



**VNiVERSIDAD
D SALAMANCA**

CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

FACULTAD DE EDUCACIÓN

Trabajo de Fin de Máster

**EL CAMPO MAGNÉTICO
EN SEGUNDO DE BACHILLERATO.
UNA PROPUESTA DIDÁCTICA**

Andrés García Ruiz

Dirigido por:

María Cristina Prieto Calvo



EL CAMPO MAGNÉTICO
EN SEGUNDO DE BACHILLERATO.
UNA PROPUESTA DIDÁCTICA

Trabajo de Fin de Máster
Universidad de Salamanca

Andrés García Ruiz

[\(GRAndres1989@gmail.com\)](mailto:GRAndres1989@gmail.com)

Salamanca — Junio de 2014



VNiVERSIDAD
D SALAMANCA

CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

Dña. María Cristina Prieto Calvo, Doctora en la Universidad de Salamanca y Profesora del *Máster en Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas*,

CERTIFICA:

que el presente *Trabajo de Fin de Máster*, titulado ***El campo magnético en segundo de bachillerato. Una propuesta didáctica*** y presentado por **D. Andrés García Ruiz**, con NIF 70892345 – C, para optar al título de *Máster en Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas* por la Universidad de Salamanca, ha sido realizado bajo su dirección.

En Salamanca, a día 16 de junio de 2014,

Fdo. María Cristina Prieto
Calvo

Fdo. Andrés García Ruiz



Agradecimientos

A mi supervisora en este trabajo, Cristina, a todo el personal del *IES Martínez Uribarri* por su acogida durante las prácticas, especialmente a Alejandro García Bernal, por su atención y consejo y, en general, a todos aquellos gracias a quienes en algún momento aprendí algo, sobre Física o no; a mi familia y a todos los que más de cerca me rodean.

Muchas gracias.



Contenidos

1. Motivación y estructura del trabajo	1
2. <i>El campo magnético</i>. Planteamiento	8
2.1. Temporalización	9
2.2. Objetivos	10
2.3. Contenidos	11
2.4. Evaluación	12
3. <i>El campo magnético</i>. Desarrollo	14
3.1. Magnetismo natural y respuesta de los materiales	14
3.2. Fuerzas, campo y líneas de campo magnéticos	18
3.3. Fuerzas magnéticas sobre cargas eléctricas	24
3.4. Campo magnético debido a corrientes eléctricas	36
Anexos	51
A.1. Ejemplo de animación	51
A.2. Ejemplo del proyecto <i>Textos Marea Verde</i>	52
A.3. Problemas de la materia	54
A.4. Actividad complementaria: <i>El levitrón</i>	56
Referencias	58

*“Men are **born ignorant**, not stupid. They are **made stupid** by **education**.”*

— Bertrand Russell

1. Motivación y estructura del trabajo

El presente trabajo se centra en el planteamiento y desarrollo de una guía para la docencia en relación a la *Unidad Didáctica* dedicada al campo magnético en la asignatura **Física de segundo de bachillerato**. Se dirige, por tanto, principalmente al **profesor**. Por otro lado, gran parte del cuerpo del trabajo puede ser extraída para ser utilizada por los alumnos como material de referencia, del mismo modo en que típicamente usan un **libro de texto comercial**. La idea surge durante los períodos de prácticas realizados en este máster, llevadas a cabo en el centro *IES Martínez Uribarri* (Salamanca), y en los que he tenido la oportunidad de trabajar el magnetismo.

Dicha asignatura se asemeja a un curso de *física general*, y por tanto contiene importantes **novedades conceptuales** y que requieren un tratamiento más formal, complementando lo que se viene viendo en las asignaturas correspondientes en cursos previos (*Física y química*), es decir, principalmente ciertas bases sobre cinemática y dinámica de cuerpos puntuales, el concepto y uso de la energía mecánica, algunas nociones de hidrostática, etc. Así, puesto que la nueva fenomenología estudiada ahora, pese a ser cotidiana por

sus aplicaciones, se presenta **abstracta y desconectada de lo estudiado previamente**, es especialmente necesario un planteamiento que pase por la comprensión de la física en sí, y no se reduzca simplemente al **entrenamiento** en el **uso** de un conjunto ecuaciones, como por otro lado debe suceder también en los cursos anteriores. Como ejemplo puede señalarse que en esta asignatura aparece por **primera vez el concepto de *campo***. Resulta relativamente claro y fácil de describir en términos de sus efectos visibles y atendiendo a dichos conocimientos previos (aceleraciones, fuerzas) especialmente en los casos gravitatorio y eléctrico. Pero este concepto es algo más oscuro en el caso que nos ocupa, en el magnetismo, donde siempre involucra alguna forma de *movimiento* además de la presencia de cargas eléctricas.

Ante novedades tan profundas como éstas, siempre presentes en el estudio de la física, es conveniente asegurarse de hasta qué punto los alumnos son conscientes de la realidad que describen y predicen en los ejercicios numéricos que resuelven y de los fenómenos que **representan** las ecuaciones. Durante mis prácticas pude observar las carencias en este punto y la necesidad de una forma de impartir la materia que muestre plenamente su conexión con la realidad. Es del mundo cotidiano del que emergen las leyes y ecuaciones estudiadas, simplemente como enunciado del conocimiento sobre él, y no al revés, como a veces se presenta o entiende dicha relación y la importancia de la asignatura misma; la **física** no es algo totalmente conectado con la realidad porque tenga aplicaciones tecnológicas omnipresentes, sino porque **consiste precisamente en describirla**¹⁰. Su carácter práctico es sólo consecuencia de esto.

Una de mis primeras intervenciones en las clases de dicha asignatura, durante la cuál me di cuenta de esto, consistía en el uso sobre la pizarra de las reglas de trazado de rayos de la óptica geométrica (que los alumnos habían estudiado en los últimos días) para resolver distintos sistemas ópticos y mostrar el funcionamiento y aplicación de éstos como instrumentos ópticos (lupa simple, microscopio, telescopio, etc.). Tras haber realizado algunos de los trazados, relacionarlos con lo que sucede en el ojo, en una cámara fotográfica o en un proyector, pasé a ilustrar la realidad que dichos diagramas representaban mediante una lente y una pantalla, sobre la que proyecté la imagen del exterior de la ventana. Frente al resultado los alumnos mostraron mayor sorpresa de la que esperaba, pues acababa de comprobar que sabían predecir incluso las distancias a las que las imágenes se forman, o distinguir, sobre el papel, entre una imagen *real* y una *virtual*. Era como si no se les hubiese estado explicando en los últimos días que eso era lo que estaban haciendo con los trazados y no un simple juego geométrico. Quizá nunca habían jugado con una lupa, o nunca les habían invitado a hacerlo. Es más, probablemente lo habían hecho alguna vez para quemar con ella un papel al concentrar sobre él la luz del sol (formando su imagen), pero no habían llegado a relacionarlo con los **modelos**¹⁹ estudiados de una lente.

No hay duda de que esto se debe en gran medida a la presión y calendario impuestos por las *Pruebas de Acceso a la Universidad (PAU)*, que hacen que lo primero sea aprender a aplicar ecuaciones, y después, en todo caso, comprender en qué consiste *la física*, o la ciencia en general. Aunque dicha presión sea un hecho, no debe ser la principal razón para no explicar la física

de manera más aprovechable por los estudiantes. Sería por tanto necesario un replanteamiento desde la base si se espera que este curso tenga algún sentido mucho más allá de las propias PAU. Otra idea relacionada con esto y que se ha intentado plasmar en el trabajo es la importancia, en una asignatura como ésta, de ofrecer **motivación** y provocar curiosidad por una materia que normalmente se percibe como *complicada y abstracta*. A ser posible, además, ésta ha de centrarse en algo más que en el mero hecho de que la física tiene aplicaciones tecnológicas²⁶. Un objetivo clave de la asignatura debe consistir en que con ella el alumno adquiera una visión realista y un cierto interés sobre la disciplina y de cómo se opera en ella.

Una propuesta frecuente ante estos problemas se basa en el uso de las TICs en el aprendizaje de la física a todos los niveles, principalmente a través de simulaciones (*applets, physlets* ó *físlets*)^{6,7,24}. No se han considerado en este trabajo, como tampoco en general durante mis prácticas, pues no dejan de ser *solamente* otro tipo de **modelos**. Además de que una animación o programa puede reflejar cualquier cosa, sea o no real, o de que exista la posibilidad de simplemente mostrar una grabación del fenómeno en cuestión, la realización en vivo de éste, con la posibilidad de una interacción directa con él, puede resultar más instructiva. Esto no niega la utilidad de dichas animaciones, por ejemplo si la realización de un experimento es complicada (véanse los [anexos](#), página 51), cara, o simplemente el fenómeno es suficientemente abstracto, pero aquí se ha elegido otra alternativa, al tratarse al fin y al cabo de *imanes, brújulas e hilos conductores*.

El tiempo del que normalmente se dispone no da mucho pie a la realización de prácticas de laboratorio al uso pero, por tratarse de una unidad con gran carga teórica y como solución a lo mencionado en el párrafo anterior, es muy recomendable recurrir a *demostraciones de cátedra*, clásicas en todo curso de *física general*. Algunos importantes físicos han sido claros promotores de esta metodología, como por ejemplo el Premio Nobel Richard Feynman¹⁷ o el Prof. Walter Lewin¹⁸, lo que supone una referencia sobre su **calidad como recurso** docente, facilitando el **aprendizaje** y la **consolidación** de los conocimientos. Sin olvidar la importancia de éstas y para contribuir a la motivación por la asignatura, durante el desarrollo del trabajo se han añadido algunas **NOTAS DIDÁCTICAS** en los momentos considerados oportunos para su realización. Estas propuestas no requieren unos recursos técnicos sofisticados ni materiales fuera de lo común, por lo que incluso un estudiante interesado puede conseguirlos de forma autónoma y realizarlas por su cuenta (lo cual es recomendable, atendiendo al carácter lúdico de la experimentación con el consecuente descubrimiento autónomo de la física). Además no son gravosas para el centro (si no se dispone de un gran presupuesto).

Solventar de otra forma estas dificultades didácticas es precisamente una de las dos **motivaciones centrales de este trabajo**. La otra viene de una idea que he mantenido durante las prácticas, durante la realización de este trabajo, y durante mi propia formación. Ésta es la necesidad de fomentar la *autoproducción* e **intercambio** de material didáctico de forma libre y **dentro** de la comunidad docente, eliminando la dependencia y las restricciones a las que somete el uso de libros de texto de una determinada editorial. Existen

diversos proyectos que promueven esta *filosofía*, como *Textos Marea Verde*⁵ (de los que se muestra un ejemplo en los *anexos*, página 52) o *liberdocs*². Es más, existen *plataformas*³ que fomentan, directamente, el intercambio dentro de la comunidad educativa de material protegido. Por otro lado, algunos *proyectos*¹⁶ *oficiales* (del propio *Ministerio de Educación, Cultura y Deporte*) se quedan en la idea de *recurso* como aquellos solamente destinados al uso de las *TICs*. Durante mis prácticas he tratado de que mis clases dependieran lo menos posible del libro de texto que venían siguiendo los alumnos²¹, aunque por ejemplo éste ha sido una fuente de ejercicios y ha servido para tener tablas con todas las expresiones matemáticas de la unidad. El hecho de desarrollar un **material propio** en su lugar tiene también que ver con una cuestión de gusto personal, en la organización de las ideas y de la clase, que en ninguno de los manuales que consulté me resultaba satisfactorio. En definitiva, no habría estado cómodo siguiendo algo que no es tal como yo lo entiendo. Cabe añadir a esto el **valor pedagógico** de las ideas recogidas en las *notas didácticas*, que no suelen plantearse en los libros de texto, salvo quizás como apéndice al final de las unidades, y no integradas en el aprendizaje de los conceptos.

El desarrollo del contenido de la unidad que se propone, fuera de las mencionadas *demonstraciones de cátedra*, se basa en el **uso de la pizarra**. Si el tiempo de que se dispone es insuficiente, es posible utilizar proyecciones, al menos para las figuras. Además, dicho desarrollo debe ir siempre acompañado de la resolución de **ejercicios prácticos** o problemas sobre las leyes vistas, ya sea en clase como ejemplos que el profesor introduce **durante la explicación** o bien dentro de las **tareas** que los estudiantes deben resolver individualmente.

Se ha añadido con este fin y a modo de ejemplo un recopilatorio de problemas variados en los [anexos](#) (página 54), así como una referencia donde encontrar problemas de ediciones previas de las *Pruebas de Acceso a la Universidad*¹¹.

Además del marco legislativo vigente^{9,20}, las ideas que me han sido transmitidas sobre la materia (a lo largo de mi propio estudio del electromagnetismo, durante la licenciatura, en distintas discusiones, durante la preparación de las prácticas de este máster, etc.) y cuyo origen sería imposible de rastrear y agradecer individualmente, el contenido aquí desarrollado se nutre o puede ser complementado de una serie de referencias concretas listadas [al final del trabajo](#) (página 62). Algunas tratan la metodología didáctica y las dificultades conceptuales habituales de esta materia^{13,14,23}, pero también se incluye, por ejemplo, un libro de texto de referencia (el seguido por los alumnos durante mis prácticas)²¹, y algunos otros sobre magnetismo pero más avanzados^{22,27,28}.

Por motivos prácticos y atendiendo a la lógica del *aprendizaje histórico* (por el que se equiparan los conocimientos del alumno previos a cada aprendizaje con los de la civilización antes de cada descubrimiento), se ha desarrollado este trabajo asumiendo que anteriormente ha sido trabajada una serie de contenidos como los referentes a los campos gravitatorio y electrostático, o a fuerzas centrales y movimiento circular, requeridos aquí.

*“Para la mayoría de los seres humanos el **derecho a aprender** se ve restringido por la **obligación de asistir a la escuela.**”*

— Iván Illich

2. *El campo magnético.* Planteamiento

La unidad didáctica aquí presentada trata del campo magnético desde su base, asumiendo unos conocimientos previos sobre éste que no van más allá de los debidos al uso cotidiano de un imán. Se trabaja este campo como concepto, atendiendo a sus propiedades (especialmente las que lo diferencian de otros campos), se estudian las fuerzas que produce sobre cargas eléctricas en movimiento, así como las propiedades magnéticas de la materia y el campo magnético generado por corrientes de cargas eléctricas. Por tanto, tal y como se plantea, permite empezar a vislumbrar parte de la relación entre la electricidad (representada en la teoría por el campo eléctrico \vec{E}), debidamente estudiada en las unidades previas, y el magnetismo (al que corresponde el campo de inducción magnética \vec{B}). Dicha relación se mostrará por completo en una posterior unidad dedicada al fenómeno de la inducción y a las ondas electromagnéticas, y en la que se pasa por las *Ecuaciones de Maxwell* para hablar finalmente de la *Unificación Electromagnética*.

Se asumen unos conocimientos previos sobre la propia asignatura correspondientes a las unidades estudiadas antes, y que han de comprender

necesariamente **campos** gravitatorio y electrostático (nociones de campo **conservativo**, **líneas** de campo, **trabajo** y **circulación** de un vector, **producto escalar** y **flujo**, *Ley de Gauss*, etc.), fuerzas centrales, movimiento circular, momento angular y momento de una fuerza (**producto vectorial**). Desde el punto de vista de las matemáticas es muy recomendable que los alumnos manejen con soltura la **derivación** y, al menos, la interpretación de la **integración** como suma de contribuciones infinitesimales (necesarias para comprender el *Principio de Superposición* y leyes de Gauss y Ampère) y las reglas básicas de integración. La derivación forma parte central del programa de primer curso de bachillerato, pero la integración suele estudiarse en segundo, por lo que en ocasiones se requiere en esta asignatura antes de haberse estudiado apropiadamente en *Matemáticas II*. En cualquier caso, si esto sucede, la problemática se habrá dado ya al tratar con los campos gravitatorio y eléctrico, por lo que en esta unidad podría simplemente ser necesario recordarlos, en función del grupo.

2.1. Temporalización

Esta unidad puede ser desarrollada a lo largo de un mínimo de 6 sesiones de 50 minutos cada una, aunque debido a lo novedoso de sus contenidos y fenomenología frente a lo estudiado por el alumnado en etapas previas, es conveniente dedicarle más tiempo según las posibilidades, haciendo especial hincapié (no menos de 50 minutos en total) en la resolución de problemas (véase el [anexo](#) correspondiente, en la página [54](#)).

Las actividades propuestas en las «notas didácticas» pueden realizarse incluso en menos de 10 minutos, si el material se ha preparado antes adecuadamente. Es en su realización donde he encontrado más participativos a los alumnos de mis prácticas, a la hora de hacer preguntas o plantear dudas, y es donde se ven las dificultades concretas de cada uno, por lo que es recomendable dedicarles tiempo suficiente.

2.2. Objetivos

Los principales objetivos que los alumnos tienen en esta unidad son:

1. Comprender y definir correctamente los conceptos de la unidad especificados en los [contenidos](#) (página 11).
2. Identificar las relaciones entre los distintos fenómenos eléctricos y magnéticos como *causa y efecto*.
3. Asociar los modelos estudiados con la realidad que representan.
4. Emplear adecuadamente los modelos estudiados de dichos fenómenos para resolver problemas de cálculo en sistemas explicables mediante las leyes que les corresponden.
5. Contrastar los resultados que se obtienen a partir de la aplicación de los modelos con el comportamiento de los sistemas reales.
6. Familiarizarse con experimentos que permitan la medida de los distintos parámetros que intervienen en los fenómenos estudiados.

2.3. Contenidos

Los contenidos a desarrollar en esta unidad, atendiendo tanto a la legislación vigente^{9,20} como a la materia de las *Pruebas de Acceso a la Universidad*¹¹, son los enumerados a continuación:

1. *Magnetismo natural y respuesta magnética de los materiales.*
2. *Fuerzas, campo y líneas de campo magnéticos.*
 - Definiciones y unidad de medida.
 - *Principio de Superposición.*
 - Particularidades de \vec{B} (líneas cerradas, ausencia de *monopolos*, no conservatividad, etc.).
3. *Fuerzas magnéticas sobre cargas eléctricas en movimiento.*
 - *Fuerza de Lorentz.*
 - *Regla de la mano derecha* del producto vectorial.
 - Fuerza magnética sobre una corriente.
 - Trayectorias resultantes.
 - Aplicaciones: motores eléctricos, *CRTs*, ciclotrón y otros aceleradores, selectores de velocidad y espectrómetros de masas, microscopios electrónicos, etc.
4. *Campo magnético debido a corrientes eléctricas. Experimento de Ørsted.*
 - *Ley de Biot y Savart (y Principio de Superposición).*

- Ejemplos de aplicación de la ley (corriente rectilínea y espira circular).
- *Ley de Ampère.*
 - Ejemplos de aplicación de la ley (corriente rectilínea infinita y solenoide ideal. Núcleos ferromagnéticos y electroimanes). Analogía a la aplicación y fundamento de la *Ley de Gauss*.

2.4. Evaluación

La evaluación ideal de ésta unidad pasaría por *asegurarse de hasta qué punto los alumnos son conscientes de la realidad*, como se ha dicho en la sección 1. Para esto se proponen cuestionarios como el anexo al estudio de la referencia [25], que profundiza en la intuición y comprensión de las leyes y hechos físicos aquí estudiados.

No obstante, y pese a la gran libertad que se me ha cedido en el resto de puntos durante mis prácticas, fui totalmente restringido a la hora de la evaluación, que estaba prevista de forma homogénea con la del resto de unidades, y que consistía en un simulacro de las *Pruebas de Acceso a la Universidad*: examen escrito de conceptos vistos y problemas relacionados, ponderados en función de la importancia de su contenido y el peso que se le ha dado en clase.

Por mucho que en este trabajo se haga una crítica a la dependencia de dichas pruebas, en la actualidad no puede olvidarse que el alumno exige una preparación que les permita obtener el mejor resultado ahí. Debido a esto, en

mi situación al menos, y a que el tiempo es muy limitado, las preguntas de este cuestionario podrían plantearse de forma *voluntaria* para los alumnos y fuera del horario de clase, de la misma forma en que planteé algunas de las actividades que se proponen aquí. Incluso se podría encargar alguna de las demostraciones a los estudiantes, procurando que las explicaran con sus palabras ante la clase, puesto que esto puede resultar especialmente instructivo incluso para quien las expone.

Dado ese carácter *voluntario*, el seguimiento que obtuve de tales actividades fue escaso o nulo: los alumnos están saturados en todas las asignaturas, y las clases tenían que ser realistas y contar con este hecho. De la misma manera, aunque este trabajo intenta hacer una propuesta de mejora, he procurado no alejarlo mucho de la realidad, de forma que pueda tener alguna utilidad práctica. Seguramente un profesor que tratase de seguirlo tendría que seleccionar o sacrificar algunas de las actividades, como tuve que hacer yo.



“The power of instruction is seldom of much efficacy except in those happy dispositions where it is almost superfluous.”

— Richard P. Feynman

3. *El campo magnético.* Desarrollo

3.1. Magnetismo natural y respuesta de los materiales

El **magnetismo** es históricamente conocido como una propiedad de ciertos **minerales**, es decir, de la materia, y de cuyo conocimiento existe registro desde el mundo antiguo. Esta propiedad consiste en la capacidad que tienen estos objetos naturales de ejercer **fuerzas** de repulsión o atracción entre sí (dependiendo de la orientación relativa) y con algunos metales. Nos referimos a los imanes. Esta propiedad fue explotada por diversas civilizaciones y a lo largo de mucho tiempo tras observarse que el planeta Tierra es capaz de actuar sobre imanes en las condiciones adecuadas (*brújulas*), ejerciendo fuerzas sobre ellos y orientándolos. Es decir, la Tierra se comporta como un imán, permitiendo obtener de ello información sobre la orientación geográfica en un lugar determinado. A partir de esto se define además la orientación de un imán, denotándose *polo norte* de éste al lado que se orienta aproximadamente hacia el Polo Norte geográfico, y *polo sur* al opuesto.

❧ NOTA DIDÁCTICA 1 ❧

Es conveniente acompañar estas explicaciones con una **demostración práctica**. Aunque en esta introducción se habla de hechos cotidianos, es importante recordarlos¹³: ayuda a entrar en el contexto de la unidad, a reactivar los conocimientos empíricos y la **intuición** sobre el tema, y empieza a mostrarlo de forma más analítica si es manejada adecuadamente (asociar a cada punto del espacio una orientación refuerza la noción de *campo*). Se debe recordar cómo dependen las fuerzas de las orientaciones relativas de los **imanes**, de sus distancias, pero por ejemplo no de la orientación relativa a una pieza de **metal ferromagnético**. O utilizar una **brújula** como *sonda* con la que analizar la orientación e intensidad del fenómeno. La forma en que pueden llevarse a cabo tales demostraciones es muy variable, facilitando enormemente la interacción con los alumnos, por ejemplo proponiéndoles situaciones o animándoles a predecir los comportamientos: ¿qué sucede si aproximo dos imanes de barra por sus polos opuestos o idénticos?, ¿y si los pongo en paralelo, de las dos formas posibles? ¿Cómo se orienta una brújula situada cerca de un imán?, ¿y si hay dos? ¿Qué pasa entonces con el Polo Norte terrestre? ¿Qué sucede con la brújula al situarla entre dos polos idénticos? ¿Qué pasa si sustituimos uno de los imanes de las preguntas anteriores por una barra de acero? ¿Y si es de aluminio?



Figura 1: Imán, brújula y objeto ferromagnético.

Ya que la respuesta magnética de todos los posibles materiales es muy variada y a menudo difícil de detectar, es necesario utilizar aparatos de medición que permitan determinar las características de distintas sustancias, como por ejemplo una balanza de torsión o una *balanza de Gouy*. Esto permite caracterizar los materiales por la **permeabilidad magnética** (μ [N/A^2]) o la permeabilidad magnética relativa (μ_r [adim.]), relacionadas a través de la permeabilidad magnética del vacío (μ_o) mediante $\mu = \mu_r \mu_o$, y que son análogas a los parámetros de *permitividad eléctrica* vistas para el campo electrostático. Se puede así distinguir entre sustancias de tipo:

- **Diamagnético:** Sufren una **ligera repulsión** en las proximidades de un imán, independientemente de la orientación de éste. Para ellos es $\mu_r < 1$, es decir, $\mu < \mu_o$.
- **Paramagnético:** Sufren una **ligera atracción** en las proximidades de un imán, independientemente de la orientación de éste. Para ellos es

$\mu_r \gtrsim 1$, es decir, $\mu \gtrsim \mu_o$.

- **Ferromagnético:** Sufren una **fuerte atracción** en las proximidades de un imán, independientemente de la orientación de éste. Para ellos es $\mu_r \gg 1$, es decir, $\mu \gg \mu_o$.

Que un material se comporte de una u otra forma es consecuencia de su estructura microscópica, y de cómo ésta responde en presencia de un campo magnético externo. Debido a esto también es posible *imantar* objetos ferromagnéticos, pues poseen cierta *memoria* (su estructura microscópica) de la orientación del campo en el que ha estado inmerso.

🌀 NOTA DIDÁCTICA 2 🌀

Una buena forma de motivar el interés por esta unidad consiste en relacionarla con fenómenos que van ligeramente más allá de los introducidos aquí, aunque sea de una forma meramente cualitativa, y que por otro lado son relativamente cercanos, por su sencillez o por sus aplicaciones tecnológicas. Aquí se propone la discusión sobre la ***levitación magnética*** estabilizada por rotación a partir de un material al que previamente se les ha dado acceso, y que se recoge en los [anexos](#) de este trabajo (página 56). Puede utilizarse éste para que los alumnos interesados se planteen el problema y lo consulten con el profesor o incluso para realizar la actividad en clase en un planteamiento de *descubrimiento guiado*: si se dispone de un dispositivo de

levitación como el sugerido, o al menos de un imán toroidal, es posible plantear las preguntas del anexo en clase. Se asume entonces que los alumnos han estudiado en algún momento previo del curso el concepto e interés del **momento angular** clásico. Esta discusión, además, puede seguir y ser ampliada una vez se llegue a la unidad sobre *inducción electromagnética*, al motivar esto otros tipos de levitación, como la de **superconductores**.

3.2. Fuerzas, campo y líneas de campo magnéticos

Una descripción más rigurosa de esta propiedad de la materia, y una posterior comprensión de ella, tuvo que esperar hasta el siglo XVII cuando William **Gilbert** hizo una de las primeras publicaciones serias sobre el asunto, o más tarde con las importantes aportaciones de científicos como Denis **Poisson** o Michael **Faraday** (s. XIX) cuando se empezó a tratar en términos de **campos**. De forma similar a como se ha estudiado para la interacción electrostática, es posible en este caso definir el **campo de inducción magnética** (\vec{B}) como un campo de vectores que en cada punto tiene la **orientación** que adquiriría una **brújula** situada ahí. Obsérvese que esto difiere de las nociones estudiadas para los campos electrostático y gravitatorio, donde éstos eran *simplemente* una forma de representar la fuerza atractiva o repulsiva que sufre una partícula por tener una determinada carga eléctrica o gravitatoria (masa). Hay que recordar también que entonces se hacía énfasis en entender esta noción de campo y de *líneas de campo* y en distinguir éstas de la trayectoria que una partícula cargada seguiría bajo su único efecto (y en función de su

estado inicial). Esta aclaración es importante, atendiendo a que es una fuente de errores conceptuales observada incluso a nivel universitario²³. Es posible, también de forma análoga a lo sucedido con el campo electrostático, definir las **líneas de campo** \vec{B} como curvas tangentes en cada punto \vec{r} al vector $\vec{B}(\vec{r})$ y de forma que la *cantidad de líneas* que pasan por una determinada región dan idea de la intensidad de las fuerzas magnéticas que sufriría otro imán ahí. Esto debe ser aclarado cuidadosamente, pues otro error al que llevan los esquemas de líneas de campo es que hacen olvidar que las leyes, que representan la realidad observable tridimensional, actúan de hecho en $3d$ ¹⁴, y que el campo existe en todo punto, y por tanto en todo punto pasa una línea (*Figura 4.4* de la referencia [14]) (comprender esto se complica cuando se dice, en la mayoría de libros de texto²¹, de *asignar a una carga puntual un número de líneas de campo proporcional al valor de la carga*, sin especificar lo mencionado y que esto es útil en representaciones cuando se analiza la densidad de líneas en distintas regiones y se asocia con la intensidad de la interacción). Se propone una forma de aclararlo en la próxima nota didáctica. Durante mis clases, además, trataba de dibujar siempre, además del esquema plano usual, una visión en perspectiva aclarando que el esquema era un corte de esta perspectiva. Con esto es posible entender el **diamagnetismo**, **paramagnetismo** y **ferromagnetismo** como la tendencia de un material a *agrupar* o **confinar** las líneas de campo de inducción, al formarse un campo más intenso o más débil en ellos que en el vacío (figura 2). La **unidad de medida** del campo de inducción magnética es el **Tesla (T)**, designado en honor al inventor Nikola Tesla.

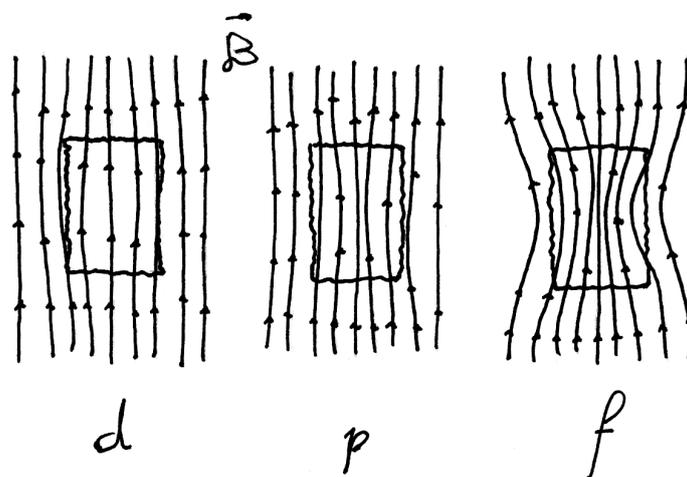


Figura 2: Distribución de las líneas de campo magnético en materiales de tipo diamagnético, paramagnético y ferromagnético, respectivamente, cuando se sitúan en una región con un campo uniforme.

🌀 NOTA DIDÁCTICA 3 🌀

Puede resultar útil mostrar a los alumnos la forma en que se pueden **visualizar las líneas** de un campo magnético producido por un imán (y más adelante, por corrientes). Es posible hacer esto mediante **virutas de hierro** esparcidas sobre una superficie respecto a la cual se sitúe un imán en distintas orientaciones. Se puede realizar un montaje similar pero que permita ver el campo *en tres dimensiones* (y no solo un corte de éste) mediante una **suspensión** de estas virutas en un fluido viscoso y denso, como cualquier **aceite** de cocina, que dificulte el precipitado de las virutas mientras se observa su orientación debida a la presencia del **imán**.

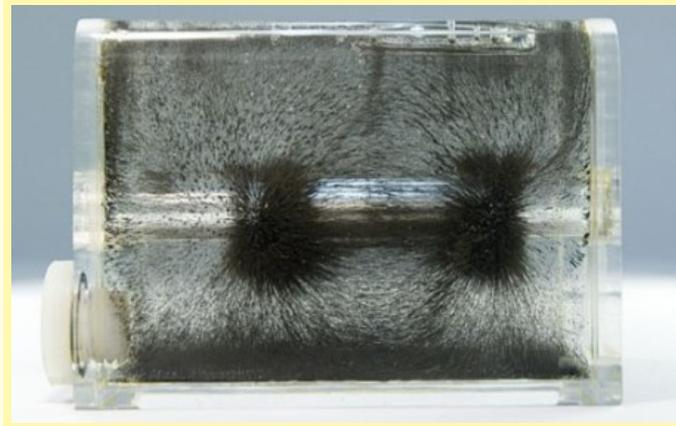


Figura 3: Limaduras de hierro suspendidas en aceite orientándose alrededor de un imán.

El campo de inducción magnética, también llamado *a veces* campo magnético, es consistente también con el *Principio de Superposición*, de forma que cuando existe más de una fuente en una región del espacio, la intensidad y orientación del campo (total) en cualquier punto será la **suma vectorial** del que originaría cada fuente por separado. Es el caso de las fuentes microscópicas que componen los materiales magnéticos, cuya disposición condiciona la superposición y campo resultantes.

❧ NOTA DIDÁCTICA 4 ❧

Es posible visualizar el *Principio de Superposición* con un par de imanes y una brújula o con limaduras de hierro sobre un plano en su lugar. Con la brújula se puede ver fácilmente cómo cada imán por separado determina una orientación pero, con ambos en esa región del espacio,

y en función de sus orientaciones y posiciones respecto de la brújula, la aguja cambia de orientación. Con las limaduras se puede ver cómo la densidad de limaduras (*líneas*) aumenta cuando se unen los imanes y también cómo cambian de forma las líneas al situarlos en distintas posiciones. Otra posibilidad interesante consiste en realizar en clase un análisis, invitando a los alumnos a aportar ideas, de lo que debería suceder cuando se **fractura** y separa en partes un imán *natural*, a partir de lo explicado sobre su constitución según **fuentes (*dipolos*) microscópicas** y el *Principio de Superposición* del campo \vec{B} . Puede mostrarse experimentalmente considerando dos imanes unidos por polos opuestos que son posteriormente separados. Esto será útil al hablar, a continuación, de las particularidades del campo magnético como tal.

Ya se ha mencionado que el *significado* del campo magnético no es exactamente análogo al de los campos electrostático y gravitatorio. Asimismo existen otras particularidades relacionadas con la naturaleza del campo magnético y que guardan relación con la anterior: si no es posible definir el campo magnético como una fuerza por unidad de carga es precisamente porque **no existe una carga magnética (*monopolo*)** equiparable a la eléctrica o a la masa a efectos de los respectivos campos (véase la figura 4), sino que siempre se presentan ***dipolos***, similares a los eléctricos en cuanto a la forma del campo que éstos producen. Efectivamente estos dipolos magnéticos pueden ser el resultado de la superposición de otros mucho *menores*, como sucede con los

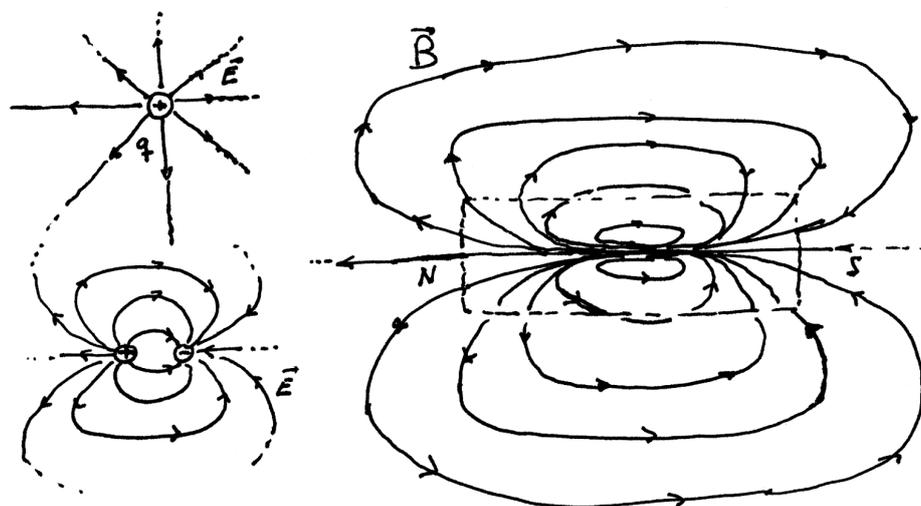


Figura 4: Monopolos y dipolos de tipo eléctrico y magnético (el correspondiente al imán dibujado en líneas discontinuas). Se han representado sólo líneas de campo contenidas en el plano del dibujo.

imanes naturales por ejemplo. La no existencia de monopolos magnéticos es lo que aporta las características diferenciales a esta interacción, y se traduce en el hecho de que las **líneas de este campo sean siempre cerradas** (no como las de una carga eléctrica, que actúa como *fuelle* o *sumidero* de líneas). También hay que destacar el carácter **no conservativo** del campo magnético.

🌀 NOTA DIDÁCTICA 5 🌀

Se propone aquí un análisis y discusión con los alumnos sobre la posibilidad de aplicar de forma válida la *Ley de Gauss* al flujo de campo magnético para distintas superficies en regiones con imanes, sobre la idea de *carga* o fuente monopolar, y la reflexión también sobre lo que

sucede con dicha ley para un dipolo eléctrico en situaciones análogas. ¿Qué flujo total atraviesa una superficie cerrada que encierre todo el imán (el dipolo)?, ¿y si está lejos de él? ¿Qué sucede con el flujo para una superficie que encierre solo el extremo norte del imán? ¿Se puede entonces hablar aquí de *carga encerrada* por la superficie? ¿Cambian las respuestas anteriores si hablamos de cargas y campo eléctrico en vez de polos del imán?

3.3. Fuerzas magnéticas sobre cargas eléctricas

Pese a que no es común hablar de las fuerzas magnéticas entre imanes de la forma en la que se hace para fuerzas gravitatorias y electrostáticas (leyes de Newton y de Coulomb respectivamente), debido precisamente a la ausencia de monopolos magnéticos, es necesario considerar el efecto que un campo magnético tiene sobre otros objetos, como por ejemplo **una carga eléctrica en movimiento**. Si bien las interacciones gravitatoria y electrostática aparecen separadas (es decir, un cuerpo no sufre fuerza eléctrica si no tiene carga eléctrica, independientemente de que tenga masa gravitatoria) aquí vemos una primera relación entre las interacciones eléctrica y magnética. A pesar de que no existen monopolos magnéticos, un campo magnético ejerce fuerzas sobre cargas eléctricas si éstas están en movimiento. De hecho estas fuerzas, que pueden ser estudiadas empíricamente, también dependen de la velocidad y dirección del movimiento de las partículas respecto de la orientación del campo. Analizando cuidadosamente estas dependencias se llega a la expresión que las sintetiza, permitiendo así resumir la llamada ***Fuerza de Lorentz***

mediante la ecuación:

$$F_{\mathcal{L}} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

En ocasiones se llama *Fuerza de Lorentz* a ésta más la fuerza debida a un posible campo eléctrico (\vec{E}), añadiendo el término $q\vec{E}$ estudiado en electrostática.

Conviene recordar el uso de la **regla de la mano derecha** estudiado en el tema de *Fuerzas centrales y momento angular* para la determinación de la orientación de un vector que resulta de un **producto vectorial** como el de la ecuación (1). Éste es siempre **perpendicular al plano** que definen los vectores factor y tiene el sentido marcado por el **pulgar de la mano derecha** cuando se indica con los otros dedos de ésta el sentido de **giro que va del primer al segundo factor**, por el camino más corto, tal y como se indica en la figura número 5. Hay que tener presente también que $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}| \sin(\angle_{\vec{A}\vec{B}})$. Por tanto se trata de una fuerza cuya intensidad es máxima cuando la velocidad y el campo son perpendiculares, nula si son paralelos, y que no solo depende de la cantidad de carga eléctrica y de la intensidad del campo sino también del módulo de la velocidad de la partícula.

De esto se sigue inmediatamente el hecho de que **sobre una corriente eléctrica**, que no consiste en otra cosa que un flujo de partículas cargadas eléctricamente y en movimiento a lo largo de un conductor que las confina, **actuará una fuerza** resultante de las fuerzas que sufren las cargas individuales.

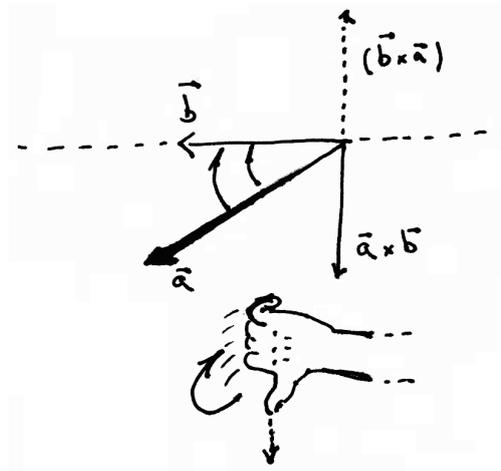


Figura 5: Aplicación de la *regla de la mano derecha* al cálculo de un producto vectorial.

Esto, para corrientes rectilíneas, puede resumirse en la ecuación:

$$F = I\vec{l} \times \vec{B} \quad (2)$$

donde \vec{l} es un vector de orientación la de la intensidad de la corriente (es decir, del movimiento de las cargas positivas que le corresponde) y de magnitud la longitud del conductor estudiado. Es posible ver la relación directa con la ecuación (1), al estar *codificada* la carga y velocidad de las partículas en el factor $I\vec{l}$. Esto es así porque la corriente puede ser expresada como la carga q que recorre el conductor en un tiempo Δt determinado. Si suponemos que, en vez de ser una corriente de cargas separadas, esa carga está concentrada en una sola partícula, su velocidad será precisamente $\frac{\vec{l}}{\Delta t}$, y por tanto $I\vec{l} = \frac{q}{\Delta t}\vec{l} = q\frac{\vec{l}}{\Delta t} = q\vec{v}$.

❧ NOTA DIDÁCTICA 6 ❧

Es posible mostrar este fenómeno de forma especialmente sencilla si se dispone de un galvanómetro clásico como el que hay en algunos laboratorios para fines educativos. En ellos es posible ver el montaje interno, lo que permite ver la simplicidad de sus elementos y comprobar cómo el paso de la corriente en las proximidades de un imán causan el movimiento de la bobina y, por tanto, las fuerzas mencionadas.



Figura 6: Galvanómetro *de demostración*. Imagen bajo licencia *Creative Commons*, reproducida a través de *Wikipedia*³⁰.

Es interesante ahora analizar la **cinemática** que surge a partir de la *fuerza de Lorentz* y la variedad de **trayectorias** que es posible encontrar. Algo muy característico de esta fuerza es su orientación siempre perpendicular a la dirección del movimiento de la partícula cargada **en todo momento**, (véase la figura 7). En el **caso particular** en el que \vec{v} sea perpendicular a \vec{B} se tendrá un movimiento restringido a un plano; según la partícula

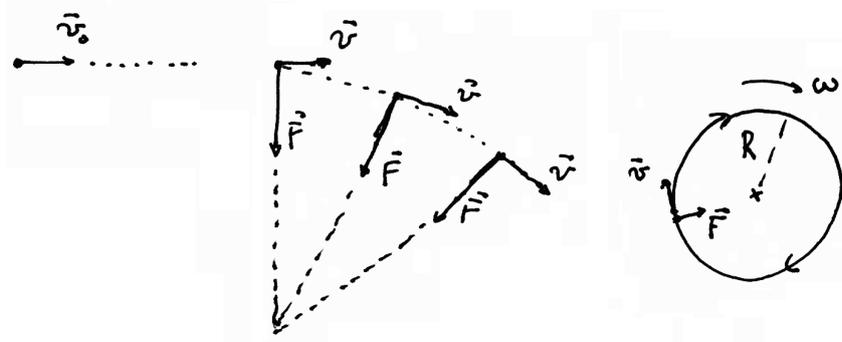


Figura 7: La fuerza magnética se mantiene perpendicular a la trayectoria, originando un *movimiento circular uniforme*.

avanza, la **fuerza** actúa sobre ella **cambiando solo la dirección** de la velocidad, de esta forma, en un instante posterior, **la fuerza misma habrá cambiado de orientación**, y seguirá teniendo la misma intensidad, al no haber cambiado el módulo de \vec{v} . Esto se da de forma continua, con lo que la *reorientación* gradual de la fuerza hace que ésta siempre apunte hacia cierto punto del plano de movimiento. Es decir, la partícula sufre en estas condiciones una **fuerza central** y por tanto realiza un **movimiento circular** mientras q , \vec{v} ó \vec{B} no se vean modificados por motivos externos. En caso de que \vec{v} **no sea perpendicular a \vec{B}** siempre se podrá **descomponer** ésta convenientemente en una componente \vec{v}_\perp que sí lo sea más otra, \vec{v}_\parallel , paralela a \vec{B} . La componente \vec{v}_\perp se comportará según lo recién analizado, mientras que \vec{v}_\parallel , según la ecuación (1), no sufrirá variación. Es decir, ésta aportará simplemente un **arrastré** de la trayectoria circular antes obtenida, resultando en un movimiento total **helicoidal** (figura 8). Este caso es de especial importancia para el estudiante, al requerir la descomposición del

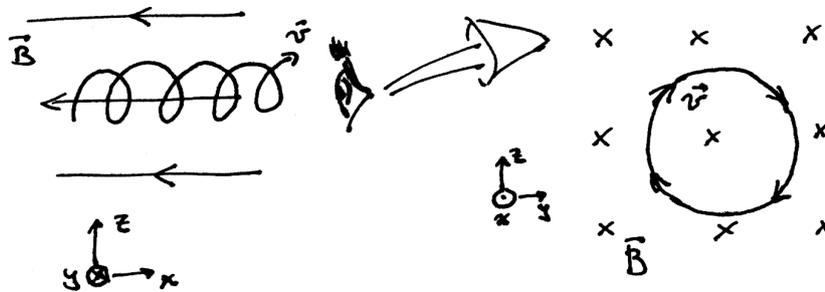


Figura 8: Posibles trayectorias de cargas en presencia de campo magnético uniforme. Las *aspas* representan vectores perpendiculares al plano sobre el que están dibujadas, y que van *hacia el otro lado* del papel en este caso, mientras que con puntos se representarían vectores en sentido opuesto, dirigidos hacia quien observa el dibujo.

movimiento en sus componentes y relacionar cada una de ellas con sus causas. Además el énfasis sobre él se justifica atendiendo al punto F de la referencia [23], que destaca cómo el hecho de que los problemas a menudo consideren el caso en que \vec{v} y \vec{B} son perpendiculares hace que se confunda la *regla de la mano derecha* y se asuma que estos dos vectores son perpendiculares debido a ella, y no solo que el vector producto lo es a cada uno de los factores.

Es conveniente estudiar las **relaciones** entre los parámetros del movimiento o de su **componente circular** y el **campo magnético**. Para ello supondremos una partícula con carga q , masa m y velocidad \vec{v} perpendicular al campo \vec{B} . De esta forma, y como hemos deducido, la trayectoria de la partícula será circular, por lo que la magnitud de su **aceleración centrípeta** (que no afecta al módulo de la velocidad), vendrá dada por la expresión $a_c = \frac{v^2}{R}$ (como se discutió al hablar de órbitas circulares en los temas sobre campo gravitatorio) siendo R el **radio de la trayectoria**. Así, relacionando

la fuerza que actúa sobre la partícula (1) en estas condiciones (qvB) con la aceleración que ésta *causa* (*2ª Ley de Newton*), se tiene:

$$qvB \equiv m \frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{mv}{qB}, \quad (3)$$

de lo cual obtenemos que la **velocidad angular** del movimiento es:

$$\omega = \frac{q}{m} B, \quad (4)$$

con simplemente recordar que $\omega = \frac{v}{R}$. Obsérvese que para una cierta intensidad de campo magnético dada y para un tipo de partículas concretas (q y m fijas) la frecuencia con la que se realiza el movimiento circular es independiente de la velocidad lineal de las partículas.

Las peculiaridades de estas fuerzas y trayectorias motivan numerosas aplicaciones tecnológicas, como por ejemplo:

- **Motor eléctrico:** puesto que un hilo que porta una corriente sufre una fuerza si se encuentra en un campo magnético, es posible aprovechar esto para obtener un movimiento rotatorio (figura 9).

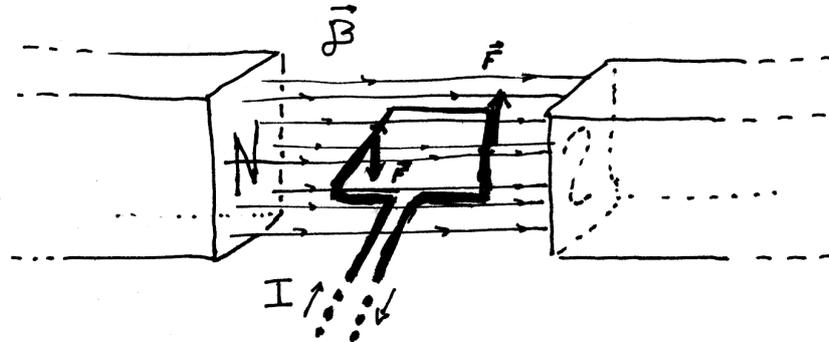


Figura 9: Esquema de un motor eléctrico sencillo, en un instante durante su funcionamiento.

❧ NOTA DIDÁCTICA 7 ❧

Es sencillo construir un pequeño modelo de motor para mostrar este movimiento rotatorio. Con una batería, un imán y alambre puede montarse rápidamente un *motor homopolar* como el de la figura. Se puede también invitar a los alumnos a realizar modelos más elaborados, y es fácil encontrar ideas para esto¹.



Figura 10: Motor homopolar construido con una batería y un clip.

- **Tubos de rayos catódicos (CRTs):** un haz de electrones como el producido en un televisor con tecnología *CRT* puede ser desviado mediante esta fuerza magnética con el fin de que impacte sobre distintos puntos de una pantalla.

❧ NOTA DIDÁCTICA 8 ❧

Es posible mostrar esto si hay un televisor o monitor de ordenador viejos de tipo *CRT*: se puede ver cómo al acercar un imán a la pantalla en distintas direcciones se distorsiona la imagen.

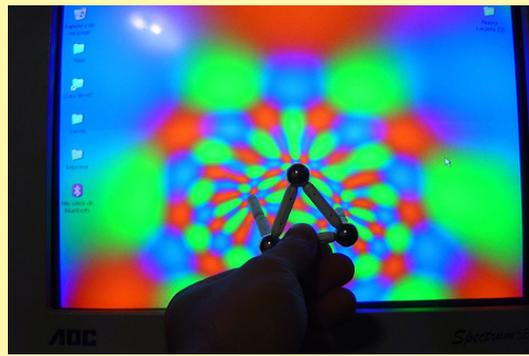


Figura 11: pantallaa..... Imagen bajo licencia *Creative Commons*, reproducida a través de *Wikipedia*²⁹.

- **Ciclotrón y otros aceleradores de partículas:** como se vio al estudiar el campo eléctrico, es posible acelerar en línea recta una partícula cargada, de forma que se pueda utilizar como proyectil a la hora de estudiar la estructura de la materia. Si se pretende dar una gran energía a la partícula esto no es práctico, ya que requeriría grandes distancias de aceleración o campos muy intensos. Una solución es acelerar estas

partículas mientras realizan una trayectoria circular, lo que se consigue mediante un campo magnético, como se ha explicado (figura 12). Ob-

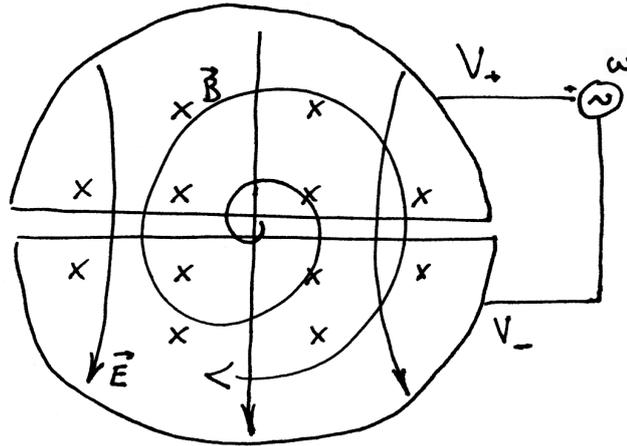


Figura 12: Esquema simplificado de un ciclotrón.

sérvese además que, debido a que las fuerzas magnéticas no varían el módulo de la velocidad, éstas no realizan trabajo sobre las partículas, por lo que es necesario aún un campo eléctrico que aporte la energía cinética. Que la frecuencia de rotación no dependa de la energía cinética de las partículas, como se ha explicado con la ecuación (4), simplifica la sincronización del campo eléctrico con el movimiento de la partícula, al darse de forma natural. En mecanismos similares se basan los aceleradores actuales más complejos, como por ejemplo el *sincrotrón* ALBA (figura 13), donde además de realizarse diversos experimentos científicos se producen isótopos de utilidad médica e industrial⁴.

- **Selectores de velocidad:** como se observa en la ecuación (4), para un



Figura 13: Fotografía aérea del exterior del *sincrotrón* ALBA (Cerdanyola del Vallès, Barcelona).

tipo de partícula concreto y una intensidad B dada, el radio de la órbita solo depende de la velocidad de las partículas. Esto permite que un haz de partículas del mismo tipo que viajen a distintas velocidades puedan ser clasificadas por su velocidad al verse sus trayectorias separadas si se les hace pasar por una región con un cierto campo magnético (figura 14). Otros montajes son posibles con el fin de seleccionar partículas de una

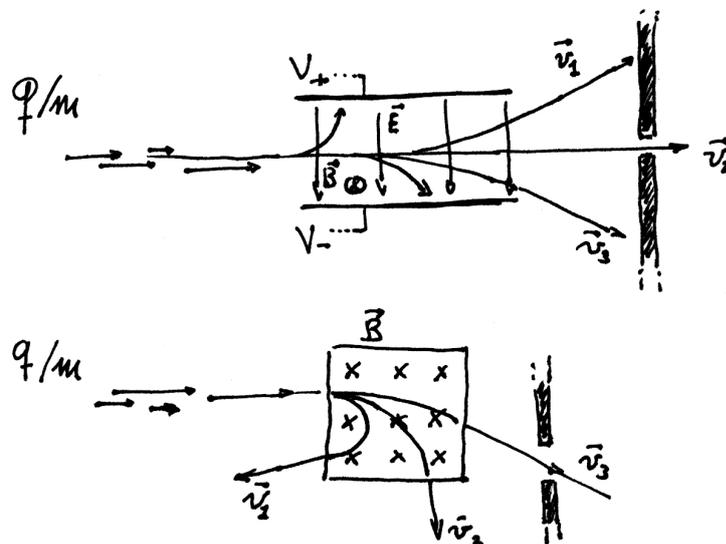


Figura 14: Esquemas de posibles *selectores de velocidad*.

cierta velocidad (como algunos de los que se plantean en [problemas](#) (página 54) de las *Pruebas de Acceso a la Universidad*¹¹) que combinan

los campos eléctrico y magnético de forma que para ciertas partículas la fuerza que actúe sea nula.

- **Espectrómetros de masas:** Si ahora se tiene un haz donde las partículas tienen una velocidad conocida y se le hace penetrar en una región con un cierto campo magnético B , es posible obtener una separación de sus trayectorias en función de su *relación carga-masa* ($\frac{q}{m}$), como se deduce de la ecuación (3) y como se muestra en la figura 15. De esta

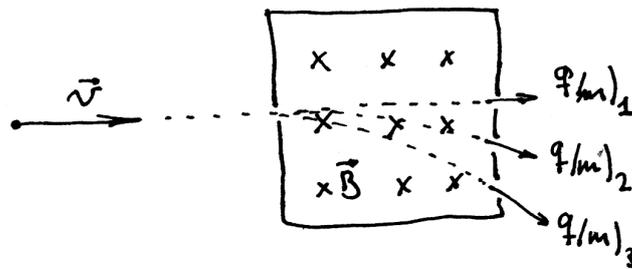


Figura 15: Esquema de un *espectrómetro de masas* sencillo.

forma es posible, por ejemplo, analizar un haz de distintos isótopos de un elemento químico.

- **Microscopios electrónicos:** dada la capacidad de los campos eléctricos y magnéticos de desviar un haz de partículas cargadas, es posible usar combinaciones de éstos para modificar la dirección de haces de electrones de la misma forma en que una lente desvía un haz de luz (tal y como estudiamos en los temas de óptica). Esto permite construir dispositivos que funcionan como un microscopio, formando imágenes ampliadas sobre un elemento sensible al impacto de los electrones, y pre-

sentan ciertas ventajas frente a los microscopios ópticos convencionales.

Discutiremos estas ventajas en el bloque de *Física moderna*.

3.4. Campo magnético debido a corrientes eléctricas

Una vez comprendido cómo un campo magnético realiza fuerzas sobre **car-gas eléctricas en movimiento**, y por tanto que éstas en cierto modo **se comportan como un imán**, es posible preguntarse si no solo se comportan como tal sino si de hecho **generan campo magnético**. Esto efectivamente es así, si una carga eléctrica está en movimiento, no solo genera campo eléctrico sino también campo magnético. La simetría de estos fenómenos nos acerca a la idea de unidad de los fenómenos eléctricos y magnéticos, al darse estas estrechas relaciones entre la carga eléctrica y el campo magnético cuando hay *movimiento* de por medio. Estas relaciones se harán aún más claras con los fenómenos que estudiaremos en la próxima unidad, donde además hablaremos de la *Unificación Electromagnética* y las ecuaciones generales del electromagnetismo.

El fenómeno por el cual las cargas en movimiento originan un campo magnético detectable fue inicialmente descubierto experimentalmente, y suele atribuirse al físico Hans Christian **Ørsted** su primera observación, en lo que se denomina *el experimento de Ørsted*.

☿ NOTA DIDÁCTICA 9 ☿

Los medios necesarios para reproducir las observaciones de Ørsted son mínimos, y puede ser interesante realizar esta experiencia en clase. Se puede realizar un montaje sencillo con un hilo de cobre grueso, de forma que se evite su interferencia al no ser ferromagnético, y que sea lo menos resistivo posible.

Corrientes del orden del amperio producen campos de magnitudes similares a la del campo magnético terrestre, por lo que es sencillo detectar con una brújula los cambios en el campo total. Si se dispone de una fuente de corriente adecuada, o aprovechando picos de corriente debidos a la desconexión del circuito (*kick-back*), especialmente si se añade un elemento inductivo, es posible además trazar las líneas de campo por la técnica antes mencionada de las virutas de hierro.

Más tarde fue estudiado en profundidad llegándose a la ley fundamental que describe el campo generado por un elemento rectilíneo infinitesimal de corriente. Ésta es la llamada **Ley de Biot y Savart**, en honor a sus descubridores, y sintetiza el campo magnético $d\vec{B}$ generado por un elemento de corriente $I d\vec{l}$ en un punto del espacio vacío situado en la posición \vec{r} respecto de él, mediante la expresión siguiente:

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (5)$$

donde r representa el módulo del vector \vec{r} . Con esta ley y atendiendo al *Principio de Superposición* es posible obtener el campo generado por *fuentes extensas*, es decir, no solo por corrientes de tamaño despreciable ($I d\vec{l}$) sino por regiones *macroscópicas* del espacio en el que haya corrientes a lo largo de líneas de cualquier forma. Esta ley es por tanto análoga en cierto sentido a la *Ley de Coulomb* del campo eléctrico. Hay que destacar que este campo magnético viene dado por un producto vectorial, por lo que una vez más la *regla de la mano derecha* nos permite averiguar la dirección y orientación de éste. No obstante, como se aprecia en la figura 16, es posible aplicar aquí

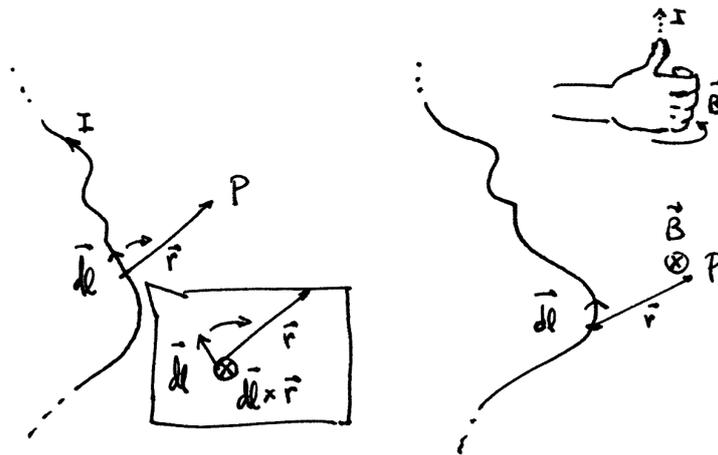


Figura 16: Aplicación de la *regla de la mano derecha* para la *Ley de Biot y Savart* (5).

la regla de un modo más sencillo: si el dedo pulgar indica la dirección de la corriente en un pequeño tramo, el resto de dedos indican el sentido de giro según el cual las líneas de campo se *enrollan* entorno a ésta, para puntos suficientemente próximos a ella.

Podemos ver un ejemplo de uso de la ecuación (5) aplicando la ley a dos fuentes que usaremos en adelante: la **corriente rectilínea infinita** y la **espira circular** de corriente. El primer caso corresponde a un hilo conductor de espesor despreciable y arbitrariamente largo que porta una corriente de intensidad I . Podemos llamar z a la dirección en la que está orientado, y asumir que la corriente discurre en su sentido positivo (figura 17). El campo

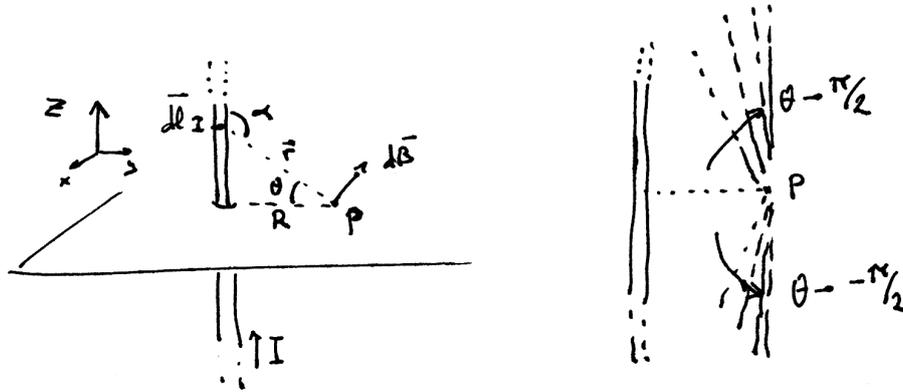


Figura 17: Esquema de las variables y sus relaciones para la integral de Biot y Savart (5) en el hilo rectilíneo.

total en un punto situado a una distancia R del hilo vendrá dado, usando el resto de la notación de la figura 17, por la integral (*suma* de fuentes infinitesimales):

$$\begin{aligned} \vec{B} &= \int_{z \rightarrow -\infty}^{z \rightarrow \infty} d\vec{B}(\vec{r}) = \int_{z \rightarrow -\infty}^{z \rightarrow \infty} \frac{\mu_o I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3} = \\ &= \frac{\mu_o I}{4\pi} \int_{z \rightarrow -\infty}^{z \rightarrow \infty} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int_{z \rightarrow -\infty}^{z \rightarrow \infty} \frac{dl \sin(\alpha)}{r^2} \hat{u}_\varphi, \end{aligned} \quad (6)$$

El vector unitario \hat{u}_φ representa la dirección dada por el producto vectorial $\vec{dl} \times \vec{r}$, es decir, representa la dirección **azimutal**, tangente a las circunferencias transversales y centradas con el hilo. Es la dirección en la cual se *enrollan* las líneas de campo alrededor de la corriente que las produce, en los términos de antes. Atendiendo a la figura 17, se deduce que $\sin(\alpha) = \cos(\theta)$ y $r = \frac{R}{\cos(\theta)}$. Por otro lado, la integral se va a ver simplificada si se expresa en términos del ángulo θ , por lo que es conveniente hacer el cambio $dl = \frac{d\theta}{\cos^2(\theta)} R$, obtenido al realizar la derivada $\frac{dl(\theta)}{d\theta}$ de la relación trigonométrica $l = R \tan(\theta)$ y *despejar* $dl(\theta)$. Por otro lado, como se muestra en la figura, los puntos $z \rightarrow \pm\infty$ del hilo corresponden a los valores del ángulo $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$, con lo que la ecuación (6) resulta:

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \frac{\mu_o I}{4\pi} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \frac{\cos(\theta) d\theta}{R} \hat{u}_\varphi = \\ &= \frac{\mu_o I}{4\pi R} [\sin(\theta)]_{-\pi/2}^{+\pi/2} \hat{u}_\varphi,\end{aligned}\tag{7}$$

luego, finalmente, obtenemos el campo buscado:

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_o I}{2\pi R} \hat{u}_\varphi}\tag{8}$$

En todo caso, si no se trata del vacío sino de un **medio material** de permeabilidad magnética μ bastará sustituir por ésta el factor μ_o .

🌀 NOTA DIDÁCTICA 10 🌀

Una actividad previa al desarrollo formal para orientar estas deducciones en clase consiste en pedir a los estudiantes un análisis de las simetrías, la dirección esperada del campo, y de si éste debe crecer o decrecer con I ó R , partiendo de la *Ley de Biot y Savart*, de forma similar a lo aprendido al estudiar el campo eléctrico. De esta forma se refuerzan esos conocimientos previos.

Veamos ahora qué sucede para una *espira*, es decir, un circuito circular (figura 18), al ser recorrida por una cierta corriente de intensidad I . Dado el

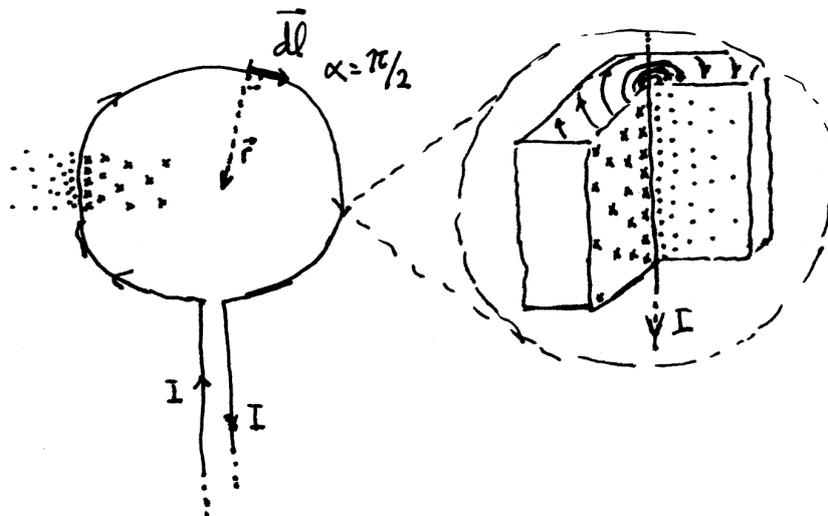


Figura 18: Espira de corriente y análisis de la dirección e intensidad del campo magnético que ésta produce a partir de la *Ley de Biot y Savart* (5).

sentido de ésta, es sencillo aplicar de nuevo la *regla de la mano derecha* para cada tramo de la espira y concluir la orientación del campo magnético en el interior del lazo. Con esto es sencillo calcular el campo en el punto central, al

equidistar de todas las fuentes $I d\vec{l}$ de éste punto, y tener el campo que éstas producen ahí una misma orientación. Asumiendo que la espira tiene un radio R y que la dirección $+\hat{k}$ es la del campo en su centro,

$$\begin{aligned}
 \vec{B} &= \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} d\vec{B}(\vec{r}) = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \frac{\mu_o I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3} = \\
 &= \frac{\mu_o I}{4\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \frac{dl \sin(\alpha)}{r^2} \hat{k} = \\
 &= \frac{\mu_o I}{4\pi} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \frac{dl}{R^2} \hat{k} = \frac{\mu_o I}{4\pi R^2} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} dl \hat{k} = \frac{\mu_o I}{4\pi R^2} 2\pi R \hat{k}, \quad (9)
 \end{aligned}$$

con lo que en el centro de la espira, y asumiendo que está en vacío o aire ($\mu \simeq \mu_o$), tenemos finalmente un campo magnético de intensidad:

$$\boxed{B = \frac{\mu_o I}{2R} \hat{k}} \quad (10)$$

❧ NOTA DIDÁCTICA 11 ❧

Más sencillo aún que la realización del experimento de Ørsted es realizar una serie de experiencias con bobinas planas. Es fácil construir una arrollando sobre un tubo o un aro un hilo de cobre esmaltado, disponible en tiendas de electricidad y electrónica. No es complicado además encontrar pequeñas bobinas en aparatos y transformadores ya inservibles, por lo que puede no ser necesario construir uno. Esto permite comprobar con una brújula la forma del campo que se origina,

comprobar cómo se intensifica el campo si el medio que rodea la espira es ferromagnético, o recordar el *Principio de Superposición* al tratarse aproximadamente de un conjunto de espiras superpuestas con corrientes igualmente orientadas.

Estas dos expresiones, que usaremos frecuentemente, han sido obtenidas por superposición de la misma forma en la que calculábamos un campo eléctrico producido por varias cargas. Pero podemos recordar que, para conjuntos de cargas distribuidas de forma *continua*, el procedimiento de superposición no era tan práctico. Sin embargo, se estudió una relación matemática, la **Ley de Gauss**, que, en ciertas situaciones, permitía deducir fácilmente la forma del campo eléctrico. Algo similar sucede con el campo magnético: **existe una relación** interesante entre las **fuentes** del campo y el **campo** en una cierta región del espacio, que además podrá ser utilizada a veces para calcular la intensidad del campo. La geometría rectilínea o circular ha permitido hallar fácilmente el campo por superposición (integral), pero en otras ocasiones no será tan sencillo como mediante esta nueva relación, la llamada **Ley de Ampère**. Ésta ley se resume en la ecuación:

$$\oint_{C_c} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o I_{abr.(C_c)} \quad (11)$$

En el lado izquierdo está la *circulación* del vector \vec{B} a lo largo de una cierta curva cerrada C_c , cuyos elementos de longitud se representan mediante $d\vec{l}$. Mediante la circunferencia del símbolo de integración (además de por el

subíndice) recordamos que la curva C_c ha de ser cerrada. Conviene recordar que ya hemos explicado la noción de *circulación de un vector a lo largo de una curva* al estudiar el trabajo realizado por una fuerza. En este caso se considera la *suma* (f) de la componente del campo magnético paralela a $d\vec{l}$ (en módulo), $\vec{B} \cdot d\vec{l}$, en cada punto de C_c . En la figura 19 se muestra, en el lado izquierdo, una curva cerrada de forma arbitraria en una región con unas líneas de campo determinadas. Es decir, en cada punto de la curva \vec{B} tiene una cierta intensidad y orientación, que es lo que se necesita conocer para realizar el producto escalar y la integral de la *Ley de Ampère*. Del otro lado de la igualdad (11) aparece simplemente una propiedad del medio material ya conocida, la permeabilidad magnética del vacío μ_o (que en general será μ), y el factor $I_{abr.(C_c)}$, la intensidad de corriente *abrazada* por la curva C_c . Veamos qué representa éste. En el lado derecho de la figura número 19 se

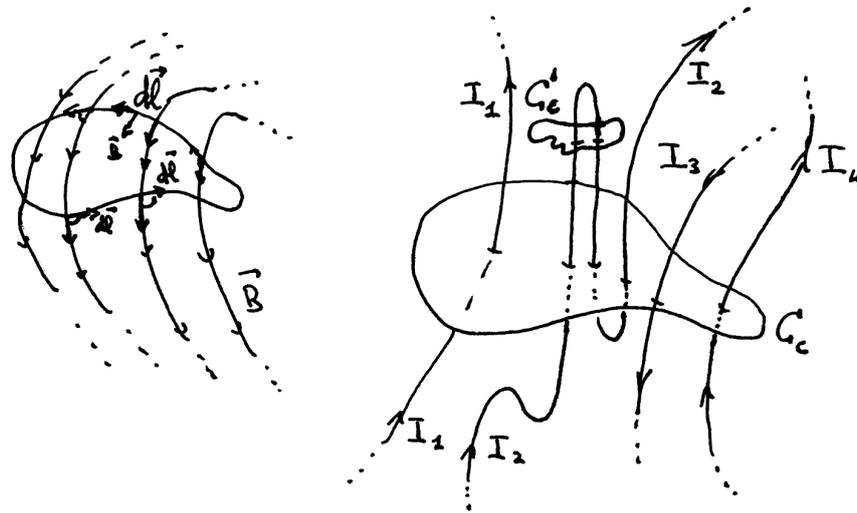


Figura 19: Circulación de \vec{B} y cómputo de corrientes de la *Ley de Ampère* (11).

observa el mismo lazo C_c que antes pero ahora está siendo atravesado por

varias líneas de corriente que originan el campo del lado izquierdo de la figura. Hay dos sentidos distintos en los que estas corrientes pueden pasar de uno al otro lado del lazo, y pueden hacerlo múltiples veces. Así, $I_{\text{abr.}(C_c)}$ da cuenta de la **intensidad total** de corriente en módulo, sin importar el sentido de ésta, considerando la suma de todas las que atraviesan el lazo de esta forma, teniendo en cuenta que **en función de su sentido** cada una puede contribuir **sumando o bien restando**, asignando signo más o menos a cada sentido libremente para un caso concreto. Así para esa situación tendríamos que $I_{\text{abr.}(C_c)} = |I_1 + (I_2 - I_2 + I_2) - I_3 + I_4|$ mientras que $I_{\text{abr.}(C'_c)} = 0$.

❧ NOTA DIDÁCTICA 12 ❧

Además de las **representaciones** de los objetos matemáticos en papel o en el encerado similares a las de estas figuras, es recomendable utilizar **modelos reales** de ellas que apoyen la explicación. Para este caso por ejemplo se pueden usar lazos de alambre y algún elemento que represente la dirección del vector \vec{B} en un punto dado.

Si de lo que se trata es de obtener a partir de la *Ley de Ampère* (11) la intensidad de \vec{B} , hemos de conseguir de alguna forma *sacarlo* de la integral. Para esto haremos como al aplicar la *Ley de Gauss* al campo eléctrico: al tratarse de una situación con **simetría**, es sencillo deducir de forma independiente e inmediata la dirección del campo en todos los puntos, es decir, la forma de las líneas de campo. Esto nos permitirá **elegir** la curva **cerrada** C_c que facilite el cálculo de $\vec{B} \cdot d\vec{l}$ y en la que el valor de B no varíe,

de forma que pueda salir de la integral, al ser *factor común* para cada uno de los puntos de C_c que contribuyen a la *suma*. Incluso podrá darse el caso, como allí sucedía, de que el campo o el producto escalar se anulen, al menos en parte de la región de integración.

El procedimiento se aclara si realizamos algún ejemplo. Podemos aplicarlo al caso ya estudiado de la corriente rectilínea infinita. Como dedujimos antes a partir de la *Ley de Biot y Savart* (5), la orientación del campo que ésta produce es azimutal (representada por \hat{u}_φ). Así, una curva cerrada con forma circular, como las líneas de campo, garantizará que en todos sus puntos el campo sea paralelo al vector \vec{dl} , simplificando su producto escalar. Por otro lado, como los puntos de dicha curva equidistan de la corriente y como la intensidad de \vec{B} sólo podría depender de esta distancia R (al ser ésta lo único que distingue a un punto de otro), tenemos que B ha de ser constante a lo largo de toda la curva C_c elegida. Por tanto, con estas dos consideraciones,

$$\begin{aligned} \oint_{C_c} \vec{B} \cdot \vec{dl} &= \int_{\circlearrowleft} \vec{B} \cdot \vec{dl} = \int_{\circlearrowleft} B dl = B \int_{\circlearrowleft} dl = \\ &= Bl = B2\pi R. \end{aligned} \tag{12}$$

Por otro lado aquí es, trivialmente:

$$I_{\text{abr.}(C_c)} = I, \tag{13}$$

de forma que, considerando que el sistema está en el vacío, y uniendo ya ambas partes de la *Ley de Ampère*, se tiene:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{u}_\varphi \quad (14)$$

donde hemos añadido la dirección (\hat{u}_φ) que sabíamos que tenía. Este resultado coincide con el valor hallado por integración, como no podría ser de otra manera. Encontraremos ejercicios¹¹ (véase en los [anexos](#), página 54) en los que el hilo conductor tenga un cierto grosor y se pida el campo en su interior, incluso si la corriente no es igual de intensa en todas las zonas del cable, o situaciones donde la geometría sea distinta, como en el caso que analizaremos a continuación.

La forma de una espira y del campo magnético que ésta produce dificulta la aplicación de la *Ley de Ampère* con el fin de hallar \vec{B} . Por otro lado, esto no supone un gran problema, pues ya conocemos éste al menos en su centro (10). Sin embargo esto no sucede para un ***solenoides recto ideal***. Consiste en un hilo arrollado a lo largo de un cilindro. Con *ideal* hacemos referencia aquí a la aproximación de que ha de ser mucho menos ancho que largo y tener las vueltas del hilo *infinitamente* próximas. De esta forma, especialmente en su zona central, el campo tendrá una forma aproximadamente rectilínea en el interior y será prácticamente nulo en el exterior.

Para comprender esto, en la figura 20 se ha representado el campo generado por una sola espira, y el de un pequeño solenoide; éste último

corresponde a la superposición del campo producido por cada una de sus vueltas, que son como espiras en distintas posiciones. Al tener múltiples espiras sucesivas, cada una con un campo muy intenso en su centro (líneas próximas), el campo resultante ha de ser intenso a lo largo de todo el solenoide, resultando unas líneas cada vez más rectas en su interior si se aumenta su número de vueltas, como en el solenoide del extremo derecho. Por otro lado, fuera del solenoide se tiene la composición de campos de distinto sentido, debidos a la forma circular de la corriente, y de intensidades similares si R es pequeño, al haber poca diferencia entre las distancias a cada parte de una misma espira del solenoide.

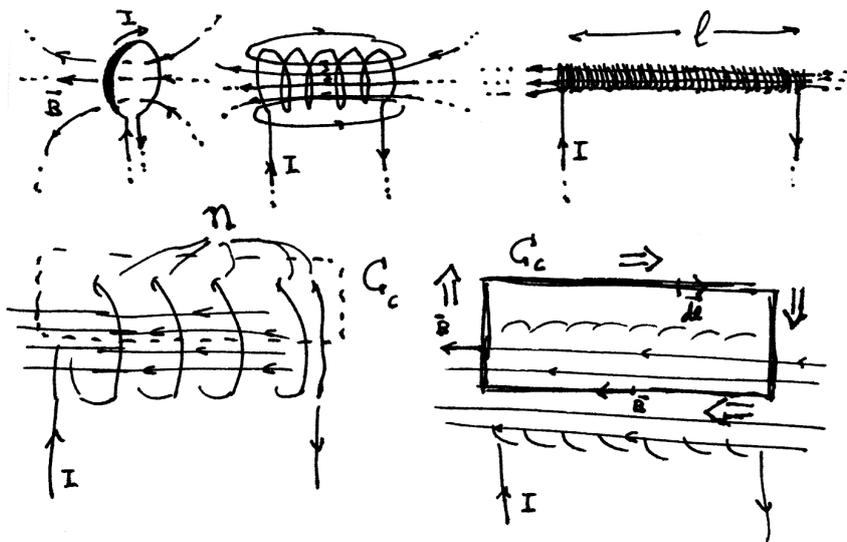


Figura 20: Arriba: Esquema de una espira y un solenoide realistas y de un solenoide ideal, respectivamente, con el campo \vec{B} que producen. Abajo: curva C_c conveniente para la obtención de \vec{B} en el interior del solenoide ideal a partir de la *Ley de Ampère* (11).

Considerando entonces esta idealización podemos de nuevo elegir una curva cerrada a la cual \vec{B} sea tangente, de forma que se simplifique la aplicación

de la *Ley de Ampère*. Utilizaremos también el recurso de separar la integral en varias partes en función de las regiones de integración, como ya hicimos con la *Ley de Gauss*. En este caso, las regiones son los tramos indicados en la figura mediante flechas orientadas según la orientación del vector \vec{dl} ahí. Así la separación de la integral es:

$$\oint_{C_c} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{\Rightarrow} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{\Downarrow} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{\Leftarrow} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{\Uparrow} \vec{B} \cdot d\vec{l}. \quad (15)$$

Dos de estas cuatro contribuciones (\Uparrow y \Downarrow) se anulan por ser en esos tramos el campo perpendicular a la curva; y la integral en \Rightarrow se anula al ser ahí el campo nulo. Por tanto, y teniendo en cuenta que en el tramo interior al solenoide hemos supuesto un campo aproximadamente constante y que éste es paralelo al vector \vec{dl} ahí, se tiene que

$$\begin{aligned} \oint_{C_c} \vec{B} \cdot d\vec{l} &= \int_{\Leftarrow} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{\Leftarrow} B dl = B \int_{\Leftarrow} dl = \\ &= Bl, \end{aligned} \quad (16)$$

donde l es la longitud del tramo \Leftarrow (*longitud del solenoide*) y B es la intensidad del campo en cualquier punto del eje de éste, lejos de los extremos (solenoides ideal). Por otra parte, si calculamos el *lado derecho* de la ecuación de la *Ley de Ampère* (11), tenemos simplemente:

$$I_{\text{abr.}(C_c)} = nI, \quad (17)$$

pues, como se observa en la figura, el lazo C_c es atravesado por la corriente I una vez por cada una de las n vueltas y en un mismo sentido. Por tanto igualando los dos miembros de la ecuación (11) calculados para este caso, y con las deducciones hechas sobre la orientación del campo \vec{B} , llegamos finalmente a que en los puntos del eje (z) de un solenoide ideal en vacío es

$$\vec{B} = \pm \frac{\mu_0 n I}{l} \hat{k} \quad (18)$$

con el signo dependiendo de la dirección en la que circule la corriente entorno al eje z y según la *regla de la mano derecha*. A menudo se sitúa un **núcleo ferromagnético** en el interior del imán, lo que intensifica ese campo magnético a través del factor μ . Además en ocasiones el solenoide está arrollado sobre un núcleo que no tiene forma recta, sino que es un marco rectangular, un *toroide*, etc. En estos casos, la **longitud** a la que hace referencia el factor l no es la del bobinado en sí, sino la de todo el núcleo, al mantener éste confinadas las líneas de campo de la misma forma en que estarían si el bobinado se extendiese a lo largo de todo el núcleo.

*“Know how to **solve** every
problem that has **been solved**”*

— Richard P. Feynman

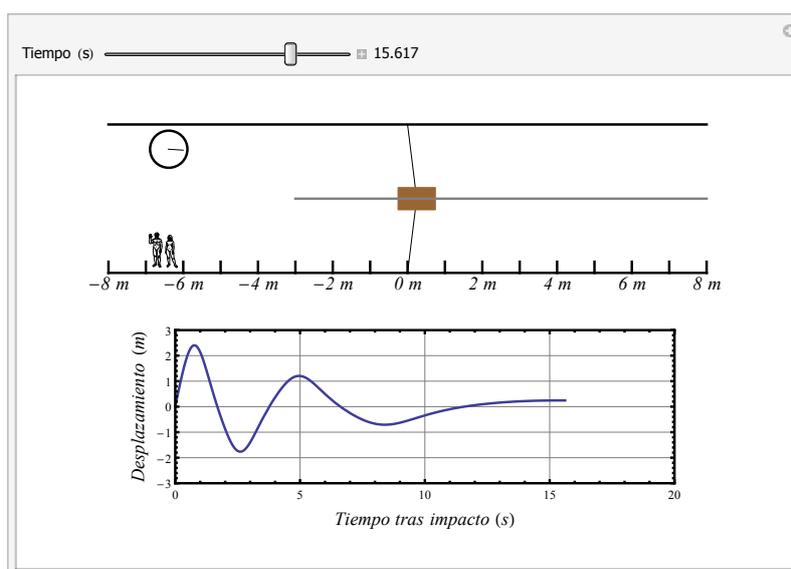
Anexos

Se adjunta al texto principal una serie de **material adicional** mencionado o que puede ser utilizado como recurso en los puntos donde se les hace referencia a lo largo del trabajo.

A.1. Ejemplo de animación

En este apéndice se presenta una animación que realicé dentro de un trabajo de una asignatura del presente máster y que posteriormente (durante las prácticas) pude utilizar para plantear un ejercicio en un 4º curso de Educación Secundaria Obligatoria. Pueden verse¹² de forma abierta tanto la animación misma como el código que la genera dentro del llamado *Wolfram Demonstrations Project*³¹.

Consiste en un montaje particular de un sistema similar a un *péndulo balístico*, y resulta de especial interés para este problema, como se menciona en la sección 1 (página 4), al tratarse de una situación difícilmente realizable.



A.2. Ejemplo del proyecto *Textos Marea Verde*

Aquí se reproduce, a modo de ejemplo, [una página⁸](#) de un libro del mencionado proyecto *Textos Marea Verde*⁵ (página 6) escrito y publicado por José Antonio Encabo de Lucas y Nieves Zuasti bajo licencia *Creative Commons*.

14

CAPÍTULO 2: POTENCIAS Y RAÍCES. Matemáticas 4ºB ESO

1. POTENCIAS DE EXPONENTE ENTERO. PROPIEDADES

1.1. Potencias de exponente natural.

Recuerda que:

Dado a , un número cualquiera, y n , un número natural, la potencia a^n es el producto del número a por sí mismo n veces. En forma desarrollada, la potencia de base a y exponente n se escribe: $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$, n veces, siendo a cualquier número y n un número natural.

Ejemplo:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3, \quad 5 \text{ veces}$$

$$(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3), \quad 5 \text{ veces.}$$

La base a puede ser positiva o negativa. Cuando la base es positiva el resultado es siempre positivo. Cuando la base es negativa, si el exponente es par el resultado es positivo, pero si es impar el resultado es negativo.

Si calculamos los ejemplos de arriba tendremos:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243. \text{ Resultado positivo porque multiplico un número positivo 5 veces.}$$

$(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$. Multiplico un número negativo un número impar de veces, por lo que el resultado es negativo. Cada vez que multiplicamos dos veces dos números negativos nos da uno positivo, como tenemos 5, quedaría un signo menos sin multiplicar, luego $(+) \cdot (-) = (-)$.

Recuerda que:

Base positiva: resultado siempre positivo.
Base negativa y exponente par: resultado positivo.
Base negativa y exponente impar: resultado negativo.

Actividades resueltas:

- Calcula las siguientes potencias:

a) $(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$

b) $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

c) $(-2)^4 = -(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = -16$

Actividades propuestas:

1. Calcula las siguientes potencias:

a) $-x^3$ b) $(x+1)^3$ c) $-(-2x)^2$

a. Potencias de exponente negativo:

Definición de potencia de exponente negativo $-n$ y base a : $a^{-n} = 1/a^n$

Esto se justifica ya que se desea que se sigan verificando las propiedades de las potencias: $a^m/a^n = a^{m-n}$.

$$a^m/a^{m+n} = a^{m-(m+n)} = a^{-n} = 1/a^n.$$

Ejemplo:

$$5^{-2} \text{ es lo mismo que } (1/5)^2.$$

2. PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS. EJEMPLOS:

Las propiedades de las potencias son:

- a) El producto de potencias de la misma base es igual a otra potencia de la misma base y como exponente la suma de los exponentes: $a^n \cdot a^m = a^{m+n}$

Ejemplo:

$$3^2 \cdot 3^4 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = 3^{4+2} = 3^6$$

- b) El cociente de potencias de la misma base es igual a otra potencia que tiene como base la misma, y como exponente la diferencia de los exponentes: $a^n : a^m = a^{n-m}$

Ejemplo:

$$5^5/5^3 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) / (5 \cdot 5 \cdot 5) = 5^{5-3} = 5^2$$

- c) La potencia de una potencia es igual a la potencia cuyo exponente es el producto de los exponentes: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Ejemplo:

$$(7^2)^3 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7) = 7^6$$

- d) El producto de potencias de distinta base con el mismo exponente es igual a otra potencia cuya base es el producto de las bases y cuyo exponente es el mismo: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

Ejemplo:

Matemáticas 4º de ESO. Capítulo nº2: Potencias y raíces

www.apuntesmareaverde.org.es



Autor: José Antonio Encabo de Lucas

Revisora: Nieves Zuasti

Ilustraciones: Banco de Imágenes de INTEF

PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

A.3. Problemas de la materia

A continuación se recoge una muestra de los ejercicios utilizados durante mis prácticas, algunos obtenidos de libros de texto de las editoriales indicadas

EL CAMPO MAGNÉTICO

FUERZA DE UN CAMPO MAGNÉTICO SOBRE UNA CARGA

1. Una partícula cargada se desplaza en un campo magnético uniforme sin experimentar ninguna fuerza. ¿Cómo debe ser la dirección y la magnitud de la intensidad del campo magnético? BRUÑO

2. Si en el problema anterior hay, además, un campo eléctrico, ¿cómo deben ser estos campos para que la fuerza resultante sea nula? BRUÑO

3. Indica si es cierta o falsa la siguiente afirmación: *Una fuerza magnética que actúa sobre una carga en movimiento no realiza trabajo.* Justifica la respuesta. BRUÑO

4. En la ecuación $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$, algunos vectores son siempre perpendiculares entre sí; otros pueden no serlo. Justifica la respuesta. BRUÑO

5. Un electrón describe una órbita circular con velocidad $v = 5,0 \cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ en un campo magnético uniforme de intensidad $B = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ T}$. ¿qué fuerza experimenta el electrón? (Sol.: $F = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ N}$) BRUÑO

6. ¿Qué aumento de energía experimenta el electrón del problema anterior en cada vuelta? (Sol.: 0 J) BRUÑO

7. Un neutrón penetra perpendicularmente a un campo magnético uniforme de intensidad B con velocidad elevada v . Razona la trayectoria que describe. BRUÑO

8. Un campo magnético uniforme, de intensidad $B = 0,01 \text{ T}$, dirigido en el sentido positivo del eje Z (vertical), actúa sobre un protón que se desplaza siguiendo el eje Y en sentido positivo, con velocidad $v_0 = 5,0 \cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Calcula la fuerza magnética que actúa sobre la partícula. (Sol.: $F = 6,4 \cdot 10^{-13} \text{ N}$, en el sentido positivo de X) BRUÑO

9. Un electrón penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de intensidad $B = 0,020 \text{ T}$ con velocidad $v_0 = 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Deduce la trayectoria que describe y el tiempo (periodo) que tarda en recorrerla. (Sol.: Trayectoria circular. $T = 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ s}$) BRUÑO

10. Un protón se desplaza dentro de un campo magnético uniforme, de intensidad $B = 0,80 \text{ T}$, orientado según el eje de las Y , en sentido positivo. Deduce la fuerza (valor, dirección y sentido) que actúa sobre el protón cuando se desplaza con velocidad:

a) $v_0 = 2,0 \cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ b) $v_0 = 4,0 \cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ c) $v_0 = 3,5 \cdot 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

(Sol.: a) $F = 2,6 \cdot 10^{-13} \text{ N}$ en sentido negativo de X ; b) $F = 5,1 \cdot 10^{-13} \text{ N}$ en sentido positivo de Z ; c) $F = 0$ BRUÑO

11. Resuelve el problema anterior si la partícula es a) un electrón; b) un neutrón. (Sol.: para el electrón, a) $F = 2,6 \cdot 10^{-13} \text{ N}$ en sentido positivo de X ; $F = 5,1 \cdot 10^{-13} \text{ N}$ en sentido negativo de Z ; $F = 0$; para el neutrón, $F = 0$ en todos los casos) BRUÑO

12. Se acelera una partícula α y un protón mediante una diferencia de potencial ΔV y penetran perpendicularmente en un campo magnético uniforme de intensidad B . Determina: a) La relación entre las energías cinéticas con que entran en el campo magnético; b) la relación entre los radios de sus respectivas trayectorias. Datos: $m_\alpha = 4 m_p$; $q_\alpha = 2 q_p$ (Sol.: a) $E_{c,\alpha} / E_{c,p} = 2$; b) $R_\alpha / R_p = \sqrt{2}$) BRUÑO

13. Una partícula con carga eléctrica penetra en un campo magnético uniforme. Indica cuándo la trayectoria es a) Rectilínea, b) Circular, c) Helicoidal (Sol.: c) cuando v y B forman un ángulo distinto de 0° y 90°) BRUÑO

14. Un chorro de electrones penetra por la izquierda con velocidad v_0 paralela al plano del papel. Si hay un campo magnético uniforme, perpendicular al plano y dirigido hacia abajo, razona: a) que la trayectoria de los electrones es circular; b) el sentido de giro. BRUÑO

15. Un alumno sentado en clase ve que un haz de electrones lanzado horizontalmente hacia él, desde una posición frontal, en el interior de un dispositivo adecuado en cuyo interior se ha hecho el vacío, se desvía hacia la derecha. ¿Qué dirección y sentido tiene la intensidad del campo magnético que actúa en la clase? BRUÑO

16. Indica qué función principal desempeña en el ciclotrón: a) el campo eléctrico; b) el campo magnético (Sol.: acelerar las partículas; curvar su trayectoria) BRUÑO

DATOS ÚTILES		
	CARGA (C)	MASA (kg)
Protón	$+1,60 \cdot 10^{-19}$	$1,67 \cdot 10^{-27}$
Electrón	$-1,60 \cdot 10^{-19}$	$9,11 \cdot 10^{-31}$
Neutrón	0	$1,67 \cdot 10^{-27}$
Deuterón	$+1,60 \cdot 10^{-19}$	$3,34 \cdot 10^{-27}$
Partícula α	$+3,20 \cdot 10^{-19}$	$6,68 \cdot 10^{-27}$

FÍSICA. 2º de Bachillerato EL CAMPO MAGNÉTICO. Hoja 1

y otros de ediciones anteriores de las *Pruebas de Acceso a la Universidad*¹¹, recopilados por el profesor del *IES Francisco Salinas* (Salamanca) **Alejandro del Mazo**¹⁵.

Junto a enunciados de problemas que trabajen toda la materia y que pueden ser resueltos en clase o por los alumnos, es posible recomendarles material extra al que puedan recurrir en un momento dado. Se ofrece aquí una selección de tres fuentes con problemas enunciados y resueltos:

- <http://goo.gl/vRN1lj>
- <http://goo.gl/qtf0Is>
- <http://goo.gl/E3DYmI>

A.4. Actividad complementaria: *El levitrón*

Se recoge aquí el material dado a los alumnos del *prácticum* durante la realización de una de las [actividades](#) propuestas (página 17).

Andrés García

1

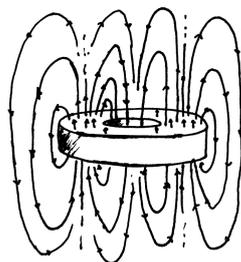
El levitrón

Hemos comentado en clase el vídeo [<http://youtu.be/A1vyB-05i6E>] de la rana levitando que hizo a Andre Geim (ganador del Nobel del grafeno) ganar el premio *Ig Nobel* [http://es.wikipedia.org/wiki/Premio_Ig_Nobel] (ambos experimentos salieron de un rato de ocio en los laboratorios...). Esto se basaba en el carácter diamagnético del agua (otro vídeo de levitación diamagnética: [<http://youtu.be/oNRDvDIqD1M>]).

Con la materia estudiada en este curso, estáis en condiciones de entender cualitativamente el funcionamiento de un levitrón, otro sistema de levitación. ¿Sabríais explicarlo?

Ejemplo de levitrón: <http://youtu.be/u0i0m0psTt4>.

El imán de la base tiene los polos en sentido vertical: las líneas de campo entran o salen de todos los puntos de la corona circular (perpendicularmente muy cerca de la superficie) como se muestra en la imagen. El campo es similar al producido por múltiples imanes orientados de la misma forma y situados formando un anillo.



Andrés García

2

Pista 1:

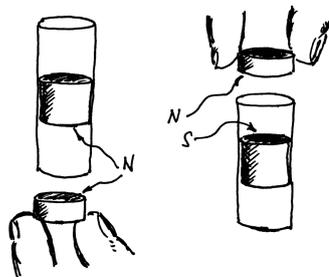
Si dispones de un imán toroidal (un altavoz inservible probablemente tenga uno en su interior) puedes intentar *sondear* la intensidad del campo que éste produce en las distintas regiones sirviéndote de otro imán más pequeño.

Pista 2:

¿Por qué no puedes conseguir levitación simplemente poniendo un imán sobre otro de forma que se atraigan, o de forma que se repelan? ¿Qué sucede exactamente cuando lo intentas?

Pista 3:

¿Qué sucede si repites los intentos anteriores poniendo ahora uno de los imanes en un tubo como se muestra en la siguiente figura?



“La verdadera grandeza es cuando tu nombre es como el de amperio, vatio o fourier; cuando se escribe con una letra minúscula.”

— Richard Hamming

Referencias

- [1] *Construcción de un motor eléctrico casero*, 2014. <http://es.wikihow.com/construir-un-motor-eléctrico-simple>, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 31].
- [2] *libredocs*, 2014. <http://libredocs.com/>, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 6].
- [3] *Parents to Parents (P2P)*, 2014. <http://pirata.cat/p2p/>, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 6].
- [4] *Sitio web del sincrotrón ALBA*, 2014. <http://www.cells.es/>, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 33].
- [5] *Textos Marea Verde*, 2014. <http://textosmareaverde.blogspot.com.es/>, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en pp. 6 y 52].
- [6] Bohigas, Xavier, Xavier Jaén y Montse Novell: *Applets en la enseñanza de la Física*. *Enseñanza de las Ciencias*, 21(3):463–472, 2003. [Citado en p. 4].

- [7] Elías, Silvia E, Nélida B Palma y S Ansisé Chirino: *La Física a través del juego*. [Citado en p. 4].
- [8] Encabo, José y Nieves Zuasti: *Matemáticas 4^o de ESO. Capítulo n^o2: Potencias y raíces*, 2014. http://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/4BESO_archivos/F_02_Potencias.pdf, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 52].
- [9] Estado, Boletín Oficial del: *Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas*. Ministerio de la Presidencia, Madrid, páginas 45443–45445, 2007. [Citado en pp. 7 y 11].
- [10] Feynman, Richard Phillips y Antoni Bosch Domènech: *El carácter de la ley física*. 1983. [Citado en p. 2].
- [11] García Álvarez, María Luz y María Paz Platero Muñoz: *Física 2012 (Pruebas de Acceso a la Universidad)*. Anaya, 2013. [Citado en pp. 7, 11, 34, 47 y 55].
- [12] García Ruiz, Andrés: *Animación de «péndulo balístico»*, 2014. <http://demonstrations.wolfram.com/preview.html?draft/93173/000001/BallisticHookePendulum>, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 51].
- [13] Guisasola, Jenaro *et al.*: *Designing and evaluating research-based instructional sequences for introducing magnetic fields*. International Journal of Science and Mathematics Education, 7(4):699–722, 2009. [Citado en pp. 7 y 15].

- [14] Li, Jing: *Improving students' understanding of electricity and magnetism*. Tesis de Doctorado, University of Pittsburgh, 2012. [Citado en pp. 7 y 19].
- [15] Mazo, Alejandro del: *Canal de YouTube de Alejandro del Mazo*, 2014. <https://www.youtube.com/channel/UCQCxmeYJi0vYIOzCw0vM8Cw>, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 55].
- [16] MCED, 2014. <http://www.ite.educacion.es/es/recursos>, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 6].
- [17] Microsoft: *Project Tuva. Repositorio online de material sobre las «Feynman Lectures»*, 2014. http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Voltmeter_hg.jpg, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 5].
- [18] MIT: *Physics I: Classical Mechanics. Curso online de Walter Lewin*, 1999. <http://ocw.mit.edu/courses/physics/8-01-physics-i-classical-mechanics-fall-1999/>, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 5].
- [19] Montalbano, Vera: *Seeing and interacting with the invisible: A powerful tool for the learning of science*. Preprint de arXiv: 1401.3047, 2014. [Citado en p. 3].
- [20] ORDEN, EDU: *DECRETO 42/2008, de 5 de junio, por el que se establece el currículo de bachillerato en la Comunidad de Castilla y León*. [Citado en pp. 7 y 11].
- [21] Peña, A. y J. A. García: *Física 2*. Mc Graw Hill, 2013. [Citado en pp. 6, 7 y 19].

- [22] Purcell, Edward M: *Electricity and magnetism*. Berkeley Physics Course, New York: McGraw-Hill, 1963, edited by Purcell, Edward M., 1, 1963. [Citado en p. 7].
- [23] Raduta, Cristian: *General students' misconceptions related to Electricity and Magnetism*. Preprint de arXiv: physics/0503132, 2005. [Citado en pp. 7, 19 y 29].
- [24] Rojas, Luis C y Pedro V Esteban: *Applets como herramienta para la enseñanza y el aprendizaje del Cálculo Vectorial*. [Citado en p. 4].
- [25] Sağlam, Murat y Robin Millar: *Diagnostic test of students' ideas in electromagnetism*. University of York, Department of Educational Studies, 2005. [Citado en p. 12].
- [26] Schrödinger, Erwin y Francisco Martín Arribas: *Ciencia y humanismo*. Tusquets editores, 1985. [Citado en p. 4].
- [27] Sears, Francis Weston, Mark Waldo Zemansky y Albino Yusta Almarza: *Física general*. Aguilar, 1960. [Citado en p. 7].
- [28] Wangsness, Roald K: *Electromagnetic fields*, volumen 1. Electromagnetic Fields, 2nd Edition, by Roald K. Wangsness, pp. 608. ISBN 0-471-81186-6. Wiley-VCH, July 1986., 1986. [Citado en p. 7].
- [29] Wikipedia: *Fuente y licencia de la imagen utilizada en la página 32*, 2014. http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Magnets_on_crt_screen.jpg, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 32].

- [30] Wikipedia: *Fuente y licencia de la imagen utilizada en la página 27*, 2014. http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Voltmeter_hg.jpg, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 27].
- [31] Wolfram: *Wolfram Demonstrations Project*, 2014. <http://demonstrations.wolfram.com/topics.html>, visitado el 10 de junio de 2014. [Citado en p. 51].



