos en la obra	Progresiones, raíces cuadradas	
Ideas sobre geometría.	SÍ	
Ideas sobre álgebra.	NO	
Monedas, pesos y medidas.	SÍ	
Representaciones verbales.	SÍ	
Representaciones numéricas.	SÍ	
Representaciones gráficas.	Tablas.	SÍ
	Figuras.	SÍ
	Representaciones geométricas.	SÍ
	Esquemas.	NO
	Mixtas	SÍ
Fenómenos contables.	SÍ	
Fenómenos comerciales.	SÍ	
Fenómenos de repartos.	SÍ	
Fenómenos salariales.	NO	
Fenómenos de aleaciones.	NO	
Fenómenos de medida.	SÍ	
Fenómenos de agrimensura.	SÍ	
Fenómenos de cambios monetarios.	SÍ	
Fenómenos lúdicos.	SÍ	
Fenómenos aritméticos.	SÍ	
Fenómenos algebraicos.	NO	
Fenómenos geométricos.	NO	
Actualidad.	NO	
Originalidad.	NO	
Rigor y precisión.	NO	
Interés social.	SÍ	
Revisión o síntesis de los contenidos matemáticos conocidos.	SÍ	
Destaca en algunas aplicaciones.	SÍ: Comer cial	

4.5. *LIBRO PRIMERO DE ARITHMETICA ALGEBRATICA (1552)*

4.5.1. El autor: Marco Aurel

Marco Aurel fue un maestro de contar de origen alemán afincado en Valencia en las décadas centrales del siglo XVI, pues allí publicó sus dos obras en los años 1541 y 1552 e incluso en esta última obra menciona que se encuentra en esta ciudad. Se desconoce su fecha de nacimiento y de fallecimiento, aunque la publicación de sus obras sobre la mitad del siglo permite deducir que nació sobre la primera mitad de este y murió en la segunda. Los escasos datos biográficos sobre este autor se conocen por la aparición de estos en sus obras (Diccionario Biográfico Español, 2009).

En 1541 siendo maestro de escuela en Valencia (Rey, 1926) publicó la segunda aritmética impresa en Valencia después de la obra de Juan Andrés (1515), titulada *Tratado muy útil y provechoso para toda manera de tratantes y personas afficionadas al contar*. Se trata de unos de los numerosos manuales de cuentas impresos en España en el siglo XVI, que tuvieron una gran difusión entre el público no matemático y que están estrechamente relacionados con los principales centros de actividad mercantil y financiera españoles de la época (Diccionario Biográfico Español, 2009). Según parece Aurel publicó este tratado por presiones externas pues él pretendía escribir un tratado de álgebra. De hecho en el prólogo confiesa su objetivo para su próxima obra: "daré razón de dónde procede cada regla... e... de las reglas de álgibra, que en vulgar castellano se entiende por arte mayor o regla de la cosa" (1541, citado en Salavert, 1990). Se trata, pues de un tratado de reglas para las reducciones de monedas que no debe considerarse una aritmética mercantil (Salavert, 1990).

Sin embargo, Marco Aurel destaca por la publicación en 1552 de su segunda obra bajo el título de *Libro Primero de Aritmética Algebraica,* editada en Valencia y que constituyó el primer texto impreso en España donde se introdujo la nueva Álgebra o regla de la cosa (Diccionario Biográfico Español, 2009). El autor dice que este libro es solo la primera parte de una obra que incluirá otras dos más pero no hay constancia de estas obras; únicamente Juan Vernet expone en una breve nota, que publicó con el título *La introducción de la ciencia occidental en el mundo árabe*, que el libro de Marco Aurel habría sido traducido al árabe, y que esa traducción contendría también esas partes que no se conservan en castellano, pero no hay más noticias sobre la existencia de estos (Puig y Fernández, 2013).

La formación académica del autor es desconocida, pero por las palabras de su libro es conocedor de las obras de Euclides, Boecio, Juan de Ortega o Luca de Burgo entre otros. Además, en su segunda obra utiliza para los contenidos algebraicos las notaciones que habían introducido los algebristas alemanes, en concreto las incluidas por Christoff Rudolf en su obra *Die Coss*, por lo tanto es bastante probable que Marco Aurel conociese dicha obra.

4.5.2. La obra: Aspectos generales

El título completo de la obra es *Libro primero, de Arithmetica Algebratica, en el qual se contiene el arte Mercantivol, con otras muchas Reglas del arte menor, y la Regla del Algebra, vulgarmente llamada Arte mayor, o Regla de la cosa: sin la qual no se podra entender el decimo de Euclides, ni otros muchos primores, asi en Arithmetica como en Geometria* fue escrita por el autor Marco Aurel y publicada por Ioan de Mey, Flandro en Valencia en 1552. No se conocen otras ediciones de la obra.

El autor dice que este libro es solo la primera parte de una obra, que en su segunda parte incluirá la prueba en parte a través de la geometría de los contenidos de esta primera y en la tercera la geometría práctica para oficiales mecánicos, pero no hay constancia de que escribiera dichas partes.

Este libro fue el primer tratado de álgebra impreso en un idioma hispano (Salavert, 1990; Puig y Fernández, 2013) y el primer libro de álgebra impreso en la península ibérica aunque no el primero que se escribía (Paradís y Malet, 1989).

Picatoste (1891) describe la obra como en 4º y con un total de 144 hojas. Smith (1908) añade que la obra tiene como dimensiones 14.5 x 19.3 cm y el texto ocupa 9.9 x 16.6cm. La obra contiene 4 folios sin numerar y 140 numerados y entre 31 y 36 líneas por página.

A la vuelta de la portada tiene un grabado en madera que representa a Platón y dos décimas que dice fueron escritas por un amigo del autor a los lectores (Figura 127) (Picatoste, 1891).

PLATON.

Vn amigo del Autor, alos Lectores.

Tan ſubtil, tan excelente
Es el arte del contar,
Tan dulce y tan eminente,
Tan facil (Lector prudente)
Quen las artes. no hay ſu par.
Es tan alta que Platon
En ſu puerta, anſi eſcriuia:
Nadie oyga mi licion
Ni ſe tenga por varon
Si contar ya no ſabia.

Quien ſaber eſtos primores,
Los deſſea, y ſin afan:
Quien gozar deſtos fauores,
Quien guſtar de ſus dulçores
Oyga los del Aleman.
Y quien no ſe halla a mano
De ſaber, ſi lo deſſea,
Eſte bien tan ſoberano
De ſu propia lengua y mano
Eſte libro tenga y lea.

VALE.

Figura 127. Vuelta de la portada de la obra de Marco Aurel (1552).

El libro está dedicado al señor mosén Bernardo Cimon, ciudadano de Valencia, al que dirige una epístola fechada a 16 de Enero de 1552. Continúa después con un prólogo al lector en el que divide la obra en tres partes y un índice de contenidos que divide la obra en 24 capítulos. Se incluye una nota explicativa para los principiantes avisándoles del orden que deben seguir para estudiar los capítulos y una página con correcciones de erratas.

A continuación se incluyen 140 páginas de contenidos que comienzan con la aritmética: se tratan las definiciones de número y aritmética, las cuatro reglas generales de los números enteros, los números quebrados, las proporciones, la regla de tres y otras reglas breves, las progresiones; para pasar después al álgebra incluyendo los números cuadrados, las raíces cuadradas, los números sordos, los números cúbicos y las raíces cúbicas, los binomios y sus residuos y las raíces cuadradas y cúbicas de los binomios, los caracteres, la regla de la cosa, las reglas y demandas que se deben hacer con la primera, segunda,…,octava igualación y la regla de la cantidad.

La obra termina con la siguiente frase: "Ningnno reprehenda en absencia, Lo que no supiere en presencia" (p. 140) y la frase en alemán: "Gedult in armut" (p. 140) que significa "La paciencia en la pobreza".

El autor considera que hay una gran falta de la ciencia matemática en los Reinos de España, pese a ser esta muy necesaria para los verdaderos sabios y pretende con su libro darla a conocer. Añade que los contenidos que trata son cosa nueva y "jamás vista, ni declarada, y podrá ser, que ni aun entendida ni imprimida en España".

Además, para Marco Aurel la matemática es de gran utilidad tanto para matemáticos como para cualquier otro género de contadores, pero también se puede aprovechar de su obra cualquiera que tenga afición a las matemáticas.

En la obra se incluyen referencias a varios personajes. En la página tras la portada aparece la figura de Platón y en las líneas posteriores se le atribuyen unas palabras sobre contar. A continuación en la epístola dedicada a Bernardo Cimon se menciona de nuevo a Platón junto a Arquímedes, Boecio, Cipriano. En el prólogo a los lectores menciona a Euclides diciendo que ha utilizado su obra en numeras ocasiones y que incluso en dos capítulos, el 11 y el 22 ambos relaciones con la extracción de raíces de binomios, usa los mismos términos que usa Euclides en la suya. La relevancia de Euclides para el autor se manifiesta en el gran número de veces que cita su obra por ejemplo en la definición de número, proporción, proporcionalidad, número cuadrado, número cúbico o binomios. Cita también a Boecio en la definición de número, a Pitágoras o a Juan de Ortega del que concretamente dice que cometió un error en la resolución del ejercicio sobre ajedrez. En los contenidos sobre álgebra menciona a Guillermo de Lunis a quien considera el primero que trasladó la regla de la cosa de arábigo a lengua italiana poniéndole como nombre *Algebra & Almucabola*, a Lucas de Burgo en un par de ocasiones diciendo incluso que él pone el mismo ejercicio que Lucas de Burgo cambiando los números de las cantidades para que sea menos largo de escribir y menos fatigoso de hacer, además contradice un comentario de este autor diciendo que este "estaba ocupado en sus sermones, y no estava en la cuenta, pues no hay ninguna diferencia de la una a la otra" (p. 126). Referencia también a Albertucio de Sajonia y a

Marco Vitruvio mencionando su libro sobre arquitectura y en particular un ejercicio que éste incluye sobre el rey Hiero Siracusano que mandó hacer una corona de oro fino que fue mezclada con plata y pidió a Arquímedes que buscase cuanta plata había.

Además, la relevancia de los contenidos algebraicos de esta obra hace que dos autores de este siglo le referencien: Miguel Gerónimo de Santa Cruz y Antich Rocha, que de hecho afirma seguir a Marco Aurel en sus contenidos sobre la regla de la cosa.

Rey Pastor (1926) considera que el libro de Aurel ejerció gran influencia en el desarrollo de la Matemática en España. Sin embargo, en el mismo año en el que Aurel publicó este libro Gonzalo de Busto imprime en Sevilla una nueva edición del tratado de Juan de Ortega agregándole trece ejemplos de arte mayor. No parece probable que Gonzalo de Busto extrajera de la obra de Marco Aurel sus ejemplos, no solo porque la obra de éste se publicó en enero y la de Juan de Ortega en abril; sino, sobre todo, porque en estos ejemplos que sólo contienen la aplicación de algunas reglas para resolver esos problemas sin más explicación, no se utiliza abreviatura alguna para los nombres de las especies de números, ni las italianas, ni las que usa Marco Aurel, sino que escribe "cosa", "censo", "cubo", etc. con todas las letras (Puig y Fernández, 2013). Además, Busto justifica la falta de explicaciones sobre las reglas del álgebra, diciendo que:

> Conozco, que para entenderlos es necessario tener los principios de arte mayor y entender la orden de los caracteres, […] De los qles principios y caracteres no es necesario hazer aquí mención: pues esta impresso todo lo q conviene a la pratica Algebratica en otros tractados compuestos por excellentes authores. (De Ortega, 1552, Gonzalo Busto al lector).

Cabe plantearse si se refería a la obra de Aurel, lo cual no parece muy probable, a obras de otros autores extranjeros o a la de algún autor español. En cualquier caso, estos 13 ejemplos de primer grado, no alteran el hecho de que varias álgebras españolas publicadas en el siglo XVI, en concreto las obras del Bachiller Pérez de Moya, del profesor Antich Rocha o de Tolrá, con la excepción de la de Núñez, salieran del libro de Aurel (Puig y Fernández, 2013; Salavert, 1990).

Rey Pastor (1926) considera que la obra posee una estructura más moderna que las aritméticas anteriores, pero sin ofrecer nada extraordinario. Sobre los contenidos algebraicos incluidos en ella, considera que pese a no contener la última palabra de la ciencia de entonces sí constituyen un breve compendio muy aceptable de la parte algebraica contenida en la *Summa* de Fray Luca de Burgo, en algunas cuestiones mejorada y en otras empeorada.

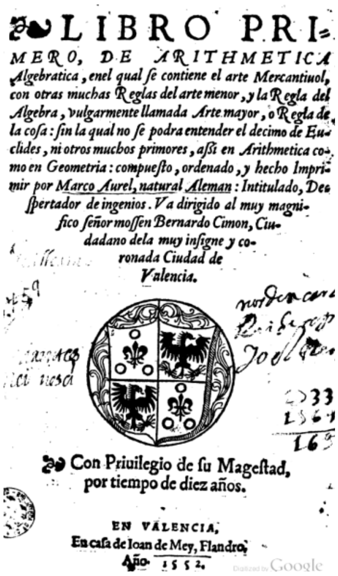
Entre las mejoras, Aurel emplea las notaciones que habían introducido los algebristas alemanes, específicamente las incluidas por Christoff Rudolf en su famosa álgebra de 1525 *Die Coss*, lo cual permite suponer que este se inspiró en la obra de Rudolf o que al menos la conoció. Las notaciones de Rudolf usadas por Aurel son: varios *caracteres* o signos especiales para las potencias de la incógnita; los signos +, -; √ para la raíz cuadrada y signos análogos para la cúbica y cuarta. Puig y Fernández (2013) consideran que Rey Pastor sobrevaloró la diferencia entre ambas notaciones, pues ambas son de carácter sincopado al ser abreviaturas de los nombres de las especies de números, aunque sí consideran cierto que las alemanas añaden el ser abreviaturas esquematizadas, lo que las hace parecer signos específicos distintos de los signos del lenguaje natural.

En cuanto al retroceso sobre la *Summa*, Rey Pastor (1926) dice que en ésta, aparecen demostradas geométricamente, con toda extensión, las tres reglas para resolver las ecuaciones de segundo grado; el caso de imposibilidad está perfectamente advertido. En la obra de Aurel, las reglas aparecen escuetas, sin justificación ninguna. Además, éste comete un error que ignora si es suyo o anterior a él, pero que no se encuentra en las álgebras extranjeras más famosas:

> Quando el quociente del menor fuere mas que la potencia de la metad del quociente del mediano, de manera que no puedas quitar (como lo manda la regla) el quociente del menor, de la potencia de la metad del quociente mediano, sumarlo has, y su rayz quadrada, y + la mitad del quociente mediano, sera la valor de la ℞, mas tal valor sera menos o deuda. (p. 79)

Salavert (1990) considera que entre todas las aritméticas prácticas publicadas en la corona de Aragón en el siglo XVI, la de Marco Aurel sea probablemente la de mayor renombre. Afirma que fue realizada con un claro sentido pedagógico y de divulgación, aunque el interés mostrado hacia el arte mercantil es inferior al de otros textos de aritmética práctica de la época; por ejemplo presta escasa atención a las reglas de compañías y no incluye supuestos de factores. Aporta dos posibles razones para esto, por un lado puede interpretarse como el reflejo de una ciudad, Valencia, que aún no había superado el embate agermanado, pero también es posible que Marco Aurel tuviese intereses más matemáticos que mercantiles. De hecho, alaba que el autor se preocupase por explicar los distintos postulados con un lenguaje matemático y especulativo que confirió al libro un nivel teórico sobresaliente. Esto muestra la intención que poseían también otros muchos aritméticos de la época de conferir a esta rama de la matemática una mejor consideración que a largo, conseguiría también modificar de forma importante la consideración social de la actividad mercantil y por tanto de los mercaderes. En referencia a su libro previo, Salavert destaca que Marco Aurel no hace en esta obra ninguna mención a este, pese a que sí incluyó unas reglas generales para el cálculo del cambio y equivalencias entre monedas aragonesas, valencianas y catalanas, tal y como había anunciado en su escrito precedente.

Smith (1908) analiza brevemente el contenido de esta obra destacando que los capítulos sobre aritmética presentan los contenidos de forma bastante práctica pero no contienen problemas demasiado originales. Le resulta curioso que aunque la división se realiza por el habitual método de galera, las figuras no se cancelan (tachan) como solía hacerse. Sobre proporción y proporcionalidad dice que la primera representa la definición de radio y la segunda la de proporción, como era costumbre habitual en las primeras aritméticas de los países latinos, derivada de los libros de Boecio. En la parte del álgebra, destaca la influencia germana en las notaciones. Incluso indica que los símbolos de + y – se utilizaron extensivamente por autores como Stifel o Scheubel y que los símbolos para los distintos caracteres pueden encontrarse en algunos escritos de la época de diferentes países.



LIBRO PRIMERO, DE ARITHMETICA
Algebratica, enel qual se contiene el arte Mercantiuol, con otras muchas Reglas del arte menor, y la Regla del Algebra, vulgarmente llamada Arte mayor, o Regla de la cosa: sin la qual no se podra entender el decimo de Euclides, ni otros muchos primores, assi en Arithmetica como en Geometria: compuesto, ordenado, y hecho Imprimir por Marco Aurel, natural Aleman: Intitulado, Despertador de ingenios. Va dirigido al muy magnifico señor mossen Bernardo Cimon, Ciudadano dela muy insigne y coronada Ciudad de Valencia.

Con Priuilegio de su Magestad, por tiempo de diez años.

EN VALENCIA,
En casa de Ioan de Mey, Flandro.
Año 1552.

Figura 128. Portada del *Libro Primero de Arithmetica Algebratica* de Marco Aurel (1552).

4.5.3. Análisis del contenido matemático

El primer capítulo de la obra de Marco Aurel comienza diferenciando entre cantidad continua: “se llama magnitudo y sira para geometría” (p. 1) y cantidad discreta: “multitudo y sirve para arithmetica” (p. 1). Define a continuación la aritmética como ciencia de números y número como: “multitud compuesta de unidades” (p. 1) siguiendo a Euclides y Boecio. El uso de esta definición de número como la pluralidad deja al 1 fuera de la definición, porque representa sólo a la unidad, esto mismo fue objeto de debate entre algunos autores durante siglos posteriores.

Pasa después a las reglas generales de números enteros. Comienza con numerar: “conocer la representación de algún numero prosupuesto, y para saber quanto vale, o significa” (p. 1). Diferencia entre número digito, artículo y *composito,* además explica las diferentes figuras para numerar y cómo hacerlo siguiendo el modo de escribir de los arábigos (a lo que considera los primeros inventores del arte de numerar).

La segunda especie de la aritmética es sumar: “querer poner en una partida o summa lo que estuviere en muchas” (p. 2) y realiza un ejemplo de esta operación (Figura 129).

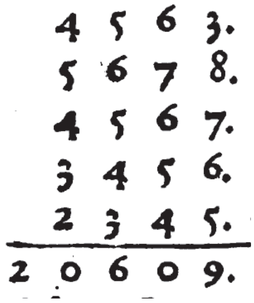

4563.
5678.
4567.
3456.
2345.
20609.

Figura 129. Suma en la obra de Marco Aurel (1552, p. 2).

Incluye explicaciones sobre distintas formar de comprobar si has realizado correctamente la operación desde: “si has començado de sumar de arriba hazia baxo, torna a sumarla, y comiença de abaxo y summa hazia arriba” (p. 2), la prueba real que es restar y la prueba del 9. Además, presenta un ejemplo de suma de cantidades de diversas diferencias, en este caso distintas monedas.

La siguiente especie de la aritmética es restar: “de dos numeros inyguales, buscar la diferencia de quanto es mayor o menor el uno que el otro” (p. 4) y explica con un ejemplo cómo hacer esta operación, realiza una resta de diversas diferencias con diferentes monedas y finaliza este apartado diciendo que la prueba real de la resta es la suma.

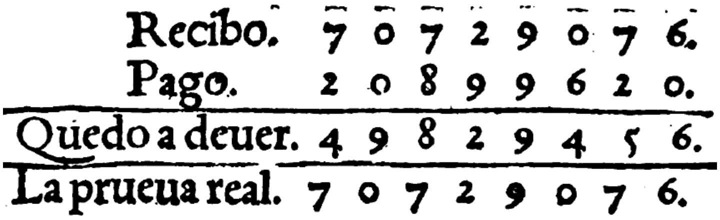


Figura 130. Resta en la obra de Marco Aurel (1552, p. 4).

La cuarta especie de la aritmética es multiplicar de la cual dice que: "multiplicando un numero con otro, procede un numero tercero de tal condicion, que contiene el uno de los dos numeros tantas vezes como unidades tiene el otro" (p. 5). Añade que es necesario aprender de "coro" la tabla de multiplicar, pasa a explicar cómo hacer esta operación con ejemplos, explica la prueba del 9 para comprobar la operación y realiza diversas multiplicaciones.

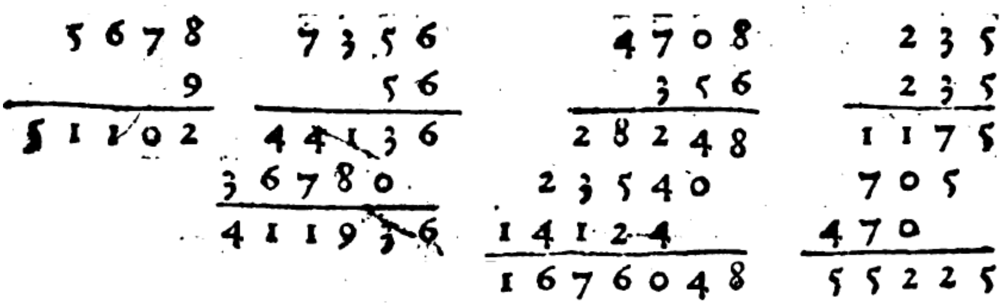


Figura 131. Multiplicación en la obra de Marco Aurel (1552, p. 6).

Partir es la quinta especie de la aritmética y la define como: "sacar quantas vezes cabe el menor en el mayor, que es partir la quantidad mayor en tantas partes yguales, como unidades tiene el nº menor" (p. 8). Expone primero como partir por número digito, luego artículo y finalmente *composito*.

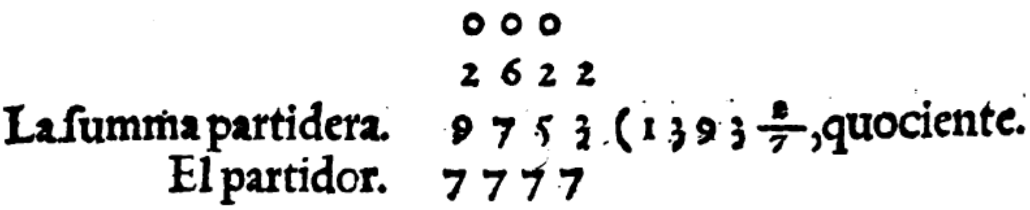


Figura 132. Partición en la obra de Marco Aurel (1552, p. 8).

Explica que la prueba real de partir es multiplicar y la prueba del 9 para partir.

El segundo capítulo de la obra trata los números quebrados, su definición y operación. Dice de estos que:

> [...] su origen y nascimiento es quando se parte un nº entero por otro nº entero, y en tal partición sobrare algo, aquello es parte del partidor, y llamado quebrado: o tambien quando el partidor es mayor o mas que la summa partidera. (p. 10)

Distingue entre quebrado simple y quebrado de quebrado y como reducir este último al primero. Explica como abreviar quebrados, como saber cuál de dos quebrados es mayor, cómo reducir quebrados de diferente denominador a denominador común o reducir enteros y quebrados a quebrados y finalmente cómo sumar, restar, multiplicar y partir quebrados.

El siguiente capítulo trata la proporción y la proporcionalidad, aunque este concepto ya había sido mencionado al explicar cómo abreviar quebrados. Aporta la definición de proporción según Euclides: "es un respecto, una comparacion o un cotejar de 2 cosas (de un genº) la una a la otra" (p. 14). Divide las proporciones en diversos tipos, incluida la proporción harmónica inventada según el autor por Pitágoras. Explica como sumar, restar, multiplicar y partir proporciones. Incluye un curioso ejercicio sobre proporción y música.

De nuevo siguiendo a Euclides define proporcionalidad como "similitud de proporciones" (p. 17). Divide la proporcionalidad en tres especies: Harmónica, aritmética y geométrica y haya los medios harmónico, aritmético y geométrico.

El capítulo cuarto trata la regla de tres; sobre esta dice:

> En la regla de tres ocurren 4 numeros proporcionales [...] de los quales los tres son notos sabidos y manifiestos, de adonde toma la denominacion la dicha regla llamarse de tres, y por ellos vernas en conoscimiento, asaber, y descrubir el quarto. (p. 20)

Sobre el nacimiento y origen de esta regla de nuevo siguiendo a Euclides dice: "Si fueren quatro numeros proporcionales tanto verna multiplicando el primero con el quarto, como el segundo con el tercero" (p. 21).

Realiza a continuación ejercicios aplicando esta regla, la regla de tres con tiempo, de compañía llana, de compañía con tiempo, de barata, la regla de ligar oro y plata, regla de una falsa posición que explica del siguiente modo:

> Poner un numero, y no aquel que ha de ser y si es, como digo, otro sera nº falso, de adonde toma la denominación la dicha regla llamarse posicion falsa con el qual siguiras conforma a la demanda como si fuere el propio nº verdadero, hasta tanto que vengas a la fin y acabar la demanda, y veras que no viene aquello que demandastes, assi proporcionaras el dicho numero falso puesto con el que te havia de venir, por donde te venga el numero verdadero y deseado. (p. 31)

Añade que "todas las demandas que por una falsa haras podras hazer por 2 falsas, mas no todas las que por 2 falsas haras podras hazar por una falsa" (p. 31).

Finaliza este capítulo con la regla de las dos falsas posiciones: "lo mesmo haras como con la una falsa has visto, en poner un numero falso con el qual siguiras conforme a la demanda" (p. 31). Explica que si las dos diferencias obtenidas son mayores o menores (que el número buscado) se restarán la una de la otra, pero si una fuera más la otra menos sumarás las dichas diferencias.

El último párrafo de este capítulo ofrece la opinión del autor sobre las ventajas del álgebra, en concreto el autor expone:

> Y porque todas las demandas que por una y dos falsas posiciones, y por otras muchas reglas en arte menor se podran hazer se haran mas presto, y con menos fatiga, y con mas razon y muy mas galanas por la regla de la primera ygualacion de la cosa, o arte mayor: por lo qual no he puesto ni pongo mas reglas, assi destas como de otras, porque en verdad los primores del arte menor son muy faciles, y muchos sin razon, y no se estienden mas q a las falsas posiciones. De aqui adelante buenas noches a los del arte menor con sus primores, en las cuentas. (p. 32)

Pese a estas palabras, el capítulo 5 de la obra trata de reglas para las ganancias monetarias y cambios de monedas, medidas y pesos.

El sexto capítulo trata de progresiones. Progresión no quiere decir otra cosa que "progredir, augmentar, o subir unos numeros, que vayan subiendo, o cresciendo, o excediendo los unos a los otros, por yguales terminos o excessos y sumarlos prestamente" (pp. 35-36). Diferencia entre progresiones aritméticas, geométricas o ninguna de las dos y explica como sumar los términos de progresiones aritméticas, geométricas, de números cuadrados y cúbicos y con más de un exceso dando una regla general para cada tipo. Incluye el ejercicio sobre la suma de los granos de trigo en un tablero de ajedrez.

En este punto considera el autor que pone fin al arte menor y da comienzo al séptimo capítulo que trata de números cuadrados y sus raíces. De nuevo para la definición de número cuadrado sigue a Euclides: "numero que procede de la multiplicación de 2 numeros yguales en quantidad y genero" (p. 40) o "Numero quadrado es nº superficial de yguales lados" (p. 40).

Explica como hallar la raíz cuadrada de números cuadrados (Figura 133), de número *sordo* o de quebrados.

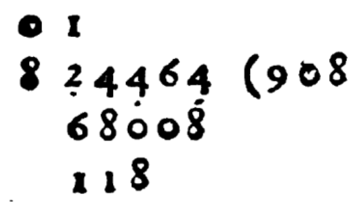


Figura 133. Cálculo de la raíz cuadrada en la obra de Marco Aurel (1552, p. 41).

Indica algunos caracteres necesarios para las raíces:

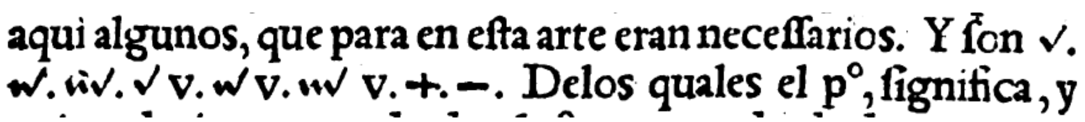

aqui algunos, que para en esta arte eran necessarios. Y son √. √√. √√√. √v. √√v. √√√v. +. –. Delos quales el pº, significa, y

Figura 134. Caracteres necesarios para las raíces (Aurel, 1552, p. 43).

Diferencia entre números cuadrados racionales, comunicantes e irracionales y explica como sumar, restar, multiplicar y dividir estos.

Después se tratan los números sordos llamados raíz de raíz cuadrada, líneas o números mediales y cómo sumar, restar, multiplicar y partir estos números.

Los siguientes números tratados son los cúbicos, junto con sus raíces y las operaciones para hallar estas. Diferencia de nuevo entre números cúbicos racionales, comunicantes e irracionales y explica como sumarlos, restarlos, multiplicarlos y partirlos.

Se tratan después los binomios y residuos. De nuevo siguiendo a Euclides dice: "Si dos lineas, que solamente en potencia seran racionales comunicantes, fueren juntadas in longum: digo que si destas dos lineas fuere hecha una, toda esta linea assi compuesta sera irracional, llamada binomio" (p. 55). Afirma que hay 6 binomios y explica cada uno de ellos. Los residuos se diferencian de los binomios: "en los binomios se han de juntar dos lineas en una [...] y en los residuos las mesmas lineas se han de cortar la menor de la mayor y lo que quedare se llame residuo" (p. 57). Explica como sumar, restar, multiplicar, partir y calcular las raíces cuadrada y cúbica de binomios y residuos y para ello incluye varios avisos:

Reglas, y auiſo para el ſummar del +, y –.

Para ſummar. { + con +: ſumma, y ala ſumma pornas +.
– con –: y ſumma, ala ſumma pornas –.
+ con –, o – con +: reſta la quantidad menor del mayor, y alo que quedare, pornas el +, o –. qual eſtuuiere con la quantidad mayor.

Figura 135. Aviso para sumar binomios y residuos (1552, p. 57).

Reglas, y auiſos para el multiplicar, del +, y –.

Multiplicando, + con +, o – con – ſiempre viene +.
Multiplicando, + con –, o – con + ſiempre viene –.

Figura 136. Aviso para multiplicar binomios y residuos (1552, p. 58).

A continuación empieza la regla de la cosa explicando cuales son los caracteres, que significan y cómo sumarlos, restarlos, multiplicarlos y partirlos.

Dragma, o Numero, aſſi ϕ. Radix, o coſa aſſi, ꝛe. Cenſo aſſi, ʒ. Cubo aſſi ce. Cenſo de cenſo aſſi ʒʒ. Surſolidum, o primo relato, aſſi ß. Cenſo y cubo aſſi, ʒce. Biſſurſolidum aſſi, bß. Cenſo cenſo de cenſo aſſi, ʒʒʒ. Cubo de cubo aſſi, cce.

Figura 137. Caracteres utilizados por Marco Aurel (1552, p. 69).

A continuación explica las igualaciones de la regla de la cosa utilizando ejemplos. Explica que quiere decir *ygual*:

> En las ygualaciones, siempre seran necessarias dos partes. La una, la que viene en la operacion de la demanda con caracteres ocultas, y la otra, la que tu querrís que viniesse, o la que havia de venir. Por lo que diras, que la una es ygual a la otra. (p. 77)

Incluye 8 reglas para las igualaciones y realiza ejemplos de cálculo de igualaciones. A partir de este momento realiza más de 100 ejercicios sobre la primera igualación, diciendo que con esta: “se pueden hazer todas y qualesquier demandas, que por arte menor se puedan alcançar, mas por arte menor, seria impossible alcançar demanda ninguna de las otras 7 igualaciones siguientes” (p. 82). A lo largo del capítulo conecta de nuevo esta igualación con el arte menor e incluso al finalizar el capítulo dice: “Nota de cada una de las reglas precedentes, podras sacar y hazer una regla breve: para que en el arte menor (o en arte vulgar) te puedas aprovechar: pues todas ellas, y cada una por si, es regla general” (p. 107).

El capítulo XVI trata la regla de la cantidad o regla de la segunda cosa con la cual realiza varios ejemplos. Dicha regla enseña:

> […] como te has de haver con algunas demandas, que con solo poner la , no basta a llegar a la ygualacion, y ultima respuesta, como en las passadas, como muchas vezes acontesce se aya de poner otra posicion, o otras para que puedas venir ala fin desseada. (p. 108)

En los siguientes capítulos realiza ejercicios por la segunda, tercera, cuarta, quinta, sexta, séptima y octava igualación y halla los números que componen las raíces de los binomios y extrae la raíz de los binomios por la regla de la cosa.

Sobre geometría se menciona única y brevemente con las raíces cuadradas y cúbicas. Por ejemplo el cubo: “ser figura o cuerpo de yguales lados. Digo que su altaria, ancharia y largaria son yguales y qualquier lado es rayz del cubo” (p. 49). El autor indica al principio de la obra que ésta se trata únicamente de la primera parte de una obra que incluiría otras dos, ambas relacionadas con la geometría, por eso probablemente no incluyó prácticamente contenidos sobre esta temática.

Marco Aurel no incluye en su obra tablas de monedas o unidades de medida aunque sí se utilizan estas en diversas operaciones y problemas. Entre las monedas que se presentan indicando simplemente sus equivalencias están:

- 1 libra son 20 sueldos y 1 sueldo son 12 dineros.
- 1 ducado son 21 sueldos.
- 1 florín son16 sueldos.

En algunos casos se aportan reglas para hacer las equivalencias por ejemplo para calcular las siguientes relaciones:

- 1 castellana son 27 sueldos y 4 dineros.
- 1 ducado son 25 maravedís.
- 1 moneda de Cataluña son 7/8 monedas de Valencia.

- 11 monedas aragonesas equivalen a 12 monedas catalanas.
- 21 monedas de Valencia equivalen a 22 monedas de Aragón.

En cuanto a los pesos incluidos, aparece que:

- 1 libra son 12 onzas, 1 arroba son 30 libras, 1 quintal son 4 arrobas.
- Además dice que 6 libras es la 5ª parte de la arroba prima, 5 libras es la 6ª parte.
- Diferencia entre arrobas primas y arrobas *gruessas*.
- Para la plata utiliza marcos, onzas, *quartos* y *argenços*.

Sobre las medidas de capacidad solo incluye para el trigo la *barcella*.

Se utilizan como unidades de medida de longitud: varas y palmos pero no compara entre ellas.

4.5.4. Análisis didáctico

4.5.4.1. Sistemas de representación

Marco Aurel sólo incluye en su obra representaciones de tipo verbal, numérico y tabular.

- **Verbal:** Los conceptos, sus propiedades, los procedimientos, etc. se explican a través de las palabras.

Prueua dela rayz quadrada.

Quando querras ſaber ſi has biẽ ſacado la rayz quadrada, de algun numero: multiplica la dicha rayz en ſi meſma, y verna iuſtamente el numero del que has ſacada la rayz. Mas quando ſobrare algo, multiplica la dicha rayz en ſi meſma, y junta ala dicha multiplicacion lo que ſobro, y verna el propueſto numero irracional: q̃ aſsi ſe llama quando ſobra algo.

Figura 138. Representación verbal en la obra de Marco Aurel (1552, p. 42).

- **Numérico:** En las obra se utilizan números, rayas y símbolos para presentar diferentes operaciones, ejercicios, ejemplos, etc.

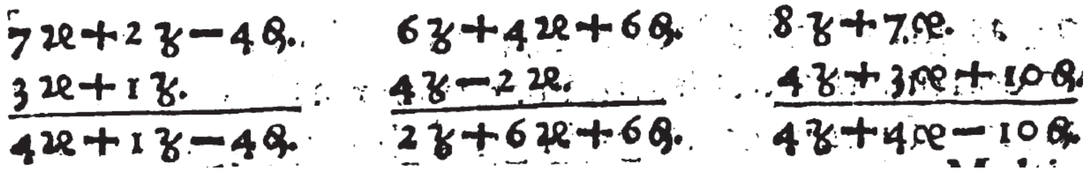
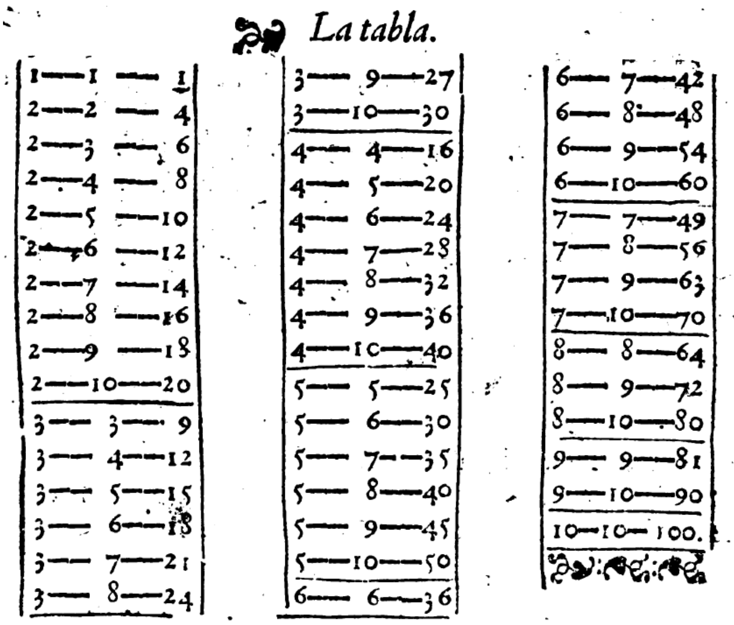


Figura 139. Representación numérica en la obra de Marco Aurel (1552, p. 71).

- **Gráfico:** Además, de las representaciones verbales y numéricas, se incluyen únicamente representaciones gráficas de tipo tabular. En concreto dos tablas, una de multiplicar y una de números cuadrados, raíces y números cúbicos.



La tabla.

1—1—1	3—9—27	6—7—42
2—2—4	3—10—30	6—8—48
2—3—6	4—4—16	6—9—54
2—4—8	4—5—20	6—10—60
2—5—10	4—6—24	7—7—49
2—6—12	4—7—28	7—8—56
2—7—14	4—8—32	7—9—63
2—8—16	4—9—36	7—10—70
2—9—18	4—10—40	8—8—64
2—10—20	5—5—25	8—9—72
3—3—9	5—6—30	8—10—80
3—4—12	5—7—35	9—9—81
3—5—15	5—8—40	9—10—90
3—6—18	5—9—45	10—10—100.
3—7—21	5—10—50	
3—8—24	6—6—36	

Figura 140. Tabla de multiplicar de la obra de Marco Aurel (1552, p. 5).

4.5.4.2. Análisis fenomenológico

Los fenómenos incluidos en la obra se han clasificado cómo:

1. Fenómenos relacionados con la actividad comercial y los negocios:

Se han incluido en esta categoría los siguientes:

- **Fenómenos contables:** Se presentan situaciones en las que se debe determinar una ganancia o una pérdida económica.

14 Vno pone a ganar 25 ducados, por tiempo de dos años, con tal condicion, empero que la ganancia del primer año gane juntamente con los 25 ducados: el ſegundo año, al meſmo reſpecto del primer año, al cabo delos dos años le tornan por todo, 49 ducados. Demando, quanto ganaron los 25 ducados el primer año? Pongo que ganan 1 ℞ ducados. Agora

Figura 141. Fenómeno contable (Aurel, 1552, p. 122).

- **Fenómenos comerciales:** Se plantean contextos de compra y venta de objetos, animales, etc.

4 Vn mercader compro vna mercaderia, por cada vn ducado, tantas lib. como es la $\frac{1}{2}$ delos ducados, que por todo eſmerço, y torno a vender la dicha mercaderia, cada 25 lib. por tantos ducados, como ducados empleo, y recibio por todo veynte ducados. Demando, quantos ducados empleo el dicho mercader? Pongo que eſmerço 1 ℞ ducados: compro

Figura 142. Ejemplo de compra y venta de objetos (Aurel, 1552, p. 115).

- **Fenómenos de repartos:** Estas situaciones requieren de la distribución equitativa de objetos o ganancias, o del uso de la regla de compañía para distribuir la rentabilidad de un depósito o negocio.

86 Tres hermanos quieren partir 344 duca. el p° quiere dos vezes tantos como el ſegundo, + 6 duca. el 2° quiere tres vezes tantos como el tercero, — 14 duca. Demando, que viene a cada vno? Pongo que al tercero viene 1 ℞ ducados: al ſe

Figura 143. Fenómeno de reparto en la obra de Aurel (1552, p. 102).

- **Fenómenos salariales o de pagos**: Se utilizan para aplicar reglas de tres o de falsa posición con salarios, alquileres, rentas u otros pagos como excusa para su uso.

69 Vn cauallero firmo vn criado, por tiempo de vn año, por el qual le hauia de dar y pagar 10 ducados, y vn veſtido. A cabo de 7 meſes riñieron: deſpide el amo al moço, y le da vn veſtido y 2 ducados, diziendole. Amigo, ve te con dios, que en verdad tu eres pagado juſto a mi conſciencia. Demando, quanto valia el veſtido? Pongo que valia 1 ℞ ducados.

Figura 144. Pago de salario en el libro de Marco Aurel (1552, p. 98).

- **Fenómenos de aleaciones:** El autor presenta ejemplos de aleaciones y ligaduras entre metales según diversas especificaciones dadas.

38 ❧ Tengo dos ſuertes de plata, la vna es de 8 dine-
ros de ley, la otra de 11 dineros de ley: de las quales quiero
hazer vn marco, y que ſea de ley de 10 dineros. Deman-
do. Quanto tomare de cada ſuerte? Pongo que de la de 8 di-

Figura 145. Fenómeno de aleación en la obra de Marco Aurel (1552, p. 88).

2. Fenómenos relacionados con la medida

- **Fenómenos de medida:** Se incluyen aquellos problemas en los que se hallan longitudes de objetos, distancias o recorridos, también los relacionados con la medida del tiempo.

5 ❧ Vno mando hazer vna cueua la qual es dos vezes tan
ancha como honda, y dos vezes tan larga como ancha: y mul
tiplicando la hondura con la ancharia, y lo que viene con la
largaria, verna ala poſtre 144 palmos. Demando, quanto
tiene de hondo, ancho, y de largo la dicha cueua? Pongo

Figura 146. Fenómeno de medida (Aurel, 1552, p. 115).

Estrechamente ligado con las categorías previas está el siguiente fenómeno:

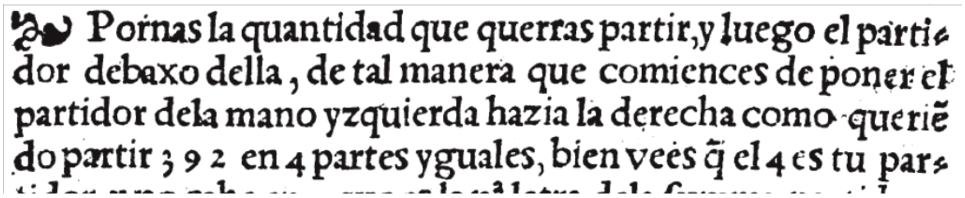
3. Fenómenos de cambios monetarios, de medidas o pesos: Se plantean situaciones de equivalencias entre monedas de diversas regiones y países, o en los que se deba encontrar la equivalencia entre determinadas medidas o pesos utilizados en regiones geográficas diferentes.

34 ❧ Para hazer de ducados marauedis, ternas eſta regla
firme, el quarto y ochauo delos ducados te diran quantos mi
llares de marauedis ſon tales ducados, y cada $\frac{1}{4}$ que ſobrare,
vale 250 marauedis: y cada $\frac{1}{8}$, 125 marauedis.
Exemplo. 25 ducados quantos marauedis ſon? El quarto

Figura 147. Conversión de ducados a maravedís (Aurel, 1552, p. 35).

4. Fenómenos matemáticos

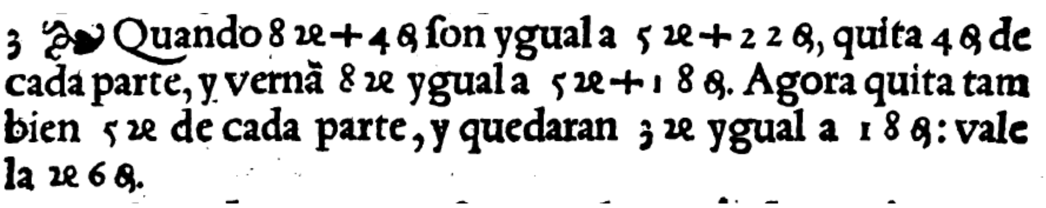
- **Fenómenos aritméticos:** Se trata de problemas asociados con operaciones numéricas y sin contexto.



Pornas la quantidad que querras partir, y luego el parti-
dor debaxo della, de tal manera que comiences de poner el
partidor dela mano yzquierda hazia la derecha como querië
do partir 3 9 2 en 4 partes yguales, bien vees q̃ el 4 es tu par-

Figura 148. Fenómeno aritmético (Aurel, 1552, p.8).

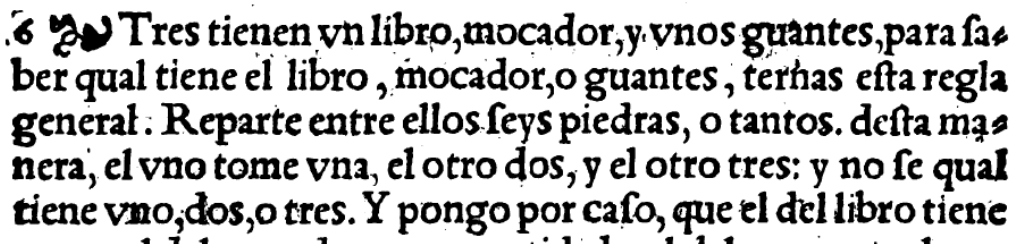
- **Fenómenos algebraicos:** Se trata de problemas asociados con contenidos algebraicos sin contexto.



3 Quando 8 ℞ + 4 ϑ ſon ygual a 5 ℞ + 2 2 ϑ, quita 4 ϑ de
cada parte, y vernã 8 ℞ ygual a 5 ℞ + 1 8 ϑ. Agora quita tam
bien 5 ℞ de cada parte, y quedaran 3 ℞ ygual a 1 8 ϑ: vale
la ℞ 6 ϑ.

Figura 149. Ejemplo de operación puramente matemática (Aurel, 1552, p. 80)

5. Fenómenos lúdicos: Se incluyen problemas referidos a juegos o a matemáticas recreativas.



6 Tres tienen vn libro, mocador, y vnos guantes, para ſa-
ber qual tiene el libro, mocador, o guantes, ternas eſta regla
general. Reparte entre ellos ſeys piedras, o tantos. deſta ma-
nera, el vno tome vna, el otro dos, y el otro tres: y no ſe qual
tiene vno, dos, o tres. Y pongo por caſo, que el del libro tiene

Figura 150. Ejemplo de juego en la obra de Marco Aurel (1552, p. 110).

En la obra los fenómenos se dividen fundamentalmente en dos grupos los puramente matemáticos ya sean relativos al álgebra o a la aritmética y los relacionados con la economía, ya sea a través de compra y venta de objetos, de ganancias económicas o de repartos de dinero u objetos.

4.5.4.3. Aspectos didácticos

Los distintos aspectos didácticos considerados en la obra son:

- **Actualidad:** Los contenidos matemáticos de la obra incluyen álgebra, por la tanto se puede considerar que Marco Aurel sí intentó presentar unos contenidos actuales, de hecho el mismo dice que estos son cosa nueva y "jamás vista, ni declarada, y podrá ser, que ni aun entendida ni imprimida en España" (Prólogo).
- **Originalidad:** Los contenidos son actuales pero no originales. De hecho el autor indica en varias ocasiones que ha extraído ciertos contenidos de la obra de Euclides o que algunos contenidos también están presentes en las obras de Juan de Ortega, Lucas de Burgo, Albertucio de Sajonia o Marco Vitruvio.
- **Rigor y precisión:** Marco Aurel presenta ciertos inicios de rigor y precisión, aporta definiciones de los contenidos y reglas generales para la resolución de varios ejercicios. Además, aparecen en su obra simbología para tratar el álgebra.
- **Interés social:** El interés social de las matemáticas, se refleja en que la mayoría de los contenidos matemáticos presentes se pueden encontrar dentro del contexto mercantil.
- **Revisión y síntesis:** Marco Aurel sí realiza una revisión y síntesis de los contenidos matemáticos conocidos en la época, incluye referencias a varios autores y una amplia variedad de contenidos tanto aritméticos como algebraicos.
- **Destaca en alguna aplicación:** La aplicación de la obra es la enseñanza de las matemáticas, fundamentalmente del álgebra, pues el autor considera que es muy necesaria y hay una gran falta de ella en España.

La intencionalidad didáctica de Marco Aurel se observa ya desde su *regimiento para los principiantes*. En este indica el orden que ha de tener el principiante que desee estudiar las reglas incluidas en la obra. Primero corregir la obra conforme las erratas que incluye, después estudiar los capítulos sobre las definiciones de número y aritmética, las cuatro reglas generales de los números enteros, los números quebrados, las proporciones y la proporcionalidad, la regla de tres y otras reglas breves, las progresiones, los caracteres de las raíces, los caracteres de la regla de la cosa, la regla de la cosa con sus igualaciones y las reglas y demandas que se deben hacer por la primera igualación.

Finalmente, los números cuadrados y los sordos y sus raíces, con todos los demás capítulos. Dice que ese orden es el adecuado pues: “si se pusiere a estudiar en los otros cap. Antes que en los que dicho tengo, el se hallarada engolsado, y no salfra sin muy gran trabajo” (Regimiento, para los Principiantes).

Además, añade otros comentarios para el estudio de la aritmética como que es menester saberse de coro la tabla de multiplicar e incluso incluye el problema del ajedrez pues lo considera una demanda que “anda por las escuelas y aun por las plazas” (p. 37)

4.5.5. Conclusiones

El alemán Marco Aurel publicó en Valencia el primer libro impreso en España que incluía contenidos algebraicos. Aunque la obra también presenta contenidos aritméticos estos aparecen de forma más breve y menos ejemplificada que los algebraicos; pues si bien el libro de Marco Aurel mantenía la intencionalidad comercial de otras aritméticas prácticas publicadas previamente, la resolución propuesta por el autor a lo mayoría de estos problemas se basaba al contrario que sus predecesores aritméticos, en la utilización del álgebra. Por eso estos contenidos aunque no son originales sí pueden considerarse actuales para la época.

Marco Aurel destaca en definitiva por identificar un retraso científico en la España de la época o al menos en las obras impresas en castellano y realiza esta obra para intentar subsanarlo. Esto hace que aunque la intencionalidad comercial siga estando presente, el principal propósito de la obra sea dar a conocer el álgebra en España, de forma clara y sencilla (pese a incluir diversos errores) y con un gran número de ejemplos, propósito que consiguió pues su obra fue un referente para la mayoría de obras con contenidos sobre álgebra publicadas en el siglo XVI.

La siguiente tabla resume los aspectos analizados de la obra.

Tabla 12. Tabla resumen de la obra de Marco Aurel (1552).

	MARCO AUREL	
Definición de aritmética.	SÍ: *ciencia de números*	
Noción de número o de cantidad.	SÍ: *multitud compuesta de unidades*	
Operaciones elementales.	SÍ	
Definición de quebrados y operaciones.	SÍ: *su origen y nascimiento es quando se parte un nº entero por otro nº entero, y en tal partición sobrare algo, aquello es parte del partidor, y llamado quebrado: o tambien quando el partidor es mayor o mas que la summa partidera*	
Noción de proporción y ejercicios sobre regla de tres, etc.	SÍ: *es un respecto, una comparación o un cotejar de 2 cosas (de un genº) la una a la otra.* SÍ	
Otros contenidos recogidos en la obra	Progresiones, raíces cuadradas y cúbicas, binomios y residuos.	
Ideas sobre geometría.	NO, solo breve mención relacionada con las raíces cuadradas.	
Ideas sobre álgebra.	SÍ, es el contenido principal del libro.	
Monedas, pesos y medidas	SÍ	
Representaciones verbales.	SÍ	
Representaciones numéricas.	SÍ	
Representaciones gráficas.	Tablas.	SÍ
	Figuras.	NO
	Representaciones geométricas.	NO
	Esquemas.	NO
	Mixtas	NO
Fenómenos contables.	SÍ	
Fenómenos comerciales.	SÍ	
Fenómenos de repartos.	SÍ	
Fenómenos salariales.	SÍ	
Fenómenos de aleaciones.	SÍ	
Fenómenos de medida.	SÍ	
Fenómenos de agrimensura.	NO	
Fenómenos de cambios monetarios.	SÍ	
Fenómenos lúdicos.	SÍ	
Fenómenos aritméticos.	SÍ	
Fenómenos algebraicos.	SI	
Fenómenos geométricos.	NO	
Actualidad.	SÍ	
Originalidad.	NO	
Rigor y precisión.	SÍ	
Interés social.	SÍ	
Revisión o síntesis de los contenidos matemáticos conocidos.	SÍ	
Destaca en algunas aplicaciones.	SÍ: enseñanza del álgebra	

4.6. ARITHMETICA PRACTICA Y SPECULATIVA (1562)

4.6.1. El autor: Juan Pérez de Moya

Pérez de Moya nació en Santisteban del Puerto (Jaén), se desconoce el año exacto de su nacimiento, la mayoría de autores apuntan que fue poco antes de 1513 (Picatoste, 1891; Valladares, 1997) debido a que no aparece en los libros de bautismo de las dos parroquias entonces existentes en esa localidad que se inician en los años 1513 y 1514, algunos indican que quizás en 1512 (Meavilla, 2005) o incluso sobre el año 1514 (Diccionario Biográfico Español, 2009). Picatoste (1891) afirma que fue hijo de Gonzalo de Moya, aunque no incluye de donde obtuvo dicha información, esto llevó a Valladares (1997) a considerar que una partida de bautismo de septiembre de 1513 de la iglesia de San Estaban ubicada en Santisteban del Puerto de “Juan, hijo de Juan Pérez, Bachiller” se refiere a este autor. En cualquier caso, pese a desconocerse la fecha precisa todo apunta a que esta fue sobre el año 1513.

El autor estudió en Salamanca y posiblemente en Alcalá de Henares, sorprende que no pasara de bachiller, titulación que indica poseer en la portada de sus obras, pues su amplia y variada obra parece más propia de alguien que ocupaba una cátedra (Valladares, 1997). Se ordenó sacerdote y en 1536 obtuvo una capellanía en su pueblo natal fundada por el Conde Men Rodríguez de Benavides (Picatoste, 1891). Allí debió permanecer probablemente hasta al menos 1554, después se instaló en Salamanca donde debió continuar hasta 1568, aunque durante este período debió vivir también en su villa natal. Posiblemente en 1569 fijó su residencia en la corte, turnándola de nuevo con estancias en su tierra natal (Valladares, 1997).

El 10 de septiembre de 1590, cuando Pérez de Moya ya contaba con una avanzada edad, se expide en San Lorenzo del Escorial una provisión por la que el Rey le presenta para una canonjía en la Catedral de Granada, que le lleva a trasladarse de inmediato a esa ciudad, donde es probable que falleciese sobre noviembre de 1596 (Valladares, 1997).

No fue profesor universitario (Rey, 1926), de hecho Picatoste (1891) dice que no fue profesor, pero en su obra *Arithmetica Practica, y especulativa* aparecen unas páginas del maestro Alexo Vengas al benévolo y pío lector en las que dice lo siguiente sobre Pérez de Moya: “Es tan leydo, y tan experimentado en esta arte de Arithmetica, que con publico applauso la ha leydo en Salamanca y en la corte, y en otros muchos lugares insignes" (El maestro Alexo Vengas al benévolo y pío lector). Palabras que parecen indicar que Pérez de Moya si debió dedicarse en algún momento de su vida a impartir enseñanzas sobre aritmética.

Además, tuvo contacto con profesores de la universidad de Salamanca pues en su *Arithmetica Practica, y Especulativa* publicada en 1562 se incluye unas palabras al lector del licenciado Francisco Sánchez, catedrático de retórica de la Universidad de Salamanca. De hecho este autor valora muy positivamente el compendio de la regla de la cosa de Pérez de Moya considerando que en su lengua es cosa nueva y muy ingeniosa.

Pérez de Moya publicó diversas obras de contenido científico-matemático en los que procuró divulgar los conocimientos de su época utilizando un lenguaje cercano, claro, preciso y comprensible. La temática de dichos textos es bastante variada: desde los "libros de cuentas" hasta el álgebra simbólica ("regla de la cosa"), de hecho a Moya se le debe el segundo libro de álgebra impreso en lengua castellana, en concreto en 1558 publicó *Compendio de la Regla de la cosa o Arte Mayor.* Pasando también por la aritmética, geometría, filosofía natural, navegación, geografía, astronomía y cosmografía (Meavilla, 2005). Moya fue revisando y perfeccionando sus obras a través de sus sucesivas reediciones y con ellas desarrolló una importante labor de divulgación de los conocimientos científicos del siglo XVI (Diccionario Biográfico Español, 2009). A partir de 1582 Pérez de Moya amplio el campo de sus interés hacia obras de carácter moralizador y de erudición mitológica (Diccionario Biográfico Español, 2009).

La obra más notable de Pérez de Moya es su *Aritmética práctica y especulativa*, que alcanzó multitud de ediciones y fue muy conocida fuera de España (Rey, 1926).

Moya fue un matemático distinguido que reunió en sus obras, con gran criterio, lo que se conocía sobre esas ciencias en dicho periodo, aclarando muchos conceptos y buscando demostraciones ingeniosas y resoluciones breves y sencillas á los problemas de mayor aplicación. Formó parte del grupo de hombres que intentó en la España del siglo XVI vencer el odio, el desprecio ó el temor al estudio de las ciencias (Picatoste, 1891).

4.6.2. La obra: Aspectos generales

La *Arithmetica practica, y specvlatiua*, fue publicada por primera vez en 1562 en Salamanca por Mathias Gast. Alcanzó una treintena de ediciones desde su publicación en 1562 hasta 1875 (Meavilla, 2005). Entre las razones de este gran número de ediciones está la posibilidad de que la *Arithmetica* fuese libro de texto hasta finales del siglo XVIII (Valladares, 1997).

Esta obra lleva en la portada una nota que dice: “Agora nuevamente corregida, y añadidas por el mismo author muchas cosas, con otros dos libros, y una Tabla muy copiosa de las cosas mas notables de todo lo que en este libro se contiene” (Portada).

La obra va dirigida a don Carlos, príncipe de España, al que escribe una epístola y está tasado cada pliego a cinco blancas. Incluye un prólogo al lector, una carta del maestro Alexo Venegas al lector y una tabla de los contenidos de la obra.

La obra se estructura en nueve libros con un total de765 páginas. En el primer libro se tratan las cuatro reglas generales de la aritmética, las progresiones y las reglas calculatorias. El segundo libro trata los números quebrados o rotos y las operaciones con estos. El tercer libro incluye la regla de tres, de compañías, testamentos, finezas de oro, de una y dos falsas posiciones. En el cuarto se trata la geometría práctica para medir heredades. En el quinto se presenta la aritmética especulativa. El sexto incluye reglas para reducir monedas. El séptimo trata la regla de la cosa o arte mayor. En el libro octavo se tratan los modos de contar que tuvieron los antiguos y las monedas, pesos y caracteres que se ponían por números, con muchas antigüedades y el cómputo para sacar las fiestas que dicen movibles. Finalmente, el libro noveno es un diálogo sobre la aritmética.

En las páginas finales se incluye una tabla de erratas encontradas en la obra para que puedan ser corregidas por el lector.

Pérez de Moya elaboró su *Arithmetica práctica y speculativa* reuniendo, modificando y ampliando tres libros suyos anteriores (Puig y Fernández, 2013). En concreto el séptimo libro incluye el *Compendio de la regla de cosa, o arte mayor*, publicado en 1558 como texto independiente, dedicado al estudio del álgebra y desarrollado en quince capítulos (Meavilla, 2005). Esto explicaría por qué pese a tratarse de la primera edición conocida de esta obra en la portada se incluya la siguiente frase "Agora nuevamente corregida, y añadidas por el mismo author muchas cosas" (Portada).

La *Aritmética práctica y especulativa* es una de las obras de mayor relevancia de este siglo, pues alcanzó multitud de ediciones y fue muy conocida fuera de España (Rey, 1926). De hecho Rey Pastor referencia al matemático Stevin, contemporáneo de Pérez de Moya, que en las páginas 29 y 30 de su obra publicada en 1598 *Practique de Arithmetiqe* cita su aritmética entre los libros que aconseja para estudiar la regla de tres y con motivo de la extracción de la raíz cúbica.

Perez de Moya integró posteriormente, esta aritmética en su *Tratado de Mathematicas en que se contienen cosas de Arithmetica, Geometria, Cosmographia y Philosophia natural* de 1573. La más notable ampliación de la parte de álgebra es la inclusión de demostraciones de los algoritmos de resolución de las ecuaciones canónicas, que en la *Arithmetica práctica y speculativa* sólo se enunciaban (Puig y Fernández, 2013).

Cumpliendo con sus palabras escritas al finalizar el séptimo libro incluido en esta aritmética: "La razon y demostracion de lo que en este libro se ha tratado, se pondra en otra parte con el auxilio divino" (p. 615).

Como muchos de sus contemporáneos, Pérez de Moya considera que la aritmética práctica sirve para no defraudar ni ser defraudado en los tratos y mercaderías, por tanto el objetivo de la obra es enseñar contenidos matemáticos básicos para evitar todo fraude.

Sin duda la importancia de la aritmética se refleja más profundamente en el último libro de esta obra. El diálogo entre dos estudiantes, "uno que dize, no aver necesidad de Arithmetica, y tiene por opinion que no ay ninguno que no sepa contar teniendo dineros. El otro alaba el Arithmetica y defiende lo contrario" (p. 686).

Este diálogo incluye curiosas frases, por ejemplo el detractor de la aritmética considera que los únicos motivos para estudiarla son: "Por dicha pretendeys assentar por criado de tienda de algun Ginoves rico" (p. 687). O al escuchar el término quebrado contesta: "Que lenguaje es esse? Hablad christiano" (p. 699).

A su vez, el que alaba la aritmética dice que esta es "necesaria a la vida humana" (p. 689).

La obra va dirigida a toda persona interesada en ellas, de hecho en este diálogo final dice que “Las sciencias (...) no se han de aprender por el interesse que dellas se espera, sino por la perfection que traen al hombre” (p. 687).

El número de autores referenciados en la obra es muy amplio, aparecen nombrados más de 40 autores. El más destacado es Euclides de cuya obra se extraen distintos contenidos; junto a él aparecen referencias a otros autores clásicos de diferentes épocas como Pitágoras, Aristoteles, Socrates o Boecio. Entre los autores o traductores cercanos a su época se encuentran menciones a Oroncio, a Fray Lucas, a Zamberto y a Nebrija. Se incluyen referencias también a personajes históricos o a miembros de la realeza como Alfonso X.

La trascendencia e importancia de esta obra queda manifiesta cuando autores españoles de aritméticas del siglo XVI como Miguel Gerónimo de Santa Cruz o Antich Rocha mencionan a este autor y su obra.

Son numerosas las investigaciones que han analizado la obra de Pérez de Moya, en sus diferentes versiones y desde diferentes perspectivas.

Sobre el contenido de la obra, Rey Pastor (1926) califica de excelente la parte de Aritmética práctica, por ser muy clara y estar agradablemente escrita, además considera que revela el conocimiento de varios libros extranjeros. Un ejemplo de esto es la inclusión del método de los valores medios para la raíz cuadrada expuesto por Chuquet en su *Triparty* de 1484, que probablemente aprendería en la *Larismethique nouuellement composee* de Etienne de la Roche de 1520. Rey Pastor (1926) afirma que esta parte sobre todo, es la que dio a Pérez de Moya su merecida fama de expositor.

En la parte algébrica sigue a Marco Aurel, pero sin utilizar sus notaciones modernas, lo cual considera un retroceso. Exceptuando esta modificación, lo sigue tan fielmente, que transcribe incluso sus errores. Solo considera destacable que condense las cuatro ecuaciones simples en una sola, más general a modo de resumen. El capitulo que trata de las raíces sordas, es muy inferior a los varios que Aurel les dedica, aunque está tomado de él, pero Pérez de Moya se limita a dar unas breves nociones en las cuatro páginas que les dedica (Rey, 1926).

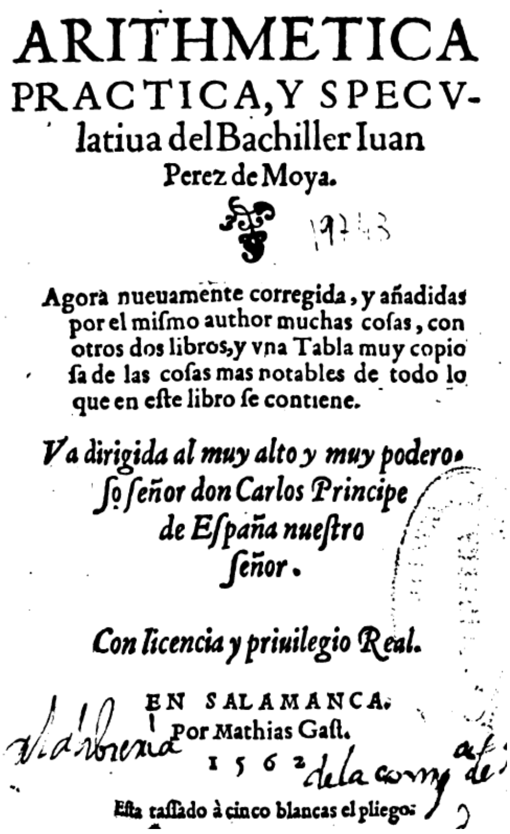
Meavilla (2005) considera que el texto revisa los contenidos matemáticos que solían configurar las "aritméticas" de la época. Sobre los contenidos algebraicos, dice que el simbolismo de Pérez de Moya es similar al que aparece en la *Summa de Aritmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalita* publicada en 1494 por Luca Pacioli. Advierte a su vez, que como la inmensa mayoría de autores medievales y renacentistas españoles, Pérez de Moya no admitía la raíz nula, ni las raíces negativas ni, por supuesto, las soluciones complejas de una ecuación. Además, su considerable cúmulo de errores demuestra el mal nivel de los conocimientos de tipo algebraico en la España del siglo XVI.

Finalmente desde la perspectiva didáctica, el contenido algebraico más interesante son las aplicaciones de las reglas de álgebra previamente expuestas a la resolución de una estupenda colección de cuarenta y un problemas concretos (Meavilla, 2005). De los que destaca que en la mayoría Moya sigue las cuatro fases siguientes para la resolución: [a] elección de la incógnita; [b] traducción del enunciado verbal al simbolismo algebraico; [c] resolución de la ecuación obtenida; [d] comprobación del resultado.

En definitiva, Meavilla considera que el álgebra de Moya tiene como objetivo primordial poner al alcance de un público no matemático ni universitario, algunos aspectos de la Matemática que, por aquel entonces, eran muy poco conocidos en nuestro país.

Para alcanzar dicha meta, Pérez de Moya utiliza un lenguaje sencillo y claro, ofrece reglas sin demostración alguna y pone al alcance del lector una estupenda colección de problemas resueltos para que las asimile y ponga en práctica. Junto a estos aspectos positivos, el texto de Moya presenta ciertas deficiencias en lo que atañe a la reducción del grado de una ecuación con la consiguiente disminución del número de sus soluciones o a la omisión de la solución nula y de las raíces negativas de una ecuación.

Meavilla (2013) destacan otro de los aspectos didácticos de la obra de Pérez de Moya: el autor propone la elaboración de materiales para entender un contenido geométrico, en concreto las figuras isoperimétricas.


ARITHMETICA
PRACTICA, Y SPECV-
latiua del Bachiller Iuan
Perez de Moya.

Agora nueuamente corregida, y añadidas por el mismo author muchas cosas, con otros dos libros, y vna Tabla muy copiosa de las cosas mas notables de todo lo que en este libro se contiene.

Va dirigida al muy alto y muy poderoso señor don Carlos Principe de España nuestro señor.

Con licencia y priuilegio Real.

EN SALAMANCA.
Por Mathias Gast.
1562
Esta tassado à cinco blancas el pliego.

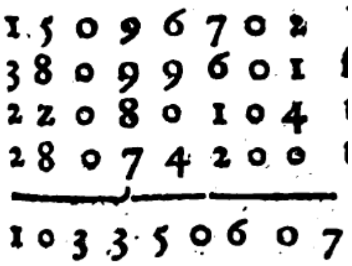
Figura 151. Portada de la obra de Pérez de Moya (1562).

4.6.3. Análisis del contenido matemático

Comienza los contenidos de la obra definiendo aritmética como: “ciencia que tracta de numeros” (p. 1). Divide la aritmética en teórica y práctica. Define número utilizando las palabras de Euclides: “Multitud compuesta de unidades” (p. 3). Lo divide en número digito, artículo y compuesto.

A continuación explica las letras o caracteres de la aritmética. Después incluye una serie de principios de la aritmética. Explica cómo numerar diciendo que “Numerar, es saber dezir, o explicar el valor de qualquier numero” (p. 8). Incluye también los caracteres o figuras de la cuenta castellana (números romanos).

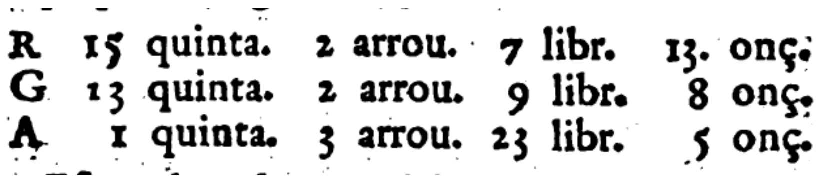
El siguiente capítulo trata de la primera especie y regla general de la aritmética: sumar. Define “Summar no es otra cosa sino juntar muchos numeros en una summa” (p. 19), incluye avisos para realizar esta operación y ejemplos sobre ella (Figura 152).



15096702
380996011
220801041
280742001
1033506607

Figura 152. Suma en la obra de Pérez de Moya (1562, p. 23).

El siguiente capítulo trata restar, dice primero que “Restar es sacar la differencia que un numero mayor haze a otro menor” (p. 27). Ejemplifica cómo hacer esta operación e incluye ejercicios con monedas, pesos y medidas (Figura 153).



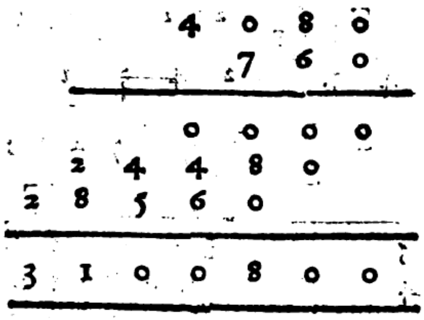
R	15 quinta.	2 arrou.	7 libr.	13. onç.
G	13 quinta.	2 arrou.	9 libr.	8 onç.
A	1 quinta.	3 arrou.	23 libr.	5 onç.

Figura 153. Resta en la obra de Pérez de Moya (1562, p. 40).

Incluye como prueba real del sumar restar y al revés.

La siguiente regla tratada es multiplicar, de la cual dice: “Multiplicar un numero por otro es buscar un otro numero tercero de tal condicion que se aya con el uno de los dos numeros en la proporcion que el otro a la unidad, y al contrario” (p. 43).

Presenta la tabla de multiplicar y explica cómo realizar esas multiplicaciones por diferentes reglas. Incluye después diferentes ejemplos de multiplicaciones relacionadas con precios y cambios de monedas.



4080
760
0000
24480
28560
3100800

Figura 154. Multiplicación en la obra de Pérez de Moya (1562, p. 59).

Además, de este modo de multiplicar, llamado multiplicación del ala y que se trata del algoritmo actual, aparecen dos páginas con varios ejemplos con pequeñas modificaciones del método de *gelosia* (o *graticola*), un ejemplo del método cuadrilátero, un ejemplo de multiplicación por *escaquer*, *berricolo* o del ala (cuyo algoritmo es similar al actual), un ejemplo de multiplicación del ala (pero comenzando a multiplicar por las centenas, luego las decenas y luego las unidades), un ejemplo de multiplicación por copa y un último ejemplo de multiplicación morisca (Figura 155).

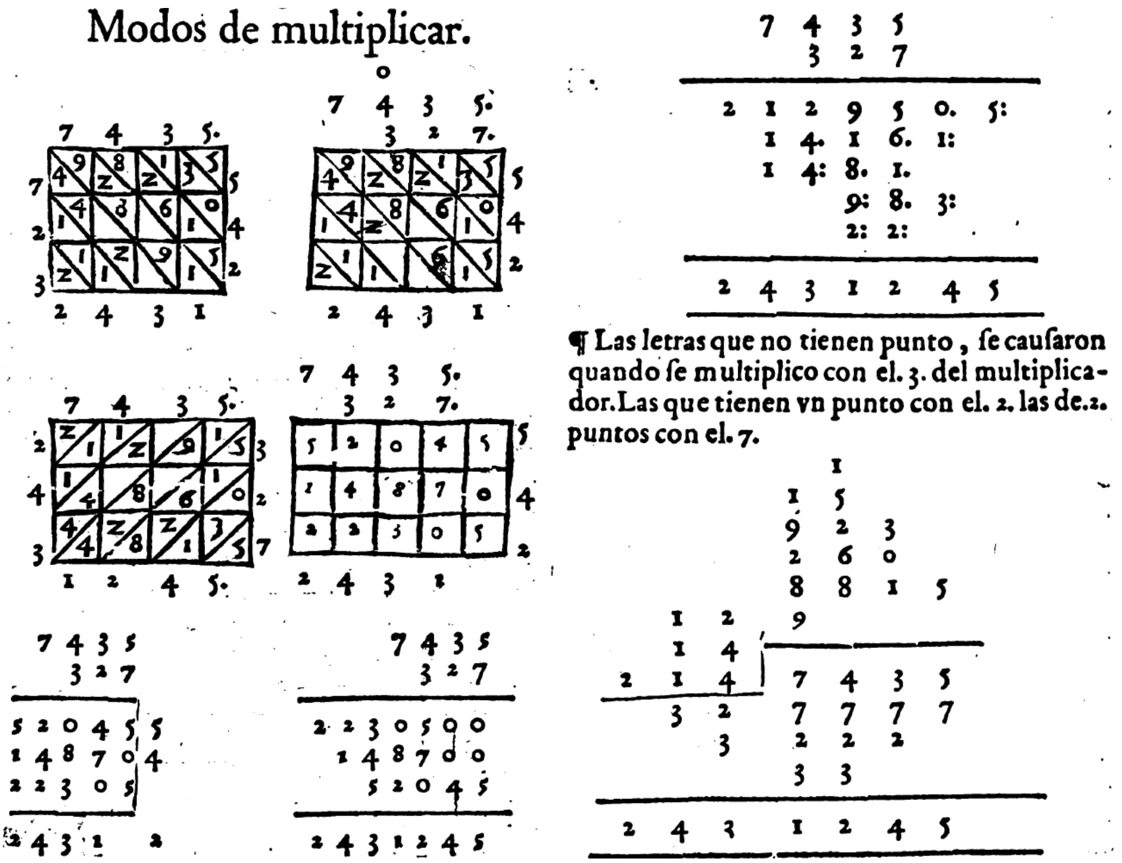


Figura 155. Modos de multiplicar (Pérez de Moya, 1562, pp. 60-61).

La cuarta especie de la aritmética es partir, de la que dice: “no es otra cosa partir un numero por otro, sino buscar un otro numero tercero, que se aya con la unidad en tal proporción, como el numero que partieremos con el partidor” (p. 68).

Incorpora una serie de preceptos generales para partir y pasa después a realizar ejemplos de partición de objetos o cantidades de dinero entre compañeros. Expone incluso otro modo para realizar una partición.

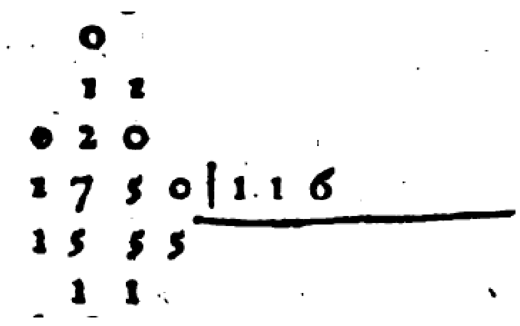


Figura 156. Partir 1750 entre 15 en la obra de Pérez de Moya (1562, p. 87).

Considera que la prueba real de multiplicar es partir y al revés.

El onceavo capítulo de este primer libro trata las progresiones que define como: “un procede de numeros con algun excesso igual” (p. 94). Considera que el fin de las progresiones es: “dar reglas, o compendios breves, para con mayor facilidad summar los tales numeros” (p. 94). Diferencia entre progresiones aritméticas, geométricas y aquellas en las que los números no llevan la orden de proceder y aporta la regla general para sumar cada una de ellas.

El siguiente capítulo incluye las pruebas del 7 y del 9 para las reglas de la aritmética.

A continuación, se presenta un curioso capítulo sobre las reglas calculatorias, en las que explica el orden de contar con cálculos o contadores de dos modos.

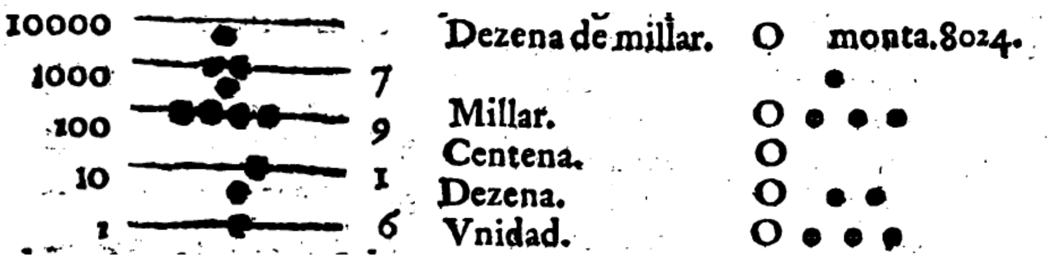


Figura 157. Dos modos de contar con contadores (Pérez de Moya, 1562, p. 115).

En el segundo ejemplo, el número sería realmente 8023 y no 8024. También explica como sumar, restar y multiplicar con contadores.

Finaliza con tres breves capítulos dedicados a reducir unas monedas en otras, de juros o censos y prestamos de dinero.

El segundo libro trata los números quebrados y sus operaciones. Empieza incluyendo una serie de principios sobre los quebrados. Define después quebrados: “es una cosa, que tiene una parte, o dos, o tres, o muchas de algún entero, y no todas” (p. 128). Añade que: “El origen y nacimiento de los quebrados es, quando se parte un numero por otro, y en la tal particion sobra alguna cosa” (pp. 128-129).

Explica como asentar, nombrar, abreviar, acrecentar quebrados, reducir enteros a quebrados y al revés, reducir un quebrado en otro, identificar cual de dos quebrados es mayor, reducir quebrados a común denominador, sumar, restar, multiplicar y partir quebrados. Trata también los quebrados de quebrados. Finaliza el libro con distintos ejercicios sobre quebrados. Además se incluye entre estos contenidos la definición de número primo.

El tercer libro incluye las reglas de tres, de compañías, testamentos y finezas de oro. Sobre la regla de tres dice:

> [...] en ella ocurren 3 numeros continuos, o discontinuos proporcionales. Y toda su practica, no es para otra cosa, sino para hallar un otro quarto numero ignoto, que se aya en tal proporcion con el tercero, como el segundo con el primero. (p. 225)

El concepto de proporción que fue mencionado ya en la multiplicación, la partición, la progresión y al tratar distintos cuestiones sobre quebrados, vuelve aparecer al hablar sobre reglas de tres, pero nuevamente el autor no lo define.

Aplica la regla de tres a ejercicios comerciales, de ganancias. Pasa después a las reglas de tres con tiempo para realizar ejercicios sobre ganancias. A continuación realiza ejercicios sobre las reglas de compañía con y sin tiempo.

Se presenta después un capítulo sobre la división de rentas eclesiásticas y otras cuestiones relacionadas con repartos de herencias, ganancias, etc. Otro sobre puja o rentas, otro sobre la regla de *baratar* y otro sobre aneajes.

El siguiente capítulo de este libro trata la regla de una y dos falsas posiciones. Sobre esta regla indica: “Dizese regla de una falsa posicion, no porque nos muestre cosa falsa, sino porque de falso numero, sacamos un verdadero para fin de absolver alguna dubda demandada” (p. 273). Incluye un ejemplo de esta regla.

Pasa después a las dos falsas posiciones, incluye los siguientes versos en latín (Figura 158) y una explicación sobre ellos referida a las reglas del mas y mas, o menos y menos, etc.

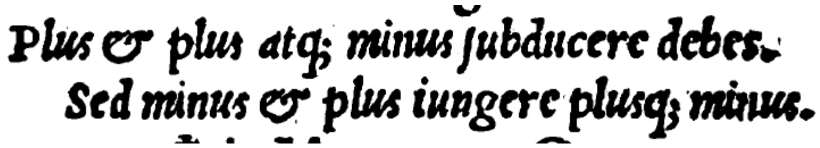

Plus & plus atq; minus subducere debes.
Sed minus & plus iungere plusq; minus.

Figura 158. Versos para la falsa posición (Pérez de Moya, 1562, p. 274).

Realiza después ejemplos sobre las dos falsas posiciones.

El último capítulo del libro tercero introduce la fineza de oro y plata y sus aleaciones, como su título indica el libro realiza ejemplos sobre mezclas de estos metales.

En el cuarto libro de la *Arithmetica practica, y speculativa* se tratan como su título indica algunas reglas de geometría para medir heredades.

Considera la geometría como una de las artes matemáticas y dice que es la: “ciencia, que trata de la medida de la tierra” (p. 304). Define punto, línea, línea recta, línea curva, superficie, superficie plana, superficie cóncava, superficie convexa, cuerpo, figura, círculo, circunferencia, centro del círculo, diámetro, semicírculo, portio mayor o menor circuli, figuras rectilíneas a las que clasifica dependiendo de sus lados y ángulos o línea perpendicular.

Después de estas definiciones realiza ejercicios sobre mediciones de tierras u objetos. El valor que le otorga al número pi, a través de la proporción del diámetro con la longitud de la circunferencia, es de 22/7.

El quinto libro trata la aritmética especulativa. Para ello primero divide “De las quantidades una es continua que es dicha magnitudo. Otra discreta, que se dize numero o multitudo” (p. 320). La aritmética trata de los números o *multitudo*, considerando dos partes, la práctica que “muestra la invención de los números en las cosas contadas, como se trato en los tres primeros libros de este volumen” (p. 320). Por otro lado, la “Theorica o speculativa, trata la naturaleza del numero, y de su definicion, y division, y comparacion” (p. 320) y como el autor indica estos contenidos son los que forman parte del libro. Define de nuevo número como: “ayuntamiento de muchas unidades” (p. 320). Lo divide en par e impar y a su vez divide estos y explica las propiedades de algunas de estas clases de números. Define parte aliquota, número superfluo, diminuto y perfecto. Divide también los números según geometría en superficiales, sólidos, triangulares, cuadrados, cubos, circulares.

En el cuarto capítulo de la aritmética especulativa define finalmente la proporción y la proporcionalidad, pese a ser conceptos que ha utilizado previamente. “Proporcion, segun algunos no es otra cosa, salvo una comparación entre dos quantidades de una especie” (p. 331). Divide las proporciones en distintos géneros y explica cómo sumar, restar, multiplicar y partir proporciones.

Define a su vez proporcionalidad como “similitud de proporciones” (p. 345) y la divide en tres especies: harmónica, aritmética y geométrica. Incluye diversas propiedades y ejercicios sobre proporcionalidad. Trata también sobre las proporciones de las consonancias de música.

Finaliza este libro con unos curiosos capítulos en los que “se declara la Rithmimachia (que dizen) Pythagorica para exercicio de la Arithmetica Speculativa” (p. 386). A lo largo de estos, se explica este juego, los movimientos de sus piezas y su relación con las proporciones. Este juego no ha desaparecido, en la actualidad incluso existe una aplicación llamada *Rithmomachia* que permite jugar utilizando determinados Smartphones o Tablets.

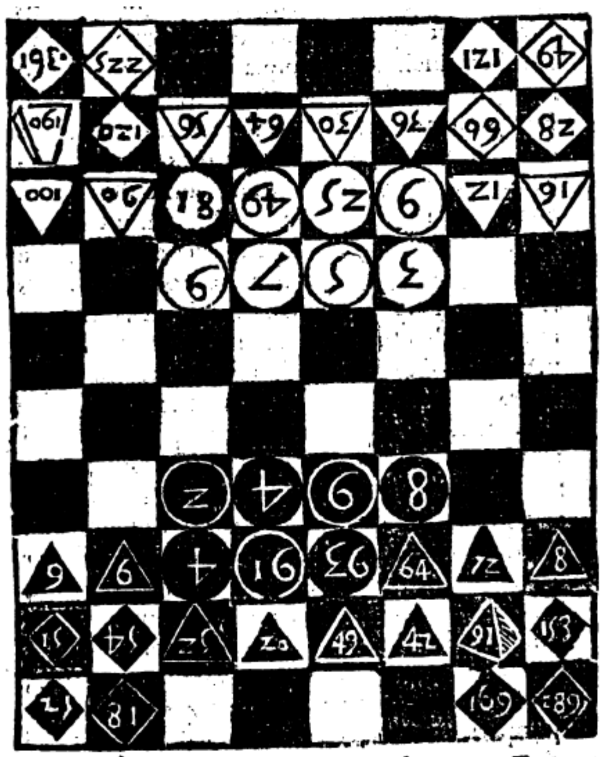


Figura 159. Tablero y fichas del juego Rithmimachia (Pérez de Moya, 1562, p. 387).

El séptimo libro presenta un compendio de la regla de la cosa o arte mayor. Comienza el capítulo con unos versos en latín y una carta del catedrático de retórica de la universidad de Salamanca Francisco Sánchez al lector.

Los primeros contenidos que incluye son los caracteres de la regla de la cosa y su descripción:

Figura 160. Caracteres de la regla de la cosa (Pérez de Moya, 1562, p. 449).

Sin embargo estos no serán los caracteres que el autor use pues en el siguiente capítulo dice "Capítulo tercero. En el qual se declaran algunos characteres que yo uso, por no aver en la stampa otros" (p. 452).

Cambiando los caracteres descritos previamente por los siguientes:

> Por los diez characteres que en el precedente capitulo se pusieron uso estos. Por el que dizen numero. n. por la cosa, co. por el censo. ce. por cubo, cu. por censo de censo. cce. por el primero relato. R. por el censo y cubo, ce cu. por segundo relato. RR. por censo de censo de censo. ccce. por cubo de cubo. ccu. Esta figura. r. denota rayz quadrada . Esta figura rr. denota rayz quadrada de rayz quadrada. Esta rrr. denota rayz cubica. Destos dos characteres, p. m. notaras que la p. quiere dezir mas y la m. menos. (pp. 452-453)

Denota también igual como ig. Y así con diferentes caracteres.

Añade sobre estos caracteres:

> Estos characteres me ha parescido poner, porque no avia otros en la Emprenta. Tu podras usar quando hagas demandas de los que se pusieron en el segundo capitulo, porque son mas breves. En lo demas todos son de una condicion. (p. 453)

A continuación pasa a tratar los números cuadrados. Para ello define siguiendo a Euclides número cuadrado como: "número superficial de iguales lados. Quiero dezir, que es un numero que procede de la multiplicacion de dos numeros iguales en quantidad y genero" (p. 454). Diferencia entre números cuadrados racionales, irracionales y comunicantes.

Explica dos métodos para extraer la raíz cuadrada de todo número entero:

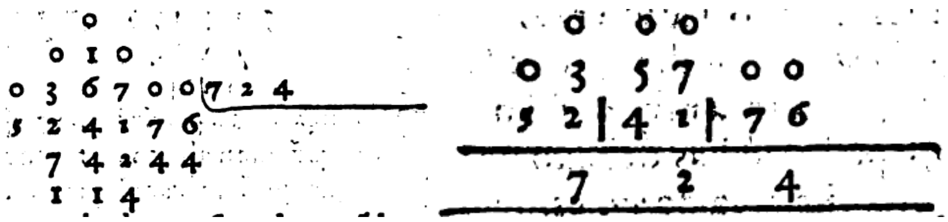


Figura 161. Extracción de raíz cuadrada (Pérez de Moya, 1562, pp. 460-463).

Indica como aproximar raíces cuadradas de números sordos, extraer raíces cuadradas de quebrados y como sumar, restar, multiplicar y partir números cuadrados.

Igualmente explica los números cúbicos, cómo sacar raíces cúbicas de números cúbicos y de números quebrados y cómo sumar, restar, multiplicar y partir números cúbicos. E incluso indica como sumar, restar, multiplicar y partir números cuadrados y cúbicos. Finaliza sus consideraciones sobre estas raíces tratando los números mediales.

El siguiente contenido que trata son las reglas generales de caracteres, es decir sumar, restar (Figura 162), multiplicar, partir y sacar raíces cuadradas de estos, a los que considera “quantidades proporcionales inciertas o (por mejor dezir) variables, pues se varian segun el valor de la cosa” (p. 507).

Aporta reglas para sumar, restar, multiplicar y partir. Por ejemplo para la suma dicen entre otras: “Nota quando summares p. con p. summaras y pondras p. y summar m. con m. summaras y pondras m.” (p. 508). O para la resta: “Restando p. de p. si la q. de abaxo fuere mayor que la de arriba, restaras la menor de la mayor, y pondrás m.” (pp. 510-511).

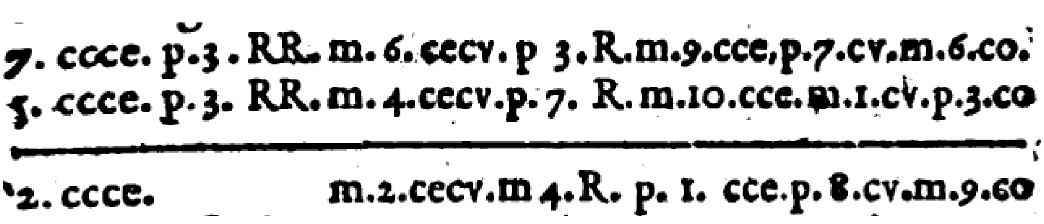

7. ccce. p.3. RR. m.6. cecv. p 3. R.m.9.cce,p.7.cv.m.6.co.
5. ccce. p.3. RR.m.4.cecv.p.7. R.m.10.cce.m.1.cv.p.3.co
2. ccce. m.2.cecv.m 4.R. p. 1. cce.p.8.cv.m.9.co

Figura 162. Resta de caracteres (Pérez de Moya, 1562, p. 311).

El siguiente capítulo trata del binomio y disjunto o residuo. Los explica diciendo “Assi como los binomios son juntados de dos quantidades con la diction del p. assi los disjuntos son disjuntados por esta diction m.” (p. 526). Expone cómo sacar raíces cuadradas y cúbicas de binomios y como sumar, restar, multiplicar y partir binomios y residuos.

Pasa después a las igualaciones, incluye ciertos avisos sobre ellas, entre ellos dice: "Desto se sigue ser necessarias dos partes en estas yguallaciones, la una la que viniere con la operacion de la co. (segun lo que la demanda pide) y la otra, lo que quisieras que viniera" (p. 543). Incluye siete igualaciones, cuatro simples y tres compuestas.

Realiza ejercicios de cada una de las igualaciones (aunque realiza un mayor número sobre la primera igualación simple), algunos de ellos simplemente para obtener números, otros relacionados con temas monetarios, compras y ventas, gastos en compras, comerciales, sobre aleaciones de metales, repartos con factor, etc.

Trata también la regla de la segunda cosa o *quantidad* realizando ejercicios sobre ella. En primer lugar dice:

> En esta regla por la mayor parte se pone una cosa por respuesta de la demanda (como se ha visto en los capitulos precedentes) mas ay muchas demandas que para venir a su ultima respuesta es necesario poner otra posicion. (p. 599)

Después, incluye una recopilación de todas las igualaciones, a través de cuatro únicas reglas.

Finaliza su compendio sobre la regla de la cosa con un capítulo sobre raíces universales, que son aquellas que "se engendran de summar o restar qualesquiera rayzes sordas" (p. 611).

El octavo libro trata de "algunos characteres de cuentas, monedas, y pesos antiguos, juntamente con unas reglas para sacar las fiestas que dizen movibles" (p. 618).

Explica en él antiguos caracteres de números romanos, griegos, hebreos, chaldeos, arábigos, antiguos astrólogos, godos. A continuación, trata sobre contar con los dedos u otros partes del cuerpo. Explica una serie de monedas antiguas romanas, griegas, hebreas, españolas. Explica distintas medidas, pesos.

Después incluye una serie de artículos para conocer el tiempo en el que las fiestas movibles se deben celebrar. Incluye la definición de siglo, lustro, año, mes, etc.

El noveno y último libro se estructura de una forma diferente al resto de la obra. El libro contiene razonamientos en forma de diálogos. El primero entre dos interlocutores

Antimacho que considera que no hay necesidad de la aritmética y Sophronio que la alaba. A lo largo de este diálogo tratan la definición de la aritmética, los engaños que se producen por su desconocimiento, explican algunos ejercicios sobre repartos, compras. Finaliza este primer diálogo con Antimacho convencido de la necesidad de la aritmética.

Después comienza un segundo diálogo en el que Antimacho y Sophronio conversan con otros dos estudiantes Damon y Lucilio. Entre sus ejemplos incluye el problema del ajedrez, ejercicios sobre compras, compañías, adivinanzas de números,

En numerosas ocasiones a lo largo de la obra se incluyen monedas, pesos y medidas, incluso el libro sexto trata específicamente sobre reducción de monedas castellanas en otras y en el octavo se incluyen una serie de monedas antiguas romanas, griegas, hebreas, españolas. Explica también distintas medidas, pesos. Aporta equivalencias entre monedas y reglas para realizar conversiones.

- Monedas: Una libra son 20 sueldos, un sueldo doce dineros, 1 dinero 3 blancas. Aporta una larga lista de equivalencias entre monedas castellanas por ejemplo: 1 real son 34 maravedís, 1 ducado son 375 maravedís, 1 doblón 750 maravedís, 1 corona 350 maravedís, 1 dobla *zaena* 350 maravedís, 1 castellano 485 maravedís, 1 florín 265 maravedís. E incluso una tabla de equivalencias:

Numero.	Reales.	Florines.	Coronas.	Ducados.
1	34	265	350	375
2	68	530	700	750
3	102	795	1050	1125
4	136	1060	1400	1500
5	170	1325	1750	1875

Figura 163. Fragmento de una tabla de equivalencias (Pérez de Moya, 1562, p. 437).

Nume.	doblazaē.	castellā.	doblões.	cruza. por.
1	450	485	750	400
2	900	970	1500	800
3	1350	1455	2250	1200
4	1800	1940	3000	1600
5	2250	2425	3750	2000

Figura 164. Fragmento de una tabla de equivalencias (Pérez de Moya, 1562, p. 438).

- Pesos: 1 quintal es 4 arrobas, 1 arroba son 25 libras, 1 libra 16 onzas, 1 onza 16 adarmes.
- Pesos para metales: 1 marco tiene 8 onzas, 1 onza tiene 4 *quartas*, 1 *quarta* vale 4 *arienços*, 1 *arienço* 32 granos.
- Medidas de capacidad para áridos: 1 cahíz son 12 *hanegas*, 1 *hanega* 12 celemines, 1 celemín, 4 *quartillos*.
- Medidas de capacidad para líquidos: 1 cántaro o arroba de vino son 8 *açumbres* y 1 *açumbre* 4 *quartillos*.
- Medidas de longitud: varas, palmos y *alnas.*

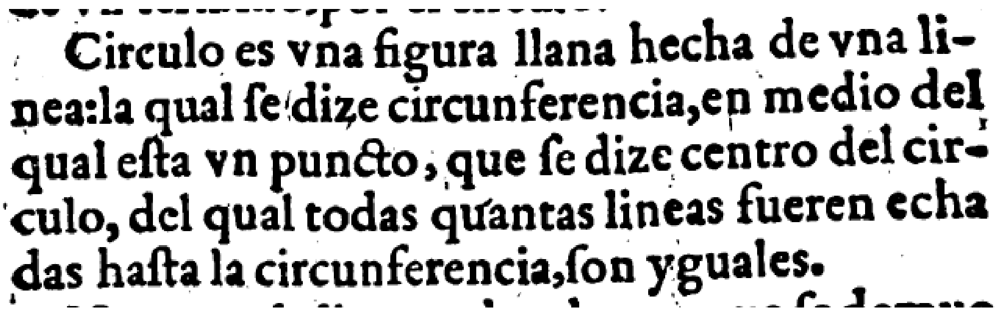
Además, en los capítulos sobre monedas antiguas incluye monedas romanas por ejemplo el as que vale 4 maravedís, el denario que vale 10 ases, el *aureo,* el *drachma*, el *obolo* que vale 1 maravedí; griegas como la mina que equivalía a 100 *drachmas*, el *talentum* que valía 60 minas, etc. También el valor de antiguas monedas castellanas cómo el *pepion*, el *prieto*, etc. Incluye también pesas y medidas antiguas como el cubito o el paso.

4.6.4. Análisis didáctico

4.6.4.1. Sistemas de representación

En estas obras se incluyen los siguientes sistemas de representación:

- **Verbal:** Es el principal sistema de representación de la obra. Todos los conceptos, sus propiedades, los procedimientos, etc. se explican a través de las palabras.



Circulo es vna figura llana hecha de vna li-
nea:la qual ſe dize circunferencia,en medio del
qual eſta vn puncto, que ſe dize centro del cir-
culo, del qual todas quantas lineas fueren echa
das haſta la circunferencia,ſon yguales.

Figura 165. Representación verbal en el libro de Pérez de Moya (1562, p. 306).

- **Numérico:** Acompañando a las representaciones verbales se incluyen en algunas ocasiones números, rayas y símbolos para presentar diferentes operaciones, ejercicios, ejemplos, etc.

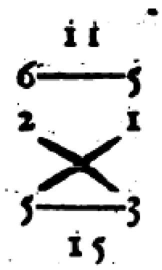
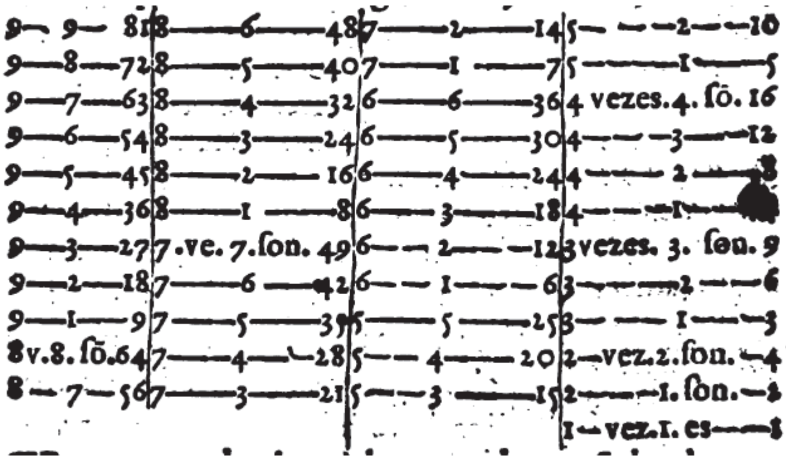


Figura 166. Representación numérica (Pérez de Moya, 1562, p. 177).

- **Gráfico:** Además, de las representaciones verbales y numéricas, se incluyen algunas representaciones gráficas de tipo tabular, geométrico, figural o mixto.

a) Tabular: Se recurre a las tablas para agrupar los contenidos y favorecer así la comprensión del texto por parte del lector. Se incluye una tabla de multiplicar y una tabla de conversión de monedas.



9—9—81	8—6—48	7—2—14	5—2—10
9—8—72	8—5—40	7—1—7	5—1—5
9—7—63	8—4—32	6—6—36	4 vezes.4.ſõ.16
9—6—54	8—3—24	6—5—30	4—3—12
9—5—45	8—2—16	6—4—24	4—2—8
9—4—36	8—1—8	6—3—18	4—1—[illegible]
9—3—27	7.ve.7.ſon.49	6—2—12	3 vezes.3.ſon.9
9—2—18	7—6—42	6—1—6	3—2—6
9—1—9	7—5—35	5—5—25	3—1—3
8v.8.ſõ.64	7—4—28	5—4—20	2—vez.2.ſon.—4
8—7—56	7—3—21	5—3—15	2—1.ſon.—2
			1—vez.1.es—1

Figura 167. Tabla de multiplicar en la obra de Pérez de Moya (1562, p. 44).

b) Figural: Se incluyen algunas figuras para ilustrar contenidos, por ejemplo manos para realizar cuentas (Figura 168).

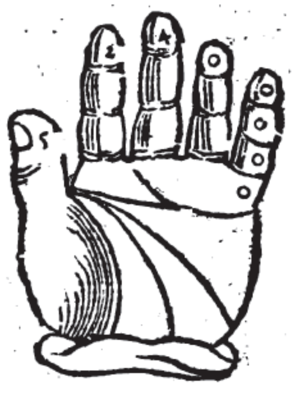


Figura 168. Ejemplo de figura en la obra de Pérez de Moya (1562, p. 434).

c) Geométrico: Se incluyen gráficas geométricas representando polígonos básicos para definirlos y realizar ejemplos de mediciones de tierras.

Figura 169. Representaciones geométricas (Pérez de Moya, 1562, p. 308).

d) Mixto: En las gráficas mixtas se combinan números con líneas, figuras, corchetes, etc.

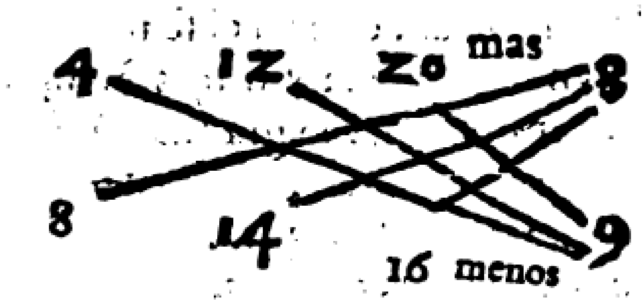


Figura 170. Representación mixta en el libro de Pérez de Moya (1562, p. 283).

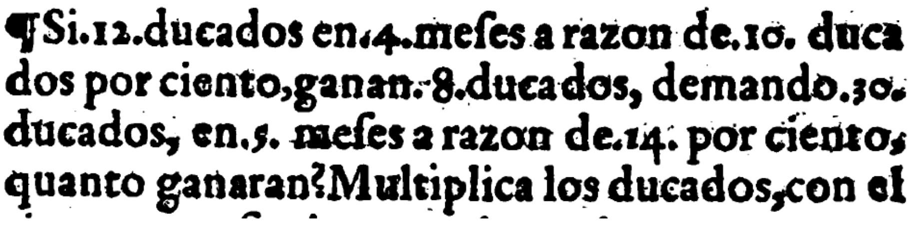
4.6.4.2. Análisis fenomenológico

Los fenómenos presentes en las obras se clasifican en:

1. Fenómenos relacionados con la actividad comercial y los negocios:

Se presentan en la obra los siguientes:

- **Fenómenos contables:** Se presentan situaciones en las que se debe determinar una ganancia o una pérdida económica.



¶Si.12.ducados en.4.meſes a razon de.10. duca
dos por ciento,ganan.8.ducados, demando.30.
ducados, en.5. meſes a razon de.14. por ciento,
quanto ganaran?Multiplica los ducados,con el

Figura 171. Fenómeno contable (Pérez de Moya, 1562, p. 240).

- **Fenómenos comerciales:** Se plantean contextos de compra y venta de objetos, animales, etc.

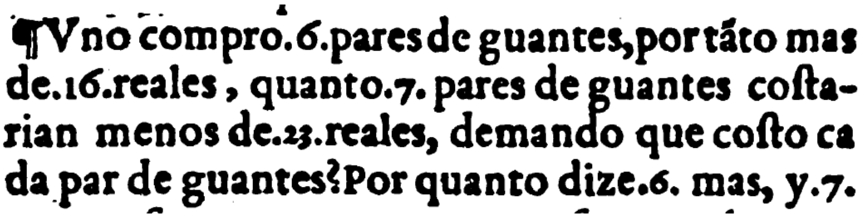

¶Vno compro.6.pares de guantes,por tãto mas
de.16.reales, quanto.7. pares de guantes coſta-
rian menos de.23.reales, demando que coſto ca
da par de guantes?Por quanto dize.6. mas, y.7.

Figura 172. Fenómeno comercial en el libro de Pérez de Moya (1562, p. 221).

- **Fenómenos de repartos:** Estas situaciones requieren de la distribución equitativa de objetos o ganancias, o del uso de la regla de compañía para distribuir la rentabilidad de un depósito o negocio.

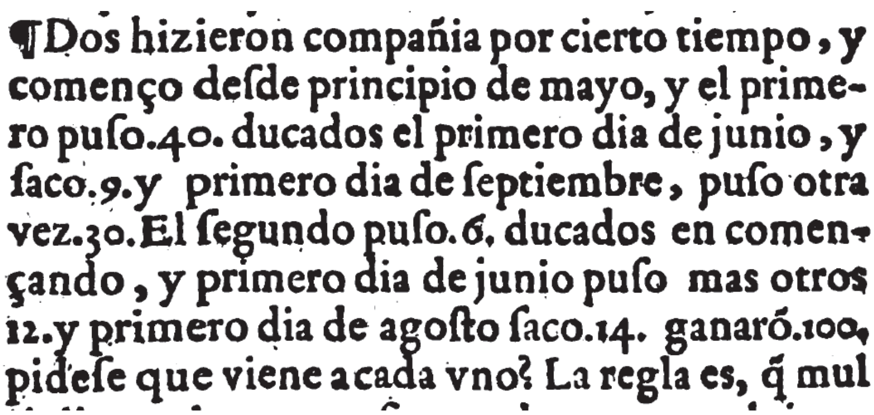

¶Dos hizieron compañia por cierto tiempo, y
començo deſde principio de mayo, y el prime-
ro puſo.40. ducados el primero dia de junio, y
ſaco.9.y primero dia de ſeptiembre, puſo otra
vez.30.El ſegundo puſo.6. ducados en comen-
çando, y primero dia de junio puſo mas otros
12.y primero dia de agoſto ſaco.14. ganarõ.100.
pideſe que viene a cada vno? La regla es, q̃ mul

Figura 173. Fenómeno de reparto en la obra de Pérez de Moya (1562, p. 245).

- **Fenómenos salariales o de pagos:** en general se utilizan para aplicar reglas de tres o de falsa posición con salarios, alquileres, rentas y otros pagos como excusa para su uso.

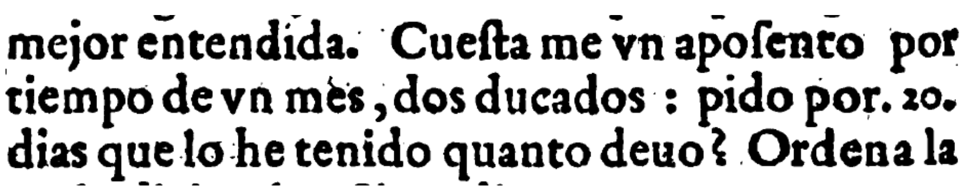

mejor entendida. Cueſta me vn apoſento por
tiempo de vn mes, dos ducados: pido por.20.
dias que lo he tenido quanto deuo? Ordena la

Figura 174. Fenómeno de pago (Pérez de Moya, 1562, p. 230).

- **Fenómenos de aleaciones:** El autor presenta ejemplos de aleaciones y ligaduras entre metales según diversas especificaciones dadas.

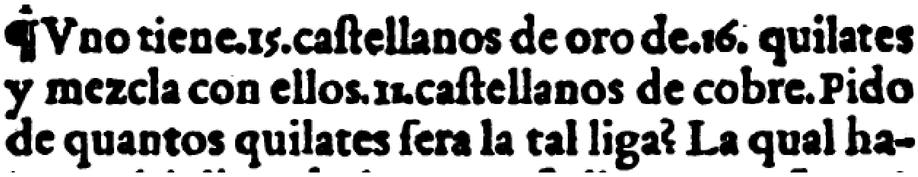

¶Vno tiene.15.caſtellanos de oro de.16. quilates y mezcla con ellos.11.caſtellanos de cobre. Pido de quantos quilates ſera la tal liga? La qual ha-

Figura 175. Fenómeno de aleación en la obra de Pérez de Moya (1562, p. 290).

2. Fenómenos relacionados con la medida

- **Fenómenos de medida:** Se incluyen aquellos problemas en los que se hallan longitudes de objetos, distancias o recorridos, también los relacionados con la medida del tiempo.

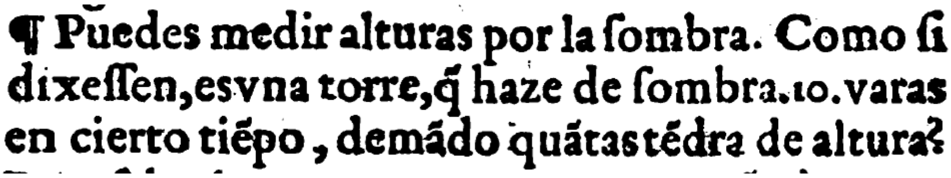

¶ Puedes medir alturas por la ſombra. Como ſi dixeſſen, es vna torre, q̃ haze de ſombra.10.varas en cierto tiẽpo, demãdo quãtas tẽdra de altura?

Figura 176. Fenómeno de medida en el libro de Pérez de Moya (1562, p. 315).

- **Fenómenos de agrimensura:** los autores recurren a la geometría cuando quieren aplicar conceptos y fórmulas a terrenos que tienen teóricamente formas poligonales o geométricas.

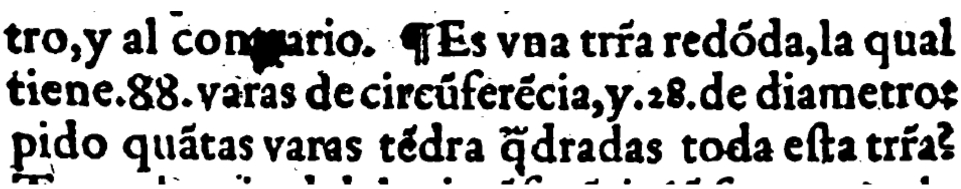

tro, y al contrario. ¶Es vna tr̃a redõda, la qual tiene.88.varas de circũferẽcia, y.28.de diametro: pido quãtas varas tẽdra q̃dradas toda eſta tr̃a?

Figura 177. Fenómeno de agrimensura (Pérez de Moya, 1562, p. 311).

3. Fenómenos de cambios monetarios, de medidas o pesos: Se plantean situaciones de equivalencias entre monedas de diversas regiones y países, o en los que se deba encontrar la equivalencia entre determinadas medidas o pesos utilizados en regiones geográficas diferentes.

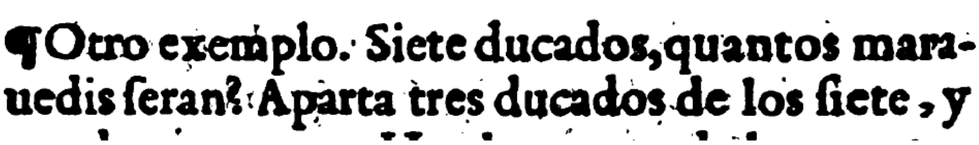

¶Otro exemplo. Siete ducados, quantos marauedis ſeran? Aparta tres ducados de los ſiete, y

Figura 178. Equivalencias de monedas en el libro de Pérez de Moya (1562, p. 396).

4. Fenómenos matemáticos

- **Fenómenos aritméticos:** Se trata de problemas asociados con operaciones con números y sin contexto.

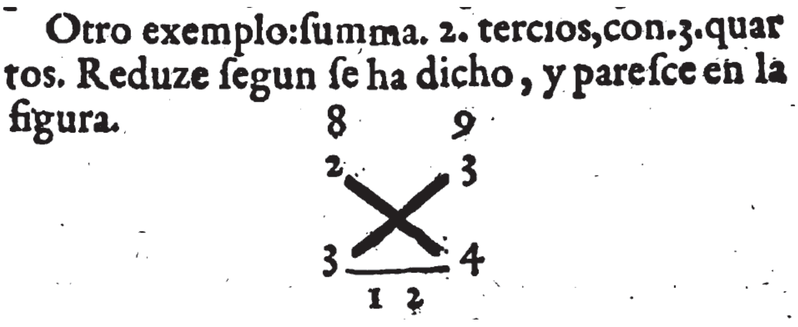

Otro exemplo:ſumma. 2. tercios,con.3.quar tos. Reduze ſegun ſe ha dicho, y pareſce en la figura.

Figura 179. Fenómeno aritmético (Pérez de Moya, 1562, p. 172).

- **Fenómenos algebraicos:** Se tratan contenidos algebraicos no relacionados con ninguna otra situación.

¶Entendidos eſtos preceptos, pó por exemplo que quieres reſtar.5.ccce.p.3.RR.m.4. cecv. p.7. R.m.10.cce.m.1.cv.p.3.ce.De.7.ccce.p.3. RR.m. 6.cecv.p.3.R.m.9.cce.p.7.cv.m.6.ce.Pon las par

Figura 180. Fenómeno algebraico en la obra de Pérez de Moya (1562, p. 511).

- **Fenómenos geométricos:** El autor recurre a ellos cuando explica procedimientos puramente geométricos.

¶ Nota ſi quiſieres hallar la perpẽdicular de vn triangulo equilatero,ſaca de la potẽcia de vn lado, la potencia de la mitad del miſmo lado, y la rayz quadrada de la reſta es la perpendicular. Si

Figura 181. Fenómeno geométrico (Pérez de Moya, 1562, p. 314).

5. Fenómenos lúdicos: Se incluyen problemas referidos a juegos como el *Rithmimachia* de la Figura 159 o a matemáticas recreativas.

4.6.4.3. Aspectos didácticos

Los aspectos didácticos presentes en la obra son:

- **Actualidad:** Los contenidos matemáticos presentes en las obra sí pueden considerarse actuales para la España del siglo XVI, la inclusión del álgebra contenido matemático que se encontraba en pleno desarrollo en la Europa del siglo XVI aunque sea en su versión más elemental es el factor que permite aceptar cierta actualidad en sus contenidos.
- **Originalidad:** Por el contrario, estos contenidos no son originales, el propio autor referencia a autores de obras previas e incluso en los casos que no lo hace dichos contenidos no presentan originalidad.
- **Rigor y precisión:** Para la época los contenidos si presentan rigor y precisión. Se incluyen definiciones, principios y reglas generales.
- **Interés social:** Los contenidos matemáticos presentes se encuadra dentro de un contexto cotidiano, manifestando así el interés social del autor, por ejemplo en su explicación sobre las fechas de las llamadas fiestas “movibles” o en sus diálogos finales.
- **Revisión y síntesis:** La obra sí presenta una amplia revisión y síntesis de los contenidos sobre aritmética y álgebra que se manejaban en la época.
- **Aplicaciones:** La obra está aplicada a la enseñanza de las matemáticas para el comercio y los negocios.

El autor incluye en la obra breves referencias a la historia de las matemáticas, también comentarios al estudiante sobre que contenidos son más necesarios o cuáles más complicados. Además, se puede destacar el uso de materiales para entender mejor los contenidos o para realizar demostraciones o incluso recurrir al uso de los dedos de la mano para hacer cálculos. Incluye también un juego como herramienta para el aprendizaje y su curioso diálogo final en el que se tratan distintos ejemplos y adivinanzas.

4.6.5. Conclusiones

La obra de Pérez de Moya resulta un manual imprescindible para analizar el conjunto de las aritméticas del siglo XVI. Esto se debe a la importancia que tuvo tanto a nivel español, contó con más de 30 reediciones, como internacional, fue mencionada incluso por matemáticos extranjeros.

Sin embargo, sus contenidos no difieren mucho de los de otras obras de este siglo, es más su parte algebraica está extraída prácticamente en su totalidad de la obra de Marco Aurel. Lo que otorga a la obra de Pérez de Moya su valor es su elevado interés social y su indudable intencionalidad didáctica, que se manifiesta en el gran número de variados ejemplos que la obra contiene, en las detalladas explicaciones que permiten adquirir conocimientos aritméticos y algebraicos, en la inclusión de la gran mayoría de fenómenos y representaciones consideradas, etc. Factores que probablemente favorecieron el hecho de que la obra fuera utilizada como libro escolar.

La siguiente tabla resume los distintos aspectos analizados de la obra.

Tabla 13. Tabla resumen de la obra de Pérez de Moya (1562).

	JUAN PÉREZ DE MOYA	
Definición de aritmética.	SÍ*: ciencia que tracta de números*	
Noción de número o de cantidad.	SÍ: *Multitud compuesta de unidades*	
Operaciones elementales.	SÍ	
Definición de quebrados y operaciones.	SÍ: *es una cosa, que tiene una parte, o dos, o tres, o muchas de algún entero, y no todas*	
Noción de proporción y ejercicios sobre regla de tres, etc.	SÍ, pero no al tratar las reglas de tres. *Proporcion, segun algunos no es otra cosa, salvo una comparación entre dos quantidades de una especie*	
Otros contenidos recogidos en la obra	Progresiones, aritmética especulativa, raíces cuadradas y cúbicas.	
Ideas sobre geometría.	SÍ. Definiciones y medición de tierras.	
Ideas sobre álgebra.	SÍ	
Representaciones verbales.	SÍ	
Representaciones numéricas.	SÍ	
Representaciones gráficas.	Tablas.	SÍ
	Figuras.	SÍ
	Representaciones geométricas.	SÍ
	Esquemas.	NO
	Mixtas	SÍ
Fenómenos contables.	SÍ	
Fenómenos comerciales.	SÍ	
Fenómenos de repartos.	SÍ	
Fenómenos salariales.	SÍ	
Fenómenos de aleaciones.	SÍ	
Fenómenos de medida.	SÍ	
Fenómenos de agrimensura.	SÍ	
Fenómenos de cambios monetarios.	SÍ	
Fenómenos lúdicos.	SÍ	
Fenómenos aritméticos.	SÍ	
Fenómenos algebraicos.	SÍ	
Fenómenos geométricos.	SÍ	
Actualidad.	NO	
Originalidad.	NO	
Rigor y precisión.	SÍ	
Interés social.	SÍ	
Revisión o síntesis de los contenidos matemáticos conocidos.	SÍ	
Destaca en algunas aplicaciones.	SÍ: enseñanza	

4.7. *ARTE BREVE Y MUY PROVECHOSO DE QUENTA CASTELLANA Y ARITHMETICA* (1564)

4.7.1. El autor: Juan Gutiérrez de Gualda

Se trata de un autor del que se conocen escasos datos biográficos. La publicación de sus primeras obras antes de la mitad del siglo, permite suponer que nació aproximadamente en la primera mitad de este siglo y murió sobre la segunda mitad.

Nació en Villarejo de Fuentes (Cuenca), diócesis de Toledo (Picatoste, 1891). Fue sacerdote (Meavilla, 2009) y matemático (Diccionario Biográfico Español, 2009).

Juan Gutiérrez publica en Toledo la primera edición de su obra *Arte breve y muy provechoso de quenta castellana y Arithmetica, donde se muestra las cinco reglas de guarismo por la quenta castellana, y reglas de memoria.* Algunos autores hablan de una primera edición impresa en 1531, mientras que otros consideran la edición de 1539 como la primera, además constan varias ediciones de la obra aunque nuevamente sus fechas oscilan, entre las posibles fechas están 1555, 1557 y 1559 en Zaragoza (Picatoste, 1891; Smith, 1908), 1564 en Zaragoza y en Alcalá de Henares (Ausejo, 2015), 1566 y 1569 en Zaragoza (Ausejo, 2015; Meavilla, 2009) y en Alcalá en 1570 y 1600 (Picatoste, 1891; Salavert, 1990).

Una de sus obras se publicó unida a las reediciones séptima y octava correspondientes de 1564 y 1566 de la obra del calígrafo Juan de Yciar (Diccionario biográfico español, 2009), por lo que es posible que estos dos autores se conocieran.

Salavert (1994) afirma que Juan Gutiérrez de Gualda realizó otra obra titulada *Tratado de cuentas* que obtuvo tres impresiones y solo es recogida por Antonio Palau Dulcet.

La inclusión de la numeración romana en la obra, muestra una fuerte influencia de la corriente castellana en el autor lo que indicaría que este pertenecía a dicha corriente (Salavert, 1990).

4.7.2. La obra: Aspectos generales

Su título completo es *Arte breve y muy provechoso de quenta castellana y Arithmetica, donde se muestra las cinco reglas de guarismo por la quenta castellana, y reglas de* *memoria* fue impreso en Zaragoza el año 1564 a costa de Miguel de Suelves, alias Çapila infançon, mercader de libros y vecino de Zaragoza.

Las características del libro descritas por Picatoste (1891) son 8°, 24 hojas. En la portada trae el retrato de Felipe II.

El libro comienza con una dedicatoria a Juan Pacheco de Silva, señor de las cuatro villas del Villarejo de Fuentes e incluye a continuación una tabla inicial de contenidos. La extensión de la obra es de unas 46 páginas divididas en 11 capítulos. Los contenidos incluidos son conocer las letras, nombrar, sumar, restar, multiplicar, medio partir, partir por entero, reducir monedas, reglas de progresiones. Al finalizar estos capítulos, incluye unas páginas que contienen problemas sobre geometría, reglas de tres, medida, etc.

De hecho Picatoste (1891) dice que al final publica [Gutiérrez] un Apéndice de algunos problemas, entre los cuales incluye la medición de alturas, con láminas y otros de Geometría practica, resueltos por medios ingeniosos.

Termina la obra con la siguiente nota: "Fue impresso el presente tratado en la muy noble y leal ciudad de çaragoça, en casa de Pedro Bernuz año de M.D.LXIIII." (p.22).

El ejemplar de esta obra que existe en la Biblioteca Nacional está encuadernado con el *Arte de escribir*, de Juan de Iciar (Picatoste, 1891). Esto se debe a que en las reediciones séptima y octava de 1564 y 1566 de la caligrafía de Yciar la segunda parte sobre monedas se sustituye por este tratado de aritmética publicado por Juan Gutiérrez (Salvavert, 1990; Diccionario biográfico español, 2009).

Salavert (1990) califica la obra como un folleto muy pobre, cuya información apenas trasciende las cuatro reglas y donde se nota una fuerte influencia castellana, al incluir fundamentalmente la numeración romana. Sin embargo, su contenido se adecuaba perfectamente al objetivo pedagógico previsto en la obra. Además, considera la obra un libro elemental, aunque acorde con su inclusión en una cartilla para enseñar a leer.

La obra pretende ayudar a los hombres a no ser engañados en la realización de operaciones básicas. Por eso va dirigida a cualquier hombre para que sin maestro pueda aprenderla y concretamente también a los futuros contadores para que aprendan el oficio. De hecho menciona que "quiere dar a entender la manera que ha de tener qualquier contador en reducir monedas" (p. 18) y al hablar sobre sumar progresiones dice: "esta regla es muy sotil y provechosa para todos los q quisieren ser liberales contadores” (p. 19).

El autor cita durante el prólogo a M. T. Ciceron, Cipion, Orfeo, Protogenes, Apeles, Fidias, Boecio y Euclides.

Las últimas páginas de la obra reproducen de forma idéntica los contenidos incluidos en las páginas XLIII, XLIIII, XLV de la obra de Juan de Yciar, incluidas las representaciones y las referencias que este autor hizo a Fray Juan de Ortega, en particular a una experiencia incluida en su tratado y de nuevo a Fray Juan de Ortega y a Maestre Francesco Pellos, indicando que ha encontrado un error en uno de los problemas de sus obras, que según sus palabras hizo el maestre Pelos francés y fray Juan de Ortega le imitó, referido al valor de una joya o un diamante.

El motivo por el que esto ocurre es desconocido. Puede deberse a que la edición de esta obra apareció unida a la caligrafía de De Yciar publicada en 1564, por lo que es posible que tomara parte del propio libro de De Yciar. Otra posibilidad es que estas páginas formaran parte de la misma imprenta ya que ambos libros se imprimieron en Zaragoza y en la casa de Pedro Bernuz, por lo que tal vez simplemente se agregaron a la obra.


ARTE BREVE Y
muy prouechoſo de quẽta caſte
llana y Arithmetica, dõde ſe mueſtrã las cinco
reglas de guariſmo por la quenta Caſtellana, y reglas de
memoria: compueſto por Iuan Gutierrez.

En Çaragoça.
A coſta de Miguel de Sueluez, alias çapila infançon
mercader de libros, vezino de çaragoça.
Año. 1564.

Figura 182. Portada de la obra de Gutiérrez que incluye un retrato del rey Felipe II.

4.7.3. Análisis del contenido matemático

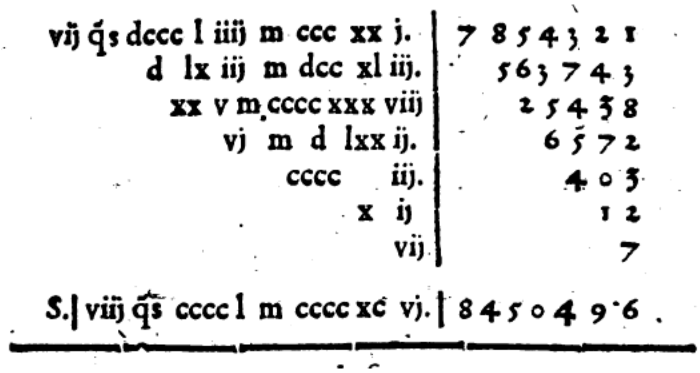
En este apartado se revisarán los contenidos del libro, destacando las principales nociones matemáticas que aparecen en él. Las páginas de las obra no están numeradas, de cara a su análisis se ha considerado la primera hoja de contenidos como la primera página y así sucesivamente.

La obra no recoge la definición de aritmética, número o cantidad. Comienza en su primer capítulo explicando cuales son las nueve figuras de la aritmética en *guarismo* y como ajuntar estas letras en número. Después explica las letras de cuenta castellana poniendo como ejemplo maravedís.

A continuación, explica como nombrar utilizando las figuras previamente explicadas, tanto en "guarismo" como en "quenta castellana" y utilizando como ejemplo maravedís.

Pasa a continuación a la suma, diciendo que sumar: "No es otra cosa sino muchos numeros de diversas quantidades reduzidos en un solo, el qual valga tanto como todos aquellos donde fuere reduzido" (p. 3).

Explica el algoritmo de la suma y realiza sumas de maravedís, libras, arrobas y otros pesos y medidas.



	vij q̃s dccc l iiij m ccc xx j.	7854321
	d lx iij m dcc xl iij.	563743
	xx v m cccc xxx viij	25438
	vj m d lxx ij.	6572
	cccc iij.	403
	x ij	12
	vij	7
S.	viij q̃s cccc l m cccc xc vj.	8450496

Figura 183. Realización de una suma en la obra de Gutiérrez (1564, p. 4)

A su vez, explica tres modos de comprobar si la operación es correcta: restando y utilizando las pruebas del 7 y el 9.

Sobre restar dice que es: "sacar un numero menor de un mayor" (p. 6).

Explica el algoritmo de la resta y pone como ejemplos maravedís, quintales, onzas y otros pesos y medidas.

Exemplo.
De reſtar.

Recebi	v	q̃s	dc	j	m	xxx iiij.		
Recebi	5	6	0	1	0	3	4.	
Ga. iij	q̃s	dcccc	xc'	v	m	. xl	iij.	
Ga. 3	9	9	5	0	4	3.		
Alcança j	q	dc	. v	m	dcccc	xl j.		
Alcança 1	6	0	5	9	4	1.		
Prueua. v	q̃s	dc	. j	m	. xxx	iiij.		
Prue. 5	6	0	1	0	3	4.		

Figura 184. Realización de una resta en la obra de Juan Gutiérrez (1564, p. 7).

Indica como prueba real de restar sumar.

Explica que para multiplicar es necesario saber muy bien la tabla de multiplicar (incluye una de *quenta* castellana y otra de *quenta guarisma*). Y dice que multiplicar es: "acrecentar y aumentar qualquier cosa y cantidad por su valor" (p. 10).

Explica un único algoritmo de la multiplicación (similar al actual o al considerado como del ala en la época) y pone ejemplos del comercio y de equivalencias de monedas, paso de ducados en millares y al revés, de maravedís a reales, etc.

Exemplo ſegundo de multiplicar.

Multiplicante. d . viij varas		508
Multiplicador. cc . vj marauedis		206
iij m xl viij		3048
c j m lx		10160
Monta.c.iiij m dc xl viij marauedis		104648

Figura 185. Una multiplicación presente en la obra de Gutiérrez (p. 11).

Indica tres pruebas para comprobar si la multiplicación es correcta: partir, prueba del siete y prueba del 9.

Expone como partir, primero como partir por medio: “que es cuando los compañeros son menos de diez” e indica que hay tres números diferentes: suma partidera: “aquella suma que partimos o queremos partir”, partidor: “los compañeros”, partido: “la parte que a cada uno de los compañeros cupo”. (p. 13)

Después a explica el algoritmo de la división para números mayores que 9 y como ejemplo indica el reparto de dinero entre un número de personas.

Y la prueba que indica es la multiplicación, prueba del 7 y del 9.

Además, incluye un capítulo sobre cómo realizar equivalencias entre distintas monedas: ducados, castellanos, doblas, florines, etc.

Trata la suma de progresiones, pero no las define ni explica simplemente incluye dos ejemplos sobre como sumar la progresión: 1, 2, 4, 8,… 2048 y la progresión 3, 9, 27,…,729.

Destacar únicamente que aporta una regla general para realizar la suma de este tipo de progresiones:

> Nota que todas las vezes que quisieres sumar alguna progression que te vaya quatro doblado, o cinco doblando, o dende arriba qualquier nacimiento de quenta q se fuere duplicado ternas este aviso que siempre quitaras la primera suma de la prostera y lo que restare partir lo has por uno menos que fue el nacimiento de la tal progesrsion, quiero decir que si fuere quatro doblando que lo partas por 3 y si fuera cinco doblando que lo partas por 4 y si por seys por cinco y desta manera qualquier nacimiento de progression que sea y aquello que viniere en la partición se torne a sumar juntamente con la resta de la suma postrera y lo que sumare diremos q es tanto como todas las sumas de arriba de la tal progresión. (p. 19)

Desde este punto todos los ejercicios incluidos forman parte de la obra *Artihmetica practica* de Juan de Yciar publicada en 1549.

Se incluyen varios problemas relacionados con la medida y la geometría. Para su resolución propone en ocasiones curiosos métodos; por ejemplo en el caso de medir una torre dice:

> Toma una caña que te llegue hasta los ojos, y luego apártate de la torre y tiéndete en tierra, y pon la caña enhiesta entre los pies, y ve acercándote, o alexandote hasta que veas la sumidad de la torre, y luego da una raya, y passa adelante acercandote, o apartándote de manera que tornes a ver la sumidad de la torre, y luego mide quanto hay de ti a la raya primera y tan alta es la torre. (p. 19)

Igualmente para explicar que un cubo con el doble de ancho, alto y largo, tiene 8 veces más volumen indica que haga la experiencia que pone fray Juan de Ortega en su tratado:

"hazer dos dados de cera, o madera, uno de dos dedos en quadro y otro de 4 dedos en quadro, y alli lo veran claramente" (p. 20).

Resuelve otros ejemplos utilizando la regla de tres o la regla de compañías. Sin embargo, al tratarse de una reproducción de las páginas de Juan de Yciar utiliza estas reglas sin explicar la noción de proporción y sin tan siquiera explicar su significado o su método.

De igual modo ocurre con la geometría, pues sí incluye problemas que involucran figuras geométricas como el cuadrado o incluso ideas intrínsecas como el teorema de Tales o el volumen del tetraedro, pero se tratan como problemas concretos sin generalización.

No incluye en el libro los quebrados ni siquiera los menciona, de nuevo debido a la introducción de la obra de Juan de Yciar se realiza una mención a las raíces cuadradas pero no explica su definición ni el algoritmo para calcularlas. Tampoco el álgebra forma parte de los contenidos ni es siquiera mencionada.

Las monedas, pesos y medidas que recoge son:

- Monedas: Maravedís, ducados, castellanos, florines. Incluye reglas para realizar las conversiones a través de las cuales es posible saber que 1 ducado son 375 maravedís. Además aporta la siguiente tabla:

¶ En Caſtilla vale

El ducado	ccc	lxx	v.
El caſtellano	cccc	lxxx	v.
La dobla	ccc	lx	v.
El florin	cc	lx	v.
El real.		xxxiiij.	

¶Moneda de Aragon.

El ducado	xx	j.	ſueldos.
El caſtellano	xx	vj	ſueldos
y ocho dineros y medio.			
El florin	x	vj	ſueldos.
Vna libra	xx		ſueldos.
El real	xx	iiij	dineros.
El ſueldo	x	ij	dineros.
Vn dinero		iiij.	pujeſes.

Figura 186. Tabla de equivalencia de monedas (Gutiérrez, 1564, p. 12).

- Medidas de peso: A uso de Castilla, 1 quintal pesa 100 libras, 1 arroba 25 libras, 1 libra 16 onzas, 1 onza 16 adarmes. Utiliza también los granos.
- Medidas de capacidad: 1 cahiz son 12 *hanegas* y en otros lugares son 12 almudes, 1 carga son 4 *hanegas*, 1 *hanega* 2 almudes, 1 almud 6 celemines, 1 celemín 4 *quartillos* y 1 *quartillo* 2 *ochavillos*.
- Medidas de longitud: varas, brazas, palmos.

4.7.4. Análisis didáctico

4.7.4.1. Sistemas de representación

En estas obras se incluyen los tres principales sistemas de representación: verbales, numéricos y gráficos.

- **Verbal:** Es el principal sistema de representación de la obra. El autor explica con texto los algoritmos para realizar las operaciones, los ejemplos, etc.

¶La ſegunda regla es reſtar,que quiere dezir ſacar menos de mas:la qual regla ſe haze poniendo las menos letras abaxo:y mirando cada letra por ſi de las que abaxo eſtuuieren.Si es menor,o mayor,o ygual dela letra de arriba que eſtuuiere en ſu derecho.Y ſi fuere menor , o ygual reſtarla de la letra de arriba , y lo que reſtare ponerlo abaxo enfrẽte de ſu grado de donde ſe reſtare:y ſi fuere ygual la vna dela otra poner vna cifra enfrẽte de las dichas letras y paſſar adelante.

Figura 187. Representación verbal en la obra de Juan Gutiérrez (1564, p. 7).

- **Numérico:** Es junto con el verbal el sistema de representación más visible en la obra. Se utilizan números, rayas y símbolos para presentar diferentes operaciones, ejercicios, ejemplos, etc.

vij q̃s dccc l iiij m ccc xx j.	7 8 5 4 3 2 1
d lx iij m dcc xl iij.	5 6 3 7 4 3
xx v m cccc xxx viij	2 5 4 3 8
vj m d lxx ij.	6 5 7 2
cccc iij.	4 0 3
x ij	1 2
vij	7
S. viij q̃s cccc l m cccc xc vj.	8 4 5 0 4 9 6

Figura 188. Representación numérica en el libro de Juan Gutiérrez (1564, p. 4).

- **Gráfico**: Además, de las representaciones verbales y numéricas, se incluyen representaciones gráficas de tipo tabular, geométrico y figural.

a) Tabular: Se recurre a las tablas para agrupar los contenidos y favorecer así la comprensión del texto por parte del lector. En esta obra se incluyen dos tablas de multiplicar una con números en "quenta castellana" y otros en "quenta guarisma" y una tabla con el valor de las monedas en los reinos de Castilla, Aragón y Portugal.

Tabla de quenta
Guarisma.

1	1 1	2 2	3 3	4 4	5 5	6 6	7 7	8 8	9 9
2	2 1	4 2	6 3	8 4	10 5	12 6	14 7	16 8	18 9
3	3 1	6 2	9 3	12 4	15 5	18 6	21 7	24 8	27 9
4	4 1	8 2	12 3	16 4	20 5	24 6	28 7	32 8	36 9
5	5 1	10 2	15 3	20 4	25 5	30 6	35 7	40 8	45 9
6	6 1	12 2	18 3	24 4	30 5	36 6	42 7	48 8	54 9
7	7 1	14 2	21 3	28 4	35 5	42 6	49 7	56 8	63 9
8	8 1	16 2	24 3	32 4	40 5	48 6	56 7	64 8	72 9
9	9 1	18 2	27 3	36 4	45 5	54 6	63 7	72 8	81 9

B iiij

Figura 189. Tabla de quenta guarisma en la obra de Gutiérrez (1564, p. 9).

b) Figural: Las figuras se incluyen para ilustrar los contenidos de los libros, en este caso se incluyen cuatro figuras relacionadas con geometría o cuestiones de medida que forman parte de las páginas correspondientes con la obra de Juan de Yciar.

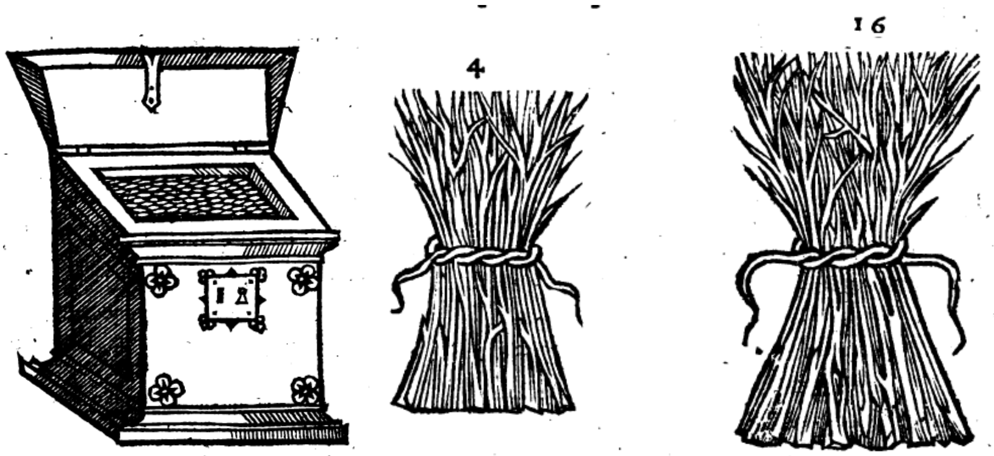


Figura 190. Figuras incluidas en el libro de Juan Gutiérrez (1564, pp. 19-21).

c) Geométrico: Nuevamente, se incluye la representación geométrica de dos cuadrados para aportar claridad a un problema relativo al volumen extraído de la obra de Yciar.

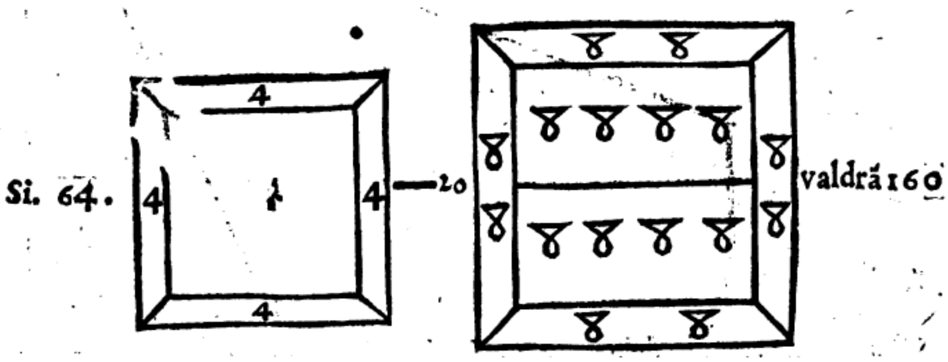


Figura 191. Representación geométrica presente en la obra de Gutiérrez (1564, p. 20).

4.7.4.2. Análisis fenomenológico

Los fenómenos presentes en las obras se clasifican en categorías:

1. Fenómenos relacionados con la actividad comercial y los negocios:

En la obra se incluyen los siguientes:

- **Fenómenos comerciales:** Se plantean contextos de compra y venta de objetos, animales, etc.

VN hombre vende leña y da vn haz que cabe en ſeys palmos de cuerda por quatro reales. Pregunto por quanto dara otro haz de leña que quepa en otra cuerda que tenga doze palmos. Eneſta y en las ſemejantes haras dela manera ſiguiente.

Figura 192. Ejemplo de una venta en el libro de Gutiérrez (1564, p. 21).

- **Fenómenos de repartos**: Estas situaciones requieren de la distribución equitativa de objetos o ganancias, o del uso de la regla de compañía para distribuir la rentabilidad de un depósito o negocio.

pues diras por vna regla de compañias por quebrados. Dos hizieron cõ pañia, el primero puſo 13 ducados y vn tercio, y el otro puſo tres y vn tercio. ganaron 50 ducados, pregunto quanto verna a cada vno. Multi-

Figura 193. La regla de compañía en la obra de Juan Gutiérrez (1564, p. 22).

2. **Fenómenos relacionados con la medida**

- **Fenómenos de medida**: Se incluyen aquellos problemas en los que se hallan longitudes de objetos, distancias o recorridos, también los relacionados con la medida del tiempo.

¶Si quiſieremos medir vna torre y ſaber que tan alta es, tomã vna caña que te llegue haſta los ojos, y luego apartate de la torre y tiende te en tierra, y pon la caña enhieſta entre los pies, y ve acercando te, o alexãdo te haſta que veas la ſumidad dela torre, y luego da vna raya, y paſſa adelante acercando te, o apartandote de manera que tornes a ver la ſumidad dela torre, y luego mide quãto hay de ti ala raya primera, y tan alta es la torre.

Figura 194. Problema sobre la medida de una torre (Gutiérrez, 1564, p. 19).

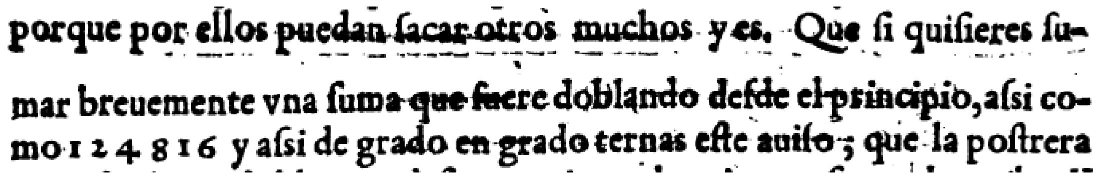
3. **Fenómenos de cambios monetarios, de medidas o pesos:** Se plantean situaciones de equivalencias entre monedas de diversas regiones y países, o en los que se deba encontrar la equivalencia entre determinadas medidas o pesos utilizados en regiones geográficas diferentes.

¶ Y es aſsi de marauedis reales como ſi dixeſſemos: ochenta ducados quã tas mil marauedis ſon: quitaras la meytad, y quedaran en quarenta: y dlos

Figura 195. Ejemplo de cambio monetario en el libro de Juan Gutiérrez (1564, p. 12).

4. Fenómenos matemáticos:

- **Fenómenos aritméticos**: Se trata de problemas asociados con operaciones matemáticas y sin contexto.



porque por ellos puedan ſacar otros muchos y es. Que ſi quiſieres ſumar breuemente vna ſuma que fuere doblando deſde el principio, aſsi como 1 2 4 8 16 y aſsi de grado en grado ternas eſte auiſo; que la poſtrera

Figura 196. Ejemplo de ejercicio puramente aritmética (Gutiérrez, 1564, p. 18).

En definitiva, se trata de una obra breve que incluye un pequeño número de ejemplos. De los cuales la gran mayoría son relativos al comercio y sobre todo al cambio de monedas, pesos y medidas.

4.7.4.3. Aspectos didácticos

De acuerdo a los aspectos didácticos planteados previamente, a continuación se analizarán la actualidad, la originalidad, el rigor y la precisión, el interés social de los contenidos de la obra, o si estos incluyen una revisión o síntesis de contenidos previos o destacan en alguna aplicación.

- **Actualidad:** Los contenidos matemáticos no son actuales para la época en la que fueron escritos, la obra se centra sobre todo en explicar las operaciones básicas con los números naturales, dejando de lado los progresos realizados hasta esa fecha en matemáticas. Incluso dentro del panorama nacional, que no destacaba por sus aportaciones a las matemáticas de la época, diversos autores sí incluían en sus obras contenidos más actuales como el álgebra o ejemplos de problemas mercantiles más avanzados y por tanto acordes con el desarrollo comercial del momento.
- **Originalidad:** Los contenidos de la obra no son originales, se trata de contenidos básicos ejemplificados con problemas normalmente relativos a equivalencias de monedas, medidas o pesos que no aportan grandes diferencias respecto a otros libros publicados en la época. Muestra de esto es que las últimas páginas son una reproducción de varias páginas de la obra de Juan de Yciar, que a su vez son semejantes, aunque no iguales, a algunos de los ejercicios de Juan de Ortega. Incluso

se indica en el propio texto que una experiencia proviene del tratado de Juan de Ortega y que otro de sus ejercicios se incluye también en las obras de Juan de Ortega y de Pellos.

- **Rigor y precisión**: En toda la obra no se hayan ni axiomas ni teoremas, en muchos casos no generaliza ni define de forma rigurosa haciéndolo sólo a través de ejemplos. Únicamente, presenta cierto grado de generalización para las progresiones cuando presenta una regla para "todas las vezes que quisieres sumar alguna progression que te vaya quatro doblado, o cinco doblando, o dende arriba qualquier nacimiento de quenta q se fuere duplicado" (p. 19).
- **Interés social de las matemáticas**: Es la principal característica de la obra, al igual que otros muchos autores de la época el autor escribió un libro que pretende ayudar al lector a adquirir conocimientos sobre aritmética para evitar engaños de cara a los tratos comerciales.
- **Revisión y síntesis:** Gutiérrez no realiza una síntesis de los contenidos, se trata de una obra muy breve que incluye un número de contenidos mucho menor que el de otras obras contemporáneas.
- **Aplicaciones:** De nuevo la brevedad de la obra impide que sea posible afirmar que esta destaca en alguna aplicación, si bien es cierto que sí está centrada en las matemáticas para el comercio e incluso indica el autor que el capítulo relativo a las progresiones será muy provechoso para los contadores, la obra incluye un número pequeño de contenidos que sirven principalmente para conocer las operaciones básicas y algún problema relacionado con el comercio.

4.7.5. Conclusiones

Juan Gutiérrez escribió una pequeña obra cuyo objetivo era enseñar las cinco reglas básicas para poder utilizarlas en el comercio y en las equivalencias entre monedas. Si bien otras obras escritas en esta época sí incluían los quebrados o el cálculo de raíces cuadradas estos contenidos no forman parte de esta aritmética y mucho menos el álgebra, pues pese a que la obra de Marco Aurel, primer libro impreso que incluía contenidos algebraicos se publicó en 1552, Gutiérrez no hace ni una referencia a ella.

El texto no destaca tampoco por su variedad de ejemplos, tratando fundamentalmente las equivalencias de monedas, pesos y medidas. Solo podrían destacarse los problemas que incluye en sus tres últimas páginas y que sí aportan algo más de variedad a la obra.

Sin embargo o quizás debido a este pequeño tamaño, a la sencillez de los contenidos y las explicaciones o a la poca variedad de ejemplos que se centraban en los intereses de la época, esta obra contó con varias reediciones a lo largo de los años posteriores.

La siguiente tabla resume los aspectos analizados de la obra.

Tabla 14. Resumen de las características de la obra de Gutiérrez.

	JUAN GUTIÉRREZ	
Definición de aritmética.	NO	
Noción de número o de cantidad.	NO	
Operaciones elementales.	SÍ	
Definición de quebrados y operaciones.	NO	
Noción de proporción y ejercicios sobre regla de tres, etc.	NO incluye noción de proporción. SÍ presenta algunos ejercicios sobre reglas de tres, etc.	
Otros contenidos recogidos en la obra	Progresión	
Ideas sobre geometría.	SÍ	
Ideas sobre álgebra.	NO	
Monedas, pesos y medidas.	SÍ	
Representaciones verbales.	SÍ	
Representaciones numéricas.	SÍ	
Representaciones gráficas.	Tablas.	SÍ
	Figuras.	SÍ
	Representaciones geométricas.	SÍ
	Esquemas.	NO
	Mixtas	NO
Fenómenos contables.	NO	
Fenómenos comerciales.	SÍ	
Fenómenos de repartos.	SÍ	
Fenómenos salariales.	NO	
Fenómenos de aleaciones.	NO	
Fenómenos de medida.	SÍ	
Fenómenos de agrimensura.	NO	
Fenómenos de cambios monetarios.	SÍ	
Fenómenos de lúdicos.	NO	
Fenómenos aritméticos.	SÍ	
Fenómenos geométricos.	NO	
Fenómenos algebraicos.	NO	
Actualidad.	NO	
Originalidad.	NO	
Rigor y precisión.	NO	
Interés social.	SÍ	
Revisión o síntesis de los contenidos matemáticos conocidos.	NO	
Destaca en algunas aplicaciones.	NO	

4.8 *ARITHMETICA* (1564)

4.8.1. El autor: Antich Rocha

Antich Rocha nació en Gerona, se desconoce su fecha de nacimiento y fallecimiento. Recibió formación universitaria (Salavert, 1990), graduándose en 1555 en Artes y Filosofía en la Universidad de Barcelona, de la que en 1557 era ya maestro colegiado y en la que en 1559 fue elegido catedrático de Artes (Massa, 2008; Picatoste, 1891). Después estudió matemáticas y medicina (Massa, 2008). Se distinguió en las letras y en la filosofía, había aprendido el griego con Vileta y dominaba la lengua latina (Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana, 1926)

Rocha fue médico y profesor universitario de la Universidad de Barcelona. Contribuyó a la reforma del *Studium Generali Medicorum et Artistarum*, que si bien no consiguió que la Facultad de Medicina de Barcelona se convirtiese en una institución importante en el siglo XVI, sí supuso una renovación inspirada fundamentalmente en el modelo valenciano e iniciada en la década de los sesenta con la obligación de sus profesores de disecar cadáveres y herborizar. Con esta renovación culminó el proceso de potenciación de los estudios filológicos de orientación humanística iniciados con la propia fundación del centro y que tuvo su mayor exponente en la edición que hizo Rocha del *Dictionarium medicum* (1560) de Elio Antonio Nebrija (Diccionario Biográfico Español, 2009; Massa, 2008).

Picatoste (1891) lo considera un buen matemático, que se propuso principalmente explicar los principios teóricos de la aritmética y del álgebra.

La obra más conocida de Rocha, es, sin embargo, un tratado de aritmética escrito con una finalidad explícitamente didáctica (Diccionario Biográfico Español, 2009).

Además, escribió entre 1562 y 1578 diversos textos sobre comentarios a la Física y a las obras lógicas de Aristóteles, a la Isagoge de Porfirio. Así como otros trabajos de Filosofía, Gramática y Literatura (Diccionario Biográfico Español, 2009).

4.8.2. La obra: Aspectos generales

Antich Rocha publicó en 1564 su obra *Arithmetica* en Barcelona en casa de Claudio Bornat, a la Águila Fuerte.

La obra consta de una segunda edición un año más tarde en 1565. Aunque Rey Pastor (1926) dice que encargó al Dr. Torroja examinar los ejemplos de esta obra para averiguar su año de publicación y este respondió lo siguiente:

> He encontrado tres ejemplares, uno de los cuales lleva en la portada la fecha de 1564 y los otros dos la de 1565. La fecha de la Real Licencia es en los tres la de 7 de marzo de 1564 y la fecha de la Dedicatoria Al muy docto Señor Cristóbal Caluete de Estrella la de 23 de noviembre del mismo año. Como los tres ejemplares son idénticos y claramente se ve que proceden de una misma tirada, es probable que comenzó ésta a fines del 1564 y que parte de los ejemplares llevan fecha 1565. (p. 110)

Smith (1908) describe la obra como en 8ª con dimensiones 9.7 X 14.7 cm y el texto ocupando 7.5 x 12 cm, contiene 314 folios de los cuales solo 267 están numerados, cada página contiene 28 líneas. Picatoste (1891) dice que se trata de una obra en 8ª, que incluye 268 hojas, 7 de principios y 8 de tablas al fin. El privilegio para la publicación tiene fecha de 7 de Marzo de 1564.

El libro consta de 268 hojas numeradas y está dedicado a Cristóbal Caluete de Estrella con fecha de 23 de noviembre de 1564. A continuación, hay un prólogo del autor, una tabla con el nombre de 50 autores de los cuales fue recompilada la obra y dos breves textos en latín elogiando al autor.

La obra se divide en dos partes. La primera tiene cuatro libros; el primero tiene a su vez cuatro capítulos en los que explica qué se entiende por aritmética y número; expone la división que hace de aquélla, y trae una tabla sinóptica universal de todas las especies de números. El segundo libro tiene 10 capítulos, que tratan de la numeración, suma y resta de números abstractos y concretos. El tercero tiene 15 capítulos, y explica la multiplicación y división así como las pruebas de estas operaciones. El cuarto tiene 18 capítulos, y trata de los quebrados y de la extracción de las raíces cuadrada y cubica.

La segunda parte se divide también en 4 libros. El primero tiene 20 capítulos: trata de las proporciones y progresiones; de la regla de tres y de los problemas que de ella dependen. El segundo libro tiene 15 capítulos y a lo largo de ellos se resuelven problemas sobre las reglas de compañía, aligación, de *abaratar*, etc. El tercero trata de los cambios, monedas, pesas y medidas, y de la regla de falsa posición: tiene 17 capítulos. Finalmente, el cuarto libro trata del Álgebra o arte mayor; explica las operaciones con las raíces; el complicado uso de los signos con que entonces se expresaban las cantidades, la teoría y la resolución de las igualaciones, con gran claridad.

Termina con una tabla de contenidos y otro catálogo de 34 autores (diferentes a los primeros) consultados para escribir esta última parte.

Se añade al final del libro un Compendio y breve introducción por tener libros de Cuentas, deudas y de Mercaduría, traducido del Francés al Castellano, considerado uno de los primeros tratado sobre contabilidad impresos en castellano.

Este libro es una traducción literal de la obra de Valentin Memher de Kempten: *Practique brifve pour cifrer et tenir livres de compte touchant le principal train de marchandise*, en la cual se expone un peculiar método de contabilidad por partida doble imperfecta, conocida como sistema del factor (Donoso, 1996).

Este compendio tuvo una gran acogida en España e incluso fue durante mucho tiempo la única obra relevante que se citaba a nivel internacional, en relación con el desarrollo teórico contable español en el siglo XVI, pese a que al ser una traducción no puede considerarse como un tratado español de contabilidad (Donoso, 1996)

Compendio y breue
inſtruction por tener Libros de Cuenta, Deudas, y de Mercaduria: muy prouechoſo
para Mercaderes, y toda gente de negocio.
traduzido de Frances en Caſtellano.

EN BARCELONA.
En caſa de Claudio Bornat
al Aguila fuerte. 1565.

Con priuilegio por diez años.

Figura 197. Portada del *Compendio* traducido por Rocha.

El texto está repleto de referencias eruditas e incluye un tratado de álgebra basado principalmente en los trabajos de Aurel y Pérez de Moya (Salavert, 1990). Además, se trata de uno de los primeros libros impresos en castellano que incluye contenidos algebraicos (Smith, 1908).

El objetivo de la obra es enseñar aritmética de forma breve y clara, con multitud de ejemplos para que todo aquel que quiera aprenderla pueda hacerlo correctamente. En este sentido el autor considera por ejemplo que aquel que conozca la extracción de raíces se puede decir: “ignorantssimo, y que ignora grandes secretos” (p. 95).

El autor dice: “No terna de que quexarse el Philosopho, no el Geometra, no el Musico, no el Astrologo, no el Cosmographo, no el Architecto: ni se quexaran tampoco de mi los Negociantes, ni todos los Mechanicos hombres” (Prólogo), por tanto Antich Rocha escribió su aritmética con el fin de que fuera útil para cualquier profesional que la necesitara. Esto se manifiesta a lo largo de la obra, en la cual se incluyen numerosos comentarios sobre diferentes oficios. Por ejemplo dice que las proporciones son necesarias no solo para aquellos que conozcan las obras de Platón, Aristóteles y otros grandes autores sino también para todos los hombres de ingenio: arquitectos, pintores, carpinteros, artilleros, capitanes del ejército.

El autor reconoce ya en la portada de la obra que está ha sido “compuesta y de varios autores recopilada” (Portada), en las sucesivas páginas añade que otros muchos autores han escrito sobre aritmética y él ha hecho un compendio de lo, a su juicio, más provechoso de sus obras. En el prólogo cita a Aristóteles, Platón, Ciceron, Prisciano, Diomedes, Thales, Pytagoras, Anaxagoras, Hippocrates, Architas, Euclides, Philolao, Archimedes y Proclo. Además aporta dos listas de autores, una al principio y otra al final de la obra, que incluyen a más de 80, de los cuales según sus palabras ha sido recopilada la obra. Entre ellos encontramos a autores clásicos como: Arquímedes, Aristóteles, Euclides, Platón, Boecio, o contemporáneos como Oroncio Fineo, Juan Andrés, Juan de Ortega, Pérez de Moya, Juan De Yciar, Lucas de Burgo, Juan Ventallol o Chuquet. Sin embargo, parece poco probable que Rocha tomará algo de todos los autores recogidos, pues de hecho muchos de los autores incluidos en estas tablas no se mencionan posteriormente en la obra. Pese a esto la obra incluye numerosas referencias concretas para contenidos y obras, por ejemplo que en la obra de Juan de Ortega y

Lucas de Burgo se incluyen muchas formas diferentes de multiplicar o referencias a las proposiciones de Euclides.

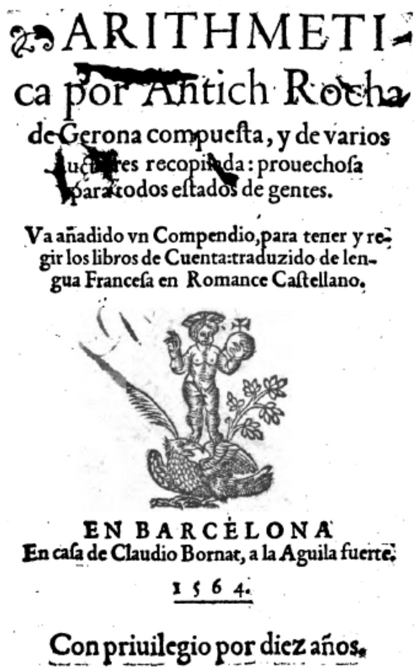
Picatoste (1891) considera que la aritmética de Rocha es de singular mérito por la claridad con que está redactada, lo completo de todas sus teorías y por abundar en curiosos problemas sabiamente ordenados.

Smith (1908) destaca que la obra fue compilada a partir de varios libros italianos y que al autor afirma haber consultado un gran número de autores, sin embargo Smith considera que omitió a algunos de los mejores autores que le precedieron. Indica que el libro es un tratado elemental bastante completo, en el que Rocha explica las operaciones fundamentales tratando cada regla de forma bastante científica. Sin embargo, pese al considerable número de ejemplos prácticos relativos al comercio que incluía la obra considera que el estilo del autor es tan prolijo que es poco probable que el libro fuera bien recibido por la clase mercantil.

Salavert (1990) considera que la obra de Rocha es un reflejo de su formación universitaria ya que muestra a un autor preocupado por respaldar sus afirmaciones utilizando variadas y prestigiosas fuentes. Le encuadra en la línea abierta por Marco Aurel, que se caracteriza por una notable inquietud especulativa, aunque su obra mantiene como finalidad prioritaria su aplicación al mundo mercantil. Considera que este libro cerró el proceso seguido por la aritmética española hacia la propuesta enciclopédica planteada por Luca Pacioli en la *Summa*.

En lo que respecta a lo esencial del álgebra, el libro de Antich Rocha es deudor de la obra de Marco Aurel (Puig y Fernández, 2013). Junto con este autor recibe también influencias de otros como Chuquet o Pérez de Moya, pero esto no impide destacar su labor de compilación, recoge en su obra aquello que él considera esencial para aprender aritmética (Massa, 2008).

Entre los autores críticos con Rocha, Rey Pastor (1926) lo considera una figura insignificante y sobrevalorada dentro de la historia de la matemática española del siglo XVI. Afirma que aunque incluye una larga lista de filósofos de la antigüedad y matemáticos notables de todas épocas de cuyas obras dice recopilar la suya, Rocha probablemente solo conocía el nombre de algunos de ellos, como Chuquet, Grammateus o Apiano y no sus obras pues considera que no tomó nada de ellas. En cuanto a los contenidos, considera que la aritmética práctica no incluye contenidos nuevos y que estos vienen influenciados por Marco Aurel, considerando además que en el caso del álgebra sigue a este tan fielmente que incluso copia sus errores. Critica además el hecho de que igual que Pérez de Moya, Rocha modificase las notaciones para el álgebra volviendo a utilizar las antiguas y no las de Marco Aurel. Por el contrario, destaca la claridad y abundancia de ejemplos sobre las diversas reglas de la aritmética práctica que incluye Rocha en su obra.


ARITHMETIca por Antich Rocha de Gerona compuesta, y de varios Auctores recopilada: prouechosa para todos estados de gentes.

Va añadido vn Compendio, para tener y regir los libros de Cuenta: traduzido de lengua Francesa en Romance Castellano.

EN BARCELONA
En casa de Claudio Bornat, a la Aguila fuerte.
1564.

Con priuilegio por diez años.

Figura 198. Portada de la obra *Arithmetica* de Antich Rocha.

4.8.3. Análisis del contenido matemático

El primer capítulo de la primera parte de esta obra se define aritmética como ciencia “que nos enseña bien contar” (p. 1). Diferencia entre aritmética teórica (“enseña los preceptos propios d la arte” (p. 2)) y la práctica (“muestra cómo has de usar de los preceptos en la obra” (p. 2)).

Define número como “collection, o por mejor dezir un ayuntamiento, y una forma ordenada de unidades” (p. 2). No incluye la definición de cantidad, pero en el segundo capítulo de la segunda parte de la obra diferencia entre cantidad continua (“se considera la magnitud tratada del Geometra y Astrologo” (p. 97)) y cantidad discreta (“se considera el numero o multitud tratada principalmente del Arithmetico, y despues del Musico" (p. 97)).

Explica las partes en las que divide la aritmética contemplativa e incluye un esquema de todas las especies de números considerados en la aritmética teórica (Figura 199).

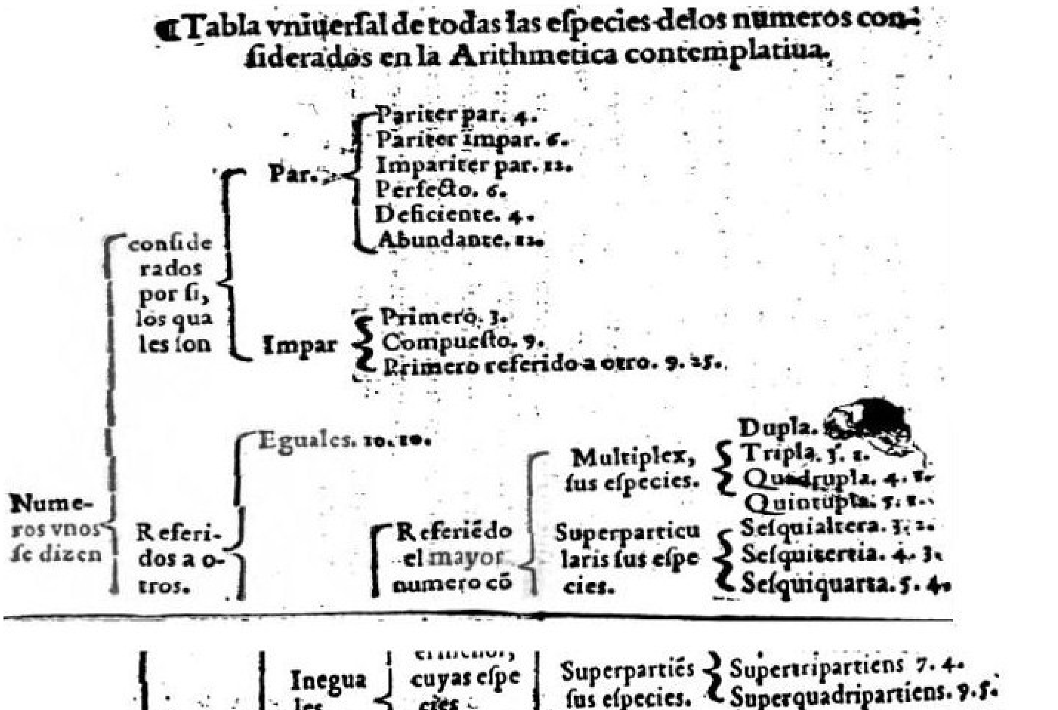


Tabla vniuersal de todas las especies delos numeros considerados en la Arithmetica contemplatiua.

Numeros vnos se dizen
- considerados por si, los quales son
  - Par.
    - Pariter par. 4.
    - Pariter impar. 6.
    - Impariter par. 12.
    - Perfecto. 6.
    - Deficiente. 4.
    - Abundante. 12.
  - Impar
    - Primero. 3.
    - Compuesto. 9.
    - Primero referido a otro. 9. 25.
- Referidos a otros.
  - Eguales. 10. 10.
  - Ineguales
    - Referiēdo el mayor numero cō el menor, cuyas especies
      - Multiplex, sus especies.
        - Dupla.
        - Tripla. 3. 1.
        - Quadrupla. 4. 1.
        - Quintupla. 5. 1.
      - Superparticularis sus especies.
        - Sesquialtera. 3. 2.
        - Sesquitertia. 4. 3.
        - Sesquiquarta. 5. 4.
      - Superpartiēs sus especies.
        - Supertripartiens 7. 4.
        - Superquadripartiens. 9. 5.
      - Multiplex superparticularis sus especies.
        - Dupla sexquialtera. 5. 2.
        - Dupla sesquitertia. 7. 3.
        - Dupla sesquiquarta. 9. 4.
      - Multiplex superpartiēs sus especies.
        - Dupla superbipartiens. 8. 3.
        - Dupla su... partiens. 11. 4.
        - Dupla su... quadripartiēs. 14. 5.
    - Referiendo el menor numero conel mayor, cuyas especies serā otras tantas al contrario tomadas.
- Figurados, cuyas especies son
  - Lineares. 1.
  - Planos
    - Trigonos. 3.
    - Tetragonos. 4.
    - Pentagonos. 5.
    - De otra parte mas luengos. 6.
    - Anteluengos. 15.
  - Solidos
    - Pyramis
      - Trigona. 4.
      - Tetragona. 5.
      - Perfecta. 30.
      - Curta. 29.
      - Biscurta. 25.
    - Laterculus. 18. — Asser. 12. — Cuneus. 24.
    - Circular. 25. — Spherico. 125. — Parallelepipedus. 12.

Figura 199. Esquema sobre las especies de números de la aritmética contemplativa (Rocha, 1564, pp. 4-5).

El siguiente libro se centra ya en la aritmética práctica. Expone cuales son las figuras de los números romanos y los arábigos. Pasa después a las reglas de la aritmética práctica. Comienza con nombrar: "dezir el valor de muchas notas de numeros puestas por orden en una misma linea" (p. 11).

Sobre sumar dice: "muchas lineas y ordenes de numeros ponerlos en una" (p. 12) y pasa después a realizar ejemplos de esta operación (Figura 200).

674	ducados, escudos, libras, quintales.&c.
4559	ducados, escudos, libras, quintales.&c.
306	ducados, escudos, libras, quintales.&c.
48	ducados, escudos, libras, quintales.&c.
5387	ducados, escudos, libras, quintales.&c.

Figura 200. Suma en la obra de Antich Rocha (1564, p. 12).

Seguidamente explica restar: "una operacion, que demuestra como un numero se puede sacar de otro, manifestando un tercer numero que queda" (p. 18) e incluye diferentes ejemplos de esta regla.

Deuda.	3026348 6	ducados.
Paga.	765432	ducados,
Resta.	29498054	ducados.

Figura 201. Resta en la obra de Antich Rocha (1564, p. 20).

El siguiente contenido es multiplicar, que define como: "de dos numeros que se offrecen, uno mayor, y otro menor, o yguales, ver que cantidad ternan, si uno fuere traido por el otro" (p. 26). Explica primero como multiplicar números dígitos (1, 2, 3, 4,..,9)

$$\begin{array}{cc} 9 & 1 \\ & \times \\ 8 & 2 \\ \hline 7 & 2 \end{array}$$

Figura 202. Multiplicación de 9 por 8 (Rocha, 1564, p. 27).

A continuación, expone la tabla de multiplicar indicando que “es bien que la sepan de coro todos los que expeditamente querran hazer esta operacion” (p. 28). Pasa después a realizar ejemplos de esta operación con el algoritmo actual (en aquella época conocido como del ala).

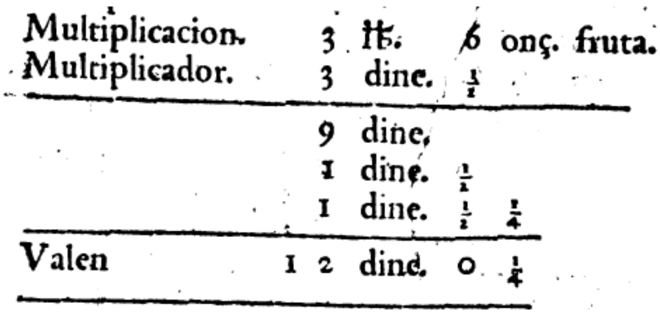


Figura 203. Ejemplo de multiplicación (Rocha, 1564, p33).

Incluye otros modos de multiplicar: multiplicación morisca (Figura 204), multiplicación por los egipcios, llamada por algunos de sus contemporáneos multiplicación por *gelosia* (Figura 205) o multiplicar *quadrilatero* (Figura 206).

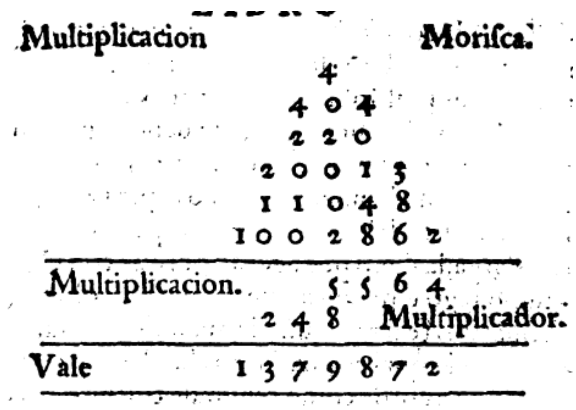


Figura 204. Multiplicación morisca (Rocha, 1564, p. 34).

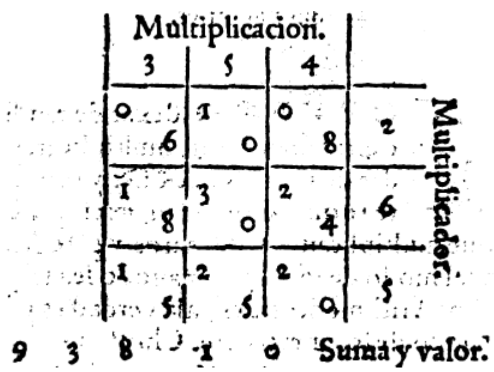


Figura 205. Multiplicación de los egipcios (Rocha, 1564, p. 34).

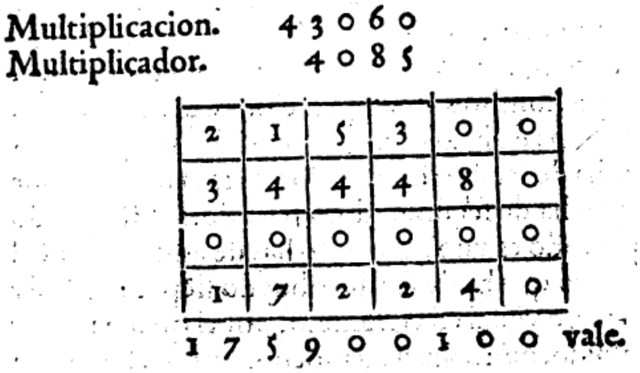


Figura 206. Multiplicar quadrilatero (Rocha, 1564, p. 35).

Menciona otros modos como son “columna, casella, aschapezo” (p. 35) diciendo que se encuentran en la obra de Luca de Burgo.

Después de multiplicar, trata partir “el qual no es otra cosa, sino quando un numero es distribuydo yguameente por otro numero menor, o ygual” (p. 35). Explica como realizar esta operación e incluye diversos ejemplos sobre ella.

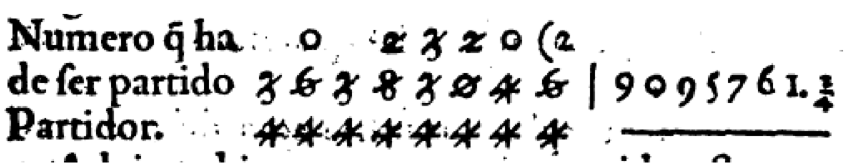


Figura 207. Partición en la obra de Rocha (1564, p. 39).

Finaliza estas reglas explicando las pruebas del 7 y del 9 aunque indica que ninguna de las dos es verdadera y exponiendo las verdaderas pruebas de las reglas anteriores, sumar para restar y al revés y multiplicar para partir y al contrario.

En el cuarto libro de la aritmética se tratan los quebrados. Estos son definidos como: “una distribucion de alguna parte o partes del entero” (p. 57).

Explica después cómo nombrar quebrados, reducir quebrados, enteros en quebrados, quebrados en enteros y quebrados de quebrados, como abreviar quebrados y después trata cómo sumar, restar, multiplicar y partir quebrados y quebrados y enteros. Finaliza este capítulo con trece ejercicios sobre números enteros y quebrados.

El siguiente contenido presente son las progresiones, definidas como “un orden continuado de numeros, que guardan una misma proporcion” (p. 73). Considera que hay tres maneras de progresiones: aritméticas, geométricas y músicas; aporta reglas generales para sumar los términos de progresiones aritméticas y geométricas. Incluye después ejemplos de otras progresiones y ejercicios aplicados a este contenido relacionados con deudas, caminantes, etc.

Seguidamente se trata la extracción de raíces cuadradas. Para ello dice que:

> La rayz quadrada toma el nombre del numero quadrado, y dizese rayz, porque en ella se enseña como podremos venir en conocimientos de un numero, el qual sea el principio y fundamento del numero quadrado, y sin el no se podria formar el dicho numero quadrado. (p. 79)

A su vez número cuadrado es: "numero figurado plano, el qual multiplicado por si mismo, puede hazer una figura quadrilatera, a semejança del quadrado Geometrico, que tiene quatro lineas yguales, las quales ayuntadas jazen quatro angulos rectos" (p. 79).

Explica el método para extraer raíces cuadradas de números enteros (Figura 208) y quebrados.

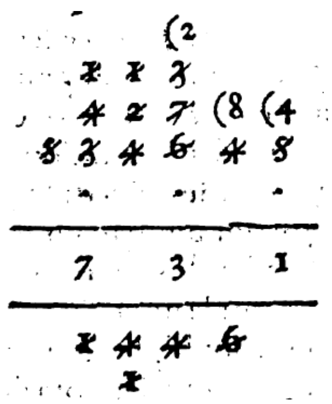


Figura 208. Cálculo de la raíz cuadrada de 534645 (Rocha, 1564, p. 83).

A continuación explica la extracción de raíces cúbicas en números enteros y quebrados. Para ello define número cúbico como: "numero solido, el qual esta compuesto de la multiplicacion de qualquier numero multiplicado por si mismo, y tambien por el numero que se produze de la tal multiplicacion" (p. 84).

Finaliza los contenidos sobre raíces cuadradas y cúbicas con una serie de ejercicios que relacionan estas con geometría. Esta será la única ocasión en la obra en la que se menciona esta rama y entre las indicaciones que realiza el autor comenta que el valor de la proporción entre la circunferencia del círculo (longitud de la circunferencia) y el diámetro es 22 a 7, es decir el número Pi tiene un valor de 22/7.

Empieza ahora la segunda parte de la aritmética, explicando las proporciones. Sin embargo, en varias ocasiones previas ya había mencionado este concepto por ejemplo para la reducción de quebrados dice:

> [...] creo que no entenderas esto que te digo de las proporciones agora, pero en la operacion que se llama regla de tres, alli te explicare las especies de las proporciones, y entonces entenderas muy a la clara lo que te digo destas proporciones. (p. 60)

También al tratar de progresiones, mencionó las proporciones diciendo nuevamente que las explicaría en este capítulo.

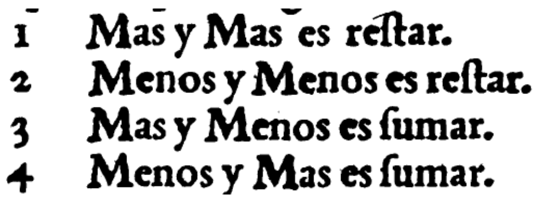
Define proporción como: “comparación y respecto de dos cantidades de un mismo genero” (p. 98). Explica diferentes especies de proporción. Define también proporcionalidad: “comparación y semejanza de las mismas proporciones” (p. 102). Explica como sumar, restar, multiplicar y partir proporciones.

Una vez explicadas las proporciones, pasa a la regla de tres de la que dice que: “contiene tres numeros, los quales estan ordenados de tal arte, para que se halle el quarto numero que buscamos” (p. 109). Comienza después a realizar un gran número ejercicios sobre regla de tres sin tiempo y con tiempo relacionados con las ganancias y pérdidas económicas, con las compras y ventas, reducciones de monedas, peso y medidas, reglas cuadradas, salarios, alquileres, etc.

Siguen las reglas de compañía con y sin tiempo relativas a ganancias y pérdidas, tratos con factores, cuestiones militares, tratos con ganado, mezclas de mercancías, testamentos; reglas de baratar mercaderías; los cambios de monedas, precios.

Incluye capítulos sobre monedas antiguas romanas, monedas catalanas, monedas castellanas, pesos y medidas frecuentes entre los médicos, medidas romanas de cosas liquidas, de cosas secas, medidas de cosas liquidas y secas según los áticos, medidas geométricas, físicas.

Sigue con la fineza de oro y plata; finaliza con la falsa posición de la cual dice que “es quando se amuestra la verdad, o por mejor dezir el numero, o la cantidad que buscamos, presuponiendo un falso numero” (p. 212) realizando ejercicios sobre pérdidas económicas, pagos, etc. Y de las dos falsas posiciones para las que incluye dos reglas la consideración de las diferencias y la de más y menos (dependiendo de si el número falso obtenido es mayor o menor que el buscado) que son:



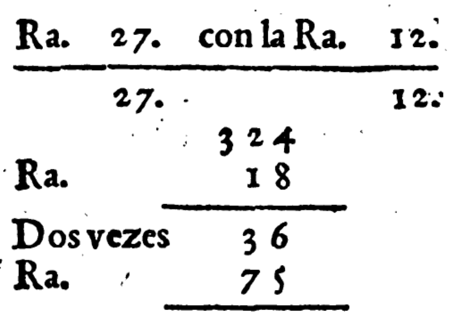
1 Mas y Mas es restar.
2 Menos y Menos es restar.
3 Mas y Menos es sumar.
4 Menos y Mas es sumar.

Figura 209. Reglas de más y menos de las dos falsas posición (Rocha, 1564, p. 215)

El cuarto libro de la aritmética trata el arte mayor, Rocha dice que esta

> [...] está fundada en la cognicion de quatro admirables operaciones. La una se excercita en los numeros Quadrados. La otra en numeros Cubicos. La tercera en los binomios y la quarta en la regla ultima y postrera (dicha vulgarmente) de la Cossa. (p. 223)

Siguiendo este orden comienza con los números cuadrados, explicando los números sordos y los números sordos mediales y cómo sumar (Figura 210), restar, multiplicar y dividir raíces cuadradas.



Ra. 27. con la Ra. 12.
27. 12.
324
Ra. 18
Dos vezes 36
Ra. 75

Figura 210. Suma de raíces cuadradas en la obra de Rocha (1564, p. 226).

Análogamente para las raíces cúbicas, expone cuáles son los números sordos, los números sordos comunicantes y cómo sumar, restar, multiplicar y dividir raíces cúbicas.

Finaliza sus explicaciones sobre raíces tratando como sumar, restar, multiplicar y partir números cuadrados y cúbicos.

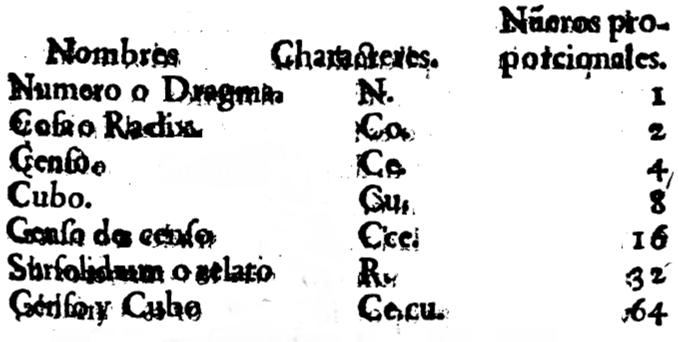
A continuación trata los binomios y residuos diciendo que binomio es “cosa de dos nombres” (p. 240) y añadiendo “los Binomios son juntados de dos cantidades con la diction del Mas, assi los disjunctos [o residuos] son disjuntados con la diction del Menos” (p. 240). Explica como sumar, restar, multiplicar y dividir tanto residuos como binomios, para ello aporta distintas reglas para cada operación por ejemplo para sumar:

> Mas con Mas suma y a la suma pornas Mas. Menos con Menos suma y a la suma pornas Menos. Mas con menos, o Menos con Mas resta la cantidad del mayor, y a lo que quedan pornas el Mas o Menos, qual estuviese con la cantidad mayor del qual has restado el numero menor. (p. 242)

O para multiplicar: “Si multiplicares mas con mas o menos con menos, siempre saldra mas” (p. 244) y “Si multiplicares mas con menos, o menos con mas siempre saldra menos” (p. 245).

Finalmente, incluye como extraer raíces cuadradas y cúbicas de binomios.

Pasa después a la *regla de la cossa*, comienza explicando los caracteres (Figura 211) y como sumarlos, restarlos, multiplicarlos, partirlos y sacar su raíz cuadrada.



Nombres	Charactetes.	Nũeros proporcionales.
Numero o Dragma	N.	1
Cosa o Radix	Co.	2
Censo	Ce.	4
Cubo.	Cu.	8
Censo de censo	Ccei	16
Surfolidum o relato	R.	32
Censo y Cubo	Ce.cu.	64

Figura 211. Algunos de los caracteres incluidos en la obra de Rocha (1564, p. 253).

Pasa después a las igualaciones de las que dice:

> En las yguálaciones son necessarias dos partes: la una la que viniere con la operacion de la cosa con characteres (segun lo que la demanda pide) y la otra, lo que quisieras que viniera, o lo que avia de venir, y la una es ygual a la otra. (pp. 262-263)

Determina seguir a Marco Aurel e incluye ocho igualaciones, cuatro simples y cuatro compuestas. Explica cada una de estas aportando un ejemplo de cada. De la primera dice además que “Por esta primera ygualacion se pueden hazer todas las demandas que por arte menor se pueden alcançar” (p. 264).

Al tratarse de una aritmética con un claro sentido comercial, son varias las monedas, medidas y pesos que incluye.

Por eso motivo se incluyen tablas con las monedas de Aragón, Valencia, Barcelona, Castilla, Perpiñán, Portugal y con los pesos y medidas de Aragón, Valencia, Castilla. Incluso en otra parte de la obra incluye tablas para reducir las monedas castellanas.

La moneda de Aragon.

El ducado vale	22. ſ.	Vn eſcudo	20. ſ.
El florin	16. ſ.	Vna libra	20. ſ.
Vna caſtellana	28. ſ.	Vn real	2. ſ.
Vna dobla	21. ſ.	Vn ſueldo	12. dineros.

La moneda de Valencia.

Vn ducado vale	21. ſ.	Vn real aragones	1. ſ.
Vn florin	15. ſ.	y. 10. dineros.	
Vna caſtellana, y. 4. dineros.	27. ſ.	Vn real de Barcelona	1. ſ. 9. dineros.
Vna dobla	20. ſ.	Vn real valēciano	1. ſ.
Vn real Caſtellano y. 11. dineros.	1. ſ.	y. 6. dineros.	

Moneda de Barcelona.

Vn ducado vale	24. ſ.	Vn real	2. ſ.
Vn florin	17. ſ.	Doze reales es. 1. ducado	
Vna caſtellana	30. ſ.	Vna corona	21. ſ.

La moneda en Nauarra.

El ducado nueuo vale	40. tarjas.
El ducado	46. tarjas.
El florin	33. tarjas.
Vn gros	12. cornados.
Vna tarja.	16. cornados.
Vn real Caſtellano	72. cornados.

La moneda de Caſtilla.

Vn ducado vale	375. marauedis.
Vn florin	265. marauedis.
Vna caſtellana	485. marauedis.
Vna dobla zaena	450. marauedis.
Vna corona	350. marauedis.
Vn real	34. marauedis.
Dos blancas	1. marauedi.

Figura 212. Monedas en algunos reinos (Rocha, 1564, pp. 13-14).

Peſos de Aragon.

La carga es	3. quintales.
El quintal	4. arrouas.
El arroua	36. libras.
La libra	12. onças.
Excepto carne y peſcado que ſon	36. onças.
La onça	4. quartos.
El quarto	4. arienços.
El arienço	32. granos.

Medidas de Aragon.

Vn cahiz tiene	8. hanegas.
Vna hanega	3. quartales.
Vn quartal	4. almudes.
Vn nietro de vino	16. cantaros.
Peſa vn cantaro de vino	28. libras.

Peſos de Caſtilla.

Vn quintal tiene	4. arrouas.
Vna arroua	25. libras.
Vna libra	16. onças.
Vna onça	16. adarmes.

Medidas de Caſtilla.

Vn cahiz tiene	12. hanegas.
Vna carga	4. hanegas.
Vna hanega	12. celemines.
Vn almud	6. celemines.
Vn celemin	4. quartillos.
Vn quartillo	2. ochauillos.
Vna cantara de vino	8. açumbres.
Vna açumbre	4. quartillos.

Peſos de Valencia.

Vna arroua de coſas de valor	30. libras.
Arroua de coſas de poco precio	36. libras.
La libra tiene	12. onças.
Excepto peſcado freſco que tiene	16. onças.

Medidas de Valencia.

Vn cahiz tiene	6. hanegas.
La hanega tiene	2. barceles.
La barcela tiene	4. almudes.
El almud tiene	4. quarterones.

Vn almud de Valencia es dos de Aragon.

Figura 213. Pesos y medidas (Rocha, 1564, pp. 14-15).

Trata también las medidas de longitud: 8 palmos hacen una cana, cuatro palmos 1 vara, cuatro *quartos* un palmo. 6 *alnas* de Valencia son 7 codos de Aragón y 12 codos de Aragón son 11 varas en Castilla. En otros ejercicios menciona las leguas y las millas.

Incluye capítulos sobre antiguas monedas romanas por ejemplo el As (que vale 12 onzas) y sus partes, el denario (valía 10 ases), *drachma* (21 dineros); monedas griegas por ejemplo la mina y el talento, monedas catalanas. Presenta también medidas romanas y áticas de cosas liquidas y secas e incluso medidas geométricas y físicas, entre las que incluye medidas del tiempo: año, mes, día, hora, minuto, segundo, etc.

También incluye pesos para el oro y la plata:

¶Diuiſion del Marco en Cathaluña.

Vn Marco tiene	8	Onças.
Vna Onça tiene	4	Quartos.
Vna Quarta peſa	4	Arienços.
Vn Arienço peſa	32	Granos.

¶Diuiſion comun y mejor para eſte effecto.

Vn Marco tiene	8	Onças.
Vna Onça peſa	24	Dineros.
Vn Dinero peſa	24	Granos.
Vn Grano peſa	24	Gorobias.
Vna Gorobia peſa	24	Pelletes.
Vn Pellete tiene	24	Millenemos.

Figura 214. Pesos para el oro y la plata (Rocha, 1564, p. 203).

4.8.4. Análisis didáctico

4.8.4.1. Sistemas de representación

La obra de Rocha incluye los siguientes sistemas de representación:

- **Verbal:** Los conceptos, sus propiedades, los procedimientos, etc. se explican a través de las palabras.

3 · La tercera ygualacion es, quando ſe ygualaren dos cantidades, characteres, o differencias de numeros, y faltaren dos cantidades equidiſtantes entremedio delas dos (como ſi cu. ſe ygualaſſe a nu. entre los quales falta la co. y el ce.) partiras la menor por la mayor, y la ra. cu. del quotiente ſera el valor dela co. y reſpueſta.

Figura 215. Representación verbal en la obra de Rocha (1564, p. 265).

- **Numérico:** En las obra se utilizan números, rayas y símbolos para presentar diferentes operaciones, ejercicios, ejemplos, etc.

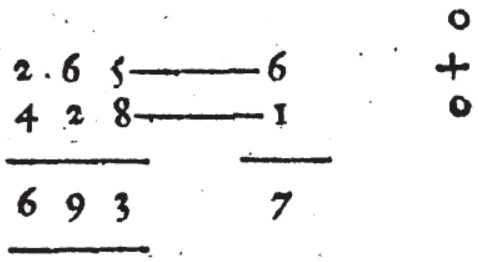
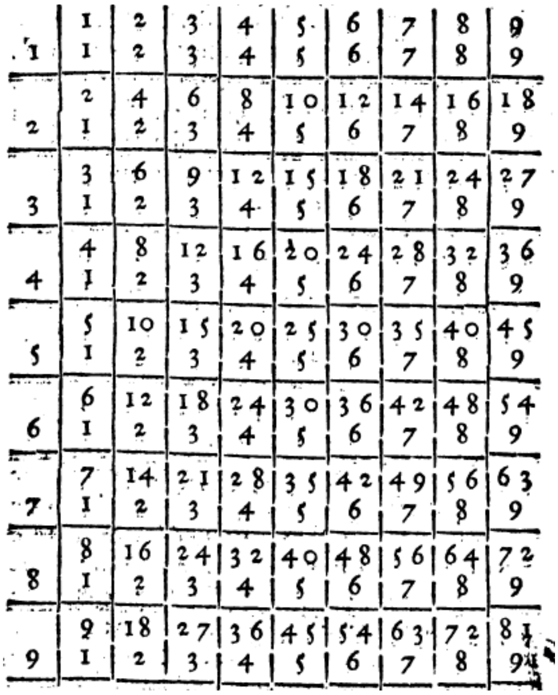


Figura 216. Representación numérica (Rocha, 1564, p. 45).

- **Gráfico:** Junto con los sistemas de representación verbal y numérico, pueden incluirse también representaciones gráficas de tipo tabular, geométrico, esquemas, figural o mixto.

a) Tabular: Se recurre a las tablas y esquemas, para agrupar los contenidos y favorecer así la comprensión del texto por parte del lector. En concreto las tablas aparecen con bastante frecuencia en la obra y son tablas de multiplicar, de raíces cuadradas, de monedas, pesos y medidas…



1	1 1	2 2	3 3	4 4	5 5	6 6	7 7	8 8	9 9
2	2 1	4 2	6 3	8 4	10 5	12 6	14 7	16 8	18 9
3	3 1	6 2	9 3	12 4	15 5	18 6	21 7	24 8	27 9
4	4 1	8 2	12 3	16 4	20 5	24 6	28 7	32 8	36 9
5	5 1	10 2	15 3	20 4	25 5	30 6	35 7	40 8	45 9
6	6 1	12 2	18 3	24 4	30 5	36 6	42 7	48 8	54 9
7	7 1	14 2	21 3	28 4	35 5	42 6	49 7	56 8	63 9
8	8 1	16 2	24 3	32 4	40 5	48 6	56 7	64 8	72 9
9	9 1	18 2	27 3	36 4	45 5	54 6	63 7	72 8	81 9

Figura 217. Tabla de multiplicar (Rocha, 1564, p. 28).

b) Esquema: Aparece un único esquema relativo a las especies de números considerados en la aritmética contemplativa (Figura 199).

c) Geométrico: Se incluyen una única gráficas geométricas representando un cuadrado para relacionarlo con la extracción de raíces cuadradas.

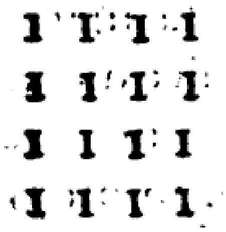


Figura 218. Representación geométrica en la obra de Rocha (1564, p. 79).

d) Mixto: En las gráficas mixtas se combinan números con líneas, figuras, corchetes, etc.

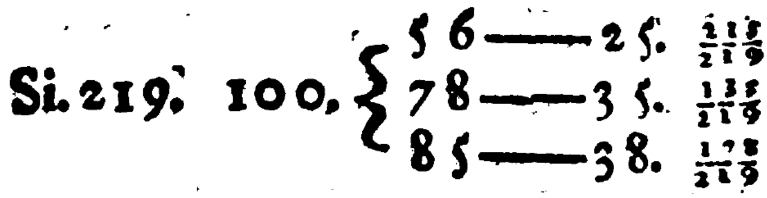


Figura 219. Representación mixta (Rocha, 1564, p. 140).

4.8.4.2. Análisis fenomenológico

Los fenómenos incluidos en la obra se han clasificado en:

1. Fenómenos relacionados con la actividad comercial y los negocios:
Entre los que se incluyen:

- **Fenómenos contables**: Se presentan situaciones en las que se debe determinar una ganancia o una pérdida económica.

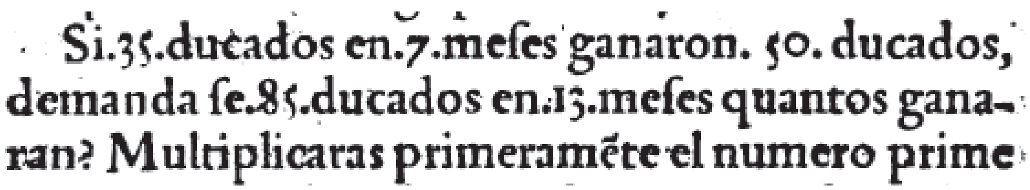

Si.35.ducados en.7.meſes ganaron. 50. ducados, demanda ſe.85.ducados en.13.meſes quantos gana-ran? Multiplicaras primeramẽte el numero prime

Figura 220. Fenómeno contable en la obra de Rocha (1564, p. 116).

- **Fenómenos comerciales:** Se plantean contextos de compra y venta de objetos, animales, etc.

Si $\frac{3}{4}$ de vna cana ſe venden a $\frac{2}{3}$ de ducado, por quanto ſe venderan $\frac{5}{6}$ de vna cana? multiplica los $\frac{5}{6}$

Figura 221. Fenómeno comercial (Rocha, 1564, p. 115).

- **Fenómenos de repartos:** Estas situaciones requieren de la distribución equitativa de objetos o ganancias, o del uso de la regla de compañía para distribuir la rentabilidad de un depósito o negocio.

Dos han hecho compañia, el vno puſo. 500. ducados, el otro. 300. ducados, demanda ſe que parte de ganancia ha de tomar cada vno, ſegun la cantidad que ha pueſto: ya vees que. 500. y. 300. duca

Figura 222. Regla de la compañía (Rocha, 1564, p. 141).

- **Fenómenos salariales o de pagos:** en general se utilizan para aplicar reglas de tres o de falsa posición con salarios, alquileres, rentas y otros pagos como excusa para su uso.

Vn ſeñor toma vn criado a. 36. libras por año, y vna capa, el qual no le ha ſeruido ſino. 8. meſes, por los quales le lleuo. 20. libras y la capa por por ſu ſalario: demando quãto valia la capa? El ſeñor ſe que

Figura 223. Fenómeno salarial en la obra de Rocha (1564, p. 129).

- **Fenómenos de aleaciones:** El autor presenta ejemplos de aleaciones y ligaduras entre metales según diversas especificaciones dadas.

Tiene vno. 10. libras de plata de. 7. dine. de ley, y tiene tambien. 20. lib. de plata de. 5. dineros de ley, y aun tiene. 30. lib. de. 3. dine. de ley, quiere hazer vna maſſa de. 2. dineros de ley, diminuyẽdo la liga de la plata: demandaſe quantas libras de alambre tiene de ayuntar? Multiplicaras la fineza de cada ſuerte

Figura 224. Fenómeno de aleaciones (Rocha, 1564, p. 207).

2. Fenómenos relacionados con la medida

- **Fenómenos de medida:** Se incluyen aquellos problemas en los que se hallan longitudes de objetos, distancias o recorridos, también los relacionados con la medida del tiempo.

Eſte otro exemplo tambien quiero poner en la
rayz quadrada. Es vn muro de.30.pies de alto,
ha ſe de poner vna eſcala enel de.35. pies de lar-
go, de tal ſuerte que la extremidad dela eſcala to
que la ſumidad del muro, demãdo quantos pies
ha de ſer apartado el pie dela eſcala del muro:

Figura 225. Fenómeno de medida en el texto de Rocha (1564, p. 94).

3. Fenómenos de cambios monetarios, de medidas o pesos: Se plantean situaciones de equivalencias entre monedas de diversas regiones y países, o en los que se deba encontrar la equivalencia entre determinadas medidas o pesos utilizados en regiones geográficas diferentes.

Es vno que deſſea ſaber. 264. ſueldos de Perpi
ñan quantos ſon de Barcelona. Ya ſabes por el ca-

Figura 226. Cambio monetario en la obra de Rocha (1564, p. 126).

4. Fenómenos matemáticos

- **Fenómenos aritméticos:** Se trata de problemas asociados con operaciones con números y sin contexto.

Por que numero ſe hã de multiplicar.9.porque
ſe hagan. 36 ? Parte.36.por.9.y ſaldran.4. Nume
ro buſcado.

Figura 227. Fenómeno aritmético (Rocha, 1564, p. 71).

- **Fenómenos algebraicos:** Se tratan contenidos algebraicos no relacionados con ninguna otra situación.

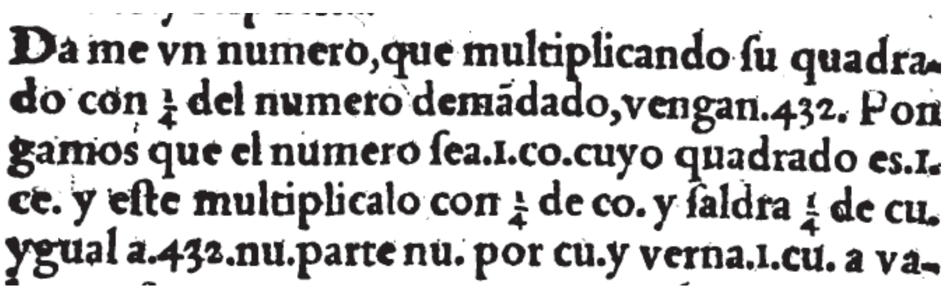

Da me vn numero,que multiplicando ſu quadra-
do con ¼ del numero demãdado,vengan.432. Pon
gamos que el numero ſea.1.co.cuyo quadrado es.1.
ce. y eſte multiplicalo con ¼ de co. y ſaldra ¼ de cu.
ygual a.432.nu.parte nu. por cu.y verna.1.cu. a va-

Figura 228. Fenómeno algebraico (Rocha, 1564, p. 265).

- **Fenómenos geométricos:** El autor recurre a ellos cuando establece relaciones entre las raíces cuadradas y la geometría.

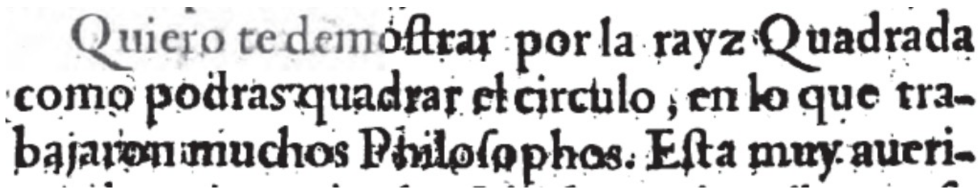

Quiero te demoſtrar por la rayz Quadrada
como podras quadrar el circulo, en lo que tra-
bajaron muchos Philoſophos. Eſta muy aueri-

Figura 229. Ejemplo geométrico en la obra de Rocha (1564, p. 93).

4.8.4.3. Aspectos didácticos

Siguiendo los aspectos didácticos considerados se ha hallado:

- **Actualidad:** Los contenidos de esta obra sí se ha considerado sus contenidos como actuales, debido principalmente a la inclusión del álgebra que mostraba el interés del autor por incluir contenidos más avanzados teniendo en cuenta la situación de las matemáticas en la España del siglo XVI.

- **Originalidad:** Los contenidos no son originales, el autor dice que la obra es una compilación de otras obras y lo deja claro a lo largo de todo el texto donde las referencias a otros autores son numerosas.

- **Rigor y precisión:** Se presentan en la obra ciertos inicios de rigor teniendo en cuenta la época, aparecen definiciones de los conceptos, se incluyen reglas generales, etc.

- **Interés social:** El interés social de las matemáticas es clave en la obra de Antich Rocha, de hecho este dice que quiere que su obra sirva para cualquier profesional por eso incluye una serie de contenidos básicos.

- **Revisión y síntesis:** La principal característica de la obra es que es una revisión y síntesis de otros autores previos, si bien probablemente no todos los que el autor dice en su obra, pero sí un considerable número de ellos.
- **Aplicaciones:** Pese a que el autor dice que la obra servirá para diversos oficios, la principal aplicación de esta es la enseñanza de contenidos para el comercio.

Entre los consejos que aporta el autor para el aprendizaje destaca la importancia del orden a la hora de estudiar, de hecho ya en el prólogo advierte de la confusión que se genera en todas las cosas si no se guarda el debido orden e incluye el orden para estudiar aritmética que él considera oportuno. A lo largo de la obra reafirma está opinión en varias ocasiones.

4.8.5. Conclusiones

Rocha elaboró una obra cuyo objetivo era ser útil para distintos profesionales, motivado quizás por su propia profesión cómo médico; si bien sus contenidos no aportan nada nuevo al panorama matemático de la época, ni quiera en España, la obra de Antich Rocha sí posee una serie de características destacadas. Por un lado en ella recopila un gran número de autores de los que extrae contenidos incluyendo incluso referencias específicas como por ejemplo consultar a Lucas de Burgo si se quieren más ejemplos de progresiones.

Por otra lado, pese a tratarse de la traducción de una obra extranjera previa, Rocha incluyó un Compendio que durante muchos años fue considerado una de las primeras obras de contabilidad en España. Además, aun habiéndolo tomado de Marco Aurel, Rocha incluye contenidos algebraicos convirtiéndose en una de las primeras obras de este siglo que los incluían.

La obra de Rocha pese a no aportar contenidos originales y mantener un enfoque centrado en la aritmética práctica utilizada fundamentalmente para el mundo mercantil, sí se diferencia de otras previas por su recopilación de autores, contenidos algebraicos y por su compendio sobre contabilidad, que pese a tratarse de una traducción sí introdujo en España contenidos novedosos. La siguiente tabla presenta un resumen de los aspectos analizados de la obra.

Tabla 15. Tabla resumen de la obra de Rocha (1564).

	ANTICH ROCHA	
Definición de aritmética.	SÍ: *ciencia que nos enseña bien contar*	
Noción de número o de cantidad.	Número: *collection, o por mejor dezir un ayuntamiento, y una forma ordenada de unidades*	
Operaciones elementales.	SÍ	
Definición de quebrados y operaciones.	SÍ: *una distribucion de alguna parte o partes del entero*	
Noción de proporción y ejercicios sobre regla de tres, etc.	SÍ: *comparación y respecto de dos cantidades de un mismo genero* También se incluyen ejercicios sobre las reglas.	
Otros contenidos recogidos en la obra	Progresiones, raíces cuadradas y cúbicas, binomios.	
Ideas sobre geometría.	SÍ, relacionada con las raíces cuadradas	
Ideas sobre álgebra.	SÍ	
Monedas, pesos y medidas.	SÍ	
Representaciones verbales.	SÍ	
Representaciones numéricas.	SÍ	
Representaciones gráficas.	Tablas.	SÍ
	Figuras.	NO
	Representaciones geométricas.	SÍ
	Esquemas.	SÍ
	Mixtas	SÍ
Fenómenos contables.	SÍ	
Fenómenos comerciales.	SÍ	
Fenómenos de repartos.	SÍ	
Fenómenos de aleaciones.	SÍ	
Fenómenos salariales.	SÍ	
Fenómenos de medida.	SÍ	
Fenómenos de agrimensura.	NO	
Fenómenos de cambios monetarios.	SÍ	
Fenómenos lúdicos.	NO	
Fenómenos aritméticos.	SÍ	
Fenómenos algebraicos.	SI	
Fenómenos geométricos.	SÍ	
Actualidad.	SÍ	
Originalidad.	NO	
Rigor y precisión.	SÍ	
Interés social.	SÍ	
Revisión o síntesis de los contenidos matemáticos conocidos.	SÍ	
Destaca en algunas aplicaciones.	SÍ: comercio	

4.9. *LIBRO DE ALGEBRA EN ARITHMETICA Y GEOMETRIA (1567)*

4.9.1. El autor: Pedro Núñez

Pedro Núñez Salaciense (en portugués Pedro Nunes) fue un matemático y cosmógrafo portugués. De origen judíoa, Pedro Núñez nació en la ciudad portuguesa de Alcácer do Sal en el año 1502 y murió en Coímbra el 11 de agosto de 1578 (Massa, 2010; Meavilla y Oller, 2014b; Paradís y Malet, 1989; Picatoste, 1891; Rey, 1926). Estudió lenguas, filosofía y medicina en la Universidad de Lisboa, doctorándose en esta última facultad. Pasó más tarde a la Universidad de Salamanca para completar sus estudios (Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana, 1919; Rey, 1926).

Figura 230. Retrato de Pedro Núñez en la revista O Panorama (1843, p. 28).

Hacia el año 1519 se trasladó a las Indias orientales donde desempeñó el cargo de inspector de Aduanas, volvió a Europa llamado por Juan III, que le nombró Cosmógrafo real del reino de Portugal (el 16 de noviembre de 1529) y el 4 de diciembre del mismo año obtuvo una cátedra de Filosofía Moral en la Universidad de Lisboa (Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana, 1919; Meavilla y Oller, 2014b; Rey, 1926). Explicó la cátedra de Filosofía entre 1530 y 1533 (Picatoste, 1891). Hacia 1538 fue a Salamanca donde estuvo hasta 1544 (Rey, 1926), allí fue profesor de matemáticas durante 6 años (Paradís y Malet, 1989). El 16 de octubre de 1544 se creó para él la primera cátedra en la universidad de Coímbra de matemáticas trascendentes, que ocupó hasta 1562, año en el que se jubiló por su avanzada edad (70 años) (Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana, 1919; Picatoste, 1891). Durante este periodo tuvo como discípulo al matemático Christopher Clavius que sería después un personaje clave en la reforma del calendario (Paradís y Malet, 1989).

Fue también preceptor de los infantes don Luis y don Enrique, hermanos del rey, al que según parece, también impartió lecciones. Desde 1562 vivió apaciblemente en la corte gozando de la consideración general (Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana, 1919).

Núñez sobresalió en las matemáticas y en sus aplicaciones, tanto por sus grandes conocimientos como por el ingenio que demostró en la perfección de los métodos y en la resolución de los problemas, pero no solo destacó en esta ciencia, sino en otras muchas ramas del saber (Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana, 1919; Picatoste, 1891).

Rey (1926) considera que aunque no contribuyó al desarrollo de las matemáticas en el mismo grado que otros matemáticos de la época, probablemente porque sus principales investigaciones se centraron en la cosmografía y el arte de la navegación, sí enriqueció la matemáticas con varias aportes interesantes.

Entre sus más relevantes descubrimientos y avances en matemáticas y sus aplicaciones, está la invención de un instrumento al que dio su nombre, el nonius, para la medición exacta de fracciones con lo que facilitó las observaciones astronómicas, pues hasta ese momento resultaba casi imposible alcanzar con instrumentos pequeños las mínimas subdivisiones. Inventó también un método de círculos concéntricos, por el cual se conseguía obtener divisiones pequeñísimas (Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana, 1919; Picatoste, 1891, Rey, 1926).

Realizó un descubrimiento geográfico, estrechamente relacionado con la geometría, las curvas loxodrómicas. En concreto, en la época se creía que marchando sobre la superficie de la tierra con rumbo fijo, es decir, formando un ángulo constante con la meridiana, la línea recorrida era un círculo máximo. Esto significa que un navío que siguiese este recorrido daría la vuelta al mundo y volvería al punto de partida. Sin embargo, Pedro Núñez señaló la falsedad de este concepto al demostrar que la curva recorrida se va acercando al polo, alrededor del cual da infinitas vueltas sin llegar nunca a él, dicho en lenguaje técnico, tiene el polo por punto asintótico. Se trata de un descubrimiento muy relevante en la época pues tuvo una gran influencia en el perfeccionamiento de las cartas de navegar. Enseño un nuevo método de determinar latitudes por medio de dos alturas del sol y del azimut; resolvió el problema del menor crepúsculo y corrigió, perfeccionó é ilustró un gran número de teorías y problemas de menor importancia, refutando las obras de Pedro Apiano, de Jacobo Tiegler y de Tartaglia. Comentó las teorías de los planetas de Purbachio y anotó la mecánica de Aristóteles, estudiando los movimientos de un buque de remos (Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana, 1919; Picatoste, 1891, Rey, 1926).

Demostró también los errores en que había incurrido el francés Oroncio Fineo, catedrático de la Universidad de París y una de las figuras culminantes de Francia al comienzo del siglo XVI, que pretendía haber resuelto problemas insolubles de matemáticas como la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo, etc., refutando también su retrogradación de la sombra en los cuadrantes solares (Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana, 1919; Picatoste, 1891; Rey, 1926).

Núñez cultivo también la poesía y dejo sonetos muy estimables (Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana, 1919).

En su labor cómo docente, fue maestro de muchos y destacados matemáticos, entre ellos Nicolás Coelho de Amaral, que le sucedió en su cátedra; Manuel de Figueiredo, cosmógrafo mayor de Portugal y el célebre Juan de Castro, virrey de la India (Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana, 1919).

Pedro Núñez es autor de un gran número de obras en distintos campos como la geografía, astronomía, navegación, álgebra, etc. Todas sus obras, salvo dos, fueron publicadas en latín, siendo el autor denominado Petrus Nonius (Paradís y Malet, 1989).

Picatoste (1891) considera a Núñez uno de los primeros matemáticos del siglo XVI y además uno de los que más trabajaron por el progreso de todas las ciencias tanto en la teoría como en la práctica.

4.9.2. La obra: Aspectos generales

El título completo de la obra es *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria* fue escrito por Pedro Núñez y publicado en *Anvers* (Amberes) en casa de los *herederos d'Arnoldo Birckman a la Gallina gorda* en 1567. Aparece otra edición publicada en el mismo año también en Amberes pero en este caso por Viuda y Herederos de Juan Stelsio. Picatoste (1891) dice que el formato de la obra era en 8ª.


LIBRO
DE ALGEBRA
EN ARITHMETICA
Y GEOMETRIA.
Compueſto por el Doctor Pedro Nuñez, Coſmographo Mayor del Rey de Portugal, y Cathedratico Iubilado en la Cathedra de Mathematicas en la Vniuerſidad de Coymbra.
EN ANVERS.
En caſa de los herederos d'Arnoldo Birckman a la Gallina gorda.
1567.
CON PRIVILEGIO REAL.

LIBRO
DE ALGEBRA
EN ARITHMETICA
Y GEOMETRIA.
Compueſto por el Doctor Pedro Nuñez, Coſmographo Mayor del Rey de Portugal, y Cathedratico Iubilado en la Cathedra de Mathematicas en la Vniuerſidad de Coymbra.
EN ANVERS.
En caſa de la Biuda y herederos de Iuan Stelſio.
1567.
CON PRIVILEGIO REAL.

Figura 231. Portadas de las obra de Pedro Núñez.

El libro va dedicado al infante portugués Don Enrique. A lo largo de la carta, escrita en portugués, que dirige el autor al infante, expresa que escribió la obra 30 años antes y en portugués pero que por haber estado muy ocupado no pudo publicarla antes. Además, decidió publicarla en castellano, por tratarse según sus palabras de una lengua más común en toda España, como la carta está fechada el 1 de diciembre de 1564, se podría suponer que Pedro Núñez comenzó a escribir esta aritmética sobre al año 1534.

Además, en un momento de su obra habla del "libro que compusimos de los yerros de Oronocio fineo" (p. 242) que fue publicado en 1546 por tanto parece que al escribir esta parte ya había realizado dicha obra. En otra ocasión dice "Pero en este caso muy mas facilmente podremos conoscer el diametro por la arte que traemos en el capitulo 20 del segundo libro *De ratione navigandi"* (p. 311) que puede referirse a su libro de navegación publicado en 1566.

La aritmética consta de 341 hojas de contenidos, divididas en tres partes principales. La primera consta de 6 capítulos sobre álgebra, reglas de resolución, y los distintos tipos de ecuaciones. La segunda parte principal consta de tres partes. En la primera hay 11 capítulos que tratan sobre dignidades y operaciones con ellas, y quebrados con segunda intención y sus operaciones; la segunda parte consta de 12 capítulos sobre las raíces y en la última se estudian las proporciones a través de 15 capítulos. La tercera parte principal es la más extensa de la obra y consta de 7 capítulos que tratan sobre reglas de resolución de ecuaciones, 110 ejemplos sobre la práctica del álgebra en casos aritméticos y 77 sobre la práctica del álgebra en casos geométricos. El libro finaliza con una carta a los lectores comentando las obras de álgebra que han llegado a España: la de Fray Lucas de Burgo, Cardano y de forma detallada la de Tartaglia. Esta carta fue probablemente redactada en el momento de publicación (Paradís y Malet, 1989).

La intención del autor es que la obra favorezca el conocimiento del álgebra para que esta sea de utilidad en los negocios. Además, Pedro Núñez dice de su obra: “no es nuestra intencion escrevir para los doctos, los quales de nuestra escriptura no ternan necessidad” (p. 46). Lo cual parece implicar que escribió su obra para que cualquier persona con no demasiados conocimientos matemáticos pudiera entenderla.

El autor hace referencia en el prólogo a Euclides, Arquímedes, Gebre, Juan de Monteregio, Diophanto, Lucas de Burgo (al que critica diciendo que escribió una obra tan oscuramente y sin método que 60 años después de ser impresa en España hay muy pocos que conozcan el álgebra).

En los contenidos menciona a figuras de diferentes períodos, entre los clásicos el más destacado es Euclides en cuyas proposiciones basa un gran número de explicaciones y demostraciones que incluye en la obra, pero no es el único autor al que menciona también a Aristóteles por ejemplo para hablar del número, a Arquímedes, a Pitágoras, Menelao, Ptolomeo, Theon, Eutocio Ascalonita e incluso habla sobre los geómetras antiguos más excelentes Architas, Platón, Eratostenes, Eudoxo, Apolonio Pergeo, Hiero, Diocles, Phylopono, Pappo, Nicomedes y otros que trabajaron para hallar dos líneas medias proporcionales pero no lo lograron. Incluye también contenidos o demostraciones de Jordano y Campano.

Dentro de los autores más cercanos a su tiempo, incluye según sus palabras un ejemplo similar a uno propuesto por Fray Lucas en su *Arithmetica,* pero sobre todo corrige sus errores y critica el hecho de que algunas partes de su obra están tan oscuramente explicadas que no se podrán entender por todos. Estas críticas no se reducen sólo a Fray Lucas si no que también considera que Cardano cometió diversos errores en su obra e diciendo sobre esta que aunque al principio tuvo más orden que Fray Lucas después escribió confusamente e incluso dice que su libro de Álgebra es un caos. En un principio, parece que Tartaglia sale mejor parado pues dice de su obra está más ordenada y clara, aunque de nuevo crítica que remita a los lectores a otros libros suyos y que presupone algunas reglas que no fueron demostradas y que no se hallan en Euclides. Además Pedro Núñez comenta algunos contenidos de la obra de Tartaglia. Menciona también en varias ocasiones el libro que él escribió sobre los errores de Oroncio Fineo, junto a otros autores como Juan de Monteregio y su libro sobre triángulos, Zamberto, Georgio Valla o Jacobo Pelletario e incluye también a traductores de obras como Victor Fausto o Marsilio Ficino que según el cometió un error en su comentario sobre la obra de Platón.

Además, comenta el enfrentamiento entre Tartaglia y Cardano sobre la regla para resolver cuando "cosa y cubo son yguales a numero" (p. 334) y la disputa entre Antonio María Florido Veneciano, discípulo de Scipio Ferreo Bononiense y Tartaglia y también comenta una conversación entre Ricardo Ventuorthe y Tartaglia.

Puig y Fernández (2013) consideran esta obra de Núñez el mejor de todos los libros de álgebra que se publican en español en el siglo XVI, considerándolo muy diferente de la obras de Marco Aurel. En este sentido, también Rey (1926) sostiene que la obra de Pedro Núñez es muy distinta de las obras de Aurel, Pérez de Moya, Tolrá o Rocha. En concreto, en las obras de Aurel, Pérez de Moya o Rocha el álgebra incluida se reduce a un capítulo de la aritmética dedicado casi exclusivamente a la regla de la cosa aplicada a diversas igualaciones simples y compuestas, sin embargo esto cambia en la obra de Núñez. En ella el álgebra aparece de forma autónoma, con un estudio completo de las operaciones algebraicas e incluyendo la demostración geométrica de las reglas como en la *Summa* de Burgo. La obra de Núñez carece sin embargo de las notaciones modernas de la obra de Aurel.

Massa (2010) se suma a estas afirmaciones y destaca que la obra comienza con las igualaciones, no incluye los habituales capítulos sobre áritmética y sin embargo sí presenta un detallado capítulo sobre proporciones que no se encuentra en ninguna otra de las aritméticas. Además, presenta justificaciones geométricas de los contenidos y resuelve sistemáticamente problemas geométricos con procedimientos algebraicos. Por lo tanto concluye que estas aritméticas españolas no ejercieron una influencia relevante sobre Núñez a la hora de componer su obra.

Paradís y Malet (1989) respaldan están afirmaciones diciendo que aunque los contenidos del libro se habían quedado obsoletos en la fecha de su publicación, desde el punto de vista de la orientación, la metodología y la forma de tratar puntos delicados del nuevo saber algebraico, la obra se encuadra más adecuadamente en el contexto conceptualmente más desarrollado del último tercio del siglo XVI. Probablemente por este motivo, Stevin cita a Núñez como uno de sus predecesores en la teoría de ecuaciones junto a Cardano, Stifel y Bombelli.

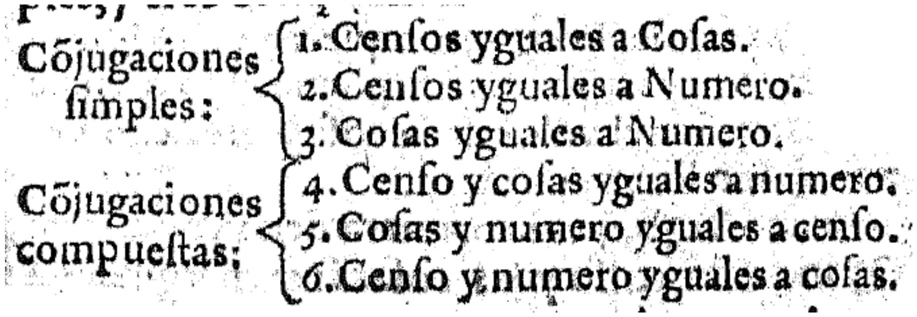
Destacan su tratamiento del álgebra, sobre todo considerando que esta obra fue escrita en los años 30, momento en el que el álgebra no tenía aún entidad propia y era incluida como un capítulo de la aritmética. Núñez la concede dicha entidad, desarrollando una *teoría* de ecuaciones y una *teoría* de las operaciones polinómicas y situando aparte las aplicaciones del álgebra a la resolución de problemas (Paradís y Malet, 1989).

Otro aspecto destacado por Paradís y Malet (1989) de la obra son las sucesivas demostraciones que incluye tanto de las reglas de resolución de ecuaciones cómo de las propiedades de las operaciones con dignidades, las operaciones con raíces y fracciones algebraicas. También considera interesante su propuesta para la notación de raíces y llamativo que tratase con una cantidad imaginaria, que obtiene al conservar las reglas algebraicas, lo que posiblemente le convierte en un innovador.

4.9.3. Análisis del contenido matemático

La obra comienza diciendo que “En este Arte de Algebra el fin que se pretende, es manifestar la quantidad ignota. El medio que usamos para alcançar este fin, es ygualdad” (p. 1). Las principales cantidades a las que se procura esta igualdad son tres: número, coa y censo. Define a su vez número para esta arte como: “qualquiera cantidad, quando la entendemos compuesta de unidades, o sea numero entero, o sea quebrado, o sea Raiz, aunque sea sorda” (p. 1).

Considera las siguientes seis igualaciones:



Cõjugaciones simples:
1. Censos yguales a Cosas.
2. Censos yguales a Numero.
3. Cosas yguales a Numero.

Cõjugaciones compuestas:
4. Censo y cosas yguales a numero.
5. Cosas y numero yguales a censo.
6. Censo y numero yguales a cosas.

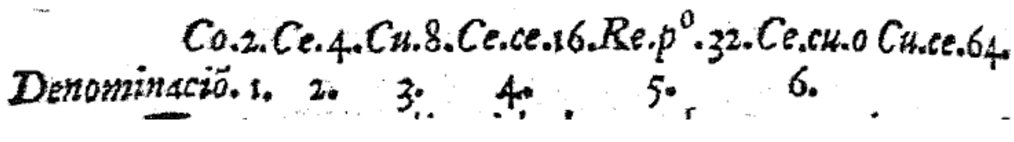
Figura 232. Conjugaciones de las igualaciones según Pedro Nuñez (1567, p. 1).

Explica la regla correspondiente a cada una de estas conjugaciones realizando ejemplos y diversos problemas. Después demuestra estas reglas a través de la geometría.

El autor incluye varios casos en los que según su consideración, la resolución de la igualación sea imposible. También realiza un aviso sobre porqué al multiplicar dos quebrados iguales se obtiene un quebrado menor.

La segunda parte de la obra se divide a su vez en tres partes: una sobre el algoritmo de las dignidades, otra sobre raíces y una tercera sobre proporciones (aunque este concepto ya se había mencionado previamente).

Explica cuales son las dignidades (cosa, censo, cubo, censo de censo, etc.) y su denominación (Figura 233).



	Co.2.	Ce.4.	Cu.8.	Ce.ce.16.	Re.p°.32.	Ce.cu.o Cu.ce.64.
Denominaciõ.	1.	2.	3.	4.	5.	6.

Figura 233. Dignidades y su denominación en la obra de Núñez (1567, p. 24).

Explica cómo sumar, disminuir, multiplicar y partir dignidades. Entre los avisos que realiza dice que “La palabra mas se escribe assi p. y la palabra menos assi m.” (p. 25).

A la hora de multiplicar explica que: “mas multiplicado por mas, haze mas. Y menos multiplicado por menos, tambien haze mas. Pero mas por menos, o menos por mas, hazen menos.” (p. 28), estas mismas reglas las expone al partir. Añadiendo que multiplicar un número por otro como: "sumarlo tantas vezes, quantas son las unidades del otro" (p. 29).

Pasa después a las operaciones con quebrados, pero como el autor indica:

> No tratamos de los quebrados de primera intencion, los quales tienen numero por denominador, como son ½, 1/3, ¼, y quales quier otro que son referidos a numero en quanto numero. Mas nuesto proposito es determinar de los quebrados de segunda intencion, los quales tienen por denominador co. ce. cu. O otra alguna dignidad. (p. 34)

Primero explica como reducir quebrados a una misma denominación, después como abreviar quebrados, sumar, disminuir, multiplicar y partir quebrados.

La segunda parte de esta segunda parte de la obra trata de las raíces. Define raíz cuadrada como: "un numero que multiplicado por si mismo haze otro numero, el qual por essa causa se llama quadrado" (p. 43). Añade: "Y porque todo numero puede ser multiplicado por si mismo, sera por esta causa todo numero raiz quadrada de otro numero, el qual se representa en forma quadrada. Pero no tiene todo numero raiz quadrada perfecta y puntual" (p. 43).

Análogamente define raíz cúbica, raíz cuarta, quinta, etc. y raíz compuesta ligada o universal. Después explica cómo reducir raíces a una misma denominación, multiplicar raíces, sumar las raíces, disminuir raíces, repartir en raíces. Incluye una demostración para cada una de estas reglas.

Además al realizar un ejemplo de lo que el autor llama repartir en raíces, obtiene una raíz negativa con la que el autor continúa operando:

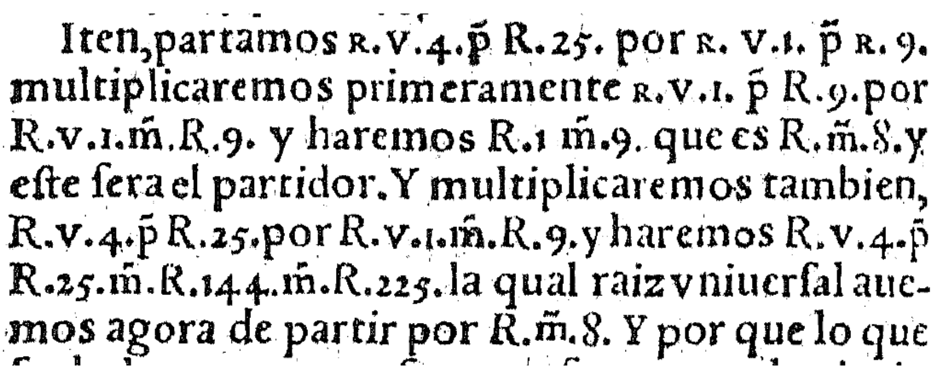

Iten, partamos R.v.4.p̃ R.25. por R. v.1. p̃ R.9. multiplicaremos primeramente R.v.1. p̃ R.9. por R.v.1.m̃.R.9. y haremos R.1 m̃.9. que es R.m̃.8. y eſte ſera el partidor. Y multiplicaremos tambien, R.v.4.p̃ R.25. por R.v.1.m̃.R.9. y haremos R.v.4.p̃ R.25.m̃.R.144.m̃.R.225. la qual raiz vniuerſal auemos agora de partir por R.m̃.8. Y por que lo que

Figura 234. Raíz de un número negativo en la obra de Núñez (1567, p. 61).

Una vez realizada la operación utilizando la raíz cuadrada de un número negativo dice:

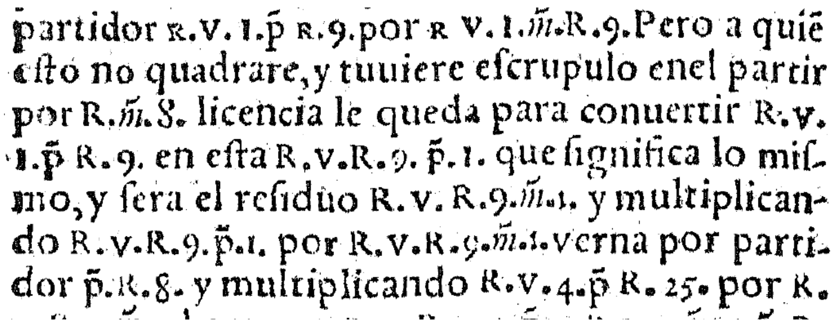

partidor R.v.1.p̃ R.9.por R v.1.m̃.R.9.Pero a quiẽ
eſto no quadrare, y tuuiere eſcrupulo enel partir
por R.m̃.8. licencia le queda para conuertir R.v.
1.p̃ R.9. en eſta R.v.R.9. p̃.1. que ſignifica lo miſ-
mo, y ſera el reſiduo R.v. R.9.m̃.1. y multiplican-
do R.v.R.9.p̃.1. por R.v.R.9.m̃.1. verna por parti-
dor p̃.R.8. y multiplicando R.v.4.p̃ R.25. por R.

Figura 235. Explicación sobre la raíz cuadrada de un número negativo (1567, p. 62).

Finalmente añade “Y quesimos obrar por aquel modo, para que sepamos, que siempre viene lo mismo. Pero mas inteligible es, la menor quantidad del reciso ser declarada por menos” (p. 62).

La tercera parte trata las proporciones, el propio autor dice que en la demostración de muchas reglas ha usado la proporción, pero que este capítulo se puede colocar en cualquier lugar del libro: “porque totalmente es independiente de lo passado, excepto en algunos exemplos que hazemos para declaracion” (p. 66).

Define proporción como “el respecto o comparacion que ha entre dos quantidades de una misma naturaleza, quando son comparadas en la quantidad” (p. 66). Añadiendo:

> Para que aya proporcion entre dos quantidades, no basta lo que diximos ser necessario que la menor de las dos quantidades siendo multiplicada pueda exceder la mayor, mas allende desso conviene, que la differencia dellas siendo multiplicada, puede exceder la menor. (p. 66)

Divide la proporción en dos géneros: de igualdad y de desigualdad. A su vez divide la proporción de desigualdad en racional e irracional, y a su vez la racional en distintos géneros. Habla también de la proporción aritmética y de la geométrica. Incluye cómo comparar proporciones y cómo componer posiciones. De cara a explicar estos contenidos incluye varias definiciones de cantidades comunicantes, *parte aliquota*, etc.

Incluye dentro de sus explicaciones sobre proporciones un apartado titulado: “Por el noto conoscer lo ignoto en las Proporciones” (p. 99) que comienza diciendo: “De las 4 quantidades proporcionales, siendo conoscidas las 3, hallamos la quarta por Regla de 3” (p. 99). Incluye además algunos ejemplos sobre esta regla y dice que su fundamento es “la proporcion compuesta porque si de a. para b. fuere como de c. para d. sera luego de a. y b. junto para b. como de c. y d. juntos para d.” (p. 100).

Explica también como multiplicar y partir proporciones y cómo buscar medios proporcionales. Finaliza esta segunda parte, explicando cómo sacar raíces de binomios.

La tercera parte de la obra se dedica a realizar problemas de álgebra. Primero explica las reglas de las igualaciones realizando diversos ejercicios puramente matemáticos. Añade además demostraciones de estas reglas a través de las proporciones o de la geometría. Incluye la regla general para toda la conjugación simple y una regla para las compuestas en el caso de que las *dignidades* sean proporcionales.

A continuación, practica las reglas del álgebra en los casos de aritmética incluyendo problemas puramente matemáticos, muchos de ellos relacionados con la proporción. Solo en un ejemplo traído de la obra de Fray Lucas de Burgo hace mención a cantidades de dinero.

Finalmente explica la regla de la *quantidad* simple o absoluta, dice que se usa de dos formas:

> La primera es un suplimiento en las Reglas de la cosa, para hazermos la ygualacion, con ayuda de este termino quantidad, porque puesto que las otras dignidades tambien sean quantidades, no son pero absolutas, sino respectivas, las unas comparadas a las otras, por el modo que avemos dicho. (p. 224)

Considera que "nos podemos aprovechar de la quantidad simple o absoluta, para mas facil uso de las Reglas de la cosa" (p. 225).

El segundo modo de usar la *quantidad* absoluta "es para hazermos posicion sobre posicion, lo que no podría ser con las otras dignidades, y quedaria esta arte de Algebra defectuosa, si nuevamente no usasemos de una quantidad absoluta, que no este en la orden de las otras" (p. 225).

El autor considera que tanto Fray Lucas como Cardano utilizaron esta regla para realizar ejercicios que podrían haberse resuelta simplemente a través de la regla de la cosa.

La geometría se había utilizado previamente en numerosas ocasiones para la demostración de distintas propiedades. Sin embargo, es en este último apartado de la práctica del Álgebra en el que trata de los casos de la geometría, comenzando con unos casos que se resuelven sin álgebra pero que el autor quiere escribir porque considera que "assi lo requiere la orden" (p. 227).

Explica cómo calcular el área, el lado y el diámetro del cuadrado dependiendo de la información conocida. A continuación pasa a los *quadrangulos* rectángulos calculando igualmente áreas, lados, diámetros. Después clasifica los triángulos y explica cómo realizar distintos cálculos con su perpendicularidad (altura), su área, sus lados, el diámetro del círculo en el cual esta *descripto* (circunferencia circunscrita), el diámetro del circulo *descripto* en el triángulo (circunferencia inscrita), etc. Las siguientes figuras geométricas que trata son el rombo, el romboide y el *trapezio* realizando análogamente ejercicios con sus lados, sus diámetros (diagonales), su área, etc. Finaliza sus explicaciones de geometría con los pentágonos y otras figuras de muchos lados.

Esta obra de Pedro Núñez finaliza con un comentario a los lectores sobre "los libros de Algebra que hasta ora son venidos a España, para que los leaes con juizio, y eligaes el que fuere de mas provecho" (p. 323). Menciona las obras de Fray Lucas de Burgo y Cardano y comenta más ampliamente la de Nicolao Tartalla (Tartaglia) mencionando sus comentarios sobre dignidades, conjugaciones compuestas, igualaciones, etc. Considerando también los errores que comete o aquellas cosas que a juicio de Pedro Núñez no están explicadas claramente. Incluye también unas breves páginas sobre la resolución de igualaciones cúbicas de Tartaglia.

Un último aspecto que separa la obra de Núñez de sus contemporáneas es la no inclusión prácticamente de monedas, pesos o medidas, comunes en otras obras de la época. Entre las pocas menciones incluidas se encuentran las libras para el peso o los pies para la longitud.

4.9.4. Análisis didáctico

4.9.4.1. Sistemas de representación

Pedro Núñez incluye dentro de su obra los sistemas de representación verbal, numñerico y gráfico.

- **Verbal:** Los conceptos, sus propiedades, los procedimientos, etc. se explican a través de las palabras.

Quinta Regla, que es la ſegunda delas compueſtas: Quando coſas y numero fueren yguales a vn cenſo, multiplicaremos en ſi la mitad del numero de las coſas criando quadrado, y con eſte quadrado juntaremos el numero, como antes hezimos. Y de toda eſta Sũma tomaremos la raix, con la qual juntaremos la mitad del numero delas coſas, y ſera la Sũma el valor dela coſa.

Figura 236. Representación verbal (Núñez, 1567, p. 2).

- **Numérico:** En las obra se utilizan números, rayas y símbolos para presentar diferentes operaciones, ejercicios, ejemplos, etc.

15. m̃. 4. co.
3. ce. m̃. 5. co.
45. ce. m̃. 12. cu.
m̃. 75. co. p̃. 20. ce.
Sũma 65. ce. m̃. 75. co. m̃. 12. cu.

Figura 237. Representación numérica (Núñez, 1567, p. 28).

- **Gráfico:** Además, de las representaciones verbales y numéricas, pueden incluirse también representaciones gráficas de tipo tabular, geométrico, esquemas, figural o mixto.

a) Tabular: En este caso se incluye solamente una única especie de tabla para las dignidades.

Dignidad	10. cenſo de relato primo.	59049.
	9. cubo de cubo.	19683.
	8. cenſo de cenſo de cẽſo.	6561.
	7. relato ſegundo.	2187.
	6. cenſo de cubo.	729.
	5. relato primo.	243.
	4. cenſo de cenſo.	81.
	3. cubo.	27.
	2. cenſo.	9.
	1. coſa.	3.
		1.

Figura 238. Tabla en la obra de Núñez (1567, p. 27).

b) Geométrico: Las gráficas geométricas son muy abundantes en la obra, representan polígonos básicos que sirven generalmente para complementar demostraciones o problemas sobre geometría.

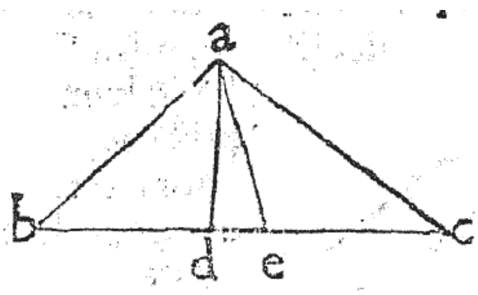


Figura 239. Representación geométrica (Núñez, 1567, p. 251).

4.9.4.2. Análisis fenomenológico

La obra incluye un pequeño número de fenómenos de hecho a parte de los matemáticos aparece solo un ejemplo de un fenómeno de aleación.

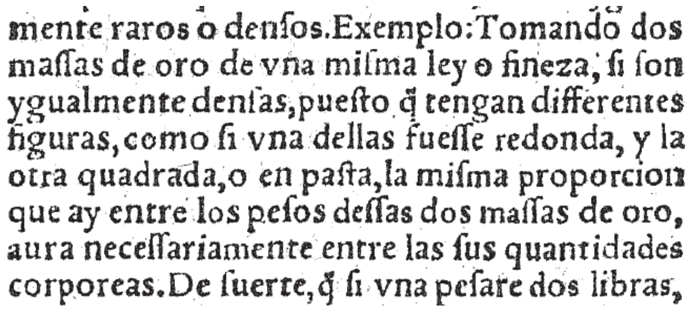

mente raros o denſos.Exemplo:Tomando dos
maſſas de oro de vna miſma ley o fineza, ſi ſon
ygualmente denſas,puesto q̃ tengan differentes
figuras,como ſi vna dellas fueſſe redonda, y la
otra quadrada,o en paſta,la miſma proporcion
que ay entre los peſos deſſas dos maſſas de oro,
aura neceſſariamente entre las ſus quantidades
corporeas.De ſuerte,q̃ ſi vna peſare dos libras,

Figura 240. Fenómeno de aleación (Núñez, 1567, p. 288).

Los fenómenos matemáticos si aparecen en mayor número en la obra, principalmente algebraicos y geométricos es decir problemas puramente asociados con contenidos algebraicos y sin otro contexto (Figura 241) o relacionados con cálculos de figuras geométricas (Figura 242).

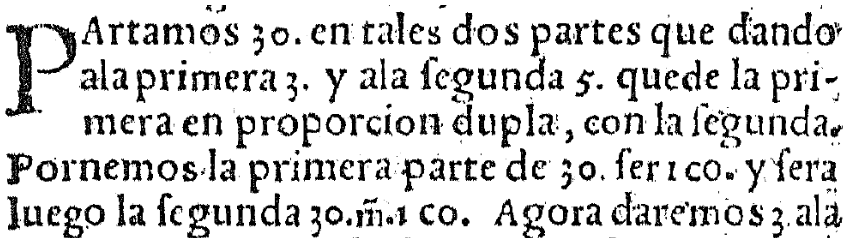

PArtamos 30. en tales dos partes que dando
ala primera 3. y ala ſegunda 5. quede la pri-
mera en proporcion dupla, con la ſegunda.
Pornemos la primera parte de 30. ſer 1 co. y ſera
luego la ſegunda 30.m̃.1 co. Agora daremos 3. ala

Figura 241. Fenómeno algebraico (Núñez, 1567, p. 151).

1. Enel quadrado a b c d. ſi el lado fuere ſabido, por el podremos ſaber la quantidad dela area. Porque multiplicaremos el lado por ſi miſ-

Figura 242. Fenómeno geométrico (Núñez, 1567, p. 227).

En alguna ocasión se presentan fenómenos aritméticos asociados por ejemplo a la realización de la regla de tres (Figura 243).

por Regla de 3. Exemplo: la primera ſea 3, la ſegunda 7, y la tercera 8, y queremos conoſcer la quarta. ſ. que aſſi como es 3 para 7, aſſi ſea 8 para la quarta, eſto ſe haze por la Regla de 3. Porq̃ multiplicamos 8 por 7, y hazemos 56, los quales partiendo por 3, vienen $18\frac{2}{3}$, que ſera la quarta quantidad proporcional. El fundamento deſta

Figura 243. Fenómeno aritmético (Núñez, 1567, p. 99).

4.9.4.3. Aspectos didácticos

Según los aspectos didácticos considerados para el análisis de las obras, el texto de Núñez presenta las siguientes carácterísticas:

- **Actualidad:** Pedro Núñez sí realiza una obra sobre álgebra con contenidos actualizados, puede que sea incluso la obra de álgebra en castellano más actualizada teniendo en cuenta el estado de las matemáticas en castellano durante este siglo. Prueba de esta actualización es que incluso opera con la raíz de un número negativo pues a eso le llevan las reglas del álgebra (En el momento de publicación de la obra solo Cardano en su *Ars Magna* había trabajado con estas raíces (Paradís y Malet, 1989)).

- **Originalidad:** La obra no realiza aportaciones originales, al menos no para el momento de su publicación, el mismo expone que problemas similares se encuentran en la obra de Fray Lucas o Cardano. Además, son muy numerosas las menciones a las proposiciones de Euclides.

- **Rigor y precisión:** La obra presenta también un avance en cuanto al rigor y la precisión en la presentación de contenidos, un indicador de esto es el hecho de que incluye demostraciones generales de la gran mayoría de ejemplos y reglas que presenta.
- **Interés social:** La obra carece de un interés social más allá de las matemáticas, salvo contadas referencias a la vida cotidiana en general el libro está únicamente contextualizado en esta ciencia.
- **Revisión y síntesis:** El autor sí realiza una revisión de tres obras clave de álgebra hasta la fecha la *Summa* de Fray Lucas de Burgo, la obra de Cardano y la de Tartaglia.
- **Aplicaciones:** La obra no destaca en ninguna aplicación, es una obra puramente matemática.

En cuanto a las intenciones didácticas, el autor presenta explicaciones sobre porqué considera necesario la inclusión de contenidos, explica cuando considera que hay un método más fácil para realizar un problema sin utilizar álgebra y al revés.

Realiza un comentario sobre la obra de Fray Lucas que a su vez incluye un mensaje didáctico: "Semejante caso pone Fray Lucas en su Arithmetica, y da razon de la obra, lo que el muchas vezes deviera de hazer, porque sin fundamentos mal se puede edificar sciencia en los discipulos" (p. 184).

En todo momento, considera importante a la hora de elaborar un texto llevar orden y claridad, reprochándole justamente esto a autores como Fray Lucas de Burgo, Cardano o Tartaglia.

4.9.5. Conclusiones

La obra de Pedro Núñez no puede compararse con el resto de libros de aritmética publicados en España en el siglo XVI. Varias razones sostienen esta afirmación, por un lado aunque no fue la primera obra sobre álgebra impresa en castellano, la forma en la que este contenido se presenta en esta obra no tiene nada que ver con sus antecesoras. En esta obra el contenido principal es álgebra, a través de la cual resuelve lo que el autor considera problemas aritméticos y geométricos, el álgebra no se incluye como un apartado más dentro de las obras de aritmética, sino que adquiere una dimensión propia.

La obra de Núñez no presenta casi ejemplos de la vida real, carece del marcado interés social que presentaban otras aritméticas y no es posible considerar que destaca en alguna aplicación a parte de la exposición de conocimientos algebraicos, es en definitiva una obra exclusivamente matemática.

Incluye principalmente representaciones verbales y simbólicas, aunque estas últimas no son demasiadas. Las gráficas se centran en figuras geométricas que utiliza ampliamente para favorecer la comprensión de las demostraciones que incluye y en los problemas geométricos.

La siguiente table resume los aspectos analizados de la obra.

Tabla 16. Tabla resumen de la obra de Pedro Núñez (1567).

	PEDRO NUÑEZ	
Definición de aritmética.	NO	
Noción de número o de cantidad.	SÍ: *qualquiera cantidad, quando la entendemos compuesta de unidades, o sea numero entero, o sea quebrado, o sea Raiz, aunque sea sorda*	
Operaciones elementales.	No, solo operaciones con dignidades	
Definición de quebrados y operaciones.	NO, solo quebrados con dignidades	
Noción de proporción y ejercicios sobre regla de tres, etc.	SÍ: *el respecto o comparacion que ha entre dos quantidades de una misma naturaleza, quando son comparadas en la quantidad*	
Otros contenidos recogidos en la obra.	Raíz cuadrada y cúbica, binomios.	
Ideas sobre geometría.	SÍ	
Ideas sobre álgebra.	SÍ	
Monedas, pesos y medidas.	NO	
Representaciones verbales.	SÍ	
Representaciones numéricas.	SÍ	
Representaciones gráficas.	Tablas.	SÍ
	Figuras.	NO
	Representaciones geométricas.	SÍ
	Esquemas.	NO
	Mixtas	NO
Fenómenos contables.	NO	
Fenómenos comerciales.	NO	
Fenómenos de repartos.	NO	
Fenómenos salariales.	NO	
Fenómenos de aleaciones.	SÍ	
Fenómenos de medida.	NO	
Fenómenos de agrimensura.	NO	
Fenómenos de cambios monetarios.	NO	
Fenómenos lúdicos.	NO	
Fenómenos aritméticos	SÍ	
Fenómenos algebraicos	SÍ	
Fenómenos geométricos.	SÍ	
Actualidad.	SÍ	
Originalidad.	NO	
Rigor y precisión.	SÍ	
Interés social.	NO	
Revisión o síntesis de los contenidos matemáticos conocidos.	SÍ	
Destaca en algunas aplicaciones.	NO	

4.10. *LIBRO DE ARITHMETICA ESPECULATIVA, Y PRACTICA, INTITULADO, EL DORADO CONTADOR* (1594)

4.10.1. El autor: Miguel Gerónimo De Santa Cruz

Son muy pocos los datos conocidos sobre este autor, únicamente a través de su propio libro se puede saber que era natural de la ciudad de Valencia y vecino de Sevilla.

En 1594 se publica por primera vez su *Libro de arithmetica especulativa, y practica, intitulado el Dorado Contador*, que fue varias veces reeditado a lo largo de los siglos XVI Y XVII. Esta obra cuenta con la aprobación del cosmógrafo mayor y profesor de la Academia de Matemáticas de Madrid Pedro Ambrosio de Onderiz, esto sumado a su publicación en Madrid y Sevilla, sugiere una relación de Miguel Gerónimo de Santa Cruz con el ambiente de la Casa de la Contratación (Diccionario Biográfico Español, 2009).

Picatoste (1891) afirma que es probable que Miguel Gerónimo de Santa Cruz ejerciera la profesión de comerciante. Igualmente, Smith (1908) sostiene que era un comerciante y aritmético de la segunda mitad del siglo XVI.

Salavert (1990) añade sobre él, que poseía un alto nivel de conocimientos sobre la matemática renacentista. Sin embargo, se desconocía cuál fue su formación pero a través de su obra el autor pone de manifiesto conocer varias traducciones de los *Elementos* de Euclides y varias obras sobre aritmética y álgebra publicadas en castellano como la de Pérez de Moya, la de Marco Aurel o la de Pedro Núñez.

La posibilidad de que Miguel Gerónimo de Santa Cruz fuera un comerciante de la época permite entender mejor los motivos que le llevaron a la escritura de su obra. En ese caso, su profesión le permitía ser consciente de las numerosas dificultades que suponía el desconocimiento de las matemáticas a la hora de realizar transacciones comerciales y los problemas que se evitarían si un mayor número de personas tuviera acceso a estos conocimientos.

4.10.2. La obra: Aspectos generales

El título completo de la obra es *Libro de arithmetica especulativa, y practica, intitulado, el Dorado Contador, contiene la fineza y reglas de contar oro y plata, y los Aneajes de Flandes,* se publica por primera vez en Madrid en 1594.

Se constatan múltiples reimpresiones de esta obra, la primera en Sevilla en 1603, posteriormente en Madrid en 1625, 1643 y la última también en Madrid y en el siglo XVIII, en concreto en el año 1794 (Picatoste, 1891).

El texto representa una aritmética comercial que refleja fundamentalmente la actividad mercantil valenciana y sevillana, ciudad donde residía el autor. Su licencia de impresión fue firmada el 15 de octubre de 1594. Su aprobación aparece firmada el 8 de mayo de 1594 por el director de la Academia de Matemáticas, Pedro Ambrosio de Ondériz, que considera que el libro será de mucha utilidad para los que lo leyesen. A consecuencia de esto, la obra fue utilizada como libro de texto en la Casa de Contratación de Sevilla durante mucho tiempo (Salavert, 1990).

La edición analizada se trata de la tercera reimpresión, correspondiente al año 1625, impresa en Madrid por la viuda de Alonso Martín, a costa de Domingo González, mercader de libros. En la obra se indica además: “Los señores del Consejo tassaron este libro del Dorado Contador, a quatro maravedis cada pliego, de que diose Lazaro de Rios Angulo Secretario de su Magestad. En Madrid a 19 de Febrero de 1625. Tiene 63 pliegos”.

Esta aritmética contiene dos páginas sin numerar, en las que realiza un prólogo al lector y una exhortación, después 238 páginas numeradas de contenidos, divididas en dos libros: el primero con 22 capítulos y el segundo con 11.

El primer libro incluye un primer capítulo sobre aritmética teórica o especulativa. En los siguientes se explican las operaciones elementales, los quebrados y las operaciones entre ellas, las sumas y restas en el contexto comercial, las progresiones aritmética y geométrica, y las raíces cuadradas y cúbicas. Finaliza este libro con un último capítulo dedicado a las pruebas del nueve y el siete.

A lo largo del segundo libro se explican las proporciones, las reglas de tres, de compañías, de una falsa posición y de dos falsas posiciones. Los contenidos incluidos en los tres últimos capítulos están dedicados a la fineza y reglas de oro y plata y los aneajes de Flandes y Francia. Finaliza la obra con una tabla de contenidos.

La edición impresa en Madrid en 1643 tiene unas dimensiones de 13.8x20 cm, siendo el texto de 9.9x16.8 cm, y contiene el mismo número de páginas que la edición aquí utilizada (Smith, 1908).

Los objetivos principales que manifiesta el autor en esta obra son poner las matemáticas al alcance de todos y ser de utilidad para los lectores en situaciones de su vida cotidiana, del comercio, de su trabajo, sirviéndoles para mejorar sus negocios, evitar engaños, etc. El autor considera que la práctica de los números es muy necesaria para el hombre, porque además los números forman parte de todas las artes como la pintura y la escultura y sobre todo no se podrían entender sin ellos los tratos y contratos que se realizan en casi todas las naciones. Más específicamente, el autor residente en Sevilla comenta que la práctica de los números es muy útil en Sevilla donde son habituales las ventas y compras de oro y plata

La obra va dirigida a todos los hombres, el autor considera que es necesario para los mercaderes y hombres ricos saber contar pues así evitarán ser engañados o perder sus fortunas, y a los hombres que pueden subir de “humildes principios” a grandes haciendas o estados por manejar estos contenidos.

En el prólogo se incluyen referencias a Platón y Pitágoras. A lo largo del libro, y fundamentalmente en las definiciones, se menciona en varias ocasiones a Euclides e incluso las traducciones de su libro hechas por Tartaglia y Commandino. Además se mencionan otros autores clásicos como Aristóteles y su *Física* o a Arquímedes y otros previos a su época cómo Juan de Sachrovosco, Michael Escoto.

Además de a autores del siglo XVI como Juan Pérez de Moya, Marco Aurel (del cual menciona sus aproximaciones de raíces y su Álgebra o regla de la cosa), Pedro Núñez al que menciona por un comentario sobre la cuadratura del círculo incluido en su álgebra, Juan Vantallols que coincide con él en la resolución de un ejercicio y Fray Juan de Ortega del que menciona sus aproximaciones de raíces y sin embargo critica su resolución de un ejercicio.

Smith (1908) critica la obra diciendo que no se trata de un libro muy práctico pues el autor estaba demasiado influenciado por trabajos teóricos como los de Tartaglia.


LIBRO DE
ARITHMETICA
ESPECVLATIVA, Y
PRACTICA, INTITVLADO, EL
DORADO CONTADOR, CONTIENE
la fineza y reglas de contar oro y plata, y los
Aneajes de Flandes.
POR MODERNO Y COM-
pendioso estilo.
COMPVESTO POR MIGVEL
Geronimo de Santa-Cruz, natural de la ciu
dad y Reyno de Valencia, y vezino
de Seuilla.
Año IHS 1625
CON LICENCIA.
En Madrid, Por la Viuda de Alonso Martin.
A costa de Domingo Gonçalez mercader de libros.

Figura 244. Portada del Dorado Contador (1625).

4.10.3. Análisis del contenido matemático

A lo largo de las próximas páginas se presentan los resultados que se han obtenido al realizar un análisis de contenido de esta aritmética.

El primer capítulo del libro primero de la aritmética de Miguel Gerónimo de Santa Cruz trata la aritmética teórica o especulativa. Para esto, comienza dividiendo cantidad en cantidad continua “llamada grandeza, sirve para geometria” (p. 1) y cantidad discreta “llamada muchedumbre, sirve para Aritmetica” (p. 1), para a continuación definir aritmética como: “ciencia de numeros y de sus difiniciones, generacion y propiedades; y toda cosa en Aritmetica es sujeta y atribuida a numero” (p. 1). A su vez número: “es una multitud compuesta de unidades” (p. 1).

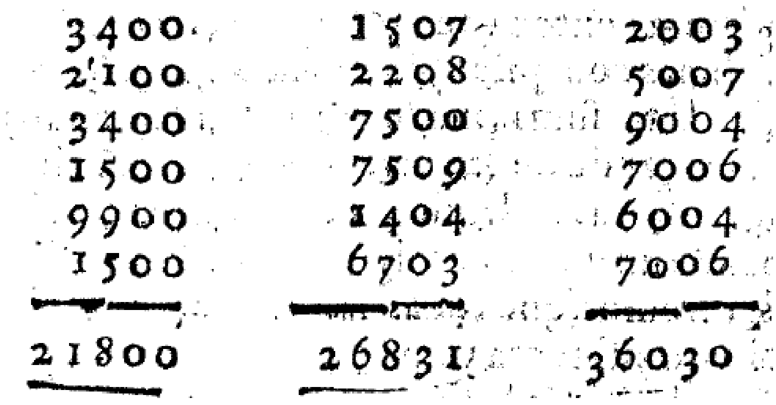
El autor divide el número en tres especies: número digito, número articulo y número compuesto. Define después número par e impar y seguidamente, clasifica los números pares y los números impares.

Define número primo y número compuesto e impar, números primos entre sí y compuestos entre sí. Seguidamente divide los números pares en perfectos, abundantes y diminutos. Presenta dos géneros de números perfectos e incluso un método para calcular estos números. Define también parte *alicota*.

Después relacionando los números con la geometría define número lineal, superficial, cuadrado, sólido, cúbico, comunicante o semejante, circular.

A continuación pasa a la aritmética práctica, comienza mostrando como numerar con números arábigos. Explica que hay diez figuras o caracteres distintos a través de las cuales se pueden figurar todos los números de este mundo. A partir de eso explica cómo se escriben los números incluyendo varios ejemplos.

La siguiente *especie* que explica es sumar la define como “ayuntar pocos, o muchos numeros iguales, y diferentes de qualquier cantidad, o medida, o peso, o numero, que sea una cosa sola, la qual toda llegada y ayuntada, y subtraidas a el las dichas partes, se puede saber que valen y montan, o que peso y medida, o numero de maravedis contienen todas” (p. 14). Explica cómo sumar y realiza ejercicios de sumas (Figura 245).



3400	1507	2003
2100	2208	5007
3400	7500	9004
1500	7509	7006
9900	1404	6004
1500	6703	7006
21800	26831	36030

Figura 245. Ejemplo de suma (De Santa Cruz, 1625, p. 17).

El siguiente capítulo trata restar, que define como: “de dos numeros desiguales saber la diferencia que ay entre ellos, o en que cantidad excede el mayor número al menor, o el menor en que cantidad es excedido por el mayor” (p. 18). Indica cómo restar y realiza ejemplos de recibos menos gastos, explicando además que la prueba de la resta es la suma (Figura 246) y cómo conocer cuál de dos números es mayor

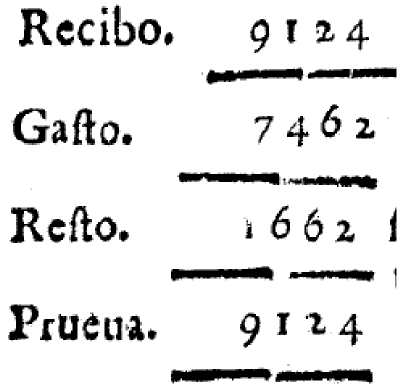


Figura 246. Ejemplo de resta (De Santa Cruz, 1625, p. 19).

El siguiente capítulo trata la multiplicación, dice que multiplicar "no es otra cosa que breve sumar, y se inventó para sumar con presteza y facilidad, lo que por la primera regla de sumar fuera cosa pesada, y de gran dilacion" (p. 23).

Explica después como multiplicar incluyendo ejemplos de multiplicaciones de cantidades de objetos por su precio, de equivalencias de monedas; incluye la regla del nueve para comprobar que la operación es correcta.

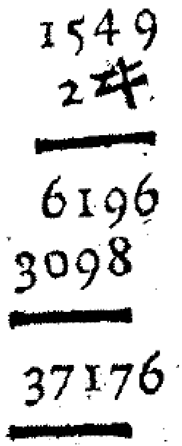
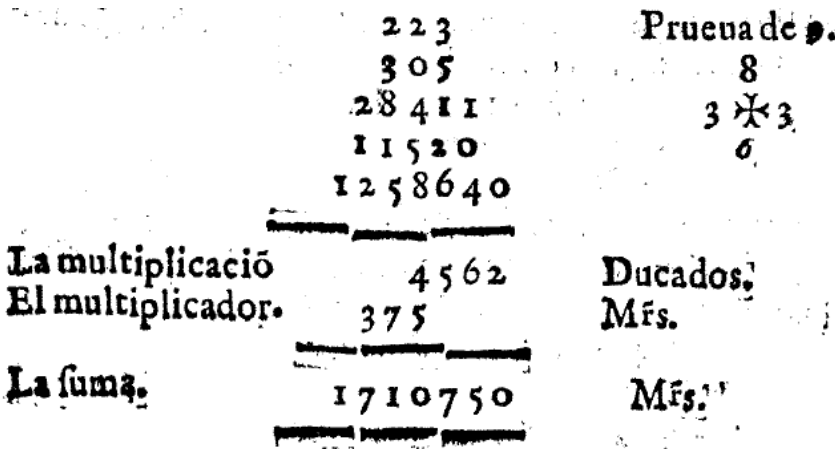


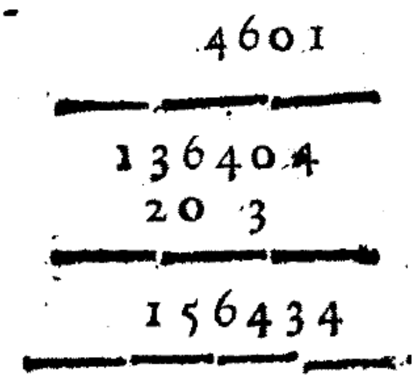
Figura 247. Ejemplo de multiplicación (De Santa Cruz, 1625, p. 25).

El primer algoritmo que explica para multiplicar es el actual, conocido en la época como multiplicación del ala, por *escaquer* o *berricolo*. Además de este modo, explica otros dos: cómo multiplicar morisco (Figura 248) y una versión de la multiplicación por copa operando como si el multiplicador tuviese una sola cifra (Figura 249).



	223	Prueua de 9.
	305	8
	28411	3 ✠ 3
	11520	6
	1258640	
La multiplicació	4562	Ducados.
El multiplicador.	375	Mrs.
La suma.	1710750	Mrs.

Figura 248. Multiplicar morisco (De Santa Cruz, 1625, p. 34).



4601
136404
20 3
156434

Figura 249. Multiplicación de 4601 por 34 (De Santa Cruz, 1625, p.35).

Después el autor incluye dos capítulos uno sobre partir por número dígito, conocido vulgarmente como medio partir, lo define como “partir quando partimos qualquier cantidad entre dos, o tres, o mas compañeros hasta 9, dando partes iguales a cada uno” (pp. 36-37). Explica también como se disponen los números y como realizar la operación.

Después dice que la prueba más cierta y fácil es multiplicar el cociente por el partidor.

Muestra también como partir por número artículo e incluye cómo calcular la media aritmética de dos números.

Seguidamente pasa a partir por número compuesto, que se llama comúnmente partir por entero. Explica que en la regla de partir: “restamos el numero menor, que es el partidor del numero mayor que es la particion, no una sola vez, mas tantas vezes quantas es posible” (p. 45). Detalla después cómo realizar esta operación, realizando variados ejemplos sobre ella y comentando de nuevo que la prueba real es la multiplicación (Figura 250).

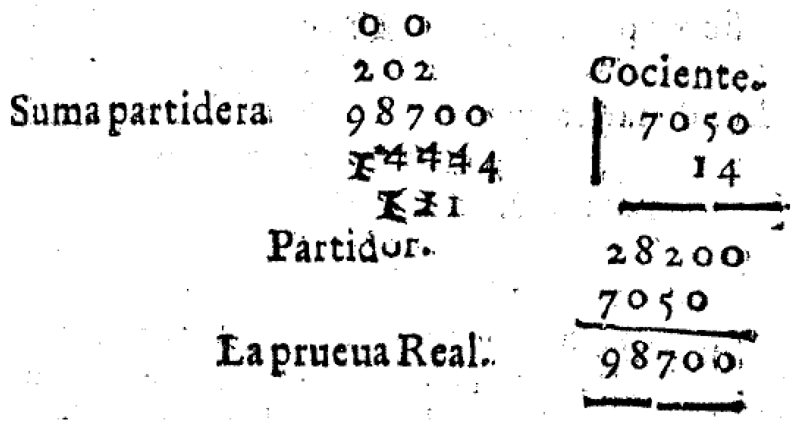

Suma partidera. 0 0 / 202 / 98700 / 14444 / 11 — Partidor.
Cociente. 7050 / 14 — 28200 / 7050 — La prueua Real. 98700

Figura 250. Ejemplo de partir por entero (De Santa Cruz, 1625, p. 52).

En la obra se tratan los quebrados, estos son definidos como: “una parte, o partes de la cosa entera” (p. 55). Expone a continuación cómo escribir quebrados, cómo reducir quebrados a común denominador, cómo sumar quebrados (incluye una prueba para demostrar que el método para sumar quebrados reduciendo a común denominador es correcto), cómo averiguar cuál de dos quebrados con distinto denominador es mayor que el otro, cómo restar quebrados, incluyendo ejercicios de recibos y gastos o pagos contextualizados, cuánto se debería en cada caso, que cantidad del producto quedaría, etc. Comenta además que la prueba real de la regla de restar quebrados es sumar quebrados. Explica cómo multiplicar quebrados y resuelve ejercicios contextualizados en la vida cotidiana, precios en la compra de productos, cambios de monedas, etc.

También en varias operaciones de multiplicación de quebrados aparece una prueba para comprobar su veracidad. Explica a su vez cómo partir quebrados, añadiendo que es lo contrario a multiplicar quebrados por eso se prueban la una con la otra. Igual que para la multiplicación aparecen ejercicios matemáticos de partición de quebrados, pero fundamentalmente ejercicios contextualizados en la vida cotidiana, precios en la compra de productos, etc.

Explica cómo abreviar quebrados para lo cual en primer lugar proporciona una tabla de aquellos números entre 3 y 100 que tienen partes *alicotas* y aquellos que son primos. Después aporta una regla general para hallar el común distribuidor (también llamado divisor o común mensura), que define como un número que sea parte *alicota* del *nombrador* y del denominador.

Finaliza los capítulos sobre quebrados explicando brevemente cómo operar con quebrados de quebrados.

El siguiente contenido incluido es la progresión aritmética definida como: “la qual en principio pongo la unidad, y asi va aumentando y dilatando continuamente en igual diferencia” (p. 127).

Explica después una serie de cuestiones sobre estas progresiones entre ellas la regla general para hallar el valor de la suma de todos los términos de una progresión aritmética; cómo calcular el número de términos de una progresión; cómo hallar el número ascendente de la progresión; como hallar el último término conociendo el primero (y sabiendo que es igual al número ascendente) y el número de términos y finalmente como hallar el primer término que coincide con el número ascendente, a partir del número de términos y del último término. Incluye además un ejercicio relacionando las progresiones aritméticas con una situación real.

El siguiente capítulo trata la progresión geométrica diciendo que: “los terminos de la progresion Geometrica se van ascendiendo y aumentando en igual multiplicacion” (p. 134).

Indica después como hallar el valor de la suma de todos los términos de diversas progresiones geométrica y de progresiones cuadradas.

El siguiente contenido abordado son las raíces cuadradas. En primer lugar define raíz cuadrada:

> [...] un lado, o linea de un quadrado perfecto de quatro angulos rectos, compuesto de numero quadrado, digo, de quatro lineas iguales, como si el quadrado fuesse compuesto de quatro tamaños, o medidas quadradas, tendria dos tamaños por rayz o linea. (p. 141)

A continuación, explica como calcular raíces de números cuadrados y da un método para aproximarlas para los números no cuadrados.

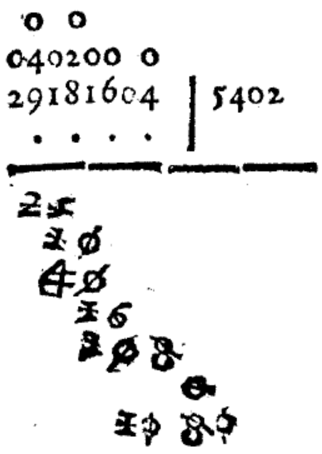


Figura 251. Extracción de raíces cuadradas (De Santa Cruz, 1625, p. 148).

Además, detalla cómo extraer raíces cuadradas de quebrados simples y de números enteros y quebrados. Finalmente explica las operaciones de suma, resta, multiplicación y partición de raíces (simples, sordas y comunicantes).

El siguiente capítulo trata la extracción de raíces cúbicas para ello define número cúbico como: “aquel que procede de la multiplicacion de tres numeros iguales en cantidad y genero” (p. 164). Explica distintas propiedades y conceptos relacionados con los números cúbicos, como por ejemplo la diferencia entre número sólido y cúbico. Y detalla cómo extraer raíces cúbicas.

Finaliza el primer libro, explica las pruebas del 7 y del 9 para sumar, restar, multiplicar, partir o calcular raíces cuadradas y cúbicas, diciendo eso sí que estas pruebas pueden salir falsas, especialmente la del nueve y aportando posibles soluciones.

El segundo libro comienza explicando las proporciones, aunque estas ya habían sido mencionadas previamente en varias ocasiones, de hecho al comienzo de la obra el autor dice las “proporciones no las pondre aqui, aunque son pertenecientes a nuestra Aritmetica Especulativa, empero hallarse han en el principio del segundo libro, porque en aquella sazon y lugar conviene para la preparacion, e inteligencia de la regla de tres” (p. 7). Cumpliendo con sus palabras presenta la definición de proporción: “el respeto y comparacion que se halla entre dos cantidades de una misma naturaleza, quando son comparadas en su cantidad” (p. 182). Entre dos cantidades de la misma naturaleza puede haber proporción racional o irracional; dentro de las racionales puede clasificarse en otras dos especies: de igualdad y de desigualdad; ésta última en dos nuevas especies de menor o de mayor desigualdad y cada una de estas en diversas especies. Explica además como conocer cuál de dos proporciones es mayor y como hallar el medio geométrico.

La proporcionalidad es la “semejança de las razones, la qual por lo menos ha de ser entre tres cantidades” (p. 185). Se divide en aritmética, geométrica y harmónica o música.

A continuación se incluye la regla de tres sirve para “buscar un oculto numero, por la noticia de tres números notables y manifiestos” (p. 189). Divide la regla de tres legítima o bastarda. Explica cómo comprobar si la regla de tres es correcta y realiza varios ejemplos muchos de ellos relacionados con situaciones cotidianas: compras, ventas, construcción de edificios. Después explica y realiza ejercicios sobre reglas de tres con tiempo, reglas de tres de perder por ciento, reglas de tres cuadradas.

Explica las reglas de tres de compañía sin tiempo, es decir cómo “distribuir alguna cantidad de numero, peso, o medida, a muchos compañeros, de tal modo, que cada uno lleve de la ganancia segun el puesto, o caudal que metio en la compañía” (p. 201). Detalla ejemplos de esta regla y después de la regla de compañía con tiempo.

A continuación se explica la regla de una falsa posición que define como: “tomar un numero falso por instrumento fundamental, por el qual rastreamos y descubrimos el numero verdadero y deseado que pretendemos” (p. 210). A lo largo de este capítulo se detallan distintos ejemplos aplicando esta regla para averiguar números que cumplen ciertas condiciones. Se explica también la regla de dos falsas posiciones.

La obra finaliza con una serie de ejercicios relativos a la fineza y reglas de oro y plata, y con aneajes de Flandes y libras de *gruesso* y aneajes de Francia

La geometría aparece con las raíces cuadradas y cúbicas. Se realizan demostraciones geométricas sobre la suma de raíces y se incluyen ejercicios geométricos para tratar con raíces (como por ejemplo la cuadratura del círculo). Se incluyen a su vez definiciones como la de cubo. Al explicar el ejercicio sobre la cuadratura del círculo, el autor dice que la proporción entre la circunferencia y su diámetro es 22 para 7, por tanto el valor otorgado al número Pi es 22/7.

El álgebra se menciona en algunas ocasiones, en una incluso habla del censo de cubo y otros caracteres; en otra se dice que conocer los números cúbicos es necesario para poder alcanzar perfectamente el álgebra o regla de la cosa; el autor también comenta en un par de ocasiones que algunos ejercicios que el resuelve utilizando la regla de las dos falsas posiciones pueden resolverse por la primera igualación. Esto parece indicar que aunque el autor sí conoce los contenidos algebraicos, decidió no incluirlos.

Las monedas, pesos y medidas que se recogen son variados, aparecen incluidos en ejercicios o específicamente como tablas.

- Monedas: 1 real son 34 maravedís, 1 ducado vale 375 maravedís, 1 peso de oro vale 450 maravedís, 1 escudo son 11 reales y 26 maravedís. En los reinos de Aragón, Cataluña y Valencia 12 dineros son 1 sueldo y 20 sueldos 1 libra. Un dinero vale 24 mitas. 1 castellana de oro de Valencia vale 27 sueldos y 4 dineros.
- Unidades de medida de capacidad para áridos: 1 cahiz en Castilla tiene 12 *hanegas* y 1 *hanega* 12 almudes y 1 almud 4 *quartillos.*
- Unidades de medida de *peso*: 1quintal tiene 4 arrobas, 1 arroba 25 libras y 1 libra 16 onzas, 1 onza 16 adarmes. (Sin embargo en el aceite 10 arrobas hacen 1 quintal y 1 arroba tiene 10 terrazos al uso de Sevilla). Menciona también granos y toneladas.
- Para el oro: 1 peso o castellano de oro tiene 8 tomines, 1 tomín 12 granos y 6 tomines y 3 granos es 1 ochava.
- Para la plata: 1 marco tiene 8 onzas y 1 onza 8 ochavas. 1 marco tiene 5 pesos de plata.
- Unidades de medida de longitud: vara en el Reino de Castilla, *alna* en Valencia, *anna* en Flandes, *bracho* en Italia, *cobdo* en Castilla, *couodo* en Portugal. Por ejemplo 3 *brachios* equivalen a 2 varas. Menciona también los palmos.

4.10.4. Análisis didáctico

4.10.4.1. Sistemas de representación

En la obra se pueden encontrar representaciones de tipo verbal, numérico y gráfico.

- **Verbales:** Son el principal sistema de representación en la obra, el autor utiliza las palabras para explicar la mayoría de conceptos y ejercicios.

LA ſegunda eſpecie de la Aritmetica practica, es ſumar, y la primera regla de las cinco reglas principales, y no es otra coſa ſino ayuntar pocos, o muchos numeros iguales, y diferentes de qualquier cantidad, o medida, o peſo, o numero, que ſea vna coſa ſola, la qual toda llegada y ayuntada, y ſubtraidas a el las dichas partes, ſe puede ſaber que valen y montan, o que peſo y medida, o numero de marauedis contienen todas para la tal coſa entender, conuiene

Figura 252. Representación verbal (De Santa Cruz, 1625, p. 14).

- **Numérico:** Las representaciones verbales se combinan en muchas ocasiones con las numéricas. En general en la obra se utilizan números y rayas, y aunque su uso es amplio los convenios que sigue no son los actuales.

Por ejemplo en la Figura 253 se puede observar cómo explica Miguel Gerónimo de Santa Cruz los últimos pasos para realizar una multiplicación.

```
 1549
   24
 ----
 6196
3098
-----
37176
-----
```

Y ſumaras el 6. primero, que eſtà en la vnidad, y luego el 8. cō el 9. hazen diez y ſiete, aſsienta 7. y va vno, y nueue, diez, y vno q̄ eſta encima ſon onze, aſsienta vno, y va vno, juntalo con el 6. ſeran 7. aſsienta 7. debaxo la raya del cero, no hagas caſo, y no lleuamos coſa alguna, el 3. aſſentaras debaxo la raya, y q̄dara la quenta acabada, como parece en la figura, y aſsi diras, que las dichas libras de axenxibre al dicho precio, ſuman y montan treinta y ſiete mil ciento y ſetenta y ſeis reales. Bien has viſto como eſta eſpecie de multiplicar es ſumar, y aun ſe concluye ſumando.

Figura 253. Representación verbal y numérica (De Santa Cruz, 1625, p. 25).

- **Gráfico:** Además de las representaciones verbales y numéricas, aparecen distintas representaciones gráficas: tabulares, geométricas, esquemas y mixtas.

a) Tabular: el autor recurre en varias ocasiones a las tablas para reforzar las explicaciones. Se incluyen una tabla de multiplicar, tabla de multiplicar por cero, tabla de raíces, números cuadrados y cúbicos.

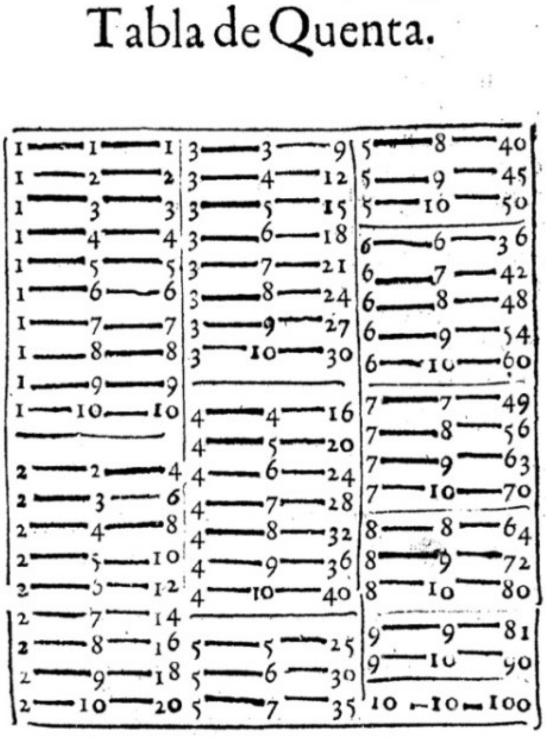


Tabla de Quenta.

1 — 1 — 1	3 — 3 — 9	5 — 8 — 40
1 — 2 — 2	3 — 4 — 12	5 — 9 — 45
1 — 3 — 3	3 — 5 — 15	5 — 10 — 50
1 — 4 — 4	3 — 6 — 18	6 — 6 — 36
1 — 5 — 5	3 — 7 — 21	6 — 7 — 42
1 — 6 — 6	3 — 8 — 24	6 — 8 — 48
1 — 7 — 7	3 — 9 — 27	6 — 9 — 54
1 — 8 — 8	3 — 10 — 30	6 — 10 — 60
1 — 9 — 9	4 — 4 — 16	7 — 7 — 49
1 — 10 — 10	4 — 5 — 20	7 — 8 — 56
2 — 2 — 4	4 — 6 — 24	7 — 9 — 63
2 — 3 — 6	4 — 7 — 28	7 — 10 — 70
2 — 4 — 8	4 — 8 — 32	8 — 8 — 64
2 — 5 — 10	4 — 9 — 36	8 — 9 — 72
2 — 6 — 12	4 — 10 — 40	8 — 10 — 80
2 — 7 — 14	5 — 5 — 25	9 — 9 — 81
2 — 8 — 16	5 — 6 — 30	9 — 10 — 90
2 — 9 — 18	5 — 7 — 35	10 — 10 — 100
2 — 10 — 20		

Figura 254. Tabla de multiplicar (De Santa Cruz, 1625, p. 22).

b) Geométrico: se incluyen gráficas geométricas representando polígonos básicos que sirven para explicar conceptos relacionados con raíces cuadradas.

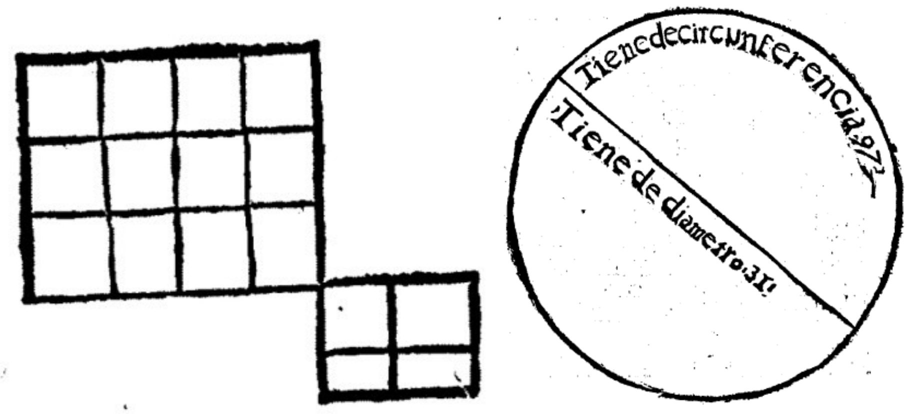


Figura 255. Gráficas geométricas (De Santa Cruz, 1625, p. 153 y p. 159).

c) Esquema: aparece también un esquema para explicar la proporcionalidad.

d) Mixto: Se incluyen gráficas mixtas en las que se mezclan números con líneas, figuras, etc.

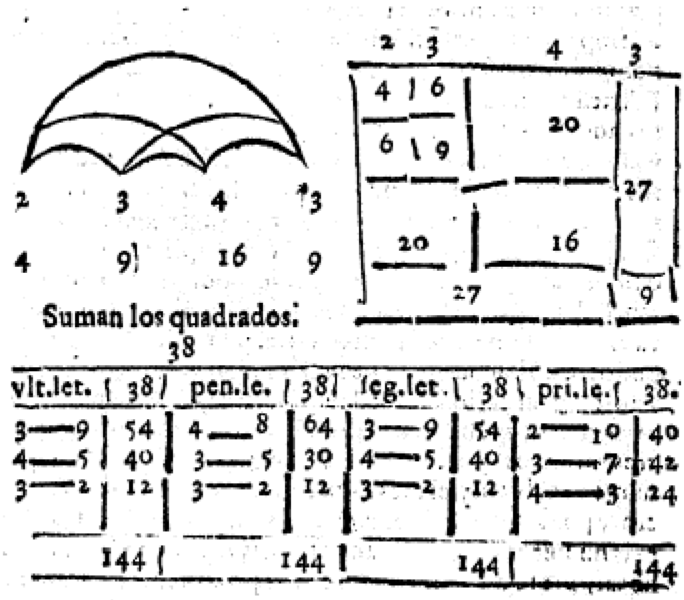


Figura 256. Representación mixta (De Santa Cruz, 1625, p. 163).

4.10.4.2. Análisis fenomenológico

Ampliando el análisis fenomenológico realizado en Madrid, Maz-Machado y López (2015a, 2015b), a lo largo de la obra se pueden encontrar los siguiente fenómenos.

1. **Fenómenos relacionados con la actividad comercial y los negocios:**

- **Fenómenos contables:** Se presentan situaciones en las que se debe determinar una ganancia o una pérdida económica.

SI con 24.ducados en 4.meſes gano 50. ducados,con 150 ducados,y en 5.meſes que ganarè reſpetiuamente.Pare-

Figura 257. Ejemplo de fenómeno contable (De Santa Cruz, 1625, p. 195).

- **Fenómenos comerciales*:*** Se plantean contextos de compra y venta de objetos, animales, etc.

SI huuieſſes comprado,o vendido 5. varas de lienço por $\frac{3}{4}$ de ducado a como ſale la vara: agora has de partirlas

Figura 258. Ejemplo de fenómeno comercial (De Santa Cruz, 1625, p. 100).

- **Fenómenos de repartos*:*** Estas situaciones requieren de la distribución equitativa de objetos o ganancias, o del uso de la regla de compañía para distribuir la rentabilidad de un depósito o negocio.

TRes compañeros compraron vna partida de cochini-
lla por 120. ducados, en que el primero puſo 26. duca-
dos que tenia. El ſegũdo puſo 36. ducados. Y el tercero pu
ſo 58. ducados, los quales compañeros quando vẽdierõ ſu
cochinilla, hallaron que auia ganado 600. ducados, horro
el caudal. Preguntaſe, quãtos ducados ha de auer cada vno
de los cõpañeros de ganãcia, reſpeto del dinero que metio
en la compañia, haras aſsi, diſpon los tres numeros de duca

Figura 259. Ejemplo de fenómeno de repartos (De Santa Cruz, 1625, p. 201).

- **Fenómenos de aleaciones:** El autor presenta ejemplos de aleaciones y ligaduras entre metales según diversas especificaciones dadas.

VN hombre tiene plata de 7. dineros de ley, y otra de
11. dineros de ley, quiere hazer plata de 10. dineros
de ley. Preguntaſe, que cantidad de plata tomarà de cada
ley de aquellas, para que juntas y ligadas, ſea de los dichos
diez dineros de ley, diſpon los numeros en figura, y nota
la pratica della.

Figura 260. Ejemplo de fenómeno de aleaciones (De Santa Cruz, 1625, p. 231).

2. **Fenómenos relacionados con la medida**

- **Fenómenos de agrimensura:** los autores recurren a la geometría cuando quieren aplicar conceptos y fórmulas a terrenos que tienen teóricamente formas poligonales o geométricas.

Lo miſmo preſupongo de vn patio, o apoſento quadra-
do de quatro angulos rectos, el qual fueſſe ladrillado todo
ſuperficialmẽte, con ladrillos, o azulejos quadrados perfe
ctos, cuya area tuuieſſe 400. ladrillos, y quiſieſſemos ſaber
quantos ladrillos, o azulejos tendria forçoſamente por
rayz, o por cada lado, o linea de longitud, o latitud, dire-
mos que tendria veinte ladrillos por rayz, porque 20. ve-
zes 20. ſon 400.

Figura 261. Fenómeno de agrimensura (De Santa Cruz, 1625, p. 142).

3. **Fenómenos de cambios monetarios, de pesos y medidas:** Se plantean situaciones de equivalencias entre monedas de diversas regiones y países.

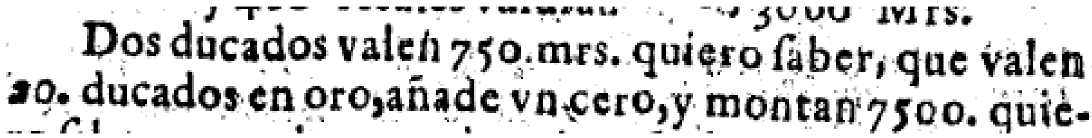

Dos ducados valen 750.mrs. quiero ſaber, que valen
10. ducados en oro, añade vn cero, y montan 7500. quie-

Figura 262. Ejemplo de fenómeno de cambio monetario (De Santa Cruz, 1625, p. 32).

4. **Fenómenos matemáticos**

- **Fenómenos aritméticos:** Se trata de problemas asociados con operaciones matemáticas y sin contexto.

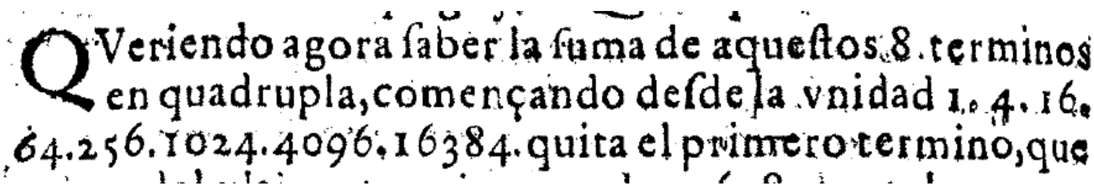
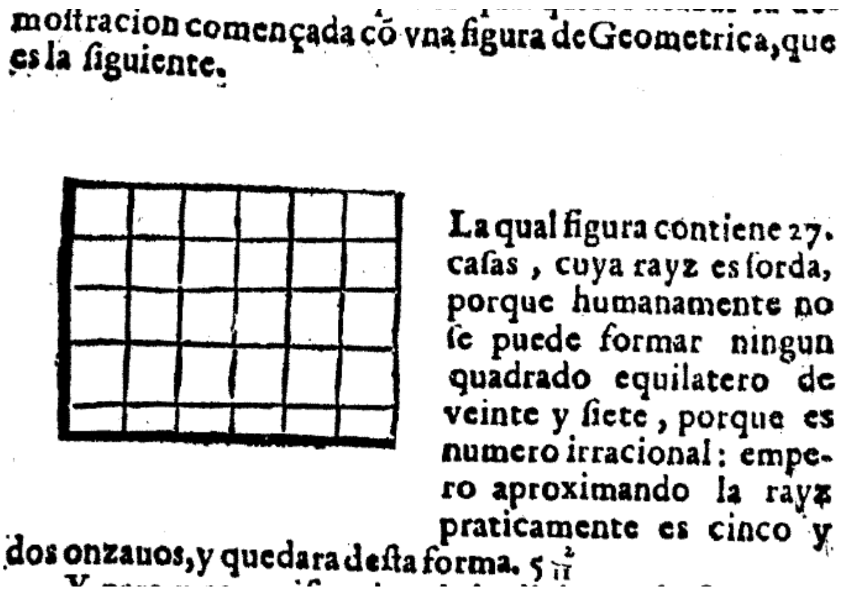

QVeriendo agora ſaber la ſuma de aqueſtos.8.terminos
en quadrupla, començando deſde la vnidad 1.4.16.
64.256.1024.4096.16384.quita el primero termino,que

Figura 263. Ejemplo de fenómeno aritmético (De Santa Cruz, 1625, p. 136).

- **Fenómenos geométricos:** El autor recurre a ellos cuando establece relaciones entre las raíces cuadradas y la geometría.

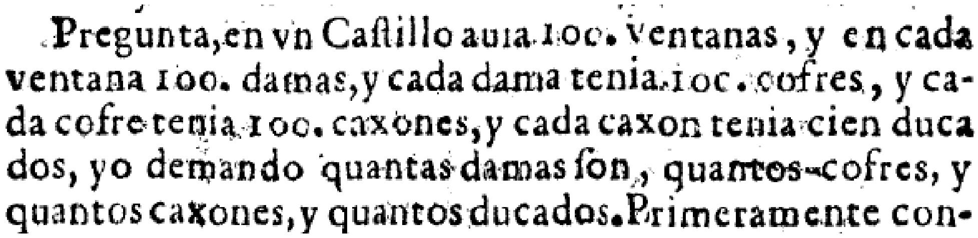

moſtracion començada cõ vna figura de Geometrica,que
es la ſiguiente.

La qual figura contiene 27.
caſas, cuya rayz es ſorda,
porque humanamente no
ſe puede formar ningun
quadrado equilatero de
veinte y ſiete, porque es
numero irracional: empe-
ro aproximando la rayz
praticamente es cinco y
dos onzauos, y quedara deſta forma. $5\frac{2}{11}$

Figura 264. Fenómeno geométrico (De Santa Cruz, 1625, p. 154).

5. **Fenómenos lúdicos:** Se incluyen problemas referidos a juegos o a matemáticas recreativas. Por ejemplo aparecen una serie de multiplicaciones curiosas que podrían

considerarse dentro de la matemática recreativa (Meavilla, 2013) como el caso de la Figura 265.



Pregunta, en vn Caſtillo auia 100. ventanas, y en cada
ventana 100. damas, y cada dama tenia 100. cofres, y ca-
da cofre tenia 100. caxones, y cada caxon tenia cien duca
dos, yo demando quantas damas ſon, quantos cofres, y
quantos caxones, y quantos ducados. Primeramente con-

Figura 265. Ejemplo de fenómeno lúdico (De Santa Cruz, 1625, p. 33).

4.10.4.3. Aspectos didácticos

De cara a caracterizar los aspectos didácticos presentes en los libros se ha considerado:

- **Actualidad:** Los contenidos de la obra no son actuales, ni presentan las nuevas ideas que reflejan el desarrollo matemático de dicho periodo.
- **Originalidad:** Los contenidos tampoco son originales, se trata de contenidos que pueden encontrarse en muchas de las obras que el propio autor menciona como la de Juan de Ortega o Pérez de Moya.
- **Rigor y precisión:** Dada la época si se puede considerar que los contenidos se presentaban en la obra con rigor y precisión, pues por ejemplo aparecen definiciones de conceptos o demostraciones para algunas propiedades.
- **Interés social:** La principal característica de la obra es el interés social de las matemáticas los contenidos matemáticos se encuadran dentro del contexto cotidiano y muy relacionados con el mundo del comercio. Por ejemplo, este interés social se muestra al explicar cómo se suman muchas partidas como se acostumbra en la Casa de Contratación y en las casas de monedas, también por la inclusión de un apartado de avisos provechosos sobre cosas que se venden por número, peso y medida y capítulos específicos sobre sumar y restar diversas y diferentes especies de números, monedas, pesos y medidas o los relativos a la fineza del oro y la plata y los aneajes de Flandes y Francia.
- **Revisión y síntesis:** Se incluyen también una síntesis de los principales contenidos aritméticos conocidos en la época.

- **Aplicaciones:** La obra destaca en la aplicación de las matemáticas al comercio, por ello incluye capítulos específicos sobre objetos que se venden por número, peso y medida o sobre sumar y restar diversas y diferentes especies de números, monedas, pesos y medidas.

El autor aporta diversos consejos a lo largo de la obra como que es conveniente aprenderse de coro la tabla de multiplicar o las equivalencias entre monedas, pesos y medidas e incluso ánima al lector con un proverbio: "amargas son las letras a los principios mas los fines tienen suaves y muy dulces" (p. 77) También incluye algún comentario sobre el origen de algún termino o concepto matemático.

Además, explica porque es conveniente aprender determinados contenidos, animando a no quedarse solo con saber las cinco reglas principales sino que conviene seguir con el aprendizaje ampliándolo a números quebrados, raíces, progresiones… Siempre otorgándole un valor práctico a estos conocimientos, por ejemplo considera que para ser buen contador conviene ser *quebradista* o que es conveniente saber extraer raíces cuadradas "pues los artifices medidores de tierras tienen expressa necessidad della, y los arquitectos, y los geometras, y sirve para multiplicar facultades" (p. 142).

También avisa a los lectores que ciertos contenidos "a los principiantes les sera trabajoso de entender, sin que se ayuden de preceptor y maestro, que les practique con la voz viva" (p. 14).

Además, realiza el siguiente comentario sobre los contenidos de su obra: "no te maravilles, que tratando de una especie apunte a otra, ni la trayga a la sazon, porque andan estas cuentas tan escolabonadas unas con otras, que es menester hazer mencion de las unas para definir las otras" (p. 99).

4.10.5. Conclusiones

El elevado número de reimpresiones durante los siglos XVI y XVII, incluso más de 200 años después de la primera publicación, muestran la trascendencia e impacto de la aritmética de Miguel Gerónimo de Santa Cruz durante los siglos XVI y XVII.

En dicho análisis se ha hallado que la obra incluye y desarrolla contenidos similares a los de otras muchas aritméticas de la época. Estos contenidos se presentan a través de diversos sistemas de representación, aunque los más abundantes son el verbal y el numérico.

Por otro lado, en la obra destaca su carácter fundamentalmente práctico, evidenciado por la gran variedad de ejemplos y situaciones que presenta. Además, desde el punto de vista fenomenológico, muestra una gran variedad de situaciones relacionadas en su mayoría con la vida cotidiana. Se manifiesta por tanto, el propósito de presentar un manual útil para que cualquiera pueda comprender los contenidos básicos de la aritmética y aplicarlos en su vida diaria.

La siguiente tabla resume los distintos aspectos analizados en la obra.

Tabla 17. Resumen del análisis de la obra de Miguel Gerónimo de Santa Cruz.

	MIGUEL GERÓNIMO DE SANTA CRUZ	
Definición de aritmética.	SÍ: *ciencia de numeros y de sus difiniciones, generacion y propiedades; y toda cosa en Aritmetica es sujeta y atribuida a numero*	
Noción de número o de cantidad.	SÍ: *Una multitud compuesta de unidades*	
Operaciones elementales.	SÍ	
Definición de quebrados y operaciones.	SÍ: *Una parte, o partes de la cosa entera*	
Noción de proporción y ejercicios sobre regla de tres, etc.	SÍ*: el respeto y comparacion que se halla entre dos cantidades de una misma naturaleza, quando son comparadas en su cantidad*	
Otros contenidos recogidos en la obra.	Raíces cuadradas y cúbicas, progresiones	
Ideas sobre geometría.	SÍ	
Ideas sobre álgebra.	NO	
Monedas, medidas y pesos.	SÍ	
Representaciones verbales.	SÍ	
Representaciones numéricas.	SÍ	
Representaciones gráficas.	Tablas.	SÍ
	Figuras.	NO
	Representaciones geométricas.	SÍ
	Esquemas.	SÍ
	Mixtas	SÍ
Fenómenos contables.	SÍ	
Fenómenos comerciales.	SÍ	
Fenómenos de repartos.	SÍ	
Fenómenos de aleaciones.	SÍ	
Fenómenos salariales.	NO	
Fenómenos de agrimensura.	SÍ	
Fenómenos de medida.	NO	
Fenómenos de cambios monetarios	SÍ	
Fenómenos lúdicos.	SÍ	
Fenómenos aritméticos.	SÍ	
Fenómenos geométricos	SÍ	
Fenómenos algebraicos	NO	
Actualidad.	NO	
Originalidad.	NO	
Rigor y precisión.	SÍ	
Interés social.	SÍ	
Revisión o síntesis de los contenidos matemáticos conocidos.	SÍ	
Destaca en algunas aplicaciones.	SÍ: Al comercio	

5.

CONCLUSIONES

A continuación, se presenta una visión conjunta de todos los libros seleccionados para este estudio. Esta se fundamenta en los resultados, expuestos en el Capítulo 4, obtenidos del análisis individual de cada uno de los libros teniendo en cuenta los diversos aspectos planteados.

5.1. LOS AUTORES

En primer lugar, el análisis comparado de los autores aporta un panorama general sobre los autores de libros de aritmética práctica en el siglo XVI. En cuanto al nacimiento, 8 de los autores son españoles, uno es alemán aunque residente en España y otro portugués.

Considerando la profesión de estos autores, se incluyen un gran número de religiosos (al menos la mitad de los autores lo son) así como de maestros algunos de ellos universitarios. Muchos de estos autores cultivaron otras áreas de conocimiento además de las matemáticas, siendo algunos reputados en estas (por ejemplo Juan de Yciar fue un destacado calígrafo, Antich Rocha fue médico, Pedro Núñez destacó en diversas ramas de la ciencia, etc.). Esto coincide con lo dicho por López (1979) y Salavert (1994) sobre la profesión de los matemáticos del siglo XVI.

Aunque su formación es desconocida en la mayoría de los casos, a lo largo de sus obras muchos de ellos manifiestan haber leído a clásicos como Euclides o incluso haberse leído entre ellos, por ejemplo Miguel Gerónimo de Santa Cruz conoce el libro de álgebra de Pedro Núñez. Algunos como Juan Pérez de Moya, Pedro Núñez o Antich Rocha están relacionados con las universidades españolas o portuguesas de la época e incluso otros como Juan de Ortega o Juan de Yciar es probable que pasaran algún periodo de tiempo en el extranjero lo que amplió su formación.

Otro aspecto a destacar, es que la mayoría de ellos (al menos 8 autores) publicaron más de una obra, aunque en la mayoría de los casos con una temática alejada del conocimiento matemático, esto coincide con la multidisciplinariedad que se manifestaba también en sus profesiones. Ejemplos de esto son las distintas ediciones del *Arte de escribir* de Juan de Yciar o las obras sobre mitología o de carácter moral de Juan Pérez de Moya como su *Philosophia secreta.*

Destaca también que varios de los autores tuvieran importantes contactos dentro de la sociedad del momento, ya sea entre los mercaderes, los distintos nobles o incluso en la Corte, esto invita a plantearse la importancia en el momento de dichos contactos que posiblemente favorecían la publicación de sus obras.

Aunque se desconocen las posibles relaciones entre los autores, si resulta destacable que junto con la edición de una obra de Juan de Ortega se incluía un tratado de Juan Pérez de Moya o que algunas ediciones de la obra de Gutiérrez apareciesen junto con la de Juan de Yciar.

5.2. LAS OBRAS

En cuanto a sus aspectos generales todas las obras presentan grandes similitudes, la excepción se encuentra en la obra de Pedro Núñez, que al contrario que el resto no es una obra de aritmética y no coincide con las otras en la mayoría de sus características principales.

Si bien el tamaño de cada obra difiere, la estructura y los contenidos de todas ellas, a excepción de la de Núñez, sí son similares, lo que concuerda con los estudios de Paradís y Malet (1989). Las obras comienzan con el sistema de numeración decimal y los algoritmos de las cuatro operaciones con números naturales. La mayoría de las obras incluyen, aunque no siempre con la misma secuenciación, los quebrados y las operaciones con ellos, las progresiones, la extracción de raíces cuadradas y cúbicas, las proporciones y un gran número de problemas relacionados con reglas de tres, repartos proporcionales, etc.

Desde mitad de siglo varias de las obras incluyen también contenidos algebraicos. En general el álgebra es un capítulo más de estas aritméticas que proporciona herramientas para resolver problemas que no podían resolverse utilizando sólo herramientas aritméticas. La única obra que representa grandes diferencias es la de Pedro Núñez, en ella el álgebra no es ya un capítulo más de las aritméticas, sino que se construye una teoría algebraica aparte que permite resolver los distintos ejercicios planteados.

Los contenidos de estas aritméticas no son actuales ni presentan grandes novedades, por ejemplo si se comparan con los contenidos de obras escritas en el siglo XV estos coinciden. Prueba de ello es el análisis realizado por Hernández-Esteve (2011) de siete inacunables de aritmética práctica publicados durante el siglo XV en distintos lugares de Europa y cuyo núcleo principal de contenidos, común a la mayoría de las obras que analizó, incluye la numeración, las cuatro operaciones elementales, los números quebrados, la regla de tres, la regla de compañía, los cambios o conversiones de monedas, cálculos relacionados con baratas y la regla de aligación. Incluso aunque no aparecen en todos ellos, algunos sí incluyen progresiones, raíces cuadradas y cúbicas o las reglas de la falsa posición. En definitiva, contenidos muy similares a los presentes en las obras analizadas previamente.

Otro aspecto considerado es las ciudades donde se imprimieron las obras. Estas fueron Salamanca, Amberes, Lyon, Zaragoza (dos obras), Valencia (dos obras), Valladolid, Barcelona y Madrid. Estos resultados tienen similitud con los hallados por Paradís y Malet (1989) y con Salavert (1994) que consideran que la mayoría de estas obras aparecieron en ciudades que eran importantes centros comerciales.

Sobre las características generales de estas obras se destaca que todas poseen el objetivo común de enseñar conocimientos sobre aritmética (o álgebra) a sus lectores pues los consideran muy necesarios. Además, todos se interesan por presentar contenidos relacionados con el comercio y los negocios, que consideran importantes para contadores o también cualquier persona interesada, la excepción a esto es la obra de Pedro Núñez.

Si algo es remarcable en muchas de estas obras es la preocupación de sus autores por evitar los engaños y los fraudes en el comercio y la importancia que otorgan a tener conocimientos sobre cuentas considerando que esto ayudará a evitarlos. En concreto de los diez autores analizados seis hacen referencias explicitas a este tema, lo que hace suponer que los fraudes y estafas derivados de esta falta de conocimientos eran habituales en la época. Esto no sorprende, pues en un momento en el que cada región poseía distintas monedas y unidades de medida e incluso en el caso en el que estas coincidían en muchas ocasiones tenían distinto valor, resulta comprensible la enorme dificultad que suponía para personas sin conocimientos matemáticos realizar estas cuentas y lo fácil que resultaba cometer fraudes en el caso de que se conocieran. Ya lo dice Miguel Gerónimo de Santa Cruz en su prólogo al lector, la aritmética puede servir como herramienta de mejora social pues manejar estos contenidos puede ayudar a los hombres a subir de humildes principios a grandes haciendas o estados, pero también al revés, puede llevar a la pérdida de grandes fortunas.

Si tenemos en cuenta a los autores que se referencian en las obras sí se encuentra más disparidad entre todas ellas. Mientras autores como Rocha o Pérez de Moya incluyen un elevado número de autores, de hecho, Rocha resalta la consideración de su obra como una revisión de autores previos; otros como Juan de Ortega no incluyen prácticamente ninguno.

También es destacable que en los prólogos se citan a autores clásicos, probablemente con la intención de otorgar a estar vertiente práctica de un carácter más formal, lo cual coincide con los estudios realizados por Salavert (1994).

Finalmente, es interesante ver que si bien en las obras se recogen bastantes referencias a otros textos de dicho siglo o del anterior por ejemplo a la *Summa* de Lucas de Burgo o al propio tratado de Juan de Ortega, son muy numerosas las referencias a obras clásicas como los *Elementos* de Euclides, las obras de Ptolomeo o Arquímedes por citar a algunos o a obras que fueron escritas varios siglos antes como las de Jordano. Esto aporta posiblemente una razón para comprender la falta de actualidad en la mayoría de los contenidos de estas obras, muy influidos por las corrientes pasadas y muy poco por los avances del momento.

5. 3. ANÁLISIS DE CONTENIDO MATEMÁTICO

Como se ha comentado los contenidos de todas las obras son muy similares, a excepción de la obra de Núñez.

La definición de aritmética que presentan la gran mayoría de ellas es ciencia de números, solo Antich Rocha cambia a *ciencia que enseña a bien contar*. La definición de número proporcionada es la de multitud de unidades. Ninguna de estas dos definiciones presenta nada novedoso un ejemplo de este hecho es que en la obra *Etimologiarum III, de Mathematica* publicada en el siglo VII por Isidoro de Sevilla y considerada la primera obra hispana escrita sobre matemáticas (Rico y Maz, 2005) ya se incluye la definición de aritmética como ciencia de los números o la de número como pluralidad constituida a partir de unidades.

Otra cuestión que plantea esta definición de número es que deja al uno fuera de ella, porque representa sólo a la unidad, este hecho fue objeto de debate entre algunos autores durante siglos posteriores. De hecho ya en Pedro Núñez podemos ver un pequeño paso hacia adelante en la definición de número pues indica que número es: "qualquiera cantidad, quando la entendemos compuesta de unidades, o sea numero entero, o sea quebrado, o sea Raiz, aunque sea sorda" (1567, p. 1).

En definitiva, la definición de número considerada por los autores de aritméticas de dicho siglo es una nueva muestra de la falta de actualidad de los contenidos matemáticos, pues reiteran la definición de los *Elementos* de Euclides y del escaso interés puesto por estos autores en el desarrollo de las matemáticas teóricas, centrándose en su aplicación práctica. Prueba de ello es que en este mismo siglo en 1585 Stevin en su breve obra *De Thiende* más conocida por su versión en francés *Le Disme* presenta ya avances en este sentido.

Todos los autores, a excepción de Pedro Núñez, comienzan sus obras con la explicación detallada del sistema de numeración posicional, algunos incluyen también la numeración romana e incluso aparecen casos tan curiosos como el de Gaspar de Texeda que combina ambas notaciones. Cabe destacar que estos libros fueron los principales difusores de las cifras indo arábigas, que pese a conocerse en Europa desde el siglo XII no fueron utilizados corrientemente hasta el desarrollo de la actividad mercantil que durante el siglo XVI potenció el nuevo sistema de numeración y las técnicas anexas de cálculo verificando lo ya señalado por diversos autores (Paradís y Malet, 1989).

A continuación estas obras presentan varios capítulos sobre las cuatro operaciones: adicción, sustracción, multiplicación y división. La dificultad que conllevaba el algoritmo de la multiplicación, relacionada posiblemente con la dificultad de aprender de memoria las tablas de multiplicar por una cifra se refleja en la inclusión de numerosos ejemplos de multiplicación, de reglas nemotécnicas y de diversos algoritmos de multiplicación que sin embargo no son demostrados, esto concuerda con lo analizado por autores como Paradís y Malet (1989) o Meavilla y Oller (2014a).

La siguiente tabla refleja los algoritmos de multiplicación presentados por los 9 autores, Pedro Núñez no incluye las cuatro operaciones con números naturales, por lo tanto no se incluye en la tabla.

Tabla 18. Métodos de multiplicar incluidos en las obras.

Algoritmo	**De Ortega**	**Andrés**	**De Texada**	**De Yciar**	**Aurel**	**Pérez de Moya**	**Gutiérrez**	**Rocha**	**De Santa Cruz**
Del ala, *escaquer* o *berricolo*	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Gelosia, graticola o egipcio	X		X	X		X		X	
Cuadrilátero	X		X			X		X	
Castellucio	X		X						
Moro o morisco		X	X	X		X		X	X
Colona o *taboleta*			X	Menciona				Menciona	
Per *crocceta, casella*			X					Menciona	
Repriego			X						
Escapeço			X					Menciona	
Copa			X	X		X			X
Conjunction			X						

En general, cada autor realiza variaciones de estos algoritmos. Todos incluyen el algoritmo actual (del ala) en diferentes versiones y a parte de este los más populares son el de *gelosia* y el morisco. Sin duda el autor más destacado en cuanto los diferentes algoritmos incluidos es De Texeda porque presenta todos los métodos incluidos en la

Tabla 18. Por el contrario Aurel y Gutiérrez presentan sólo un método que coincide con el algoritmo actual. Otro aspecto llamativo es que De Santa Cruz cuya obra es la más moderna presenta los métodos de copa o morisco que ya habían sido abandonados por otros autores.

En ninguno de estos capítulos sobre operaciones se mencionan las propiedades de estas, sin embargo algunas de ellas sí se dan por supuestas, por ejemplo las tablas de multiplicar presentadas por muchos de ellos (De Texeda, Pérez de Moya, De Santa Cruz, Aurel) asumen la propiedad conmutativa de esta operación al no reflejar ambos pares multiplicativos (por ejemplo incluyen 2x3=6 pero no 3x2=6).

A excepción de Gutiérrez todas las demás obras tratan los quebrados o las operaciones con ellos (reducción de quebrados a común denominador, sumar, restar, multiplicar y dividir quebrados). Entre los autores que incluyen definición de este concepto consideran que un quebrado es una parte del entero o una cosa que no llega a entero.

Todas las obras incluyen o bien la noción de proporción o ejercicios sobre reglas de tres o de compañías en los que pese a llevar implícitos dicho concepto los autores no lo tratan. Las obras que sí aportan definición incluyen prácticamente la misma: una comparación entre dos cantidades.

En cuanto a los problemas aparecen ejercicios sobre reglas de tres directa e inversamente proporcionales, simple y compuesta, sobre repartos proporcionales, sobre porcentajes y los métodos de falsa posición.

Otros contenidos incluidos en muchas de las obras son la extracción de raíces cuadradas y cúbicas y las progresiones. Algunas obras incluyen varias páginas sobre la aritmética especulativa en las que en general presentan diversas especies de números.

En general, los contenidos sobre raíces cuadradas y cúbicas presentan una evolución a lo largo del siglo. Mientras las primeras obras incluyen básicamente la extracción de éstas en números naturales o en quebrados, las obras de Aurel, Pérez de Moya, Núñez o Rocha explican más cuestiones como la realización de operaciones con raíces.

En la mayoría de las obras la geometría aparece ligada o a las raíces cuadradas o a la medida de terrenos. La realización de algunos ejercicios lleva implícitos conocimientos sobre teoremas como el de Tales o distintas propiedades geométricas. Sólo Pedro Núñez realiza problemas de geometría independientemente de esto.

En cuanto al álgebra se presenta una evolución a lo largo del siglo. Los autores de la primera mitad de siglo o no la mencionan o en el caso de hacerlo, realizan algún comentario sin incluir contenidos por ejemplo Juan Andrés comenta que en un futuro realizará una obra sobre este tema pero nada más.

En la segunda mitad de siglo, concretamente en el año 1552, aparece el primer libro impreso en castellano con contenidos algebraicos, el texto de Marco Aurel. Sin embargo, no todos los autores que publican libros impresos durante esta segunda mitad de siglo incluyen el álgebra. En general en los textos que sí la incluyen, el álgebra se añade como un capítulo más que aporta nuevas herramientas para realizar ejercicios que no podrían hacerse sin ellas. La excepción se produce por Pedro Núñez y su libro enteramente centrado en el álgebra.

Las obras de Aurel, Pérez de Moya y Rocha tratan el álgebra de forma similar, no en vano estas dos últimas se basan en la primera imitando hasta sus errores. Los contenidos que se incluyen son los caracteres del álgebra, las raíces, los binomios y residuos, las igualaciones, la regla de la cantidad y la aplicación de estas igualaciones a la resolución de ejercicios.

En cuanto a la notación algebraica en las obras de Aurel, Pérez de Moya y Núñez se han hallado los mismos resultados que ya plantearon Meavilla y Oller (2014b) y que pueden verse en la Tabla 19, Tabla 20 y la Tabla 21.

Tabla 19. Signos en las obras de álgebra del siglo XVI (Meavilla y Oller, 2014b, p. 64).

Marco Aurel		**Pérez de Moya**		**Pedro Núñez**		**Actual**
Nombre	*Signo*	*Nombre*	*Signo*	*Nombre*	*Signo*	
Más	+	Más	p.	Más	p.	+
Menos	–	Menos	m.	Menos	m.	–
/	/	Igual	ig.	/	/	=

Tabla 20. Notación algebraica (Meavilla y Oller, 2014b, p. 63).

Marco Aurel		Pérez de Moya		Pedro Núñez		Actual
Nombre	*Signo*	*Nombre*	*Signo*	*Nombre*	*Signo*	
Dragma o número	ϐ	Número	n	-	-	x^0
Radix o cosa	𝔯𝔢	Cosa	co	Cosa	co.	x^1
Censo	ȝ	Censo	ce	Censo	ce.	x^2
Cubo	ce	Cubo	cu	Cubo	cu.	x^3
Censo de censo	ȝȝ	Censo de censo	cce	Censo de censo	ce.ce.	x^4
Sursolidum o primo relato	ß	Primero relato	R	Relato primo	re.pº	x^5
Censo y cubo	ȝce	Censo y cubo	cecu	Censo de cubo o cubo de censo	ce.cu. ó cu.ce.	x^6
Bissursolidum	bß	Segundo relato	RR	-	-	x^7
Censo censo de censo	ȝȝȝ	Censo de censo de censo	ccce	-	-	x^8
Cubo de cubo	cce	Cubo de cubo	ccu	-	-	x^9

La notación de Antich Rocha es en general la misma que la de Pérez de Moya.

Tabla 21. Notación de las raíces en las obras algebraicas (Meavilla y Oller, 2014b, p. 64).

Marco Aurel		Pérez de Moya		Pedro Núñez		Actual
Nombre	*Signo*	*Nombre*	*Signo*	*Nombre*	*Signo*	
Raíz cuadrada	√.	Raíz quadrada	r ó R	Raíz cuadrada	R o 2R	$\sqrt{\square}$
Raíz cúbica	ɯ√.	Raíz cúbica	rrr ó RRR	Raíz cúbica	3R	$\sqrt[3]{\square}$
Raíz cuadrada de raíz cuadrada	w√.	Raíz quadrada de Raíz quadrada	rr ó RR	Raíz cuarta	RR o 4R	$\sqrt[4]{\square}$
-	-	-	-	Raíz quinta	5R	$\sqrt[5]{\square}$
Raíz quadrada universal	√ v.	Raíz quadrada universal	ru ó RU ó RV	Raíz cuadrada universal	R.V.	$\sqrt{(\ldots)}$
Raíz cúbica universal	ɯ√ v.	Raíz cúbica universal	rrru ó RRRU ó RRRV	-	-	$\sqrt[3]{(\ldots)}$
Raíz de raíz universal	w√ v̄.	Raíz quadrada de raíz quadrada universal	rru ó RRU ó RRV	-	-	$\sqrt[4]{(\ldots)}$
-	-	-	-	Raíz ligada L.R.*.$\bar{\mathrm{P}}$.R.*	L.R.*.$\bar{\mathrm{P}}$.R.*	$\sqrt{*}+\sqrt{*}$

Una última característica común en todas las obras, con la exclusión de la de Núñez, es la diversidad de monedas, pesos y medidas. Esto es reflejo de las necesidades de la época y las dificultades que las equivalencias entre estas acarreaban a los mercaderes de la época. El hecho de que Núñez no incluya en su obra estas equivalencias es un indicativo más de lo diferente y particular que es su obra respecto a todas las demás.

MONEDAS:

Las dificultades con las equivalencias de monedas se hacen evidentes tras el análisis de estas obras pues pese a la cercanía en el tiempo de publicación muchas de ellas no presentan las mismas equivalencias entre ellas e incluso dan más de un posible valor para alguna moneda. Como excepción, el valor de las monedas de Castilla suele coincidir en la mayoría de los autores.

La siguiente tabla presenta las principales monedas incluidas en estas obras otorgándole los valores utilizados por un mayor número de autores.

Tabla 22. Principales monedas incluidas en las obras.

ARAGÓN		**VALENCIA**		**BARCELONA-CATALUÑA**	
1 florín	16 ó 14 sueldos	1 florín	15 sueldos	1 florín	17 sueldos
1 castellano	28 sueldos ó 26 sueldos 8 dineros y ½	1 castellano	27 sueldos y 4 dineros	1 castellano	30 sueldos
1 ducado	22 ó 21 sueldos	1 ducado	21 sueldos	1 ducado	24 sueldos
1 dobla	21 sueldos	1 dobla	20 sueldos	1 dobla	20 sueldos
1 real de Castilla	2 sueldos ó 21 dineros	1 real de Castilla	22 dineros ó 1 sueldo y 11 dineros	1 real de Castilla	22 dineros ó 2 sueldos
1 libra	20 sueldos	1 libra	20 sueldos	1 libra	20 sueldos
1 sueldo	12 dineros	1 sueldo	11 ó 12 dineros	1 sueldo	12 dineros
				1 corona	21 sueldos
				1 dinero	4 *puieses*

CASTILLA		**NAVARRA**	
1 florín	265 maravedís	1 sueldo	33 tarjas y 12 cornados ó 33 tarjas
1 castellano	485 maravedís	1 castellano	60 tarjas
1 ducado	375 maravedís	1 ducados	46 o 40 tarjas dependiendo de si era el viejo o el nuevo
1 dobla	365 maravedís	1 tarja	16 cornados
1 real de Castilla	34 maravedís	1 real de Castilla	4 tarjas y 4 cornados ó 72 cornados
1 doblón	750 maravedís		
1 dobla *zaena*	450 maravedís		
1 corona	350 maravedís		
1 maravedí	2 blancas		

PESOS:

La misma diversidad encontrada para las monedas aparece para los pesos, además en este caso la dificultad para la conversión aumenta pues el valor depende del producto al que se le adjudique.

En la tabla se incluyen los principales valores aportados por los autores, aunque estos son muchos menos que para las monedas y en muchas ocasiones no se explican claramente o incluso resultan contradictorios.

Tabla 23. Principales unidades de medida del *peso* en las obras.

<table>
<tr><th colspan="2">ARAGÓN</th><th colspan="2">VALENCIA</th><th colspan="2">CASTILLA</th></tr>
<tr><td>1 libra</td><td>12 arrobas
36 arrobas carne y pescado</td><td>1 libra</td><td>12 onzas
16 onzas de pescado
36 onzas de carne</td><td>1 libra</td><td>16 onzas</td></tr>
<tr><td rowspan="2">1 arroba</td><td rowspan="2">30 o 36 libras dependiendo del producto</td><td>Arroba menor</td><td>30 libras</td><td rowspan="2">1 Arroba</td><td rowspan="2">25 libras</td></tr>
<tr><td>Arroba mayor</td><td>36 libras</td></tr>
<tr><td>1 quintal</td><td>4 arrobas</td><td></td><td></td><td>1 quintal</td><td>100 libras (4 arrobas)</td></tr>
<tr><td>1 carga</td><td>3 quintales</td><td></td><td></td><td>1 carga</td><td>12 arrobas</td></tr>
<tr><td>1 quarto</td><td>4 arienços</td><td></td><td></td><td>1 onza</td><td>24 dineros</td></tr>
<tr><td>1 arienço</td><td>32 granos</td><td></td><td></td><td>1 dinero</td><td>24 gramos</td></tr>
<tr><td>1 onza</td><td>4 quartos</td><td></td><td></td><td>1 onza</td><td>16 adarmes</td></tr>
</table>

En el caso del peso de la plata y el oro aparecen también diversas equivalencias, en general las más extendidas son:

Tabla 24. Principales unidades de medida para el *peso* de la plata y el oro.

<table>
<tr><th colspan="2">Oro y plata general</th><th colspan="2">Oro</th><th colspan="2">Oro y plata en Cataluña</th></tr>
<tr><td>1 marco</td><td>8 onzas</td><td>1 peso o castellano de oro</td><td>8 tomines</td><td>1 marco</td><td>8 onzas</td></tr>
<tr><td>1 onza</td><td>24 dineros</td><td>1 tomín</td><td>12 granos</td><td>1 onza</td><td>4 quartos</td></tr>
<tr><td>1dinero</td><td>24 granos</td><td>1 ochava</td><td>6 tomines y 3 granos</td><td>1 quarta</td><td>4 arienços</td></tr>
<tr><td>1 grano</td><td>24 gorobias</td><td></td><td></td><td>1 arienço</td><td>32 granos</td></tr>
<tr><td>1 gorobias</td><td>24 pelletes</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1 pellete</td><td>24 millenios</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

MEDIDAS DE CAPACIDAD PARA ÁRIDOS Y LÍQUIDOS:

Aparecen medidas para la capacidad de áridos como el trigo o líquidos, nuevamente se presenta diversidad incluso entre las obras. La siguiente tabla presenta un resultado general de lo observado en la obra.

Tabla 25. Principales unidades de medida de la capacidad en las obras.

ARAGÓN		VALENCIA		BARCELONA-CATALUÑA	
1 cahiz	8 fanegas	1 cahiz	6 fanegas	1 cahíz	3 *quarteras* y media
1 fanega	3 *quartales*	1 fanega	2 *barcellas*	1 *quartera*	6 *barcellas*
1 *quartal*	4 almudes	1 *barcella*	4 almudes	1 *barcella*	6 almudes
1 nietro de vino	16 cántaros	1 almud	4 *quarterones*		
1 cántaro	28 libras	1 almud	2 almudes de Aragón		

CASTILLA		NAVARRA	
1 cahiz	12 fanegas	1 cahiz	8 fanegas
1 fanega	12 celemines	1 fanega	3 *quartales*
1 celemín	4 *quartillos*	1 *quartal*	4 almudes
1 carga	4 fanegas		
1 almud	6 celemines		
1 *quartillo*	2 *ochavillos*		
1 cántara de vino	8 *açumbres*		
1 *açumbre*	4 *quartillos*		

MEDIDAS DE LONGITUD:

En los libros se explica que en Aragón usan el codo, en Valencia usan el *alna*, en Barcelona usan canas, en Castilla varas y en Navarra codos.

- 6 *alnas* valencianas son 7 codos de Aragón.
- 12 codos de Aragón son 11 varas castellanas.
- 1 vara equivale a 4 palmos
- 1 cana de Barcelona tiene 8 palmos
- 40 codos de Navarra son 30 codos de Aragón.

Incluyen medidas de otros países como las *annas* en Flandes o los *brachios* italianos. Y otras como leguas o millas.

La Tabla 26 muestra los contenidos incluidos en cada una de las obras.

Tabla 26. Contenidos incluidos en las obras.

DEFINICIONES Y CONTENIDOS	De Ortega	Andrés	De Texada	De Yciar	Aurel	Pérez de Moya	Gutiérrez	Rocha	Núñez	De Santa Cruz
Aritmética.					X	X		X		X
Número y cantidad.					X	X		X	X	X
Operaciones elementales.	X	X	X	X	X	X	X	X		X
Quebrados.	X	X	X	X	X	X		X		X
Proporción.					X	X		X	X	X
Raíces cuadradas y cúbicas	X	X	X	X	X	X		X	X	X
Progresiones	X	X	X	X	X	X	X	X		X
Ideas sobre geometría.	X		X	X		X	X	X	X	X
Ideas sobre algebra.					X	X		X	X	
Monedas, pesos y medidas	X	X	X	x	X	X	X	X		X

En definitiva, se ha podido observar que el contenido aritmético en todas las obras es bastante similar. Además a partir de la mitad del siglo XVI no solo se empiezan a incluir contenidos algebraicos en muchas obras, sino que también estas vienen acompañadas de cierto enriquecimiento a nivel teórico. Así todas las obras analizadas que fueron publicadas durante esta segunda mitad del siglo (a excepción de la de Gutiérrez cuya primera edición fue previa) incluyen ya un mayor número de definiciones por ejemplo la de aritmética, la de número o la de proporción.

5.4. ANÁLISIS DIDÁCTICO

5.4.1. Sistemas de representación

En las obras analizadas se muestra el predominio de las representaciones verbales y numéricas para explicar los diferentes contenidos. Las representaciones verbales son las principales en todas las obras, junto a ellas aparecen las numéricas que forman también parte importante de ellas, pero que en algunos libros se presentan con más asiduidad como en la aritmética de Juan de Yciar, mientras que en otros lo hacen en menor medida como en la de Aurel.

El análisis de las representaciones gráficas muestra una mayor diversidad, pues salvo las tablas, ninguna otra representación gráfica está presente en todas las obras lo que pone de manifiesto que los diferentes autores utilizaron variadas formas de explicar contenidos similares.

Este hecho se manifiesta también dentro de las categorías, por ejemplo aunque todos los libros poseen tablas, algunos autores se limitan a incluir una tabla de multiplicar u otra de raíces, mientras que otros ofrecen un mayor número de estas sobre diversos contenidos.

Los esquemas y las figuras son las representaciones gráficas menos presentes en los libros. Se incluyen esquemas sólo en dos libros: el de Miguel Gerónimo de Santa Cruz y el de Antich Rocha. En cuanto a las figuras, Juan de Ortega, Juan de Yciar, Gaspar de Texeda, Juan Gutiérrez y Juan Pérez de Moya sí incluyen varias en sus libros. Aparte de ellos, solo Juan Andrés incluye dos páginas con figuras, específicamente una serie de manos que representan un número diferente.

Los libros de Juan de Ortega, Juan de Yciar, Gaspar de Texeda o Juan Gutiérrez incluyen figuras para ayudar a la comprensión de problemas geométricos, de hecho las que aparecen en el libro de Juan Gutiérrez son las mismas que las de Juan de Yciar debido a que las páginas de Gutiérrez que incluyen estas son una reproducción de varias páginas de la obra de Juan de Yciar. Juan Pérez de Moya también incluye figuras para ilustrar algunos contenidos diversos.

Por último, las obras de Marco Aurel, Pedro Núñez y Juan Gutiérrez presentan un menor número de representaciones gráficas; de hecho, en el libro de Marco Aurel sólo se pueden encontrar tablas y en el libro de Núñez una tabla pero numerosas gráficas geométricas.

En definitiva, pese a que las representaciones incluidas pueden no parecer muchas, si se tiene en cuenta el período en el que fueron impresas estas obras poco después del nacimiento de la imprenta, el hecho de la inclusión de figuras o representaciones geométricas para favorecer la comprensión debe destacarse.

Tabla 27. Representaciones en las obras.

Representaciones

Autores	Verbales	Numéricas	Graficas				
			Tablas	Geométrica	Figuras	Esquemas	Mixto
Juan de Ortega	X	X	X	X	X		X
Juan Andrés	X	X	X	X	X		X
Juan de Yciar	X	X	X	X	X		X
Gaspar de Texada	X	X	X	X	X		X
Marco Aurel	X	X	X				
Juan Gutiérrez	X	X	X	X	X		
Pérez de Moya	X	X	X	X	X		X
Antich Rocha	X	X	X	X		X	X
Pedro Núñez	X	X	X	X			
Miguel Gerónimo de Santa Cruz	X	X	X	X		X	X

5.4.2. Análisis fenomenológico

Como se expuso en la metodología, la fenomenología en la obra se categorizó teniendo en cuenta la Figura 266.

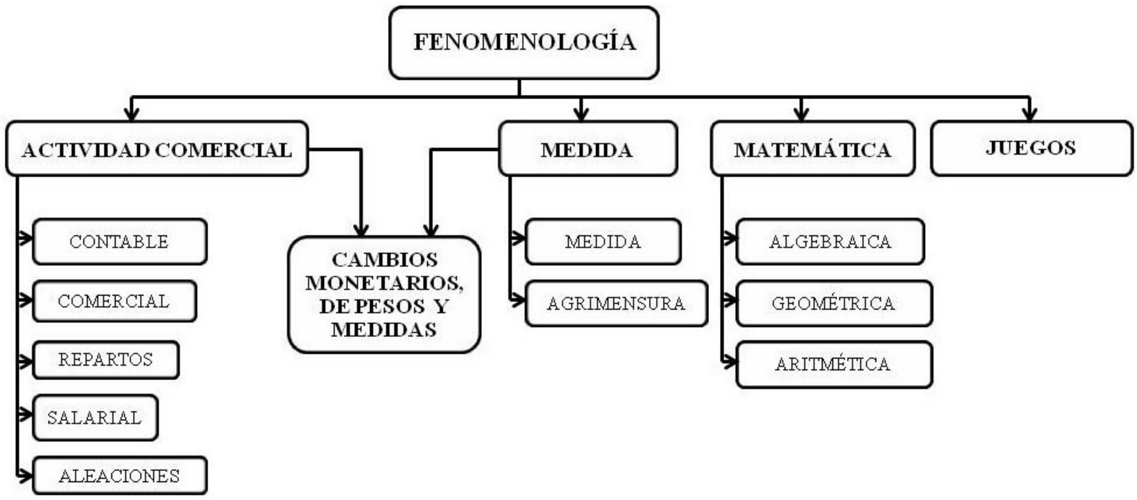


Figura 266. Esquema fenomenología incluida en la obra.

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos sobre la fenomenología incluida en cada una de las obras.

Tabla 28. Fenomenología en las obras del siglo XVI.

Fenómenos	De Ortega	Andrés	De Texeda	De Yciar	Aurel	Pérez de Moya	Gutiérrez	Rocha	De Santa Cruz	Núñez
Contables	X	X	X	X	X	X		X	X	
Comerciales	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
Repartos	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
Salariales	X	X	X		X	X		X		
Aleaciones	X	X	X		X	X		X	X	X
Medida	X	X	X	X	X	X	X	X		
Agrimensura	X		X	X		X			X	
Equivalencias	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
Lúdicas	X	X	X	X	X	X			X	
Aritméticas	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
Algebraicas					X	X		X		X
Geométricas			X	X		X		X	X	X

Esta tabla muestra la gran importancia que conceden los autores a las relaciones comerciales de compra y venta de objetos o ganado, a los repartos de posesiones y a las equivalencias bien de monedas, pesos o medidas, en un periodo como el siglo XVI en el que las distintas regiones poseían diferentes monedas y medidas resulta comprensible la importancia del cálculo correcto y con soltura de conversiones para evitar engaños en las compras, ventas, repartos, etc. Estas situaciones se presentan en todos los libros (a excepción del de Núñez) junto con situaciones aritméticas sin contexto.

Son también comunes a la mayoría de las obras, las referencias a ganancias y pérdidas económicas, a situaciones de medida, a juegos o a aspectos recreativos, los ejemplos sobre aleaciones de oro y plata o sobre pagos. En definitiva, salvo las situaciones geométricas, las de agrimensura y las algebraicas (incluidas solo en todos aquellos libros que tratan estos contenidos), el resto forman parte de la gran mayoría de ellos.

Las obras analizadas pese a no presentar grandes avances matemáticos, sí poseen un valor instrumental. Los autores se preocupan por facilitar las operaciones financieras y comerciales comunes en la época, por eso incluyen una serie de ejercicios que buscaban servir como modelo para posibles situaciones que se dieran en el comercio de la época. Por tanto, este estudio ha puesto en evidencia que los autores del siglo XVI tenían en cuenta las necesidades cotidianas de su sociedad y pretendían acercar las matemáticas a dichas necesidades. Por eso, entre los numerosos ejemplos encontrados en las obras la mayor parte tienen relación de un modo u otro con las transacciones comerciales.

Finalmente añadir que la obra de Pérez de Moya presenta la mayor variedad y riqueza de contextos. Como se viene observando en los distintos aspectos analizados de estas obras, el *Libro de Algebra en Artithmeria y Geometría* de Núñez carece de la intencionalidad comercial que presentan todas las anteriores y por tanto solo incluye fenómenos del tipo matemático y un único ejemplo de un fenómeno de aleacciones.

5.4.3. Aspectos didácticos

Las obras analizadas no presentan contenidos originales, salvo pequeñas excepciones como las páginas relativas a las Reglas de Contadores de Gaspar de Texeda. Los propios autores referencian otras obras en diversas ocasiones por ejemplo Antich Rocha dice haber compilado su obra a partir de otras y Juan Gutiérrez incluye una serie de páginas que forman también parte de la obra de Juan de Yciar.

Respecto a la actualidad de los contenidos, se han distinguido dos etapas, una primera hasta mitad del siglo en la cual los contenidos no pueden considerarse actuales pues no incluían ninguno de los avances en el campo de las matemáticas realizados durante los últimos años (en concreto en el campo del álgebra) y un segundo período en el que con excepciones, las obras sí comienzan a presentar dichos avances, de hecho Marco Aurel dice en su obra que el álgebra es algo jamás visto ni impreso en España y por eso realiza su libro. Pedro Núñez por su parte se aleja de la aritmética pero presenta un libro sobre álgebra que dado el estado de las matemáticas en castellano puede considerarse actual.

En cuanto al rigor y la precisión teniendo en cuenta el período de tiempo analizado y el estado de las matemáticas en ese momento sí podemos considerar cierto rigor y precisión en las obras. Todas ellas incorporan alguna regla general o demostraciones de algunos contenidos e incluso la gran mayoría de obras publicadas durante la segunda mitad de siglo presentan ya un mayor número de definiciones, de demostraciones, incluyen notación simbólica para el álgebra.

La principal característica de todas las obras a excepción de la de Núñez es el interés social. Estos libros fueron escritos con un una fuerte intencionalidad práctica relacionada fundamentalmente con el comercio, aunque muchos autores consideran que sus contenidos serán útiles también para otras profesiones, por eso incluso aquellos que incluyen álgebra orientan muchos de estos ejercicios al comercio.

Muchas obras muestran una revisión y síntesis de contenidos aritméticos (o algebraicos dependiendo del caso) e incluso autores como Núñez analizan otras obras previas.

En cuanto a las aplicaciones en las que destacan estas obras se distinguen dos: la enseñanza de las matemáticas y el comercio, en muchos casos estrechamente relacionadas. Las obras se escriben para usarse como manuales escolares de cara a comprender mejor los contenidos matemáticos incluidos en los tratos comerciales.

Además de estas categorías, los autores aportan diversos consejos para el aprendizaje, realizan comentarios sobre cómo se enseñaban ciertas cuestiones en la época, sobre la secuenciación de los contenidos o las razones por las cuales estos se deben estudiar.

Algunos autores incluyen a su vez la utilización de materiales como maderas o piedras para comprender mejor los contenidos, por ejemplo Juan de Ortega propone la construcción de dos dados cuyos lados son el doble el uno del otro para entender la relación entre esto y el volumen, otros incluyen juegos como el *Rithmomachia* presentado por Juan Pérez de Moya o distintas adivinanzas, siempre asociados al aprendizaje de diversos contenidos. En definitiva, esto indica que las obras sí poseen en general una clara intencionalidad didáctica.

Tabla 29. Aspectos didácticos en las obras.

ASPECTOS DIDÁCTICOS

Autores	Actual	Original	Rigor y precisión	Interés social	Revisión y síntesis	Destaca en aplicación
De Ortega			X	X	X	X
Andrés			X	X	X	X
De Texada		X	X	X	X	X
De Yciar			X	X		X
Aurel	X		X	X	X	X
Pérez de Moya	X		X	X	X	X
Gutiérrez			X	X		
Rocha	X		X	X	X	X
Núñez	X		X		X	
De Santa Cruz			X	X	X	X

5.5. CONCLUSIONES RESPECTO A LOS OBJETIVOS PLANTEADOS

En este último apartado se presentan las conclusiones del estudio en relación con los objetivos planteados para esta investigación. Estas se fundamentan en los resultados individuales expuestos a lo largo del capítulo 4 y en el análisis comparativo presentado en los apartados previos de este capítulo 5. La información se ha organizado a partir de los objetivos planteados para el estudio.

El objetivo general marcado para esta investigación fue el siguiente:

Analizar didáctica, social y matemáticamente los libros de aritmética escritos en castellano y cuya primera publicación se produjo durante el siglo XVI.

Para la consecución de dicho objetivo general se plantearon seis específicos que se analizan a continuación.

1. Identificar a los autores de los libros de aritmética en castellano publicados por primera vez en el siglo XVI, contextualizándolos en el medio académico, ocupacional y social de dicho siglo.

Como se ha señalado en el capítulo 2, la situación de la España del siglo XVI influye fuertemente en los autores. El hecho de que a lo largo de este siglo los clérigos fueron los principales depositarios del saber, permite comprender el porqué de que más de la mitad de los autores lo fueran. Además, el desarrollo económico de la época que implicó un aumento de las relaciones comerciales hizo necesario que un mayor número de gente poseyera conocimientos matemáticos y por tanto que surgieran maestros y escritores sobre estos temas. El escaso, aunque creciente, papel que representaban las matemáticas en las universidades españolas a lo largo del siglo explica porqué pocos de estos autores tienen relación con alguna universidad.

En definitiva, la España del siglo XVI era una sociedad cuyo crecimiento económico y cuyas necesidades en el campo técnico sacaron a la luz la importancia de las matemáticas.

En otros aspectos, el difícil acceso a las obras científicas, sobre todo extranjeras, se refleja en el desconocimiento de muchos autores de obras clave publicadas durante este siglo. También el hecho de que se prohibiese a los castellanos estudiar en universidades europeas no favoreció su formación. Sin embargo, dos de las obras fueron publicadas por autores extranjeros (un alemán y un portugués) lo cual permitiría un acercamiento a dichos contenidos.

A su vez, la censura vivida en la época explica porqué muchos de los autores pertenecían o tenían contactos con los círculos del poder, que probablemente favorecían la publicación de sus obras.

Con los análisis realizados en los apartados 4.1.1., 4.2.1., 4.3.1., 4.4.1., 4.5.1., 4.6.1., 4.7.1., 4.8.1., 4.9.1., 4.10.1 y 5.1. consideramos que se ha alcanzado plenamente el objetivo planteado.

2. Conocer las influencias sociales incluidas en cada aritmética, señalando entre otros, los objetivos planteados, los lectores a los que va dirigida y la importancia y uso de la misma.

Como se deduce del apartado 5.2 la mayoría de estas aritméticas tienen como principal objetivo enseñar conocimientos matemáticos prácticos aplicables fundamentalmente al comercio por eso los principales lectores a los que van dirigidos son precisamente contadores o mercaderes.

Estas obras no pueden entenderse sin ser encuadradas en el momento histórico en el que fueron escritas. Surgieron gracias al desarrollo de la imprenta que facilitó la elaboración de obras en un momento histórico en el que el acceso a la cultura era difícil y estaba muy restringido. Este hecho unido al de una mayoría de población analfabeta permite valorar la importancia de estas obras que pretendían que cualquier lector adquiriese conocimientos matemáticos aplicables a los negocios. Algunos de ellos consideran incluso que las matemáticas pueden ser una herramienta de ascenso social y la gran mayoría plantean al menos que su conocimiento evitará los fraudes y los engaños en los negocios.

Tal como se ha analizado en los apartados 4.1.2., 4.2.2., 4.3.2., 4.4.2., 4.5.2, 4.6.2, 4.7.2., 4.8.2., 4.9.2., 4.10.2. y 5.2. el objetivo planteado se ha alcanzado.

3. Analizar el contenido matemático de cada obra a través del análisis conceptual, con el fin de determinar los temas matemáticos incluidos y el desarrollo de dichos temas.

En cuanto al contenido incluido, la mayoría de las obras comienzan o con la definición de aritmética y número o con el sistema de numeración posicional. En cuanto a la definición de número que plantean se trata de una definición clásica que concuerda con el hecho de que muchos de ellos expliquen junto con el sistema de numeración decimal los números romanos e incluso que combinen ambos sistemas.

Las obras detallan las cuatro operaciones básicas con números naturales, mostrando la importancia que tenía conocerlas y las dificultades que planteaban.

Otros contenidos tratados eran los quebrados, las progresiones, la extracción de raíces cuadradas y cúbicas, la proporción y en general un elevado número de ejercicios sobre reglas de tres, repartos, etc. Algunas de estas obras incluyen también unos capítulos dedicados a contenidos algebraicos, sobre los caracteres del álgebra, las operaciones con esto y las igualaciones.

La excepción a esto la presenta la obra de Núñez dedica exclusivamente al álgebra y aplicándola a problemas aritméticos o geométricos.

Los análisis realizados en los apartados 4.1.3., 4.2.3., 4.3.3., 4.4.3., 4.5.3., 4.6.3., 4.7.3., 4.8.3., 4.9.3., 4.10.3. y 5.3 han permitido alcanzar plenamente el objetivo planteado.

4. Realizar un análisis didáctico de cada obra considerando los distintos organizadores curriculares presentados por Rico (1997).

Los organizadores curriculares tenidos en cuenta para este objetivo son los sistemas de representación y la fenomenología tal como se indico en el apartado de la metodología.

En cuanto a los sistemas de representación el principal sistema es el verbal, combinado con él aparece el numérico aunque con distinto nivel de presencia dependiendo de las obras. Las representaciones gráficas si bien forman parte de todas las obras lo hacen de forma desigual en estas. Sin embargo considerando el momento de publicación de las obras poco después del nacimiento de la imprenta, es necesario valorar el interés de los autores por incluir distintos sistemas de representación para reforzar los contenidos.

El análisis de la fenomenología mostrado en el apartado 5.4.2. otorga una gran relevancia al comercio, reflejando por tanto la unión entre las matemáticas y el contexto cotidiano. A excepción de la obra de Núñez el propósito comercial de todas las obras es claro incluso de aquellas con contenidos matemáticos más avanzados.

Finalmente, siguiendo con el apartado 5.4.3. se han considerado otros aspectos didácticos en las obras. Estos han mostrado que los contenidos en las obras no son ni actuales ni originales, poseen ciertos inicios de rigor y precisión pero fundamentalmente destaca su interés social y su aplicación a la enseñanza y al comercio.

A través de los análisis realizados en cada uno de los subapartados de los apartados 4.1.4., 4.2.4., 4.3.4., 4.4.4., 4.5.4., 4.6.4., 4.7.4., 4.8.4., 4.9.4., 4.10.4 y 5.4. consideramos que se han alcanzado plenamente el objetivo planteado.

5. Realizar un análisis comparativo de los resultados obtenidos para cada obra en los análisis previos, con el fin de determinar el tratamiento matemático y didáctico presente en las obras de aritmética del siglo XVI.

El análisis comparado de todas las obras realizado en los apartados 1, 2, 3 y 4 de este capítulo 5 ha mostrado un conjunto de libros muy similar, con excepciones como la obra de Pedro Núñez. Son similares los contenidos de todas las obras, su presentación a lo largo de esta, sus objetivos e intenciones e incluso los lectores a los que va dirigido. En definitiva, las obras muestran a unos autores más preocupados en general por las aplicaciones prácticas de las matemáticas que por el desarrollo teórico de esta disciplina, se trata por tanto de una serie de autores conscientes de las necesidades de su tiempo y de la necesidad de reflejarlas en una serie de libros impresos para que un mayor número de personas tuviera acceso a ellos.

Lo analizado en dichos apartados 5.1., 5.2., 5.3., 5.4. y 5.5. ha permitido alcanzar el objetivo planteado.

La consecución de los objetivos específicos permite afirmar que el objetivo general propuesto analizar didáctica, social y matemáticamente los libros de aritmética escritos en castellano y cuya primera publicación se produjo durante el siglo XVI se ha cumplido y análogamente se han respondido todas aquellas cuestiones que suscitaba el problema de investigación.

5.6. APORTACIONES DE ESTA INVESTIGACIÓN

Este estudio contribuye a tener un mayor conocimiento de los libros de aritmética publicados a lo largo del siglo XVI. Se describen los contenidos, las representaciones, los fenómenos y los aspectos didácticos incluidos en libros de aritmética de este siglo, que en muchos casos actuaban como libros para la enseñanza.

A lo largo de esta investigación, se presenta por primera vez el análisis comparado de un conjunto de 10 obras sobre aritmética del siglo XVI, desde el punto de vista tanto matemático como didáctico. Algo que sí se ha realizado con obras de siglos posteriores pero que aún no se había hecho sobre este siglo.

En cuanto a la metodología de investigación, se ha puesto a prueba y se ha contrastado la metodología ya existente para la investigación de libros de texto dentro de la historia de la educación matemática y ya aplicada en tesis previas como las de Maz (2005), Picado (2012), J. I. López (2011), C. López (2011) o Sánchez (2015). Además, se ha ampliado dicha metodología realizando una categorización de los fenómenos incluidos en las obras y añadiendo al análisis ciertos aspectos didácticos de cada obra.

Esta investigación ha permitido ampliar y consolidar una línea de investigación sobre la Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática centrada en los libros antiguos de matemáticas, teniendo en cuenta no solo los aspectos matemáticos sino también los sociales, culturales y didácticos.

5.7. LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN

A lo largo de este proceso de investigación una serie de factores condicionaron las actividades realizadas. Durante las fases de selección y análisis de las fuentes, la antigüedad del periodo seleccionado limitó el acceso a las fuentes documentales y dificultó el acceso a información verídica sobre sus autores, sus ediciones, etc. Esta es la razón por la cual se desconoce información clave de muchos autores como por ejemplo su formación, su profesión, etc. que probablemente ayudaría a comprender más profundamente ciertos aspectos de su obra.

Además, la elección de las obras vino determinada por su inclusión dentro del Proyecto La Difusión del Conocimiento Matemático en el nacimiento de la imprenta: Descripción y Análisis Comparado de Aritméticas del Siglo XVI escritas en castellano (EDU2011-27168) del Ministerio de Economía y Competitividad, esto motivó la no inclusión de obras españolas de la época pero escritas en latín o en catalán.

5.8. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN ABIERTAS PARA EL FUTURO

La realización de este trabajo abre la puerta a futuros estudios derivados de la metodología utilizada y los resultados obtenidos, en concreto:

- Los resultados sobre los libros de aritmética en castellano podrían comprarse con otras obras sobre esta temática publicadas en el extranjero o en otros idiomas, como el latín, durante este período.
- El análisis de obras clásicas permitirá determinar hasta qué punto influyeron a estos autores.
- El análisis de obras de aritmética escritas previamente permitirá conocer los cambios en estas obras que se produjeron a lo largo de las distintas épocas.
- En el mismo sentido, el análisis de este tipo de obras en períodos futuros permitirá conocer tanto la evolución de estas obras como las posibles influencias que los libros de aritmética del siglo XVI ejercieron.

REFERENCIAS

Abdeljaouad, M. (2006). Issues in the History of Mathematics Teaching in Arab Countries. *Paedagogica Historica: International Journal of the History of Education, 42*(4-5), 629-664.

Abós, P. (2013). La escuela normal de maestras de Teruel, un centro para la igualdad (1857-1901). *Historia De La Educación: Revista Interuniversitaria, 32*, 211-242.

Andrés (Juan). (1909). *Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana. Tomo* 5 (p. 454). Barcelona: José Espasa e Hijos Editores.

Andrés, J. (1515). *Sumario breve de la practica de la arithmetica.* Valencia: Juan Joffre.

Andrés, Juan. (2009). *Diccionario Biográfico Español. Volumen IV* (p. 254). Real Academia de la Historia.

Arcavi, A. (1991). Two benefits of using history. *For the Learning of Mathematics, 11*(2), 11.

Arenzana, V. (1988). *La enseñanza de las matemáticas en España en el siglo XVIII: la escuela de matemáticas de la Real Sociedad económica aragonesa de amigos del País.* Tesis doctoral. Universidad de Zaragoza, Zaragoza.

Aurel, M. (1552). *Libro Primero de Arithmetica Algebratica*. Valencia: casa de Ioan de Mey Flandro.

Aurel, Marco. (2009). *Diccionario Biográfico Español. Volumen VI* (pp. 83-84). Real Academia de la Historia.

Ausejo, E. (2015). New Perspectives on Commercial Arithmetic in Renaissance Spain. En D. E. Rowe y W. Horng (Eds.), *A Delicate Balance: Global Perspectives on Innovation and Tradition in the History of Mathematics* (pp. 181-207). Springer.

Ausejo, E. y Medrano, F. J. (2012). La fundamentación del Calculus en España: el Cálculo Infinitesimal en Gabriel Ciscar (1760-1829). *Llull: Revista De La Sociedad Española De Historia De Las Ciencias y De Las Técnicas, 35*(76), 305-316.

Azcarate, P. y Serradó, A. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista De Educación, 340*, 341-378.

Bagni, G. T. (2001). La introducción de la historia de las matemáticas en la enseñanza de los números complejos: una investigación experimental en la educación media superior. *RELIME, Revista Latinoamericana De Investigación En Matemática Educativa, 4*(1), 45-62.

Barbin, E. (1991). The reading of original texts: how and why to introduce a historical perspective. *For the Learning of Mathematics, 11*(2), 12-13.

Barrios, A. (2014). Una perspectiva histórica sobre la formación de maestros de Ciencias Naturales en Colombia. *Historia De La Educación Colombiana, 17*, 101-136.

Bisquerra, R. (1989). *Métodos de investigación cualitativa. Guía práctica*. Barcelona: Ediciones CEAC.

Bjarnadóttir, K. (2006). From Isolation and Stagnation to 'Modern' Mathematics in Iceland: a Reform or Confusion? *Paedagogica Historica: International Journal of the History of Education, 42*(4-5), 547-558.

Blanco, M. (2013). The Mathematical Courses of Pedro Padilla and Étienne Bézout: Teaching Calculus in Eighteenth-Century Spain and France. *Science & Education, 22*(4), 769-788.

Bracho-López, R., Maz-Machado, A., Gutiérrez-Arenas, P., Torralbo-Rodríguez, M., Jiménez-Fanjul, N. N. y Adamuz-Povedano, N. (2012). La investigación en Educación Matemática a través de las publicaciones científicas españolas. *Revista Española De Documentación Científica, 35*(2), 262-280.

Bruckheimer, M., y Arcavi, A. (2000). Mathematics and its history: an educational partnership. En V. J. Katz (Ed.). *Using history to teach mathematics: an international perspective* (pp. 135-146). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Burke, P. (2000). *A Social History of Knowledge: From Gutenberg to Diderot*. Cambridge: Polity Press.

Caballer, M. C. (2009). Los alumnos de la Escuela Especial de Matemáticas del Real Seminario Científico Industrial de Vergara. *Llull: Revista De La Sociedad Española De Historia De Las Ciencias y De Las Técnicas, 32*(70), 257-294.

Carabias, A. M. (2012). *Salamanca y la medida del tiempo*. Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.

Caramalho, J. (2008). *Lacroix and the Calculus.* Springer Science & Business Media.

Cárceles, C. (2012). El tratado de Charles Rollin: "De la manière d'enseigner et d'etudier les belles-lettres", canto del cisne de los estudios clásicos. *Historia De La Educación: Revista Interuniversitaria, 31,* 105-119.

Carreño, M. y Rabazas, T. (2010). Sobre el trabajo de ama de casa. Reflexiones a partir del análisis de manuales de Economía doméstica. *Revista Complutense De Educación, 21*(1), 55-72.

Carrillo, M. D. (2005). *La Metodología de la aritmética en los comienzos de las Escuelas Normales (1838-68) y sus antecedentes*. Tesis doctoral. Universidad de Murcia, Murcia.

Carrillo, M. D. y Sánchez, E. (2010). La introducción de la geometría en la escuela primaria (1838-1868). En E. Collelldemont, N. Padrós e I. Carrillo (Eds.), *Memoria, ciudadanía y museos de educación* (pp. 158-170). Universitat de Vic.

Carrillo, M. D. y Sánchez, E. (2013). La enseñanza de las matemáticas en el Real Seminario de Nobles de Madrid (1760-1808). En M. G. Espigado, J. Gómez, M. J. de la Pascua, J. L. Sánchez y C. Vázquez (Eds.), *La Constitución de Cádiz: genealogía y desarrollo del sistema educativo liberal / XVII Coloquio Nacional de Historia de la Educación,* julio 9-11 (pp. 35-46). Cádiz: Servicio de Publicaciones Universidad de Cádiz.

Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 95-124). Barcelona: Horsori.

Caunedo, B. (2009). Un manual de aritmética mercantil de Mosén Juan de Andrés. *Pecvnia: Revista de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad de León, 8,* 71-96.

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica*. Argentina: AIQUE.

Choppin, A. (2000). Los manuales escolares de ayer a hoy: el ejemplo de Francia. *Historia De La Educación, 19*, 13-37.

Cockcroft, W. (1985). *Las matemáticas sí cuentan: informe Cockroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Cohen, L. y Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla.

Collette, J. (1985). *Historia de las matemáticas I*. Madrid: Siglo XXI de España.

Comella, B. (2012). Los Reales Colegios de Santa Isabel y Loreto de Madrid según sus Constituciones de 1715 y 1718. *Historia De La Educación: Revista Interuniversitaria, 31,* 167-187.

Coriat, M. (2001). Materiales didácticos y recursos. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria* (pp. 61-82). Síntesis.

Donoso, R. (1996). *Una contribución a la historia de la contabilidad: análisis de las prácticas contables desarrolladas por la tesorería de la Casa de la Contratación de las Indias de Sevilla (1503-1717)*. Universidad de Sevilla.

Dou, A. (1990). Las Matemáticas en la España de los Austrias. En L. Español (Ed.), *Estudios sobre Julio Rey Pastor (1888-1962)* (pp. 151-172). Instituto de Estudios Riojanos.

De Echegaray Corta, C. (1908a). Calígrafos vascongados: Juan de Icíar (Continuación). *Revista Internacional De Los Estudios Vascos= Eusko Ikaskuntzen Nazioarteko Aldizkaria= Revue Internationale Des Ètudes Basques= International Journal on Basque Studies, RIEV, 2*(1), 68-75.

De Echegaray Corta, C. (1908b). Calígrafos vascongados: Juan de Icíar (Continuación). *Revista Internacional De Los Estudios Vascos= Eusko Ikaskuntzen Nazioarteko*

Aldizkaria= Revue Internationale Des Ètudes Basques= International Journal on Basque Studies, RIEV, 2(1), 136-150.

Ernest, P. (1998). The history of mathematics in the classroom. *Mathematics in School, 27*(4), 25-31.

Español, L. (1996). Julio Rey Pastor en la Revista de la Sociedad Matemática Española (1911-1917). *Llull*, *19*(37), 381-424.

Esteban, M. (2002). Las Academias Técnicas en la España del siglo XVI. *Quaderns d'història de l'enginyeria, 2002-2003, 5*, 10-19.

Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *For the Learning of Mathematics, 11*(2), 3-6.

Fernández-Cano, A. y Rico, L. (1992). *Prensa y educación matemática*. Madrid: Síntesis.

Fox, D. J. (1981). *El proceso de investigación en educación*. Barañáin - Pamplona: Ediciones Universidad de Navarra.

Frejd, P. (2013). Old algebra textbooks: a resource for modern teaching. *BSHM Bulletin: Journal of the British Society for the History of Mathematics, 28*(1), 25-36.

Garciadiego, A. R. (2002). History of Mathematics, an Intuitive Approach. *Humanistic Mathematics Network Journal, 26*, 6-11.

Glaeser, G. (1981). Epistémologie des nombres relatifs. *RDM - Recherches En Didactique Des Mathématiques, 2*(3), 303-346.

Gómez, B. (1995a). Los métodos de cálculo mental vertidos por la tradición reflejada en los libros de aritmética. *UNO, 5*, 91-101.

Gómez, B. (1995b). Los viejos métodos de cálculo: un dominio para transitar de la aritmética al álgebra y viceversa. *Suma: Revista Sobre Enseñanza y Aprendizaje De Las Matemáticas, 20,* 61-68.

Gómez, B. (1996). Desarrollo histórico de la enseñanza de la aritmética. El caso de los algoritmos de cálculo. *Aula, 50*, 11-16.

Gómez, B. (1999). Tendencias metodológicas en la enseñanza de la proporcionalidad derivadas del análisis de libros antiguos. El caso de los problemas de "compañías". *Revista Latinoamericana De Investigación En Matemática Educativa, 2*(3), 19-29.

Gómez, B. (2001). La justificación de la regla de los signos en los libros de texto: ¿Por qué menos por menos es más? En P. Gómez y L. Rico (Eds.) *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro.* (pp. 257-275). Granada: Universidad de Granada.

Gómez, B. (2006). Los ritos en la enseñanza de la regla de tres. En A. Maz, M. Torralbo y L. Rico (Eds.), *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática.* (pp. 47-69). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Gómez, B. (2011a). Marco preliminar para contextualizar la investigación en historia y educación matemática. *Epsilon: Revista De Educación Matemática, 28(1)* (77), 9-22.

Gómez, B. (2011b). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *PNA, 5*(2), 49-65.

Gómez, B. (2015). Los problemas de aligación. *XIV Conferencia interamericana de Educación Matemática (CIAEM)*. Mayo, 3-7. Tutxla Gutiérrez, México.

Gómez, P. (2002). Análisis didático y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA, 7*(3), 251-292.

González, J. M. (1956). Gaspar de Texeda, precursor de la teneduría de libros en España. *Tecnica Economica, 2*(Mayo), 36-43.

González, M. (2013). La historia del currículum en EE. UU. y Gran Bretaña. Una revisión historiográfica y algunas aportaciones teóricas y metodológicas para el Contexto Español. *Historia De La Educación, 32*, 315-342.

González, M. T. (2002). *Sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del análisis matemático: perspectiva histórica acerca de los puntos críticos.* Tesis doctoral. Universidad de Salamanca, Salamanca.

González, M. T. (2011). Revisitando los conceptos de máximo y mínimo a través del libro de l'Hôpital. *Epsilon: Revista De La Sociedad Andaluza De Educación Matemática" Thales", 28(1)* (77), 83-98.

González, M. T. (2013). Las Historias de vida como metodología para la investigación en historia de la educación Matemática. El caso del profesor Cuesta Dutari (1907-1989). *Revista SIGMA, 11*(1), 1-9.

González, M. T. y Sierra, M. (2002). La enseñanza del análisis matemático en los libros de texto españoles de enseñanza secundaria del siglo XX. *Historia De La Educación, 21*, 177-198.

González, M. T. y Sierra, M. (2003). El método de investigación histórico en la didáctica del análisis matemático. En E. Castro (Ed.), *Investigación en Educación Matemática: Séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática,* (pp. 109-130). Granada: Universidad de Granada.

Gutiérrez, J. (1564). *Arte Breve y muy provechoso de quenta castellana y Arithmetica*. Zaragoza: Casa de Pedro Bernuz.

Hernández-Esteve, E. (2011). Incunables de Aritmética Comercial anteriores a la Summa de Luca Pacioli. En E. Hernández-Esteve y M. Martelli (eds.): *Before and after Luca Pacioli. II International Conference*, junio 17 - 19. Sansepolcro: Centro Studi “Mario Pancrazi”.

Hernanz, C. y Medrano, F. J. (1997). Las matemáticas en los planes de estudio de ingenieros y arquitectos entre los siglos XVIII y XIX. En X. A. Fraga (Ed.), *Ciencias, educación e historia: actas do V Simposio de Historia e Ensino das Ciencia,* septiembre 1995 (pp. 265-270). A Coruña: Ediciós do Castro.

Hill, G. (2015). English school exercises, 1420–1530. *History of Education, 44*(4), 534-536.

Icíar Vizcaíno, Juan de. (2009). *Diccionario Biográfico Español. Volumen XXVII* (pp. 86-89). Real Academia de la Historia.

Jahnke, H. N. (2001). Cantor's Cardinal and Ordinal Infinities: an Epistemological and Didactic View. *Educational Studies in Mathematics, 48*(2), 175-197.

Krippendorff, K. (1990). *Metodología de análisis de contenido.* Barcelona: Paidós.

León-Mantero, C.M. y Maz-Machado, A. (2015). Juan Cortázar y sus aportaciones a la Educación Matemática española del siglo XIX. *ENSAYOS, Revista de la Facultad de Educación de Albacete, 30*(1), 55-62.

López, C. (2011). *La formación inicial de Maestros en Aritmética y Álgebra a través de los libros de texto.* Tesis doctoral. Universidad de Salamanca, Salamanca.

López, J. I. (2011). *Un análisis sistémico de la obra de José Mariano Vallejo desde la perspectiva de la investigación histórica en educación matemática.* Tesis doctoral. Universidad de Salamanca, Salamanca.

López, J. M. (1979). *Ciencia y técnica en la sociedad española de los siglos XVI y XVII*. Barcelona: Labor.

Madrid, M. J. y López, C. (2014). El Dorado Contador (1594) y su influencia en el comercio de La Corona de Aragón con Flandes Renacentista. En J.M. Hernández (Ed.), *Influencias Italianas en la Educación Española e Iberoamericana,* (pp. 91-96). Salamanca: FahrenHouse.

Madrid, M. J. y Maz-Machado, A. (2015). Analysis of two Spanish arithmetic books written in the XVI-century. *Journal of Education, Psychology an Social Sciences, 3*(2), 117-121.

Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y León-Mantero, C. (2015). Representations in the Sixteenth-Century Arithmetic Books. *Universal Journal of Educational Research, 3*, 396-401.

Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y López, C. (2015a). La aritmética comercial de Miguel Gerónimo de Santa Cruz. *Épsilon - Revista De Educación Matemática, 32 (1)* (89), 35-47.

Madrid, M. J., Maz-Machado, A. y López, C. (2015b). Fenomenología y representaciones en el Dorado Contador de Miguel Gerónimo de Santa Cruz. *Ensayos, Revista De La Facultad De Educación De Albacete., 30*(1), 63-72.

Mancho, M. J. (2007). Aproximación al léxico matemático del Renacimiento. En A. Puigvert e I. Delgado (Eds.), *Ex admiratione et amicitia. Homenaje a Ramón Santiago* (pp. 723-740). Madrid: Ediciones del Orto.

Massa, M. R. (2008). L'àlgebra al segle XVI a Espanya. L'arithmetica (1564) del gironí Antic Roca. *Nova época, 1*(2), 311-317.

Massa, M. R. (2010). Àlgebra i geometria al Libro de Álgebra en Arithmetica y Geometria (1567) de Pedro Núñez. *Quaderns d'Història de l'Enginyeria, XI,* 101-125.

Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada.

Maz, A. (2009). Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas. En M. J. González, M. T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática: Simposio Investigación en educación matemática XIII,* septiembre 10-12, (pp. 5-20). Santander: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).

Maz, A. y Rico, L. (2007). Situaciones asociadas a los números negativos en textos de matemáticas españoles de los siglos XVIII y XIX. *PNA, 1*(3), 113-123.

Maz, A. y Rico, L. (2009a). Negative numbers in the 18th and 19th centuries: phenomenology and representations. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 7(1)* (17), 537-554.

Maz, A. y Rico, L. (2009b). Las "Liciones de matemáticas" de Thomas Cerda: doscientos cincuenta años (1958-2008). *Suma: Revista Sobre Enseñanza y Aprendizaje De Las Matemáticas, 60*, 35-41.

Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (2006). *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática*. Córdoba: Universidad de Córdoba.

Maz-Machado, A. y Rico, L. (2013). "Tratado elemental de matemáticas", de José Mariano Vallejo, en el bicentenario de su publicación. *Suma: Revista Sobre Enseñanza y Aprendizaje De Las Matemáticas, 74*, 55-63.

Maz-Machado, A. y Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18*(1), 49-76.

Maz-Machado, A., Sierra, M. y López, C. (2013). Fenomenología y representaciones en "Arithmetica Practica" de Juan de Yciar. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. F. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en didáctica de la matemática: homenaje a Encarnación Castro* (pp. 77-84). Comares.

McCulloch, G. (2006). Education and the Middle Classes: The Case of the English Grammar Schools, 1868–1944. *History of Education, 35*(6), 689-704.

Meavilla, V. (2005). Historia de la Educación Matemática en España: el contenido algebraico de la Arithmetica Practica, y Speculativa de Juan Pérez de Moya (ca. 1512 – 1596). *Revista Brasileira De História Da Matemática, 5*(9), 19-35.

Meavilla, V. (2009). Catálogo de autores matemáticos en España s.XVI. Consultado el 29 de enero de 2016 en: http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=category&id=49:catgo-de-autores-matemcos-en-espaxix&Itemid=33&layout=default

Meavilla, V. (2013). Recreaciones matemáticas en la Aritmética (1512) de fray Juan de Ortega. *Epsilon: Revista De La Sociedad Andaluza De Educación Matemática" Thales", 30(2)* (84), 7.

Meavilla, V. y Oller, A. M. (2014a). Gaspar de Texeda y los algoritmos de la multiplicación. *Suma: Revista Sobre Enseñanza y Aprendizaje De Las Matemáticas, 75*, 61-73.

Meavilla, V. y Oller, A. M. (2014b). El simbolismo algebraico en tres álgebras españolas del siglo XVI. *Números, 87*, 59-68.

Millán, A. (1991). Los estudios de geometría superior en España en el siglo XIX. *Llull: Revista De La Sociedad Española De Historia De Las Ciencias y De Las Técnicas, 14*(26), 117-186.

Moreno, A. (2000). La física en los manuales escolares: un medio resistente a la renovación (1845-1900). *Historia De La Educación, 19*, 51-93.

Navarro, M. J. (2011). Los modelos discursivos femeninos en la preceptiva epistolar: la "Cosa nueva" de Gaspar de Texeda. *Estudios Humanísticos.Filología, 33*, 219-243.

Núñez, J. M. y Servat, J. (1988). La matemática y la Institución Libre de Enseñanza: concepciones teóricas y pedagógicas. *Llull: Revista De La Sociedad Española De Historia De Las Ciencias y De Las Técnicas, 11*(20), 75-96.

Nuñez Salciense (Pedro). (1919). *Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana* (pp. 150-151). Barcelona: Hijos de J. Espasa Editores.

Nuñez, P. (1567). *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria*. Amberes: casa de los herederos d'Arnoldo Birckman a la Gallina gorda.

De Ortega (Juan). (1919). *Enciclopedia Ilustrada Europeo-Americana. Tomo 40* (pp. 702). Barcelona: Hijos de J. Espasa.

De Ortega, J. (1512). *Conpusicion de la arte de la arismetica y juntamente de geometria*. Lyon: Joannes Trinxer.

De Ortega, J. (1552). *Tractado subtilissimo de Arismetica y de Geometria. Compuesto por el reverendo padre fray Juan de Hortega de la orden de los predicadores. Ahora de nuevo enmendado con mucha diligencia por Gonzalo Busto de muchos errores que havia en algunas impressiones pasadas*. Sevilla: Juan Canalla.

Ortega, Juan de. (2009). *Diccionario Biográfico Español. Volumen XXXVIII* (pp. 836-837). Real Academia de la Historia.

Paradinas, J. L. (2012). Las Matemáticas en la "Ratio Studiorum" de los Jesuitas. *Llull: Revista De La Sociedad Española De Historia De Las Ciencias y De Las Técnicas, 35*(75), 129-162.

Paradís, J. y Malet, A. (1989). *La génesis del álgebra simbólica. Vol.1. Los orígenes del álgebra: de los árabes al Renacimiento.* Barcelona: Promociones y Publicaciones Universitarias.

Pedro Nunes. (1843). *O panorama: jornal litterário e instructivo da Sociedade Propagadora dos Conhecimentos Úteis, 2* (57), 28.

Peralta, J. (2011). La creación de la Real Sociedad Matemática Española: una mirada a nuestra matemática de aquella época. *Epsilon: Revista De La Sociedad Andaluza De Educación Matemática" Thales", 28(1)* (77), 65-82.

Pérez, J. (2000). La sociedad española del Renacimiento. Consultado el 29 de enero de 2016 en: http://www.cervantesvirtual.com/bib/historia/CarlosV/6_2_josep_perez.shtml

Perez de Moya, J. (1562). *Arithmetica practica, y specvlatiua*. Salamanca: Mathias Gast.

Pérez de Moya, Juan. (2009). *Diccionario Biográfico Español* (pp. 202-203). Real Academia de la Historia.

Picado, M. (2012). *El Sistema Métrico Decimal en libros de texto de matemáticas en España durante la segunda mitad del siglo XIX (1849-1892).* Tesis doctoral. Universidad de Granada, Granada.

Picado, M. y Rico, L. (2012). La introducción del sistema métrico decimal y los libros de texto en España. *Suma: Revista Sobre Enseñanza y Aprendizaje De Las Matemáticas, 71*, 9-18.

Picado, M., Rico, L. y Gómez, B. (2013). El Sistema Métrico Decimal en textos de matemáticas para la instrucción primaria en las Islas Canarias en el siglo XIX. *Números, 82*, 37-53.

Picatoste, F. (1891). *Apuntes para una biblioteca científica española del siglo XVI: estudios biográficos y bibliográficos de ciencias exactas, físicas y naturales y sus inmediatas aplicaciones en dicho siglo* Madrid: Manuel Tello.

Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 61-94). Barcelona: Horsori.

Puig, L. y Fernández, A. (2013). La *Arithmetica Algebratica* de Marco Aurel, primer álgebra impresa escrita en español. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 143-150). Granada: Comares.

Ramírez, A. N. T. (2012). Formación de maestros rurales colombianos: 1946-1994. *Revista Historia De La Educación Latinoamericana,* (18), 93-118.

Real, I., Segovia, I. y Ruiz F. (2013). Estudio de los textos para la enseñanza de las matemáticas del Padre Manjón. En L. Rico y J.L. Lupiáñez (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 359-374). Comares.

Rey, J. (1926). *Los matemáticos españoles del siglo XVI.* Junta de Investigaciones Histórico-Bibliográficas.

Rico, L. (1997). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñazan secundaria* (pp. 39-59). Barcelona: Horsori.

Rico, L. (2001). Análisis conceptual e investigación en didáctica de la matemática. En P. Gómez y L. Rico (Eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 180-193). Granada: Editorial Universidad de Granada.

Rico, L., Díez, Á., Castro, E. y Lupiáñez, J. L. (2011). Currículo de matemáticas para la educación obligatoria en España durante el periodo 1945-2010. *Educatio Siglo XXI, 29*(2), 139-172.

Rico, L. y Maz, A. (2005). Matemáticas, libros y matemáticos: un recorrido por su historia y su relación con la enseñanza en España. En M. Torralbo (Ed.), *El libro español de Matemáticas* (pp. 11-35). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la UCO.

Roca (Antich). (1926). *Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana. Tomo 51* (pp. 1082-1083). Madrid: Espasa-Calpe, S.A.

Rocha, A. (1564). *Arithmetica*. Barcelona: Casa de Claudio Bornat a la Águila Fuerte.

Rocha, Antich. (2009). *Diccionario Biográfico Español. Volumen XLIII* (pp. 748-749). Real Academia de la Historia.

Rodríguez, F. M. (2010). *Desarrollo conceptual de los métodos iterativos en la resolución de ecuaciones no lineales: un enfoque didáctico.* Tesis doctoral. Universidad de Salamanca, Salamanca.

Rodríguez-San Pedro, L. E. (1986). La matrícula en la Universidad de Salamanca 1598-1625. *Historia De La Educación: Revista Interuniversitaria, 5*, 71-106.

Roviró, I. (2013). Los 50 primeros manuales de estética en España. *Historia De La Educación, 32,* 47- 79.

Ruiz, J. (1997). El método histórico en la investigación histórico-educativa. *La investigación histórico-educativa: tendencias actuales* (pp. 131-202). Editorial Ronsel.

Ruiz, L. (2001). *Arithmética práctica y speculativa de J. Pérez de Moya (1513-1596): un estudio desde la Didáctica de las Matemáticas: lección magistral.* Universidad, Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación.

Ruiz, L. y García, F. (2009). Arithmetica Practica y Specvlativa de J. Pérez de Moya (1513-1596): análisis epistemológico y didáctico. *Llull: Revista De La Sociedad Española De Historia De Las Ciencias y De Las Técnicas, 32*(69), 103-134.

Salavert, V. (1990). Introducción a la historia de la aritmética práctica en la Corona de Aragón en el siglo XVI. *Dynamis: Acta Hispanica Ad Medicinae Scientiarumque. Historiam Illustrandam, 10,* 63-91.

Salavert, V. (1994). Aritmética y sociedad en la España del siglo XVI. En S. Garma, D. Flament y V. Navarro (Eds.), *Contra los titanes de la rutina (contre les titans de la routine). Encuentro en Madrid de investigadores hispano-franceses sobre la historia y la filosofía de la matemática* (pp. 51-69). Madrid: Consejo Superior de Investigaciones Científicas.

Salavert, V. (1995). La cultura científica y técnica en la España de los siglos XVI y XVII. *Bulletin hispanique*, *97*(1), 233-259.

Sánchez, M. I. (2015). *La Geometría Analítica en los libros de texto para secundaria y universidad en España en el siglo XIX.* Tesis doctoral. Universidad de Salamanca, Salamanca.

De Santa Cruz, M. G. (1625). *Libro de arithmetica especvlativa, y práctica, intitvlado, el Dorado Contador, contiene la fineza y reglas de contar oro y plata, y los Aneajes de Flandes*. Madrid: Viuda de Alonso Martín.

Santa Cruz, Miguel Jerónimo. (2009). *Diccionario Biográfico Español. Volumen XLV* (pp. 1034). Real Academia de la Historia.

Santos, J. (2000). Una teoría sobre la creación del concepto moderno de probabilidad: aportaciones españolas. *Llull: Revista De La Sociedad Española De Historia De Las Ciencias y De Las Técnicas, 23*(47), 431-450.

Schubring, G. (1987). On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author. *For the Learning of Mathematics, 7*(3), 41-50.

Schubring, G. (2014). On Historiography of Teaching and Learning Mathematics. En A. Karp y G. Schubring (Eds.), *Handbook on the history of mathematics education* (pp. 3-8). Springer.

Segovia, I. y Rico, L. (2001). Unidades didácticas: organizadores. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 83-104). Madrid: Síntesis.

Sierra, M. (2011). Investigación en Educación Matemática: objetivos, cambios, criterios, método y difusión. *Educatio Siglo XXI: Revista De La Facultad De Educación, 29*(2), 173-198.

Sierra, M., González, M. T. y López, C. (1999). Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de bachillerato y curso de orientación universitaria, 1940-1995. *Enseñanza De Las Ciencias, 17*(3), 463-476.

Sierra, M., González, M. T. y López, C. (2003). El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanaza secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación Matemática, 15*(1), 21-50.

Sierra, M. y López, C. (2011). Margarita Comas (1892-1973) y su aportación a la educación matemática. *Epsilon: Revista De La Sociedad Andaluza De Educación Matemática" Thales", 28(1)* (77), 23-38.

Sierra, M. y López, C. (2012). La descentralización del currículo de matemáticas en la educación obligatoria en España durante la década 1990-2000. *Enseñanza De Las Ciencias, 30*(2), 219-245.

Sierra, M. y López, C. (2013). Análisis de contenidos en aritmética y álgebra en manuales de formación de maestros (1839-1971). En L. Rico y J. L. Lupiáñez (Eds.), *Análisis didáctico en educación matemática: metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 375-402). Comares.

Sierra, M., Rico, L. y Gómez, B. (1997). El número y la forma: libros e impresos para la enseñanza del cálculo y la geometría. En A. Escolano (Ed.), *Historia ilustrada del libro escolar en España: del Antiguo Régimen a la Segunda República* (pp. 373-398). Fundación Germán Sánchez Ruipérez: Ediciones Pirámide.

Smith, D. E. (1908). *Rara arithmetica.* Boston: Ginn & Company.

Sotos, M. (2015). *Didáctica de las Matemáticas y Desarrollo Profesional de una maestra. El caso de Maria Antònia Canals i Tolosa.* Tesis doctoral. Universidad de Salamanca, Salamanca.

Suárez, C. O. (2011). Orígenes y evolución del teorema de Rolle. *Epsilon: Revista De La Sociedad Andaluza De Educación Matemática" Thales", 28(1)* (77), 39-50.

Tejeda ó Tejada (Gaspar de). (1928). *Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo-Americana*. Tomo 59 (pp. 1481). Madrid: Espasa-Calpe, S.A.

De Texeda, G. (1546). *Suma de Arihtmetica Practica y de todas Mercaderias con la horden de contadores*. Valladolid: Oficina de Francisco Fernández de Córdoba.

Texeda, Gaspar de. (2009). *Diccionario Biográfico Español. Volumen XLVII* (pp. 900). Real Academia de la Historia.

Tiana, A. (2000). El Proyecto Manes y la investigación histórica sobre los manuales escolares (siglos XIX y XX). *Historia De La Educación, 19*, 179-194.

Valladares, A. (1997). El bachiller Juan Pérez de Moya: apuntes bio-bibliográficos. *Boletín Del Instituto De Estudios Giennenses, 165*, 371-412.

Vea, F. (1986). *Las matemáticas en los planes de estudios de enseñanza secundaria en España en el siglo XIX*. Zaragoza: Universidad de Zaragoza.

Velamazán, M. Á. y Ausejo, E. (1989). Los planes de estudio en la Academia de Ingenieros del Ejército en España en el siglo XIX. *LLull,* 12(23), 415-453.

Vidal, R. (2009). *Las raíces y radicales en libros de texto en chile (1969-2009).Un análisis de rupturas epistemológicas como aporte a la Didáctica de las Matemáticas.* Tesis doctoral. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.

Vidal, M., Cuadrado, J. G., Garriga, C. y Neolcyt, G. (2009). Léxico español de la ciencia y léxico de las matemáticas en el siglo XVIII. *Tercera Reunión De La Red Temàtica "Lengua y Ciencia",* 28-30 de octubre. Universidad de Coimbra, Coimbra.

De Yciar, J. (1549). *Arithmetica Practica*. Zaragoza: Casa de Pedro Bernuz.

De Yciar, J. (1596). *Libro subtilissimo por el cual se enseña a escrivir perfectamente.* Sevilla: Imprenta de Alonso de la Barrera.

Ying, N. y Chun, K. (2012). Mathematics education in Hong Kong under colonial rule. *BSHM Bulletin: Journal of the British Society for the History of Mathematics, 27*(2), 119-125.

ANEXO 1.

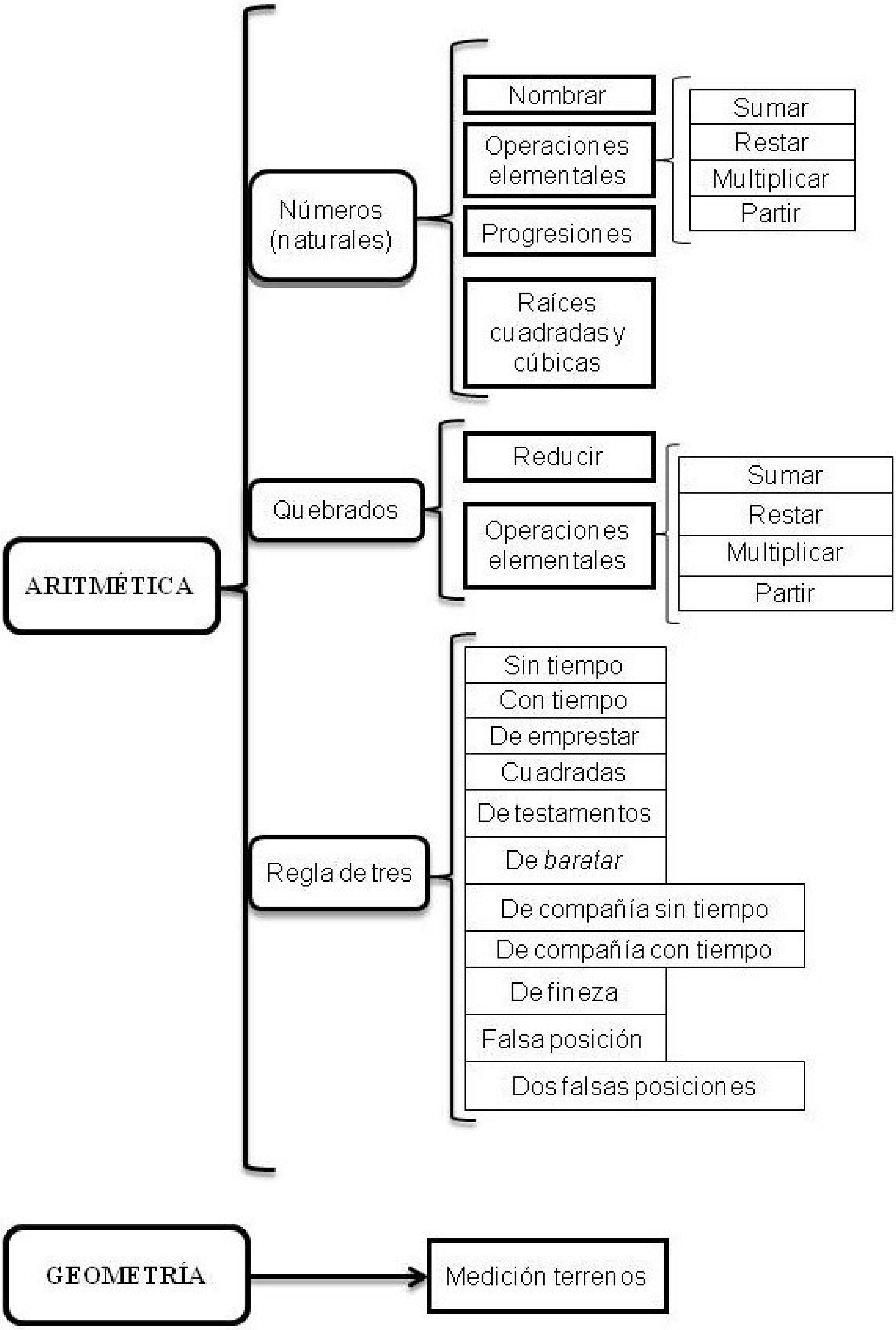
Línea temporal

Contexto histórico español	AÑO	Autores de los libros de aritmética seleccionados para el estudio
1503 - Se establece en Sevilla la Casa de Contratación. 1504 - Muere la reina Isabel de Castilla. Juana, reina de Castilla.	**1500-1510**	1502 – Nacimiento de Pedro Núñez.
1516 - Muere Fernando el Católico. Carlos I rey de Castilla y Aragón.	**1511-1520**	1512 - Primera edición del Tratado de Juan de Ortega. 1513- Fecha aproximada de nacimiento de Juan Pérez de Moya 1515 - Primera edición del libro de Juan Andrés.
	1521-1530	1523 – Fecha aproximada de nacimiento de Juan de Yciar.
	1531 - 1540	1534 - Primera edición del tratado de Juan de Ortega que contiene valores de la extracción de raíces cuadradas que satisfacen la ecuación de Pell. 1531o 1539 - Primera edición de la aritmética de Juan Gutíerrez
1545 – Descubrimiento de la mina de Potosí. 1546 – Descubrimiento de las minas de Zacatecas.	**1541 - 1550**	1546 - Primera edición del libro de Gaspar de Texeda. 1549 - Primera edición del libro de Juan de Yciar

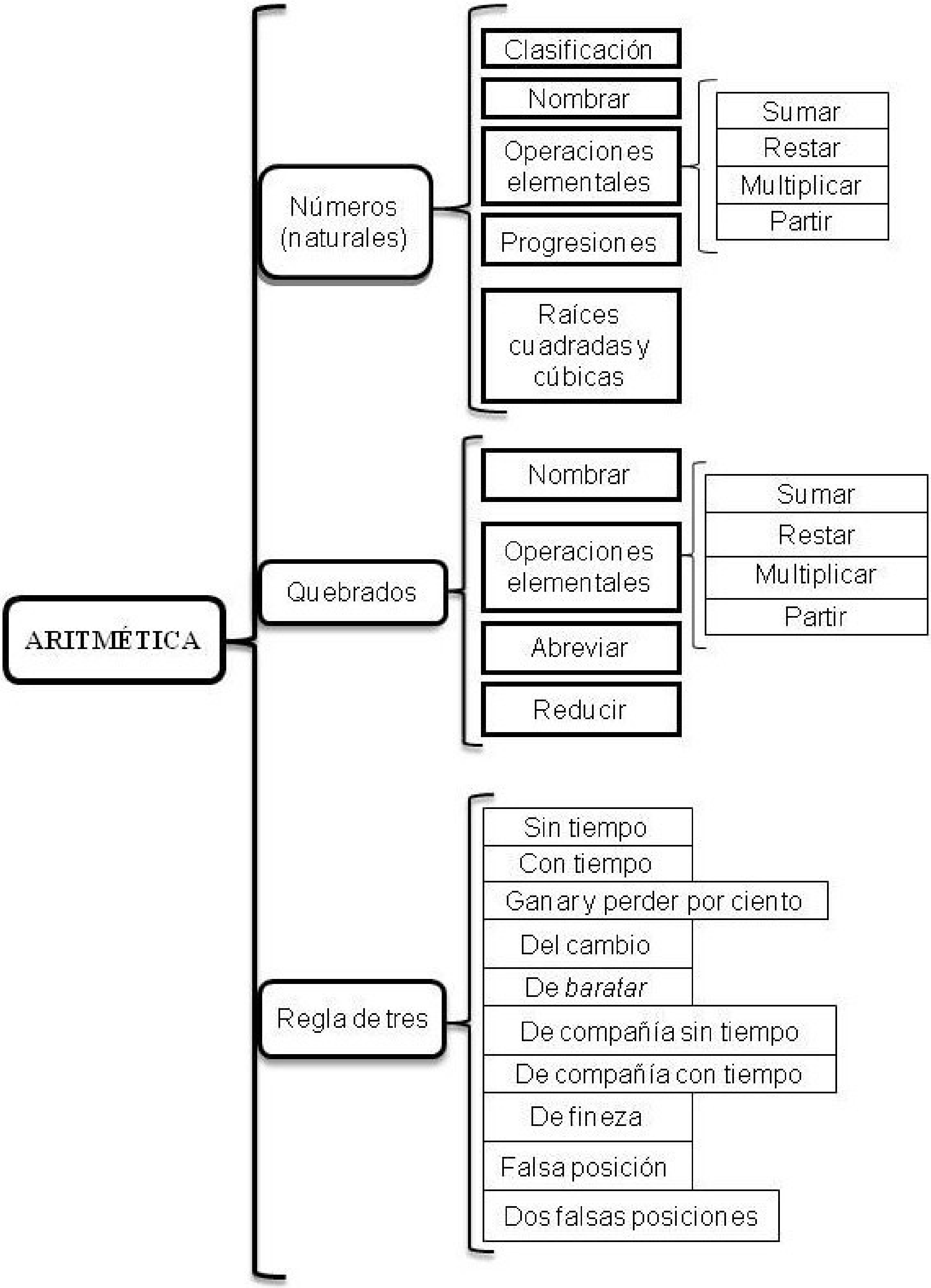
1551 - Primer *Índice* de libros prohibidos por la Inquisición. 1556 - Carlos I abdica y cede la corona de los reinos españoles a Felipe II. 1557- Se declara la primera bancarrota del siglo de la Hacienda española. 1559 - Felipe II prohíbe en su condición de rey de Castilla a sus súbditos estudiar en las universidades extranjeras, exceptuando las de la Corona de Aragón, la portuguesa de Coímbra y un pequeño número de universidades italianas.	**1551 - 1560**	1552 - Primera edición del libro de Aurel. Primer libro impreso en castellano con contenidos algebraicos. 1555 – Antich Rocha se gradúa en la Universidad de Barcelona.
	1561 - 1570	1562 - Primera edición de la *Arithmetica* de Pérez de Moya 1563 - Se publica una edición de la obra de Juan de Ortega que incluye un tratado de monedas de Pérez de Moya. 1564 – Publicación por primera vez de una de las obras de aritmética de Juan Gutiérrez anexa a una obra de Juan de Yciar. Primera edición de la obra de Rocha, 1567 - Primera edición de la obra de Núñez. 1568 - Fecha aproximada de muerte de Juan de Ortega.
1575 – Se declara una nueva quiebra de la Hacienda Española.	**1571 - 1580**	1578 – Fallecimiento de Pedro Núñez.
1581 - Felipe II, rey de Portugal. 1582 - Felipe II aprueba la fundación en Madrid de la Academia de Matemáticas. 1583 - Comienza a funcionar la Academia de Matemáticas de Madrid.	**1581 - 1590**	
1597 - Se declara otra quiebra de la Hacienda española. 1598 - Felipe II muere.	**1591 - 1600**	1594 - Primera edición de la obra de Miguel Gerónimo de Santa Cruz. 1596 – Fecha aproximada de fallecimiento de Juan Pérez de Moya

ANEXO 2.
Mapas conceptuales

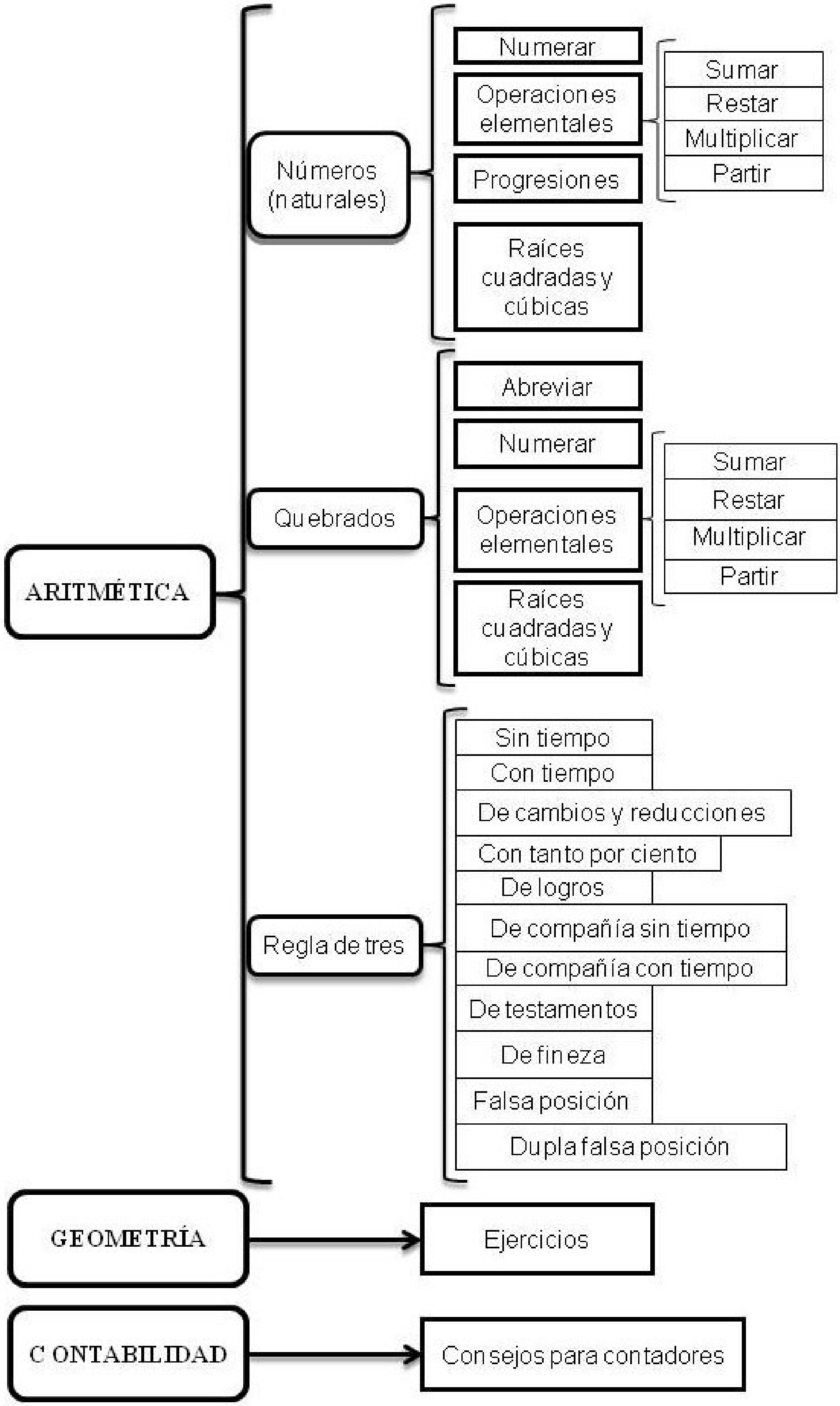
CONPUSICION DE LA ARTE DE LA ARISMETICA Y JUNTAMENTE DE GEOMETRIA
(1512)



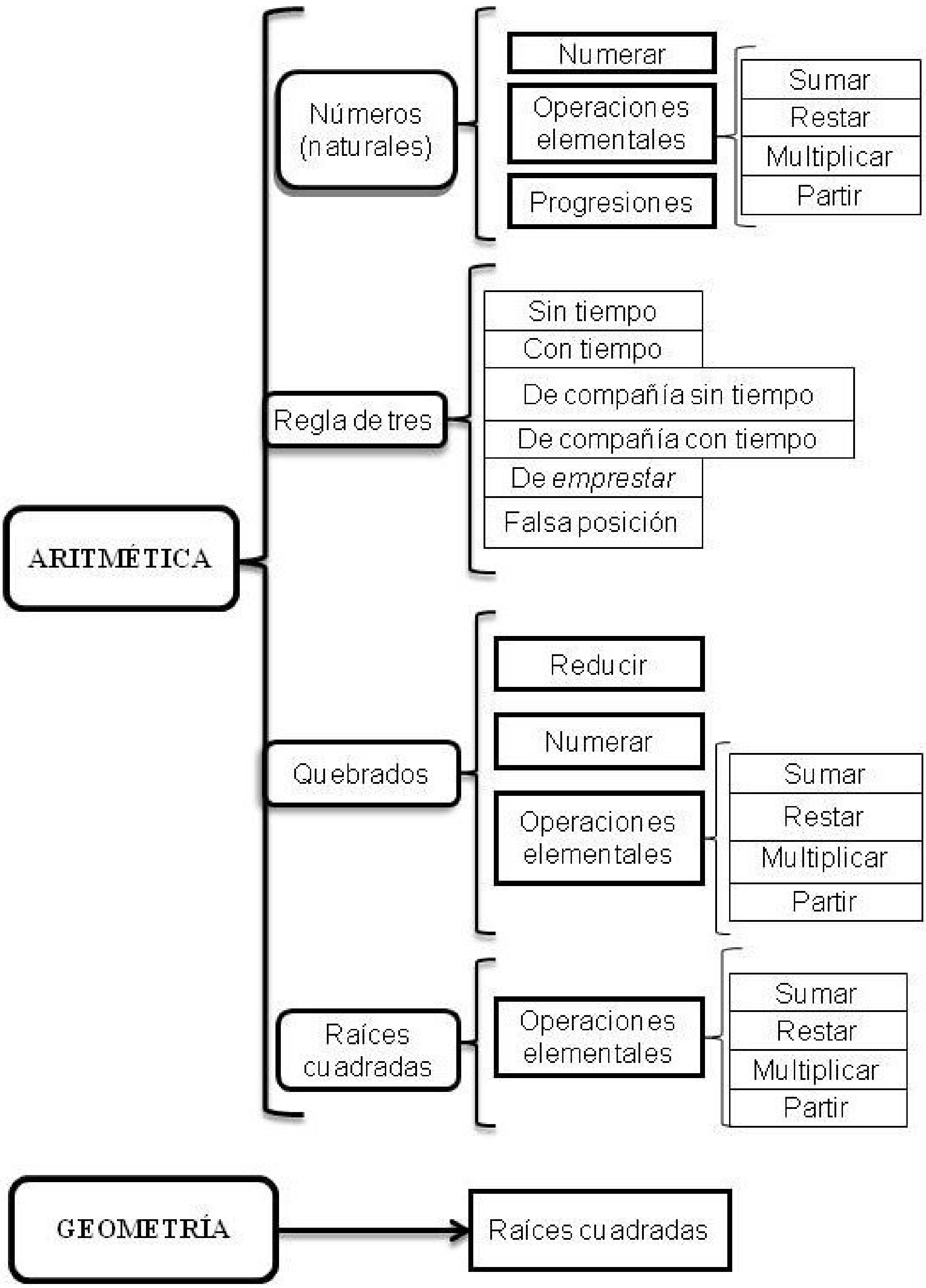
***SUMARIO BREVE DE LA PRACTICA DE LA ARITHMETICA* (1515)**



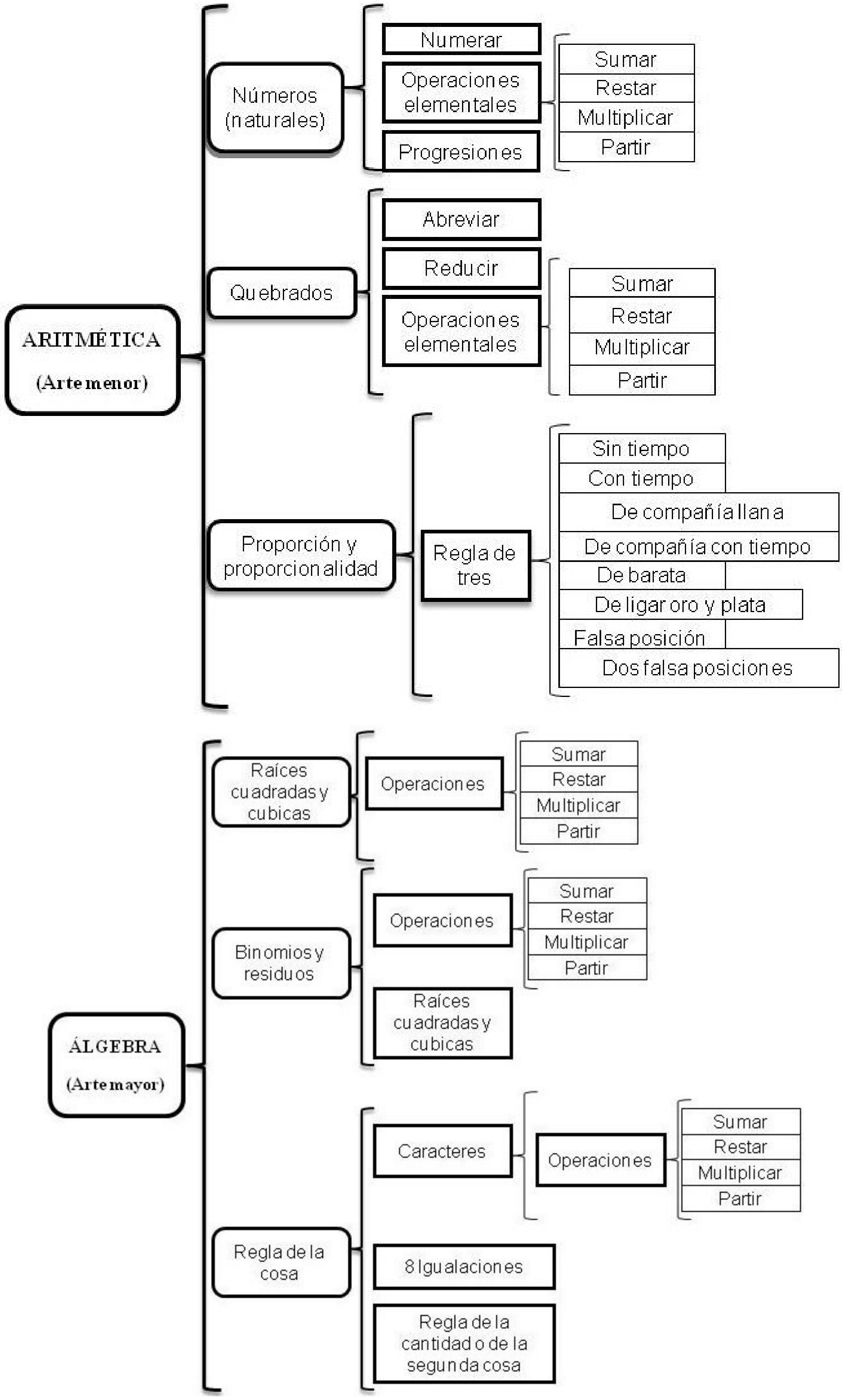
SUMA DE ARITHMETICA PRACTICA Y DE TODAS MERCADERIAS CON LA HORDEN DE CONTADORES (1546)



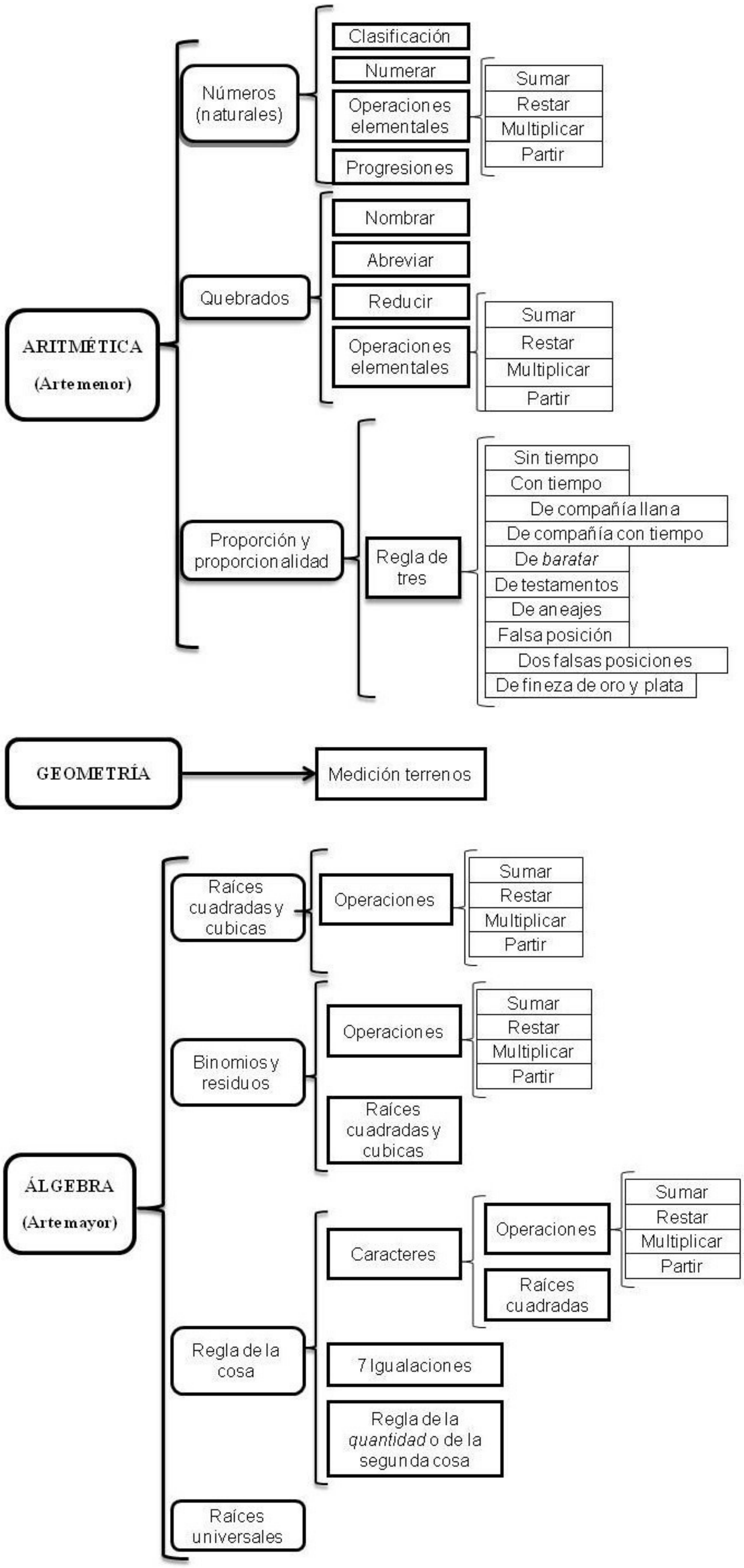
ARITHMETICA PRACTICA (1549)



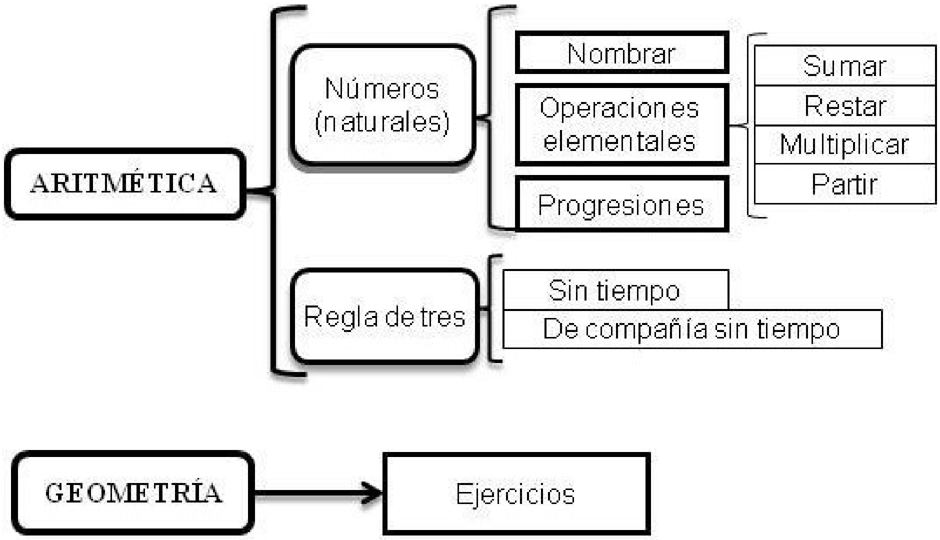
***LIBRO PRIMERO DE ARTIHMETICA ALGEBRAICA* (1552)**



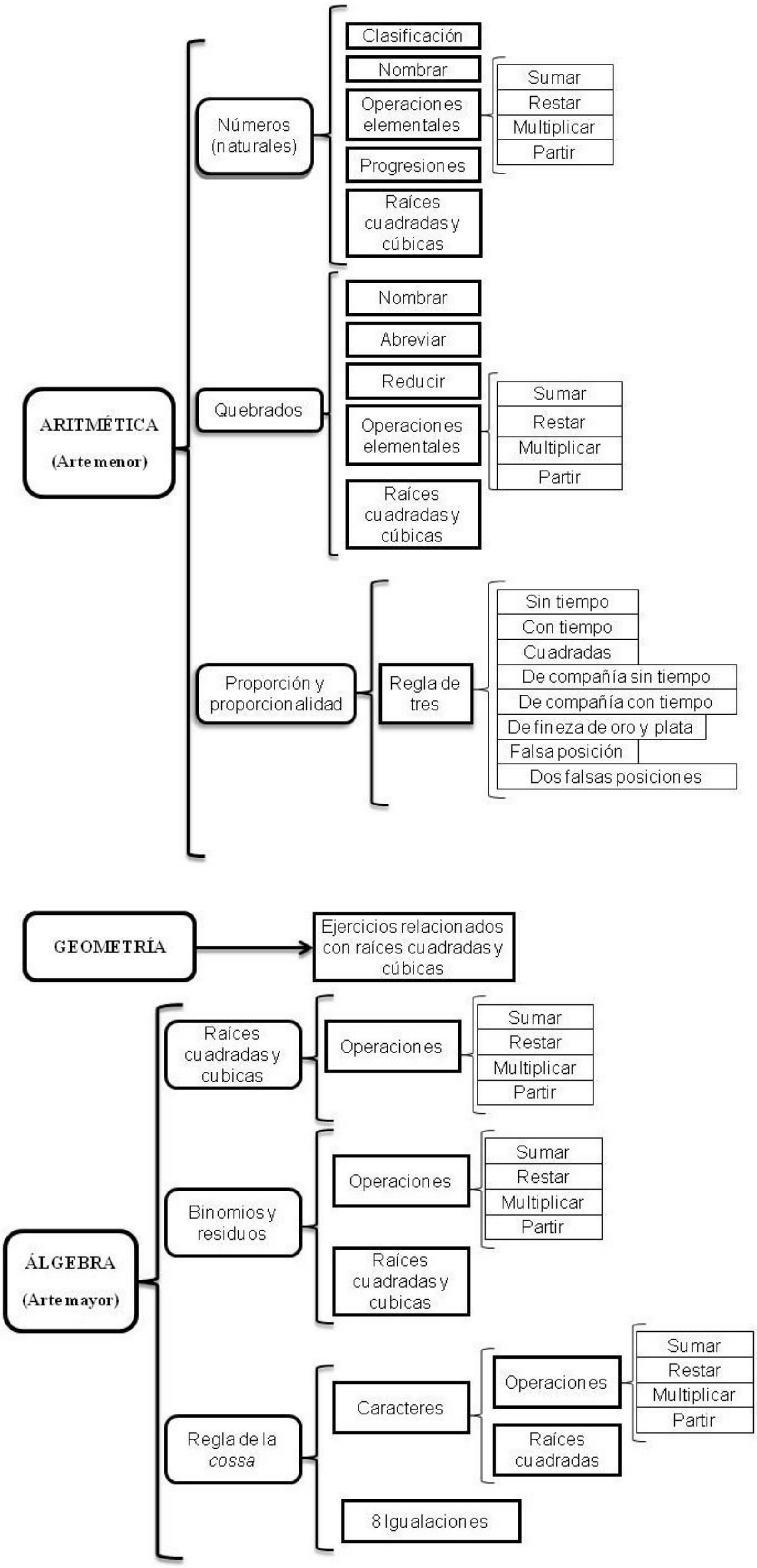
ARITHMETICA PRACTICA Y SPECULATIVA (1562)



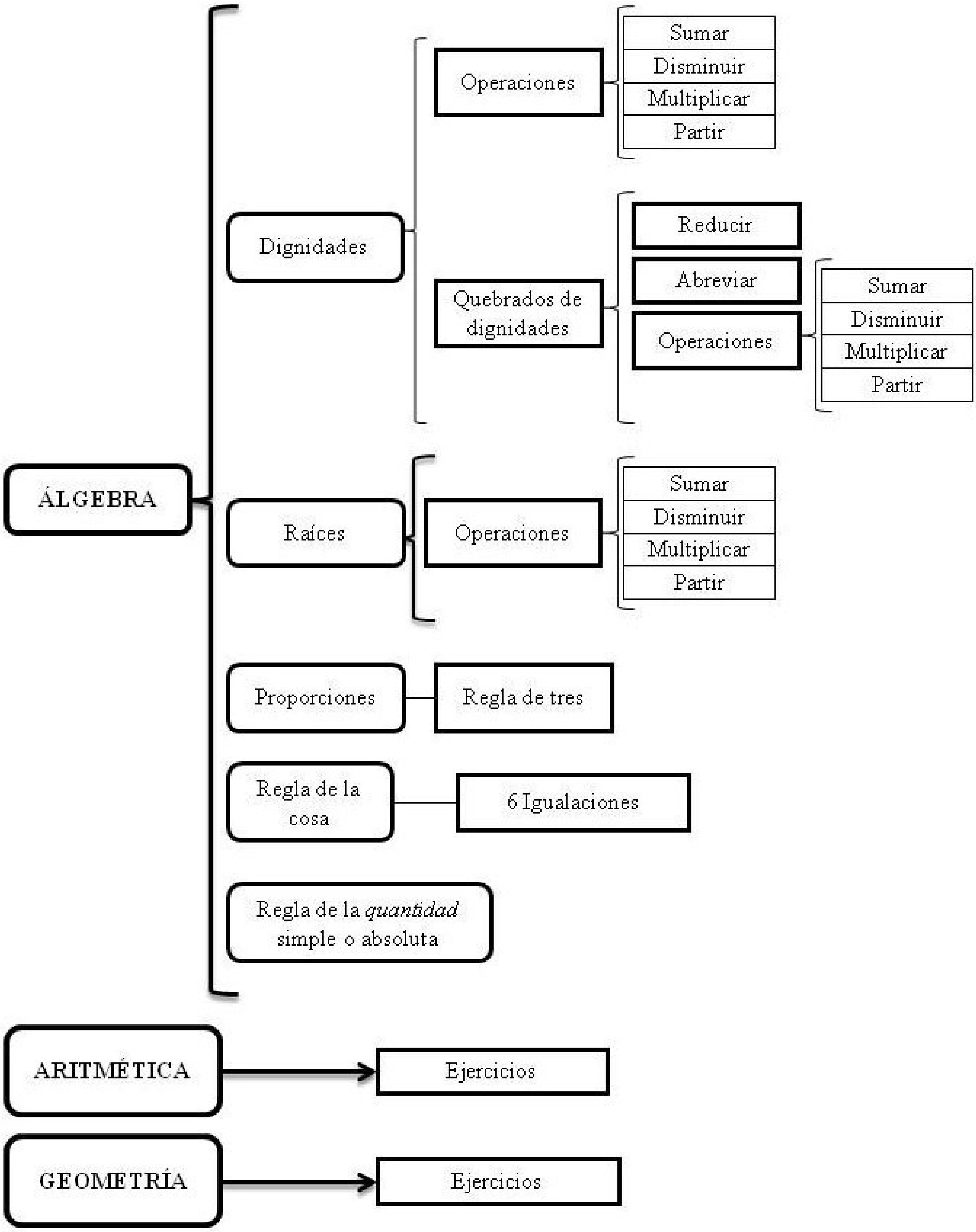
***ARTE BREVE Y MUY PROVECHOSO DE QUENTA CASTELLANA Y ARITHMETICA* (1564)**



ARITHMETICA (1564)



***LIBRO DE ALGEBRA EN ARITHMETICA Y GEOMETRIA* (1567)**



***LIBRO DE ARITHMETICA ESPECULATIVA, Y PRÁCTICA, INTITULADO, EL DORADO CONTADOR* (1594)**