

MEMORIA DE EJECUCIÓN DEL PROYECTO DE
INNOVACIÓN DOCENTE ID2023/123:

VISUAL-MATH:

**Desarrollo de contenidos en Mathematica para
visualización de objetos en múltiples
dimensiones como apoyo a la docencia en
asignaturas básicas de matemáticas en
Ingeniería**

José Manuel Fernández Queiruga, Susana Nieto Isidro e Higinio Ramos Calle
Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Salamanca

27 de junio de 2024

Índice general

1. Introducción y antecedentes	5
1.1. Contexto del Proyecto	5
1.2. Asignaturas involucradas en el proyecto	6
1.3. Miembros del equipo del proyecto	7
2. Objetivos del Proyecto	11
2.1. Indicadores de consecución de objetivos	12
3. Desarrollo del proyecto	13
3.1. Los estudiantes	13
3.2. Calendario	14
4. Resultados del proyecto	17
4.1. Test inicial de conocimientos	17
4.2. Actuaciones de nivelación	19
4.3. Contenidos creados para el del proyecto	21
4.3.1. Fundamentos de Matemáticas I, Grado en Ingeniería Informáti- ca en Sistemas de Información.	21
4.3.2. Fundamentos de Matemáticas III, Grado en Ingeniería Civil.	22
4.3.3. Matemáticas III, Grado en Ingeniería Mecánica, Grado en In- geniería de Materiales y Grado en Ingeniería Agroalimentaria.	23
4.3.4. Métodos Matemáticos. Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos.	23

4.3.5. Matemáticas I. Grado en Ingeniería Mecánica, Grado en In- geniería de Materiales y Grado en Ingeniería Agroalimentaria.	24
4.4. Actividades en el aula de teoría	24
4.5. Actividades en el aula de informática	25
5. Conclusiones	35

Capítulo 1

Introducción y antecedentes

1.1. Contexto del Proyecto

El presente Proyecto de Innovación Docente, denominado “VISUAL-MATH: Desarrollo de contenidos en Mathematica para la visualización de objetos en múltiples dimensiones como apoyo a la docencia en asignaturas básicas de matemáticas en Ingeniería”, se ha llevado a cabo durante el curso académico 2023-2024 en la Escuela Politécnica Superior de Zamora (E.P.S.Z). Este proyecto aplica entre otras, las mejoras sugeridas en el Proyecto de Innovación Docente ID2022/088: “Coordinación y uso conjunto del programa Mathematica en asignaturas básicas del grado en desarrollo de aplicaciones 3D interactivas y videojuegos”, realizado en el curso previo 2022-2023, a un mayor número de asignaturas de diferentes titulaciones.

A lo largo de este informe se hará referencia a los condicionantes y conclusiones del proyecto anterior cuando sea necesario, con el objetivo de comparar los resultados obtenidos el curso pasado con los obtenidos este año mediante el presente proyecto de coordinación.

Los tres profesores involucrados en este proyecto están adscritos a la E.P.S.Z. y pertenecen al Departamento de Matemática Aplicada (Higinio Ramos Calle, Susana Nieto Isidro y José Manuel Fernández Queiruga). Este departamento es responsable de la docencia de varias asignaturas básicas en las siguientes titulaciones:

- Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos

- Grado en Ingeniería Agroalimentaria
- Grado en Ingeniería Civil
- Grado en Ingeniería Informática en Sistemas de Información
- Grado en Ingeniería Mecánica
- Grado en Ingeniería de los Materiales
- Doble Grado en Ingeniería Mecánica y de los Materiales
- Doble Grado en Información y Documentación e Informática en Sistemas de Información (junto con la Facultad de Biblioteconomía y Documentación)

Dentro de las titulaciones de ingeniería mencionadas, se observan diferencias significativas en características e indicadores como el número de estudiantes matriculados, los orígenes académicos y geográficos de dichos estudiantes, y los resultados académicos obtenidos, medidos mediante las tasas de éxito y rendimiento.

1.2. Asignaturas involucradas en el proyecto

Todas las asignaturas en las que se llevará a cabo este proyecto pertenecen al área del análisis matemático aplicado a ingeniería y se imparten en el primero y segundo años. Las siguientes asignaturas comprenden contenidos básicos del cálculo diferencial e integral en una variable:

Fundamentos de Matemáticas I. Grado en Ingeniería Informática en Sistemas de Información.

Matemáticas I. Grado en Ingeniería Mecánica.

Matemáticas I. Grado en Ingeniería de Materiales.

Matemáticas I. Grado en Ingeniería Agroalimentaria.

Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería I. Grado en Ingeniería Civil.

Las siguientes asignaturas comprenden contenidos básicos del cálculo diferencial

e integral en varias variables así como ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones diferenciales en derivadas parciales:

Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería III. Grado en Ingeniería Civil.

Matemáticas III. Grado en Ingeniería Mecánica.

Matemáticas III. Grado en Ingeniería de Materiales.

Matemáticas III. Grado en Ingeniería Agroalimentaria.

Por último, la siguiente asignatura comprende contenidos básicos del cálculo diferencial en varias variables y una introducción a la geometría diferencial:

Métodos Matemáticos. Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D interactivas y Videojuegos.

Durante la realización de este proyecto se han creado contenidos específicos en forma de *notebooks* de Mathematica para reforzar las clases de teoría, haciendo hincapié en las ventajas que ofrece Mathematica tanto para el cálculo simbólico como para la visualización de objetos en varias dimensiones.

1.3. Miembros del equipo del proyecto

Los profesores Susana Nieto Isidro e Higinio Ramos Calle, participantes en este proyecto, son Titulares de Universidad del Departamento de Matemática Aplicada, adscritos a la Escuela Politécnica Superior de Zamora. Ambos poseen más de 25 años de experiencia docente y más de 10 años de experiencia en la dirección y participación en una veintena de proyectos de innovación docente en la institución. El coordinador del proyecto, José Manuel Fernández Queiruga, es Profesor Permanente Laboral desde 2024, y cuenta con más de 10 años de experiencia investigadora en el área de Física Teórica y Física Matemática, donde el uso del software Mathematica es esencial. Este es el segundo Proyecto de Innovación Docente en el que participa y el primero que coordina.

En este proyecto, centrado específicamente en la visualización y manipulación 3D de contenidos matemáticos, son especialmente relevantes los proyectos de innovación docente y los resultados de investigación previos de los autores. En estos

proyectos se han empleado diversas herramientas y estrategias para la manipulación y visualización de conceptos matemáticos, utilizando programas de cálculo simbólico, especialmente el software Mathematica.

Los tres profesores están actualmente inmersos en el proceso de redacción de un Libro técnico "Mathematica for engineering students: examples and applied problems", para la editorial Springer Nature.

Entre los artículos, capítulos de libros y comunicaciones en congresos de los autores con orientación pedagógica podemos destacar:

1. Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2021). The use of Computer Algebra Systems (CAS) in the teaching of Engineering Mathematics. An example: the Mathematica system. *Docencia da Matemática no Ensino Superior*, pp. 147-161.

2. Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2017). Un proyecto interdepartamental de promoción de herramientas tecnológicas en ingeniería. El caso del sistema Mathematica. *Actas IV CINAIC*, pp. 526-531.

3. Ramos, H., Nieto-Isidro, S. (2017). Representaciones gráficas y resolución de ecuaciones y sistemas no lineales por métodos numéricos: dos aspectos complementarios. Aplicación en el caso del sistema Mathematica *Actas del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM)*, vol. 9, pp. 134-142.

4. Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2017). Representación interactiva de rectas y planos y sus posiciones relativas en el espacio afín utilizando Mathematica. *Actas del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM)*, vol. 9, pp. 124-133.

5. Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2017). Use of a symbolic computation program to reinforce the spatial abilities of engineering students. *IEEE Revista Iberoamericana de Tecnologías del Aprendizaje*, 12(1), 37-44.

6. Ramos, H., Nieto-Isidro, S. (2016). Dynamic visualization of the relative position of straight lines on the plane using Mathematica. *Proceedings TEEM'16*, pp. 831-838.

7. Nieto, S. and Ramos, H. (2016) Constructing extended Boolean functions from truth tables using the Mathematica system. *2016 International Symposium on*

Computers in Education (SIIE), Salamanca, Spain, 2016, pp. 1-6.

8. Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2015). Cómo mejorar las capacidades de visualización tridimensional de los estudiantes de ingeniería. La Sociedad del Aprendizaje. Actas del III Congreso Internacional sobre Aprendizaje, Innovación y Competitividad, pp. 417-422.

Los siguientes artículos de investigación constituyen ejemplos que requieren el uso de Mathematica para cálculo simbólico e generación de gráficas:

1. K. Oles, J. Queiruga, T. Romanczukiewicz and A. Wereszczynski, Sphaleron without shape mode and its oscillon, *Phys. Lett. B* 847 (2023) 138300.

2. A. Alonso-Izquierdo, S. Navarro-Obregón, K. Oles, J. Queiruga, T. Romanczukiewicz and A. Wereszczynski, Semi Bogomol'nyi-Prasad-Sommerfield sphaleron and its dynamics, *Phys.Rev.E* 108 (2023) 6, 064208.

3. S. Navarro-Obregón, L.M. Nieto and J. Queiruga, Inclusion of Radiation in the collective coordinate method approach of the ϕ^4 model, *Phys. Rev. E* 108 (2023) 4, 044216.

4. J Campos, A. Mohammadi, J. Queiruga, A. Wereszczynski and W. Zakrzewski, Fermionic spectral wall in kink collisions, *JHEP* 01(2023) 071.

5. J.J. Blanco-Pillado, D. Jiménez-Aguilar, J.M. Queiruga, J. Urrestilla, Parametric Resonances in Axionic Strings, *JCAP* 04 (2023) 043, arXiv: 2107.02215 [hep-th].

6. J.J. Blanco-Pillado, D. Jiménez-Aguilar, J.M. Queiruga, J. Urrestilla, The dynamics of Domain Wall Strings, *JCAP* 05 (2023) 011, arXiv: 2107.02215 [hep-th].

7. J.J. Blanco-Pillado, D. Jiménez-Aguilar, J.M. Queiruga, J. Urrestilla, Internal excitations of vortices, *JCAP* 10 (2021) 047, arXiv: 2107.02215 [hep-th].

8. J.M. Queiruga, BPS deformations of the Skyrme model, *Phys.Rev.D* 103 (2021) 8, 085018, arXiv: 2011.14419 [hep-th].

Además, los miembros del proyecto han desarrollado, coordinado y participado en algunos proyectos de innovación docente previos dentro de la Universidad de Salamanca, centrados en el uso de programas de cálculo simbólico (concretamente, el sistema Mathematica), entre los que podemos destacar los siguientes:

1. Proyecto de Innovación Docente ID2022/088: Coordinación y uso conjunto del

programa Mathematica en asignaturas básicas del grado en desarrollo de aplicaciones 3D interactivas y videojuegos.

2. Proyecto de Innovación Docente ID11/022, Desarrollo de Materiales Docentes relativos a la Aplicación de las Matemáticas en la Ciencia y la Ingeniería.

3. Proyecto de Innovación Docente ID2012/216, Desarrollo y uso de materiales docentes para la enseñanza de las Matemáticas elaborados mediante software de cálculo numérico y simbólico.

4. Proyecto de Innovación Docente ID2013/093, eMAT2e: Elaboración de Materiales Matemáticos electrónicos.

5. Proyecto de Innovación Docente ID2013/025, EMCVV: Elaboración de Materiales de Cálculo en Varias Variables: Una experiencia interuniversitaria.

6. Proyecto de Innovación Docente ID2014/0235, EMCVV: Elaboración de Materiales de Cálculo en Varias Variables: Nuevas aportaciones.

7. Proyecto de Innovación y Mejora Docente ID2016/190. Fomento del uso del programa Mathematica en las asignaturas de ingeniería.

8. Proyecto de Innovación y Mejora Docente ID2017/079 Elaboración de recursos didácticos para ingeniería mediante el programa Mathematica

Capítulo 2

Objetivos del Proyecto

El objetivo principal del proyecto es complementar la docencia en asignaturas que abarcan áreas como cálculo diferencial e integral en una y varias variables, geometría diferencial y ecuaciones diferenciales, mediante el uso del software Mathematica como herramienta para el cálculo y la visualización de objetos unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales, tanto estáticos como dinámicos. Este objetivo principal se desglosa en los siguientes sub-objetivos:

- Establecer un calendario periódico y coordinado de sesiones en el aula de Informática, cuyos contenidos se alinearán con los contenidos teóricos enseñados en el aula.
- Proporcionar al alumno material docente interactivo desarrollado con el software Mathematica, para llevar a cabo las sesiones prácticas en el aula de Informática.
- Fomentar la experimentación autónoma del alumno mediante el Centro de Documentación que proporciona el software Mathematica, así como el uso de la funcionalidad WolframAlpha en la web.
- Adaptar el sistema de evaluación de las asignaturas, incrementando la valoración de los contenidos matemáticos prácticos y promoviendo el uso de la intuición en la resolución de problemas, apoyado por el motor gráfico de Mathematica.

2.1. Indicadores de consecución de objetivos

Con el objetivo de medir el grado de consecución de los objetivos mencionados en la memoria de solicitud, se detallan una serie de indicadores relacionados con cada uno de ellos, que han sido tenido en cuenta durante la realización del proyecto:

- Evaluación de la generación de un cronograma-calendario para las reuniones de coordinación periódica entre los profesores implicados, que refleje la organización transversal de los contenidos y las actividades de las asignaturas impartidas de manera simultánea o sucesiva.
- Análisis del número, contenido y calidad de los notebooks específicos generados con Mathematica por los profesores, y su disponibilidad para los estudiantes en STUDIUM. Se evaluará la inclusión de visualizaciones, manipulaciones interactivas, comandos para la resolución de problemas, entre otros, en las sesiones teóricas o prácticas de las asignaturas.
- Evaluación del grado de participación de los estudiantes en las diversas iniciativas, considerando su asistencia a las sesiones en el aula y a las sesiones prácticas de resolución de problemas y manipulación del material electrónico, así como su acceso a los repositorios de material y su implicación en las actividades propuestas.
- Análisis de las opiniones y valoraciones de los estudiantes basado en su progreso en las diferentes asignaturas a lo largo del curso, considerando diversos métodos de evaluación: notas de prácticas, habilidades de resolución de problemas, grado de autonomía en la generación de material propio, puntuaciones obtenidas en exámenes o cuestionarios, calificación de trabajos, etc. Se valorarán especialmente los resultados obtenidos en los cuestionarios específicos de satisfacción.

Capítulo 3

Desarrollo del proyecto

3.1. Los estudiantes

Este proyecto se desarrolla simultáneamente en asignaturas impartidas en Grados y cursos diversos. Uno debe esperar por lo tanto cierta heterogeneidad en los diferentes grupos. Los estudiantes del Grado en Aplicaciones Interactivas 3D y Videojuegos muestran un buen grado de participación y escaso absentismo. Debido a la naturaleza de sus estudios nos encontramos con estudiantes con una formación matemática diversa (estudiantes procedentes de Bachilleratos de Ciencias y de Humanidades). A pesar de esta característica la adaptación al uso del software Mathematica ha sido satisfactoria.

Los estudiantes del Grado en Ingeniería Informática en Sistemas de Información tienen cierto grado de absentismo pero una formación previa más homogénea. Estos estudiantes, quizás por la naturaleza de sus estudios, manejan el software simbólico con cierta versatilidad.

Los estudiantes del Grado en Ingeniería Mecánica tanto en primer año como en el segundo muestran un bajo grado de absentismo y una actitud tanto para las matemáticas como para el uso de Mathematica satisfactorio.

Los estudiantes del Grado en Ingeniería Agroalimentaria y del Grado en Ingeniería de Materiales han mostrado más dificultades que otros grupos para adaptarse al uso del software, aunque es difícil extraer alguna conclusión sobre ello debido al

reducido número de matriculados.

Finalmente, los estudiantes del Grado en Ingeniería Civil han mostrado un grado nulo de absentismo y una actitud muy participativa tanto en las clases de teoría como durante el desarrollo de las prácticas con Mathematica.

3.2. Calendario

La consecución de los objetivos planteados ha realizado mediante actividades programadas para el curso 2023/2024 en la Escuela Politécnica Superior de Zamora. Las diez asignaturas involucradas son fundamentales en primer y segundo curso, con 6 créditos cada una, dentro de los grados en Ingeniería, abarcando la mayoría de los contenidos matemáticos para los estudiantes a lo largo de la carrera. Participan tres profesores del Departamento de Matemática Aplicada adscritos a la Escuela Politécnica Superior de Zamora.

Todas las actividades planificadas se han llevado a cabo por los profesores participantes en el proyecto. Estos han diseñado conjuntamente las actividades, impartidas en sus respectivas aulas y asignaturas a lo largo del curso, han desarrollado material interactivo para mejorar la visualización, han creado prácticas y problemas individuales aplicables a los estudiantes, y han evaluado todas las actividades una vez completadas.

El cronograma para el plan de trabajo fue el el siguiente:

Primera Semana de Septiembre de 2023:

- Al inicio del curso de las asignaturas del primer año, se ha realizado un diagnóstico inicial del alumnado mediante un test específico sobre conocimientos matemáticos básicos. Este test, anónimo, incluye una sección para determinar el trasfondo académico de los estudiantes (Ciclos Formativos, Bachilleratos científicos u otras especialidades, acceso a través de pruebas para mayores de 25 o 45 años, entre otros). Esta información ha permitido un diseño más ajustado de las actividades según el nivel de los estudiantes.
- Al inicio del curso de las asignaturas del segundo año, se ha realizado un

diagnóstico inicial sobre los conocimientos matemáticos que se espera que los estudiantes hayan adquirido en el primer año. Este diagnóstico ha guiado el diseño inicial de las prácticas en Mathematica, enfocándose en los conceptos más complejos para los estudiantes.

- Se ha establecido en el campus virtual STUDIUM un espacio dedicado al aprendizaje y manejo de Mathematica para cada asignatura. Aquí se ha proporcionado gradualmente el material generado por los profesores, como prácticas y notebooks con ejercicios (Objetivo 2).

Segunda Semana de Septiembre de 2023 - Finalización del Cuatrimestre:

- Se han llevado a cabo prácticas periódicas en el aula de Informática, aproximadamente una por semana, cuyos contenidos se ha ajustado con el progreso de las clases teóricas (Objetivo 2).
- Se han realizado dos pruebas de evaluación práctica en el aula de Informática. La primera a mitad del cuatrimestre y la segunda antes de los exámenes escritos (Objetivo 4).
- Se ha establecido un calendario de reuniones periódicas de coordinación entre los profesores del proyecto. Estas reuniones permiten evitar la duplicación de contenido, especialmente entre asignaturas como Matemáticas I y III, y Fundamentos Matemáticos I y III. Esta coordinación ha mejorado la enseñanza en estos grupos de asignaturas optimizando contenidos y tiempos (Objetivo 1).
- Se ha proporcionado a los estudiantes problemas complejos para resolver completamente en un notebook de Mathematica. Estos problemas fomentan el razonamiento intuitivo y el uso autónomo de las funcionalidades de Mathematica, haciendo uso de gráficos y simulaciones dinámicas proporcionadas por el software (Objetivo 3).

- Al finalizar el curso, se ha realizado una reunión entre los profesores para evaluar las actividades llevadas a cabo, incluyendo un pequeño cuestionario de satisfacción dirigido a los estudiantes sobre el uso del software como complemento al aprendizaje matemático.

Capítulo 4

Resultados del proyecto

4.1. Test inicial de conocimientos

En primer lugar, se analizan los resultados del test de conocimientos básicos completado por los estudiantes el primer día de clase. Este test es anónimo pero incluye una cabecera detallada previa. Consiste en 19 preguntas divididas en dos secciones: las primeras 14 son preguntas teórico-prácticas con respuestas Verdadero/Falso, mientras que las últimas 5 implican operaciones pequeñas o representaciones gráficas que requieren un desarrollo matemático, con un espacio limitado para las respuestas.

El test proporciona una cantidad significativa de información, cuyo análisis detallado se extendería más allá de esta memoria; a continuación se presentan en cifras los resultados del test para uno de los grupos.

En el curso 2023-2024 han contestado el test un total de 34 estudiantes de los 35 estudiantes matriculados en la asignatura de Métodos Matemáticos. Según los datos proporcionados por los estudiantes en la cabecera del test, su procedencia se detalla de la siguiente manera:

Estudiantes procedentes de Bachillerato de ciencias o científico-técnico: 28

Estudiantes procedentes de Bachillerato de ciencias de la salud: 4

Estudiantes procedentes de Ciclos Profesionales: 0

Estudiantes procedentes de Bachillerato de Artes: 2

Estudiantes procedentes de Bachillerato de Humanidades: 0

Estos datos muestran que los estudiantes con un trasfondo académico "tradicional", es decir, aquellos provenientes de Bachilleratos de Ciencias (lo cual es típico en programas técnicos con énfasis en programación y desarrollo), representan solo el 82 % del total de estudiantes de nuevo ingreso (28 de 34). Por otro lado, un 6 % (2 de 34) proviene de otros ámbitos académicos como Bachillerato de Artes y un 12 % (4 de 34) Ciencias de la Salud. En años anteriores el número de estudiantes procedentes de bachilleratos artísticos o humanidades era muy superior lo cual supone un reto a la hora de plantear una asignatura de matemáticas. A pesar de ello, y debido a la formación previa en el bachillerato tecnológico ha sido necesario llevar a cabo actuaciones de nivelación.

En el resto de los grupos (Grado en Ingeniería Informática, Mecánica, Civil, Agroalimentaria y Materiales) el porcentaje de alumnos procedentes del bachillerato tecnológico suele ser superior al 90 %, mientras que la mayoría del porcentaje restante suelen provenir de Ciclos Formativos. En la siguiente lista indicamos los datos correspondientes al Grado de Ingeniería Mecánica e Ingeniería de Materiales :

Estudiantes procedentes de Bachillerato de ciencias o científico-técnico: 46

Estudiantes procedentes de Bachillerato de ciencias de la salud: 5

Estudiantes procedentes de Ciclos Profesionales: 0

Estudiantes procedentes de Bachillerato de Artes: 0

Estudiantes procedentes de Bachillerato de Humanidades: 1

Estudiantes que no indican procedencia: 14

Se observa un alto grado de absentismo el primer día de clase, que es cuando se realizan los tests. En la siguiente lista indicamos los datos correspondientes al Grado de Ingeniería Informática:

Estudiantes procedentes de Bachillerato de ciencias o científico-técnico: 26

Estudiantes procedentes de Bachillerato de ciencias de la salud: 0

Estudiantes procedentes de Ciclos Profesionales: 0

Estudiantes procedentes de Bachillerato de Artes: 0

Estudiantes procedentes de Bachillerato de Humanidades: 1

Aquí observamos también un alto grado de absentismo. En la siguiente lista indicamos los datos correspondientes al Grado de Ingeniería Civil:

Estudiantes procedentes de Bachillerato de ciencias o científico-técnico: 5

Estudiantes procedentes de Bachillerato de ciencias de la salud: 1

Estudiantes procedentes de Ciclos Profesionales: 0

Estudiantes procedentes de Bachillerato de Artes: 0

Estudiantes procedentes de Bachillerato de Humanidades: 0

En este caso destacamos que el test fue realizado por el 100 % de los matriculados.

En la Fig. 4.1 se muestra un ejemplo del test inicial realizado por los estudiantes.

4.2. Actuaciones de nivelación

Debido a las deficiencias habitualmente detectadas mediante el test de conocimientos básicos, se requirió realizaron diversas intervenciones:

- Utilización del curso online de autoaprendizaje desarrollado en el proyecto NIVELA: Este curso fue específicamente diseñado para estudiantes de Ciclos Formativos dentro de la titulación de Ingeniería Mecánica (PID2012/085).
- Desarrollo de seminarios de repaso: Se organizaron seminarios en horario de tarde para proporcionar a los estudiantes las habilidades básicas necesarias. Por ejemplo, se creó un seminario dedicado exclusivamente a técnicas de derivación, así como otro enfocado en el manejo de matrices y vectores, según las deficiencias detectadas a lo largo del curso.
- Refuerzo del sistema de tutorías: Se implementó un sistema mixto de tutorías que incluyó sesiones individuales en despacho y tutorías grupales en el aula, con el objetivo de abordar dudas comunes de manera efectiva.
- Además, los profesores participantes en el proyecto suelen atender cualquier duda que surja a lo largo del curso fuera de las horas de tutorías, siempre que sea posible.

TEST DE CONOCIMIENTOS PREVIOS DE MATEMATICAS - ÁLGEBRA

CÓDIGO (las cuatro últimas cifras y la letra del NIF): 3172V FECHA: _____
 TITULACION: Desarrollo de Aplicaciones 3D y Videojuegos
 CENTRO: USAL

- REPETIDOR/A (SI/NO): Si MEJOR NOTA DE LA ASIGNATURA: No me acuerdo
 -¿HAS CAMBIADO DE PLAN DESDE UNA TITULACIÓN NO DE GRADO? (SI/NO): No
 -INDICA TUS ESTUDIOS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD:

1. BACHILLERATO (SI/NO): Si AÑO DE FINALIZACIÓN: 2021
 MODALIDAD: Ciencias de la Salud NOTA DE MATEMÁTICAS: 8
2. AÑO DE PRUEBA DE ACCESO: 2021 CONVOCATORIA (JUN./JUL.): Junio
 EXAMEN DE MATEMÁTICAS (SI/NO): Si NOTA DEL EXAMEN DE MATEM: 7
3. CICLO FORMATIVO (SI/NO): No
 NOMBRE DEL CICLO: _____
4. OTROS (SI/NO): No ESPECIFICAR: _____

PARTE I: Señala si los siguientes enunciados son verdaderos (V) o falsos (F). Si no estás seguro/a, deja la respuesta en blanco. Si no has oído hablar de alguno de los conceptos implicados, escribe NO VISTO:

1. Según el teorema de Pitágoras $\cos^2 x = \sin^2 x - 1$ V X
2. Dado un ángulo x , podemos definir: $\cos x = \text{cateto opuesto} / \text{hipotenusa}$ No me acuerdo X
3. La equivalencia entre medidas de ángulos es $2\pi = 360^\circ$ V
4. Una matriz 2×4 tiene dos filas y cuatro columnas F, 2 columnas, 4 filas X
5. El rango de una matriz es el valor del determinante del mayor menor no nulo No me acuerdo X
6. Una matriz 3×4 tiene como rango máximo 4 No me acuerdo X
7. Una matriz 4×3 no se puede invertir porque no es cuadrada V
8. Todas las matrices cuadradas se pueden invertir V X
9. El producto $A \cdot B$ de una matriz A que es 3×2 y una matriz B que es 2×3 es 3×3 V
10. La ecuación $x^3 + x = 0$ no tiene solución (en los números reales) F ($x=0$)
11. La ecuación $x^2 = 1$ tiene una única solución $x=1$ F X
12. El mínimo común múltiplo de 2, 5, 12 y 15 es 120 V
13. Dados dos números reales cualesquiera a y b , se verifica $(a+b)^n = a^n + b^n$ X
14. Dado un número real a (distinto de 0), se verifica que $a^0 = 1$ V

GRACIAS POR TU COLABORACION

Figura 4.1: Ejemplo de test inicial de conocimientos realizado por un estudiante procedente del Bachillerato de Ciencias de la Salud. Puede comprobarse el escaso nivel de conocimiento de matemática básica lo que justifica la necesidad de actuaciones de nivelación.

4.3. Contenidos creados para el del proyecto

A continuación se muestran una selección de los contenidos creados en forma de *notebooks* de Mathematica, puestos a disposición de los estudiantes a través de la plataforma STUDIUM. En la Fig. 4.2 mostramos un ejemplo de la disposición de apuntes, prácticas de Mathematica y buzones para entregas de prácticas en STUDIUM para una de las asignaturas del proyecto.

▼ Tema 3- APLICACIONES DEL CÁLCULO DIFERENCIAL

APUNTES DEL TEMA 3

-  3a-Aplicaciones de la derivada
-  3b-Aplicaciones de la diferencial
-  Problemas Propuestos- Tema 3

PRÁCTICAS DEL TEMA 3

-  P6-Aplicaciones de la derivada
-  Práctica Propuesta 6
-  Buzón para la práctica 6
-  P7-Aplicaciones del cálculo diferencial
-  Práctica Propuesta 7
-  Buzón para la práctica 7

Figura 4.2: Ejemplo de curso de STUDIUM con las prácticas de Mathematica y coordinación con los contenidos de teoría.

4.3.1. Fundamentos de Matemáticas I, Grado en Ingeniería Informática en Sistemas de Información.

Esta es una asignatura básica de cálculo diferencial e integral en una variable. Un total de 8 prácticas se han puesto a disposición de los estudiantes en la plataforma STUDIUM. Como ejemplo de los contenidos de las prácticas véanse la figuras 4.3 y 4.4.

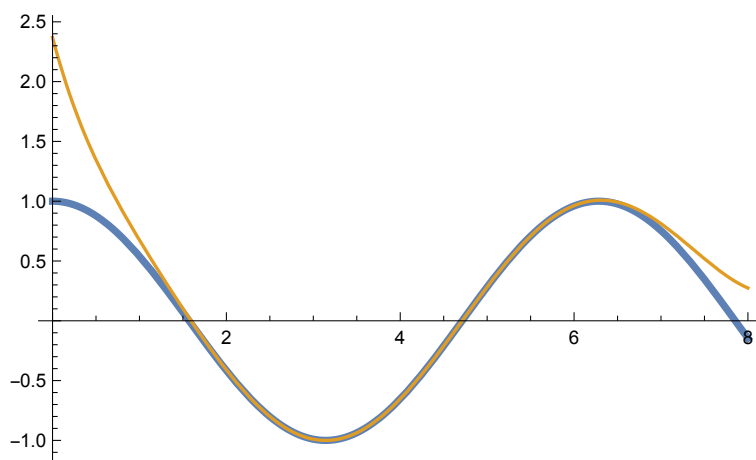


Figura 4.3: Ejemplo de representación de una función real y su aproximación en polinomio de Taylor en la cuarta práctica de Fundamentos de Matemáticas I.

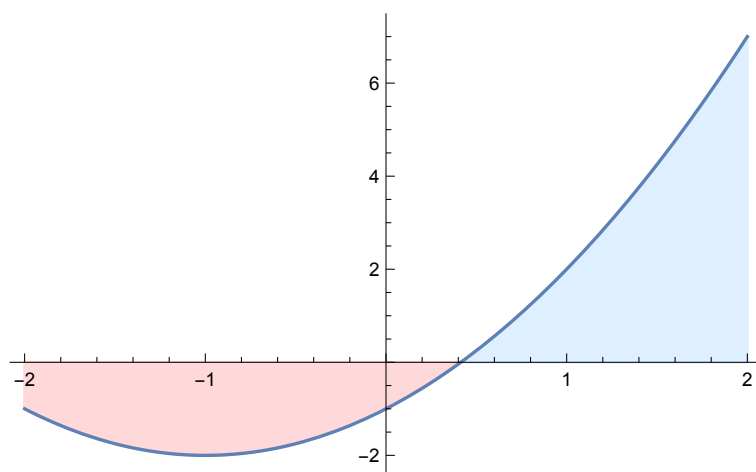


Figura 4.4: Ejemplo de visualización del área entre una curva y el eje OX en la séptima práctica de Fundamentos de Matemáticas I.

4.3.2. Fundamentos de Matemáticas III, Grado en Ingeniería Civil.

Esta es una asignatura básica de cálculo diferencial e integral en varias variables y ecuaciones diferenciales. Un total de 4 prácticas se han puesto a disposición de los estudiantes. Como ejemplo de los contenidos de las prácticas véanse las Figs. 4.5 y 4.6.

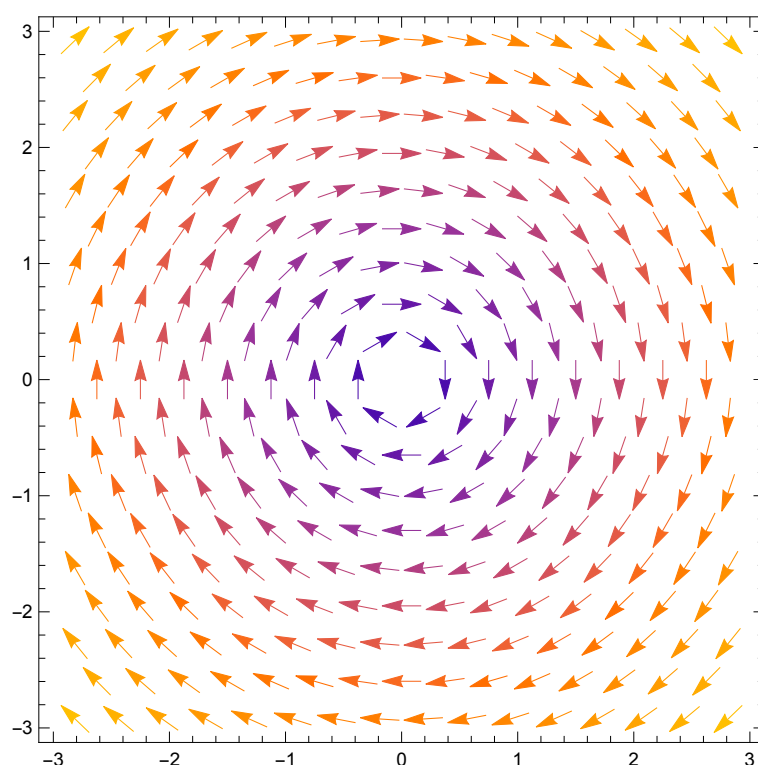


Figura 4.5: Ejemplo de representación de un campo vectorial bidimensional en la segunda práctica de Fundamentos de Matemáticas III.

4.3.3. Matemáticas III, Grado en Ingeniería Mecánica, Grado en Ingeniería de Materiales y Grado en Ingeniería Agroalimentaria.

Esta es una asignatura básica de ecuaciones diferenciales ordinarias y en derivadas parciales. Un total de 4 prácticas se han puesto a disposición de los estudiantes. Como ejemplo de los contenidos tratados durante las prácticas véanse las Figs. 4.7 y 4.8.

4.3.4. Métodos Matemáticos. Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos.

Esta es una asignatura básica de cálculo diferencial e integral e introducción a la geometría diferencial. Un total de 8 prácticas se han puesto a disposición de los estudiantes. Como ejemplo de los contenidos tratados durante las prácticas véanse las Figs. 4.9, 4.10 y 4.14.

```
In[*]:= VectorPlot3D[{x - y + z, y z, z3 - x}, {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, {z, -2, 2}]
Out[*]=
```

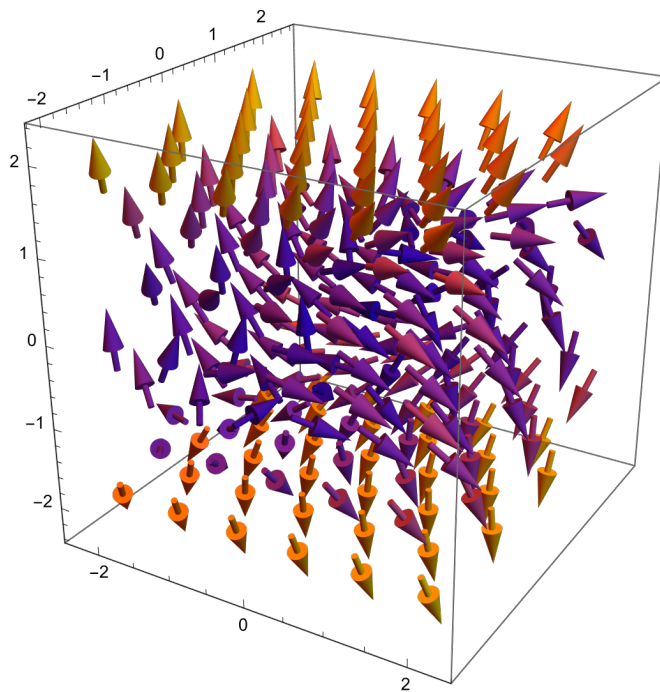


Figura 4.6: Ejemplo de representación de un campo vectorial tridimensional en la segunda práctica de Fundamentos de Matemáticas III.

4.3.5. Matemáticas I. Grado en Ingeniería Mecánica, Grado en Ingeniería de Materiales y Grado en Ingeniería Agroalimentaria.

Esta es una asignatura básica de cálculo diferencial e integral en una variable. Un total de 8 prácticas se han puesto a disposición de los estudiantes. Como ejemplo de los contenidos tratados durante las prácticas véanse las Figs. ??, ?? y ??.

4.4. Actividades en el aula de teoría

Como ha sido indicado en el proyecto, los contenidos de teoría se exponen en el aula en presentaciones de pizarra combinadas con el uso de Mathematica, facilitando la visualización de objetos en 2 y 3 dimensiones (Véanse las figuras de las secciones anteriores). Además se ha proporcionado una pequeña introducción a las prácticas

Método de Euler

<code>f[t_, y_] := -t^2 Sin[t] Cos[2 t];</code>
<code>euler [f_, h_, ini_, a_, b_] :=</code> <code>Module [{y, t, ytable, c}, c = (b - a) / h;</code> <code>y[0] = ini;</code> <code>t[n_] := a + n h;</code> <code>y[n_] := y[n] = y[n - 1] + h f[t[n - 1], y[n - 1]];</code> <code>ytable = Table[y[i], {i, 0, c}];</code> <code>Table[{t[i], ytable[[i + 1]]}, {i, 0, c}] // TableForm</code>
<code>euler [f, 0.1, 1, 1, 2]</code>
<pre> 1. 1 1.1 1.03502 1.2 1.09848 1.3 1.19745 1.4 1.33698 1.5 1.51897 1.6 1.74116 1.7 1.99662 1.8 2.27369 1.9 2.55664 2. 2.82685 </pre>

Figura 4.7: Ejemplo de código para implementación del método de Euler para resolución de ecuaciones diferenciales en la tercera práctica de Matemáticas III.

antes de la realización de las mismas.

4.5. Actividades en el aula de informática

Las actividades en el aula de informática constituyen el aspecto más esencial de este proyecto. Las prácticas se han programado de forma progresiva, de tal forma que los contenidos de las prácticas han avanzado de forma paralela a las exposiciones en clase de teoría.

Generalmente al principio de la prácticas el profesor realiza una pequeña exposición sobre los contenidos de la misma y a continuación los estudiantes realizan los

ejercicios propuestos trabajando directamente sobre el *notebook* proporcionado por el profesor. Generalmente esta actividad resulta más activa que las clases de teoría y los estudiantes suelen mostrarse participativos.

Antes de la finalización del semestre los estudiantes realizan un pequeño examen con Mathematica, al que se les permite llevar todo el material que consideren, incluidas las prácticas realizadas durante el curso.

Ejercicios, parte 1

1. Resuelve la EDDP de ondas (busca la solución en serie dada en clase) para la condición inicial $f(x)=x$, $0 < x < \pi/2$ y $f(x)=-x+\pi$, $0 < x < \pi$. Para ello calcula los 5 primeros coeficientes de Fourier. Usa los comandos `Manipulate` o `Animate` (busca información en el centro de Documentación) para simular las soluciones dependientes del tiempo. Repite el cálculo con los 20 primeros coeficientes de Fourier.

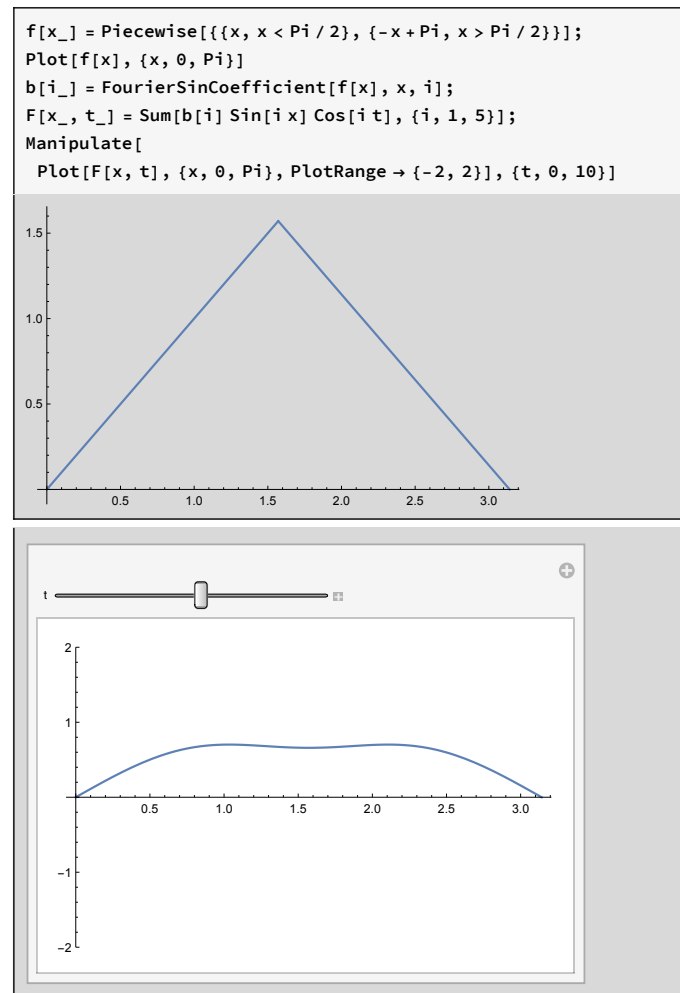


Figura 4.8: Ejemplo de visualización de contenido dinámico en la resolución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales en la tercera práctica de Matemáticas III.

```
In[*]:= SphericalPlot3D[1 - Sin[4  $\theta$ ] Sin[4  $\phi$ ] / 5, { $\phi$ , 0, Pi}, { $\theta$ , 0, 3 Pi / 2}]  
Out[*]=
```

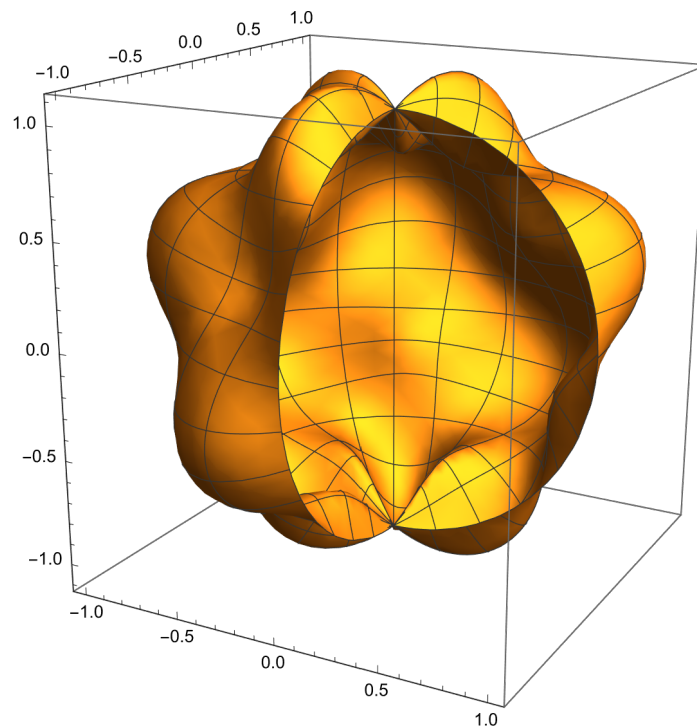


Figura 4.9: Ejemplo de representación de una superficie en el espacio en la tercera práctica de Métodos Matemáticos.

```
In[*]:= Graphics3D[{Red, Thick, Line[puntos]]} (*una línea que une los puntos*)  
Out[*]=
```

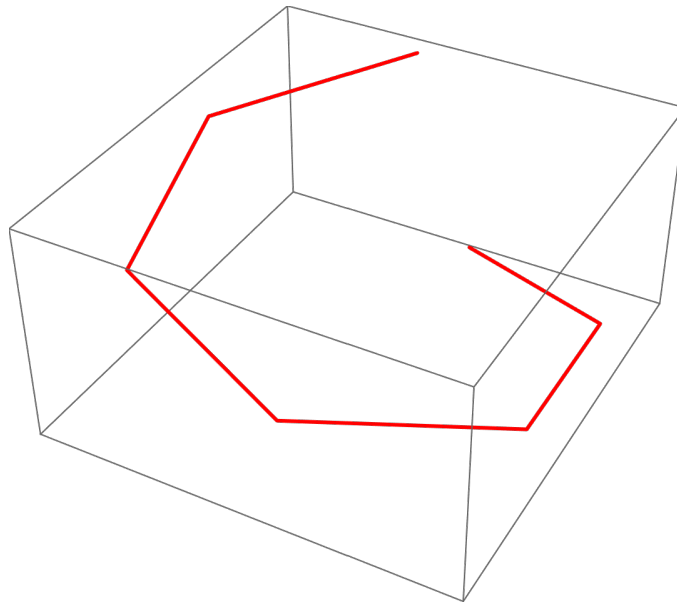


Figura 4.10: Ejemplo de representación de una curva definida a trozos en el espacio en la tercera práctica de Métodos Matemáticos.

```

In[ ]:= Graphics3D[
{
  {Red, Opacity[0.5], Sphere[{0, 0, 4}, 2]},
  (*una esfera roja y semi-opaca con centro en el (0,0,4) y radio 2*)
  {Blue, Cone[{0, 0, -1}, {0, 0, 2}], 1.5}}, (*un cono de color azul,
eje vertical con base en el (0,0,-1) y vértice en el (0,0,2) y radio 1.5*)
{Yellow, Polygon[Table[{3 * Cos[2  $\pi$  k / 7], 3 * Sin[2  $\pi$  k / 7], 1}, {k, 0, 12, 2}]]},
(*un polígono creado a base de puntos*)
{Green, Cuboid[{-2, -2, -3}, {2, 2, -1}]}
(*un paralelepípedo verde en el que se dan las diagonales*)
},
Boxed  $\rightarrow$  False (*que no vaya encerrado en una caja,
es una opción general de dibujo*)
]
Out[ ]:=

```

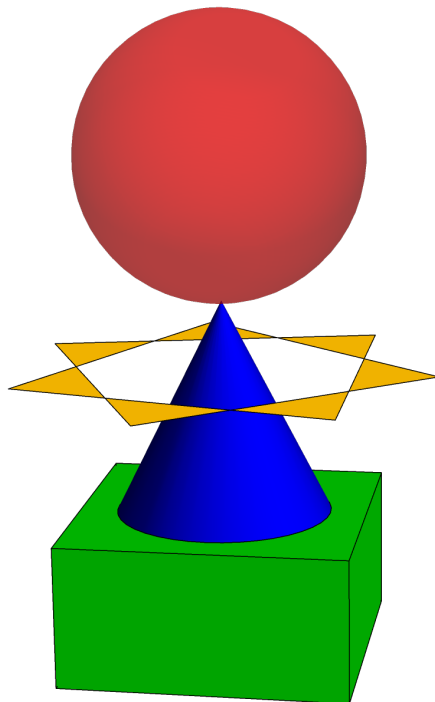


Figura 4.11: Ejemplo de representación de objetos sólidos en la tercera práctica de Métodos Matemáticos.

```
In[*]:= PolarPlot[Sin[4 t], {t, 0, 4 Pi}, PlotStyle -> {Red, Dashed}]  
Out[*]=
```

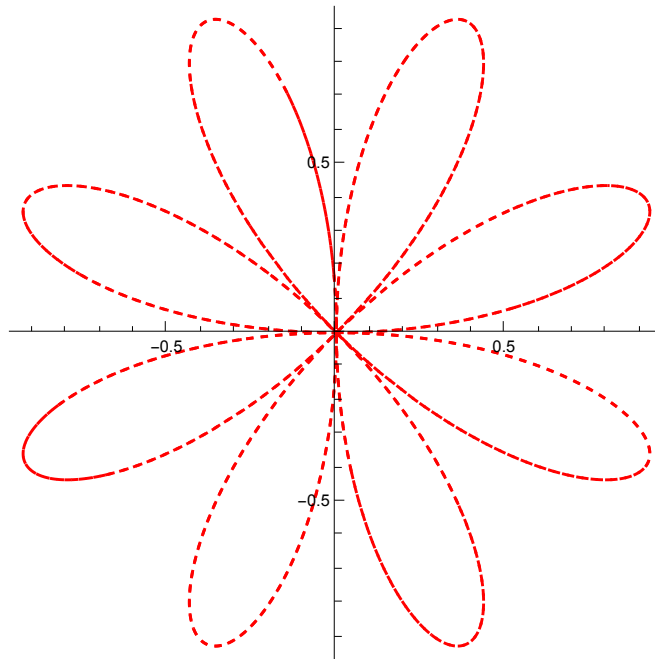
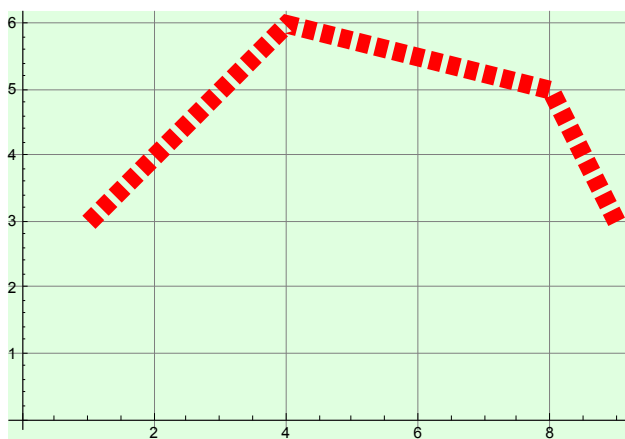


Figura 4.12: Ejemplo de representación de curvas en el plano en la tercera práctica de Matemáticas I.

Podemos añadir muchas opciones de mallado, fondo, color, grueso, etc.

```
Graphics[{Red, Thickness[0.03], Dashing[{0.02, 0.01}], Line[puntos]},  
  Axes → True, AxesOrigin → {0, 0}, GridLines → Automatic, Background → LightGreen]
```



También podemos construir un polígono a partir de unos puntos con la primitiva Polygon:

```
Graphics[Polygon[puntos]]
```

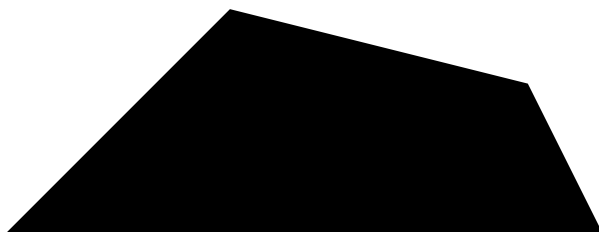


Figura 4.13: Ejemplo de representación de rectas definidas a trozos y polígonos en el plano en la tercera práctica de Matemáticas I.


```
In[*]:= Manipulate[Plot[a * Cos[b * t], {t, -2 Pi, 2 Pi}, PlotRange -> {-5, 5}],  
               {a, 1, 5}, {b, 1, 10}]
```

Out[*]=

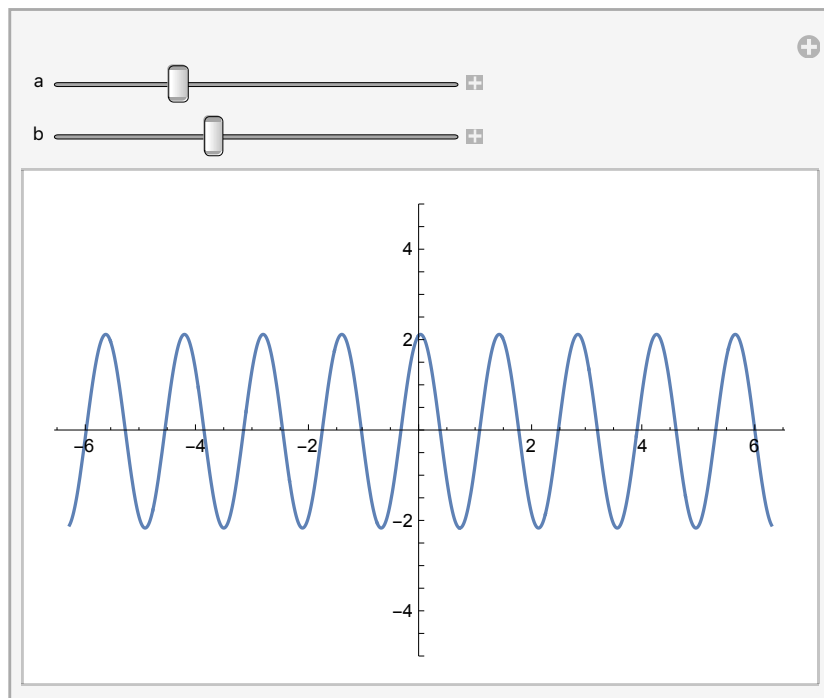


Figura 4.14: Ejemplo de uso del comando Manipulate en la tercera práctica de Matemáticas I.

Capítulo 5

Conclusiones

Teniendo en cuenta todo lo expuesto, este proyecto de innovación presenta tanto aspectos positivos como negativos.

ASPECTOS POSITIVOS

Entre los aspectos positivos, cabe destacar el uso de las herramientas de visualización y cálculo ofrecidas por el programa de cálculo simbólico Mathematica para facilitar el aprendizaje de los conceptos matemáticos relacionados con el cálculo de una y varias variables. Las opciones de visualización permiten comprender intuitivamente conceptos que de otra forma suelen resultar altamente abstractos para estudiantes de ingeniería.

Nos gustaría destacar también que los estudiantes han mostrado un elevado grado de independencia al poder utilizar Mathematica incluso para probar si los ejercicios que resuelven en clase de teoría son correctos. Nos resulta también muy positivo resaltar que un pequeño grupo de Ingeniería Mecánica ha mostrado un dominio de Mathematica excelente, llegando a tratar aspectos de un nivel completamente fuera de la asignatura.

Por último, es importante resaltar también que, dado que el proyecto se ha coordinado entre un total de 5 asignaturas, hemos conseguido generar material didáctico en forma de *notebooks* de Mathematica para un total de 343 estudiantes. Este material cubre la mayor parte de las matemáticas que necesita un estudiante de ingeniería, y puede ser utilizado en el futuro como herramienta de cálculo en diversas

asignaturas.

ASPECTOS NEGATIVOS.

Entre los aspectos negativos destacamos que en algunas asignaturas se han detectado intentos de fraude durante la realización de los exámenes de las prácticas en el aula de informática, donde es más complejo evitar el intercambio de información entre estudiantes.