

A 3D CAD rendering of a motorcycle's transmission system. The image shows a multi-speed gearbox with several gears on a shaft, connected to a chain drive. The chain is highlighted in blue, showing its path from the gearbox to a rear sprocket on a yellow wheel. The background is a dark gray gradient.

ESCUELA
TÉCNICA
SUPERIOR
INGENIERÍA
INDUSTRIAL
BÉJAR

CÁLCULO Y ANÁLISIS DE LA CAJA DE CAMBIOS Y ELEMENTOS DE TRANSMISIÓN DE UNA MOTOCICLETA

JOSÉ JAVIER LÓPEZ MATÍAS
ABRIL 2015





ÍNDICE

Contenido

1. Introducción	7
2. Historia	8
2.1. La caja de cambios.	9
2.1.1. Cajas de cambios manuales.	9
2.1.2. Cajas de cambios automáticas.	9
2.2. Sistemas de transmisión en motocicletas.	10
2.2.1. Transmisión por cardan.	10
2.2.2. Transmisión por correas.	10
2.2.3. Transmisión por cadena.	10
3. Datos de partida.	10
3.1. Análisis caja de cambios.	11
3.1.1. Caja de cambios elegida.	11
3.1.2. Método de trabajo.	11
3.1.2.1. Esbozo de diseño.	11
3.1.2.2. Búsqueda de información.	11
3.1.2.3. Obtención del modelo.	11
3.1.2.4. Modelado de la caja.	12
4. Elementos de la caja de cambios.	12
4.1. Ejes.	12
4.1.1. Eje primario.	12
4.1.2. Eje secundario.	12
4.2. Engranajes.	12
4.3. Rodamientos.	13
5. Cálculos.	13
5.1. Caja de cambios.	13
5.2. Análisis caja de cambios.	13
5.2.1. Cálculo velocidades angulares máximas.	14
5.2.2. Cálculo de la velocidad máxima en todas sus reducciones.	15
5.2.3. Cálculo de la aceleración correspondiente a cada velocidad máxima de la moto.	15
5.3. Análisis de los engranajes de la caja de cambios.	16



5.3.1.	Dimensionado de piñones y ruedas.....	16
5.3.2.	Cálculo de fuerzas en los dientes.....	17
5.3.3.	Cálculo del esfuerzo por flexión en el diente:.....	18
5.3.4.	Cálculo de la tensión admisible según la norma AGMA.....	18
5.3.5.	Cálculo de la tensión de contacto de trabajo según la norma AGMA.	19
5.3.6.	Cálculo de la tensión de contacto admisible según la norma AGMA.	19
5.4.	Análisis de los ejes de la caja de cambios.	20
5.4.1.	Fuerzas producidas en los ejes.....	20
5.4.2.	Momentos producidos en los ejes.	20
5.4.2.1.	Momento torsor.....	21
5.4.2.2.	Momento flector	21
5.4.3.	Tensiones producidas en los ejes.....	22
5.4.3.1.	Flexión eje primario:.....	22
5.4.3.2.	Torsión eje primario:	22
5.4.3.3.	Tensiones equivalentes de Von Mises	22
5.4.3.3.1.	Eje primario	23
5.4.4.	Material de fabricación de los ejes.	23
5.4.5.	Criterio de Goodman.....	23
5.4.6.	Fluencia.	24
5.4.7.	Análisis de los ejes desde el punto de vista de su rigidez.	24
5.5.	Uniones y elementos de fijación.	25
5.5.1.	Ejes perfilados o acanalados:	25
5.5.2.	Rodamientos.	26
5.5.3.	Lubricante.....	27
5.5.4.	Retenes.....	27
5.5.5.	Acabado del eje.....	27
5.5.6.	Verificación de resistencia.	28
6.	Condiciones Técnicas.	28
6.1.	Herramientas de diseño.	28
	Excel:	28
	Autodesk Inventor:.....	29
6.2.	Obtención de datos.....	29
6.3.	Comparación de datos	30
6.3.1.	Comparación velocidades angulares máximas en todas las reducciones.....	31



6.3.2.	Comparación de engranajes de la caja de cambios	31
6.3.3.	Comparación de esfuerzos en los dientes.....	32
6.3.4.	Comparación del esfuerzo por flexión en el diente	32
6.3.5.	Comparación de los ejes de la caja de cambios.....	32
6.3.5.1.	Tabla de soportes:	32
6.3.5.2.	Diagrama de momento flector total	32
6.3.5.3.	Diagrama de momento flector radial.....	33
6.3.5.4.	Diagrama de momento flector tangencial	33
6.3.5.5.	Diámetro ideal.....	33
6.3.6.	Comparación ejes acanalados.....	33
7.	Bibliografía	34
7.1.	Fuentes impresas	34
7.2.	Fuentes digitales	34
8.	Vistas de la caja de cambios.....	34





CÁLCULO Y ANÁLISIS DE LA CAJA DE CAMBIOS Y ELEMENTOS DE TRANSMISIÓN DE UNA MOTOCICLETA

José Javier López Matías

Eulalia Izard Anaya¹

Avenida Segovia Nº14 3ºE, Santa Marta, Salamanca. Tlf: 655286150.

E-mail: u77885@usal.es

¹*E-mail: eia@usal.es*

El trabajo realizado detalla el análisis completo de una caja de cambios y demás elementos de transmisión de una motocicleta, en él se puede ver el desarrollo de la historia de la motocicleta, así como de las cajas de cambios y sistemas de transmisión secundaria. A continuación se detalla un análisis cinemático, en el que se aprecia la velocidad y aceleración de la motocicleta. Se continúa analizando la geometría de los engranajes y sus tensiones máximas de acuerdo al material elegido. Los ejes son analizados desde el punto de vista de su rigidez y su fatiga. Posteriormente se definen las uniones de los elementos de la caja de cambios como son: ejes perfilados y rodamientos. Se analizan los demás componentes como lubricante, retenes y acabado superficial. Para terminar el apartado de cálculos realizando una verificación de resistencia mediante elementos finitos en AUTODESK INVENTOR. En el último apartado se explicará el software utilizado para el análisis y comparación de datos realizado.

1. Introducción

El siguiente trabajo, destinado a la obtención del título de Ingeniero Técnico Industrial en Mecánica, tiene por objeto el cálculo y el análisis de la caja de cambios de una motocicleta, junto con todos sus elementos de transmisión.

La composición de la caja de cambios puede darle a la misma motocicleta, una capacidad mayor de aceleración, mayor velocidad y una conducción más suave y cómoda, todo ello sin cambiar la unidad motriz.

Para lograr que las motocicletas modernas satisfagan las crecientes exigencias en lo referente a confort, compatibilidad medioambiental y conducción deportiva, es necesario realizar un desarrollo más profundo de las transmisiones de los vehículos. Un número mayor de marchas ofrece una mayor suavidad de funcionamiento mayor y permite una mejor adaptación a las características de los diferentes motores, contribuyendo también, gracias a un uso más eficaz del par suministrado, a la reducción de las emisiones. Es por ello que se ha considerado conveniente centrar el análisis en la caja de cambios y todos los elementos de transmisión de la motocicleta.



Concretamente se analizará una caja de cambios manual de seis velocidades, utilizada en modelos como la Honda CBR 600 F4i.

Se analizará dicha caja de cambios siguiendo el modelo desarrollado en la motocicleta, se evaluará su respuesta a diferentes sollicitaciones para llegar a conseguir un correcto funcionamiento.

En los primeros apartados se explican los componentes básicos de la caja de cambios y la transmisión, así como otros conceptos necesarios para el correcto entendimiento e interpretación del lector. También se incluyen todas las fórmulas necesarias para la resolución de los problemas en cada apartado del trabajo.

También se exponen los materiales empleados para la fabricación de cada pieza, así como los motivos que han llevado a la elección de los mismos.

La caja de cambios fue un elemento decisivo para el propio despegue de la industria automovilística a principios del siglo XX. El motor eléctrico era el principal candidato en la carrera automovilística, dado que no necesitaba caja de cambios. Su par motor desde parada era suficiente para poner el conjunto en marcha, y le permitía asumir una velocidad aceptable.

Los grupos reductores de los motores térmicos perdía en ese punto su credibilidad, resultando ineficaces una vez puesto en marcha el automóvil.

La evolución de los grupos reductores hacia el cambio como lo conocemos actualmente permitió desplazar el centro de atención hacia la autonomía, que ligado al peso de las baterías y su tiempo y coste de carga, hicieron que el motor alternativo de combustión interna se consolidase como vencedor, convirtiéndose en el centro de una industria que sólo acaba de nacer.

2. Historia

Una motocicleta es un vehículo para el transporte de personas, que consta de dos ruedas y cuadro o estructura del vehículo.

En 1867 apareció la moto a vapor, creada por Sylvester Howard Roper.

En 1885 apareció la primera moto impulsada por un motor de combustión interna, alcanzaba los 18 Km/h y tenía 0,5 caballos de fuerza.

En 1898 tras montar un motor en una bicicleta, este modelo se comenzó a fabricar a gran escala.

En 1902 se inventó la scooter y se fabricó en 1914 con una gran popularidad sobre todo entre los jóvenes.

En 1910 aparece el sidecar, consta de un carro con una rueda lateral que se une que se une a un lado de la motocicleta.



En la década de los años 70 Honda lanzó su motor de cuatro cilindros en línea marcando una nueva era de sofisticación.

En la década de los años 80, las motos lograron un mayor rendimiento y potencia incorporando refrigeración líquida, bastidor de aluminio, suspensión trasera por mono amortiguador y carenado aerodinámico.

2.1. La caja de cambios.

La caja de cambios permite seleccionar diferentes marchas para adaptar el régimen del motor a la velocidad del vehículo y a las diferentes circunstancias.

Leonardo Da Vinci diseñó un cambio de velocidad compuesto por dos piezas, una cilíndrica y otra cónica que mediante una serie de engranajes convertía el mecanismo en un cambio de velocidades.

Las primeras cajas manuales sincronizadas, hasta entonces sólo existían cajas manuales no sincronizadas es decir, el motor y la caja de cambios giraban a rpm diferentes, comenzaron a introducirse en los vehículos en los años 50.

En la actualidad y en el mercado motociclista español, las motocicletas tipo naked y tipo trail, las cuales representan una mayoría en el porcentaje de ventas anuales, montan cajas de cambios manuales, frente a las scooter que poseen cajas de cambios automáticas y un porcentaje de ventas menor.

2.1.1. Cajas de cambios manuales.

Son aquellas cajas de cambios que se componen de elementos estructurales, funcionales y rodamientos de tipo mecánico. La selección de las diferentes velocidades se realiza mediante un mando mecánico (pie izquierdo). Los componentes interiores están lubricados mediante un baño de aceite. Las velocidades de la caja de cambios están sincronizadas, se igualan las velocidades del eje primario y eje secundario durante el cambio de marcha.

2.1.2. Cajas de cambios automáticas.

Sistema que de manera autónoma determina la mejor relación entre los diferentes elementos, como la potencia del motor, la velocidad del vehículo, la presión sobre el acelerador y la resistencia a la marcha. Funciona con trenes epicicloidales en serie o en paralelo que conforman las distintas relaciones de transmisión.



2.2. Sistemas de transmisión en motocicletas.

La manera en que se transmite la potencia del motor a la rueda trasera es lo que se conoce con el nombre de transmisión secundaria.

2.2.1. Transmisión por cardan.

La junta Cardan es un componente mecánico que permite unir dos ejes que giran en ángulo uno respecto del otro. Su objetivo es transmitir el movimiento de rotación de un eje a otro.

La junta Cardan se suele utilizar como parte del árbol de transmisión, que lleva la fuerza desde el motor hacia la rueda trasera. El principal problema que genera es que, por su configuración, el eje al que se le transmite el movimiento no gira a velocidad angular constante.

2.2.2. Transmisión por correas.

Tipo de transmisión mecánica basado en la unión de dos o más ruedas, sujetas a un movimiento de rotación, por medio de una cinta o correa continua, que abraza a las primeras y en su contacto arrastra a las ruedas conducidas suministrándolas energía desde la rueda conductora. Basan su funcionamiento en las fuerzas de fricción y están fabricadas de goma.

2.2.3. Transmisión por cadena.

Por la función a desarrollar, la cadena elegida en el análisis, es del tipo cadena de transmisión de potencia, cuya aplicación es transmitir la potencia entre ejes que giran a unas determinadas velocidades. A su vez, la cadena se puede encuadrar, por la geometría de sus eslabones, en cadena de rodillos, en la que existe un rodillo cilíndrico adicional montado sobre el casquillo, mejorando así el rozamiento entre la cadena y la rueda dentada.

3. Datos de partida.

En este apartado se comentarán brevemente los datos con los que se parten desde el principio hasta su posterior análisis.



3.1. Análisis caja de cambios.

Los componentes de la caja de cambios son los ejes, los engranajes y los sincronizadores, que tienen que soportar los esfuerzos y sollicitaciones mecánicas a los que estarán sometidos durante su utilización, por lo que estos componentes tendrán que cumplir una serie de valores de resistencia.

Para comprobar si cumplen estos valores de resistencia, se recurre a las normas AGMA donde quedan establecidos unos requisitos mínimos de funcionamiento.

3.1.1. Caja de cambios elegida.

La caja de cambios elegida para analizar es una caja de cambios manual de seis velocidades. Se ha elegido por su mayor facilidad de montaje, para un uso particular, y por el seguimiento de las cajas manuales de las motocicletas en el mercado actual.

3.1.2. Método de trabajo.

Para el cálculo y análisis de este trabajo se ha seguido el siguiente proceso.

3.1.2.1. Esbozo de diseño.

La caja de cambios ha sido realizada mediante el programa informático AUTODESK INVENTOR, pero antes de comenzar con la realización a ordenador se ha realizado un boceto dibujado a mano alzada para poder hacerse una idea de cómo iba a ser la estructura.

3.1.2.2. Búsqueda de información.

Una gran ayuda ha sido poder contar con una caja de cambios real, conseguida en un taller, la cual ha servido como guía para el análisis y funcionamiento.

3.1.2.3. Obtención del modelo.

La decisión tomada, principalmente gracias al modelo real, es una caja de cambios manual de seis velocidades.



3.1.2.4. Modelado de la caja.

Mediante AUTODESK INVENTOR se fueron creando uno a uno todos los elementos que componen tanto la caja de cambios como el kit de transmisión secundario, y la rueda, y posteriormente se ensamblaron juntos.

4. Elementos de la caja de cambios.

En primer lugar se citan los diferentes componentes del mecanismo de una caja de cambios, y en segundo lugar se define y se detalla su funcionamiento.

4.1. Ejes.

La caja de cambios está compuesta por dos ejes.

4.1.1. Eje primario.

Sujeto por la carcasa del embrague y la de la caja de cambios, sobre las que se apoya a través de rodamientos. Sobre él, se montan cada uno de los piñones primarios de cada marcha.

4.1.2. Eje secundario.

Se apoya en la carcasa del embrague y la de la caja de cambios sobre rodamientos. Sobre él, se montan cada uno de los engranajes secundarios de cada marcha.

4.2. Engranajes.

En ambos ejes existen dos tipos de engranajes, los primeros son a su vez piñones y sincronizadores, que giran solidarios al eje sobre el que van montados, y los segundos, son engranajes locos, esto quiere decir que giran libremente, transmitiendo el movimiento al eje a través de los piñones sincronizadores.



4.3. Rodamientos.

Tipo de soporte de ejes que emplean pequeños elementos rodantes para disminuir la fricción entre las superficies giratorias.

Para el presente análisis, al tener un alto régimen de revoluciones por minuto y aunque la caja de cambios esté compuesta por engranajes de dientes rectos, se crearán cargas radiales y posibles cargas axiales, debidas a defectos de fabricación, montaje y uso, en los ejes, por lo que se decide utilizar rodamientos de rodillos cónicos de una hilera, que son capaces de soportar estas cargas de empuje de los ejes.

5. Cálculos.

A continuación se explicarán los cálculos necesarios para el análisis de la caja de cambios descrita anteriormente, comprobando así, si es capaz de soportar las situaciones extremas de cada componente.

5.1. Caja de cambios.

La caja de cambios elegida presenta las siguientes reducciones¹.

EMBRAGUE	PRIMERA	SEGUNDA	TERCERA	CUARTA	QUINTA	SEXTA	TRANSMISIÓN
82-45 (1,822)	34-12 (2,833)	33-16 (2,062)	28-17 (1,647)	27-19 (1,421)	28-22 (1,272)	27-23 (1,173)	45-15 (3)

Tabla 1: relación velocidades caja de cambios

5.2. Análisis caja de cambios.

Características de la motocicleta

- Potencia máxima: 110 C.V (82 Kw) a 12500 rpm
- Par máximo: 65Nm a 10500 rpm
- Peso: 196 Kg

¹ las relaciones de las velocidades que se encuentran en la tabla 1, hacen referencia al N° de dientes de la rueda conducida-N° de dientes del piñón conductor($\frac{Z_r}{Z_p}$)



Reducción en la caja de cambios:

- primera velocidad: 1:2,833
- segunda velocidad: 1:2,062
- tercera velocidad: 1:1,647
- cuarta velocidad: 1:1,421
- quinta velocidad: 1:1,272
- sexta velocidad: 1:1,173

Diámetro de las ruedas: 17"=0,4318 m

Reducción de la cadena: 1:3

Coefficiente de rodadura: 0,02

Rendimiento de la transmisión: 0,85

5.2.1. Cálculo velocidades angulares máximas.

En este apartado se realizó un análisis cinemático de la caja de cambios estudiada, en el que a partir de la velocidad angular de entrada (12500 rpm) y la relación de transmisión del embrague, se calculó la velocidad angular del eje primario.

$$n_1 = \frac{45}{82} \cdot 12500 = 6859,76 \text{ rpm}$$

Esta velocidad angular multiplicada por cada relación de transmisión de cada marcha, da como dato la velocidad angular del eje secundario.

$$\text{marcha } 1^{\text{a}}: n_2 = \frac{12}{34} \cdot 6859,76 = 2421,09 \text{ rpm}$$

Y por último, este dato se multiplica por la relación del kit de transmisión, para obtener la velocidad angular que posee la rueda en cada marcha.

$$\text{marcha } 1^{\text{a}}: n_3 = \frac{1}{3} \cdot 2421,09 = 807,03 \text{ rpm}$$



5.2.2. Cálculo de la velocidad máxima en todas sus reducciones.

Para calcular la velocidad es necesario saber la medida del neumático trasero y de la llanta. En este caso tenemos unas medidas de 180/55ZR17.

A continuación se halla el diámetro de la rueda, sumando el diámetro de la llanta (17") más el doble del perfil del neumático (55% de 180=99mm).

Por lo tanto el diámetro de la rueda es:

$$\phi_r = d_{ll} + 2P_n = 431,8 + (2 \cdot 99) = 629,8 \text{ mm} = 0,6298 \text{ m}$$

Ahora ya se puede calcular la velocidad de la moto a máxima potencia para cada marcha de la caja de cambios, mediante:

$$V = \frac{\Pi \cdot \phi \cdot n_c \cdot 60}{1000}$$

$$k = \frac{\Pi \cdot \phi \cdot 60}{1000}$$

$$V = K \cdot n_c$$

Utilizando las formulas anteriores se obtiene:

$$K = \frac{\Pi \cdot 0,6298 \cdot 60}{1000} = 0,1187$$

$$V(1^{\text{a}} \text{ marcha}) = K \cdot n_c = 0,1187 \cdot 807,03 = 95,79 \text{ Km/h}$$

Las mismas operaciones se han llevado a cabo en apartados posteriores, pero en esta ocasión, las rpm y la velocidad máxima en cada relación de marchas se han realizado a par máximo del motor (10500 rpm) en vez de a potencia máxima (12500 rpm).

5.2.3. Cálculo de la aceleración correspondiente a cada velocidad máxima de la moto.

Se obtiene a partir de la fórmula:

$$a_p = \frac{14051,84 \cdot (\varphi \cdot N)}{r_c \cdot r_d \cdot n_m \cdot D \cdot Q}$$

de la que se obtiene en cada marcha:

$$a_{p1} = \frac{14051,84 \cdot (0,85 \cdot 110)}{\frac{12}{34} \cdot \frac{1}{3} \cdot 12500 \cdot 0,6298 \cdot 196} = 7,24 \text{ m/s}^2$$

y al igual que en el apartado anterior, este cálculo se realiza también cuando el motor funciona con su par máximo.

Así se concluye que, para aprovechar al máximo el rendimiento del carburante así como la vida del motor, el régimen de giro del motor deberá ser lo más próximo a la velocidad de régimen de par máximo. Para obtener la máxima aceleración el régimen de giro del motor deberá ser lo más próximo a la velocidad de régimen de potencia máxima.

5.3. Análisis de los engranajes de la caja de cambios.

Disponiendo ya del número de dientes del piñón y de la rueda de cada relación (tabla 1), se procede a analizar cada engranaje por separado.

5.3.1. Dimensionado de piñones y ruedas.

Se comienza el cálculo suponiendo una distancia entre ejes de la caja de cambios de 115 mm, y se calcula el módulo de la primera relación de transmisión mediante:

$$m = \frac{D_{(1-2)} \cdot 2 \cdot \cos \beta}{Z_1 + Z_2} = \frac{115 \cdot 2 \cdot \cos(20)}{12 + 34} = 4,7$$

que se normaliza a $m=5$.

A continuación se comienza a calcular las dimensiones de los engranajes mediante:

Altura de la cabeza del diente:

$$h_1 = 1 \cdot m = 1 \cdot 5 = 5 \text{ mm}$$

Altura de la base del diente:

$$h_2 = 1,25 \cdot m = 1,25 \cdot 5 = 6,25 \text{ mm}$$

Altura total del diente:

$$h = h_1 + h_2 = 5 + 6,25 = 11,25 \text{ mm}$$



$$Paso\ circular: P_c = \pi \cdot m = \pi \cdot 5 = 15,708\ mm$$

$$Diámetro\ primitivo: D_p = Z \cdot m$$

$$Diámetro\ exterior: D_{ext} = D_p + 2 \cdot h_1$$

$$Diámetro\ interior: D_{int} = D_p - 2 \cdot h_2$$

5.3.2. Cálculo de fuerzas en los dientes.

Después de hallar la geometría de los dientes de los engranajes, se deben analizar las fuerzas que soportan los dientes de los engranajes cuando están en contacto entre ellos. Estas fuerzas se han hallado mediante las siguientes ecuaciones:

- Fuerza tangencial: genera un esfuerzo de flexión.

$$F_t = \frac{P}{V} = \frac{82000\ W}{N \cdot \frac{D_p}{2}} = \frac{82000\ W}{12500 \cdot \frac{2\pi \cdot 60}{60} \cdot \frac{60}{2}} = 2,0881\ KN$$

- Fuerza axial: genera un esfuerzo de flexión longitudinal. Al estar analizando engranajes rectos, no existe esta fuerza.

- Carga total transmitida:

$$F = \frac{F_t}{\cos \phi} = \frac{2,0881}{\cos(20)} = 2,22\ KN = \sqrt{F_t^2 + F_r^2}$$

- Fuerza radial: genera un esfuerzo de compresión. Se obtiene a partir de la expresión:

$$F_r = F_t \cdot \tan \phi = 2,0881 \cdot \tan(20) = 0,76\ KN$$

Estas fuerzas son iguales tanto para el piñón como para la rueda de cada relación de transmisión de la caja de cambios.

5.3.3. Cálculo del esfuerzo por flexión en el diente:

Se comienza este apartado eligiendo el material de fabricación de los engranajes, acero AISI 9310, a continuación se aplica una modificación de la fórmula de Lewis que según la norma AGMA queda:

$$\sigma = \frac{W_t \cdot K_a}{K_v} \cdot \frac{1}{F \cdot m} \cdot \frac{K_s \cdot K_m}{J}$$

En este punto se comenzarán a calcular los factores de la ecuación, se utilizarán los mismos valores tanto para el piñón como para la rueda.

Teniendo en cuenta el cálculo de todos los factores, se halla la tensión de cada transmisión mediante la fórmula anterior:

Piñón:

$$\sigma = \frac{2,0881 \cdot 2}{0,844} \cdot \frac{1}{50 \cdot 5} \cdot \frac{1 \cdot 2}{0,215} = 0,184 \text{ KN/mm}^2 = 184,12 \text{ MPa}$$

Rueda:

$$\sigma = \frac{2,0881 \cdot 2}{0,844} \cdot \frac{1}{50 \cdot 5} \cdot \frac{1 \cdot 2}{0,37} = 0,10698 \text{ KN/mm}^2 = 106,99 \text{ MPa}$$

5.3.4. Cálculo de la tensión admisible según la norma AGMA.

La ecuación AGMA para el cálculo de la tensión admisible de diseño es:

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t \cdot K_l}{K_t \cdot K_R}$$

la cual tras el cálculo de todos los factores que intervienen en la ecuación, queda:

$$\sigma_{adm} = \frac{252,5 \cdot 1,2}{1 \cdot 1} = 303 \text{ MPa}$$

siendo correcto el análisis, ya que en todas las relaciones de transmisión de la caja de cambios se cumple:

$$\sigma < \sigma_{adm}$$

5.3.5. Cálculo de la tensión de contacto de trabajo según la norma AGMA.

La ecuación fundamental de desgaste es:

$$\sigma_c = C_p \cdot \sqrt{\frac{W_t \cdot C_a}{C_V} \cdot \frac{C_s}{b \cdot d_1} \cdot \frac{C_m \cdot C_f}{I}}$$

Una vez que se han obtenido todos los coeficientes ya se puede calcular la tensión de contacto de trabajo, que queda de la siguiente manera:

$$\sigma_c = 191 \cdot \sqrt{\frac{2,0881 \cdot 2}{0,844} \cdot \frac{1,25}{50 \cdot 60} \cdot \frac{2 \cdot 1,5}{0,119}} = 43,54 \text{ MPa}$$

5.3.6. Cálculo de la tensión de contacto admisible según la norma AGMA.

La norma AGMA especifica que la tensión calculada σ_c debe ser menor o igual que una tensión admisible modificada por varios factores de corrección.

Esta tensión admisible, tiene la siguiente forma:

$$\sigma_c < \sigma_{c,adm} = \frac{S_c \cdot C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R}$$

Una vez obtenidos todos los valores de los coeficientes se podrá calcular la tensión de contacto admisible mediante la ecuación:

$$\sigma_{c,adm} = \frac{S_c \cdot C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R} = \frac{775,75 \cdot 1,14 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 884,36 \text{ MPa}$$

La tensión de contacto admisible, es para todas las relaciones de velocidad la misma, y en todos los casos $\sigma_c < \sigma_{c,adm}$ por lo que el diseño a desgaste de las relaciones piñón-rueda es el correcto.

5.4. Análisis de los ejes de la caja de cambios.

Una vez calculado y comprobado que los dientes de los engranajes aguantan las tensiones creadas, es necesario comprobar que los ejes en los cuales van montados los engranajes, que a su vez algunos también son sincronizadores, también aguantan, para así verificar que la caja de cambios cumplirá con los requisitos mínimos de resistencia.

5.4.1. Fuerzas producidas en los ejes

Las fuerzas que actúan sobre los ejes son las que transmiten los engranajes cuando están acoplados en las diferentes marchas.

Estas fuerzas, ya se han calculado con anterioridad, por lo que no es necesario volver a calcularlas. En este caso, sólo es necesario tener en cuenta las fuerzas tangencial y radial, puesto que estas son las únicas fuerzas que actúan sobre los dientes de los engranajes.

Las fuerzas creadas serán las mismas en cada relación de transmisión tanto para el piñón como para la rueda.

5.4.2. Momentos producidos en los ejes.

Una vez conocidas las fuerzas producidas en los ejes en cada relación de transmisión, se tiene que calcular los momentos creados por esas fuerzas en cada instante.

Estas fuerzas, crearán tanto momentos flectores como torsores. El momento torsor creado, será constante en todo el eje, mientras que el flector, se descompondrá en dos momentos, dependiendo de la fuerza y del plano en el que esté situada esa fuerza que lo crea.

Para calcular los diferentes momentos actuantes, es necesario conocer el diámetro de cada eje:

	Diámetro (mm)
Eje primario	24,96
Eje secundario	27,96

Tabla 2: diámetros ejes caja de cambios

5.4.2.1. Momento torsor

$$T = F_t \cdot r = 2,0881 \cdot 30 = 62,643 \text{ KN} \cdot \text{mm} = 62643 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

5.4.2.2. Momento flector

Para el cálculo del momento flector se han realizado dos diagramas de momentos flectores, según la fuerza actuante, el primero en el plano vertical XY, en el que la $F_r=760 \text{ N}$, actúa a 30 mm del extremo A, con los siguientes resultados:

$$R_B = 68,06 \text{ N}$$

$$R_A = 691,94 \text{ N}$$

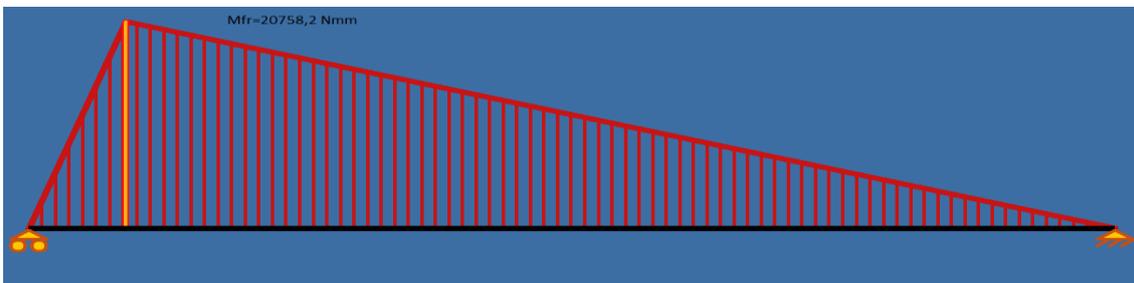


Ilustración 1: diagrama momentos flectores (F_r)

Y el segundo diagrama de momentos flectores se ha realizado en el plano horizontal XZ, en el que la $F_t=2088,1 \text{ N}$ actúa en el mismo punto que la fuerza anterior, obteniéndose:

$$R_B = 186,99 \text{ N}$$

$$R_A = 1901,11 \text{ N}$$

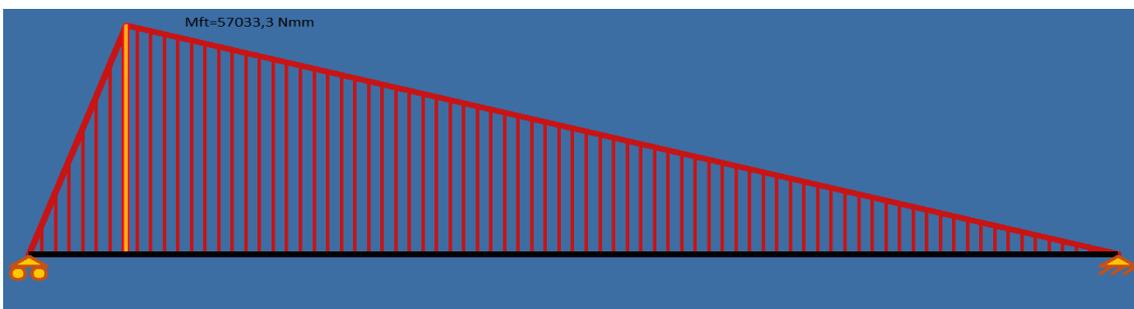


Ilustración 2: diagrama de momentos flectores (F_t)



El momento flector total será:

$$M_{fT} = \sqrt{M_{ft}^2 + M_{fr}^2} = \sqrt{(57033,3)^2 + (20758,2)^2} = 60693,49 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Los momentos, reacciones y diagramas en las demás relaciones de transmisión, se calcularán de la misma manera, la diferencia que habrá es la distancia desde el apoyo a las fuerzas aplicadas, que en cada relación será la correspondiente a la posición de los engranajes, y el radio de cada rueda dentada.

5.4.3. Tensiones producidas en los ejes.

Tras realizar el cálculo de los momentos creados en el eje, a continuación se dispone a calcular las tensiones creadas por esos momentos, mediante las siguientes ecuaciones:

5.4.3.1. Flexión eje primario:

$$\sigma_a = K_f \cdot \frac{M_a \cdot Y}{I} = 1 \cdot \frac{60693,5 \cdot d}{\frac{\pi \cdot d^4}{32}} = \frac{60693,5}{\frac{\pi \cdot 24,96^3}{32}} = 39,76 \text{ N/mm}^2$$

5.4.3.2. Torsión eje primario:

$$\tau_m = \frac{M_{Tm} \cdot r}{J} = \frac{M_{Tm} \cdot \frac{d}{2}}{\frac{\pi \cdot d^4}{32}} = \frac{32 \cdot M_{Tm} \cdot d}{2\pi \cdot d^4} = \frac{62643 \cdot 32}{2\pi \cdot 24,96^3} = 20,52 \text{ N/mm}^2 = 20,52 \text{ MPa}$$

En el eje secundario se darán las mismas tensiones, en las que únicamente cambiará el diámetro y por lo tanto el valor final.

5.4.3.3. Tensiones equivalentes de Von Mises

También es necesario calcular las tensiones equivalentes de Von Mises:

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$

5.4.3.3.1. Eje primario

$$\sigma'_m = \sqrt{3(20,52)^2} = 35,54 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{(39,76)^2} = 39,76 \text{ MPa}$$

5.4.4. Material de fabricación de los ejes.

El material elegido como más idóneo por sus características técnicas para el análisis es el acero AISI 1040 estirado en frío. Los ejes de la caja de cambios están expuestos a un elevado régimen de giro del motor, por lo que es conveniente elegir un acero con una alta resistencia a la rotura.

Las características de este material son:

- ✓ Resistencia última (S_u)=590 MPa
- ✓ Resistencia de fluencia (S_y)=490 MPa

La tensión equivalente se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_d \cdot K_e \cdot k_g \cdot S'_e$$

Una vez calculados todos los factores de corrección de Marin ya se puede calcular la resistencia a la fatiga real:

$$S_e = 0,9186 \cdot 0,8742 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 297,36 = 238,79 \text{ MPa}$$

5.4.5. Criterio de Goodman.

Para determinar el fallo de un componente sometido a tensiones fluctuantes, se compara el término constante de la tensión actuante, la tensión media σ'_m , con el límite a rotura estático y el término variable, la tensión alterna σ'_a , con el límite a fatiga.

El criterio de Goodman se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{\sigma'_m}{\frac{S_u}{n}} + \frac{\sigma'_a}{\frac{S_e}{n}} = 1$$

Mediante esta fórmula, se puede obtener el coeficiente de seguridad (n):

$$n = \frac{1}{\frac{\sigma'_m}{S_u} + \frac{\sigma'_a}{S_e}} = \frac{1}{\frac{35,54}{590} + \frac{39,76}{238,79}} = 4,41$$

con este coeficiente de seguridad, lo que se está haciendo, es que el punto de rotura, esté en la zona segura del gráfico de Goodman, por lo que el material y las dimensiones del eje son las correctas para esta caja de cambios.

Análogamente, se puede observar que el eje, tanto primario como secundario, resisten en los puntos de contacto de cada relación de transmisión, ya que en todas ellas se cumple que:

$$\frac{\sigma'_m}{S_u} + \frac{\sigma'_a}{S_e} = \frac{1}{n}$$

5.4.6. Fluencia.

El último paso a dar para comprobar que el material y las dimensiones del eje son las correctas, es comprobar si cumple a fluencia, para ello se tiene que verificar que:

$$\sigma'_{m\acute{a}x} = \sqrt{\sigma_{m\acute{a}x}^2 + 3\tau_{m\acute{a}x}^2} \leq \frac{S_y}{n}$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_m + \sigma_a$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \tau_m + \tau_a$$

Los ejes si cumplen a fluencia:

$$\sigma'_{m\acute{a}x} < \frac{S_y}{n}$$

5.4.7. Análisis de los ejes desde el punto de vista de su rigidez.

Una vez calculado y comprobado que los ejes aguantan las tensiones a las que están sometidos, es necesario comprobar los ejes desde el punto de vista de su rigidez.

Para ello se usarán las fuerzas producidas en los ejes, creadas, como ya se ha explicado, por las fuerzas en los dientes de los engranajes.



Los momentos flectores sobre los ejes producen deflexiones, las cuales son de dos tipos; las deflexiones " σ ", que consisten en la desviación (desplazamiento) de los puntos de la elástica, y las deflexiones angulares " δ ", que consisten en el cambio de la pendiente de la elástica.

Al igual que en el apartado anterior, Las fuerzas, crearán tanto momentos flectores como torsores. El momento torsor creado, será constante en todo el eje, mientras que el momento flector, se descompondrá en dos momentos, dependiendo de la fuerza y del plano de actuación de esta.

Se comenzará el análisis a rigidez, por las deformaciones transversales por flexión, para ello se realizará el cálculo de deformaciones mediante la integración de la ecuación de la elástica.

Una vez que se sabe el valor de las constantes se elaborará una tabla con los puntos del eje donde existen limitaciones de pendiente y/o deformación para comprobar, con el valor del diámetro, que no se superan los valores límite.

Partiendo de los diámetros antes expuestos, se aplican las siguientes ecuaciones, hallando así el valor de la pendiente y/o deformación en cada punto del eje:

$$\sigma = \frac{EI\sigma \cdot 64}{\pi \cdot E \cdot d^4}$$

$$\delta = \frac{EI\delta \cdot 64}{\pi \cdot E \cdot d^4}$$

Se observa, que los ejes sometidos a flexión y con un diámetro mínimo de 24,96 mm, no superan los valores límite de pendiente, ni de deformación dados.

5.5. Uniones y elementos de fijación.

Una vez calculadas las dimensiones de los engranajes y de los ejes, se deben definir los elementos encargados de unir y fijar cada una de las piezas de la caja de cambios.

5.5.1. Ejes perfilados o acanalados:

Para unir los engranajes con los ejes, se van a utilizar ejes perfilados o acanalados, que unirán a los diferentes engranajes con el eje solidariamente, y que permitirán un desplazamiento longitudinal a lo largo del eje. Este tipo de unión se hará tanto para el eje primario como para el eje secundario.

El acanalado se selecciona de un fabricante de ejes acanalados normalizados, la casa CERT, distribuida por SYTRANS.

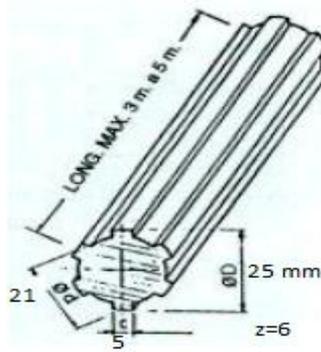


Ilustración 3: medidas acanalado eje primario

A continuación se halla la longitud mínima del eje acanalado, se hace mediante la obtención de la fuerza que debe soportar el perfilado hallada a partir del momento torsor. Después mediante la fórmula de la cortante, modificada por un factor de concentración de tensiones debido a la redondez del perfil, se obtiene:

$$L = \frac{F}{b \cdot \tau} = \frac{2509,74}{5 \cdot 175} = 2,87 \text{ mm}$$

Mediante esta ecuación, se puede apreciar que con los esfuerzos que se tienen, el acanalado aguanta con una longitud muy pequeña. Por lo que en este caso se optará por acanalar toda la parte del eje primario en la que se alojan y se desplazan los piñones 3 y 4, puesto que son solidarios al eje y sincronizadores de los piñones 2 y 6.

5.5.2. Rodamientos.

Los rodamientos van a ser los encargados de soportar cada uno de los ejes de los que consta la caja de cambios.

En la caja de cambios, los ejes deben soportar tanto cargas axiales como radiales. Un rodamiento de rodillos cónicos puede soportar tanto cargas radiales como cargas de empuje (axiales) o cualquier combinación de las dos. Sin embargo, aun cuando no actúe ninguna carga externa de empuje, la carga radial inducirá una reacción de empuje dentro del rodamiento, a causa de la conicidad. Para evitar la separación entre pistas y rodillos este empuje tiene que resistirlo otra fuerza axial de igual magnitud y de sentido contrario. Una forma de generar esta fuerza es usar siempre, por lo menos, dos rodamientos de rodillos cónicos en un mismo eje.

Por consiguiente los rodamientos elegidos para soportar los ejes son, rodamientos de rodillos cónicos de una hilera. Estos rodamientos han sido seleccionados de un catálogo de rodamientos aportado por NSK, y partir de los datos obtenidos de este mismo catálogo se ha hallado la vida útil de cada rodamiento en horas.



5.5.3. Lubricante.

El refrigerante que se utiliza en esta caja de cambios es del tipo reductor. Se emplea generalmente en los casos en que hay movimientos rápidos de rotación y facilidad de reposición de lubricante y siempre que se deseen efectos refrigerantes, como puede llegar a ser el caso.

Este lubricante también ayuda a que no se oxiden las piezas.

Para hallar el grado SAE de este aceite, se parte del diámetro medio del eje mayor que es de 28 mm y de la temperatura de funcionamiento, que se encuentra entre 90º-100ºC.

A partir de los datos anteriores se halla, consultando en una tabla, la viscosidad relativa, después la viscosidad absoluta a partir de la densidad a la temperatura de trabajo. Y con estos datos consultando en una tabla de aceites SAE se obtiene:

SAE – 40

Ahora bien, esta nomenclatura de aceites monogrado está obsoleta, por lo que a partir de las temperaturas mínimas estimadas para el uso de la motocicleta, y de la tabla SAE invierno, se elije un aceite multigrado, mucho más fácil de conseguir, ahorrando así costes.

SAE 10W40

5.5.4. Retenes.

Se denomina retén a un componente de material sintético que tiene como objetivo maximizar la vida y el buen funcionamiento de los rodamientos que forman parte de las máquinas y motores y preservar de fugas de lubricante al exterior de las cajas de cambios o motores de explosión que se encuentran lubricados permanentemente.

Los retenes del presente análisis están estandarizados según la norma ISO 6194.

El material de los retenes será: silicona (VQM), ya que son retenes que poseen una buena resistencia a la abrasión, se pueden usar a temperaturas entre -60ºC y 180ºC, el material se auto lubrica minimizando el rozamiento y el desgaste y el labio de material fabricado por un copolímero de goma sintética llamado goma de nitrilo (NBR) nunca debe estar seco.

5.5.5. Acabado del eje.

Para obtener unos óptimos resultados del retén es importante el acabado del eje, ya que en la mayor parte de las aplicaciones, el labio del retén actúa directamente sobre la superficie del eje.



5.5.6. Verificación de resistencia.

En este apartado, se realizó un ensayo de elementos finitos mediante AUTODESK INVENTOR, para comprobar si los cálculos realizados con anterioridad, resistencia del eje y resistencia del piñón de la primera velocidad, son correctos.

El ensayo comienza cuando el programa AUTODESK INVENTOR realiza un mallado de los elementos analizados, en este caso el eje primario y el piñón de primera velocidad. A continuación se aplican las fuerzas anteriormente halladas. Se elige acero como material de los componentes a analizar. Se aplican restricciones de desplazamiento, se fija el piñón al eje y el eje a los rodamientos que sirven como soportes. Ahora ya sólo queda ver cómo se deforma el conjunto aplicando el análisis.

Los resultados obtenidos mediante el programa informático se aproximan mucho a los resultados obtenidos mediante el cálculo manual, ya explicado, por lo que se concluye el ensayo de elementos finitos verificando todos los cálculos realizados en apartados anteriores.

6. Condiciones Técnicas.

En este apartado del análisis, se recoge toda la información necesaria referente a las herramientas de cálculo y análisis empleadas durante el proyecto.

6.1. Herramientas de diseño.

En este punto se detallará el programa y/o herramienta de cálculo y diseño utilizado en el desarrollo del análisis.

Excel:

Microsoft EXCEL es un programa informático que permite manejar hojas de cálculo de gran capacidad y fácil uso. Es un programa desarrollado y distribuido por Microsoft.

Permite a los usuarios elaborar tablas y formatos que incluyen cálculos matemáticos mediante fórmulas que incluyen operadores matemáticos y utilizar funciones.

EXCEL es útil para gestionar listas o bases de datos, es decir, agrupar, ordenar y filtrar la información.

Otra característica es la posibilidad de crear diagramas y gráficos personalizados, como el que se encuentra en el apartado de cálculos dinámicos de la caja de cambios.



Autodesk Inventor:

Es un paquete de modelado paramétrico de sólidos en 3D producido por la empresa de software Autodesk. Compite con otros programas de diseño asistido por ordenador como Solidwork, Pro/engineer, Catia y Solidedge.

Autodesk Inventor se basa en técnicas de modelado paramétrico. se comenzará diseñando piezas que se pueden combinar en ensamblajes. Corrigiendo piezas y ensamblajes pueden obtenerse diversas variantes. Como modelador paramétrico no debe ser confundido con los programas tradicionales de CAD. Inventor se utiliza en diseño de ingeniería para producir y perfeccionar productos nuevos, mientras que en programas como Autocad se conducen sólo las dimensiones. Un modelador paramétrico permite modelar la geometría, dimensión y material de manera que si alteran las dimensiones, la geometría se actualizará automáticamente. Esto permite que el diseñador almacee sus conocimientos de cálculo dentro del modelo, a diferencia del modelado no paramétrico, que está más relacionado con la creación de bocetos digitales.

Los bloques de construcción cruciales de Autodesk Inventor son las piezas. Se crean definiendo las características, que a su vez se basan en bocetos (dibujos 2D). La ventaja de este diseño es que todos los bocetos y las características se pueden corregir más adelante, sin tener que hacer de nuevo la partición entera.

Como parte final del proceso, las piezas se conectan para hacer ensamblajes. Los ensamblajes pueden consistir en piezas u otros ensamblajes. Las piezas son ensambladas agregando restricciones entre las superficies, bordes, planos, puntos y ejes. Otras restricciones incluyen: coincidencia, tangente, movimiento, sistema de coordenadas de usuario.

Este método de trabajo permite la creación de ensamblajes muy grandes y complejos, especialmente porque los sistemas de piezas pueden ser puestos juntos antes de que se ensamblen en el ensamblaje principal; algunos proyectos pueden tener muchos sub-ensamblajes parciales.

Inventor utiliza formatos específicos de archivos para las piezas (.IPT), ensamblajes (.IAM), vista de dibujo (.IDW y .DWG) y presentaciones (.IPN), a la vez que el formato de archivo de Autocad (.DWG) puede ser importado/exportado como boceto.

6.2. Obtención de datos.

Como se ha explicado anteriormente, el programa utilizado para el análisis de la caja de cambios, AUTODESK INVENTOR, proporciona información de la geometría, dimensiones y/o material del ensamblaje, pero antes de poder obtener estos datos, es necesario crear cada pieza individualmente.

El proceso de creación se lleva a cabo mediante bocetos en los que se introducen las medidas y se realizan las operaciones necesarias.

En el análisis completo se explica el proceso paso a paso de la creación de las piezas para su posterior ensamblaje, en esta explicación se pone como ejemplo la llanta utilizada en el ensamblaje y que podrá verse en el video explicativo de la presentación.

6.3. Comparación de datos

Una vez creadas las piezas individualmente, se ha procedido a ensamblarlas en AUTODESK INVENTOR en un entorno con extensión (.IAM).

Este ensamblaje proporciona toda la información necesaria, para la comparación con los datos hallados mediante los cálculos realizados a mano, mediante la combinación de varios entornos, como son: simulación dinámica, simulación de Stress y/o Autodesk design accelerator.

En la siguiente imagen se puede observar el ensamblaje final:

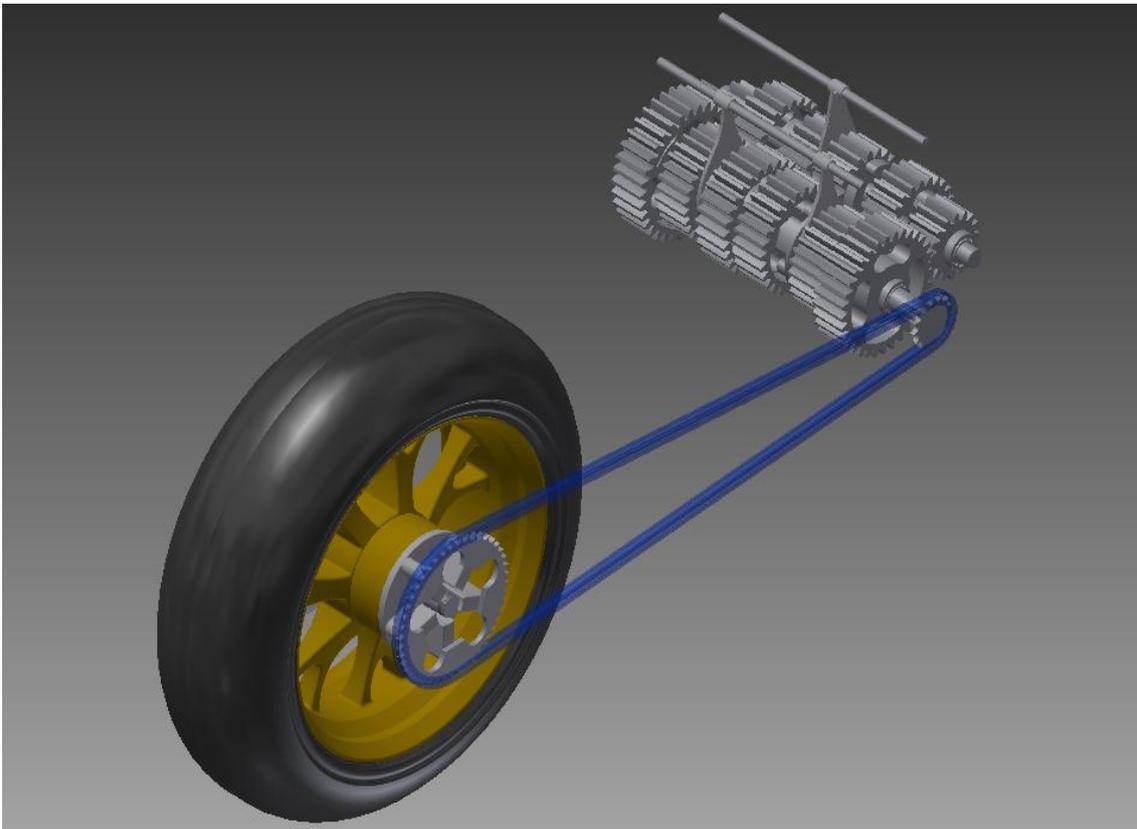


Ilustración 4: ensamblaje final

6.3.1. Comparación velocidades angulares máximas en todas las reducciones.

Se desea ahora, comparar los datos obtenidos con otra cantidad de los mismos usados como unidad patrón, y para ello, existe un tratamiento de los errores de medida. Se pueden distinguir dos tipos de errores que se utilizarán:

Error absoluto: es la diferencia entre el valor de la medida y el valor tomado como exacto. Puede ser positivo o negativo, según si la medida es superior al valor real o inferior. Tiene las mismas unidades que las del dato original.

Error relativo: es el cociente entre el error absoluto y el valor exacto. Si se multiplica por 100 se obtiene el tanto por ciento (%) de error. Al igual que el error absoluto puede ser positivo o negativo, porque puede ser por exceso o por defecto. No tiene unidades.

En el presente análisis se considerará como medida exacta los datos aportados por AUTODESK INVENTOR, y como valor de la medida a comparar, los datos realizados a mano, por lo que el error absoluto y relativo cometido en la primera relación de velocidad es:

$$E_{abs(eje1)} = 6859,76 - 6859,778 = -0,018 \text{ rpm}$$
$$E_{rel(eje1)} = \frac{-0,018}{6859,778} = -2,62 \cdot 10^{-6} = -2,62 \cdot 10^{-4}\%$$
$$E_{abs(eje2)} = 2421,09 - 2421,09 = 0 \text{ rpm}$$
$$E_{rel(eje2)} = \frac{0}{2421,09} = 0\%$$

Por consiguiente y realizando las mismas operaciones, se han comparado el resto de velocidades angulares en todas las reducciones, aportando valores cercanos al 0%.

6.3.2. Comparación de engranajes de la caja de cambios

Realizando el mismo procedimiento que en el apartado anterior, se ha comparado los datos aportados por AUTODESK INVENTOR y los hallados mediante el cálculo manual. Esta comparación ha dado como resultado un error relativo máximo de un 15%. El error relativo cometido en la geometría de los engranajes es debido a que el módulo elegido para llevar a cabo los cálculos fue generalizado y escogido de una tabla de módulos normalizados. A pesar de este error, el análisis realizado a mano, sigue siendo plenamente funcional.



6.3.3. Comparación de esfuerzos en los dientes

En este apartado se busca comparar los datos calculados de forma manual con los aportados por AUTODESK INVENTOR, en relación con los esfuerzos que soportan los dientes de los engranajes cuando se encuentran en contacto unos con otros.

6.3.4. Comparación del esfuerzo por flexión en el diente

En este apartado, en el que se analiza un juego de engranajes con objeto de determinar la confiabilidad correspondiente a una vida específica, AUTODESK INVENTOR no proporciona datos como en los apartados anteriores.

El procedimiento a seguir, es la entrada de los factores de corrección, así como las distintas características del material usado.

Una vez introducidos los datos, el programa indica la comprobación del cálculo mediante positivo en todos los casos.

Por lo que se puede concluir diciendo que el análisis de todos los aspectos de los engranajes es correcto.

6.3.5. Comparación de los ejes de la caja de cambios.

Una vez comprobado que los valores obtenidos en los dientes de los engranajes concuerdan por los aportados por AUTODESK INVENTOR, es necesario comprobar que los ejes en los cuales van montados los engranajes, también concuerdan, para así verificar que la caja de cambios cumplirá con los requisitos mínimos de resistencia.

Una vez conocidos los esfuerzos producidos en los ejes, se tiene que comparar los momentos y reacciones creados por esos esfuerzos en cada instante.

Mediante AUTODESK INVENTOR se obtuvo una serie de datos como:

6.3.5.1. Tabla de soportes:

Se observa el tipo de rodamiento usado, rodamiento de rodillos cónicos, y las reacciones en los puntos de apoyo.

6.3.5.2. Diagrama de momento flector total

$$M_{ft} = 60,96 N \cdot m$$

6.3.5.3. Diagrama de momento flector radial

$$M_{fr} = 20,99 N \cdot m$$

6.3.5.4. Diagrama de momento flector tangencial

$$M_{ft} = 57,24 N \cdot m$$

6.3.5.5. Diámetro ideal

$$d = 23,16 mm$$

Con los datos obtenidos de ambos sistemas, se procede a mostrar el error relativo producido en los ejes de la caja de cambios analizada.

	d	R _{Ar}	R _{At}	R _{Br}	R _{Bt}	M _{fr}	M _{ft}	M _t
Relación 1	7,8%	-1,5%	-0,35%	-6,7%	3,7%	-1%	-0,37%	-0,44%

Tabla 3: error relativo ejes caja de cambios

El error relativo mostrado anteriormente es debido a la consideración de las cifras significativas tomada por el programa y a alguna corrección de la longitud del eje. Pero aún así, el error es muy pequeño, indicando así la compatibilidad del análisis.

6.3.6. Comparación ejes acanalados

Una vez comparados los engranajes y los ejes, se deben comparar los elementos encargados de unir cada una de las piezas de la caja de cambios.

El error relativo obtenido en el acanalado de los ejes de la caja de cambios es 0%, debido a que estos ejes son normalizados y para un diámetro concreto y según la norma DIN 5463 sólo existe la opción elegida.

Aún así, si que se ha cometido un error relativo en el valor de la longitud mínima del acanalado, aunque este error no debe ser tenido en cuenta, ya que el acanalado usado tiene una longitud mucho mayor que la longitud mínima establecida.



7. Bibliografía

7.1. Fuentes impresas

SHIGLEY, JOSEPH EDWARD, R.MISCHKE, CHARLES. Diseño en ingeniería mecánica (5ª edición) Mc Graw Hill.

L.MOTT, ROBERT. *Diseño de elementos de máquinas* (2006). Universidad Daiton, Mexico: Pearson Educación.

HONDA. Manual de servicio Honda CBR 600 F4i (2001-2003).

VERA ALVAREZ, CARLOS, APARICIO IZQUIERDO, FRANCISCO, DIAZ LÓPEZ, VICENTE. *Teoría de los vehículos automóviles* (2ª edición,2001) ETS Ingeniería industrial (Madrid)

ARIAS-PAZ GUITIAN, MANUEL. *Motocicletas* (32ª edición, 2000-2003) Cie inversiones editoriales dossat.

ROLDÁN VILORIA, JOSE. *Prontuario de mecánica industrial aplicada*. (2002) Ediciones Paraninfo.

NSK SPAIN. *Catálogo revisado de rodamientos*. Barcelona.

SYTRANS. *Sistemas y transmisiones*. Salamanca.

7.2. Fuentes digitales

Ingemecánica [en línea, disponible en <<http://www.ingemecánica.com>> consultado en 10-2014]

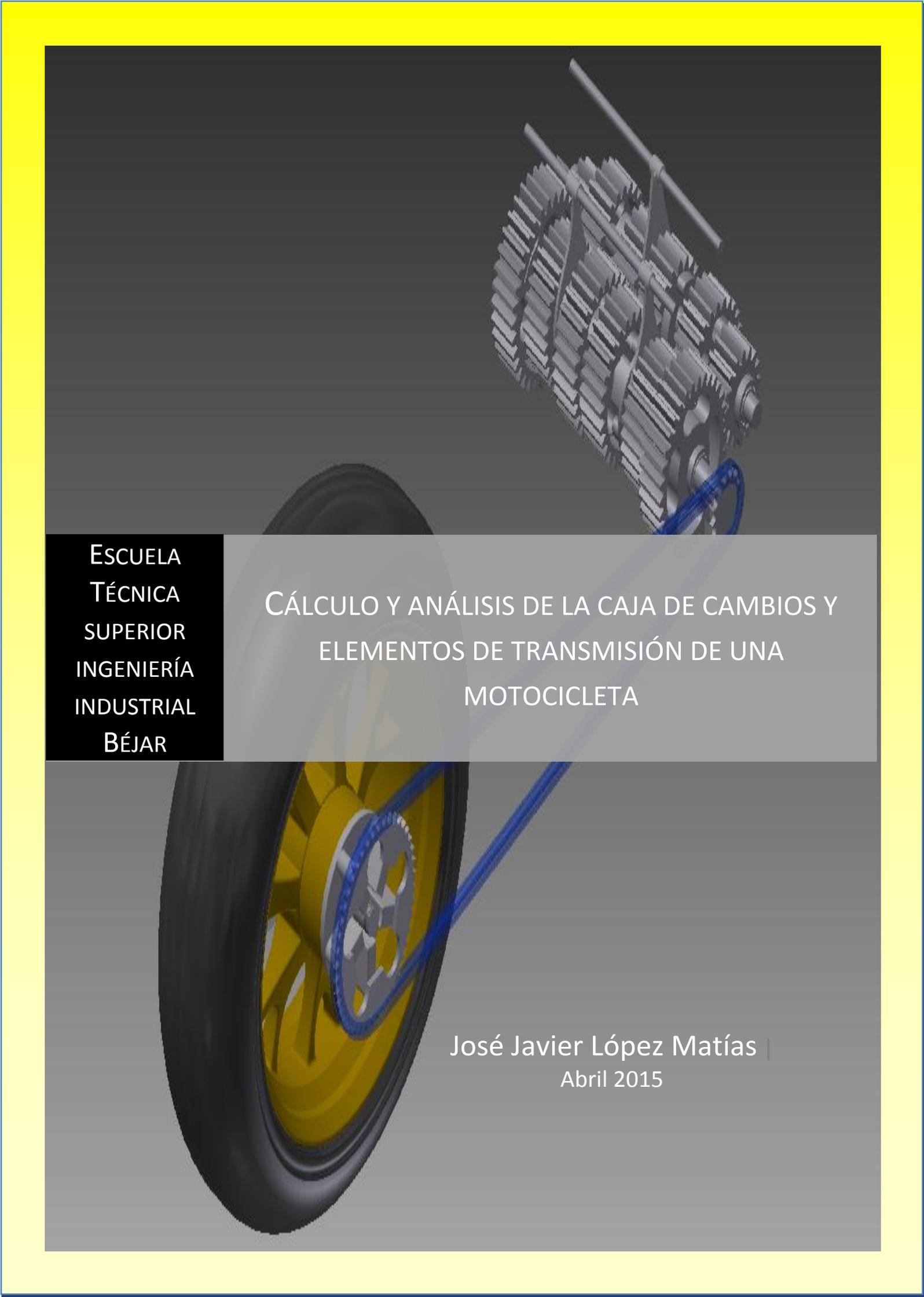
Catálogo Wippermann [en línea, disponible en < <http://www.wippermann.com/>> consultado en 10-2014]

Catálogo NSK Spain [en línea, disponible en <www.nsk.com> consultado en 11-2014]

Sytrans [en línea, disponible en <www.sytrans.es> consultado en 11-2014]

8. Vistas de la caja de cambios.

En el último apartado del análisis se adjuntan unas vistas en A3 creadas mediante AUTODESK INVENTOR, entre las que se encuentran: una vista general del conjunto, una vista más detallada de la caja de cambios y por último una vista explosiva de todos los componentes utilizados y descritos en el trabajo.

A 3D CAD rendering of a motorcycle transmission assembly and rear wheel. The transmission assembly is shown in a perspective view, featuring a series of gears and shafts. The rear wheel is shown in a perspective view, with a yellow hub and a black tire. The background is a dark gray gradient.

ESCUELA
TÉCNICA
SUPERIOR
INGENIERÍA
INDUSTRIAL
BÉJAR

CÁLCULO Y ANÁLISIS DE LA CAJA DE CAMBIOS Y ELEMENTOS DE TRANSMISIÓN DE UNA MOTOCICLETA

José Javier López Matías |
Abril 2015

ÍNDICE GENERAL

MEMORIA

CÁLCULOS

AUTODESK INVENTOR

BIBLIOGRAFÍA

PLANOS



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR INGENIERÍA
INDUSTRIAL BÉJAR

INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL MECÁNICO

CÁLCULO Y ANÁLISIS DE LA CAJA DE
CAMBIOS Y ELEMENTOS DE TRANSMISIÓN
DE UNA MOTOCICLETA

MEMORIA

José Javier López Matías

Salamanca, Abril de 2015





ÍNDICE

Contenido

1.	Resumen.....	17
	Objeto del trabajo:.....	18
	Ámbito del trabajo:.....	19
	Antecedentes:.....	20
	Historia de la motocicleta:.....	21
	La caja de cambios. Definición y evolución.	23
	Sistemas de transmisión en motocicletas:	29
2.	Datos de partida:.....	32
3.	Análisis caja de cambios:.....	34
	Requisitos técnicos del análisis:.....	35
	Caja de cambios elegida:	36
	Método de trabajo:.....	37
4.	Elementos de la caja de cambios:	40
	Ejes:.....	40
	Engranajes:.....	41
	Rodamientos:.....	42
	Resumen de elementos de transmisión:	46
	Configuración de las marchas:.....	47
	Mecanismos de sincronización:.....	50
	Cadena de transmisión:	52
5.	Resultado final y valoración personal:	53
1.	CÁLCULOS.....	57
	Caja de cambios:	57
	Análisis de la caja de cambios:.....	57
	1. Cálculo de velocidades angulares máximas	58
	2. Cálculo de la velocidad máxima:	60
	3. Cálculo de la velocidad cuando el motor funciona con su par máximo:	64
	4. Cálculo de la aceleración correspondiente a cada velocidad máxima de la motocicleta:.....	66



5. Cálculo de la aceleración para cada velocidad, cuando el motor funciona con su par máximo:	68
Análisis de los engranajes de la caja de cambios:	71
1. Cálculos de diseño:.....	71
Análisis de los ejes de la caja de cambios:.....	105
1. Esfuerzos producidos en los ejes:	105
2. Momentos producidos en los ejes:	106
3. Tensiones producidas en los ejes:.....	113
4. Material de fabricación de los ejes:	116
5. Criterio de Goodman:.....	120
6. Fluencia:	122
7. Análisis de ejes desde el punto de vista de su rigidez:	123
Uniones y elementos de fijación.....	133
1. Ejes perfilados o acanalados:	133
2. Rodamientos:	139
3. Lubricante:.....	152
4. Retenes:.....	156
5. Acabado del eje:.....	157
6. Verificación de resistencia:	160
7. Análisis final:.....	172
1. Herramientas de diseño:.....	175
Excel:	175
Autodesk Inventor:	175
1. Definiciones:.....	177
2. Obtención de datos:.....	179
Modelado llanta de 5 radios:.....	180
3. Comparación de datos:	192
Caja de cambios:	193
1. Comparación rpm máximas en todas las reducciones:	193
2. Comparación engranajes de la caja de cambios:	195
3. Comparación de esfuerzos en los dientes:	197
4. Comparación del esfuerzo por flexión en el diente:	198



5.	Comparación de los ejes de la caja de cambios:.....	200
6.	Comparación ejes acanalados:.....	205
1.	BIBLIOGRAFÍA	211
	Fuentes impresas:.....	211
	Fuentes digitales:	211





ÍNDICE ILUSTRACIONES

Ilustración 1: conjunto modelado AUTODESK INVENTOR.....	17
Ilustración 2: caja de velocidades de Leonardo da Vinci.....	23
Ilustración 3: caja de cambios manual moto.....	25
Ilustración 4: palanca de cambio de una motocicleta.....	25
Ilustración 5: esquema sincronizador.....	26
Ilustración 6: esquema embrague.....	27
Ilustración 7: sección variador moto.....	28
Ilustración 8: cardan.....	29
Ilustración 9: transmisión por correa dentada.....	30
Ilustración 10: cadena de rodillos.....	31
Ilustración 11: caja de cambios AUTODESK INVENTOR.....	32
Ilustración 12: motor Honda CBR 600 F4i.....	33
Ilustración 13: caja de cambios desarrollada en AUTODESK INVENTOR.....	36
Ilustración 14: boceto caja de cambios de seis velocidades.....	38
Ilustración 15: engranajes y sincronizadores.....	40
Ilustración 16: montaje final.....	41
Ilustración 17: partes rodamiento 1.....	43
Ilustración 18: partes rodamiento 2.....	43
Ilustración 19: rodamientos rodillos cónicos AUTODESK INVENTOR.....	44
Ilustración 20: primera velocidad.....	47
Ilustración 21: segunda velocidad.....	47
Ilustración 22: tercera velocidad.....	48
Ilustración 23: cuarta velocidad.....	48
Ilustración 24: quinta velocidad.....	49
Ilustración 25: sexta velocidad.....	49
Ilustración 26: piñón-sincronizador.....	50
Ilustración 27: ensamble completo AUTODESK INVENTOR.....	53
Ilustración 28: leyenda medidas neumático.....	60
Ilustración 29: gráfico velocidad óptima.....	63
Ilustración 30: parámetros dientes engranajes.....	75
Ilustración 31: pareja de engranajes AUTODESK INVENTOR.....	75
Ilustración 32: distribución fuerzas engranajes rectos.....	77
Ilustración 33: factor de duración a la resistencia a la picadura (Cl).....	88
Ilustración 34: factor de duración de resistencia a la flexión (Kl).....	88
Ilustración 35: factor de duración (CL).....	101
Ilustración 36: fuerza radial sobre eje primario.....	106
Ilustración 37: fuerza tangencial sobre eje secundario.....	106
Ilustración 38: diagrama de momentos flectores (Fr).....	109



Ilustración 39: diagrama momentos flectores (Ft).....	110
Ilustración 40: coeficiente de seguridad	120
Ilustración 41: deflexiones eje caja de cambios	124
Ilustración 42: fuerza radial sobre el eje primario	124
Ilustración 43: fuerza tangencial sobre el eje primario.....	124
Ilustración 44: fuerza radial sobre el eje primario	125
Ilustración 45: fuerza tangencial sobre el eje primario.....	127
Ilustración 46: ángulo de torsión.....	131
Ilustración 47: ejes AUTODESK INVENTOR.....	132
Ilustración 48: medidas acanalado eje primario	135
Ilustración 49: distribución fuerzas acanalado.....	136
Ilustración 50: figura concentración de tensiones	137
Ilustración 51: medidas acanalado eje secundario	138
Ilustración 52: distribución de la carga radial	142
Ilustración 53: rodamientos rodillos cónicos AUTODESK INVENTOR.....	151
Ilustración 54: diagrama viscosidad-diámetro medio.....	153
Ilustración 55: retén	156
Ilustración 56: diseño del eje.....	159
Ilustración 57: mallado eje primario	160
Ilustración 58: mallado piñón primera velocidad.....	161
Ilustración 59: cargas aplicadas en el piñón primera velocidad.....	162
Ilustración 60: tensión Von Mises piñón primera velocidad.....	163
Ilustración 61: primera tensión principal piñón primera velocidad.....	164
Ilustración 62: desplazamiento diente piñón primera velocidad.....	165
Ilustración 63: coeficiente de seguridad piñón primera velocidad.....	166
Ilustración 64: cargas aplicadas sobre eje primario	167
Ilustración 65: tensión Von Mises eje primario.....	168
Ilustración 66: tensión principal eje primario	169
Ilustración 67: desplazamiento eje primario.....	170
Ilustración 68: coeficiente de seguridad eje primario.....	171
Ilustración 69: eje de rotación llanta.....	180
Ilustración 70: dibujar ángulos interior llanta	181
Ilustración 71: operación de revolución.....	181
Ilustración 72: disco exterior terminado	182
Ilustración 73: operación redondeo de aristas.....	182
Ilustración 74: operación creación de sólidos.....	183
Ilustración 75: disco exterior terminado	183
Ilustración 76: plano de trabajo	184
Ilustración 77: buje llanta	184
Ilustración 78: lado portacorona	185
Ilustración 79: nuevo boceto.....	185



Ilustración 80: dibujo interior	186
Ilustración 81: dibujo interior completo	186
Ilustración 82: revolución relleno intermedio	187
Ilustración 83: relleno terminado	187
Ilustración 84: boceto radios	188
Ilustración 85: boceto radios dobles	188
Ilustración 86: extrusión	189
Ilustración 87: repetir extrusión en 360º	189
Ilustración 88: llanta en bruto	190
Ilustración 89: redondeando las últimas aristas	190
Ilustración 90: llanta terminada1	191
Ilustración 91: llanta terminada 2	191
Ilustración 92: ensamble final	192
Ilustración 93: vista simplificada eje primario	200
Ilustración 94: diagrama de momento flector AUTODESK INVENTOR	202
Ilustración 95: diagrama momento flector plano YZ AUTODESK INVENTOR	202
Ilustración 96: diagrama momento flector plano XZ AUTODESK INVENTOR	203
Ilustración 97: diámetro ideal AUTODESK INVENTOR	203





ÍNDICE TABLAS

Tabla 1: comparación cajas de cambio manual y automática	28
Tabla 2: datos de partida	33
Tabla 3: relación velocidades caja de cambios.....	57
Tabla 4: relaciones de transmisión de la caja de cambios	71
Tabla 5: módulo	72
Tabla 6: medidas engranajes 1ª velocidad	74
Tabla 7: geometría engranajes	76
Tabla 8: esfuerzos caja de cambios	79
Tabla 9: propiedades acero	79
Tabla 10: número de calidad AGMA.....	82
Tabla 11: factor geométrico J AGMA.....	83
Tabla 12: coeficiente de aplicación (ka) AGMA.....	84
Tabla 13: factor de distribución de carga (km) para engranajes rectos y helicoidales..	85
Tabla 14: esfuerzo por flexión	86
Tabla 15: resistencia a la flexión (St) AGMA.....	87
Tabla 16: factor de confiabilidad (Kr)	89
Tabla 17: coeficiente elástico (Cp).....	92
Tabla 18: factor de aplicación (Ca)	93
Tabla 19: factor de distribución de carga (Cm)	95
Tabla 20: tensión de contacto de trabajo AGMA	98
Tabla 21: resistencia a la fatiga en la superficie (Sc)	100
Tabla 22: factor de fiabilidad (CR)	103
Tabla 23: fuerzas producidas en los ejes.....	105
Tabla 24: diámetro ejes caja de cambios	107
Tabla 25: distancias en el eje (mm)	111
Tabla 26: sollicitaciones eje primario	111
Tabla 27: sollicitaciones eje secundario	112
Tabla 28: tensiones eje primario	115
Tabla 29: tensiones eje secundario	115
Tabla 30: cálculo coeficientes de seguridad (n)	121
Tabla 31: comprobación a fluencia	122
Tabla 32: fuerzas producidas en los ejes.....	123
Tabla 33: diámetros ejes caja de cambios.....	125
Tabla 34: deformación permisible análisis a rigidez	130
Tabla 35: valores pendiente y deformación análisis a rigidez.....	131
Tabla 36: uniones de ejes perfilados o acanalados	134
Tabla 37: ejes acanalados DIN 5463	135
Tabla 38: relaciones rodamientos	140



Tabla 39: carga radial y longitudes de cada relación de marchas eje primario	143
Tabla 40: carga radial y longitudes de cada relación de marchas eje secundario	143
Tabla 41: catálogo rodamientos rodillos cónicos una hilera.....	144
Tabla 42: catálogo rodamientos rodillos cónicos una hilera.....	145
Tabla 43: tabla obtención "e"	146
Tabla 44: rodamientos de rodillos cónicos de una hilera	149
Tabla 45: diagrama viscosidad-temperatura.....	154
Tabla 46: Tabla SAE invierno	155
Tabla 47: tipo de ajuste entre eje y agujero.....	158
Tabla 48: fuerzas piñón primera velocidad	162
Tabla 49: rpm cálculos realizados a mano.....	193
Tabla 50: rpm AUTODESK INVENTOR	193
Tabla 51: error rpm máximas en todas sus reducciones.....	194
Tabla 52: geometría de engranajes realizados a mano.....	195
Tabla 53: geometría engranajes AUTODESK INVENTOR	195
Tabla 54: error relativo geometría de los engranajes	196
Tabla 55: esfuerzos en los dientes calculados de forma manual	197
Tabla 56: esfuerzos en los dientes AUTODESK INVENTOR.....	197
Tabla 57: error relativo esfuerzos en los dientes	197
Tabla 58: factores de carga adicional	198
Tabla 59: factores de contacto	198
Tabla 60: factores de plegado	199
Tabla 61: material usado	199
Tabla 62: cargas eje AUTODESK INVENTOR	200
Tabla 63: resultados relación 1 eje primario	201
Tabla 64: tabla de soportes AUTODESK INVENTOR	201
Tabla 65: error relativo ejes caja de cambios.....	204
Tabla 66: valores ejes acanalados	205
Tabla 67: datos acanalado eje 1 AUTODESK INVENTOR	206
Tabla 68: datos acanalado eje 2 AUTODESK INVENTOR	207
Tabla 69: error relativo ejes acanalados	208

1. Resumen

El siguiente trabajo, destinado a la obtención del título de Ingeniero Técnico Industrial en Mecánica, tiene por objeto el cálculo y el análisis de la caja de cambios de una motocicleta, junto con todos sus elementos de transmisión.

La caja de cambios posee seis velocidades con engranajes de dientes rectos, y se analizará tanto desde el punto de vista resistente como de funcionamiento.

Primeramente se explicarán los datos de partida utilizados para el posterior análisis de todos los componentes. Estos datos se obtendrán del manual de taller de una Honda CBR 600 F4i.

Una vez analizados todos los datos de los elementos de la caja de cambios, se procederá al diseño de los mismos mediante el programa de diseño en 3D, **AUTODESK INVENTOR**.

A continuación se compararán los resultados obtenidos mediante los cálculos manuales con los valores aportados por **AUTODESK INVENTOR**.

Finalmente, se realizará un mallado del eje primario y el piñón de la primera velocidad mediante el cálculo de elementos finitos a través del mismo programa **AUTODESK INVENTOR**, validando así todos los resultados anteriormente obtenidos.

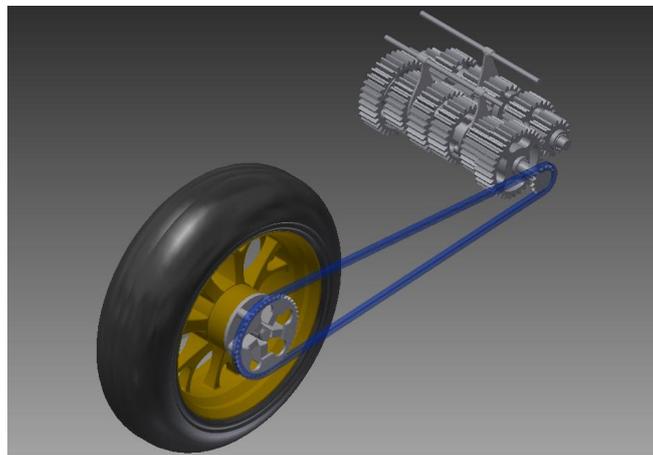


Ilustración 1: conjunto modelado AUTODESK INVENTOR



Objeto del trabajo:

El objeto del siguiente trabajo es calcular y analizar un elemento decisivo de una motocicleta, como es la caja de cambios, así como todos los elementos de transmisión que van asociados a esta.

El modelo de la caja de cambios puede aportar a una misma motocicleta una mayor capacidad de aceleración, mayor velocidad y una conducción más suave y cómoda, todo ello instalado sobre una misma unidad motriz.

Para lograr que las motocicletas modernas satisfagan las crecientes exigencias en lo referente a confort, compatibilidad medioambiental y conducción deportiva, es necesario realizar un desarrollo más profundo de las transmisiones de los vehículos. Un mayor número de marchas ofrece una suavidad de funcionamiento mayor y permite una mejor adaptación a las características de los diferentes motores, contribuyendo también, gracias a un uso más eficaz del par suministrado, a la reducción de las emisiones. Es por ello, que se ha considerado conveniente centrar el análisis en la caja de cambios y todos los elementos de transmisión de la motocicleta.

Concretamente se analizará una caja de cambios manual de seis velocidades, utilizada en modelos como la Honda CBR 600 F4i.

Se analizará dicha caja de cambios siguiendo el modelo desarrollado en la motocicleta, se evaluará su respuesta a diferentes sollicitaciones y conseguir un correcto funcionamiento.

En los primeros capítulos, se explicarán los componentes básicos de la caja y la transmisión, así como otros conceptos necesarios para el correcto entendimiento e interpretación del lector. Así mismo, también se incluirán las formulas pertinentes para el desarrollo del análisis.

Se expondrán también los materiales empleados para su fabricación y los motivos que llevan a la elección de los mismos.



Ámbito del trabajo:

El objeto de estudio del trabajo estará destinado a motocicletas del sector particular.

Al ser un componente ya fabricado en esta ocasión no se tendrán que estudiar las diferentes normativas vigentes en el país de comercialización del producto, ya que únicamente se realizará un análisis del mecanismo desde el punto de vista de su funcionalidad y su comportamiento ante las diversas sollicitaciones a las que está sometido.

El modelo estudiado en este trabajo es la caja de cambios desarrollada por Honda que se aplica en modelos como CBR 600 F4i y CB 600 F Hornet.



Antecedentes:

La caja de cambios fue un elemento decisivo para el propio despegue de la industria automovilística a principios del siglo XX. El motor eléctrico tenía la mayor parte de las posibilidades para alzarse vencedor en la carrera automovilística, dado que no necesitaba caja de cambios. Su par motor desde una posición estática era suficiente para poner el conjunto en marcha, y le permitía asumir una velocidad aceptable.

Los grupos reductores de los motores térmicos perdían parte del terreno ganado, resultando ineficaces una vez puesto en marcha el automóvil.

La evolución de los grupos reductores hacia el cambio como lo conocemos actualmente permitió desplazar el centro de atención hacia la autonomía, que junto con el peso de las baterías y su tiempo y coste de carga, hicieron que el motor alternativo de combustión interna se hiciese con el podio, convirtiéndose en el centro de una industria que sólo acaba de nacer.



Historia de la motocicleta:

Una motocicleta es un vehículo para el transporte de personas. Consta de dos ruedas y un chasis como estructura del vehículo. Generalmente la rueda delantera es la encargada de la dirección y la rueda trasera se ocupa de la tracción. En español se conoce mediante la abreviatura moto.

En 1867 apareció la primera motocicleta a vapor, creada por el estadounidense Sylvester Howard Roper.

En 1885 apareció la moto de cuadro, con cuatro ruedas de madera y un motor de combustión interna. Alcanzaba la velocidad de 18 Km/h con 0,5 caballos de fuerza, su creador fue Wilhelm Maybach.

En 1898 Eugéne y Michel Werner, de origen ruso, montaron un motor pequeño en una bicicleta, dando origen a la fabricación posterior de esta a mayor escala.

En 1902 se inventó la scooter del francés Georges Gauthier. Se trata de una moto provista de un salpicadero de protección. Fue fabricada en 1914 y tuvo una gran popularidad, sobre todo entre los jóvenes. Compuesta por dos ruedas de poco diámetro y un chasis abierto que permite al conductor estar sentado en vez de a horcajadas. También contiene una carrocería que protege todos los mecanismos, ofrece algún pequeño espacio de almacenaje de objetos no muy voluminosos y una rueda de recambio. Son vehículos urbanos, aunque en la actualidad también pueden hacerse viajes largos. Lo que destaca en este tipos de motos es la comodidad del manejo y facilidad de conducción, aunque no desarrollen grandes velocidades.

En 1910 aparece el sidecar, un carro con una rueda lateral que se une a un lado de la motocicleta. Consta de un bastidor de una sola rueda y de una carrocería que protege al pasajero. La motocicleta que lo arrastra se convierte en un vehículo de tres ruedas y su conducción se realiza mediante el giro del manillar, al no poder ejecutarse la basculación. Ya había aparecido años antes en bicicletas, pero con la proliferación de los vehículos llamados "utilitarios" ha desaparecido prácticamente de la circulación.

Después de volver de la Segunda Guerra Mundial (1945), los soldados estadounidenses parecían descontentos con las motocicletas que eran construidas por Harley Davidson e Indian. Las motos que habían usado en Europa eran más ligeras y más divertidas de conducir, por lo que al volver a su país llevaron a cabo cambios en sus motos nacionales, creando así la chopper.



En la década de los años 70, Honda lanzó su motor de cuatro cilindros en línea, que pronto sería adoptado por las demás marcas japonesas, marcando así una nueva era de sofisticación frente a los fabricantes europeos.

En la década de los años 80, las motos se refinaron y lograron un mayor rendimiento así como potencia adicional. Contaban con un motor de refrigeración por agua, frente a la refrigeración por aire anterior, bastidor de aluminio, suspensión trasera por mono amortiguador y carenado aerodinámico.

En los últimos años, en el siglo XXI las motos han mostrado una tendencia hacia la especialización.

La caja de cambios. Definición y evolución.

El motor desarrolla su fuerza dentro de una gama de régimen limitada. Por otra parte, el conductor ha de poder regular la marcha del vehículo en una amplia gama de velocidades, desde el arranque hasta la velocidad máxima.

La caja de cambios permite seleccionar diferentes marchas para adaptar el régimen del motor a la velocidad del vehículo y a las diferentes circunstancias. Los orígenes de la caja de cambios se remontan a varios siglos atrás.

Leonardo da Vinci llegó a diseñar en sus tiempos lo que sería el precursor de las cajas de cambios de los vehículos modernos. Contagiado por la fiebre del desarrollo industrial que fomentaba Ludovico el Moro, Leonardo da Vinci diseñó un cambio de velocidad compuesto por dos piezas, una cilíndrica y otra cónica que mediante una serie de engranajes convertía el mecanismo en un cambio de velocidades.



Ilustración 2: caja de velocidades de Leonardo da Vinci

Las cajas de cambios manuales, por su parte, llevan existiendo en el automóvil por más de un siglo.

Las primeras cajas de cambios automáticas no se empezaron a popularizar en Estados Unidos hasta los años 40. Hasta entonces, sólo existían las cajas de cambios manuales no sincronizadas, por lo que para poder cambiar de marcha, era necesario conocer la técnica del doble embrague, que consiste en igualar las revoluciones por minuto del motor y la caja de cambios.

Las primeras cajas manuales sincronizadas se montaron en los años 50 y uno de los primeros coches en usarla fue el Porsche 356.



Para entonces, las cajas automáticas, ya eran mayoría en Estados Unidos, el mayor mercado automovilístico mundial con diferencia en aquella década. El uso de las cajas de cambios automáticas era tan elevado que muchos fabricantes ni si quiera ofrecían cajas manuales en sus modelos.

Sin embargo, en Europa, se seguía utilizando las cajas manuales. Las cajas automáticas que se empezaron a vender en Europa estaban reservadas en un principio a grandes berlinas o vehículos de lujo, y, por tanto, su coste era notablemente elevado. Cuando el continente se movilizó de forma masiva en los años 60, la práctica totalidad de coches vendidos empleaban cajas de cambios manuales.

En la actualidad, en Europa, la gran mayoría de los vehículos siguen empleando cambios de marchas manuales. Las motos tipo naked, deportivas y trail, que representan una mayoría en el porcentaje de ventas anuales en España, van asociadas de fábrica a cajas de cambios manuales, frente a los scooter, con una caja de cambios automática y un porcentaje de ventas menor.

Las debilidades de las cajas de cambio automáticas con convertidor de par (tradicionales) van desapareciendo cada vez más. El habitual mayor gasto de combustible y frenos con respecto a las cajas de cambio manuales tiende a desaparecer. La reciente irrupción en el mercado de las cajas de cambio CMP (cambio manual pilotado) ha sido uno de los factores que más ha contribuido a la automatización. No son automáticas tradicionales, sino manuales con actuación automática del embrague. Las cajas de cambio CMP combinan lo mejor de ambos mundos, son eficientes en el consumo de combustible, tan cómodas como las automáticas y aprovechan con la misma efectividad el freno motor como una caja manual. Para una relación de marchas ascendente el accionamiento de cada marcha se lleva a cabo sin el uso de la maneta de embrague, no siendo así para bajar de marcha. Su evolución han sido las cajas de doble embrague, extremadamente rápidas y eficaces, con consumos de combustible mucho menores que las caja de cambios manuales.

➤ **Cajas de cambios manuales, mecánicas o sincrónicas:** las cajas de cambios manuales, son aquellas que se componen de elementos estructurales, funcionales y rodamientos entre otros de tipo mecánico.

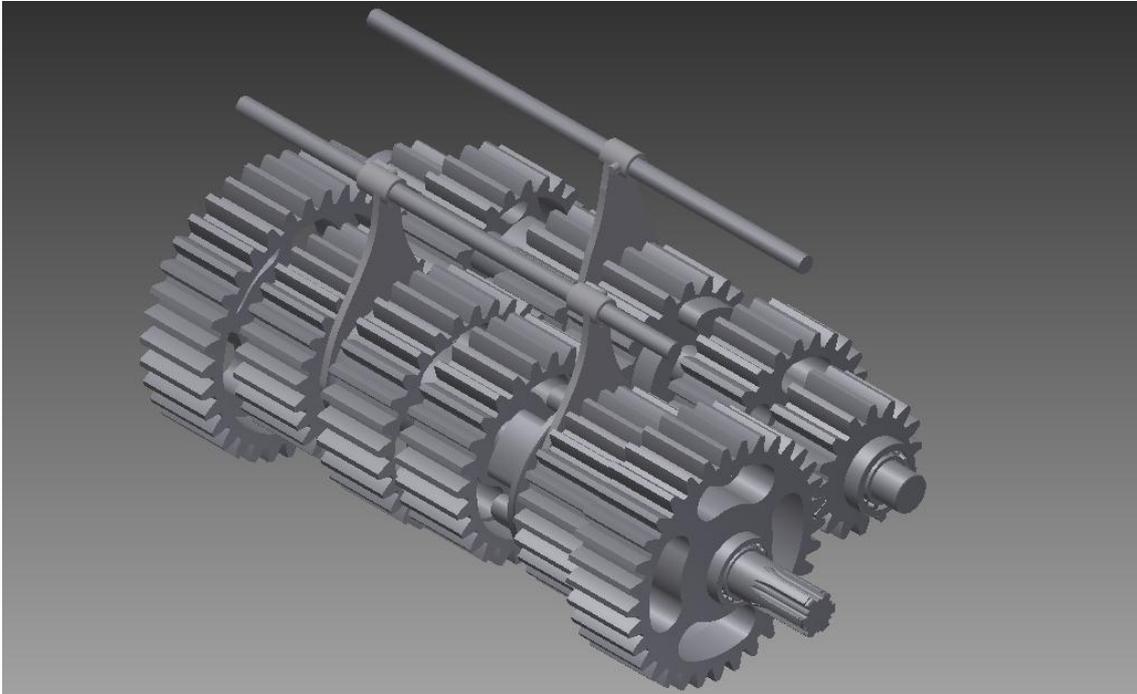


Ilustración 3: caja de cambios manual moto

En este tipo de cajas de cambio, la selección de las diferentes velocidades se realiza mediante un mando mecánico, aunque este en ocasiones puede estar automatizado.



Ilustración 4: palanca de cambio de una motocicleta

Los elementos sometidos a rozamientos como ejes, engranajes o sincronizadores, están lubricados mediante baño de aceite en el cárter, aislados del exterior mediante juntas que garantizan la estanqueidad.

Los acoplamientos en el interior se realizan mediante mecanismos compuestos de balancines y ejes guiados por cojinetes. El accionamiento de los mecanismos internos desde el exterior de la carcasa, realizado por el conductor, se realizan mediante cables flexibles que no varían su longitud o varillas rígidas.

Las distintas velocidades de la caja están sincronizadas, es decir, disponen de mecanismos de sincronización que permiten igualar las velocidades de los distintos ejes durante el cambio de una a otra.

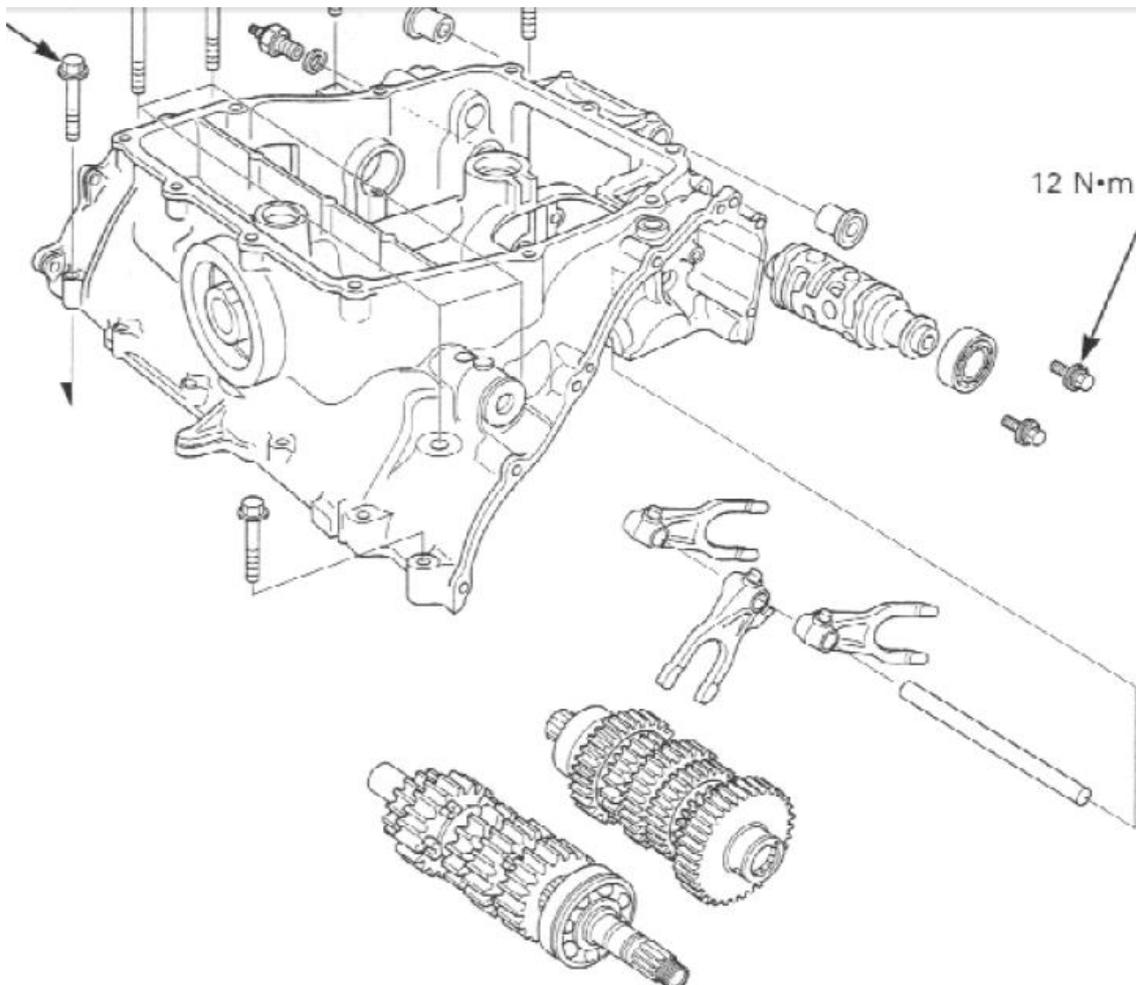


Ilustración 5: esquema sincronizador

La conexión cinemática entre el motor y la caja de cambios , se realiza mediante el embrague.

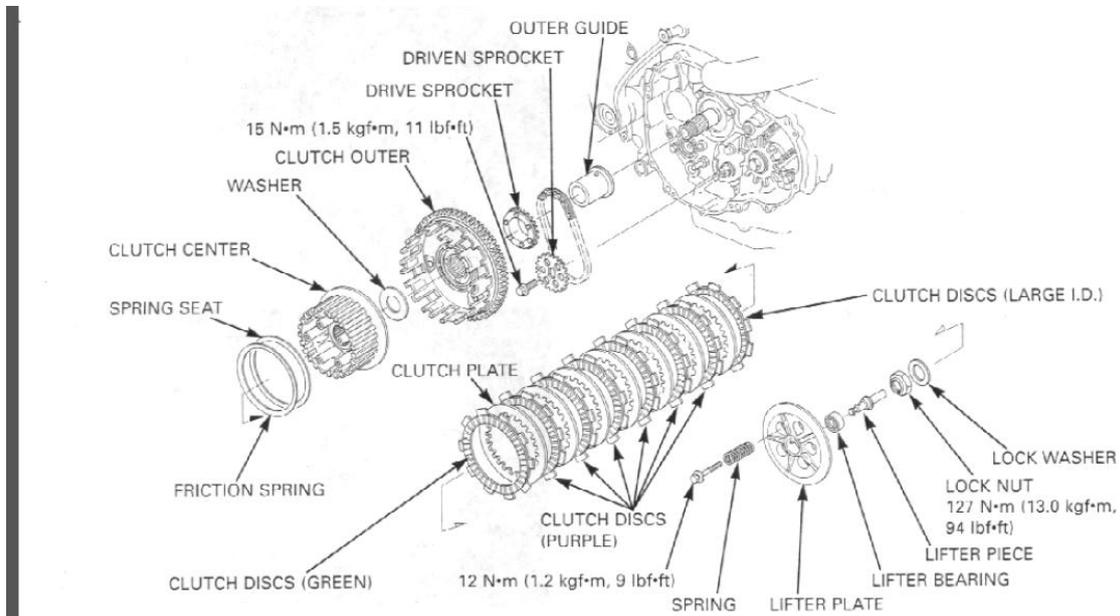


Ilustración 6: esquema embrague

➤ **Cajas de cambio automáticas o hidromáticas:** la caja automática es un mecanismo que, de manera autónoma, determina la mejor relación entre los diferentes elementos, como la potencia del motor, la velocidad del vehículo, la presión sobre el acelerador y la resistencia a la marcha, entre otros. Se trata de un dispositivo electro-hidráulico que determina los cambios de velocidad; y en el caso de las cajas de cambios automáticas de última generación, el control lo realiza un calculador electrónico.

Mientras que la caja de cambios manual se compone de pares de engranajes cilíndricos, la caja automática funciona con trenes epicicloidales en serie o en paralelo que conforman las distintas relaciones de transmisión.



Ilustración 7: sección variador moto

➤ **Comparación entre caja de cambios manual y automática:**

TIPO	VENTAJAS	INCONVENIENTES
TRENES EPICICLOIDALES	Comodidad Alta tracción Mantenimiento económico	Peso elevado Bajo rendimiento mecánico
MANUAL	Cambios muy rápidos Durabilidad mecánica Alto rendimiento mecánico	Brusquedad en cambios rápidos
DOBLE EMBRAGUE	Cambios casi instantáneos	Elevado peso y complejidad mecánica
VARIADOR CONTÍNUO	Suavidad Infinitas relaciones de transmisión en un rango muy amplio	Par de transmisión limitado

Tabla 1: comparación cajas de cambio manual y automática

Sistemas de transmisión en motocicletas:

La transmisión del movimiento que impulsa la moto se efectúa, en su forma más sencilla, con una cadena engranada en unas ruedas dentadas y conectada con el eje de la rueda trasera.

La manera en la que se transmite la potencia del motor a la rueda trasera, es lo que normalmente se conoce con el nombre de transmisión secundaria o kit de arrastre y durante la historia de la moto este sistema ha estado en constante evolución.

- **Transmisión por Cardan:** la junta Cardan es un componente mecánico, descrito por primera vez por Girolamo Cardano, que permite unir dos ejes que giran en ángulo uno respecto al otro. Su objetivo es transmitir el movimiento de rotación de un eje al otro salvando la diferencia de altura entre los dos ejes.

En los vehículos de motor, la junta Cardan se suele utilizar como parte del árbol de transmisión, que lleva la fuerza desde el motor situado en la parte delantera del vehículo hacia la rueda trasera. El principal problema que genera es que, por su configuración, el eje al que se le transmite el movimiento no gira a velocidad angular constante.

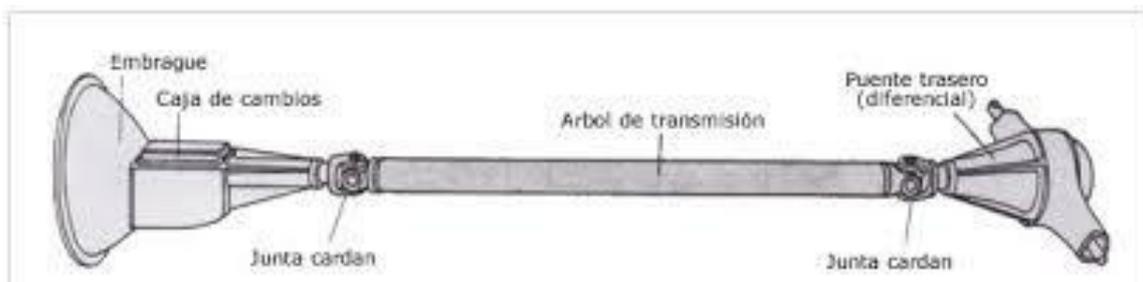


Ilustración 8: cardan

La junta Cardan es fácilmente observable en camiones por su tamaño abultado, en los que el árbol de transmisión se puede ver como una larga pieza de metal que rota sobre sí misma cuando el vehículo está en marcha. Está ubicada longitudinalmente entre el motor y el tren trasero donde están montadas las ruedas, pudiéndose observar un cardan típico en el acople con el diferencial o a la salida de la caja de cambios.

- **Transmisión por correas:** se conoce como correa de transmisión a un tipo de transmisión mecánica basado en la unión de dos o más ruedas, sujetas a un movimiento de rotación, por medio de una cinta o correa continua, la cual abraza a las primeras con un cierto arco y en virtud de las fuerzas de fricción en su contacto arrastra a las ruedas conducidas suministrándoles energía desde la rueda conductora.

Es importante destacar que las correas de transmisión basan su funcionamiento fundamentalmente en las fuerzas de fricción, esto las diferencia de otros medios flexibles de transmisión mecánica, como son las cadenas de transmisión y las correas dentadas, las cuales basan su funcionamiento en la interferencia mecánica entre los distintos elementos de la transmisión.

Las correas de la transmisión están fabricadas generalmente de goma, y se pueden clasificar en varios tipos: planas, trapezoidales, redondas, multi V y dentadas.



Ilustración 9: transmisión por correa dentada

- **Transmisión por cadena:** las cadenas de transmisión son la mejor opción para aplicaciones donde se quiera transmitir grandes pares de fuerza y donde los ejes de transmisión se muevan en un rango de velocidades de giro entre medias y bajas.

Las transmisiones por cadena son transmisiones robustas, que permiten trabajar en condiciones ambientales adversas y con temperaturas elevadas, aunque requieren lubricación. Además proporcionan una relación de transmisión fija entre las velocidades y ángulo de giro de los ejes de entrada y salida, lo que permite su aplicación en automoción y maquinaria general que lo requiera.

Por la función a desarrollar, la cadena elegida es del tipo, cadena de transmisión de potencia, cuya aplicación es transmitir la potencia entre ejes que giran a unas determinadas revoluciones por minuto.

A su vez, la cadena, se puede encuadrar por la geometría que presentan sus eslabones o enlaces en cadena de rodillos, ya que posee un rodillo cilíndrico adicional montado sobre el casquillo. Los rodillos se montan sueltos, de manera que pueden girar libremente sobre el casquillo. Esto mejora el rozamiento entre la cadena y la rueda dentada sobre la que engrana.

La cadena quedará definida por:

- ✓ **P:** paso, distancia entre centro de bulón y centro de bulón.
- ✓ **b_1 :** anchura interior, distancia entre las mallas interiores.
- ✓ **d_1 :** diámetro de rodillo.

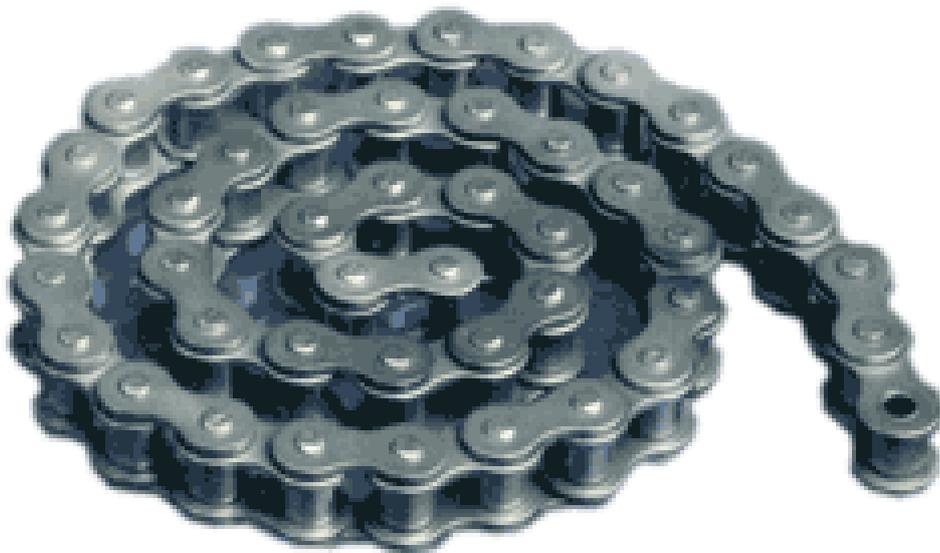


Ilustración 10: cadena de rodillos

2. Datos de partida:

En este apartado se comentarán brevemente los datos con los que se parten desde un primer momento hasta su posterior análisis.

El análisis de una caja de cambios funcional y económicamente competente es un proceso largo, costoso y lleno de contratiempos. Las grandes compañías dedican equipos de ingenieros sólo a este cometido. Por ello, se ha decidido basar el presente trabajo, en una caja de cambios homologada por la normativa española (Normas UNE)

En la siguiente imagen se puede observar la caja de cambios:

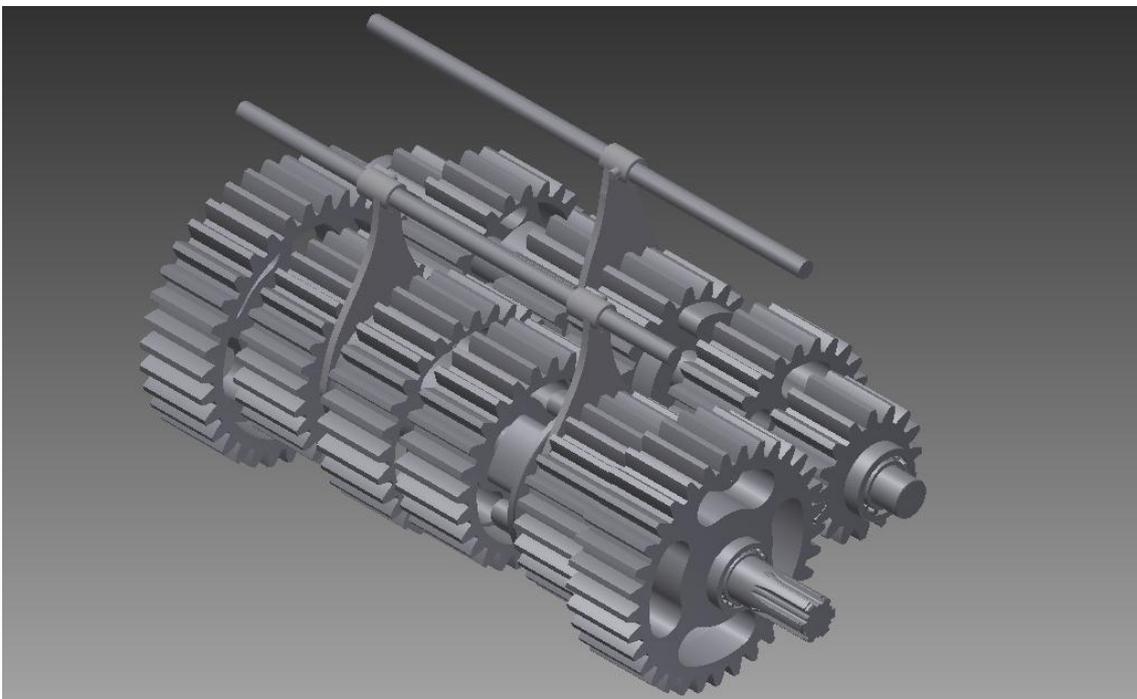


Ilustración 11: caja de cambios AUTODESK INVENTOR

A continuación se mostrará una tabla con los datos de partida utilizados:

Motor	Honda CBR 600 F4i
Relación primera velocidad	12-34
Relación segunda velocidad	22-28
Relación tercera velocidad	17-27
Relación cuarta velocidad	19-28
Relación quinta velocidad	23-27
Relación sexta velocidad	16-33
Distancia entre ejes	115 mm

Tabla 2: datos de partida

El motor utilizado es el siguiente:



Ilustración 12: motor Honda CBR 600 F4i



3. Análisis caja de cambios:

La caja de cambios de un vehículo, en este caso una motocicleta, es la encargada de transmitir la velocidad al propio vehículo.

Los componentes de la caja de cambios son: los ejes, los engranajes y los sincronizadores, que tienen que soportar los esfuerzos y tensiones mecánicas a los que estarán sometidos durante su utilización, por lo que estos componentes tendrán que cumplir una serie de valores de resistencia.

Para comprobar si cumplen estos valores de resistencia, se recurre a las normas AGMA donde quedan establecidos unos requisitos mínimos de funcionamiento.



Requisitos técnicos del análisis:

Antes de comenzar con el análisis de la caja de cambios, se debe establecer una serie de requisitos que una vez finalizado el análisis, se deben cumplir, para así asegurarse el buen rendimiento del mismo.

Los requisitos establecidos son tres:

i. Funcionalidad: las dimensiones de la caja de cambios tanto de longitud como de altura deben ser lo mínimas posibles para poder alojarse dentro del cárter de la motocicleta, y así estar bañadas con el mismo aceite que el motor. Además de cumplir este requisito, también deberá estar montado de manera que si fuera necesario realizar algún tipo de arreglo o simple mantenimiento se pueda acceder con facilidad y con un fácil despiece.

Este dimensionado de la caja, se transforma en un ahorro de peso y coste, por lo que la moto será más ligera, pero todo ello garantizando la seguridad del conductor.

ii. Rigidez: lo más importante de la caja de cambios, es que tanto los engranajes como los ejes donde van montados los engranajes, soporten las cargas producidas, para optimizar el funcionamiento de la caja. Para ello, antes de comenzar con el cálculo, se debe realizar un primer boceto de aproximación de las dimensiones de cada elemento.

Los dientes de cada engranaje, deben soportar una serie de fuerzas tangenciales y radiales, que producen un desgaste prematuro de los dientes, por lo que se deberá calcular los esfuerzos por flexión y fatiga de los dientes.

En cambio, en los ejes se producen tensiones debidas a flexión y a torsión, por lo que las dimensiones del eje tanto de longitud como de diámetro, deben ser las adecuadas para soportarlas.

iii. Ligereza: mediante la ligereza del conjunto, se conseguirá un menor peso global de la motocicleta, por lo que la velocidad máxima será mayor, pero habrá que tener cuidado con el aligeramiento de la caja de cambios puesto que si los ejes son demasiado finos o los engranajes demasiado pequeños o estrechos, se podría correr el riesgo de que no soporten las reacciones generadas.

Caja de cambios elegida:

Finalmente, la caja de cambios elegida para calcular y analizar es una caja de cambios manual de seis velocidades.

Se ha elegido este tipo de caja de cambios por su mayor facilidad de montaje, para uso particular, frente a una caja de cambios automática. Se ha escogido una caja de cambios de seis velocidades por el seguimiento de los estándares de las motocicletas en el mercado actual.

A continuación, se mostrará una imagen de la caja de cambios inicial desarrollada en el presente trabajo:

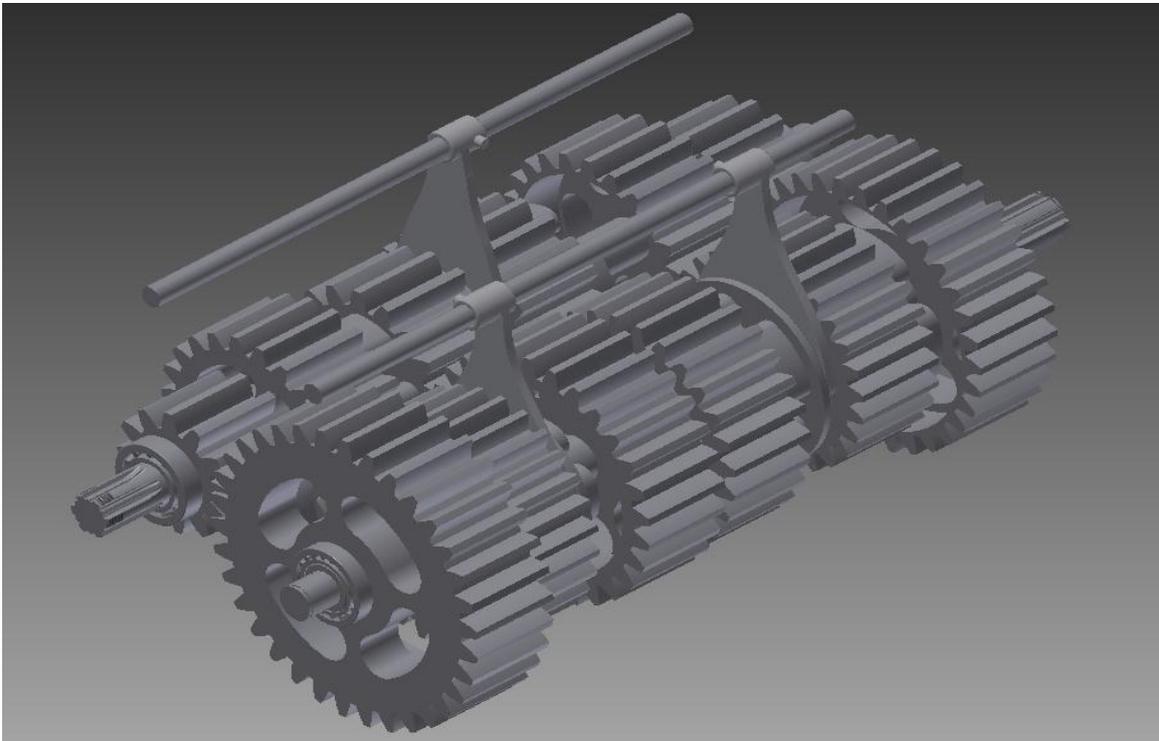


Ilustración 13: caja de cambios desarrollada en AUTODESK INVENTOR



Método de trabajo:

En este apartado se hace referencia al conjunto de procesos y métodos de trabajo que se llevan a cabo para calcular y analizar una caja de cambios.

Para el cálculo y análisis de este y trabajo, se ha seguido el siguiente proceso:

- Esbozo de análisis: la caja de cambios ha sido analizada mediante el programa informático AUTODESK INVENTOR, pero antes de comenzar con el análisis a ordenador, se ha realizado un boceto dibujado a mano alzada para poder hacerse una idea de cómo iba a ser el mecanismo.

A continuación, se muestra la imagen del boceto:

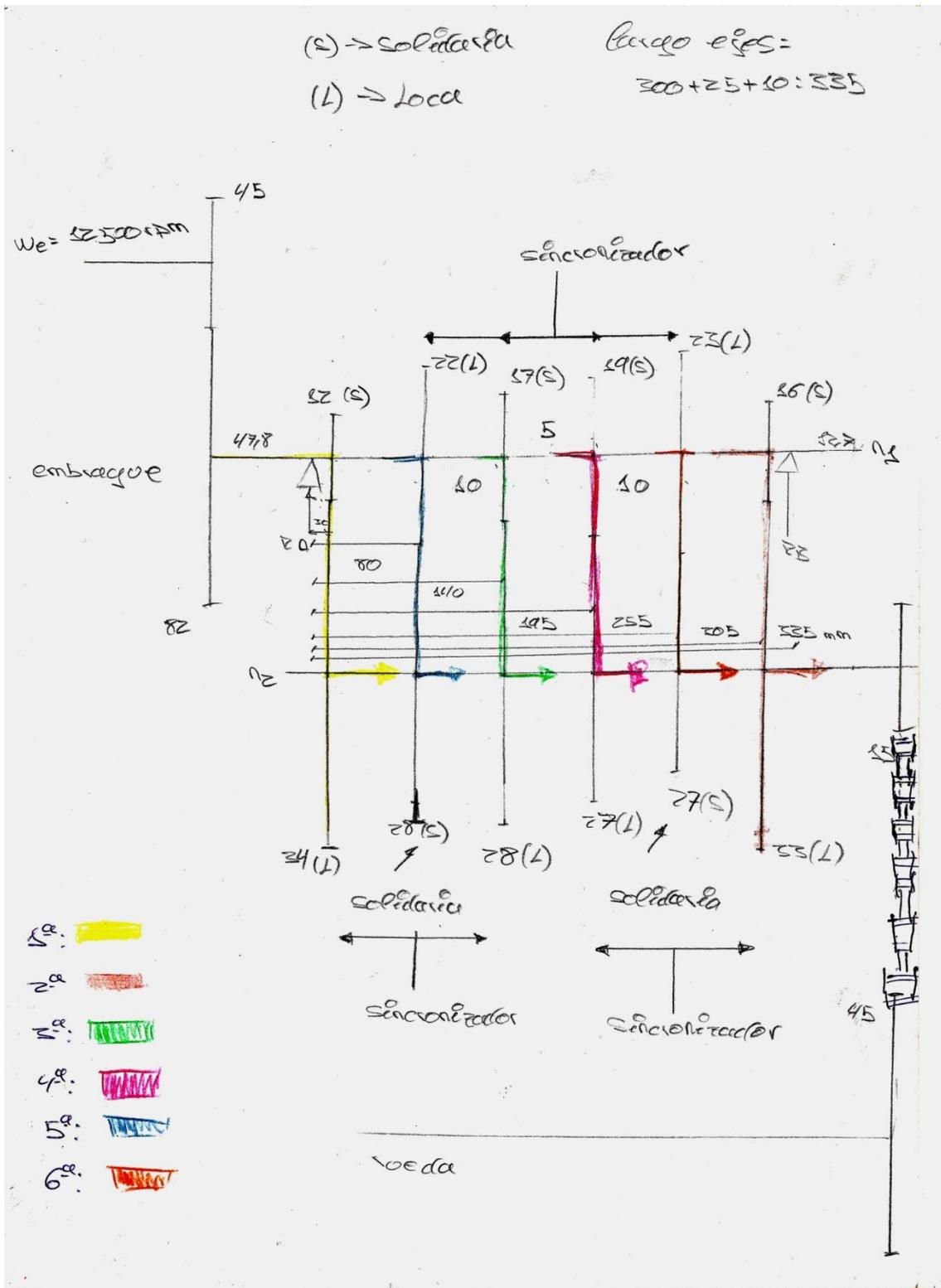


Ilustración 14: boceto caja de cambios de seis velocidades



Una vez hecho el boceto principal del mecanismo a analizar, se empieza a pensar las medidas necesarias para el análisis.

- Búsqueda de información: una vez decidido el tipo de caja de cambios a analizar, se comienza a buscar información en revistas especializadas, en la red y en libros, para así tener una idea de las medidas necesarias para el cálculo, como, las relaciones de transmisión, materiales...

Una gran ayuda, ha sido poder contar con una caja de cambios real, conseguida en un taller (Talleres nico), la cual me ha servido como guía para el análisis y funcionamiento.

- Obtención del modelo: gracias a toda la información recogida y las ideas adquiridas del modelo real, se decide elaborar el análisis de una caja de cambios de seis velocidades.

Se parte de un modelo inicial que posteriormente podrá ser modificado según los condicionantes de cargas y/o parámetros de análisis utilizados.

- Modelado de la caja: en este punto del trabajo era necesario un programa que sirviera de ayuda para el desarrollo por ordenador de la estructura. El programa elegido fue **AUTODESK INVENTOR**.

Antes de comenzar a dibujar directamente sobre el ordenador se realizaron algunas hipótesis de las medidas de los elementos estructurales con la información recopilada anteriormente y que posteriormente podría ser modificada por la necesidad de un reanálisis tras la obtención de los resultados de los análisis que más adelante se detallarán.

Mediante **AUTODESK INVENTOR**, se fueron creando uno a uno todos los elementos que componen tanto la caja de cambios como el kit de transmisión y la rueda, para después ensamblarlos juntos.

4. Elementos de la caja de cambios:

Los diferentes elementos que forman la caja de cambios se señalan a continuación, donde se definirán y se detallará su funcionamiento.

Ejes:

La caja está compuesta por dos ejes

i) Eje primario: está sujeto por la carcasa del embrague y la del alternador, el eje primario se apoya en ellas mediante rodamientos. En el eje se mecanizan unas acanaladuras para el asentamiento de los piñones.

Sobre el eje se montan cada uno de los piñones primarios de cada marcha, los piñones marcados con una X, en la imagen siguiente, son a su vez piñones y sincronizadores (estos giran solidarios al eje sobre el que van montados)

ii) Eje secundario: la caja de cambios a analizar en este trabajo, consta de un solo eje secundario, el cual gravita en la carcasa del cambio y en la del embrague mediante rodamientos. Al igual que en el eje primario, se mecanizan unas acanaladuras para el asentamiento de los engranajes solidarios al eje.

Sobre el eje se montan cada uno de los engranajes secundarios de cada marcha.

En la imagen siguiente se puede observar que los engranajes marcados con una X son a su vez engranajes y sincronizadores.

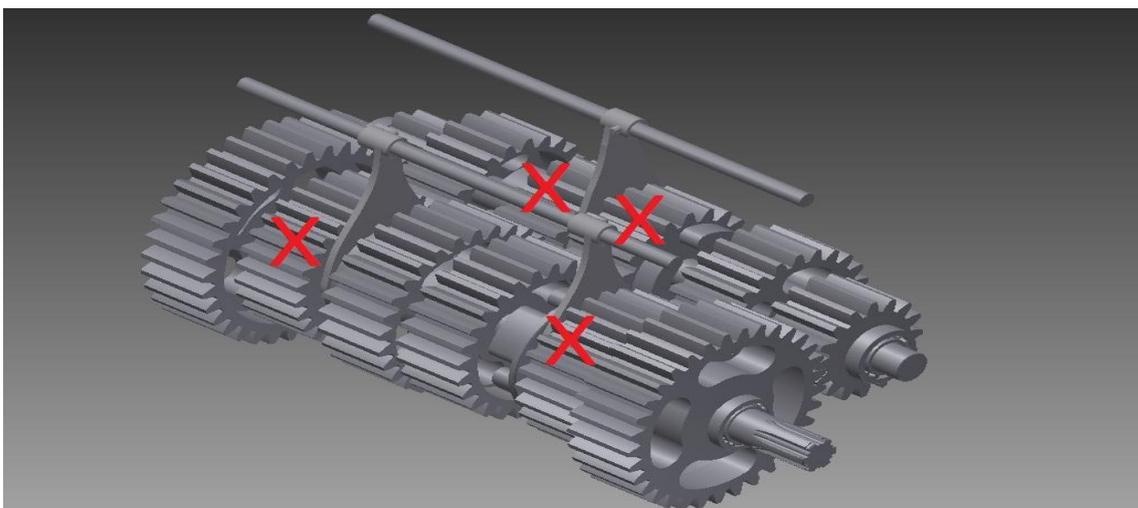


Ilustración 15: engranajes y sincronizadores

Engranajes:

El movimiento de entrada lo efectúa el eje primario, que gira solidario al motor, cuando el embrague está en posición de reposo, mientras que el movimiento de salida se efectúa mediante el eje secundario. En ambos ejes existen dos tipos de engranajes, los primeros son a su vez piñones y sincronizadores, que giran solidarios al eje sobre el que van montados, y los segundos, son engranajes locos, esto quiere decir que giran libremente, transmitiendo el movimiento al eje a través de los piñones sincronizadores.

Una vez que el movimiento se ha transmitido al eje secundario, este transmite la potencia a un piñón que estará guiado mediante una cadena a la corona que dará la potencia a la rueda trasera que propulsa la moto.

De esta manera es como se transmite el movimiento a la moto en cada relación de transmisión.

En la siguiente imagen, se puede observar la disposición de los engranajes, piñón de arrastre, corona, cadena, llanta y rueda en su correcto montaje.

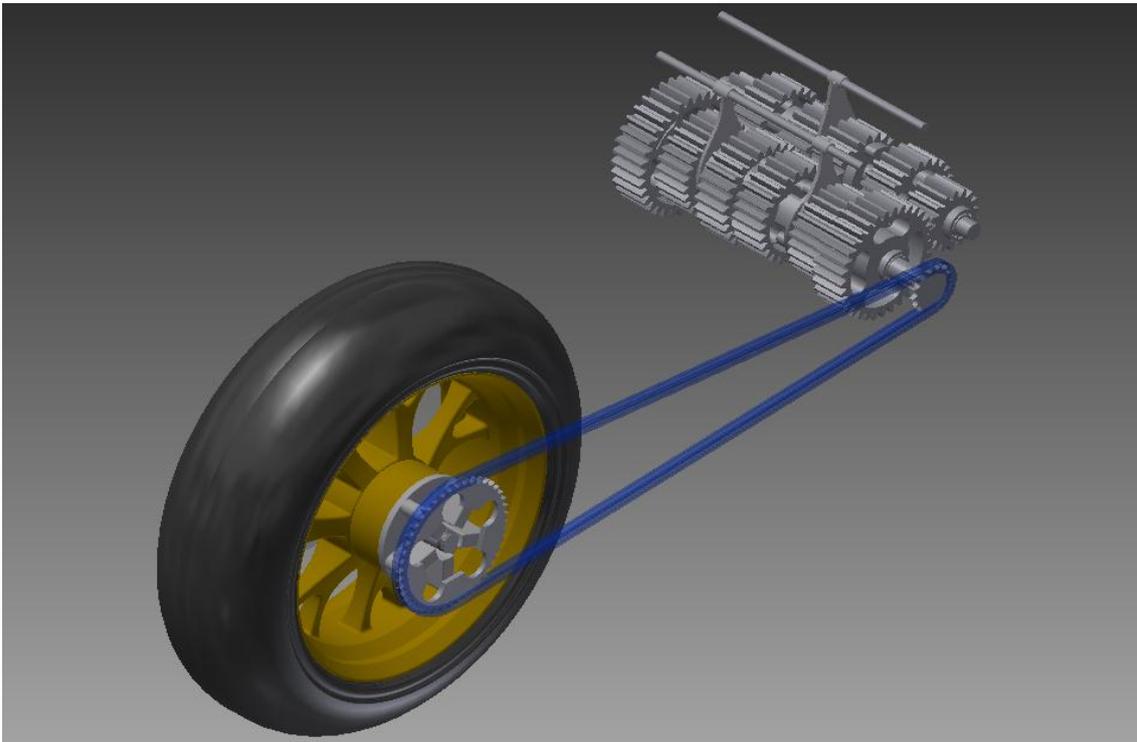


Ilustración 16: montaje final



Rodamientos:

Los rodamientos van a ser los encargados de soportar cada uno de los ejes de los que consta la caja de cambios.

A continuación se dará una breve explicación sobre los rodamientos y los diferentes tipos que existen en el mercado, para así poder seleccionar el rodamiento que más se adecue a la caja de seis velocidades elegida.

i. Introducción: los rodamientos son un tipo soporte de ejes o cojinetes que emplean pequeños elementos rodantes para disminuir la fricción entre las superficies giratorias, dado que la resistencia de fricción por rodadura es menor que la resistencia de fricción por deslizamiento.

Las ventajas del empleo de los rodamientos en lugar de los cojinetes de fricción son:

- Menor fricción en los procesos transitorios (especialmente en el arranque).
- Poseen capacidad para soportar cargas y combinaciones de cargas radiales y axiales.
- Exigen menor espacio axial.
- La lubricación es más sencilla y pueden trabajar a mayores temperaturas sin requerir mantenimiento riguroso.
- Fundamentalmente son elementos estandarizados y fáciles de seleccionar.

Sin embargo presentan algunos inconvenientes frente a los cojinetes de fricción:

- Tienen mayor peso.
- Exige mayor espacio radial.
- Su instalación posee algo de complejidad y dispositivos especiales.
- Poseen una durabilidad menor en virtud de las altas tensiones que deben soportar los elementos rodantes.

ii. Descripción de los rodamientos: el principio básico de funcionamiento de un rodamiento, radica en la reducción de la magnitud de la fuerza de rozamiento con la superficie base, introduciendo elementos rodantes pequeños, en

consecuencia la fuerza de fricción opuesta al movimiento es mucho menor. Al introducir elementos rodantes se hace posible facilitar el movimiento entre los elementos en contacto por las características de rodadura propias de estos. Muchas veces, debido a esta circunstancia, estos elementos son llamados "cojinetes antifricción" pero en realidad la fricción se halla siempre, aunque en menor magnitud.

En la imagen que se muestra a continuación se pueden ver los diferentes elementos que componen un rodamiento.

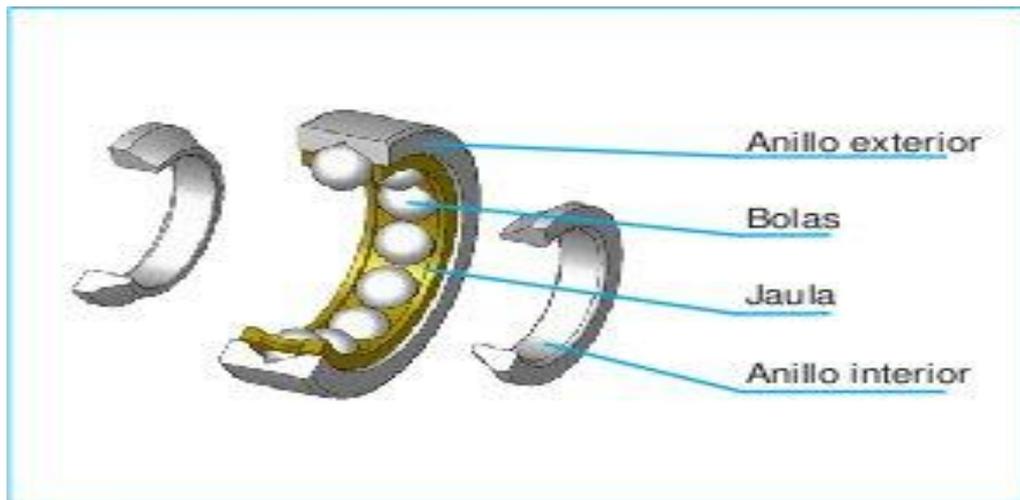


Ilustración 17: partes rodamiento 1

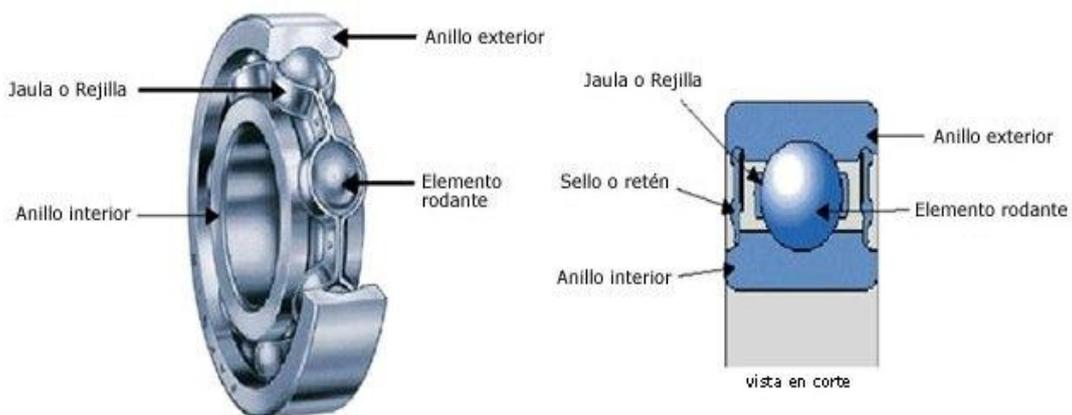


Ilustración 18: partes rodamiento 2

Existen diferentes tipos de rodamientos pero se pueden distinguir de acuerdo a la geometría de los elementos rodantes en los siguientes grupos:

- a) Rodamientos de bolas: capaces de desarrollar velocidades más altas.
- b) Rodamientos de rodillos: pueden soportar cargas más altas.

De acuerdo al tipo de carga que deben soportar los rodamientos, se dividen en:

- a) Rodamientos radiales
- b) Rodamientos axiales

Los rodamientos de varias hileras poseen mayor capacidad de carga. Para aumentar la capacidad de carga radial se suelen utilizar rodamientos con abertura de entrada o los de contacto angular que permiten un mayor número de elementos rodantes en contacto por hilera. Sin embargo este incremento de la capacidad de carga radial reduce la capacidad de carga axial.

Para permitir desalineaciones considerables se utilizan rodamientos autoalineantes.

Para el presente análisis, al tener un alto régimen de revoluciones por minuto y aunque la caja de cambios esté compuesta por engranajes de dientes rectos, se crearán cargas radiales y posibles cargas axiales, debidas a defectos de fabricación, montaje y uso, en los ejes, por lo que se decide utilizar rodamientos de rodillos cónicos de una hilera, que son capaces de soportar estas cargas de empuje de los ejes.

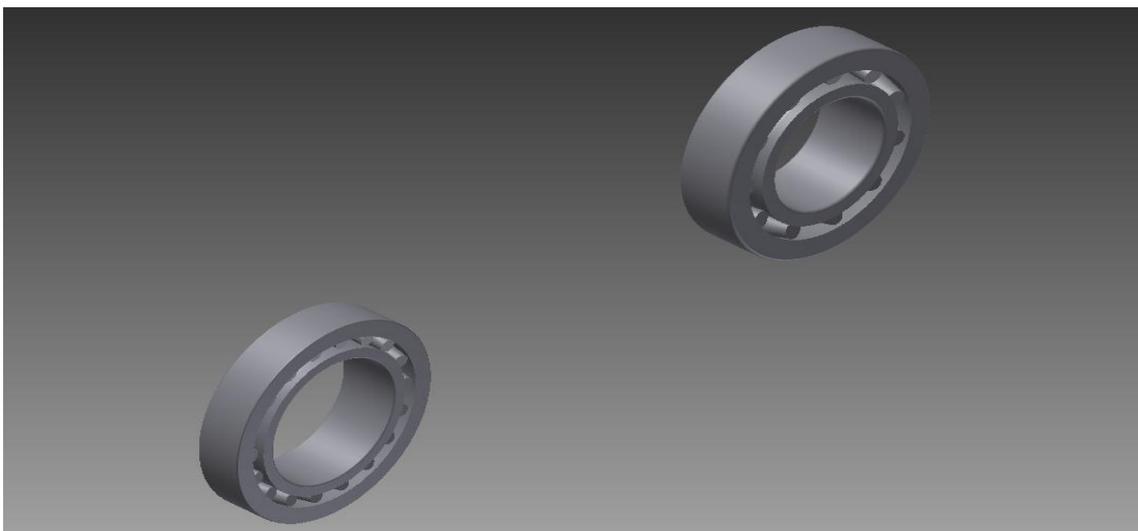


Ilustración 19: rodamientos rodillos cónicos AUTODESK INVENTOR



iii. Capacidad de carga básica estática: se define la capacidad de carga básica estática (C_0) como la carga que produce una deformación permanente total del elemento rodante y de la pista de rodadura en el punto de contacto más cargado, igual a una diez milésima del diámetro del elemento rodante ($10^{-4} \cdot D$)

La definición de esta propiedad es fundamental en el proceso de selección del rodamiento.



Resumen de elementos de transmisión:

Los elementos de transmisión que componen la caja de cambios son los siguientes:

- Eje primario: contiene los engranajes:
 - M_1 : piñón primera marcha
 - M_2 : piñón segunda marcha
 - M_3 : piñón tercera marcha
 - M_4 : piñón cuarta marcha
 - M_5 : piñón quinta marcha
 - M_6 : piñón sexta marcha

- Eje secundario: contiene los engranajes
 - C_1 : rueda primera marcha
 - C_2 : rueda segunda marcha
 - C_3 : rueda tercera marcha
 - C_4 : rueda cuarta marcha
 - C_5 : rueda quinta marcha
 - C_6 : rueda sexta marcha

Configuración de las marchas:

El esquema del movimiento para las diferentes marchas de la motocicleta queda de la siguiente manera

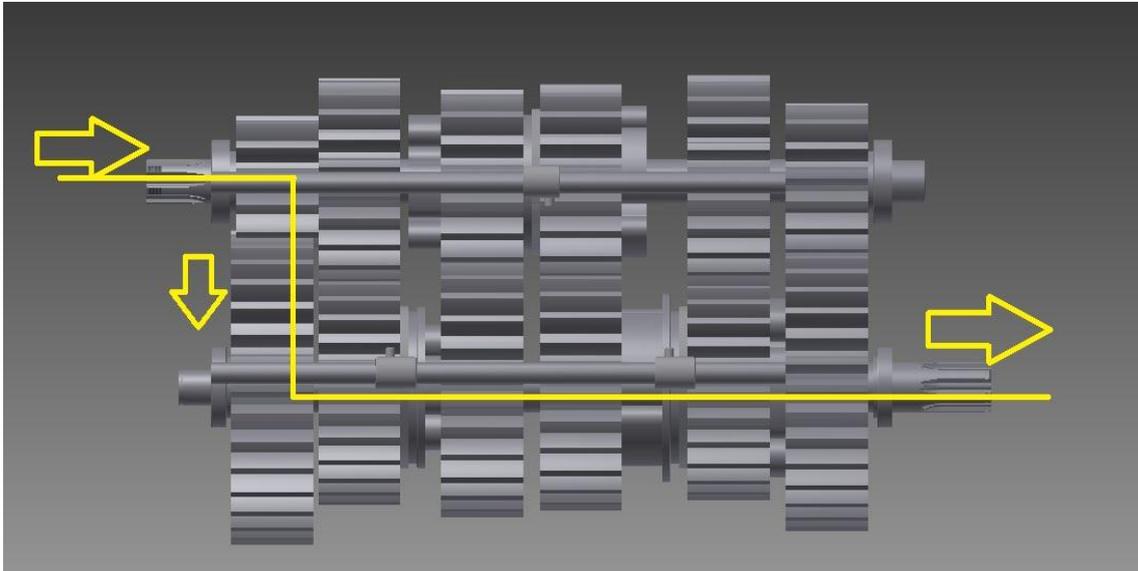


Ilustración 20: primera velocidad

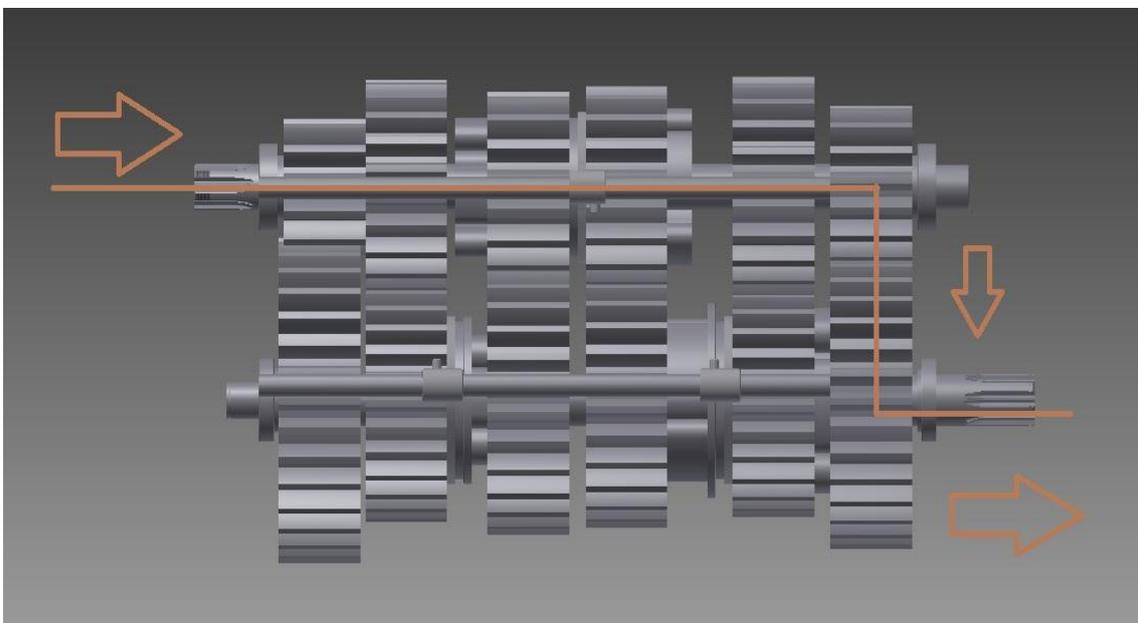


Ilustración 21: segunda velocidad

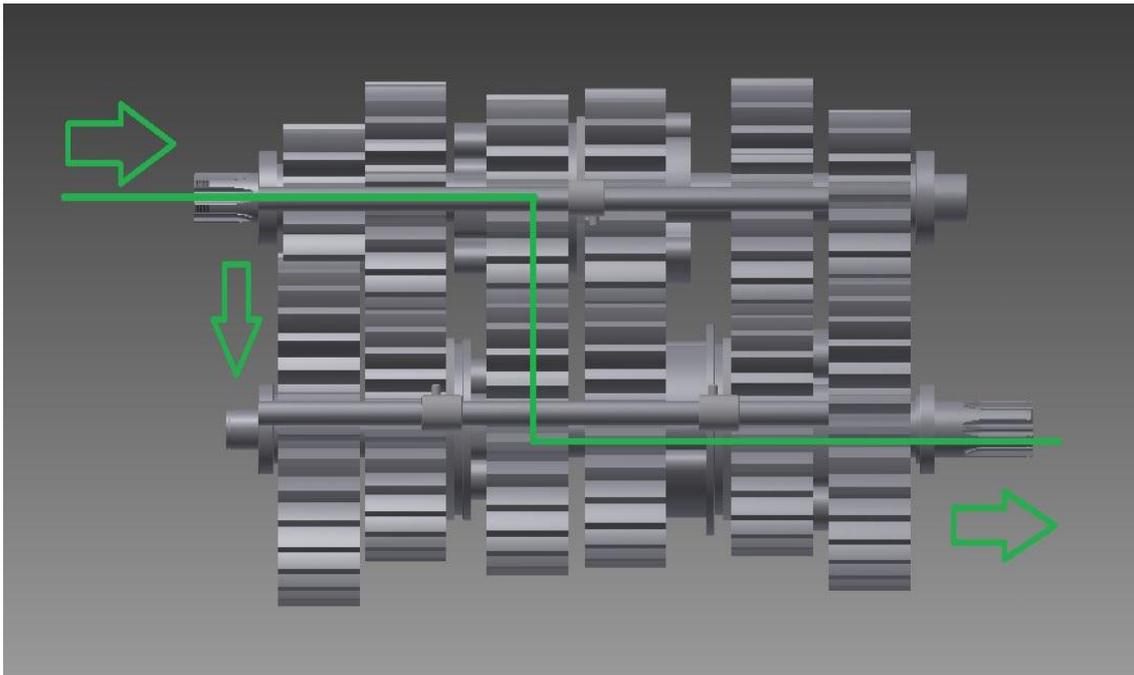


Ilustración 22: tercera velocidad

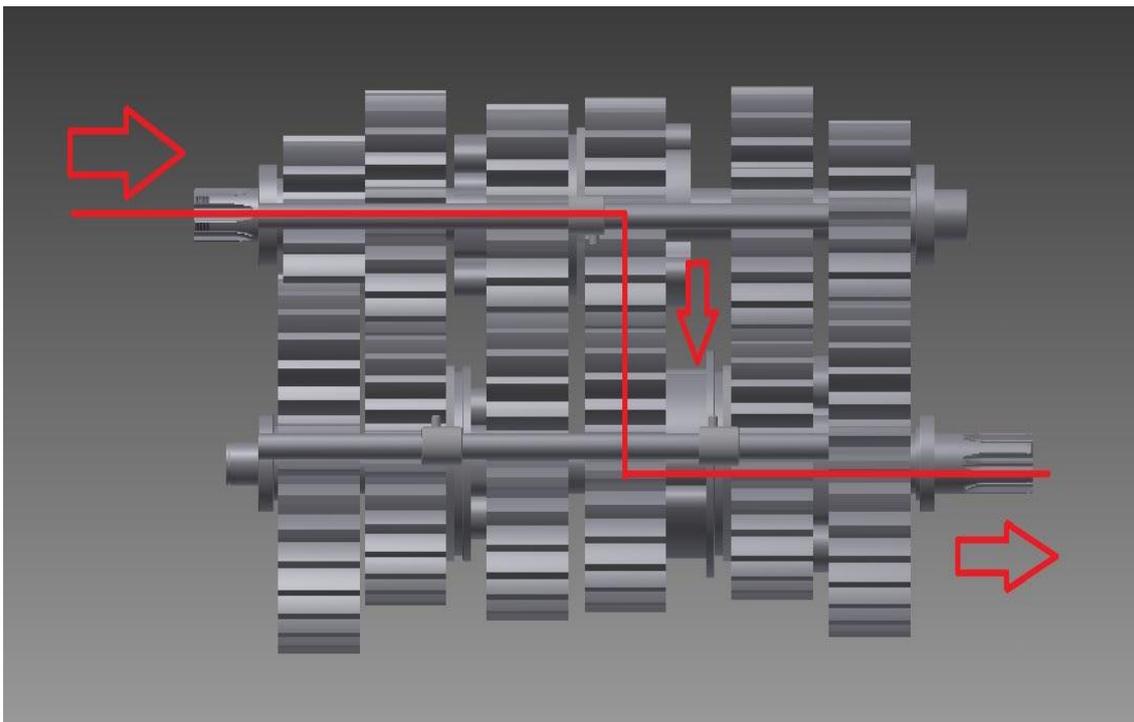


Ilustración 23: cuarta velocidad

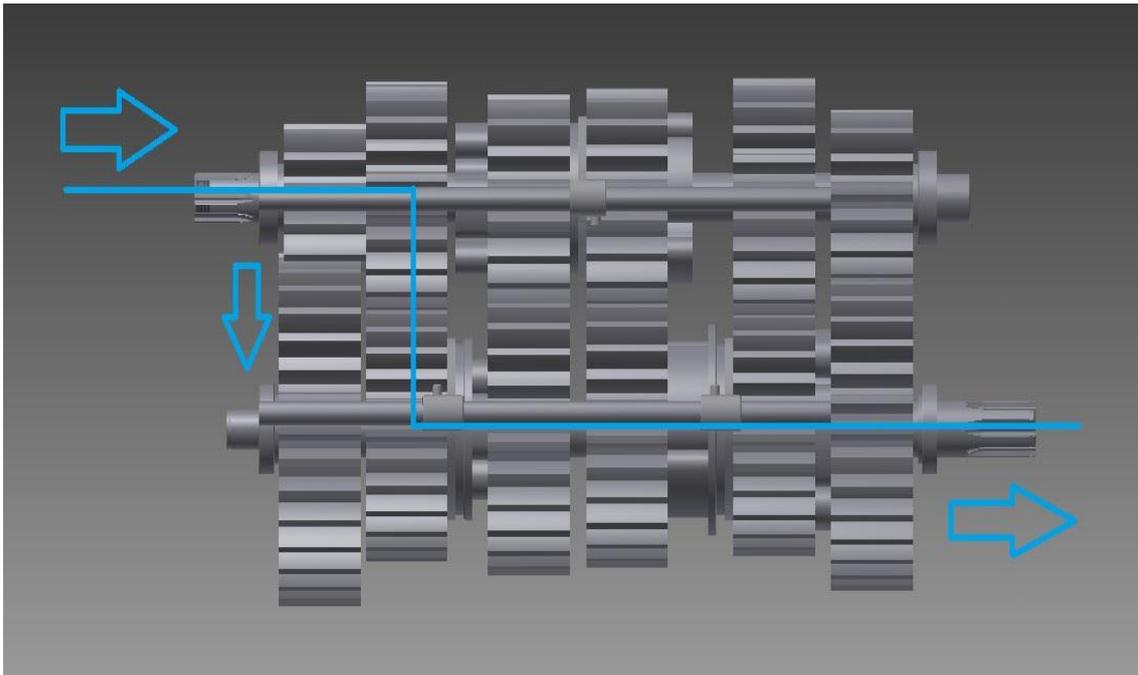


Ilustración 24: quinta velocidad

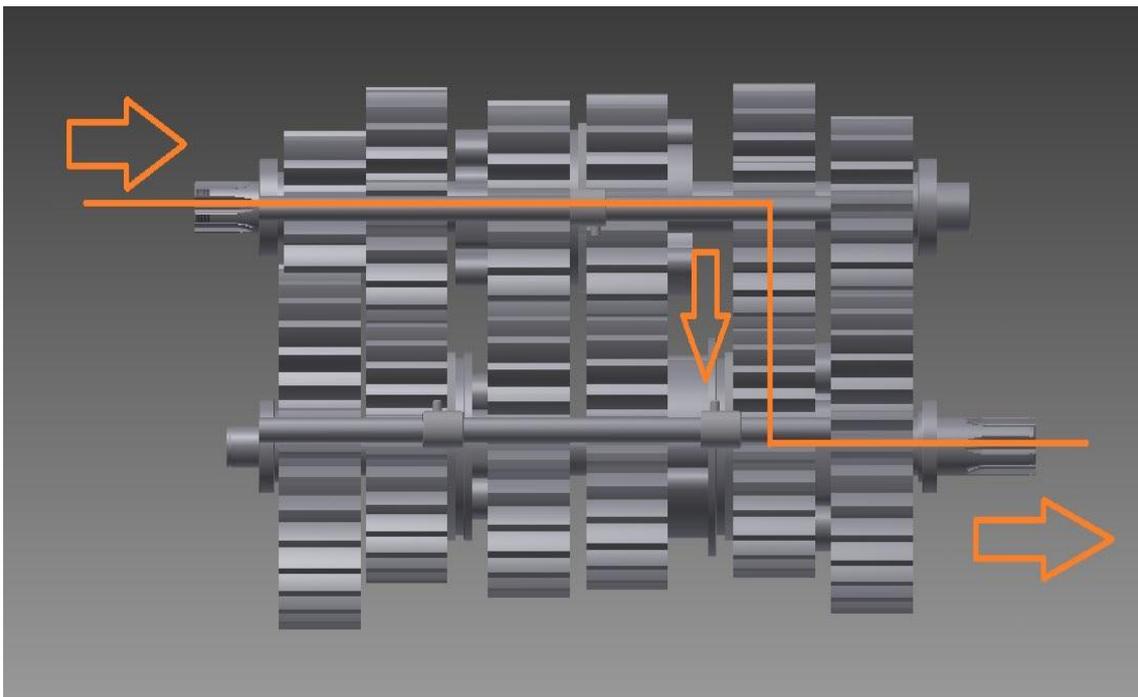


Ilustración 25: sexta velocidad

Mecanismos de sincronización:

La función de los sincronizadores es la de igualar las velocidades del eje y del piñón y hacerlos solidarios, para que así pueda engranar la marcha deseada. En la caja de cambios a analizar los sincronizadores son a su vez algunos de los piñones y ruedas, ahorrando así espacio y peso.

Los sincronizadores llevan un estriado interno que coincide con el estriado del eje sobre el que van montados, y los "dientes" situados en las caras laterales encajan en el lateral de la rueda dentada que está situada a su lado, haciendo así que los dos giren solidarios al eje.

Sólo los sincronizadores giran solidarios a los ejes, el resto de ruedas dentadas giran "locas".

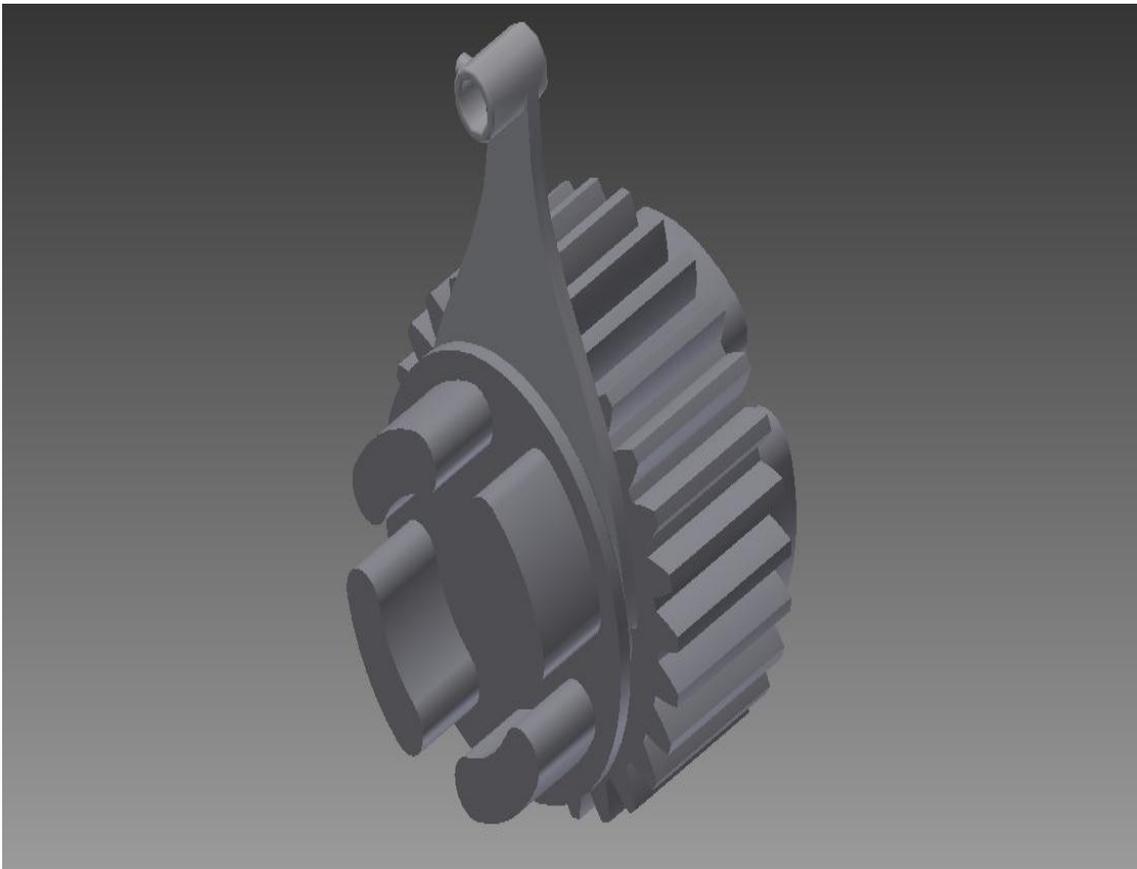


Ilustración 26: piñón-sincronizador

Mediante la palanca del selector (ubicada en la estribera izquierda y accionada con ese mismo pie) se gira un timón horizontal, que a su vez gira el tambor selector, que desplaza las horquillas. La palanca es una leva externa unida a una barra de acero, que atraviesa el cárter horizontalmente, y es accionada por el pie izquierdo. Cuando la



palanca de selección es presionada hacia abajo, desde el punto muerto, hace girar el tambor selector, este a las levas correspondientes y estas a los piñones-sincronizadores que engranan la primera velocidad. En las demás velocidades, la secuencia es la misma, con la única diferencia de que, para subir marchas la palanca se moverá hacia arriba y para bajarlas, hacia abajo. Estando el punto muerto está situado entre primera y segunda.



Cadena de transmisión:

En apartados anteriores se detalló la cadena a usar y las principales partes que la componen, pero para poder elegir una cadena han de conocerse como mínimo los siguientes valores para la transmisión de la fuerza:

- ❖ Potencia a transmitir: $P = 82000 \text{ W}$
- ❖ Velocidad de la rueda conductora: $V_{m\acute{a}x} = 231,21 \text{ Km/h}$
- ❖ Relación de transmisión: $i = \frac{Z_2}{Z_1}$
- ❖ Condiciones de trabajo de la transmisión: Ambiente limpio, lubricada con aceite para cadenas.
- ❖ Distancia entre ejes: $D_{(1-2)} = 115 \text{ mm}$

Todos estos valores se detallarán en profundidad en el apartado de cálculos.

5. Resultado final y valoración personal:

En este apartado se analizarán los resultados obtenidos en el análisis de la caja de cambios.

Se podrá observar una imagen del mecanismo al completo realizado en **AUTODESK INVENTOR**, pudiendo así ver el montaje final con todos los elementos externos a la caja de cambios, como el kit de transmisión, llanta, neumático, portacorona y disco de freno.

Como conclusión, se podría decir que se han conseguido alcanzar los objetivos marcados. Se ha calculado y analizado una caja de cambios junto a su kit de transmisión.

A continuación se podrá observar el ensamblado de la transmisión y la caja de cambios. Como se puede ver es una caja manual de seis velocidades. Los motivos por los que se optó por esta caja de cambios ya han sido explicados en apartados anteriores de la memoria.

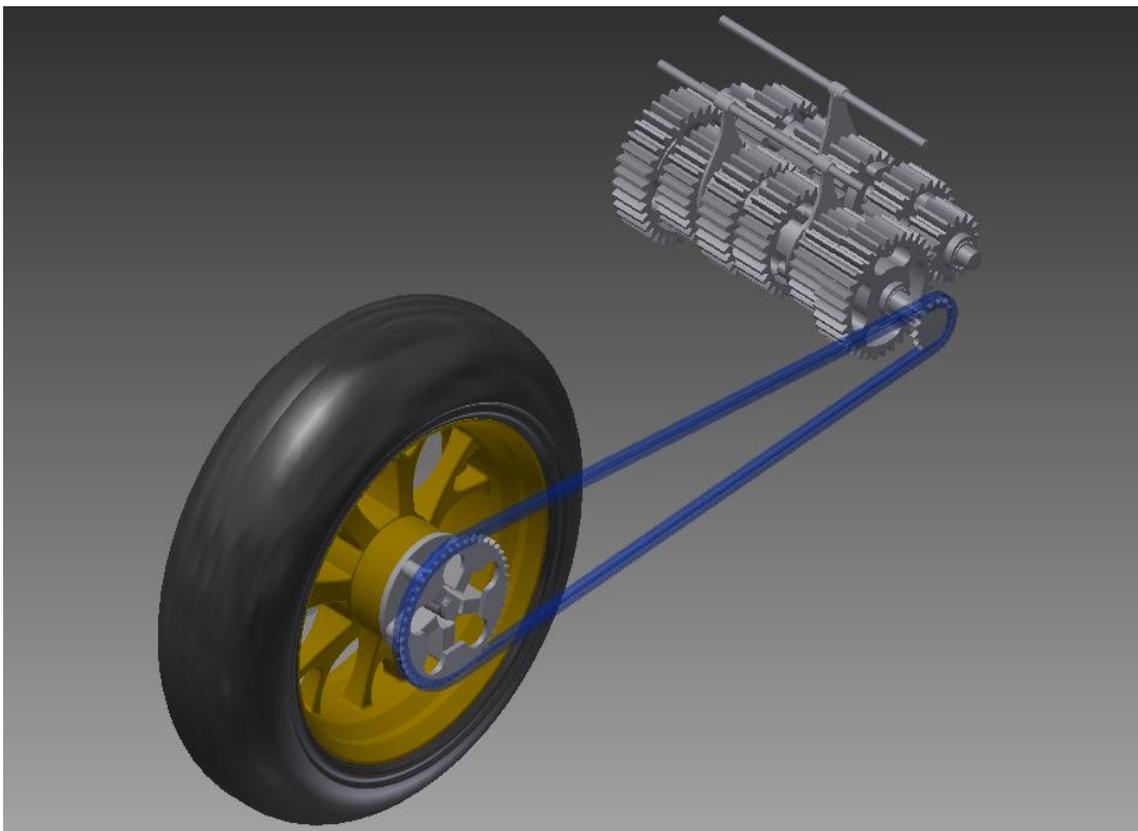


Ilustración 27: ensamble completo AUTODESK INVENTOR



Como valoración personal del presente trabajo, puedo decir que he obtenido conocimientos de cómo trabaja una caja de cambios manual. He comprendido a su vez el sistema de transmisión y la disposición y análisis de los diferentes componentes de la caja de cambios para el funcionamiento de la motocicleta.

A parte de entender el funcionamiento teórico de la caja de cambios, también he aprendido a asociar y desarrollar lo estudiado en diferentes asignaturas de la carrera cómo son: teoría de mecanismos, ampliación de teoría de mecanismos, cálculo de máquinas, diseño de máquinas, mecánica, elasticidad y resistencia de materiales, es decir, la gran mayoría de asignaturas impartidas durante los tres cursos de la carrera. Otro punto importante del trabajo ha sido el de comprender como utilizar bibliografía técnica para poder desarrollar cada parte al máximo, obteniendo información extra como teoría y fórmulas.

Y para finalizar, por supuesto, he adquirido conocimientos para realizar un trabajo de ingeniería, aprendiendo a desarrollar una memoria, a realizar cálculos, a utilizar programas de diseño y a estructurar un trabajo para su posterior desarrollo.



CÁLCULOS





1. CÁLCULOS

A continuación se explicarán los cálculos necesarios para el análisis de la caja de cambios descrita anteriormente, comprobando así, si es capaz de soportar las condiciones extremas de cada componente.

Caja de cambios:

La caja de cambios elegida presenta las siguientes relaciones: ¹

EMBRAGU E	PRIMER A	SEGUND A	TERCER A	CUART A	QUINT A	SEXTA	TRANSMISIÓ N
82-45 (1,822)	34-12 (2,833)	33-16 (2,062)	28-17 (1,647)	27-19 (1,421)	28-22 (1,272)	27-23 (1,173)	45-15 (3)

Tabla 3: relación velocidades caja de cambios

Análisis de la caja de cambios:

- Características de la motocicleta:
 - Potencia máxima: 110 C.V (82 Kw) a 12500 rpm
 - Par máximo: 65Nm a 10500 rpm
 - Peso: 196 Kg

- Reducción en la caja de cambios:
 - primera velocidad: 1:2,833
 - segunda velocidad: 1:2,062
 - tercera velocidad: 1:1,647
 - cuarta velocidad: 1:1,421
 - quinta velocidad: 1:1,272
 - sexta velocidad: 1:1,173

- Diámetro de las ruedas: $17''=0,4318$ m
- Reducción de la cadena: 1:3
- Coeficiente de rodadura: 0,02
- Rendimiento de la transmisión: 0,85

¹ las relaciones de las velocidades que se encuentran en la tabla 3, hacen referencia al Nº de dientes de la rueda conducida-Nº de dientes del piñón conductor($\frac{Z_r}{Z_p}$)



1. Cálculo de velocidades angulares máximas

ω_e = velocidad angular de entrada = 12500 rpm

La velocidad angular de entrada se usa para calcular la velocidad angular del eje principal a través de la relación principal de los piñones fijos del embrague:

$$n_1 = \frac{45}{82} \cdot 12500 = 6859,76 \text{ rpm}$$

Ahora se calcula la velocidad del eje secundario (n_2) en cada marcha seleccionada:

$$\text{marcha } 1^a: n_2 = \frac{12}{34} \cdot 6859,76 = 2421,09 \text{ rpm}$$

$$\text{marcha } 2^a: n_2 = \frac{16}{33} \cdot 6859,76 = 3325,94 \text{ rpm}$$

$$\text{marcha } 3^a: n_2 = \frac{17}{28} \cdot 6859,76 = 4164,85 \text{ rpm}$$

$$\text{marcha } 4^a: n_2 = \frac{19}{27} \cdot 6859,76 = 4827,24 \text{ rpm}$$

$$\text{marcha } 5^a: n_2 = \frac{22}{28} \cdot 6859,76 = 5389,81 \text{ rpm}$$

$$\text{marcha } 6^a: n_2 = \frac{23}{27} \cdot 6859,76 = 5843,5 \text{ rpm}$$

La relación del kit de transmisión secundario, viene dada por:

$$\frac{Z_p}{Z_c} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$



ultiplicando esta relación por la velocidad angular del eje secundario en cada marcha se obtiene la velocidad angular que posee la rueda en cada marcha:

$$\text{marcha } 1^{\text{a}}: n_3 = \frac{1}{3} \cdot 2421,09 = 807,03 \text{ rpm}$$

$$\text{marcha } 2^{\text{a}}: n_3 = \frac{1}{3} \cdot 3325,94 = 1108,65 \text{ rpm}$$

$$\text{marcha } 3^{\text{a}}: n_3 = \frac{1}{3} \cdot 4164,85 = 1388,283 \text{ rpm}$$

$$\text{marcha } 4^{\text{a}}: n_3 = \frac{1}{3} \cdot 4827,24 = 1609,08 \text{ rpm}$$

$$\text{marcha } 5^{\text{a}}: n_3 = \frac{1}{3} \cdot 5389,81 = 1796,61 \text{ rpm}$$

$$\text{marcha } 6^{\text{a}}: n_3 = \frac{1}{3} \cdot 5843,5 = 1947,83 \text{ rpm}$$

2. Cálculo de la velocidad máxima:

Con los datos obtenidos anteriormente, ya se puede calcular la velocidad a máxima potencia para cada marcha de la caja de cambios. Para calcular la velocidad es necesario saber la medida del neumático trasero y de la llanta sobre la que se monta. En este caso se tienen unas medidas de neumático:

180/55ZR17

Para calcular la velocidad, es necesario saber el diámetro de la rueda (\varnothing):

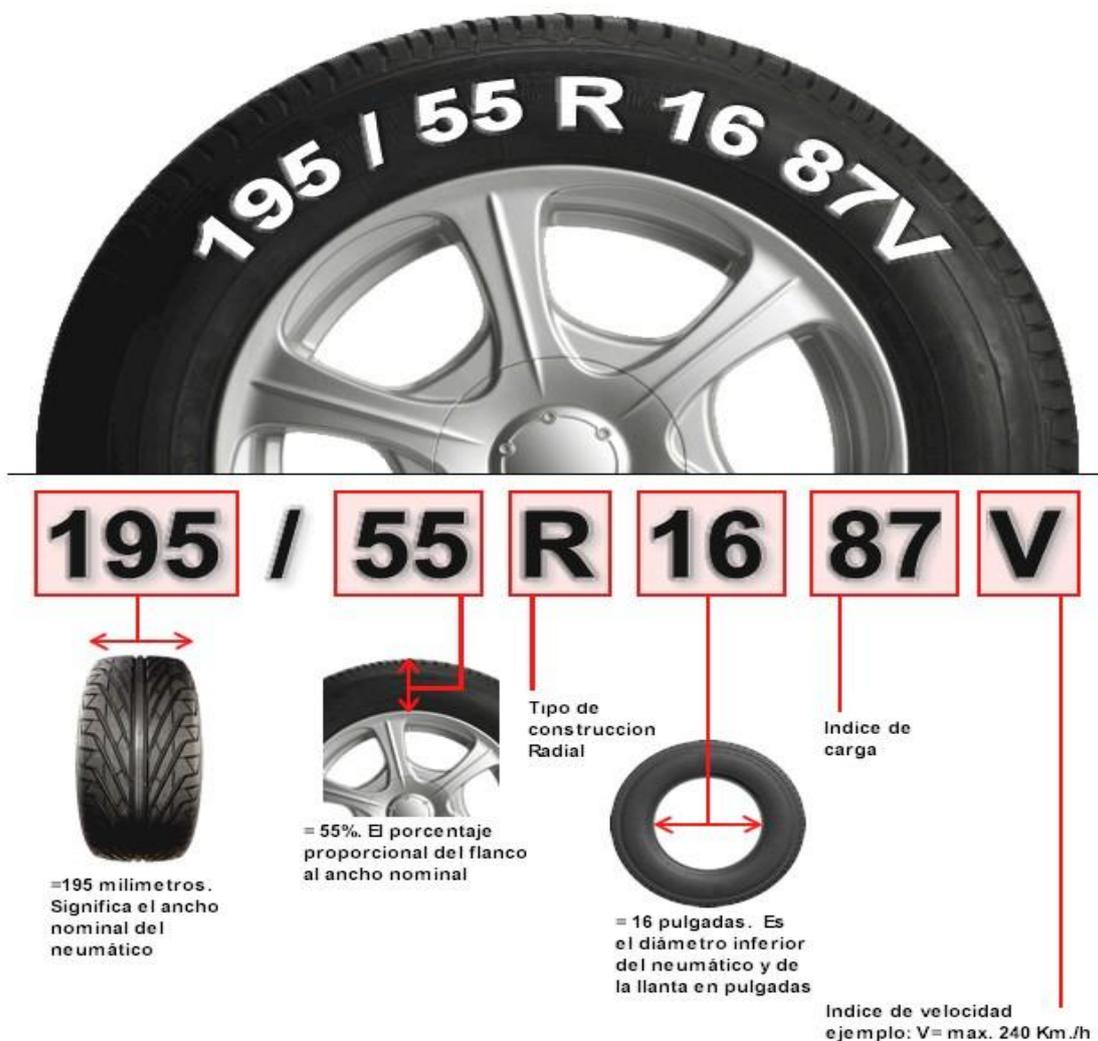


Ilustración 28: leyenda medidas neumático



El diámetro de la rueda (\emptyset) es la suma del diámetro de la llanta mas el doble del perfil del neumático.

El diámetro de la llanta es igual a 17", para pasarlo a mm, se multiplica por:

$$17" \cdot 25,4 \text{ mm} = 431,8 \text{ mm}$$

El perfil del neumático es:

$$55\% \text{ de } 180 = \frac{180}{55} = 99 \text{ mm}$$

Por lo tanto el diámetro de la rueda es:

$$\phi_r = d_{ll} + 2P_n = 431,8 + (2 \cdot 99) = 629,8 \text{ mm} = 0,6298 \text{ m}$$

Ahora ya se puede calcular la velocidad de la motocicleta a máxima potencia para cada marcha de la caja de cambios:

$$V = \frac{\Pi \cdot \phi \cdot n_c \cdot 60}{1000}$$

$$k = \frac{\Pi \cdot \phi \cdot 60}{1000}$$

$$V = K \cdot n_c$$



Donde:

$$V = \text{velocidad} \left(\frac{\text{Km}}{\text{h}} \right)$$

$$\Pi = 3,14$$

$$\phi = \text{diámetro de la rueda (m)}$$

$$k = \text{constante}$$

Utilizando las formulas anteriores se obtiene:

$$K = \frac{\Pi \cdot 0,6298 \cdot 60}{1000} = 0,1187$$

$$V(1^{\text{a}} \text{ marcha}) = K \cdot n_c = 0,1187 \cdot 807,03 = 95,79 \text{ Km/h}$$

$$V(2^{\text{a}} \text{ marcha}) = K \cdot n_c = 0,1187 \cdot 1108,65 = 131,6 \text{ Km/h}$$

$$V(3^{\text{a}} \text{ marcha}) = K \cdot n_c = 0,1187 \cdot 1388,283 = 164,79 \text{ Km/h}$$

$$V(4^{\text{a}} \text{ marcha}) = K \cdot n_c = 0,1187 \cdot 1609,08 = 191 \text{ Km/h}$$

$$V(5^{\text{a}} \text{ marcha}) = K \cdot n_c = 0,1187 \cdot 1796,61 = 213,26 \text{ Km/h}$$

$$V(6^{\text{a}} \text{ marcha}) = K \cdot n_c = 0,1187 \cdot 1947,83 = 231,21 \text{ Km/h}$$

Con estos resultados se puede observar que la velocidad máxima de este vehículo cuando desarrolla su máxima potencia es de 231, 21 Km/h. Este dato no coincide con el que proporciona el fabricante que es de 250 Km/h, ya que la velocidad máxima del vehículo es mayor que la de la máxima potencia y llegaría hasta la velocidad angular en que se produce el corte de inyección del motor.

Sabiendo que este motor ofrece la máxima potencia a 12500 rpm, se puede crear un gráfico y así saber a qué velocidad es conveniente actuar sobre la caja de cambios y poder escoger la marcha adecuada.

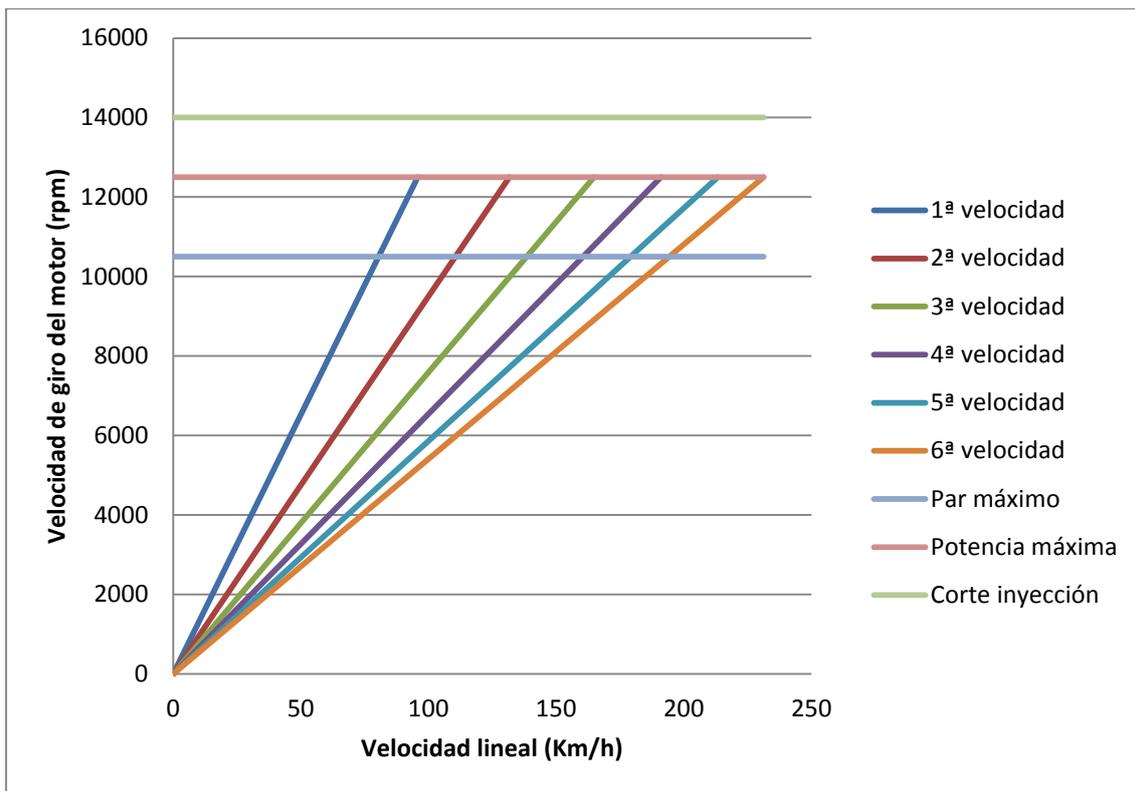


Ilustración 29: gráfico velocidad óptima



3. Cálculo de la velocidad cuando el motor funciona con su par máximo:

Para obtener la velocidad cuando el motor funciona con el valor de su par máximo hay que comenzar calculando las velocidades angulares máximas, en rpm, en todas las reducciones:

- Eje principal:

$$n_1 = \frac{45}{82} \cdot 10500 = 5762,195 \text{ rpm}$$

- Eje secundario:

$$1^{\text{a}} \text{ marcha: } n_2 = \frac{12}{34} \cdot 5762,195 = 2033,72 \text{ rpm}$$

$$2^{\text{a}} \text{ marcha: } n_2 = \frac{16}{33} \cdot 5762,195 = 2793,79 \text{ rpm}$$

$$3^{\text{a}} \text{ marcha: } n_2 = \frac{17}{28} \cdot 5762,195 = 3498,48 \text{ rpm}$$

$$4^{\text{a}} \text{ marcha: } n_2 = \frac{19}{27} \cdot 5762,195 = 4054,88 \text{ rpm}$$

$$5^{\text{a}} \text{ marcha: } n_2 = \frac{22}{28} \cdot 5762,195 = 4527,44 \text{ rpm}$$

$$6^{\text{a}} \text{ marcha: } n_2 = \frac{23}{27} \cdot 5762,195 = 4908,54 \text{ rpm}$$



• Eje rueda:

$$1^{\text{a}} \text{ marcha: } n_3 = \frac{1}{3} \cdot 2033,72 = 677,91 \text{ rpm}$$

$$2^{\text{a}} \text{ marcha: } n_3 = \frac{1}{3} \cdot 2793,79 = 931,263 \text{ rpm}$$

$$3^{\text{a}} \text{ marcha: } n_3 = \frac{1}{3} \cdot 3498,48 = 1166,16 \text{ rpm}$$

$$4^{\text{a}} \text{ marcha: } n_3 = \frac{1}{3} \cdot 4054,88 = 1351,63 \text{ rpm}$$

$$5^{\text{a}} \text{ marcha: } n_3 = \frac{1}{3} \cdot 4527,44 = 1509,15 \text{ rpm}$$

$$6^{\text{a}} \text{ marcha: } n_3 = \frac{1}{3} \cdot 4908,54 = 1636,18 \text{ rpm}$$

A partir del diámetro de la rueda (ϕ) = 0,6298 m, y usando la constante (K):

$$K = \frac{\pi \cdot \phi \cdot 60}{1000} = \frac{\pi \cdot 0,6298 \cdot 60}{1000} = 0,1187$$

La velocidad es:

$$V = K \cdot n_p$$

Por lo tanto, en cada marcha queda:

$$V(1^{\text{a}} \text{ velocidad}) = K \cdot n_p = 0,1187 \cdot 677,91 = 80,47 \text{ Km/h}$$

$$V(2^{\text{a}} \text{ velocidad}) = K \cdot n_p = 0,1187 \cdot 931,263 = 110,54 \text{ Km/h}$$

$$V(3^{\text{a}} \text{ velocidad}) = K \cdot n_p = 0,1187 \cdot 1166,16 = 138,42 \text{ Km/h}$$

$$V(4^{\text{a}} \text{ velocidad}) = K \cdot n_p = 0,1187 \cdot 1351,63 = 160,44 \text{ Km/h}$$

$$V(5^{\text{a}} \text{ velocidad}) = K \cdot n_p = 0,1187 \cdot 1509,15 = 179,14 \text{ Km/h}$$

$$V(6^{\text{a}} \text{ velocidad}) = K \cdot n_p = 0,1187 \cdot 1636,18 = 194,215 \text{ Km/h}$$



4. Cálculo de la aceleración correspondiente a cada velocidad máxima de la motocicleta:

Se obtiene a partir de la fórmula:

$$a_p = \frac{14051,84 \cdot (\varphi \cdot N)}{r_c \cdot r_d \cdot n_m \cdot D \cdot Q}$$

Donde

$\varphi = \text{rendimiento de la transmisión} = 0,85$

$N = \text{potencia del motor en C.V.} = 110 \text{ C.V.}$

$r_c = \text{reducción caja de cambios}$

$r_d = \text{reducción en la cadena}$

$n_m = \text{rpm del motor}$

$D = \text{diámetro de las ruedas en metros}$

$Q = \text{peso total de la motocicleta en Kg}$

ahora bien, en cada marcha se obtiene:

$$a_{p1} = \frac{14051,84 \cdot (0,85 \cdot 110)}{\frac{12}{34} \cdot \frac{1}{3} \cdot 12500 \cdot 0,6298 \cdot 196} = 7,24 \text{ m/s}^2$$

Aunque esta fórmula también se puede expresar de esta otra manera, siendo así más fáciles los cálculos:

$$a_{pn} = a_{p(n-1)} \cdot \frac{r_{c(n-1)}}{r_{cn}}$$



Por lo que las aceleraciones correspondientes a cada velocidad de la caja de cambios son:

$$a_{p2} = a_{p1} \cdot \frac{r_{c1}}{r_{c2}} = 7,24 \cdot \frac{12/34}{16/33} = 5,27 \text{ m/s}^2$$

$$a_{p3} = a_{p2} \cdot \frac{r_{c2}}{r_{c3}} = 5,27 \cdot \frac{16/33}{17/28} = 4,21 \text{ m/s}^2$$

$$a_{p4} = a_{p3} \cdot \frac{r_{c3}}{r_{c4}} = 4,21 \cdot \frac{17/28}{19/27} = 3,63 \text{ m/s}^2$$

$$a_{p5} = a_{p4} \cdot \frac{r_{c4}}{r_{c5}} = 3,63 \cdot \frac{19/27}{22/28} = 3,25 \text{ m/s}^2$$

$$a_{p6} = a_{p5} \cdot \frac{r_{c5}}{r_{c6}} = 3,25 \cdot \frac{22/28}{23/27} = 3 \text{ m/s}^2$$



5. Cálculo de la aceleración para cada velocidad, cuando el motor funciona con su par máximo:

Se obtiene a partir de la fórmula:

$$a_p = \frac{2 \cdot \varphi \cdot g \cdot M_m}{r_c \cdot r_d \cdot D \cdot Q}$$

Donde

$\varphi =$ rendimiento de la transmisión = 0,85

$g =$ aceleración de la gravedad = 9,8 m/s²

$M_m =$ par máximo en Kg · m = 6,63 Kg · m

$r_c =$ reducción caja de cambios

$r_d =$ reducción de la cadena

$D =$ diámetro de la rueda en metros

$Q =$ peso total de la motocicleta en Kg

en cada marcha se obtiene:

$$a_{p1} = \frac{2 \cdot 0,85 \cdot 9,8 \cdot 6,63}{\frac{12}{34} \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,6298 \cdot 196} = 7,6 \text{ m/s}^2$$

como en el apartado anterior, la aceleración se puede calcular de la siguiente forma:

$$a_{pn} = a_{p(n-1)} \cdot \frac{r_{c(n-1)}}{r_{cn}}$$

por lo que las aceleraciones en cada marcha quedan:

$$a_{p2} = a_{p1} \cdot \frac{r_{c1}}{r_{c2}} = 7,6 \cdot \frac{12/34}{16/33} = 5,53 \text{ m/s}^2$$

$$a_{p3} = a_{p2} \cdot \frac{r_{c2}}{r_{c3}} = 5,53 \cdot \frac{16/33}{17/28} = 4,42 \text{ m/s}^2$$

$$a_{p4} = a_{p3} \cdot \frac{r_{c3}}{r_{c4}} = 4,42 \cdot \frac{17/28}{19/27} = 3,81 \text{ m/s}^2$$

$$a_{p5} = a_{p4} \cdot \frac{r_{c4}}{r_{c5}} = 3,81 \cdot \frac{19/27}{22/28} = 3,41 \text{ m/s}^2$$

$$a_{p6} = a_{p5} \cdot \frac{r_{c5}}{r_{c6}} = 3,41 \cdot \frac{22/28}{23/27} = 3,15 \text{ m/s}^2$$

Para aprovechar al máximo el rendimiento del carburante, así como la vida del motor, el régimen de giro del motor deberá ser lo más próximo a la velocidad de régimen de par máximo. Para obtener la máxima aceleración el régimen de giro del motor deberá ser lo más próximo a la velocidad de régimen de potencia máxima. El mantener el régimen de giro del motor próximo a lo deseado mientras aumenta la velocidad de la motocicleta se consigue con una transmisión de varias velocidades.

En la gráfica adjunta en el apartado 2, se han representado las relaciones de velocidades y las correspondientes relaciones de transmisión de la caja de cambios. De esta gráfica se puede obtener que si se mantiene la primera velocidad, la velocidad de giro del motor (en función de la velocidad lineal de la motocicleta) está definida por la primera recta. Al cambiar a la segunda velocidad se pasa a la segunda recta, con lo que, si la velocidad de la moto se mantiene constante, la velocidad de giro del motor será menor.

El momento adecuado para cambiar de marcha depende de la intención del conductor. Si se desea obtener la máxima aceleración, se realizarán los cambios en las velocidades de la moto indicadas por cada recta al llegar a las 12500 rpm, con eso se conseguirá mantener la velocidad de giro del motor en las proximidades de la velocidad máxima de potencia y se conseguirá el régimen máximo de aceleración de la motocicleta.



Si se desea optimizar la vida del motor y su rendimiento, el conductor deberá disminuir el régimen de giro del motor, manteniéndolo próximo al del par máximo. Para ello se deberán realizar los cambios a una velocidad de la moto algo menor.



Análisis de los engranajes de la caja de cambios:

Puesto que ya se ha descrito la caja de cambios a analizar, se dispone del número de dientes tanto del piñón como de la rueda de cada relación:

Número de marcha	Relación
1ª	34-12
2ª	33-16
3ª	28-17
4ª	27-19
5ª	28-22
6ª	27-23

Tabla 4: relaciones de transmisión de la caja de cambios

1. Cálculos de diseño:

Con los datos que se conocen ya se puede empezar a realizar los cálculos. En primer lugar se realizará el diseño de las diferentes ruedas dentadas.

Posteriormente, con los resultados obtenidos, el dimensionado de los dientes, seleccionando el material y calculando todos los esfuerzos que deben soportar.

El dimensionado se realizará sobre el piñón, que es el elemento más débil en caso de usar el mismo material.

- Dimensionado de piñones y ruedas: ya se conocen el número de dientes del piñón y la rueda de cada relación de marchas, esto es debido a que anteriormente se ha descrito la caja de cambios a analizar, y por lo tanto para poder calcular las medidas de diámetros, alturas, anchuras... se tendrá que empezar por estimar una distancia entre ejes, es decir, la distancia entre centros de las ruedas dentadas. Se realiza una primera estipulación donde la suma de los radios de la rueda y del piñón será de 115 mm.

Mediante las siguientes fórmulas se obtiene los datos de la rueda y del piñón:

$$\mu_{(1-2)} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{12}{34} = 0,3529$$

$$m = \frac{D_{(1-2)} \cdot 2 \cdot \cos \beta}{Z_1 + Z_2} = \frac{115 \cdot 2 \cdot \cos(20)}{12 + 34} = 4,7$$

Para normalizar el módulo, se usará la tabla siguiente:

I	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6	8	10	12	16	20
II	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7	9	11	14	18	
III					3,25	3,75		6,5						

Tabla 5: módulo

Así, en la tabla anterior se elige un módulo superior a 4,7 y preferiblemente de la primera fila, por consiguiente:

$$m_n = 5$$

Una vez elegido el módulo a usar, se comprobará si el número de dientes es el correcto:

$$D_{(1-2)} = R_1 + R_2 = \frac{1}{2} \cdot m_n \cdot (\mu_{(1-2)} \cdot Z_1 + Z_2)$$

despejando el número de dientes de la rueda (Z_2):

$$Z_2 = \frac{D_{(1-2)} \cdot 2}{m_n \cdot (1 + \mu_{(1-2)})} = \frac{2 \cdot 115}{5 \cdot (1 + 0,3529)}$$

$$Z_2 = 34 \text{ dientes}$$



y despejando y sustituyendo en la primera ecuación:

$$Z_1 = \mu_{(1-2)} \cdot Z_2$$

$$Z_1 = 0,3529 \cdot 34$$

$$Z_1 = 12 \text{ dientes}$$

Donde:

$$D_{(1-2)} = \text{distancia entre ejes}$$

$$\mu_{(1-2)} = \text{relación de transmisión}$$

$$R_1 \text{ y } R_2 = \text{radios primitivos de cada engranaje}$$

$$m = \text{módulo}$$

$$Z_1 \text{ y } Z_2 = \text{número de dientes de cada engranaje}$$

Como se ha podido apreciar, los valores estimados son correctos, puesto que la comprobación del cálculo de los dientes muestra un error de un 0%.

Una vez hechas las comprobaciones anteriores, se comenzará a calcular las dimensiones de los engranajes.

El primer dato a calcular será la altura del diente. La altura del diente está constituida por dos zonas:

Altura de la cabeza del diente:

$$h_1 = 1 \cdot m = 1 \cdot 5 = 5 \text{ mm}$$

Altura de la base del diente:

$$h_2 = 1,25 \cdot m = 1,25 \cdot 5 = 6,25 \text{ mm}$$

Altura total del diente:

$$h = h_1 + h_2 = 5 + 6,25 = 11,25 \text{ mm}$$

Esta altura del diente, será la misma tanto para el piñón como para la rueda, puesto que el módulo en las dos ruedas dentadas debe ser el mismo.

Para el cálculo de los distintos diámetros se dispone de las siguientes fórmulas:

$$\text{Paso circular: } P_c = \pi \cdot m = \pi \cdot 5 = 15,708 \text{ mm}$$

$$\text{Diámetro primitivo: } D_p = Z \cdot m$$

$$\text{Diámetro exterior: } D_{ext} = D_p + 2 \cdot h_1$$

$$\text{Diámetro interior: } D_{int} = D_p - 2 \cdot h_2$$

Parámetro (mm)	Piñón	Rueda
P_c	15,708	15,708
D_p	60	170
D_{ext}	70	180
D_{int}	47,5	157,5

Tabla 6: medidas engranajes 1ª velocidad

El cálculo de la anchura (B) de los engranajes es muy importante, por lo tanto, tendrá que ser normalizado. Para ello, se disponen de las normas, conjunto de características geométricas predefinidas, que posibilitan la opción de intercambiar los engranajes.

Para que dos ruedas dentadas puedan acoplarse es necesario que tengan el mismo paso, el mismo ángulo de presión y que sus parámetros geométricos guarden una determinada relación.

También la normalización proporciona importantes ventajas en cuanto a la fabricación mediante fresas estándar, que abaratan los costes de fabricación.

Existen fundamentalmente dos grupos de normalización:

- ✓ Sistemas Americanos e Inglés (AGMA, ANSI)
- ✓ Sistema Europeo (DIN, ISO)

En este caso, y con el módulo ya normalizado, la anchura de los engranajes será de:

$$B = m \cdot 10 = 5 \cdot 10 = 50 \text{ mm}$$

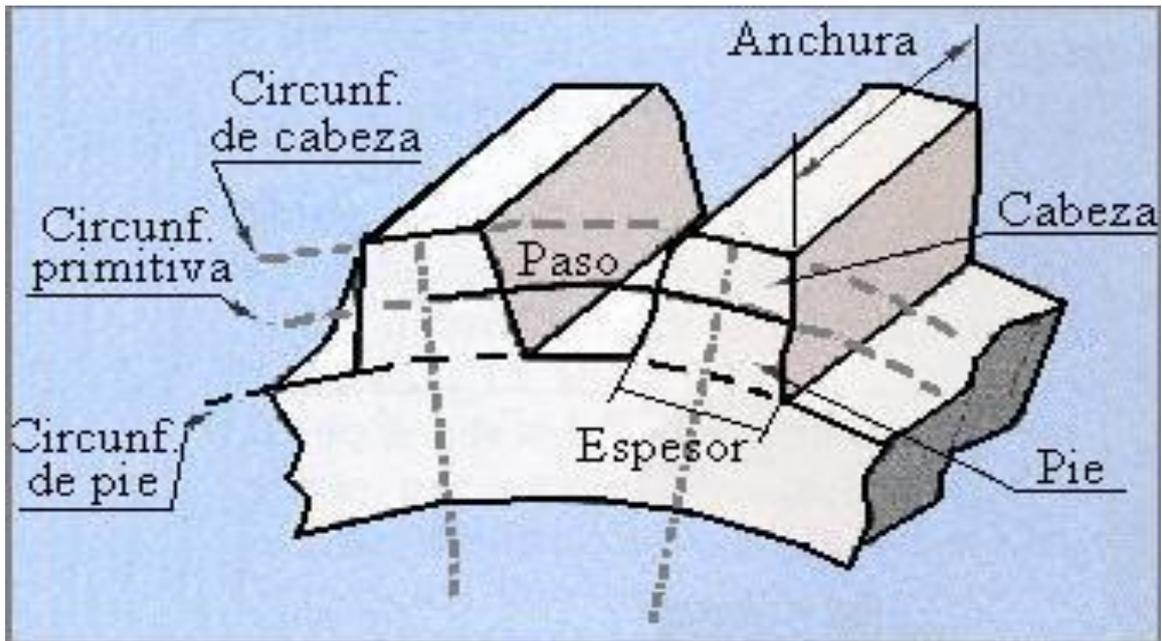


Ilustración 30: parámetros dientes engranajes

Una vez calculadas las dimensiones para cada piñón y cada rueda, se comienza con el diseño en **AUTODESK INVENTOR**. El diseño realizado es el siguiente:

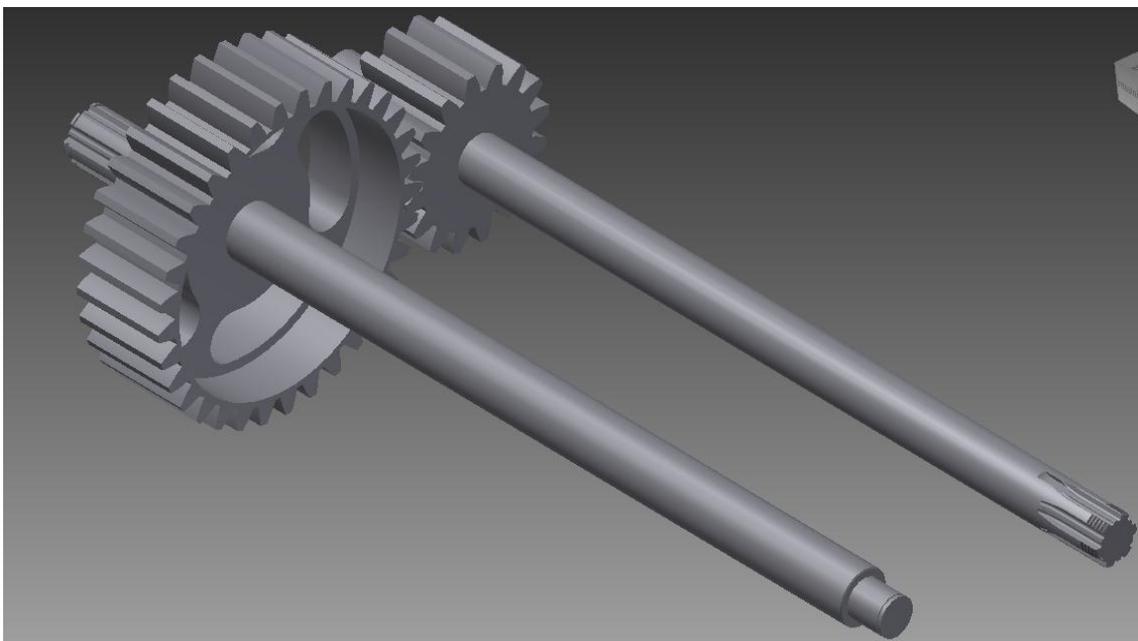


Ilustración 31: pareja de engranajes AUTODESK INVENTOR

Realizado el dimensionado del piñón y la rueda, se elaborará una tabla con las dimensiones de los piñones y ruedas de las seis velocidades de la caja de cambios:

Parámetros (mm)	Relación 1ª		Relación 2ª		Relación 3ª		Relación 4ª		Relación 5ª		Relación 6ª		Trans	
	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R
Z	12	34	16	33	17	28	19	27	22	28	23	27	15	45
m	5												4	
h ₁	5												4	
h ₂	6,25												5	
h	11,25												9	
P _c	15,71												12,57	
D _p	60	170	80	165	85	140	95	135	110	140	115	135	60	180
D _{ext}	70	180	90	175	95	150	105	145	120	150	125	145	68	188
D _{int}	47,5	157,5	67,5	152,5	72,5	127,5	82,5	122,5	97,5	127,5	102,5	122,5	50	170
B	50												40	

Tabla 7: geometría engranajes

- Cálculo de fuerzas en los dientes: después de hallar la geometría de los dientes de los engranajes, se deben analizar las fuerzas que soportan estos mismos dientes cuando se encuentran en contacto entre ellos.

En los siguientes apartados se realizará el estudio de la tensión y la resistencia del diente de un engranaje sometido a flexión y de cómo evitar la rotura de los dientes por sobrecargas elásticas o por acción de la fatiga.

Debido al movimiento de rotación que deben de transmitir los engranajes, los dientes en contacto de una pareja de ruedas dentadas deben superar las fuerzas de transmisión que genera este movimiento.

La fuerza de transmisión actúa de forma puntual sobre la parte exterior de los dientes, con una inclinación respecto a la horizontal de 20°.

Las componentes principales de esta fuerza son:

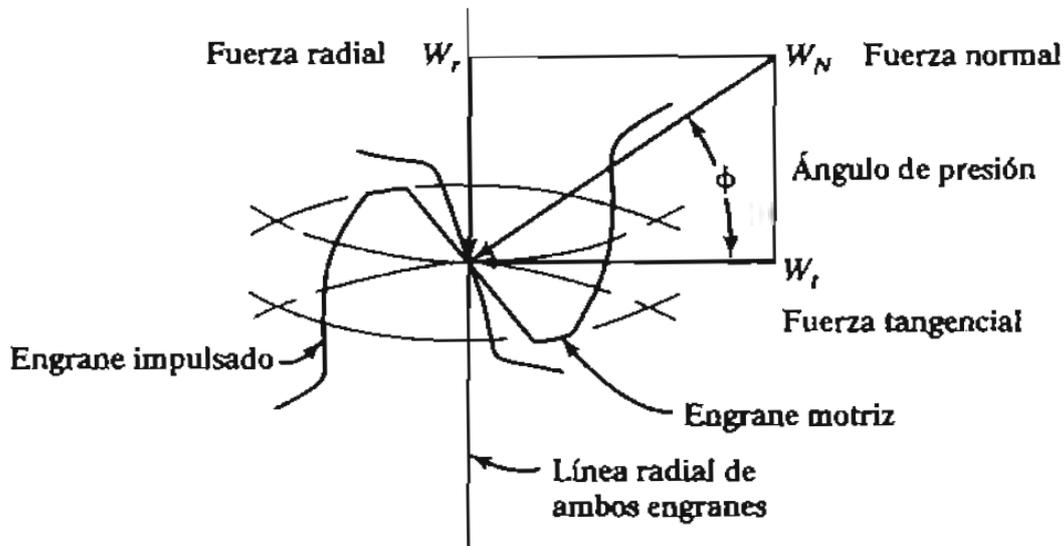


Ilustración 32: distribución fuerzas engranajes rectos

a. Fuerzas en el piñón:

➤ Fuerza tangencial de transmisión (F_t): esta fuerza genera un esfuerzo de flexión. Se expresa mediante la expresión:

$$F_t = \frac{P}{V} = \frac{82000 \text{ W}}{N \cdot \frac{D_p}{2}} = \frac{82000 \text{ W}}{12500 \cdot \frac{2\pi}{60} \cdot \frac{60}{2}} = 2,0881 \text{ KN}$$

Con

$$P = 82 \text{ KW}$$

$$N = 12500 \text{ rpm}$$

➤ Fuerza axial de transmisión (F_{ax}): esta fuerza genera un esfuerzo de flexión longitudinal. Al estar analizando engranajes rectos no existirá esta fuerza.

➤ Carga total transmitida:

$$F = \frac{F_t}{\cos \phi} = \frac{2,0881}{\cos(20)} = 2,22 \text{ KN} = \sqrt{F_t^2 + F_r^2}$$

Donde

$$\phi = \text{ángulo de presión} = 20^\circ$$

➤ Fuerza radial de transmisión (F_r): esta fuerza genera un esfuerzo de compresión. Se obtiene a partir de la expresión:

$$F_r = F_t \cdot \tan \phi = 2,0881 \cdot \tan(20) = 0,76 \text{ KN}$$

b. Esfuerzos en la rueda:

Para comenzar con el cálculo de las fuerzas en la rueda, primero se debe calcular el número de revoluciones a la salida:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$$
$$N_2 = \frac{N_1 \cdot Z_1}{Z_2} = \frac{12500 \cdot 12}{34} = 4411,76 \text{ rpm}$$

Las fuerzas en la rueda, se calculan de la misma manera que para el piñón y como la fuerza de uno de los engranajes se transmite al otro, las fuerzas en la rueda conducida son los mismos que para el piñón conductor.

Por lo tanto, las fuerzas en el piñón y en la rueda para las seis velocidades serán:

	Relación 1ª		Relación 2ª		Relación 3ª		Relación 4ª		Relación 5ª		Relación 6ª	
	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R
N (rpm)	12500	4411,76	12500	6060,61	12500	7589,29	12500	8796,3	12500	9821,43	12500	10648,15
F _t (KN)	2,0881		1,5661		1,474		1,3188		1,139		1,0895	
F (KN)	2,22		1,67		1,569		1,4		1,212		1,159	
F _r (KN)	0,76		0,57		0,54		0,48		0,415		0,3965	

Tabla 8: esfuerzos caja de cambios

- Cálculo del esfuerzo por flexión en el diente:

Para analizar un juego de engranajes, con objeto de determinar la confiabilidad correspondiente a una vida específica, es necesario analizar los esfuerzos a flexión en los dientes.

Para ello se debe elegir el material utilizado en la construcción de los engranajes, normalmente se suelen utilizar aceros. Para el caso analizado, se probará con un acero AISI 9310, que con los cálculos posteriores, se comprobará si es el material correcto para este tipo de engranajes o no.

Para obtener las tensiones que soporta el material, se consultará en la siguiente tabla:

	σ_{adm}	Dureza HB
AISI 9310	362,97 N/mm ²	250-450

Tabla 9: propiedades acero

Aplicaciones: acero de cementación para piezas de gran espesor, con resistencia en el núcleo de hasta 140 Kg/mm², utilizado para engranajes, bielas, coronas, levas, palieres que deban cumplir altas exigencias.

- Cálculo del esfuerzo por flexión:

La fórmula AGMA del esfuerzo por flexión, es una modificación de la fórmula de Lewis. Esta ecuación, tal y como se aplica a continuación, es muy útil para el análisis de la caja de cambios, debido a que aplica factores correctores a la ecuación original de Lewis que no son tenidos en cuenta en otras expresiones derivadas de la misma ecuación. Esta ecuación se puede escribir como:

$$\sigma = \frac{W_t \cdot K_a}{K_v} \cdot \frac{1}{F \cdot m} \cdot \frac{K_s \cdot K_m}{J}$$

Siendo:

$\sigma =$ *esfuerzo por flexión AGMA*

$W_t =$ *carga tangencial transmitida*

$K_a =$ *factor de aplicación*

$K_v =$ *factor dinámico*

$F =$ *ancho de cara (mm)*

$m =$ *módulo (mm)*

$K_s =$ *factor de tamaño*

$K_m =$ *factor de distribución de carga*

$J =$ *factor geométrico*

De la ecuación expuesta, se debe obtener un valor menor a una tensión admisible que es diferente de la de Lewis ($\sigma_t < \sigma_{adm}$, de lo contrario será preciso tomar un módulo mayor hasta que se cumpla $\sigma_t < \sigma_{adm}$ siendo Z_1 y Z_2 un número entero).



En este punto se comenzarán a calcular los factores de la ecuación, se utilizarán los mismos valores tanto para el piñón como para la rueda:

- $W_t = F_t =$ carga tangencial transmitida = 2,0881 KN
- $K_v =$ factor dinámico, o también llamado factor de velocidad,

tiene en cuenta lo siguiente:

- el efecto del espaciado entre dientes y de los errores de su perfil.
- el efecto de la velocidad en la línea de paso y la velocidad angular (rpm).
- la inercia y la rigidez de todos los elementos rotatorios.
- la carga transmitida por milímetro de ancho de cara.
- la rigidez del diente.
- la vibración de los dientes durante el embone (ajuste).
- desgaste de las partes en contacto.
- deformación de las partes en contacto.
- pérdida de alineamiento del eje o el árbol.
- deflexión lineal o angular del eje o árbol.
- fricción entre los dientes.

Para intentar evitar estos efectos, en la medida de lo posible se utilizará unos índices de control de calidad (Q_v), que marcan las tolerancias permitidas.

En el sistema internacional se usa:

$$K_v = \left(\frac{A}{A + (200V)^{1/2}} \right)^B$$

Donde:

$$A = 50 + 56 \cdot (1 - B)$$

$$B = \frac{(12 - Q_V)^{2/3}}{4}$$

y el índice de control de calidad Q_V , se obtiene de la siguiente tabla:

Aplicación	Número de calidad	Aplicación	Número de calidad
Mezclador de cemento	3-5	Taladro pequeño	7-9
Horno de cemento	5-6	Lavadora de ropa	8-10
Impulsores de laminadoras de acero	5-6	Prensa de impresión	9-11
Cosechadora de granos	5-7	Mecanismo de cómputo	10-11
Grúas	5-7	Transmisión automotriz	10-11
Prensas de punzonado	5-7	Accionamiento de antena de radar	10-12
Transportador de mina	5-7	Accionamiento de propulsión marina	10-12
Máquina para fabricar cajas de papel	6-8	Accionamiento de motor de avión	10-13
Mecanismo de medidores de gas	7-9	Giroscopio	12-14
Accionamientos de máquinas herramientas y de otros sistemas mecánicos de alta calidad			
Velocidad de la línea de paso (pies/min)		Número de calidad	Velocidad de la línea de paso
0-800		6-8	0-4
800-2000		8-10	4-11
2000-4000		10-12	11-22
Más de 4000		12-14	Más de 22

Tabla 10: número de calidad AGMA

Según la tabla 10, se elegirá la sección de transmisión automotriz, con $Q_V = 11$.

La forma del diente, el punto de aplicación de la carga crítica, la concentración del esfuerzo y el método por el que es compartida la carga por pares de dientes en contacto son factores que se tienen en cuenta mediante un factor geométrico.

La norma AGMA ha definido un método para determinar si los dientes comparten la carga o no lo hacen. Para ello se ha definido la siguiente tabla:

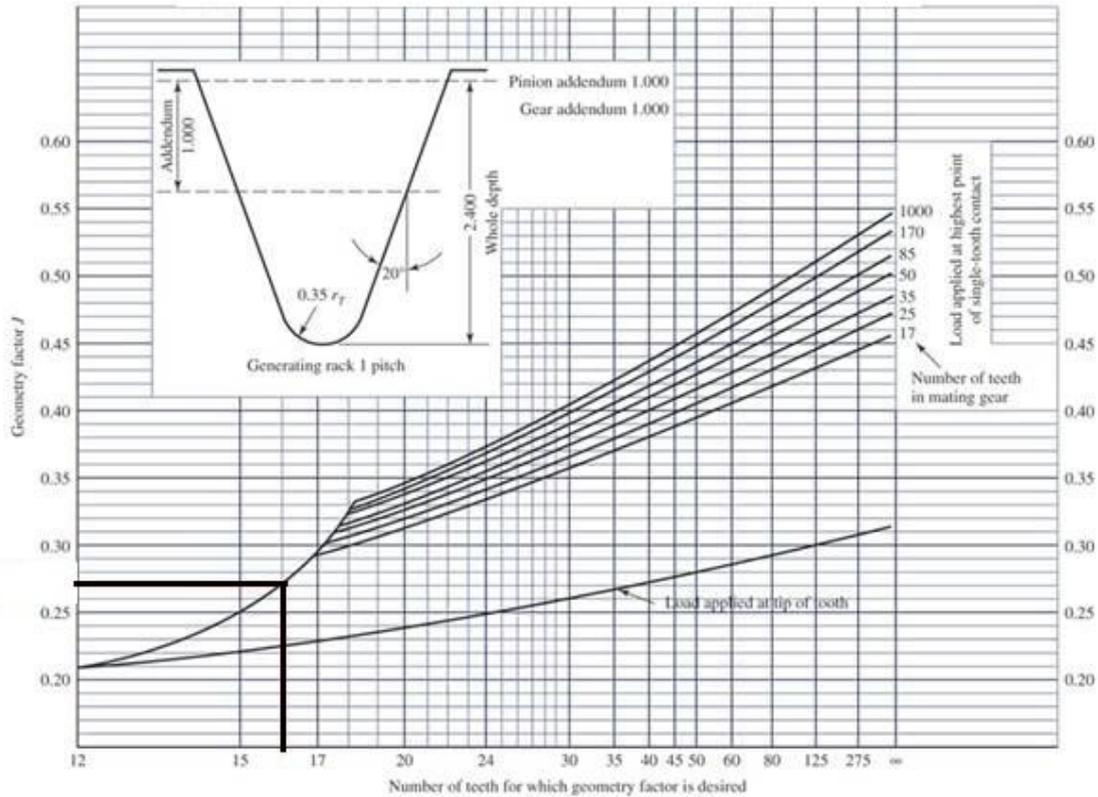


Tabla 11: factor geométrico J AGMA

Por lo tanto, el factor dinámico será el siguiente:

$$V = \frac{N \cdot 2\pi}{60} \cdot \frac{D_p}{2} = \frac{12500 \cdot 2\pi}{60} \cdot \frac{60}{2} = 39269,91 \text{ mm/s}$$

$$B = \frac{(12 - 11)^{2/3}}{4} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$A = 50 + 56(1 - 0,25) = 92$$

$$K_V = \left(\frac{92}{92 + (200 \cdot 39,269)^{1/2}} \right)^{0,25} = 0,844$$

▪ K_a : el factor de aplicación toma en cuenta las variaciones de la carga, vibraciones, impacto, etc. Se consideran tres tipos de fuentes de alimentación de potencia:

- uniforme: motor eléctrico o turbina de velocidad constante.
- impacto ligero: turbina de agua con accionamiento variable.
- impacto moderado: motor de cilindros múltiples.

La tabla expuesta a continuación aporta algunos indicadores para diferentes condiciones de irregularidad, la irregularidad está identificada por:

- uniforme: generador de operación continua.
- impacto ligero: ventiladores y bombas centrífugas de baja velocidad, agitadores de líquidos, etc.
- impacto moderado: bombas centrífugas de alta velocidad, bombas alternativas, máquinas-herramientas, etc.
- impacto pesado: trituradoras de piedras, accionamiento de prensas y troqueladoras, cribas vibratorias, etc.

Máquina impulsada				
Fuente de potencia	Uniforme	Choque ligero	Choque moderado	Choque pesado
Uniforme	1.00	1.25	1.50	1.75
Choque ligero	1.20	1.40	1.75	2.25
Choque moderado	1.30	1.70	2.00	2.75

Tabla 12: coeficiente de aplicación (k_a) AGMA

En función de la fuente de potencia y la máquina impulsada, se obtiene un valor para K_a de:

$$K_a = 2$$

- $F=B=50$ mm
- $m=5$
- K_s : el factor de tamaño se introduce a fin de tener en cuenta la no uniformidad del material. En la aplicación de engranajes de dientes rectos y módulo igual a 5, K_s será igual a:

$$K_s = 1$$

▪ K_m : el factor de distribución de carga depende de los efectos combinados de la falta de alineamiento entre los ejes de los engranajes, desviaciones de la carga, deformación elástica de los ejes, cojinetes, etc. que o están perfectamente centrados. Las normas AGMA dan valores muy precisos K_m cuando no se conoce la falta de alineamiento mediante la siguiente tabla:

Los valores de engranajes helicoidales se indican entre corchetes				
CONDICIÓN DE SOPORTE	ANCHO DE CARA F, en pulg (mm)			
	≤ 2(50)	6(150)	9(225)	≥16(400)
Montaje exacto, bajas holguras de cojinetes, deflexiones mínimas, engranes de precisión	1,3[1,2]	1,4[1,3]	1,5[1,4]	1,8[1,7]
Montajes menos rígidos, engranes menos precisos, contacto a todo lo ancho de la cara	1,6[1,5]	1,7[1,6]	1,8[1,7]	2,0[2,0]
Exactitud y montaje de modo que exista contacto incompleto con la cara	>2,0[>2,0]			

Tabla 13: factor de distribución de carga (k_m) para engranajes rectos y helicoidales

Mediante la tabla 13, se obtiene el valor de K_m de:

$$K_m = 2$$

▪ J : el factor geométrico para cada piñón y para cada rueda, se obtiene de la tabla 10. Para los engranajes de la primera relación de marcha el factor geométrico posee un valor de:

$$\text{Piñón: } J = 0,215$$

$$\text{Rueda: } J = 0,37$$

Teniendo en cuenta todos los factores calculados, ahora se puede hallar la tensión de trabajo mediante la fórmula:

$$\sigma = \frac{W_t \cdot K_a}{K_v} \cdot \frac{1}{F \cdot m} \cdot \frac{K_s \cdot K_m}{J}$$

Piñón:

$$\sigma = \frac{2,0881 \cdot 2}{0,844} \cdot \frac{1}{50 \cdot 5} \cdot \frac{1 \cdot 2}{0,215} = 0,184 \text{ KN/mm}^2 = 184,12 \text{ MPa}$$

Rueda:

$$\sigma = \frac{2,0881 \cdot 2}{0,844} \cdot \frac{1}{50 \cdot 5} \cdot \frac{1 \cdot 2}{0,37} = 0,10698 \text{ KN/mm}^2 = 106,99 \text{ MPa}$$

Tras realizar el cálculo de la tensión de trabajo de la primera relación de marcha, se realizarán las mismas operaciones para las demás relaciones de velocidad, obteniendo así los siguientes resultados:

	Relación 1		Relación 2		Relación 3		Relación 4		Relación 5		Relación 6	
	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R
W_t (KN)	2,0881		1,5661		1,474		1,3188		1,139		1,0895	
K_a	2											
K_s	1											
K_m	2											
V (m/s)	39,269		52,359		55,632		62,177		71,995		75,267	
K_v	0,844		0,829		0,826		0,82		0,812		0,809	
F (mm)	50											
m	5											
J	0,215	0,37	0,275	0,365	0,295	0,355	0,32	0,355	0,34	0,355	0,345	0,355
σ (MPa)	184,12	106,99	109,91	82,81	96,79	80,43	80,41	72,49	66	63,22	62,46	60,7

Tabla 14: esfuerzo por flexión

- Cálculo de la tensión admisible según la norma AGMA:

La ecuación AGMA para el cálculo de la tensión admisible de diseño es:

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t \cdot K_l}{K_t \cdot K_R}$$

Siendo:

- S_t : resistencia a la flexión: se obtiene de la siguiente tabla:

TABLA 11-20 Resistencias a la fatiga por fricción S_{fb}' de AGMA para una selección de materiales de engrane*

Material	Clase AGMA	Designación del material	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima	Resistencia a la fatiga por flexión	
					psi x 10 ³	MPa
Acero	A1-A5		Endurecido en la masa	≤ 180 HB	25-33	170-230
			Endurecido en la masa	240 HB	31-41	210-280
			Endurecido en la masa	300 HB	36-47	250-325
			Endurecido en la masa	360 HB	40-52	280-360
			Endurecido en la masa	400 HB	42-56	290-390
			Endurecido con llama o por inducción	Patrón de tipo A 50-54 HRC	45-55	310-380
			Endurecido con llama o por inducción	Patrón de tipo B	22	150
			Carburizado y cementado	55-64HRC	55-75	380-520
			AISI 4140 Nitruizado	84.6 15N	34-45	230-310
			AISI 4340 Nitruizado	83.5 15N	36-47	250-325
Nitalloy 135M Nitruizado	90.0 15N	38-48	260-330			
Nitalloy N Nitruizado	90.0 15N	40-50	280-345			
Cromo al 2.5% Nitruizado	87.5-90.0 15N	55-65	380-450			
Hierro fundido	20	Clase 20	como está fundido		5	35
	30	Clase 30	como está fundido	175 HB	8	69
	40	Clase 40	como está fundido	200 HB	13	90
Hierro nodular (dúctil)	A-7-a	60-40-18	Recocido	140 HB	22-33	150-230
	A-7-c	80-55-06	Templado y revenido	180 HB	22-33	150-230
	A-7-d	100-70-03	Templado y revenido	230 HB	27-40	180-280
	A-7-e	120-90-02	Templado y revenido	230 HB	27-40	180-280
Hierro maleable (perlítico)	A-8-c	45007		165 HB	10	70
	A-8-e	50005		180 HB	13	90
	A-8-f	53007		195 HB	16	110
	A-8-i	80002		240 HB	21	145
Bronce	Bronce 2	AGMA 2C	Fundición en arena	Resistencia a la tensión 40 ksi mínima	5.7	40
	Al/Br 3	Aleación ASTM B-148 78 954	Con tratamiento térmico	Resistencia a la tensión 90 ksi mínimo	23.6	160

Tabla 15: resistencia a la flexión (S_t) AGMA

Donde interpolando en el apartado de acero con un tratamiento térmico de templado completo y revenido queda:

$$S_t = 85 + 0,67 \cdot 250 = 252,5 \text{ MPa}$$

▪ K_L : factor de duración, este factor corrige la tensión admisible para el número de ciclos asegurado, en las dos figuras siguientes se muestran los valores normalizados por la norma AGMA para este coeficiente:

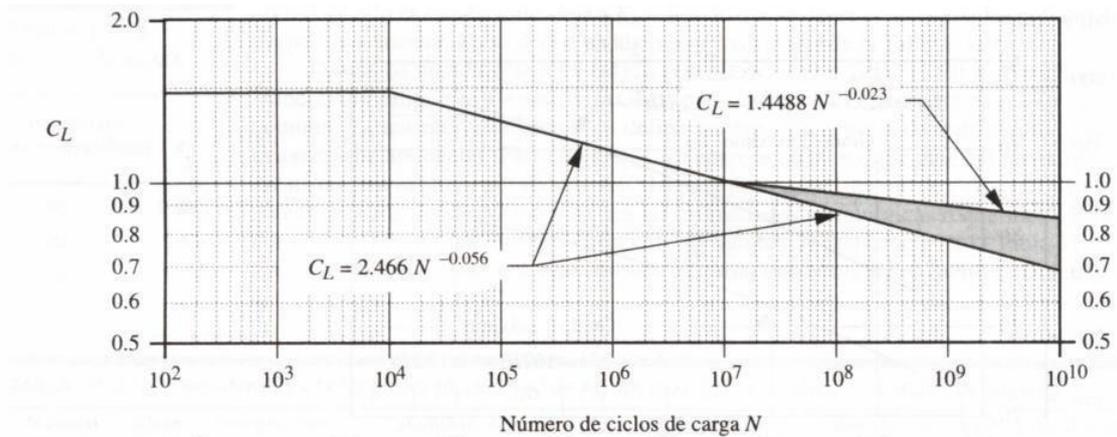


Ilustración 33: factor de duración a la resistencia a la picadura (C_L)

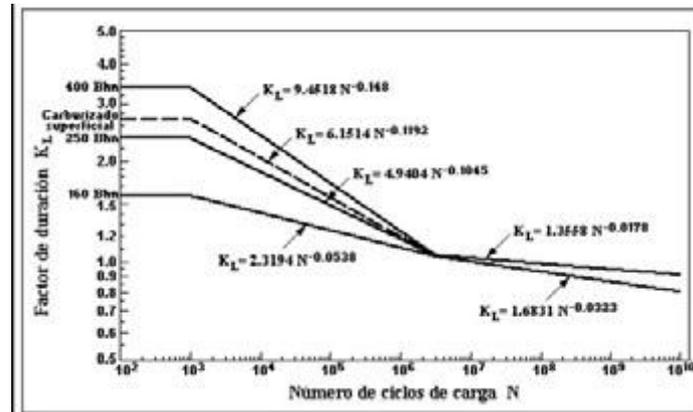


Ilustración 34: factor de duración de resistencia a la flexión (K_L)

El acero usado, AISI 9310, posee una dureza media de 350 Bhn, y el número de ciclos en la caja de cambios será de $N > 10^6$ ciclos, por lo que:

$$K_L = 1,2$$

▪ K_T : el factor de temperatura es un intento por ajustar la tensión admisible con el efecto de la temperatura de funcionamiento. Para temperaturas cercanas a 100 ° C se suele tomar la unidad, en este caso, como la temperatura de funcionamiento será cercana a los 100 ° C, se elige como factor de temperatura la unidad.

$$K_T = 1$$

▪ K_R : el factor de confiabilidad se introduce en la ecuación con el fin de asegurar un elevado grado de fiabilidad, o en ocasiones calcular para un riesgo prefijado.

Confiabilidad	K_R
0.90 una falla en 10	0.85
0.99 una falla en 100	1.00
0.999 una falla en 1000	1.25
0.9999 una falla en 10000	1.50

Tabla 16: factor de confiabilidad (K_R)

En este caso, se dará por bueno el cometer menos de un 1% de fallos ($R=0,99$) por lo que:

$$K_r = 1$$

Con todos estos coeficientes, se calculará la tensión admisible según la norma AGMA:

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t \cdot K_l}{K_t \cdot K_R}$$
$$\sigma_{adm} = \frac{252,5 \cdot 1,2}{1 \cdot 1} = 303 \text{ MPa}$$

Una vez calculados los coeficientes correctos y obtenida la σ_{adm} a partir de la resistencia a la flexión (S_t) de la tabla 14, se compara esta tensión con el esfuerzo a flexión, de tal modo que para que el análisis sea correcto, se debe cumplir:

$$\sigma < \sigma_{adm}$$



En este caso, tanto para el piñón:

$$184,12 \text{ MPa} < 303 \text{ MPa}$$

como para la rueda,

$$106,99 \text{ MPa} < 303 \text{ MPa}$$

la tensión de trabajo es menor que la tensión admisible, por lo que se puede concluir que por ahora, el análisis es válido.

En este punto, también será necesario calcular el coeficiente de seguridad en la primera relación de transmisión, este coeficiente se calcula mediante la fórmula:

$$n = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma_t}$$

por lo que en el piñón será:

$$n_p = \frac{303}{184,12} = 1,65$$

y para la rueda:

$$n_r = \frac{303}{106,99} = 2,83$$

La tensión admisible por la norma AGMA será la misma para las seis relaciones, puesto que todos los coeficientes usados se refieren al material y el material es el mismo para todos los engranajes. Concluyendo así que todas las relaciones de la caja de cambios cumplen la verificación de la tensión admisible según la norma AGMA.

- Cálculo de la tensión de contacto de trabajo según la norma

AGMA:

Un método alternativo para determinar la seguridad de los engranajes en lo que a fatiga se refiere es el método de la norma AGMA.

La ecuación fundamental de desgaste es:

$$\sigma_c = C_p \cdot \sqrt{\frac{W_t \cdot C_a}{C_v} \cdot \frac{C_s}{b \cdot d_1} \cdot \frac{C_m \cdot C_f}{I}}$$

Los coeficientes que aparecen en esta ecuación tienen el siguiente significado:

$\sigma_c =$ *tensión de contacto de trabajo*

$W_t =$ *fuerza tangencial*

$d_1 =$ *diámetro del piñón*

$b =$ *ancho de los dientes*

$C_p =$ *coeficiente elástico*

$C_a =$ *factor de aplicación*

$C_s =$ *factor de tamaño*

$C_m =$ *factor de distribución de carga*

$C_f =$ *factor de estado o condición de la superficie*

$C_v =$ *factor dinámico*

$I =$ *factor geométrico*

A continuación se explicará el modo en que pueden calcularse cada uno de estos coeficientes:

- C_p : coeficiente elástico, tal y como indica su nombre, está determinado por las propiedades elásticas de los materiales. Se puede obtener a partir de la siguiente tabla:

Coeficiente elástico AGMA C_p en unidades de $[\text{psi}]^{0.5}$ ($[\text{MPa}]^{0.5}$)*							
Material del piñón	E_p psi (MPa)	Material del engrane					
		Acero	Hierro maleable	Hierro nodular	Hierro fundido	Bronce al aluminio	Bronce al estaño
Acero	30E6 (2E5)	2 300 (191)	2 180 (181)	2 160 (179)	2 100 (174)	1 950 (162)	1 900 (158)
Hierro maleable	25E6 (1.7E5)	2 180 (181)	2 090 (174)	2 070 (172)	2 020 (168)	1 900 (158)	1 850 (154)
Hierro nodular	24E6 (1.7E5)	2 160 (179)	2 070 (172)	2 050 (170)	2 000 (166)	1 880 (156)	1 830 (152)
Hierro fundido	22E6 (1.5E5)	2 100 (174)	2 020 (168)	2 000 (166)	1 960 (163)	1 850 (154)	1 800 (149)
Bronce al aluminio	17.5E6 (1.2E5)	1 950 (162)	1 900 (158)	1 880 (156)	1 850 (154)	1 750 (145)	1 700 (141)
Bronce al estaño	16E6 (1.1E5)	1 900 (158)	1 850 (154)	1 830 (152)	1 800 (149)	1 700 (141)	1 650 (137)

† Los valores de E_p de esta tabla son aproximados, y se aplicó $\nu = 0.3$ como aproximación de la razón de Poisson para todos los materiales.

Tabla 17: coeficiente elástico (C_p)

Como ambos engranajes, piñón y rueda, son de acero, el valor del coeficiente elástico es:

$$C_p = 191 \text{ MPa}$$

- C_a : factor de aplicación, tiene en cuenta las variaciones de la carga, vibraciones, impacto, etc. Se consideran tres tipos de fuentes de alimentación de potencia:

- Uniforme: motor eléctrico o turbina de velocidad constante.
- Impacto ligero: turbina de agua con accionamiento variable.
- Impacto moderado: motor de cilindros múltiples.



La tabla siguiente proporciona algunos indicadores para diferentes condiciones de irregularidad. La irregularidad viene identificada por:

- Uniforme: generador de operación continua.
- Impacto ligero: ventiladores y bombas centrífugas de baja velocidad, agitadores de líquidos, etc.
- Impacto moderado: bombas centrífugas de alta velocidad, bombas alternativas, máquinas-herramientas, etc.
- Impacto pesado: trituradoras de piedras, accionamiento de prensas y troqueladoras, cribas vibratorias, etc.

El diseñador debería apoyarse en la experiencia para determinar este factor en cada caso, pero si no se dispone de una información adecuada se puede emplear la tabla siguiente, ya mencionada, que proporciona los valores del coeficiente K_a cuando se realizó el cálculo del esfuerzo por flexión.

Máquina impulsada				
Fuente de potencia	Uniforme	Choque ligero	Choque moderado	Choque pesado
Uniforme	1.00	1.25	1.50	1.75
Choque ligero	1.20	1.40	1.75	2.25
Choque moderado	1.30	1.70	2.00	2.75

Tabla 18: factor de aplicación (C_a)

Por lo tanto, el valor de C_a será:

$$C_a = 2$$



▪ C_s : factor de tamaño, tiene en cuenta el efecto del tamaño del engranaje, del tamaño de los dientes, área de contacto, dureza superficial y efectividad del tratamiento térmico. Si los engranajes han sido correctamente diseñados, con un acero adecuado y con un tratamiento térmico controlado, se puede tomar un coeficiente $C_s=1$. Sin embargo, dado que unos ensayos de fatiga, de los componentes de la caja de cambios, podrían indicar que la tensión admisible para una vida a fatiga dada crece con el tamaño del engranaje, puede ser una medida correcta tomar un coeficiente C_s :

$$C_s = 1,25$$

▪ C_m : factor de distribución de carga, tiene en cuenta que la distribución de la carga no es uniforme a lo ancho del diente. AGMA da las siguientes causas por las que varía C_m :

- errores de tallado.
- errores en el montaje.
- tolerancias en los cojinetes.
- rigidez de los dientes.
- deformación debida al contacto según las leyes de Hertz.
- deformaciones debidas a las temperaturas de funcionamiento.

A veces la mayor parte de estos valores sólo pueden determinarse mediante ensayos. La tabla siguiente aporta los valores aconsejados por la AGMA para el coeficiente C_m :

Los valores de engranajes helicoidales se indican entre corchetes				
CONDICIÓN DE SOPORTE	ANCHO DE CARA F, en pulg (mm)			
	≤ 2(50)	6(150)	9(225)	≥ 16(400)
Montaje exacto, bajas holguras de cojinetes, deflexiones mínimas, engranes de precisión	1,3[1,2]	1,4[1,3]	1,5[1,4]	1,8[1,7]
Montajes menos rígidos, engranes menos precisos, contacto a todo lo ancho de la cara	1,6[1,5]	1,7[1,6]	1,8[1,7]	2,0[2,0]
Exactitud y montaje de modo que exista contacto incompleto con la cara	>2,0[>2,0]			

Tabla 19: factor de distribución de carga (C_m)

Mediante la tabla 19, se obtiene el valor de:

$$C_m = 2$$

- C_f : factor de estado o condición de la superficie, tiene en cuenta efectos tales como el acabado superficial, tensiones residuales, efectos plásticos, etc. C_f se suele tomar como la unidad cuando las superficies tienen un buen acabado. Cuando el acabado no es tan minucioso o bien existen posibilidades de aparición de tensiones residuales, un valor de 1,25 es razonable. Cuando hay posibilidad de que aparezcan ambos efectos a la vez, se puede tomar un valor para el coeficiente C_f de 1,5.

En este caso es mejor tomar un valor para el coeficiente C_f de 1,5 puesto que cabe la posibilidad de que aparezcan ambos efectos.

$$C_f = 1,5$$



▪ C_v : el factor dinámico será el mismo calculado con anterioridad, calculado mediante la fórmula en el sistema internacional.

$$C_v = 0,844$$

▪ I : factor geométrico de resistencia en la superficie, partiendo de los valores instantáneos de los radios de curvatura en los perfiles del piñón y del engranaje respectivamente, en el punto de contacto se tiene:

$$r_1 = \frac{d_p \cdot \sin \phi}{2} \qquad r_2 = \frac{d_G \cdot \sin \phi}{2}$$

Donde:

$$\phi = \text{ángulo de presión} = 20^\circ$$

$d_p; d_G = \text{diámetros de paso de piñón y rueda respectivamente}$

A continuación se suman los inversos de estos valores:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2}{\sin \phi_t} \cdot \left(\frac{1}{d_p} + \frac{1}{d_G} \right)$$

Donde:

$$\phi \rightarrow \phi_t = \text{ángulo de presión transversal}$$

se define ahora la relación de velocidad como:

$$m_G = \frac{N_G}{N_p} = \frac{d_G}{d_p}$$

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{1}{d_p} \cdot \frac{1}{\sin \phi_t} \cdot \frac{m_G + 1}{m_G}$$

sustituyendo esta suma en la ecuación queda:

$$\sigma_c = -C_P \cdot \sqrt{\frac{W_T}{C_V \cdot F \cdot \cos \phi} \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)}$$
$$\sigma_c = -\sigma_c = C_P \cdot \sqrt{\frac{W_T}{d_P \cdot F} \cdot \frac{1}{\frac{\cos \phi_t \cdot \sin \phi_t}{2} \cdot \frac{m_G}{m_G + 1}}}$$

El factor geométrico I , tanto para engranajes externos como internos, se obtiene de la ecuación anterior, agregando la relación de repartición de carga en los dientes m_N , que en el caso de los engranajes rectos de la caja de cambios objeto del presente análisis es:

$$m_N = 1$$

por lo que:

$$I = \frac{\cos \phi_t \cdot \sin \phi_t}{2 \cdot m_N} \cdot \frac{m_G}{m_G + 1}$$
$$I = \frac{\cos(20) \cdot \sin(20)}{2} \cdot \frac{2,83}{2,83 + 1} = 0,119$$

Una vez que se han obtenido todos los coeficientes ya se puede calcular la tensión de contacto de trabajo, que queda de la siguiente manera:

$$\sigma_c = 191 \cdot \sqrt{\frac{2,0881 \cdot 2}{0,844} \cdot \frac{1,25}{50 \cdot 60} \cdot \frac{2 \cdot 1,5}{0,119}} = 43,54 \text{ MPa}$$



El cálculo de la tensión de trabajo de las seis relaciones queda de la siguiente manera:

	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
C_p	191 MPa					
W_t (KN)	2,0881	1,5661	1,474	1,3188	1,139	1,0895
C_a	2					
C_s	1,25					
C_m	2					
C_f	1,5					
C_v	0,844	0,829	0,826	0,82	0,812	0,809
F (mm)	50					
d_p (mm)	60	80	85	95	110	115
l	0,119	0,108	0,1	0,094	0,09	0,087
σ_c (MPa)	43,54	34,59	33,89	31,39	27,84	27,14

Tabla 20: tensión de contacto de trabajo AGMA



- Cálculo de la tensión de contacto admisible según la norma

AGMA:

Se refiere a la tensión de contacto admisible ($\sigma_{c,adm}$), como una función de factor, tales como el material de los engranajes, el número de ciclos d aplicación de la caja de cambios, el tamaño de os engranajes, la temperatura, el tipo de tratamiento térmico y la presencia de tensiones residuales.

La norma AGMA especifica que la tensión calculada σ_c debe ser menor o igual que una tensión admisible modificada por varios factores de corrección.

Esta tensión admisible, tiene la siguiente forma:

$$\sigma_c < \sigma_{c,adm} = \frac{S_c \cdot C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R}$$

Donde:

$S_c =$ resistencia a la fatiga

$C_L =$ factor de duración

$C_H =$ factor de relación de dureza

$C_T =$ factor de temperatura

$C_R =$ factor de fiabilidad

A continuación se explicará cada uno de los términos que aparece en la ecuación:

- S_c : resistencia a la fatiga en la superficie, se puede obtener sabiendo que el material usado es un acero AISI 9310 con una dureza mínima en la superficie de 250 BHN e interpolando en la siguiente tabla:

Resistencias S_{fc} a la fatiga superficial AGMA para una selección de materiales de engranes*							
Material	Clase AGMA	Designación del material	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima	Resistencia a la fatiga por flexión		
					psi x 10 ³	MPa	
Acero	A1-A5		Endurecido en la masa	≤ 180 HB	85-95	590-660	
			Endurecido en la masa	240 HB	105-115	720-790	
			Endurecido en la masa	300 HB	120-135	830-930	
			Endurecido en la masa	360 HB	145-160	1000-1100	
			Endurecido en la masa	400 HB	155-170	1100-1200	
			Endurecido con llama o por inducción	50 HRC	170-190	1200-1300	
			Endurecido con llama o por inducción	54 HRC	175-195	1200-1300	
			Carburizado y cementado	55-64HRC	180-225	1250-1300	
			Nitrurizado	84.6 15N	155-180	1100-1250	
			Nitrurizado	83.5 15N	150-175	1050-1200	
			Nitralloy 135M	Nitrurizado	90.0 15N	170-195	1170-1350
			Nitralloy N	Nitrurizado	90.0 15N	195-205	1340-1410
			Cromo al 25%	Nitrurizado	87.5 15N	155-172	1100-1200
Cromo al 25%	Nitrurizado	90.0 15N	192-216	1300-1500			
Hierro fundido	20	Clase 20	Como está fundido		50-60	340-410	
	30	Clase 30	Como está fundido	175 HB	65-70	450-520	
	40	Clase 40	Como está fundido	200 HB	75-85	520-590	
Hierro nodular (dúctil)	A-7-a	60-40-18	Recocido	140 HB	77-92	530-630	
	A-7-c	80-55-06	Templado y revenido	180 HB	77-92	530-630	
	A-7-d	100-70-03	Templado y revenido	230 HB	92-112	630-770	
	A-7-e	120-90-02	Templado y revenido	230 HB	103-126	710-870	
Hierro maleable (perlítico)	A-8-c	45007		165 HB	72	500	
	A-8-e	50005		180 HB	78	540	
	A-8-f	53007		195 HB	83	570	
	A-8-i	80002		240 HB	94	650	
Bronce	Bronce 2	AGMA 2C	Fundición en arena	Resistencia a la tensión 40 ksi mínima	30	450	
	Al/Br 3	Aleación ASTM B-148 78 954	Con tratamiento térmico	Resistencia a la tensión 90 ksi mínimo	65	450	

Tabla 21: resistencia a la fatiga en la superficie (S_c)

interpolando se obtiene:

$$S_c = 255 + 2,083 \cdot 250 = 775,75 \text{ MPa}$$

▪ C_L : factor de duración, tiene en cuenta la vida esperada del engranaje. La imagen siguiente muestra una curva que permite obtener valores del factor de duración:

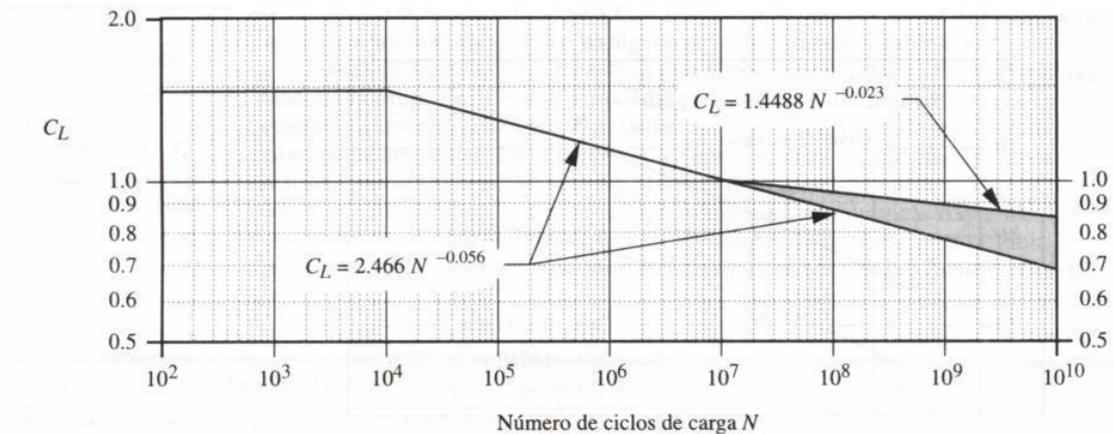


Ilustración 35: factor de duración (C_L)

por lo que el valor de C_L será:

$$C_L = 2,466 \cdot (1 \cdot 10^6)^{-0,056} = 1,14$$

▪ C_H : relación de dureza, es función de la dureza de los engranajes en contacto, así como de la relación de transmisión.

Este factor sólo se utiliza para el engranaje conducido o rueda. Su misión es ajustar las resistencias de las superficies.

Las ecuaciones para calcular el factor de dureza son:

$$C_H = 1 + A \cdot (m_G - 1)$$

$$A = 8,98 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) - 8,29 \cdot 10^{-3}$$

Donde:

$H_{BP}; H_{BG}$ = grados de dureza BRINELL de piñón y rueda

m_G = relación de velocidad



La ecuación para obtener C_H , sólo es válida si se cumple:

$$\frac{H_{BP}}{H_{BG}} \leq 1,7$$

En el caso de la caja de cambios a analizar, la relación de los grados de dureza de las dos ruedas dentadas de todas las velocidades es:

$$\frac{H_{BP}}{H_{BG}} = 1$$

Por ser todos los engranajes del mismo material.

Por lo que se tiene que A es igual a:

$$A = 8,98 \cdot 10^{-3} \cdot 1 - 8,29 \cdot 10^{-3} = 6,9 \cdot 10^{-4}$$

m_G es igual a:

$$m_G = 2,83$$

en la primera relación de velocidad. Por lo que el factor de relación de dureza queda:

$$C_H = 1 + 6,9 \cdot 10^{-4} \cdot (2,83 - 1) = 1$$

Y no cambiará, o por lo menos notablemente, en las demás relaciones de velocidad.

▪ C_T : debido a que la tensión de un acero varía con la temperatura, se debe emplear un coeficiente de corrección C_T . Habitualmente se toma $C_T=1$ para temperaturas cercanas a los 100°C y cuando no se dispone de otros datos. Al igual que para el coeficiente K_T anteriormente calculado, se tomará la unidad.

$$C_T = 1$$

▪ C_R : factor de fiabilidad, se usará en el análisis de la caja de cambios para calcular el riesgo o para analizar con elevada seguridad que implica elevada fiabilidad. la tabla siguiente muestra algunos valores aconsejados para C_R .

Confiabilidad	C_R
0.90 una falla en 10	0.85
0.99 una falla en 100	1.00
0.999 una falla en 1000	1.25
0.9999 una falla en 10000	1.50

Tabla 22: factor de fiabilidad (C_R)

Como se ha comentado con anterioridad, en este análisis se asegura menos de 1% de fallos, por lo que el factor de fiabilidad valdrá uno.

$$C_R = 1$$

Una vez obtenidos todos los valores de los coeficientes mencionados se podrá calcular la tensión de contacto admisible mediante la ecuación:

$$\sigma_{c,adm} = \frac{S_c \cdot C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R} = \frac{775,75 \cdot 1,14 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 884,36 \text{ MPa}$$

Como $43,54 \text{ MPa} < 884,36 \text{ MPa}$ el diseño a desgaste de los engranajes es correcto.

La tensión de contacto admisible, es para todas las relaciones de velocidad la misma, y en todos los casos $\sigma_c < \sigma_{c,adm}$ por lo que el diseño a desgaste de las relaciones piñón-rueda es el correcto.

En este punto, también será necesario calcular el coeficiente de seguridad en la primera relación de transmisión, este coeficiente se calcula mediante la fórmula:

$$n = \frac{\sigma_{c,adm}}{\sigma_c}$$

por lo que será:

$$n = \frac{884,36}{43,54} = 2,03$$



La tensión de contacto admisible por la norma AGMA será la misma para las seis relaciones, puesto que todos los coeficientes usados se refieren al material y el material es el mismo para todos los engranajes. Concluyendo así que todas las relaciones de la caja de cambios cumplen la verificación de la tensión de contacto admisible según la norma AGMA.

Análisis de los ejes de la caja de cambios:

Una vez calculado y comprobado que los dientes de los engranajes aguantan las tensiones creadas, es necesario comprobar que los ejes en los cuales van montados los engranajes, que a su vez algunos también son sincronizadores, también aguantan, para así verificar que la caja de cambios cumplirá con los requisitos mínimos de resistencia.

1. Fuerzas producidas en los ejes:

Las fuerzas que actúan sobre los ejes son las que transmiten los engranajes cuando están acoplados en las diferentes marchas.

Estas fuerzas, ya se han calculado con anterioridad, por lo que no es necesario volver a calcularlas. En este caso, sólo es necesario tener en cuenta las fuerzas tangencial y radial, puesto que estas son las únicas fuerzas que actúan sobre los dientes de los engranajes.

Las fuerzas creadas, como se ha podido comprobar anteriormente, serán las mismas en cada relación de transmisión tanto para el piñón como para la rueda. Estas fuerzas, se tienen que anular con las fuerzas transferidas al eje, por lo que las fuerzas en los dos ejes serán las mismas para cada relación de transmisión.

Las fuerzas producidas en los ejes serán las siguientes:

	Relación 1ª	Relación 2ª	Relación 3ª	Relación 4ª	Relación 5ª	Relación 6ª
F_t (KN)	2,0881	1,5661	1,474	1,3188	1,139	1,0895
F_r (KN)	0,76	0,57	0,54	0,48	0,415	0,3965

Tabla 23: fuerzas producidas en los ejes

2. Momentos producidos en los ejes:

Una vez conocidas las fuerzas producidas en los ejes en cada relación de transmisión, se tiene que calcular los momentos creados por esas fuerzas en cada instante.

Estas fuerzas, crearán tanto momentos flectores como torsores. El momento torsor creado, será constante en todo el eje, mientras que el flector, se descompondrá en dos momentos, dependiendo de la fuerza y del plano en el que esté situada esa fuerza que lo crea.

Para poder calcular los momentos, primero es necesario dibujar donde estarán colocadas esas fuerzas en el eje, para así poder observar que tipo de momento crearán.

La fuerza radial se situará en el centro del piñón de primera velocidad sobre el plano XY:

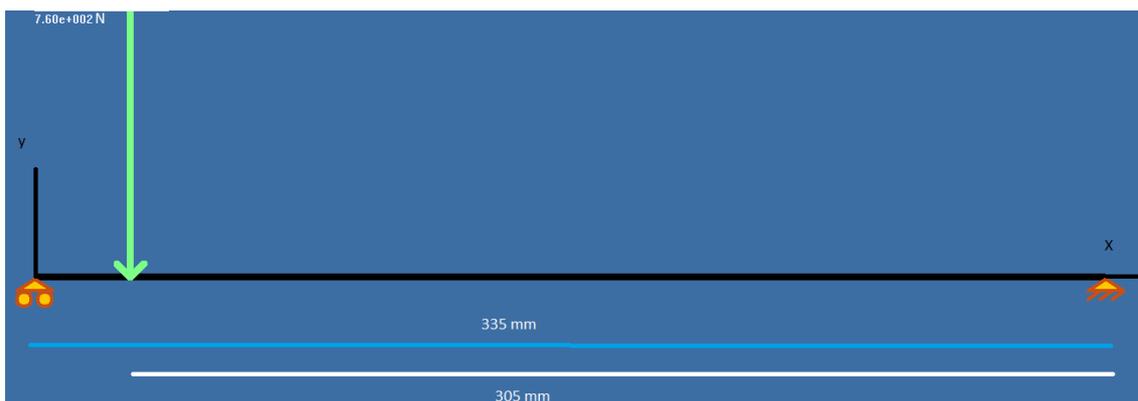


Ilustración 36: fuerza radial sobre eje primario

La fuerza tangencial estará situada en el mismo punto que la fuerza anterior, pero actuará en el plano XZ:

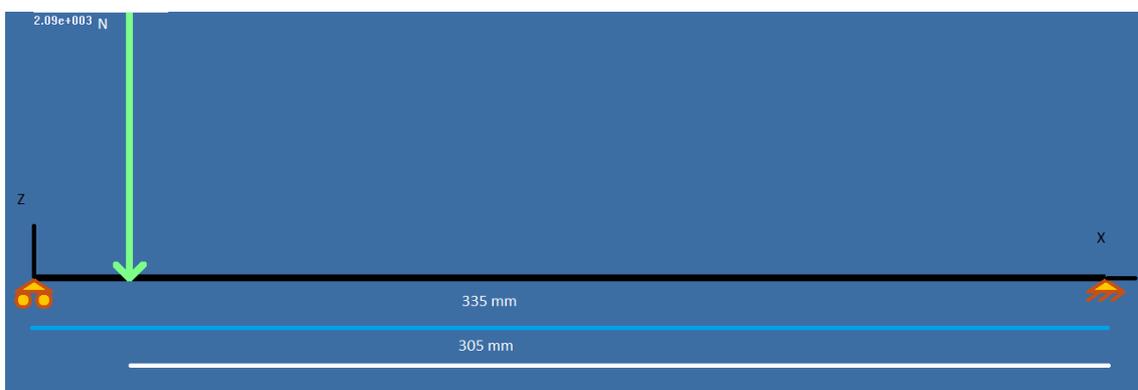


Ilustración 37: fuerza tangencial sobre eje secundario



Una vez que se tiene la distribución de las fuerzas, ya se puede calcular los momentos.

Estas fuerzas crearán los siguientes momentos:

- ❖ Momento torsor debido a una fuerza tangencial (T)
- ❖ Momento flector debido a:
 - una fuerza radial (M_{fr})
 - una fuerza tangencial (M_{ft})

A continuación, se expondrán los cálculos necesarios para hallar los diferentes momentos, para ello es necesario conocer el diámetro de cada eje:

	Díámetro (mm)
Eje primario	24,96
Eje secundario	27,96

Tabla 24: diámetro ejes caja de cambios

- Momento torsor:

$$T = F_t \cdot r = 2,0881 \cdot 30 = 62,643 \text{ KN} \cdot \text{mm} = 62643 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

donde r es el radio primitivo del piñón de la primera velocidad de transmisión.



- Momento flector:

Para el cálculo de los momentos flectores, es necesario realizar un diagrama de momentos flectores conociendo las reacciones en los apoyos del eje, que en este caso serían los rodamientos, para cada fuerza por separado, ya que actúan en planos distintos.

Plano vertical XY

$$\sum F_V = 0$$

$$R_A - 760 + R_B = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-760 \cdot 30 + R_B \cdot 335 = 0$$

$$R_B = \frac{760 \cdot 30}{335} = 68,06 \text{ N}$$

$$R_A = 760 - 68,06 = 691,94 \text{ N}$$

Una vez calculadas las reacciones en los apoyos, se calcula el diagrama de momentos flectores en dicho plano vertical:

$$\underline{0 < X < 30}$$

$$M = 691,94 \cdot X$$

$$X = 0 \rightarrow M = 0$$

$$X = 30 \rightarrow M = 20758,2 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\underline{30 < X < 335}$$

$$M = 691,94 \cdot X - 760 \cdot (X - 30)$$

$$X = 30 \rightarrow M = 20758,2 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$X = 335 \rightarrow M = 0$$

El diagrama del momento flector máximo queda:

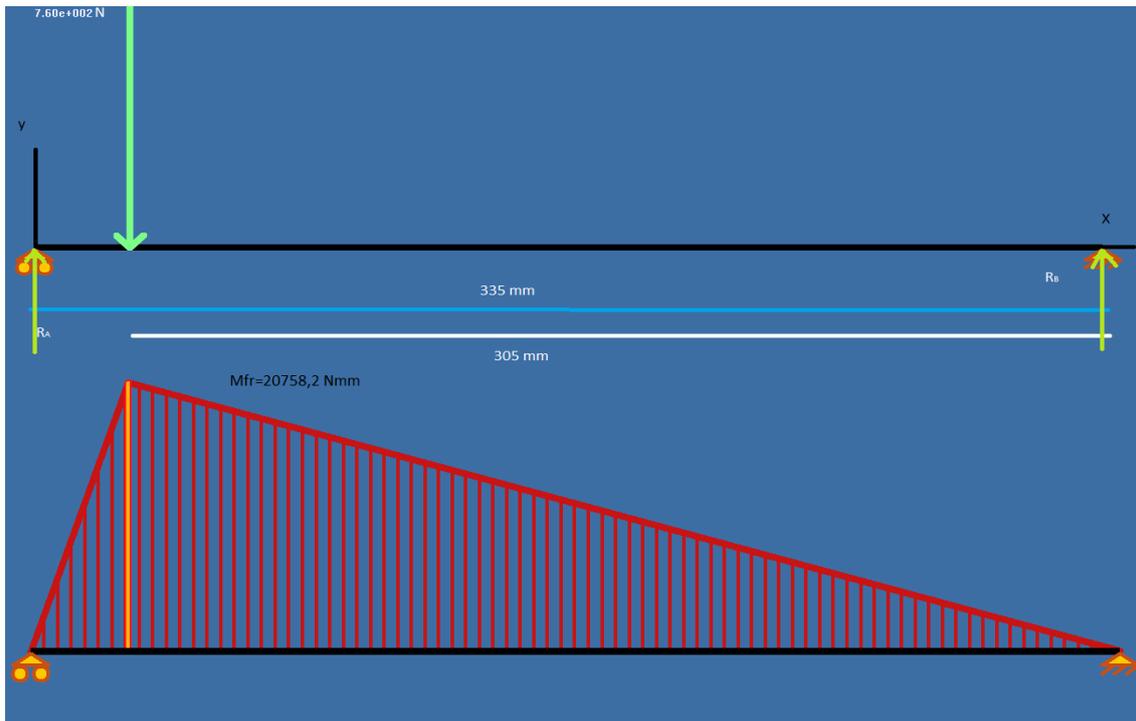


Ilustración 38: diagrama de momentos flectores (Fr)

Plano horizontal XZ

$$\sum F_V = 0$$

$$R_A - 2088,1 + R_B = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-2088,1 \cdot 30 + R_B \cdot 335 = 0$$

$$R_B = \frac{2088,1 \cdot 30}{335} = 186,99 \text{ N}$$

$$R_A = 2088,1 - 186,99 = 1901,11 \text{ N}$$

Una vez halladas las reacciones en los apoyos, se calcula el diagrama en dicho plano horizontal:

$$0 < X < 30$$

$$M = 1901,11 \cdot X$$

$$X = 0 \rightarrow M = 0$$

$$X = 30 \rightarrow M = 57033,3 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$30 < X < 335$$

$$M = 1901,11 \cdot X - 2088,1 \cdot (X - 30)$$

$$X = 30 \rightarrow M = 57033,3 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$X = 335 \rightarrow M = 0$$

El diagrama del momento flector máximo queda:

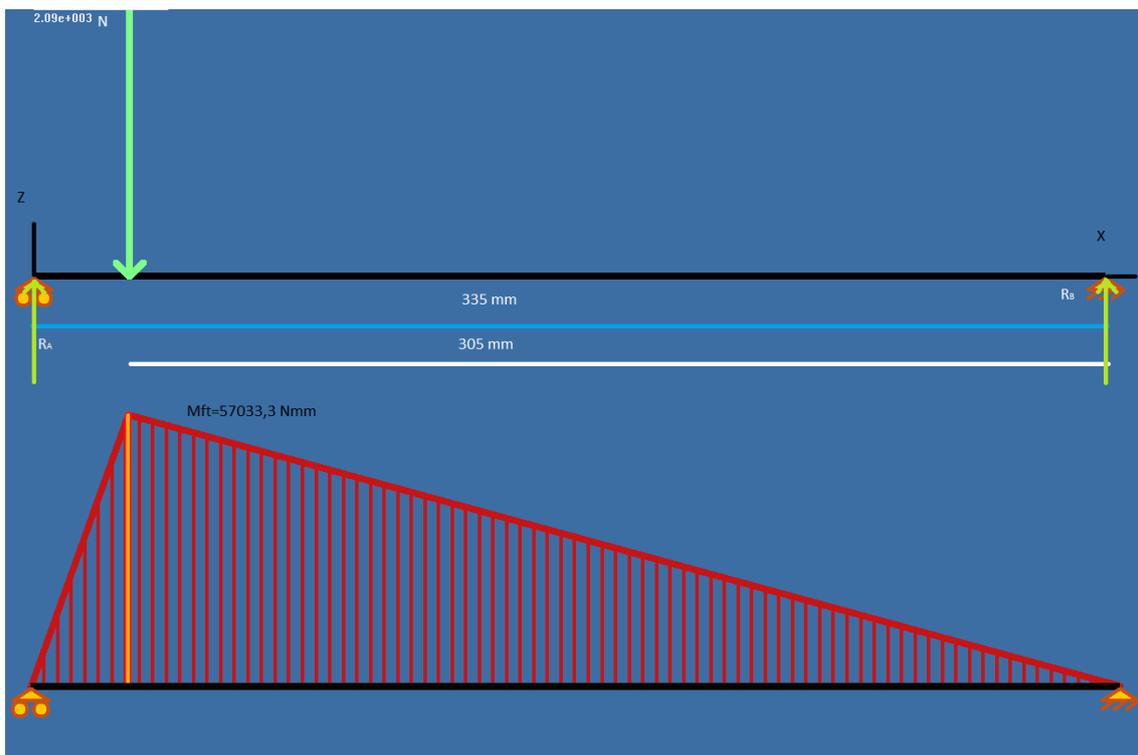


Ilustración 39: diagrama momentos flectores (Ft)

El momento flector total será:

$$M_{fT} = \sqrt{M_{ft}^2 + M_{fr}^2} = \sqrt{(57033,3)^2 + (20758,2)^2} = 60693,49 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Los diferentes momentos son:

$$M_T = 62643 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$M_{fT} = 60693,49 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Los momentos, reacciones y diagramas en las demás relaciones de transmisión, se calcularán de la misma manera, la diferencia que habrá es la distancia desde el apoyo a las fuerzas aplicadas, que en cada relación será la correspondiente a la posición de los engranajes, y el radio de cada rueda dentada.

Las distancias en el eje son:

Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6	Total (mm)
30	305	140	195	80	255	335

Tabla 25: distancias en el eje (mm)

Estas distancias se utilizan para las solicitaciones en los ejes:

EJE PRIMARIO						
	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
F_t (N)	2088,1	1566,1	1474	1318,8	1139	1089,5
F_r (N)	760	570	540	480	415	396,5
r (mm)	30	40	42,5	47,5	55	57,5
M_T (Nmm)	62643					
R_{Ar} (N)	691,94	51,04	314,33	200,6	315,9	94,69
R_{AT} (N)	1901,11	140,25	858	551,14	867	260,18
R_{Br} (N)	68,06	518,96	225,67	279,4	99,1	301,81
R_{BT} (N)	186,99	1425,85	616	767,66	272	829,32
M_{fr} (Nmm)	20758,2	15567,2	44006,2	39117	25272	24145,95
M_{ft} (Nmm)	57033,3	42776,25	120120	107472,3	69360	66345,9
M_{fT} (Nmm)	60693,5	45520,82	127927,17	114327,4	73820,62	70603,2

Tabla 26: solicitaciones eje primario



En la tabla siguiente se mostrarán las solicitaciones en el eje secundario:

EJE SECUNDARIO						
	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
F_t (N)	2088,1	1566,1	1474	1318,8	1139	1089,5
F_r (N)	760	570	540	480	415	396,5
r (mm)	85	82,5	70	67,5	70	67,5
M_T (Nmm)	177490	129210	103180	89020	79730	73540
R_{Ar} (N)	691,94	51,04	314,33	200,6	315,9	94,69
R_{AT} (N)	1901,11	140,25	858	551,14	867	260,18
R_{Br} (N)	68,06	518,96	225,67	279,4	99,1	301,81
R_{BT} (N)	186,99	1425,85	616	767,66	272	829,32
M_{fr} (Nmm)	20758,2	15567,2	44006,2	39117	25272	24145,95
M_{ft} (Nmm)	57033,3	42776,25	120120	107472,3	69360	66345,9
M_{fr} (Nmm)	60693,5	45520,82	127927,17	114327,4	73820,62	70603,2

Tabla 27: solicitaciones eje secundario

3. Tensiones producidas en los ejes:

Tras realizar el cálculo de los momentos creados en el eje, a continuación se dispone a calcular las tensiones creadas por esos momentos:

Para ello se tendrá en cuenta que los ejes van a ser analizados a fatiga y para una vida infinita, por lo que:

- Flexión eje primario:

$$\sigma_m = \frac{M_m \cdot Y}{I}$$

$$\sigma_a = K_f \cdot \frac{M_a \cdot Y}{I}$$

En este caso, como el apoyo del engranaje es mediante un eje recto sin entalla, no se tendrá en cuenta el coeficiente K_f , por lo que será igual a la unidad.

$$\sigma_a = 1 \cdot \frac{60693,5 \cdot d}{\frac{\pi \cdot d^4}{32}} = \frac{60693,5}{\frac{\pi \cdot 24,96^3}{32}} = 39,76 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_a = 39,76 \text{ MPa}$$

- Torsión eje primario:

$$\tau_m = \frac{M_{Tm} \cdot r}{J} = \frac{M_{Tm} \cdot \frac{d}{2}}{\frac{\pi \cdot d^4}{32}} = \frac{32 \cdot M_{Tm} \cdot d}{2\pi \cdot d^4}$$

$$\tau_m = \frac{62643 \cdot 32}{2\pi \cdot 24,96^3} = 20,52 \text{ N/mm}^2 = 20,52 \text{ MPa}$$

$$\tau_a = K_{fs} \frac{M_{ta} \cdot r}{J} = 0$$

- Flexión eje secundario:

$$\sigma_a = 1 \cdot \frac{60693,5 \cdot d}{\frac{\pi \cdot d^4}{32}} = \frac{60693,5}{\frac{\pi \cdot 27,96^3}{32}} = 28,28 \text{ N/mm}^2$$



$$\sigma_a = 28,28 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{M_m \cdot Y}{I} = 0$$

- Torsión eje secundario:

$$\tau_m = \frac{M_{Tm} \cdot r}{J} = \frac{M_{Tm} \cdot \frac{d}{2}}{\frac{\pi \cdot d^4}{32}} = \frac{32 \cdot M_{Tm} \cdot d}{2\pi \cdot d^4}$$

$$\tau_m = \frac{177490 \cdot 32}{2\pi \cdot 27,96^3} = 41,36 \text{ N/mm}^2 = 41,36 \text{ MPa}$$

También es necesario calcular las tensiones equivalentes de Von Mises, puesto que se refiere a una teoría de fallo. Estas tensiones de Von Mises que se calcularán a continuación, serán muy útiles para calcular el coeficiente de seguridad del eje y para poder comprobar si resiste a fluencia.

- Von Mises:

$$\sigma'_m = \sqrt{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$

- Eje primario:

$$\sigma'_m = \sqrt{3(20,52)^2} = 35,54 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{(39,76)^2} = 39,76 \text{ MPa}$$

- Eje secundario:

$$\sigma'_m = \sqrt{3(41,36)^2} = 71,64 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_a = \sqrt{(28,28)^2} = 28,28 \text{ MPa}$$

Las correspondientes tensiones en cada relación de transmisión de cada eje se muestran en la siguiente tabla:

Eje Primario						
	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
M_T (Nmm)	62643					
M_{fT} (Nmm)	60693,5	45520,82	127927,17	114327,4	73820,62	70603,2
d	24,96 mm					
σ_a (MPa)	39,76	29,82	83,8	74,89	48,36	46,25
τ_m (MPa)	20,52					
σ'_m (MPa)	35,54					
σ'_a (MPa)	39,76	29,82	83,8	74,89	48,36	46,25

Tabla 28: tensiones eje primario

En la tabla siguiente se muestran las tensiones en el eje secundario:

Eje Secundario						
	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
M_T (Nmm)	177490	129210	103180	89020	79730	73540
d	27,96 mm					
σ_a (MPa)	28,28	21,21	59,61	53,28	34,4	32,9
τ_m (MPa)	41,36	30,11	24,04	20,74	18,58	17,13
σ'_m (MPa)	71,64	52,15	41,64	35,92	32,18	29,67
σ'_a (MPa)	28,28	21,21	59,61	53,28	34,4	32,9

Tabla 29: tensiones eje secundario

4. Material de fabricación de los ejes:

En este apartado se realizará la selección del material del que están fabricados los ejes. Conocer el material de fabricación es necesario para saber las cargas máximas que puede soportar cada eje.

El material elegido como más idóneo por sus características técnicas para el análisis es el acero AISI 1040 estirado en frío. Se escoge este material debido a que el objetivo es que la caja de cambios soporte las cargas a las que se expone. Los ejes de la caja de cambios, están expuestos a un elevado régimen de giro del motor, por lo que es conveniente elegir un acero con una alta resistencia a la rotura.

Las características de este material son:

- ✓ Resistencia última (S_u)=590 MPa
- ✓ Resistencia de fluencia (S_y)=490 MPa

Ahora se calculará la tensión equivalente respecto al diámetro correspondiente del eje que se quiere analizar. Para este primer cálculo, la sección del eje primario, se toma un diámetro de 24,96 mm.

La tensión equivalente se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_d \cdot K_e \cdot k_g \cdot S'_e$$

Donde

K_a : factor de acabado superficial

K_b : factor de tamaño

K_d : factor de temperatura

K_e : factor de concentración de tensiones

k_g : factor de efectos diversos

S'_e : límite de resistencia a la fatiga en flexión rotativa de una probeta



A continuación, se exponen las tablas de las que se extrae cada valor de cada coeficiente K:

- Factor de acabado superficial (K_a): la superficie de la probeta corresponde a un pulido especular. La de la pieza, en general, presenta una rugosidad mayor. La sensibilidad a la rugosidad superficial es mayor cuanto mayor es la resistencia del material.

$$K_a = a \cdot (S_u)^b$$

El acabado superficial del eje es mecanizado, con lo cual se obtiene un valor de K_a igual a:

$$a = 1,58 \text{ MPa} \qquad b = -0,085$$

Por lo que K_a es igual a:

$$K_a = 1,58 \cdot (590)^{-0,085} = 0,9186$$

- Factor de tamaño (K_b): el factor de tamaño se ha evaluado a partir de datos experimentales. La fatiga es un fenómeno estadístico. Cuanto mayor sea el volumen de la pieza sometida a tensiones elevadas, mayor será la posibilidad de encontrar un defecto de tamaño crítico que provoque el inicio de la grieta de fatiga. Por ello se debe considerar este factor de tamaño:

$$K_b = \left(\frac{d}{7,62} \right)^{-0,1133}$$

Donde

$$d = 24,96 \text{ mm}$$

Por lo tanto el factor de tamaño (K_b) será igual a:

$$K_b = \left(\frac{24,96}{7,62} \right)^{-0,1133} = 0,8742$$



▪ Factor de temperatura (K_d): este factor considera la diferencia de temperatura entre el ensayo realizado y la temperatura de operación. Cuando las temperaturas son bajas, se debe comprobar el fallo frágil, y cuando las temperaturas son altas se debe comprobar el fallo por fluencia. Esto es debido a la variación del límite elástico y a la resistencia a tracción con la temperatura. La variación de la resistencia se supone similar a la de la resistencia a tracción.

$$K_d = \frac{S_{ut}}{S_u}$$

En el presente análisis se tiene el valor para el factor de temperatura:

$$K_d = 1$$

▪ Factor de concentración de tensiones (K_e): el fallo por fatiga es muy sensible a la existencia de entalla. El efecto de la entalla sobre la resistencia a la fatiga se expresa mediante el factor de concentración de esfuerzo por fatiga K_f :

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1)$$

En este caso en concreto, como el apoyo del engranaje es mediante un eje recto sin entalla, no se tendrá en cuenta este coeficiente, por lo que será igual a la unidad.

$$K_e = 1$$

▪ Factor de efectos diversos (K_g): pretende corregir, según el criterio del análisis, teniendo en cuenta:

○ Tensiones residuales: las superficiales de compresión (graneado con perdigones, laminado...) mejoran S_e (se oponen a la formación de grietas).

○ Templado superficial: aumenta la dureza, por lo que un mayor S_u , supone un mayor S_e . Puede fallar en la superficie o en el límite entre núcleo y corteza.

○ Corrosión: al actuar simultáneamente con las tensiones alternas, se incrementa su efecto negativo (picado de la superficie provoca un menor S_e).

○ Recubrimiento electrolítico: como cromado, niquelado... reduce S_e .



○ Frecuencia de las tensiones alternas: en condiciones normales S_e es independiente de la frecuencia. Pero a altas temperaturas o en conjunto con la corrosión, cuanto menor sea la frecuencia mejor se propagan las grietas.

○ Corrosión por apriete: en piezas estrechamente ajustadas (juntas atornilladas, ajustes por interferencia...) se producen movimientos microscópicos en las superficies que originan picadura.

En el presente análisis, al no tener ningún efecto diverso externo al material, el coeficiente K_g es la unidad.

$$K_g = 1$$

▪ Límite de resistencia a la fatiga en flexión rotatoria de una probeta (S'_e): la rotura a tracción S_u , al ser menor de 1400 MPa, S'_e se calcula de la siguiente manera:

$$S'_e = 0,504 \cdot S_u = 0,504 \cdot 590 = 297,36 \text{ MPa}$$

Una vez calculados todos los factores de corrección de Marin ya se puede calcular la tensión por fatiga real:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_d \cdot K_e \cdot k_g \cdot S'_e$$

$$S_e = 0,9186 \cdot 0,8742 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 297,36 = 238,79 \text{ MPa}$$

La tensión a la fatiga real en el eje secundario, se calculará de la misma manera:

$$S_{e2} = K_a \cdot K_b \cdot K_d \cdot K_e \cdot k_g \cdot S'_e$$

$$K_a = a \cdot (S_u)^b = 1,58 \cdot (590)^{-0,085} = 0,9186$$

$$a = 1,58 \text{ MPa} \quad b = -0,085$$

$$K_b = \left(\frac{d}{7,62}\right)^{-0,1133} = \left(\frac{27,96}{7,62}\right)^{-0,1133} = 0,863$$

$$d = 27,96 \text{ mm}$$

$$K_d = K_e = K_g = 1$$

$$S'_e = 0,504 \cdot 590 = 297,36 \text{ MPa}$$

$$S_{e2} = 0,9186 \cdot 0,863 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 297,36 = 235,73 \text{ MPa}$$

5. Criterio de Goodman:

Existen cuatro criterios de fallo para tensiones variables: la línea de Soderberg, la línea de Goodman, la curva parabólica de Gerber y la curva elíptica de ASME. Los tres últimos criterios, además, hay que verificarlos a fluencia estática. El coeficiente de seguridad se expresa como "n".

El criterio de Goodman se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{\sigma'_m}{S_u} + \frac{\sigma'_a}{S_e} = \frac{1}{n}$$

Mediante esta fórmula, se puede obtener el coeficiente de seguridad (n):

$$n = \frac{1}{\frac{\sigma'_m}{S_u} + \frac{\sigma'_a}{S_e}} = \frac{1}{\frac{35,54}{590} + \frac{39,76}{238,79}} = 4,41$$

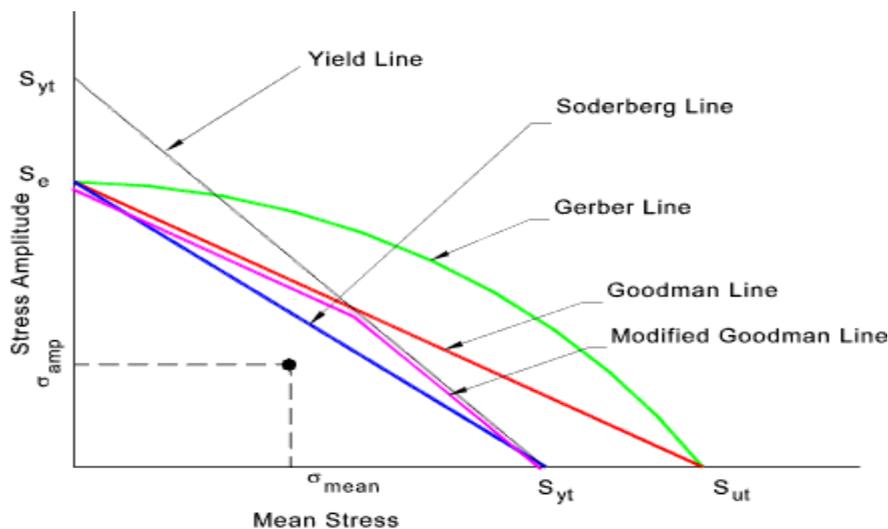


Ilustración 40: coeficiente de seguridad

Con este coeficiente de seguridad, lo que se está haciendo, es que el punto de rotura, esté en la zona segura de la ilustración anterior, por lo que el material y las dimensiones del eje son las correctas para esta caja de cambios.

Los coeficientes de seguridad en todas las relaciones de velocidad, están calculados para que cumplan el criterio de Goodman.



Eje Primario						
	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
σ'_m (MPa)	35,54					
σ'_a (MPa)	39,76	29,82	83,8	74,89	48,36	46,25
S_u (MPa)	590					
S_e (MPa)	238,79					
n	4,41	5,4	2,43	2,67	3,81	3,94
Eje Secundario						
	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
σ'_m (MPa)	71,64	52,15	41,64	35,92	32,18	29,67
σ'_a (MPa)	28,28	21,21	59,61	53,28	34,4	32,9
S_u (MPa)	590					
S_e (MPa)	235,73					
n	4,14	5,61	3,09	3,49	4,99	5,27

Tabla 30: cálculo coeficientes de seguridad (n)

Análogamente, se puede observar que el eje, tanto primario como secundario, resisten en los puntos de contacto de cada relación de transmisión, ya que en todas ellas se cumple que:

$$\frac{\sigma'_m}{S_u} + \frac{\sigma'_a}{S_e} = \frac{1}{n}$$

6. Fluencia:

El último paso a dar para comprobar que el material y las dimensiones del eje son las correctas, es comprobar si cumple a fluencia, para ello se tiene que verificar que:

$$\sigma'_{m\acute{a}x} = \sqrt{\sigma_{m\acute{a}x}^2 + 3\tau_{m\acute{a}x}^2} \leq \frac{S_y}{n}$$

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_m + \sigma_a$$

$$\tau_{m\acute{a}x} = \tau_m + \tau_a$$

Eje Primario						
	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
$\sigma_a = \sigma_{m\acute{a}x}$ (MPa)	39,76	29,82	83,8	74,89	48,36	46,25
$\tau_m = \tau_{m\acute{a}x}$ (MPa)	20,52					
$\sigma'_{m\acute{a}x}$ (MPa)	53,33	46,39	91,03	82,9	60,02	58,33
S_y (MPa)	490					
n	4,41	5,4	2,43	2,67	3,81	3,94
S_y/n	111,11	90,74	201,65	183,52	128,61	124,37
Eje secundario						
	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
$\sigma_a = \sigma_{m\acute{a}x}$ (MPa)	28,28	21,21	59,61	53,28	34,4	32,9
$\tau_m = \tau_{m\acute{a}x}$ (MPa)	41,36	30,11	24,04	20,74	18,58	17,13
$\sigma'_{m\acute{a}x}$ (MPa)	77,02	56,3	72,71	64,26	47,11	44,3
S_y (MPa)	490					
n	4,14	5,61	3,09	3,49	4,99	5,27
S_y/n	118,36	87,34	158,58	140,4	98,2	92,98

Tabla 31: comprobación a fluencia

Los ejes si cumplen a fluencia:

$$\sigma'_{m\acute{a}x} < \frac{S_y}{n}$$

7. Análisis de ejes desde el punto de vista de su rigidez:

Una vez calculado y comprobado que los ejes aguantan las tensiones a las que están sometidos, es necesario comprobar los ejes desde el punto de vista de su rigidez.

Para ello se usarán las fuerzas producidas en los ejes, creadas, como ya se ha explicado, por los esfuerzos en los dientes de los engranajes. Se tendrán en cuenta las fuerzas tangencial y radial, ambas iguales en cada relación de transmisión, tanto para el piñón como para la rueda, y como estas fuerzas se tienen que anular con las fuerzas transferidas al eje, en los ejes las fuerzas serán las mismas para cada relación de transmisión.

Las fuerzas producidas en los ejes serán las siguientes:

	Relación 1ª	Relación 2ª	Relación 3ª	Relación 4ª	Relación 5ª	Relación 6ª
F_t (KN)	2,0881	1,5661	1,474	1,3188	1,139	1,0895
F_r (KN)	0,76	0,57	0,54	0,48	0,415	0,3965

Tabla 32: fuerzas producidas en los ejes

- Momentos producidos en los ejes: como ya se ha dicho anteriormente, los momentos flectores sobre los ejes producen deflexiones, las cuales son de dos tipos; las deflexiones " θ ", que consisten en la desviación (desplazamiento) de los puntos de la elástica, y las deflexiones angulares " δ ", que consisten en el cambio de la pendiente de la elástica. Las deflexiones excesivas son muy perjudiciales, ya que pueden provocar gran vibración y sobrecargas en rodamientos y ruedas dentadas, en definitiva producen grandes aumentos de los esfuerzos, pudiendo provocar la falla del eje.

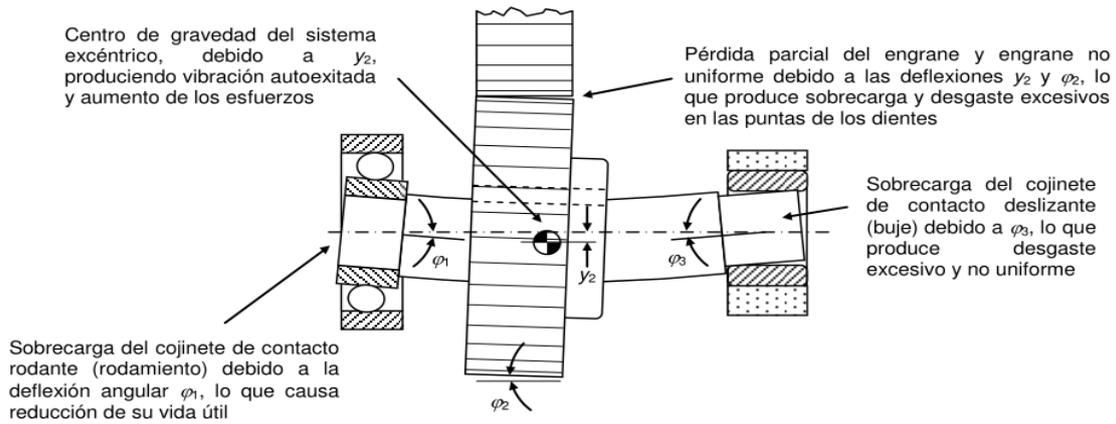


Ilustración 41: deflexiones eje caja de cambios

Las fuerzas, crearán tanto momentos flectores como torsores. El momento torsor creado, será constante en todo el eje, mientras que el momento flector, se descompondrá en dos momentos, dependiendo de la fuerza y del plano de actuación de esta.

La colocación de las fuerzas en el eje es la siguiente:

- La fuerza radial se situará en el centro del piñón de primera velocidad sobre el plano XY:

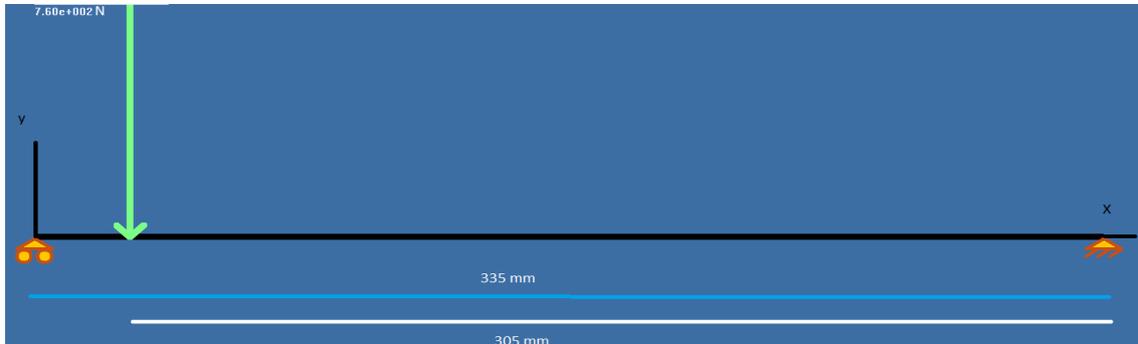


Ilustración 42: fuerza radial sobre el eje primario

La fuerza tangencial estará situada en el mismo punto que la fuerza anterior, pero actuará en el plano XZ:

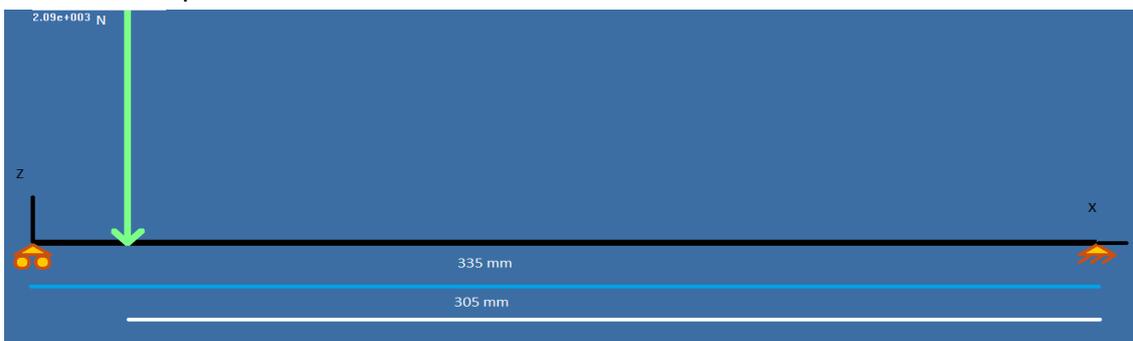


Ilustración 43: fuerza tangencial sobre el eje primario

Los diámetros de los ejes son:

	Díámetro (mm)
Eje primario	24,96
Eje secundario	27,96

Tabla 33: diámetros ejes caja de cambios

- Rigidez a flexión: se comenzará el análisis a rigidez, por las deformaciones transversales por flexión, para ello se realizará el cálculo de deformaciones mediante la integración de la ecuación de la elástica.

Plano vertical XY

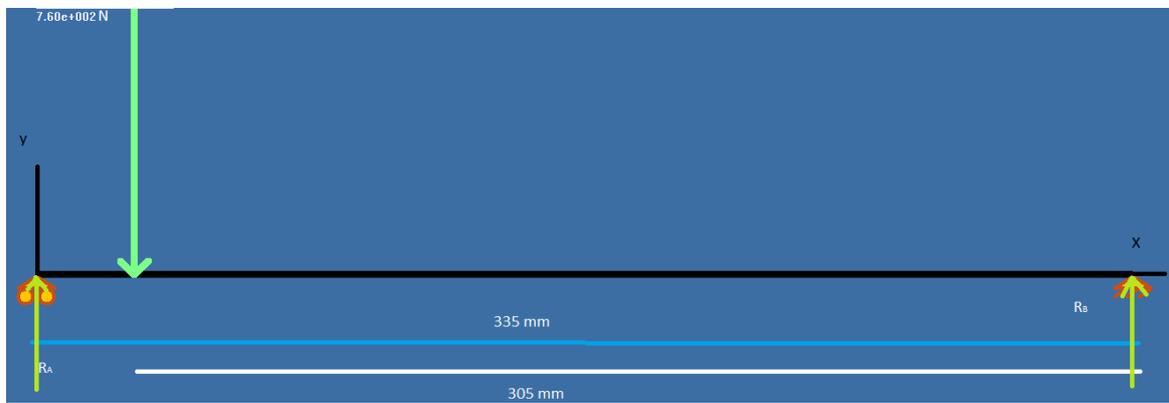


Ilustración 44: fuerza radial sobre el eje primario

Cálculo de las ecuaciones de pendiente y deformación del eje:

$$\sum F_V = 0$$

$$R_A - 760 + R_B = 0$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-760 \cdot 30 + R_B \cdot 335 = 0$$

$$R_B = \frac{760 \cdot 30}{335} = 68,06 \text{ N}$$

$$R_A = 760 - 68,06 = 691,94 \text{ N}$$



Una vez halladas las reacciones en los apoyos, se divide el eje en partes:

$$\underline{0 < X < 30}$$

$$EIy_1'' = 691,94 \cdot x$$

$$EIy_1' = 691,94 \cdot \frac{x^2}{2} + c_1 = 345,97 \cdot x^2 + c_1$$

$$EIy_1 = 345,97 \cdot \frac{x^3}{3} + c_1 \cdot x + c_2 = 115,32 \cdot x^3 + c_1 \cdot x + c_2$$

$$\underline{30 < x < 335}$$

$$EIy_2'' = 691,94 \cdot x - 760 \cdot (x - 30) = -68,06 \cdot x + 22800$$

$$EIy_2' = -68,06 \cdot \frac{x^2}{2} + 22800 \cdot x + c_3 = -34,03 \cdot x^2 + 22800 \cdot x + c_3$$

$$\begin{aligned} EIy_2 &= -34,03 \cdot \frac{x^3}{3} + 22800 \cdot \frac{x^2}{2} + c_3 \cdot x + c_4 \\ &= -11,34 \cdot x^3 + 11400 \cdot x^2 + c_3 \cdot x + c_4 \end{aligned}$$

Condiciones de contorno y continuidad

$$x = 0 \rightarrow y_1 = 0$$

$$x = 335 \rightarrow y_2 = 0$$

$$x = 30$$

$$y_1' = y_2'$$

$$y_1 = y_2$$

A partir de estas condiciones se calcula el valor de las constantes, obteniéndose:

$$c_3 = -2556576,9$$

$$c_1 = -2214576,9$$

$$c_2 = 0$$

$$c_4 = 3419814$$

Plano horizontal XZ

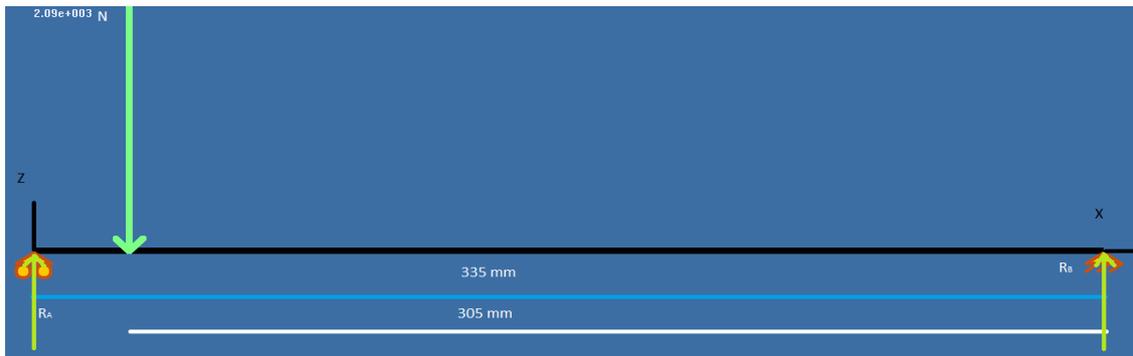


Ilustración 45: fuerza tangencial sobre el eje primario

Una vez halladas las reacciones en los apoyos, se divide el eje en partes:

$$\underline{0 < X < 30}$$

$$EIz_1'' = 1901,11 \cdot x$$

$$EIz_1' = 1901,11 \cdot \frac{x^2}{2} + c_1 = 950,5 \cdot x^2 + c_1$$

$$EIz_1 = 950,5 \cdot \frac{x^3}{3} + c_1 \cdot x + c_2 = 316,85 \cdot x^3 + c_1 \cdot x + c_2$$

$$\underline{30 < x < 335}$$

$$EIz_2'' = 1901,11 \cdot x - 2088,1 \cdot (x - 30) = -186,99 \cdot x + 62643$$

$$EIz_2' = -186,99 \cdot \frac{x^2}{2} + 62643 \cdot x + c_3 = -93,4 \cdot x^2 + 62643 \cdot x + c_3$$

$$EIz_2 = -93,4 \cdot \frac{x^3}{3} + 62643 \cdot \frac{x^2}{2} + c_3 \cdot x + c_4$$

$$= -31,1 \cdot x^3 + 31321,5 \cdot x^2 + c_3 \cdot x + c_4$$

Condiciones de contorno y continuidad

$$x = 0 \rightarrow z_1 = 0$$

$$x = 335 \rightarrow z_2 = 0$$

$$x = 30$$

$$z_1' = z_2'$$

$$z_1 = z_2$$



A partir de estas condiciones se elaborarán halla el valor de las constantes de integración:

$$c_3 = -7030560,8$$

$$c_1 = -6090780,8$$

$$c_2 = 0$$

$$c_4 = 9398693$$

Una vez que se sabe el valor de las constantes se elabora una tabla con los puntos del eje donde existen limitaciones de pendiente y/o deformación para comprobar, con el valor del diámetro, que no se superan los valores límite:

Estos puntos son:

Rodamiento A (x = 0)

$$EIy'_{1(x=0)} = 345,97 \cdot x^2 - 2214576,9 = -2214576,9 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$EIy_{1(x=0)} = 0$$

$$EIz'_{1(x=0)} = 950,5 \cdot x^2 - 6090780,8 = -6090780,8 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$EIz_{1(x=0)} = 0$$

$$EI\theta = \sqrt{(-2214576,9)^2 + (-6090780,8)^2} = 6480892,03 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Engranaje P (x = 30)

$$EIy'_{2(x=30)} = -34,03 \cdot (30)^2 + 22800 \cdot 30 - 2556576,9 = -1903203,9 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\begin{aligned} EIy_{2(x=30)} &= -11,34 \cdot (30)^3 + 11400 \cdot (30)^2 - 2556576,9 \cdot 30 + 3419814 \\ &= -63323673 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

$$EIz'_{2(x=30)} = -93,4 \cdot (30)^2 + 62643 \cdot 30 - 7030560,8 = -5235330,8 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\begin{aligned} EIz_{2(x=30)} &= -31,1 \cdot (30)^3 + 31321,5 \cdot (30)^2 - 7030560,8 \cdot 30 + 9398693 \\ &= -174168481 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

$$EI\theta = \sqrt{(EIy'_2)^2 + (EIz'_2)^2} = 5570536,21 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$EI\delta = \sqrt{(EIy_2)^2 + (EIz_2)^2} = 185322819,3 \text{ N} \cdot \text{mm}$$



Rodamiento B (x = 335)

$$\begin{aligned}EIy'_2(x=335) &= -34,03 \cdot (335)^2 + 22800 \cdot 335 - 2556576,9 = \\ &= 1262406,35 \text{ N} \cdot \text{mm}\end{aligned}$$

$$EIz'_2(x=335) = -93,4 \cdot (335)^2 + 62643 \cdot 335 - 7030560,8 = 3473029,2 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$EI\theta = \sqrt{(EIy'_2)^2 + (EIz'_2)^2} = 3695348,6 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Entre x=30 y x=335 la pendiente cambia de signo en dos ocasiones, se calculan los puntos donde se anula, que serán donde la deformación del eje tome sus valores máximos en los distintos planos:

Plano XY

$$EIy'_2 = -34,03 \cdot (x)^2 + 22800 \cdot x - 2556576,9 = 0$$

$$x = \frac{-22800 \pm \sqrt{(22800)^2 - 4 \cdot (-34,03) \cdot (-2556576,9)}}{2 \cdot (-34,03)} = 142,39 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned}EIy_2 &= -11,34 \cdot (142,39)^3 + 11400 \cdot (142,39)^2 - 2556576,9 \cdot 142,39 + 3419814 \\ &= -162215126,1 \text{ N} \cdot \text{mm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}EIz_2 &= -31,1 \cdot (142,39)^3 + 31321,5 \cdot (142,39)^2 - 7030560,8 \cdot 142,39 + 9398693 \\ &= -446426181,2 \text{ N} \cdot \text{mm}\end{aligned}$$

$$EI\delta = \sqrt{(EIy_2)^2 + (EIz_2)^2} = 474984297 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Plano XZ

$$EIz'_2 = -93,4 \cdot (x)^2 + 62643 \cdot x - 7030560,8 = 0$$

$$x = \frac{-62643 \pm \sqrt{(62643)^2 - 4 \cdot (-93,4) \cdot (-7030560,8)}}{2 \cdot (-93,4)} = 142,5 \text{ mm}$$

Como el punto es el mismo que el anterior, los valores van a ser iguales.

Para continuar el análisis a rigidez, se usarán las siguientes limitaciones, tanto para la flexión como para la torsión.

Deformación	Aplicación	Deformación permisible*	
Deflexión (debida a flexión)	y	Deflexión máxima en árboles que soportan ruedas dentadas	$[y] = (0.0002...0.0003)L$, donde L es la distancia entre apoyos
		En el sitio de asiento de ruedas dentadas cilíndricas	$[y] = (0.01...0.03)m$, donde m es el módulo de la transmisión
		En el sitio de asiento de ruedas dentadas cónicas e hipoidales	$[y] = (0.005...0.007)m$, donde m es el módulo de la transmisión
		Deflexión máxima en los árboles de los motores asíncronos	$[y] = 0.1h$, donde h es la holgura entre el rotor y el estator
		Deflexión máxima en árboles de ventiladores	$[y] = (0.0003...0.0005)D$, donde D es el diámetro del rotor
Deflexión angular (debida a flexión)	φ	En el sitio de asiento de ruedas dentadas	$[\varphi] = 0.001$ rad
		En un cojinete	$[\varphi] = 0.001$ rad
		En el asiento de rodamientos de bolas	$[\varphi] = 0.01$ rad
		En el asiento de rodamientos de rodillos cilíndricos	$[\varphi] = 0.0025$ rad
		En el asiento de rodamientos cónicos	$[\varphi] = 0.0016$ rad
		En el asiento de rodamientos esféricos	$[\varphi] = 0.05$ rad
Ángulo de torsión (por unidad de longitud)	θ/L	Grúas desplazables y portátiles	$[\theta/L] = 0.0045...0.006$ rad/m
		Husillos de tornos y taladros	$[\theta/L] = 0.00175$ rad/m
		Árboles medios de destinación general	$[\theta/L] = 0.009$ rad/m
		Árboles de cardanes de vehículos ($d = 30...50$ mm)	$[\theta/L] = 0.005...0.007$ rad/m

* Otras recomendaciones^[4] indican que: $y \leq 0.005$ in en los asientos de ruedas dentadas; $\varphi_1 + \varphi_2 < 0.03^\circ$, donde φ_1 y φ_2 son las deflexiones angulares de un par de ruedas dentadas engranando; y que y en cojinetes de contacto deslizante debe ser menor que el espesor de la película de aceite.

* El módulo, m , de una transmisión por ruedas dentadas es un parámetro que define el tamaño de los dientes.

Tabla 34: deformación permisible análisis a rigidez

Partiendo de los diámetros antes expuestos, se aplican las siguientes ecuaciones, hallando así el valor de la pendiente y/o deformación en cada punto del eje:

$$\theta = \frac{EI\theta \cdot 64}{\pi \cdot E \cdot d^4}$$

$$\delta = \frac{EI\delta \cdot 64}{\pi \cdot E \cdot d^4}$$

Los resultados se muestran en la siguiente tabla:

		EIy' EIy	EIz' EIz	$EI\theta$ $EI\delta$	d	$\theta(\text{rad})$ $\delta(\text{mm})$	θ_L δ_L
Rodam A	θ	-2214576,9	-6090780,8	6480892,03	24,96	0,0016	0,0016
	δ	0					
Engran	θ	-1903203,9	-5235330,8	5570536,21	24,96	0,001	0,001
	δ	-63323673	-174168481	185322819,3	24,96	0,04	0,15
Rodam B	θ	1262406,35	3473029,2	3695348,6	24,96	0,0009	0,0016
	δ	0					
$EI\delta_{\text{máx}}$ ($x=142,39\text{mm}$)	θ	0					
	δ	-162215126,1	-446426181,2	474984297	24,96	0,1	0,1

Tabla 35: valores pendiente y deformación análisis a rigidez

Se observa, que los ejes sometidos a flexión y con un diámetro mínimo de 24,96 mm, no superan los valores límite de pendiente, ni de deformación dados.

- Rigidez a torsión: un par de torsión actuando sobre un tramo de árbol produce una deformación angular; una de las caras del tramo gira respecto a la otra. Esta deformación denominada ángulo de torsión, puede producir, por ejemplo, imprecisión en la transmisión del movimiento.

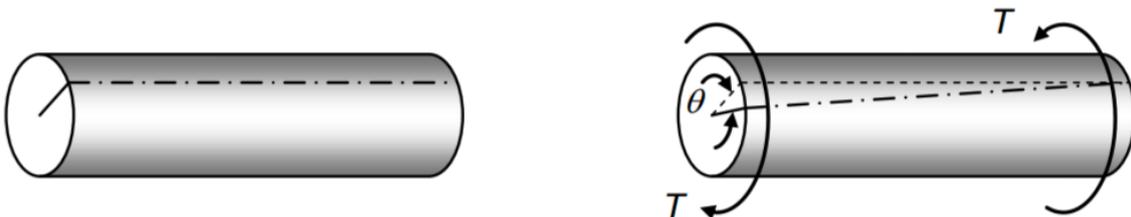


Ilustración 46: ángulo de torsión

Eje primario

$$\sigma = \frac{M_T \cdot L}{G \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{64}} = \frac{62643 \cdot 335}{8,05 \cdot 10^4 \cdot \frac{\pi \cdot 24,96^4}{64}} = 0,013 \text{ rad} < 0,027$$

Eje secundario

$$\sigma = \frac{M_T \cdot L}{G \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{64}} = \frac{177,49 \cdot 10^3 \cdot 335}{8,05 \cdot 10^4 \cdot \frac{\pi \cdot 27,96^4}{64}} = 0,02 \text{ rad} < 0,027$$

Los ejes cumplen a rigidez.

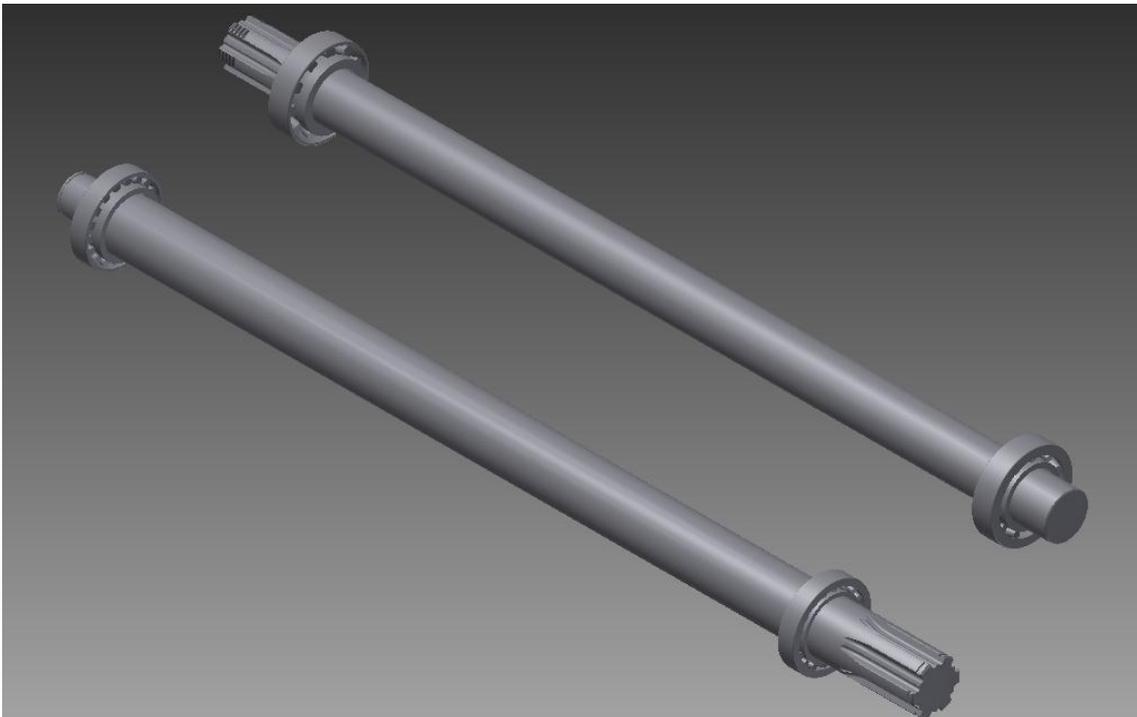


Ilustración 47: ejes AUTODESK INVENTOR



Uniones y elementos de fijación

Una vez calculadas las dimensiones de los engranajes y de los ejes, se deben definir los elementos encargados de unir y fijar cada una de las piezas de la caja de cambios.

Para unir los engranajes con los ejes, se van a utilizar ejes perfilados o acanalados, que unirán a los diferentes engranajes con el eje solidariamente, y que permitirán un desplazamiento longitudinal a lo largo del eje. Este tipo de unión se hará tanto para el eje primario como para el eje secundario.

Para soportar los ejes dentro de la carcasa que alberga la caja de cambios, se usarán rodamientos. Este tipo de unión, permitirá un giro del eje sin perder velocidad angular.

1. Ejes perfilados o acanalados:

En el análisis se observa que en lugar de insertar varias chavetas de ajuste en ranuras practicadas en los ejes, como sucede en cajas de cambios de coches, se le ha dado directamente forma de perfil a la sección transversal del eje y por consiguiente conformar la sección transversal del engranaje de forma correspondiente. La unión de ejes perfilados presenta la ventaja de que no precisa ningún elemento intermedio adicional, como por ejemplo chavetas de ajuste, para la transmisión del par de giro. El centrado del cubo se realiza a través de una superficie de la camisa del cilindro (diámetro menor del eje) o por medio de los flancos de los talones de arrastre. Con un centrado interior se puede lograr una excelente concentricidad.

El centrado por los flancos garantiza un juego de torsión pequeño; resulta idóneo por ello especialmente para pares de giro alternantes e intermitentes. Como en el caso de las chavetas, se realiza un diseño aproximado sobre la base de la presión superficial.

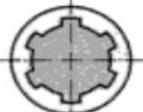
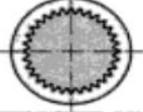
Denominación	Norma	Representación	Talón de arrastre	Centrado	Porcentaje de área de contacto
Árbol estriado	ISO 14 DIN 5464		Talón de arrastre prismático	Interior	$\varphi = 0,75$
				Fiancos	$\varphi = 0,9$
Árbol dentado con dentado de entalladura	DIN 5481		Dentado de entalladura	Fiancos	$\varphi = 0,5$
Árbol dentado con dentado evolvente	DIN 5480 DIN 5482		Dentado evolvente	Fiancos	$\varphi = 0,75$

Tabla 36: uniones de ejes perfilados o acanalados

El eje perfilado se calculará principalmente a cortante. En caso de tener momentos torsores muy elevados se debería comprobar también a compresión, pero no es el caso.

Para el caso del piñón de la primera velocidad montado sobre el eje primario, se parte de los siguientes datos:

- *Momento torsor máximo:* 62643 N · mm
- *Diámetro del eje:* 24,96 mm

con el momento torsor, se puede calcular la fuerza que deberá soportar el perfilado:

$$T = F \cdot D_{eje}$$

despejando de la fórmula anterior la fuerza (F) queda:

$$F = \frac{T}{D_{eje}} = \frac{62643}{24,96} = 2509,74 \text{ N}$$

El siguiente paso es encontrar las medidas del perfilado que se deben colocar en los elementos a unir.

El acanalado se selecciona de un fabricante de ejes acanalados normalizados, la casa CERT, distribuida por SYTRANS. A continuación se comprobará que acanalados fabrican para ejes de 24,96 mm.

En este caso, se ha escogido un eje acanalado normalizado DIN 5463.



C/Pasteur, 36 - Pol. Ind. Los Villares
Teléf: +34 923 20 43 34
Fax: +34 923 20 41 33
37184 VILLARES DE LA REINA
(Salamanca - España)
sytrans@sytrans.es
www.sytrans.es

Ref.:	Ejes estriados DIN 5463					Peso Kg/m
	$\varnothing D$ -0,07 -0,27	$\varnothing d$ -0,00 -0,07	Z	C +0,00 -0,08	Sección mm ²	
SEE-14	14	11	6	3	121,9	0,95
SEE-16	16	13	6	3,5	164,1	1,28
SEE-20	20	16	6	4	243,4	1,91
SEE-22	22	18	6	5	312,4	2,45
SEE-25	25	21	6	5	399,8	3,14
SEE-28	28	23	6	6	505,2	3,96
SEE-32	32	26	6	6	638,6	5,00
SEE-38	38	32	6	6	947,8	7,43
SEE-48	48	42	8	8	1576,7	12,37

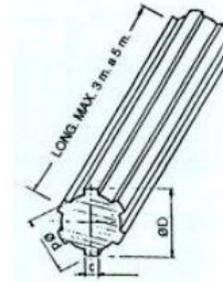


Tabla 37: ejes acanalados DIN 5463

Para el eje que posee la caja de cambios, se necesita un acanalado de las siguientes medidas (mm):

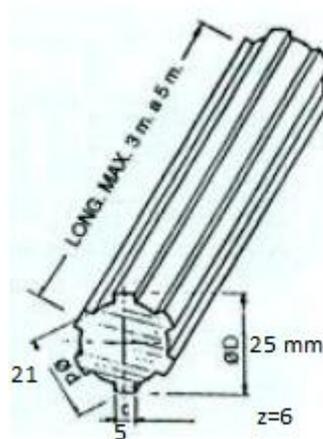


Ilustración 48: medidas acanalado eje primario

Para completar el eje acanalado, se debe conocer la longitud. Esta longitud depende de la fuerza que se ha calculado previamente.

El eje se calcula a cortante ya que las fuerzas se distribuyen de la siguiente manera:

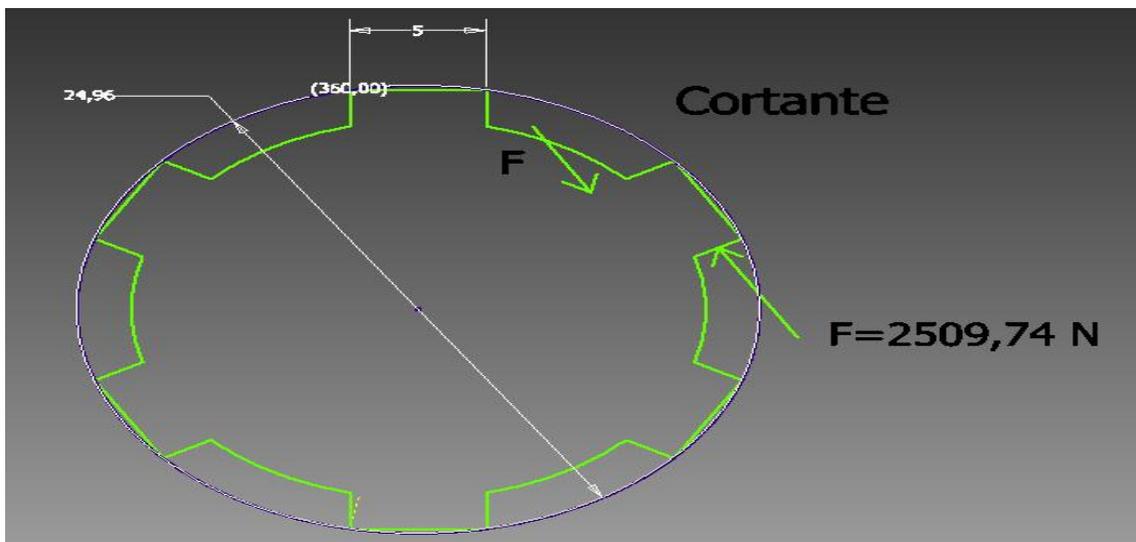


Ilustración 49: distribución fuerzas acanalado

con la fórmula a cortante se obtiene la longitud mínima del acanalado:

$$\tau = \frac{F}{S_r} = \frac{F}{b \cdot L}$$

Donde S_r es la sección resistente.

La τ para calcular el acanalado se iguala a la tensión de fluencia resistente entre el factor de concentración de tensiones que según la siguiente tabla es:

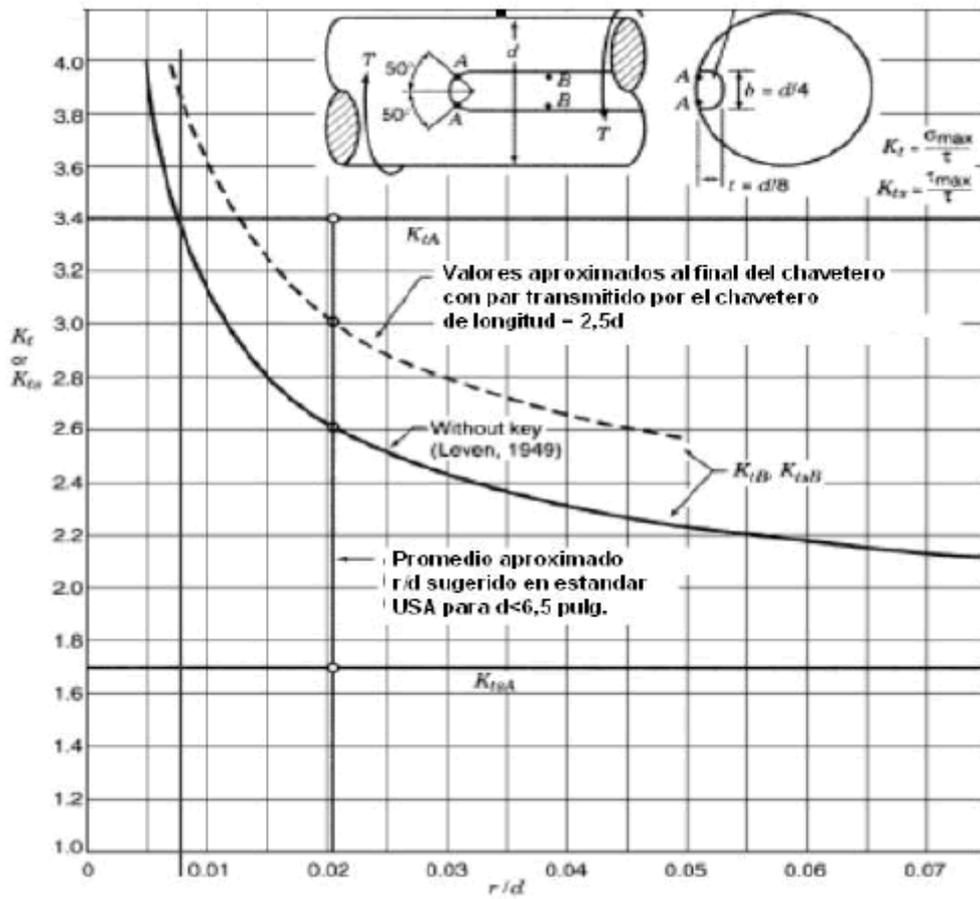


Ilustración 50: figura concentración de tensiones

$$\frac{r}{d} = \frac{0,74}{24,96} = 0,03$$

por lo que:

$$K_{ts} = 2,8$$

para el caso en que el acanalado transmita el momento torsor. Así que:

$$\tau = \frac{\sigma_F}{K_{ts}}$$

El eje, como ya se explicó anteriormente, será de acero AISI 1040 estirado en frío, con una resistencia a la fluencia de 490 MPa. Con esto se obtiene:

$$\tau = \frac{490}{2,8} = 175 \text{ MPa}$$

y la longitud mínima del acanalado es:

$$L = \frac{F}{b \cdot \tau} = \frac{2509,74}{5 \cdot 175} = 2,87 \text{ mm}$$

Mediante esta ecuación, se puede apreciar que con los esfuerzos que se tienen, el acanalado aguanta con una longitud muy pequeña. Por lo que en este caso se optará por acanalar toda la parte del eje primario en la que se alojan y se desplazan los piñones 3 y 4, puesto que son solidarios al eje y sincronizadores de los piñones 2 y 6.

En el eje secundario el acanalado será diferente, debido a la diferencia de diámetros:

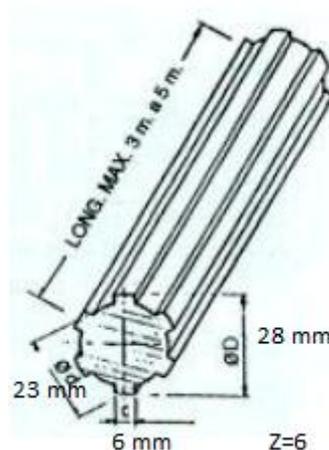


Ilustración 51: medidas acanalado eje secundario

Y se prolongará a lo largo de la distancia que ocupan las ruedas 2 y 5, ya que son las ruedas solidarias al eje, que a su vez actúan como sincronizadores.



2. Rodamientos:

Los rodamientos van a ser los encargados de soportar cada uno de los ejes de los que consta la caja de cambios.

A continuación se calcularán los rodamientos más adecuados para el presente análisis.

- Vida útil de los rodamientos: la vida útil de un rodamiento es el número de ciclos que es capaz de soportar el rodamiento para una determinada carga. Lo más normal es que los rodamientos se rompan por fatiga, se considera que el rodamiento falla cuando en sus pistas rodantes hay un área deteriorada de $6,5 \text{ mm}^2$. El área anteriormente mencionada, no es visible, pero en la superficie exterior aparecen unas grietas que indican que el rodamiento ya está dañado.

El índice básico de carga se define como la carga constante aplicada a los rodamientos con anillos exteriores estáticos que pueden soportar los anillos interiores para un índice de vida de un millón de revoluciones (10^6 revoluciones).

Entre la carga de los rodamientos y el índice básico de vida existe la siguiente relación, para rodamientos de rodillos:

$$L = \left(\frac{c}{p}\right)^{\frac{10}{3}}$$

Donde:

$L = \text{índice básico de vida (}10^6 \text{ revoluciones)}$

$p = \text{carga del rodamiento (N)}$

$c = \text{índice básico de carga (N)}$

Si se designa el índice básico de vida como L_h (h), la velocidad del rodamiento como n (rpm), el factor de vida frente a la fatiga como f_h , y el factor de velocidad como f_n , se obtienen las relaciones mostradas en la siguiente tabla:

Parámetros de vida	Rodamientos de bolas	Rodamientos de rodillos
Índice básico de vida	$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{P} \right)^3 = 500 f_h^3$	$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{P} \right)^{\frac{10}{3}} = 500 f_h^{\frac{10}{3}}$
Factor de vida de fatiga	$f_h = f_n \frac{C}{P}$	$f_h = f_n \frac{C}{P}$
Factor de velocidad	$f_n = \left(\frac{10^6}{500 \times 60n} \right)^{\frac{1}{3}}$ $= (0.03n)^{-\frac{1}{3}}$	$f_n = \left(\frac{10^6}{500 \times 60n} \right)^{\frac{3}{10}}$ $= (0.03n)^{-\frac{3}{10}}$

Tabla 38: relaciones rodamientos

- Proceso de selección: para seleccionar los rodamientos, primero se deben definir los conceptos básicos que se usarán para su dimensionado.

En el caso del presente análisis, se calcularán las cargas del rodamiento en aplicaciones de transmisión por engranajes. Estas cargas impuestas sobre los rodamientos se calcularán teniendo en cuenta que los engranajes que las producen, son engranajes rectos, por lo que se hará de la siguiente manera:

$$M = \frac{9550000 \cdot H}{n} \quad (N \cdot mm)$$

$$P_K = \frac{M}{r}$$

$$S_K = P_K \cdot \tan(\sigma)$$

$$K_C = \sqrt{P_K^2 + S_K^2}$$



Donde:

$M = \text{par aplicado al engranaje}$

$P_K = \text{fuerza tangencial sobre el engranaje}$

$S_K = \text{fuerza radial sobre el engranaje}$

$K_c = \text{fuerza combinada impuesta sobre el engranaje}$

$H = \text{potencia transmitida (Kw)}$

$n = \text{velocidad angular (rpm)}$

$r = \text{radio del círculo de paso del engranaje de transmisión}$

$\sigma = \text{ángulo de presión}$

Estas fuerzas ya han sido calculadas con anterioridad, ahora se calculará la distribución de cargas en los rodamientos.

En la caja de cambios, los ejes deben soportar tanto cargas axiales como radiales. Un rodamiento de rodillos cónicos puede soportar tanto cargas radiales como cargas de empuje (axiales) o cualquier combinación de las dos. Sin embargo, aun cuando no actúe ninguna carga externa de empuje, la carga radial inducirá una reacción de empuje dentro del rodamiento, a causa de la conicidad. Para evitar la separación entre pistas y rodillos este empuje tiene que resistirlo otra fuerza axial de igual magnitud y de sentido contrario. Una forma de generar esta fuerza es usar siempre, por lo menos, dos rodamientos de rodillos cónicos en un mismo eje. Estos pueden instalarse con sus partes traseras puestas frente a frente, en cuyo caso se dice que están en montaje indirecto, o con sus frentes o partes delanteras puestas frente a frente, o sea, en montaje directo.

La componente de empuje F_a , producida por una carga radial pura F_r , se expresa por la ecuación:

$$F_a = \frac{0,47 \cdot F_r}{K}$$

En la que K es la relación de la capacidad de carga radial del rodamiento a la capacidad de carga axial o de empuje del mismo. La constante 0,47 se obtiene de la suma de los componentes de empuje de los rodillos que soportan la carga. El valor de K es, aproximadamente, 1,5 para rodamientos radiales y 0,75 para rodamientos de gran ángulo.

Las cargas radiales sobre los rodamientos I y II pueden calcularse utilizándose las siguientes ecuaciones:

$$F_{rI} = \frac{b}{c} \cdot K$$

$$F_{rII} = \frac{a}{c} \cdot K$$

Donde:

F_{rI} = carga radial aplicada sobre el rodamiento I

F_{rII} = carga radial aplicada sobre el rodamiento II

K = carga del eje

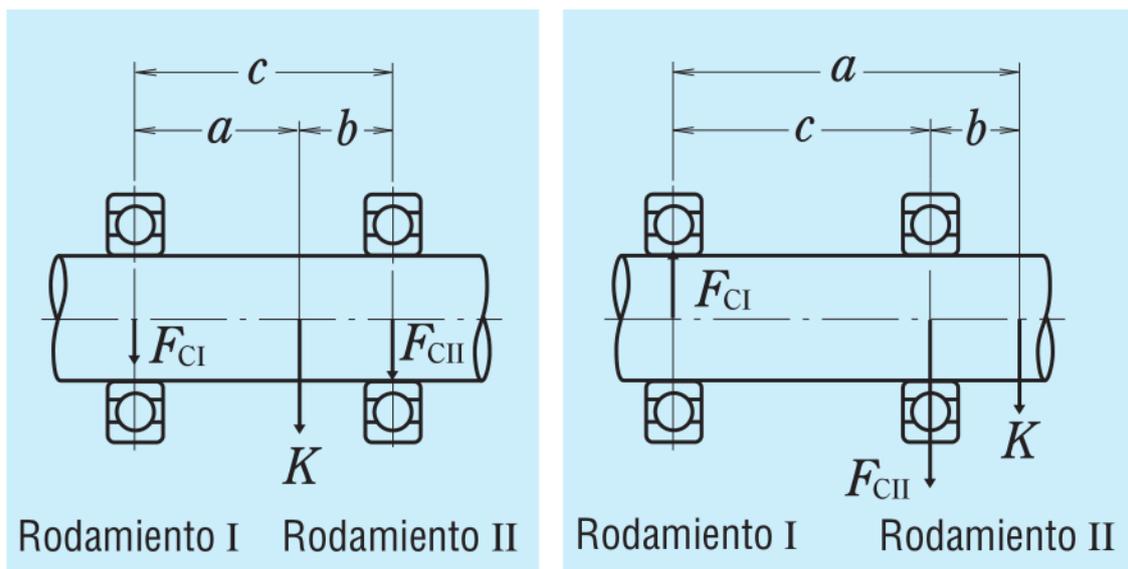


Ilustración 52: distribución de la carga radial

En la tabla siguiente se mostrará la carga radial que provoca cada relación de marchas, y de todas ellas se cogerá la mayor en cada rodamiento para los cálculos posteriores:

Eje Primario						
	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
F_r (N)	760	570	540	480	415	396,5
a (mm)	30	305	140	195	80	255
b (mm)	305	30	195	140	255	80
c (mm)	335					
F_{rI} (N)	691,94	51,04	314,33	200,6	315,9	94,69
F_{rII} (N)	68,06	518,96	225,67	279,4	99,1	301,81
F_{al} (N)	216,81					

Tabla 39: carga radial y longitudes de cada relación de marchas eje primario

Eje Secundario						
	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
F_r (N)	760	570	540	480	415	396,5
a (mm)	30	305	140	195	80	255
b (mm)	305	30	195	140	255	80
c (mm)	335					
F_{rI} (N)	691,94	51,04	314,33	200,6	315,9	94,69
F_{rII} (N)	68,06	518,96	225,67	279,4	99,1	301,81
F_{all} (N)	162,61					
K	1,5					

Tabla 40: carga radial y longitudes de cada relación de marchas eje secundario

Las cargas radiales equivalentes se calcularán por medio de las siguientes ecuaciones. Como se ha estado usando hasta ahora, los subíndices I y II indican uno u otro de los dos rodamientos sobre los que están apoyados los ejes. La carga radial equivalente que actúa en los rodamientos I y II son:

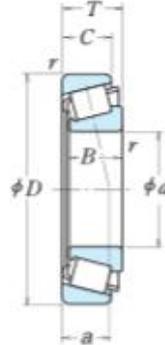
$$P = F_r \text{ cuando } \frac{F_a}{F_r} \leq e$$

$$P = 0,4 \cdot F_r + y \cdot F_a \text{ cuando } \frac{F_a}{F_r} > e$$

Para el cálculo del rodamiento en el punto I, como el diámetro del eje es de 24,96 mm, mediante el catálogo NSK, se obtiene el siguiente:

RODAMIENTOS DE RODILLOS CÓNICOS DE UNA SOLA HILERA

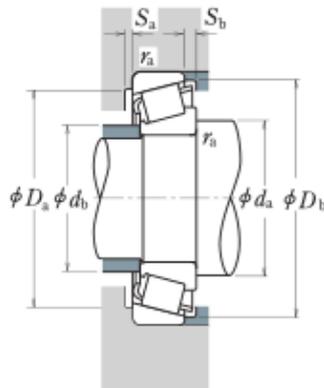
Diámetro Interior 15~28 mm



d	D	Dimensiones (mm)				Cono	Copa r min.	Índices Básicos de Carga (N)				Velocidades Límite (rpm)	
		T	B	C	C _r			C _{0v}	C _r	C _{0v}	Grasa	Aceite	
15	35	11.75	11	10	0.6	0.6	14 800	13 200	1 510	1 350	11 000	15 000	
	42	14.25	13	11	1	1	23 600	21 100	2 400	2 160	9 500	13 000	
17	40	13.25	12	11	1	1	20 100	19 900	2 050	2 030	9 500	13 000	
	47	15.25	14	12	1	1	29 200	26 700	2 980	2 720	8 500	12 000	
20	47	15.25	14	10.5	1	1	22 000	20 300	2 240	2 070	8 000	11 000	
	52	16.25	15	12	0.3	1	37 500	36 500	3 800	3 750	8 500	11 000	
22	42	15	15	12	0.6	0.6	24 600	27 400	2 510	2 800	9 000	12 000	
	47	15.25	14	12	1	1	27 900	28 500	2 850	2 900	8 000	11 000	
25	47	15.25	14	12	0.3	1	23 900	24 000	2 430	2 450	8 000	11 000	
	52	16.25	15	13	1.5	1.5	35 000	33 500	3 200	3 400	7 500	10 000	
28	52	16.25	15	12	1.5	1.5	25 300	24 500	2 580	2 490	7 100	10 000	
	52	22.25	21	18	1.5	1.5	45 500	47 500	4 650	4 850	8 000	11 000	
30	44	15	15	11.5	0.6	0.6	25 600	29 400	2 610	3 000	8 500	11 000	
	50	15.25	14	12	1	1	29 200	30 500	2 980	3 150	7 500	10 000	
35	50	15.25	14	12	1	1	27 200	29 500	2 780	3 000	7 500	10 000	
	50	19.25	18	15	1	1	36 500	40 500	3 750	4 100	7 500	11 000	
40	50	19.25	18	15	1	1	33 500	39 500	3 400	4 000	7 500	10 000	
	56	17.25	16	14	1.5	1.5	37 000	36 500	3 750	3 750	7 100	9 500	
45	56	17.25	16	13	1.5	1.5	34 500	34 000	3 500	3 500	6 700	9 500	
	62	15	15	11.5	0.6	0.6	27 400	33 000	2 800	3 400	8 000	11 000	
50	47	17	17	14	0.6	0.6	31 000	38 000	3 150	3 900	8 000	11 000	
	52	16.25	15	13	1	1	32 000	35 000	3 300	3 550	7 100	10 000	
55	52	16.25	15	12	1	1	28 100	31 500	2 860	3 200	9 700	9 500	
	52	19.25	18	16	1	1	40 000	45 000	4 050	4 600	7 100	10 000	
60	52	19.25	18	15	1	1	35 000	42 000	3 550	4 250	7 100	9 500	
	52	22	22	18	1	1	47 500	56 500	4 850	5 750	7 500	10 000	
65	62	18.25	17	15	1.5	1.5	47 500	46 000	4 850	4 700	6 300	8 500	
	62	18.25	17	14	1.5	1.5	42 000	45 000	4 300	4 550	6 000	8 500	
70	62	18.25	17	13	1.5	1.5	38 000	40 500	3 900	4 100	5 600	8 000	
	62	18.25	17	13	1.5	1.5	38 000	40 500	3 900	4 100	5 600	8 000	
75	62	25.25	24	20	1.5	1.5	62 500	66 000	6 400	6 750	6 300	8 500	
	52	16	16	12	1	1	32 000	39 000	3 300	3 950	7 100	9 500	
80	58	17.25	16	14	1	1	39 500	41 500	4 050	4 200	6 300	9 000	
	58	17.25	16	12	1	1	34 000	38 500	3 450	3 900	6 300	8 500	
85	58	20.25	19	16	1	1	47 500	54 000	4 850	5 500	6 300	9 000	
	58	20.25	19	16	1	1	42 000	49 500	4 300	5 050	6 300	9 000	
90	68	19.75	18	15	1.5	1.5	55 000	55 500	5 650	5 650	6 000	8 000	
	68	19.75	18	14	1.5	1.5	49 500	50 500	5 000	5 150	5 600	7 500	

Observaciones El sufijo C representa rodamientos de rodillos cónicos de ángulo medio Puesto que están diseñados para aplicaciones específicas, consulte con NSK cuando use rodamientos con el sufijo C.

Tabla 41: catálogo rodamientos rodillos cónicos una hilera



Carga Dinámica Equivalente

$$P = XF_r + YF_a$$

$F_a/F_r \leq e$		$F_a/F_r > e$	
X	Y	X	Y
1	0	0.4	Y_1

Carga Estática Equivalente

$$P_0 = 0.5F_r + Y_0F_a$$

Cuando $F_r > 0.5F_r + Y_0F_a$, use $P_0 = F_r$

Los valores de e , Y_1 , y Y_0 se indican en la tabla siguiente.

Números de Rodamientos	Serie Dimensional ISO355 aprox.	Dimensiones de Tope y Chaflán (mm)								Cono r_a mín.	Copa r_a mín.	Centros Efectivos de Carga (mm) a	Constante e	Factores de Carga Axial		Masa (kg) aprox.
		d_a mín.	d_b mín.	D_a mín.	D_b mín.	S_a mín.	S_b mín.	Y_1	Y_0							
30202	—	23	19	30	30	33	2	1.5	0.6	0.6	8.2	0.32	1.9	1.0	0.053	
HR 30302 J	2FB	24	22	36	36	38.5	2	3	1	1	9.5	0.29	2.1	1.2	0.098	
HR 30203 J	2DB	26	23	34	34	37.5	2	2	1	1	9.7	0.35	1.7	0.96	0.079	
HR 32203 J	2DD	26	22	34	34	37	2	3	1	1	11.2	0.31	1.9	1.1	0.103	
HR 30303 J	2FB	26	24	41	40	43	2	3	1	1	10.4	0.29	2.1	1.2	0.134	
30303 D	—	29	23	41	34	44	2	4.5	1	1	15.4	0.81	0.74	0.41	0.129	
HR 32303 J	2FD	28	23	41	39	43	2	4	1	1	12.5	0.29	2.1	1.2	0.178	
HR 32004 XJ	3CC	28	24	37	35	40	3	3	0.6	0.6	10.6	0.37	1.6	0.88	0.097	
HR 30204 J	2DB	29	27	41	40	44	2	3	1	1	11.0	0.35	1.7	0.96	0.127	
HR 30204 C-A-	—	29	26	41	37	44	2	3	0.3	1	13.0	0.55	1.1	0.60	0.126	
HR 32204 J	2DD	29	25	41	38	44.5	3	4	1	1	12.6	0.33	1.8	1.0	0.161	
HR 32204 CJ	5DD	29	25	41	36	44	2	4	1	1	14.5	0.52	1.2	0.64	0.166	
HR 30304 J	2FB	31	27	44	44	47.5	2	3	1.5	1.5	11.6	0.30	2.0	1.1	0.172	
30304 D	—	34	26	43	37	49	2	4	1.5	1.5	16.7	0.81	0.74	0.41	0.168	
HR 32304 J	2FD	33	26	43	42	48	3	4	1.5	1.5	13.9	0.30	2.0	1.1	0.241	
HR 320/22 XJ	3CC	30	27	39	37	42	3	3.5	0.6	0.6	11.1	0.40	1.5	0.83	0.103	
HR 302/22	—	31	29	44	42	47	2	3	1	1	11.6	0.37	1.6	0.90	0.139	
HR 302/22 C	—	31	29	44	40	47	2	3	1	1	13.0	0.49	1.2	0.67	0.144	
HR 322/22	—	31	28	44	41	47	2	4	1	1	13.5	0.37	1.6	0.89	0.18	
HR 322/22 C	—	31	29	44	39	48	2	4	1	1	15.2	0.51	1.2	0.65	0.185	
HR 303/22	—	33	30	47	46	50	2	3	1.5	1.5	12.4	0.32	1.9	1.0	0.208	
HR 303/22 C	—	33	30	47	44	52.5	3	4	1.5	1.5	15.9	0.59	1.0	0.56	0.207	
HR 32005 XJ	4CC	33	30	42	40	45	3	3.5	0.6	0.6	11.8	0.43	1.4	0.77	0.116	
HR 33005 J	2CE	33	29	42	41	44	3	3	0.6	0.6	11.0	0.29	2.1	1.1	0.131	
HR 30205 J	3CC	34	31	46	44	48.5	2	3	1	1	12.7	0.38	1.6	0.88	0.157	
HR 30205 C	—	34	32	46	43	49.5	2	4	1	1	14.4	0.53	1.1	0.62	0.155	
HR 32205 J	2CD	34	30	46	44	50	2	3	1	1	13.5	0.36	1.7	0.92	0.189	
HR 32205 C	—	34	30	46	40	50	2	4	1	1	15.8	0.53	1.1	0.62	0.19	
HR 33205 J	2DE	34	29	46	43	49.5	4	4	1	1	14.1	0.35	1.7	0.94	0.221	
HR 30305 J	2FB	36	34	54	54	57	2	3	1.5	1.5	13.2	0.30	2.0	1.1	0.27	
HR 30305 C	—	36	35	53	49	58.5	3	4	1.5	1.5	16.4	0.55	1.1	0.60	0.276	
HR 30305 DJ	(7FB)	39	34	53	47	59	2	5	1.5	1.5	19.9	0.83	0.73	0.40	0.265	
HR 31305 J	7FB	39	33	53	47	59	3	5	1.5	1.5	19.9	0.83	0.73	0.40	0.265	
HR 32305 J	2FD	38	32	53	51	57	3	5	1.5	1.5	15.6	0.30	2.0	1.1	0.376	
HR 320/28 XJ	4CC	37	33	46	44	50	3	4	1	1	12.8	0.43	1.4	0.77	0.146	
HR 302/28	—	37	34	52	50	55	2	3	1	1	13.2	0.35	1.7	0.93	0.203	
HR 302/28 C	—	37	34	52	48	54	2	5	1	1	16.9	0.64	0.94	0.52	0.198	
HR 322/28	—	37	34	52	49	55	2	4	1	1	14.6	0.37	1.6	0.89	0.243	
HR 322/28 CJ	5DD	37	33	52	45	55	2	4	1	1	16.8	0.56	1.1	0.59	0.251	
HR 303/28	—	39	37	59	58	61	2	4.5	1.5	1.5	14.5	0.31	1.9	1.1	0.341	
HR 303/28 C	—	39	38	59	57	63	3	5.5	1.5	1.5	17.4	0.52	1.2	0.64	0.335	

Tabla 42: catálogo rodamientos rodillos cónicos una hilera

Sustituyendo los valores en la ecuación se obtiene:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{216,81}{691,94} = 0,3133$$

el valor de e , se obtiene de la siguiente tabla:

F/G ₀	e	F _a /F _r ≤ e		F _a /F _r > e	
		X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂
0,014	0.19	1,00	0	0,56	2,30
0,021	0,21	1,00	0	0,56	2,15
0,028	0,22	1,00	0	0,56	1,99
0,042	0,24	1,00	0	0,56	1,85
0,056	0,26	1,00	0	0,56	1,71
0,070	0,27	1,00	0	0,56	1,63
0,084	0,28	1,00	0	0,56	1,55
0,110	0,30	1,00	0	0,56	1,45
0,17	0,34	1,00	0	0,56	1,31
0,28	0,38	1,00	0	0,56	1,15
0,42	0,42	1,00	0	0,56	1,04
0,56	0,44	1,00	0	0,56	1,00

Tabla 43: tabla obtención "e"

interpolando en la tabla el valor del empuje F_a se obtiene:

$$F_a = 0,2168 \text{ KN}$$

$$e = 0,27818 + 0,364 \cdot 0,2168 = 0,3571$$

Por consiguiente:

$$\frac{F_a}{F_r} < e$$

por lo que se usará la siguiente ecuación:

$$P_l = F_r = 691,94 \text{ N}$$



A continuación, mediante las normativas de cálculo de NSK, se calculará la vida útil del rodamiento escogido. Se dispondrá a calcular la vida útil para un rodamiento de rodillos cónicos de una hilera. El eje tendrá una velocidad angular de 12500 rpm y el diámetro es de 25mm. Este rodamiento tiene una capacidad de carga dinámica de:

$$C_r = 27400 \text{ N}$$

por lo tanto, y con las ecuaciones expuestas anteriormente:

$$f_n = (0,03 \cdot n)^{\frac{3}{10}} = (0,03 \cdot 12500)^{\frac{3}{10}} = 5,92$$

$$f_h = f_n \cdot \frac{C_r}{P_l} = 5,92 \cdot \frac{27400}{691,94} = 234,36$$

$$L_h = 500 \cdot f_h^{\frac{10}{3}} = 500 \cdot 234,36^{\frac{10}{3}} = 3,97 \cdot 10^{10} \text{ horas de vida útil}$$

Para continuar con el cálculo, se debe calcular el rodamiento II, el rodamiento escogido será el mismo que para el extremo I, ya que el diámetro del eje es el mismo (25 mm), ahora bien, la carga radial equivalente será distinta y se calculará:

$$\frac{F_a}{F_r} = \frac{162,61}{518,96} = 0,3133$$

De la tabla anterior se obtiene el valor de "e" a partir de F_a :

$$F_a = 162,61 \text{ N}$$

interpolando se obtiene:

$$e = 0,227 + 0,667 \cdot 0,16261 = 0,3355$$

por lo que:

$$\frac{F_a}{F_r} < e$$



y por consiguiente:

$$P_{II} = F_r = 518,96 \text{ N}$$

con la misma velocidad angular, 12500 rpm, y el mismo diámetro, 25 mm, la capacidad de carga será:

$$C_r = 27400 \text{ N}$$

por lo que su vida útil quedará:

$$f_n = (0,03 \cdot n)^{\frac{3}{10}} = (0,03 \cdot 12500)^{\frac{3}{10}} = 5,92$$

$$f_h = f_n \cdot \frac{C_r}{P_{II}} = 5,92 \cdot \frac{27400}{518,96} = 312,56$$

$$L_h = 500 \cdot f_h^{\frac{10}{3}} = 500 \cdot 312,56^{\frac{10}{3}} = 1,04 \cdot 10^{11} \text{ horas de vida útil}$$

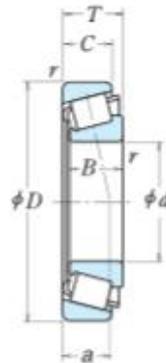
A continuación se realizará el mismo proceso en el eje secundario, para hallar la vida útil de los rodamientos de rodillos cónicos que sirven de apoyo.

Las cargas en el eje secundario, son las mismas que en el eje primario, y la vida útil a calcular será la misma, por lo que los rodamientos seleccionados, deberán soportar las mismas cargas que para el eje primario.

El diámetro del eje secundario es de 28 mm, por lo que los rodamientos escogidos serán los siguientes (el mismo para ambos extremos del eje).

RODAMIENTOS DE RODILLOS CÓNICOS DE UNA SOLA HILERA

Diámetro Interior 15~28 mm



d	Dimensiones (mm)					Cono r	Copa r min.	Índices Básicos de Carga (N)				Velocidades Límite (rpm)	
	D	T	B	C	C _r			C _{0r}	C _r	C _{0r}	Grasa	Aceite	
15	35	11.75	11	10	0.6	0.6	14 800	13 200	1 510	1 350	11 000	15 000	
	42	14.25	13	11	1	1	23 600	21 100	2 400	2 160	9 500	13 000	
17	40	13.25	12	11	1	1	20 100	19 900	2 050	2 030	9 500	13 000	
	40	17.25	16	14	1	1	27 100	28 000	2 770	2 860	9 500	13 000	
17	47	15.25	14	12	1	1	29 200	26 700	2 980	2 720	8 500	12 000	
	47	15.25	14	10.5	1	1	22 000	20 300	2 240	2 070	8 000	11 000	
17	47	20.25	19	16	1	1	37 500	36 500	3 800	3 750	8 500	11 000	
	42	15	15	12	0.6	0.6	24 600	27 400	2 510	2 800	9 000	12 000	
20	47	15.25	14	12	1	1	27 900	28 500	2 850	2 900	8 000	11 000	
	47	15.25	14	12	0.3	1	23 900	24 000	2 430	2 450	8 000	11 000	
20	47	19.25	18	15	1	1	35 500	37 500	3 650	3 850	8 500	11 000	
	47	19.25	18	15	1	1	31 500	33 500	3 200	3 400	8 000	11 000	
20	52	16.25	15	13	1.5	1.5	35 000	33 500	3 550	3 400	7 500	10 000	
	52	16.25	15	12	1.5	1.5	25 300	24 500	2 580	2 490	7 100	10 000	
20	52	22.25	21	18	1.5	1.5	45 500	47 500	4 650	4 850	8 000	11 000	
	44	15	15	11.5	0.6	0.6	25 600	29 400	2 610	3 000	8 500	11 000	
22	50	15.25	14	12	1	1	29 200	30 500	2 980	3 150	7 500	10 000	
	50	15.25	14	12	1	1	27 200	29 500	2 780	3 000	7 500	10 000	
22	50	19.25	18	15	1	1	36 500	40 500	3 750	4 100	7 500	11 000	
	50	19.25	18	15	1	1	33 500	39 500	3 400	4 000	7 500	10 000	
22	56	17.25	16	14	1.5	1.5	37 000	36 500	3 750	3 750	7 100	9 500	
	56	17.25	16	13	1.5	1.5	34 500	34 000	3 500	3 500	6 700	9 500	
25	47	15	15	11.5	0.6	0.6	27 400	33 000	2 800	3 400	8 000	11 000	
	47	17	17	14	0.6	0.6	31 000	38 000	3 150	3 900	8 000	11 000	
25	52	16.25	15	13	1	1	32 000	35 000	3 300	3 550	7 100	10 000	
	52	16.25	15	12	1	1	28 100	31 500	2 860	3 200	9 700	9 500	
25	52	19.25	18	16	1	1	40 000	45 000	4 050	4 600	7 100	10 000	
	52	19.25	18	15	1	1	35 000	42 000	3 550	4 250	7 100	9 500	
25	52	22	22	18	1	1	47 500	56 500	4 850	5 750	7 500	10 000	
	62	18.25	17	15	1.5	1.5	47 500	46 000	4 850	4 700	6 300	8 500	
25	62	18.25	17	14	1.5	1.5	42 000	45 000	4 300	4 550	6 000	8 500	
	62	18.25	17	13	1.5	1.5	38 000	40 500	3 900	4 100	5 600	8 000	
25	62	18.25	17	13	1.5	1.5	38 000	40 500	3 900	4 100	5 600	8 000	
	62	25.25	24	20	1.5	1.5	62 500	66 000	6 400	6 750	6 300	8 500	
28	52	16	16	12	1	1	32 000	39 000	3 300	3 950	7 100	9 500	
	58	17.25	16	14	1	1	39 500	41 500	4 050	4 200	6 300	9 000	
28	58	17.25	16	12	1	1	34 000	38 500	3 450	3 900	6 300	8 500	
	58	20.25	19	16	1	1	47 500	54 000	4 850	5 500	6 300	9 000	
28	58	20.25	19	16	1	1	42 000	49 500	4 300	5 050	6 300	9 000	
	68	19.75	18	15	1.5	1.5	55 000	55 500	5 650	5 650	6 000	8 000	
28	68	19.75	18	14	1.5	1.5	49 500	50 500	5 000	5 150	5 600	7 500	

Observaciones El sufijo C representa rodamientos de rodillos cónicos de ángulo medio Puesto que están diseñados para aplicaciones específicas, consulte con NSK cuando use rodamientos con el sufijo C.

Tabla 44: rodamientos de rodillos cónicos de una hilera



Al igual que en el eje primario:

$$P_I = 691,94 \text{ N}$$

$$P_{II} = 518,96 \text{ N}$$

la capacidad de carga será de:

$$C_r = 32000 \text{ N}$$

en ambos extremos.

Por lo que la vida útil del rodamiento I quedará:

$$f_n = (0,03 \cdot n)^{\frac{3}{10}} = (0,03 \cdot 12500)^{\frac{3}{10}} = 5,92$$

$$f_h = f_n \cdot \frac{C_r}{P_I} = 5,92 \cdot \frac{32000}{691,94} = 273,78$$

$$L_h = 500 \cdot f_h^{\frac{10}{3}} = 500 \cdot 273,78^{\frac{10}{3}} = 6,66 \cdot 10^{10} \text{ horas de vida útil}$$

y la vida útil en el rodamiento II será:

$$f_n = (0,03 \cdot n)^{\frac{3}{10}} = (0,03 \cdot 12500)^{\frac{3}{10}} = 5,92$$

$$f_h = f_n \cdot \frac{C_r}{P_{II}} = 5,92 \cdot \frac{32000}{518,96} = 365,04$$

$$L_h = 500 \cdot f_h^{\frac{10}{3}} = 500 \cdot 365,04^{\frac{10}{3}} = 1,74 \cdot 10^{11} \text{ horas de vida útil}$$

Los rodamientos escogidos tendrán la siguiente apariencia, ya realizados en
AUTODESK INVENTOR:

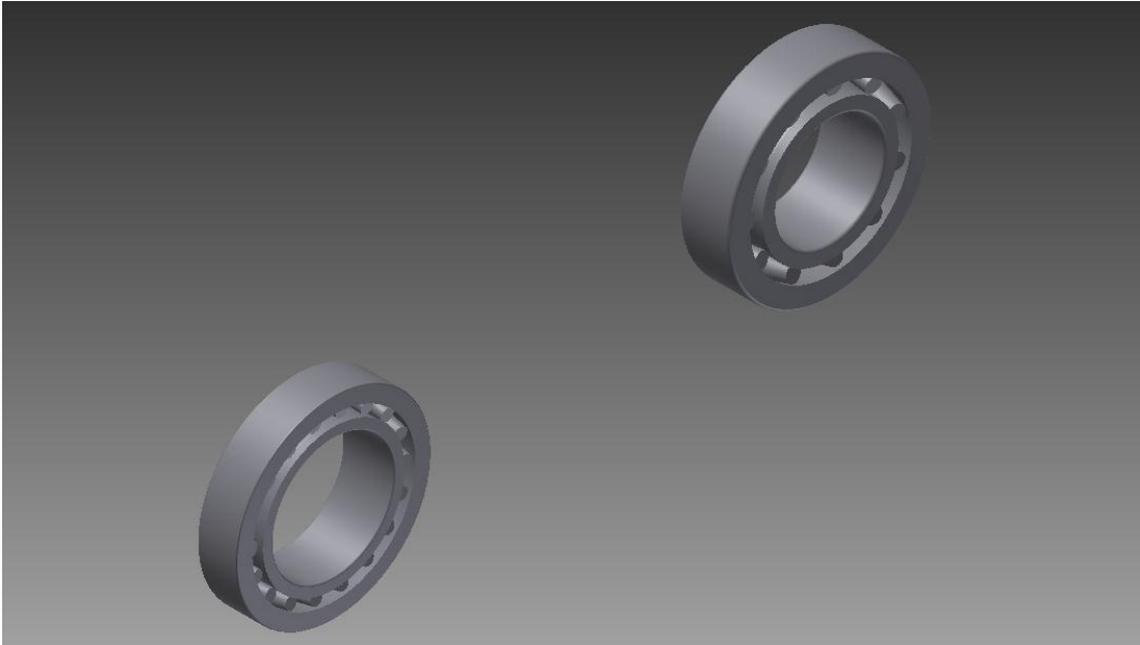


Ilustración 53: rodamientos rodillos cónicos AUTODESK INVENTOR



3. Lubricante:

Cuando dos piezas, metálicas o no, se deslizan una sobre otra, se producen rozamientos que dan lugar a pérdidas de potencia, calentamiento, desgastes y a veces producen el agarrotamiento o adherencia, con la consiguiente pérdida de utilidad de la parte donde se ha producido.

Para evitar estos efectos es preciso disminuir el rozamiento entre las piezas en contacto por interposición de una sustancia entre ellas, esta operación se llama lubricación o engrase. A pesar de ello, el rozamiento no se puede anular del todo, produciéndose un calentamiento mayor o menor, que puede dar lugar a temperaturas peligrosas. Si este calor no se disipa fácilmente por sí solo, el mismo lubricante puede ayudar a eliminarlo si se usa en abundancia. Entonces, además de la lubricación se produce el efecto refrigerante.

El refrigerante que se utiliza en esta caja de cambios es el reductor. Se emplea generalmente en los casos en que hay movimientos rápidos de rotación y facilidad de reposición de lubricante y siempre que se deseen efectos refrigerantes, como puede llegar a ser el caso.

Este lubricante también ayuda a que no se oxiden las piezas.

La carcasa en la que irá alojada la caja de cambios, se encontrará llena de aceite para favorecer o eliminar el agarrotamiento, el rozamiento y/o el calentamiento de las piezas.

Para hallar el grado SAE de este aceite, se parte del diámetro medio del eje mayor que es de 28 mm y de la temperatura de funcionamiento, que se encuentra entre 90º-100ºC.

A estos datos hay que sumarles la velocidad angular del eje que es de 12500 rpm.

A continuación se consulta en la siguiente tabla:

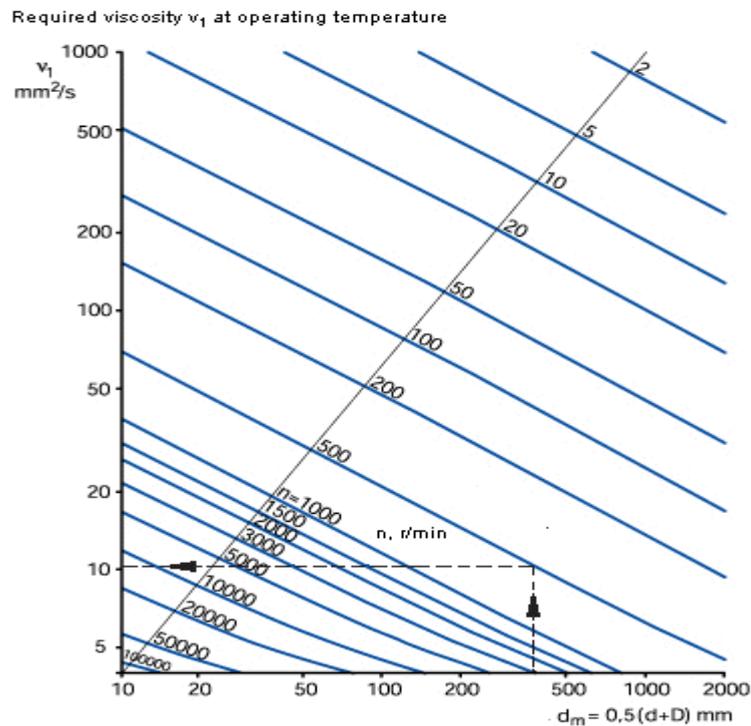


Ilustración 54: diagrama viscosidad-diámetro medio

Y se obtiene que la viscosidad en mm²/s es aproximadamente de:

$$v = 12 \text{ mm}^2/\text{s} = 12 \text{ cst}$$

Para hallar su viscosidad absoluta, se debe hallar la densidad a la temperatura de trabajo:

$$\rho = \rho_{15,6^\circ} - 0,00063 \cdot (T - 15,6)$$

$$\rho_{15,6^\circ} = 0,89 + (0,86 - 0,9) = 0,85 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho = 0,85 - 0,00063 \cdot (100 - 15,6) = 0,7968 \text{ g/cm}^3$$

Por lo que la viscosidad absoluta es:

$$\mu = \rho \cdot v = 0,7968 \cdot 12 = 9,56 \text{ cP} = 9,56 \text{ mPa} \cdot \text{s}$$

y con:

$$T = 95 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\mu = 9,56 \text{ mPa} \cdot \text{s}$$

se consulta la siguiente tabla:

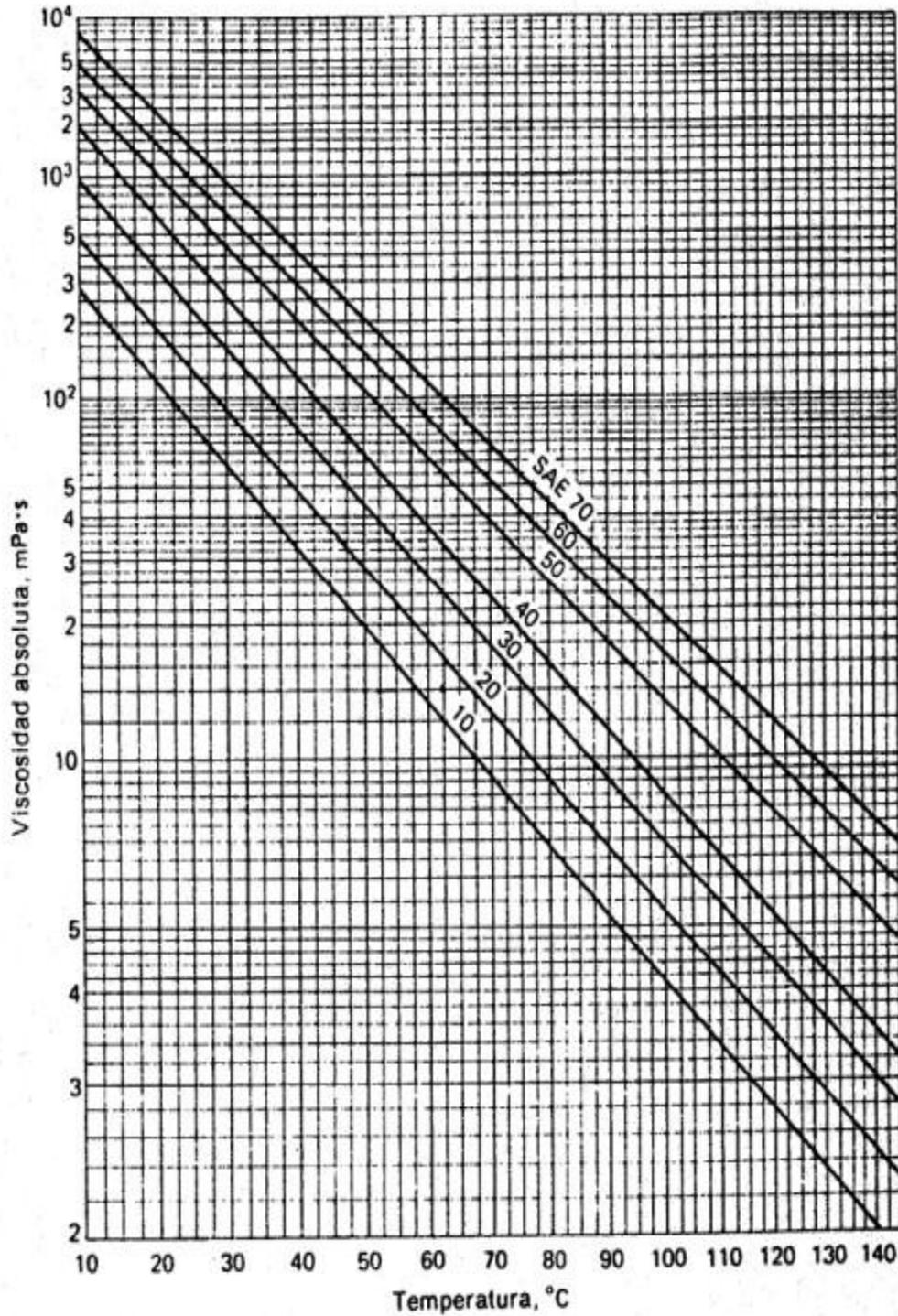


Tabla 45: diagrama viscosidad-temperatura

y el lubricante necesario será:

SAE – 40

Ahora bien, esta nomenclatura de aceites mono grado está anticuada, actualmente los aceites que se comercializan son multigrado. Estos aceites poseen un comportamiento más uniforme, mantienen su viscosidad frente a un cambio en la temperatura. Ya que será necesario que a la temperatura mencionada el lubricante realice su función impidiendo el contacto entre metal y metal.

En frío, sin embargo, el aceite tiende a espesarse. Por ello, es importante que se mantenga fluido, incluso a temperaturas bajas, para que pueda distribuirse por la caja de cambios y así proteger las piezas de su interior. En este caso, el aceite también debe facilitar el arranque. La viscosidad en frío se caracteriza según las normas SAE por "un grado de viscosidad de invierno", en el que el número que lo indica está siempre seguido por la letra W.

Cuanto menor es el número mayor es la fluidez del aceite a baja temperatura o en el momento del arranque.

Teniendo en cuenta que la motocicleta se usará principalmente por la región centro peninsular, en la que existe un clima continental, caracterizado por unas temperaturas mínimas en invierno que no sobrepasarán los -10° / -15° C, se puede observar en la tabla siguiente:

SAE	Tª Mínima de uso	Viscosidad a 100°
0W	-35°	3.8 cSt
5W	-30°	3.8 cSt
10W	-25°	4.1 cSt
15W	-20°	5.6 cSt
20W	-15°	5.6 cSt
25W	-10°	9.3 cSt
20		5.6 cSt (fluido)
30		9.3 cSt (semifluido)
40		12.5 cSt (semifluido)
50		16.3 cSt (denso)

Tabla 46: Tabla SAE invierno

que el lubricante usado será:

SAE 10W40

Con este lubricante se está asegurando un correcto funcionamiento a temperaturas bajas y altas, y un ahorro en costes al ser un formato muy extendido con un precio moderado.

4. Retenes:

Se denomina retén a un componente de material sintético que tiene como objetivo maximizar la vida y el buen funcionamiento de los rodamientos que forman parte de las máquinas y motores y preservar de fugas de lubricante al exterior de las cajas de cambios o motores de explosión que se encuentran lubricados permanentemente.

En cualquier aplicación, el diseño tiene una relación directa con el rendimiento que tendrá el retén. La fiabilidad y duración de un retén en una determinada aplicación dependerán del correcto diseño y fabricación de los componentes que afectan al retén.

Para conseguir el máximo rendimiento, eficiencia y vida útil de los retenes, y evitar desgastes prematuros en el retén y en el eje, es imprescindible el correcto alineado, equilibrado y acabado superficial del eje y del alojamiento.

Los retenes objeto del análisis son retenes radiales, que se aplican para conseguir la estanqueidad del eje de rotación, especialmente en la industria de fabricación de maquinaria, componentes y automóviles.

Los retenes del presente análisis están estandarizados según la norma ISO 6194.

Los retenes de la caja de cambios deben soportar, por norma general presiones elevadas.

El material de los retenes será: silicona (VQM), ya que son retenes que son retenes que poseen una buena resistencia a la abrasión, se pueden usar a temperaturas entre -60°C y 180°C , el material se auto lubrica minimizando el rozamiento y el desgaste y el labio de material fabricado por un copolímero de goma sintética llamado goma de nitrilo (NBR) nunca debe estar seco.

El tipo de retén que se usará es:



Ilustración 55: retén



5. Acabado del eje:

Para obtener unos óptimos resultados del retén es importante el acabado del eje, ya que en la mayor parte de las aplicaciones, el labio del retén actúa directamente sobre la superficie del eje.

- Rugosidad superficial: se indican rangos de valores de acuerdo a la norma ISO 4287.

- $0,2 \mu m \leq R_a \leq 0,8 \mu m$

- $0,1 \mu m \leq R_z \leq 4 \mu m$

- $R_{m\acute{a}x} = 6,3 \mu m$

Valores superiores a los indicados, pueden generar desgastes prematuros en el retén y en el eje. Valores inferiores no garantizan la lubricación del labio.

- Dureza superficial: debe ser como mínimo de 55 HRC, con una profundidad de templado de 0,3 mm.

Si las condiciones de trabajo son muy favorables (baja velocidad, baja temperatura y ausencia total de suciedad) la dureza admisible puede ser menor que los valores indicados.

- Redondez: la tolerancia de redondez de la zona de rodadura (μm), debería estar en torno a 6 μm según la norma DIN 7284, ya que se usarán unos ejes con un diámetro entre 30 y 50 mm.

- Tolerancias del diámetro de eje y alojamiento: el diámetro del eje deberá estar dentro de las tolerancias que se indican a continuación.

Es importante respetar estas tolerancias para que exista suficiente presión en el montaje y asegurar que no se producen filtraciones entre el retén y el alojamiento.

Por otra parte, una excesiva interferencia puede causar distorsiones en la caja del retén durante el montaje.



Tanto el diámetro del eje primario como del secundario se encuentran en un rango entre 30-50 mm, por lo que las tolerancias admitidas para la incorporación de los retenes son:

- tolerancia alojamiento: 0,039 mm
- tolerancia eje: -0,16 mm

Mediante la siguiente tabla, se podrá seleccionar el tipo de ajuste que se quiere entre el eje y el agujero para así poder anclar bien los rodamientos y los engranajes.

Posición	A	B	C	CD	D	E	EF	F	FG	G	H	Js
Calidad	Todas las calidades											
Diámetro	Diferencia inferior Di											
d ≤ 3	+270	+140	+60	+34	+20	+14	+10	+6	+4	+2	0	-IT/2
3 < d ≤ 6	+270	+140	+70	+46	+30	+20	+14	+10	+6	+4	0	
6 < d ≤ 10	+280	+150	+80	+56	+40	+25	+18	+13	+8	+5	0	
10 < d ≤ 18	+290	+150	+95	-	+50	+32	-	+16	-	+6	0	
18 < d ≤ 30	+300	+160	+110	-	+65	+40	-	+20	-	+7	0	
30 < d ≤ 40	+310	+170	+120	-	+80	+50	-	+25	-	+9	0	
40 < d ≤ 50	+320	+180	+130	-	-	-	-	-	-	-	0	
50 < d ≤ 65	+340	+190	+140	-	+100	+60	-	+30	-	+10	0	
65 < d ≤ 80	+360	+200	+150	-	-	-	-	-	-	-	0	
80 < d ≤ 100	+380	+220	+170	-	+120	+72	-	+36	-	+12	0	
100 < d ≤ 120	+410	+240	+180	-	-	-	-	-	-	-	0	
120 < d ≤ 140	+460	+260	+200	-	-	-	-	-	-	-	0	
140 < d ≤ 160	+520	+280	+210	-	+145	+85	-	+43	-	+14	0	
160 < d ≤ 180	+580	+310	+230	-	-	-	-	-	-	-	0	
180 < d ≤ 200	+660	+340	+240	-	-	-	-	-	-	-	0	
200 < d ≤ 225	+740	+380	+260	-	+170	+100	-	+50	-	+15	0	
225 < d ≤ 250	+820	+420	+280	-	-	-	-	-	-	-	0	
250 < d ≤ 280	+920	+480	+300	-	+190	+110	-	+56	-	+17	0	
280 < d ≤ 315	+1050	+540	+330	-	-	-	-	-	-	-	0	
315 < d ≤ 335	+1200	+600	+360	-	+210	+125	-	+62	-	+18	0	
335 < d ≤ 400	+1350	+680	+400	-	-	-	-	-	-	-	0	
400 < d ≤ 450	+1500	+760	+440	-	+230	+135	-	+68	-	+20	0	
450 < d ≤ 500	+1650	+840	+480	-	-	-	-	-	-	-	0	

Posición	J			K				M					N					P			
	6	7	8	5	6	7	8	5	6	7	8	≥9	5	6	7	8	≥9	5	6	7	≥8
Calidad	Diferencia superior Ds																				
Diámetro	Diferencia superior Ds																				
d ≤ 3	+2	+4	+6	0	0	0	0	-2	-2	-2	-2	-2	-4	-4	-4	-4	-4	-6	-6	-6	-6
3 < d ≤ 6	+5	+6	+10	0	+2	+3	+5	-3	-1	0	+2	-4	-7	-5	-4	-2	0	-11	-9	-8	-12
6 < d ≤ 10	+5	+8	+12	+1	+2	+5	+6	-4	-3	0	+1	-6	-8	-7	-4	-3	0	-13	-12	-9	-15
10 < d ≤ 18	+6	+10	+15	+2	+2	+6	+8	-4	-4	0	+2	-7	-9	-9	-5	-3	0	-15	-15	-11	-18
18 < d ≤ 30	+8	+12	+20	+1	+2	+6	+10	-5	-4	0	+4	-8	-12	-11	-7	-3	0	-19	-18	-14	-22
30 < d ≤ 40	+10	+14	+25	+2	+3	+7	+12	-5	-4	0	+5	-9	-13	-12	-8	-3	0	-22	-21	-17	-26
40 < d ≤ 50	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
50 < d ≤ 65	+13	+18	+28	+3	+4	+9	+14	-6	-5	0	+5	-11	-15	-14	-9	-4	0	-27	-26	-21	-32
65 < d ≤ 80	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
80 < d ≤ 100	+16	+22	+34	+2	+4	+10	+16	-8	-6	0	+6	-13	-18	-16	-10	-4	0	-32	-30	-24	-37
100 < d ≤ 120	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
120 < d ≤ 140	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
140 < d ≤ 160	+18	+26	+41	+3	+4	+12	+20	-9	-8	0	+8	-15	-21	-20	-12	-4	0	-37	-36	-28	-43
160 < d ≤ 180	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
180 < d ≤ 200	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
200 < d ≤ 225	+22	+30	+47	+2	+5	+13	+22	-11	-8	0	+9	-17	-25	-22	-14	-5	0	-44	-41	-33	-50
225 < d ≤ 250	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
250 < d ≤ 280	+25	+36	+55	+3	+5	+16	+25	-13	-9	0	+9	-20	-27	-25	-14	-5	0	-49	-47	-36	-56
280 < d ≤ 315	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
315 < d ≤ 335	+29	+39	+60	+3	+7	+17	+28	-14	-10	0	+11	-21	-30	-26	-16	-5	0	-55	-51	-41	-62
335 < d ≤ 400	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
400 < d ≤ 450	+33	+43	+66	+2	+8	+18	+29	-16	-10	0	+11	-23	-33	-27	-17	-6	0	-61	-55	-45	-68
450 < d ≤ 500	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabla III. Diferencias fundamentales para agujeros (en micras).

Tabla 47: tipo de ajuste entre eje y agujero

Las tolerancias normalizadas seleccionadas son:

- Ejes:
 - rodamientos: K6
 - engranajes: h11
- Agujeros:
 - acanalado: H8
 - engranajes: H8

• Acabado superficial del alojamiento: cuando el nivel del lubricante está por encima del diámetro exterior del retén, se recomienda un acabado mínimo de $2,5 \mu\text{Rms}$.

Con este acabado superficial, y siempre que hubiera marcas de salida de herramienta o defectos, no deben existir problemas de pérdidas.

Si el acabado de la superficie es más vasto que el indicado, se deberá aplicar una pasta o líquido sellador sobre el alojamiento.

Para conseguir un montaje perfecto, el alojamiento deberá tener un chaflán de entrada de entre 5° y 20° y una profundidad de $0,3 \text{ mm}$ mayor que la altura del retén como mínimo. También se puede realizar mediante un pequeño redondeo.

La parte cilíndrica del alojamiento no debe ser menor que $0,85 \cdot b$ (siendo b la altura del retén).

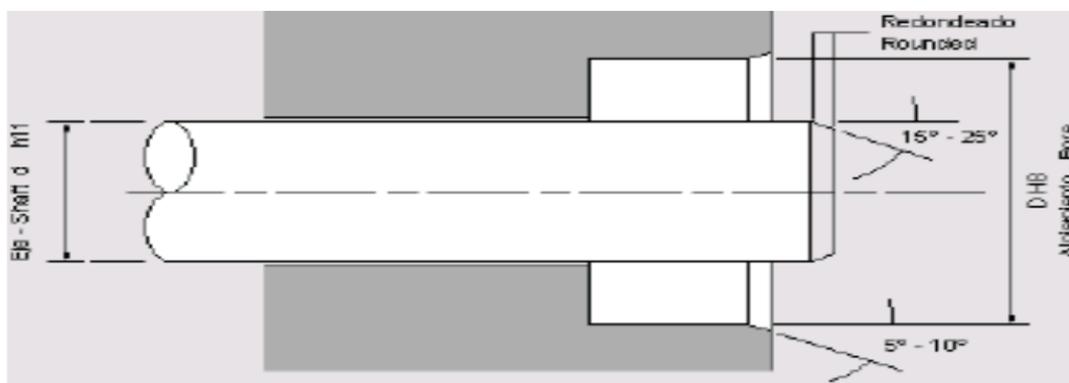


Ilustración 56: diseño del eje

6. Verificación de resistencia:

En este apartado, se realizará un ensayo de elementos finitos mediante AUTODESK INVENTOR, para comprobar si los cálculos realizados con anterioridad, resistencia del eje y resistencia del piñón de la primera velocidad, son correctos.

Con este ensayo se podrá observar:

- la deformación del eje en los puntos de aplicación de las fuerzas producidas por los engranajes, es decir, en el punto medio de los apoyos de los engranajes con el eje.
- la deformación de los dientes del piñón de la primera velocidad, al transmitir el movimiento a la rueda del eje secundario.

El programa AUTODESK INVENTOR, realiza un mallado que consiste en la división en pequeños fragmentos de la estructura tridimensional, para así poder analizar cada uno de ellos independientemente.

La verificación se dividirá en dos ensayos distintos:

- en el primer ensayo, el conjunto mallado será el eje primario, en la siguiente imagen se puede observar el mallado utilizado.

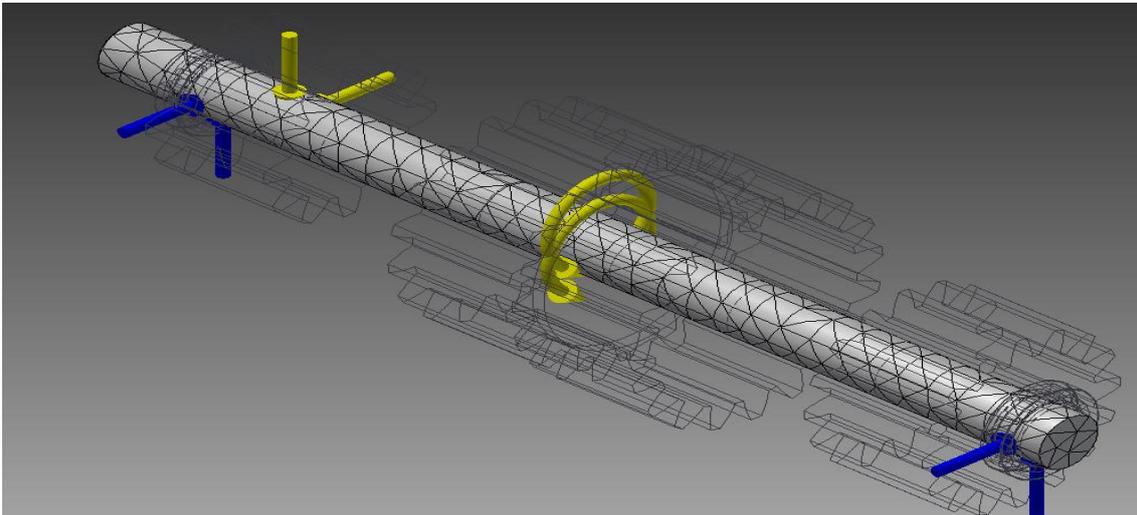


Ilustración 57: mallado eje primario

○ En el segundo ensayo, el conjunto mallado será el piñón de primera velocidad, en la siguiente imagen se puede observar el mallado utilizado:

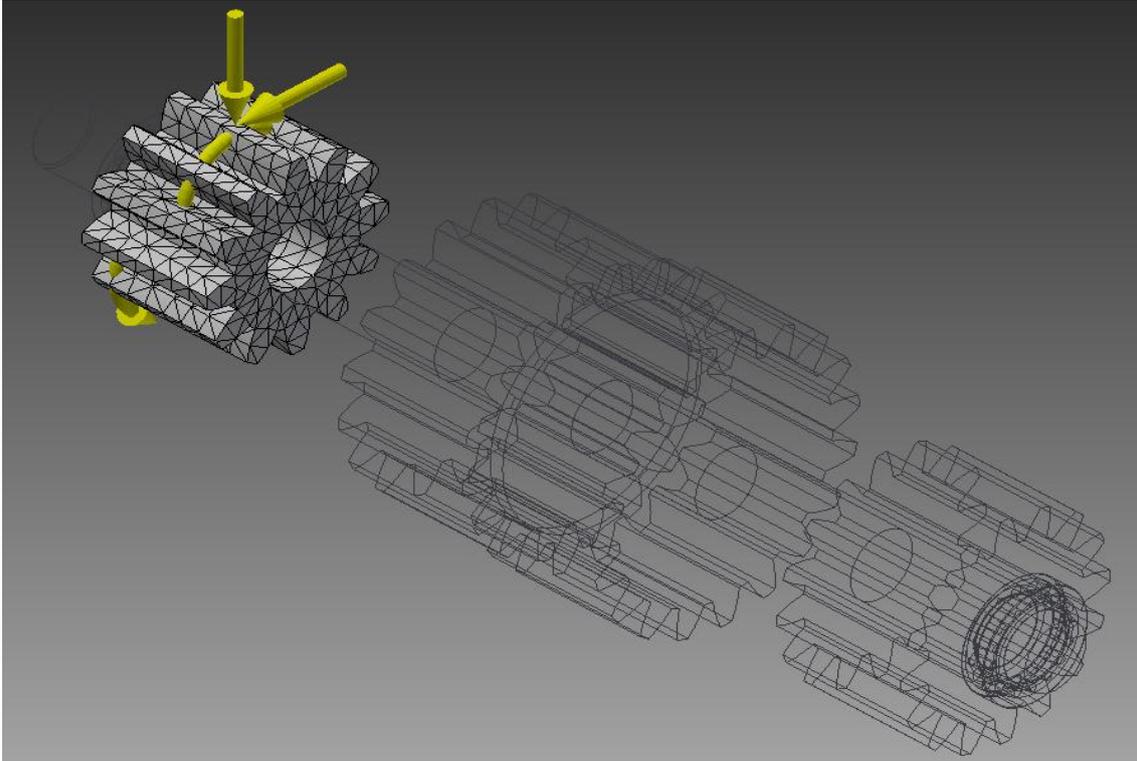


Ilustración 58: mallado piñón primera velocidad

- Análisis de la caja de cambios: en este apartado se analizará cómo se comportan las estructuras a las fuerzas externas aplicadas por el piñón.
 - Análisis piñón primera velocidad: para este caso se aplicarán las fuerzas producidas por el piñón, sobre un diente. Estas fuerzas serán aplicadas en el punto medio de la cara superior del diente.

Los tipos de análisis que se llevarán a cabo sobre el piñón serán los siguientes:

- Equivalent Von Mises Stress
- Stess
- Total Strain

El primer paso para realizar dichos análisis, es elegir el material de cada elemento, en este caso el piñón será de acero.

A continuación se aplican restricciones de desplazamiento, fijando el piñón al eje.

Una vez mallado y fijado en el espacio, el siguiente paso es introducir las cargas calculadas en apartados anteriores:

Parámetros	Valor (N)
F_t	2088,1
F_r	760
F_a	0

Tabla 48: fuerzas piñón primera velocidad

Estas cargas, habrá que aplicarlas cada una en un eje de coordenadas, por lo que las fuerzas aplicadas quedan:

- $F_x=0$
- $F_y=-F_r$
- $F_z=F_t$

Por lo que la carga aplicada se verá de la siguiente forma:

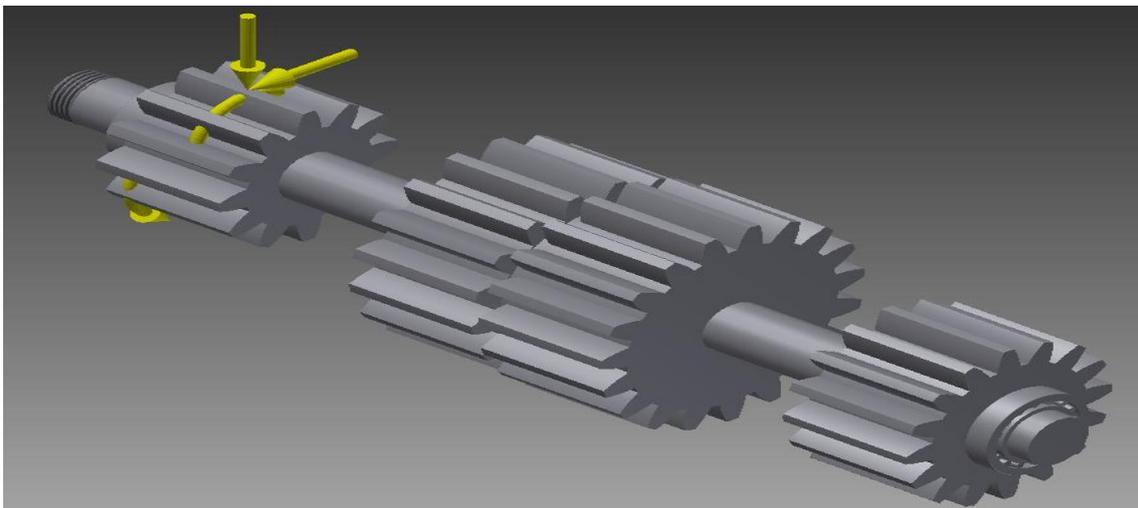
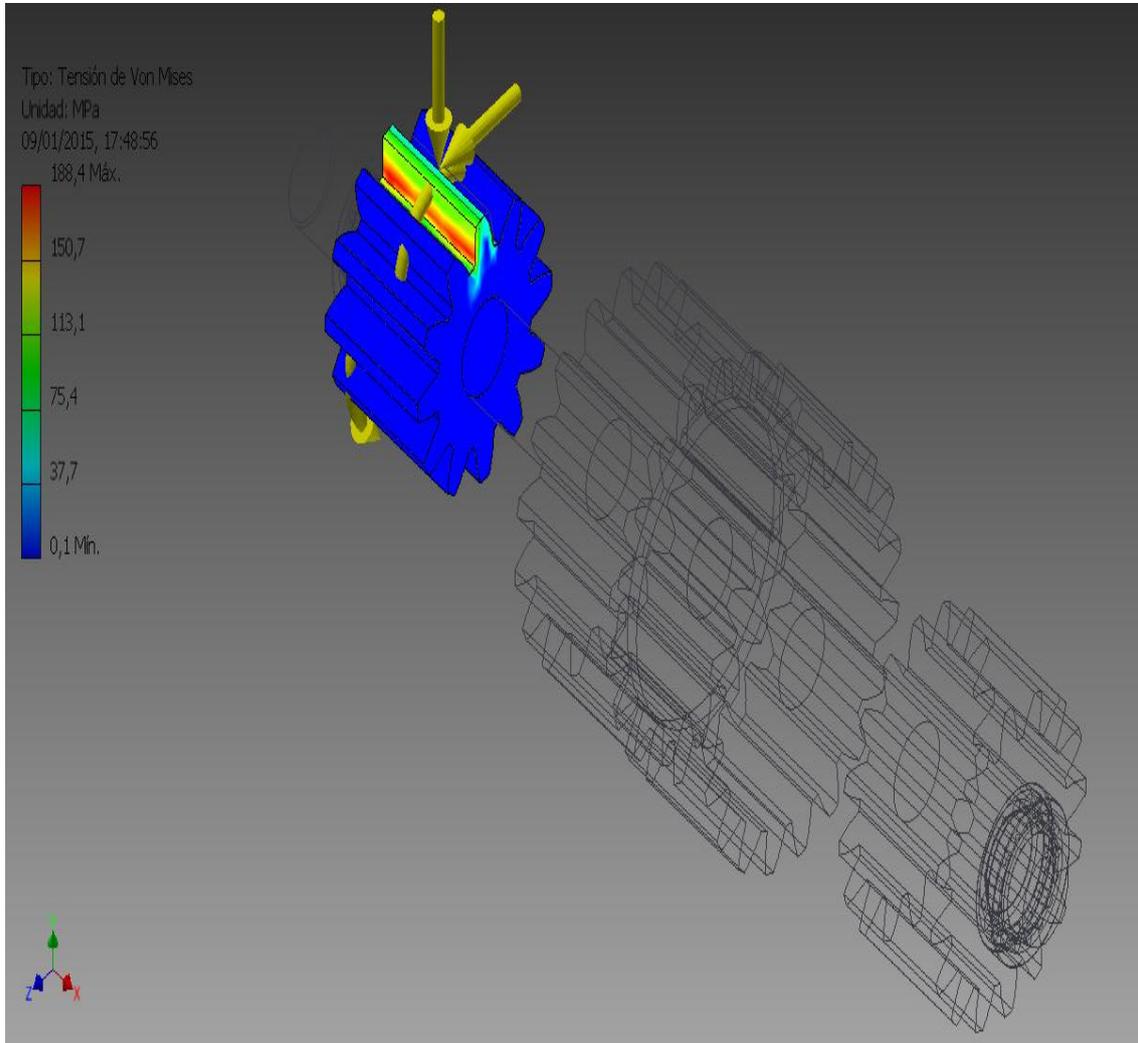


Ilustración 59: cargas aplicadas en el piñón primera velocidad

Una vez que se han aplicado las cargas, sólo queda ver cómo se deforma el conjunto.

○ Tensiones creadas: en este apartado, se observará la deformación de los dientes en contacto cuando se le aplican las fuerzas calculadas con anterioridad.



Ilustraci3n 60: tensi3n Von Mises pi3n primera velocidad

En la imagen anterior, se puede observar la tensi3n de Von Mises, la tensi3n máxima obtenida para el conjunto del pi3n de la primera velocidad es de 188,4 MPa y la calculada con anterioridad es de 184,12 MPa, demostrando así que los cálculos anteriores son correctos.

○ Primera tensión principal: en la siguiente imagen, se puede observar el resultado de la tensión principal que sufrirá el elemento en sus puntos más críticos:

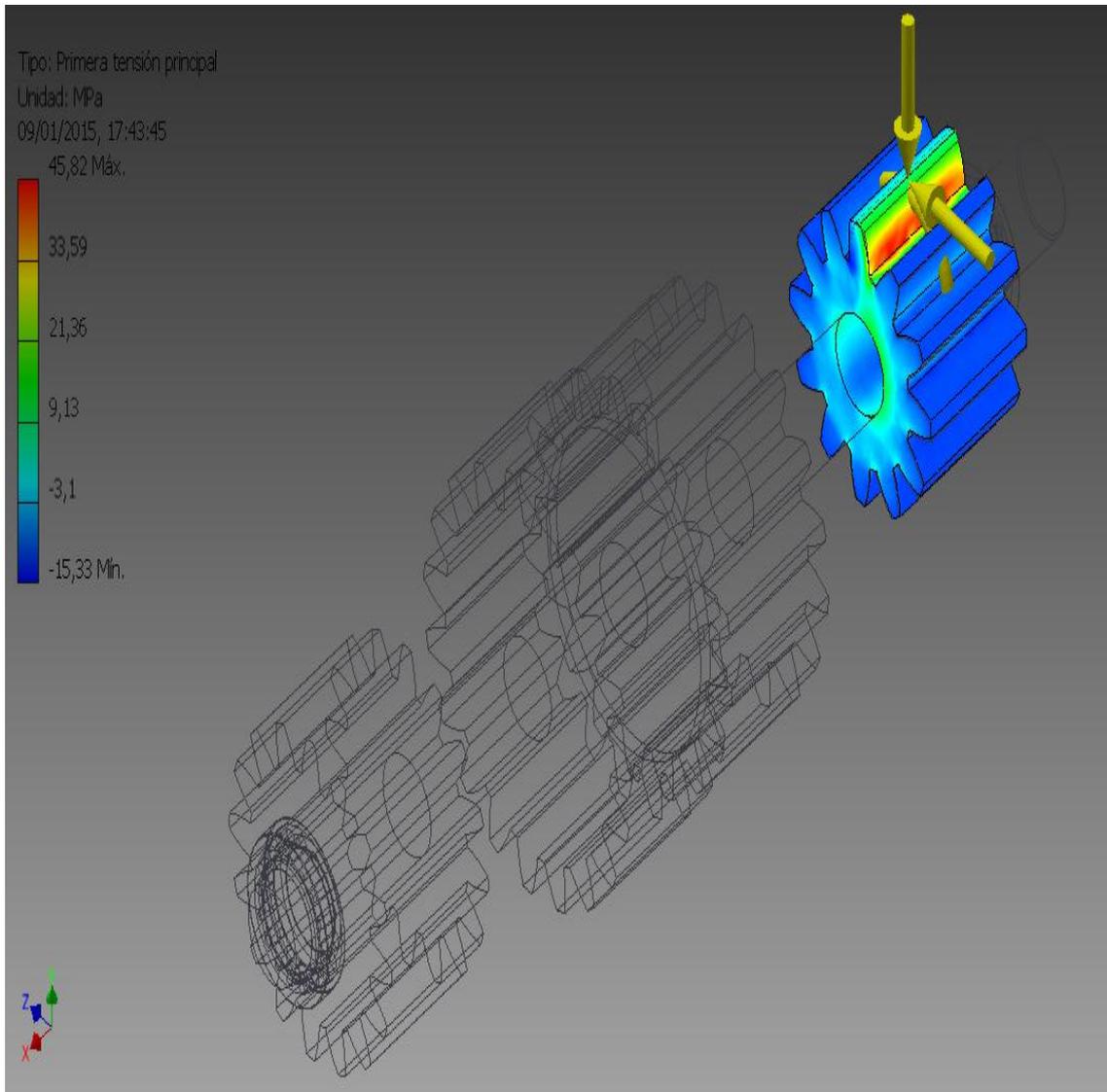


Ilustración 61: primera tensión principal piñón primera velocidad

La máxima tensión principal hallada mediante este cálculo es de 45,82 MPa y la calculada con anterioridad es de 43,54 MPa, demostrando así que los cálculos anteriores son correctos.

o Desplazamientos: en este apartado se comprobará el desplazamiento de los dientes del piñón. Para que el análisis sea correcto, este desplazamiento o deformación, debería ser lo más pequeño posible.

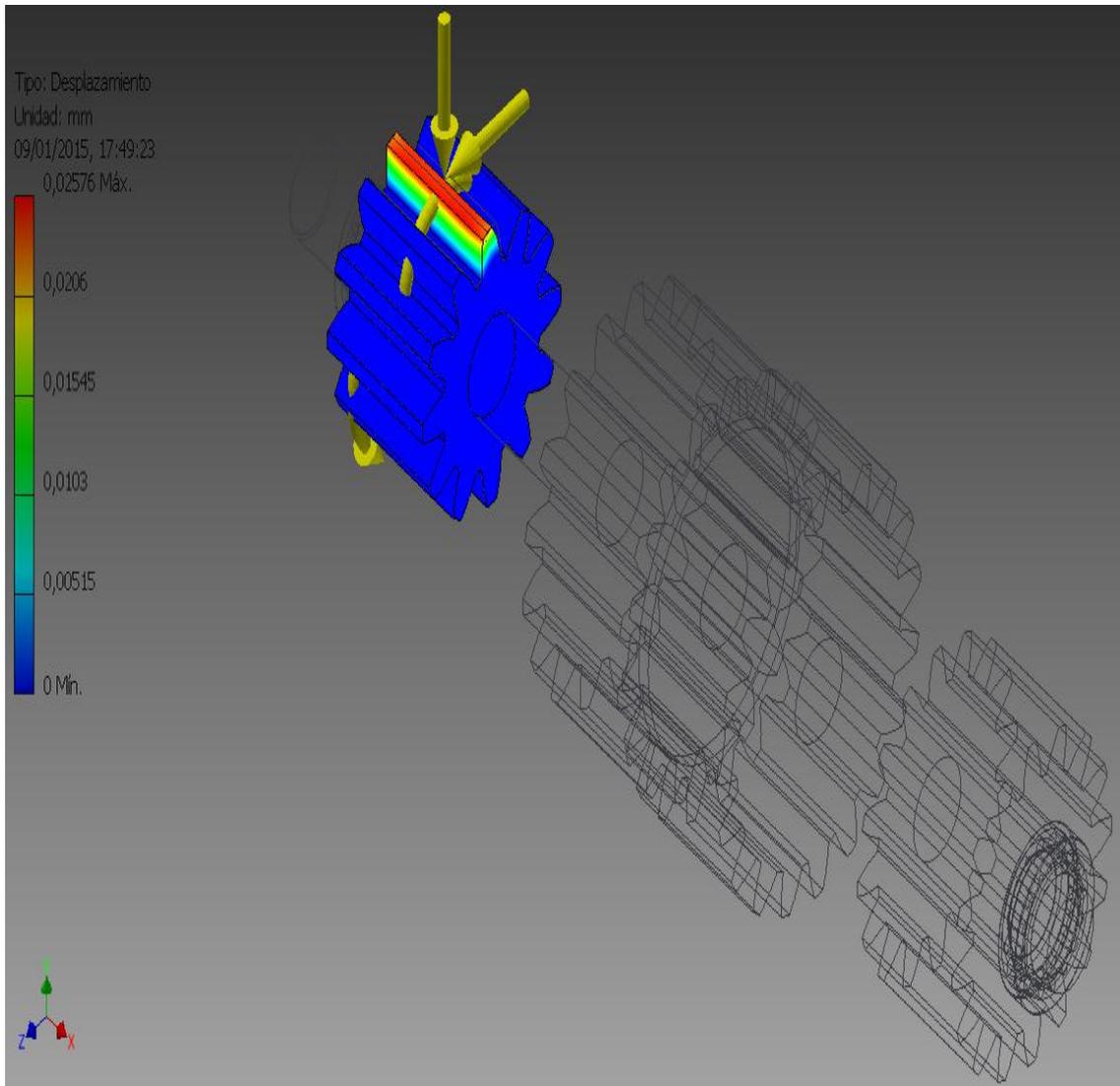


Ilustración 62: desplazamiento diente piñón primera velocidad

En la imagen se puede ver, que el máximo desplazamiento es de 0,02576 mm en todos los sentidos, por lo que la deformación es mínima.

○ Coeficiente de seguridad: a continuación se comprobará el coeficiente de seguridad obtenido mediante el análisis de Stres efectuado con AUTODESK INVENTOR:

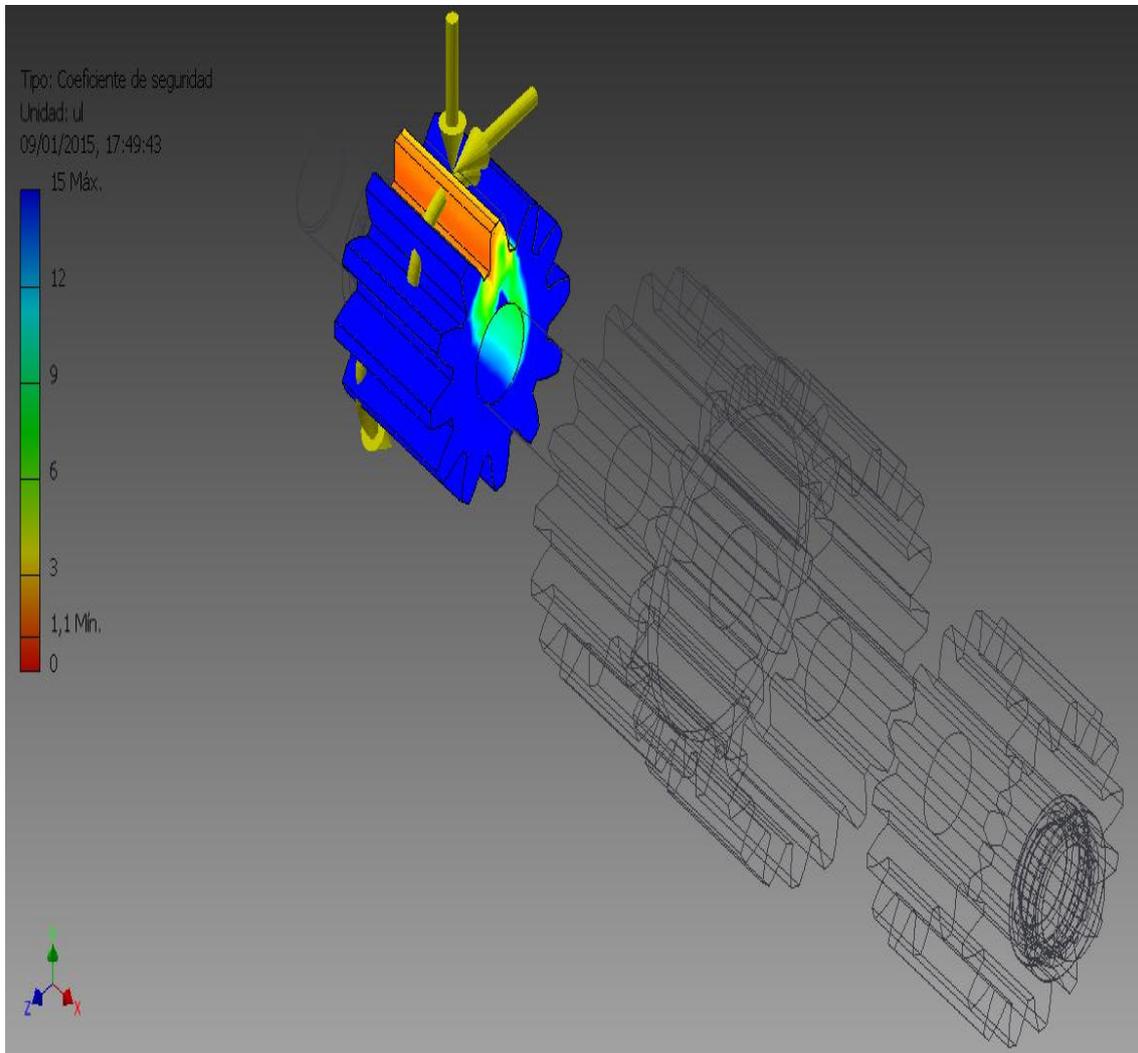


Ilustración 63: coeficiente de seguridad piñón primera velocidad

Este coeficiente es de como mínimo 1,1 y el obtenido mediante los cálculos hechos a mano se encuentra entre 1,65-2,01 por los que los cálculos anteriores son correctos.

▪ Análisis eje primario: para este caso se aplicarán las fuerzas, con los mismos valores y en los mismos ejes que en el apartado anterior, producidas en el engranaje sobre el eje. Estas fuerzas serán aplicadas en el punto medio del lugar sobre el que se apoya el engranaje.

El primer paso, al igual que antes, se elegirá acero como material del eje primario.

A continuación se aplican las restricciones de desplazamiento en el lugar de los rodamientos.

Las cargas aplicadas de igual forma que en el piñón, se ven de la siguiente forma:

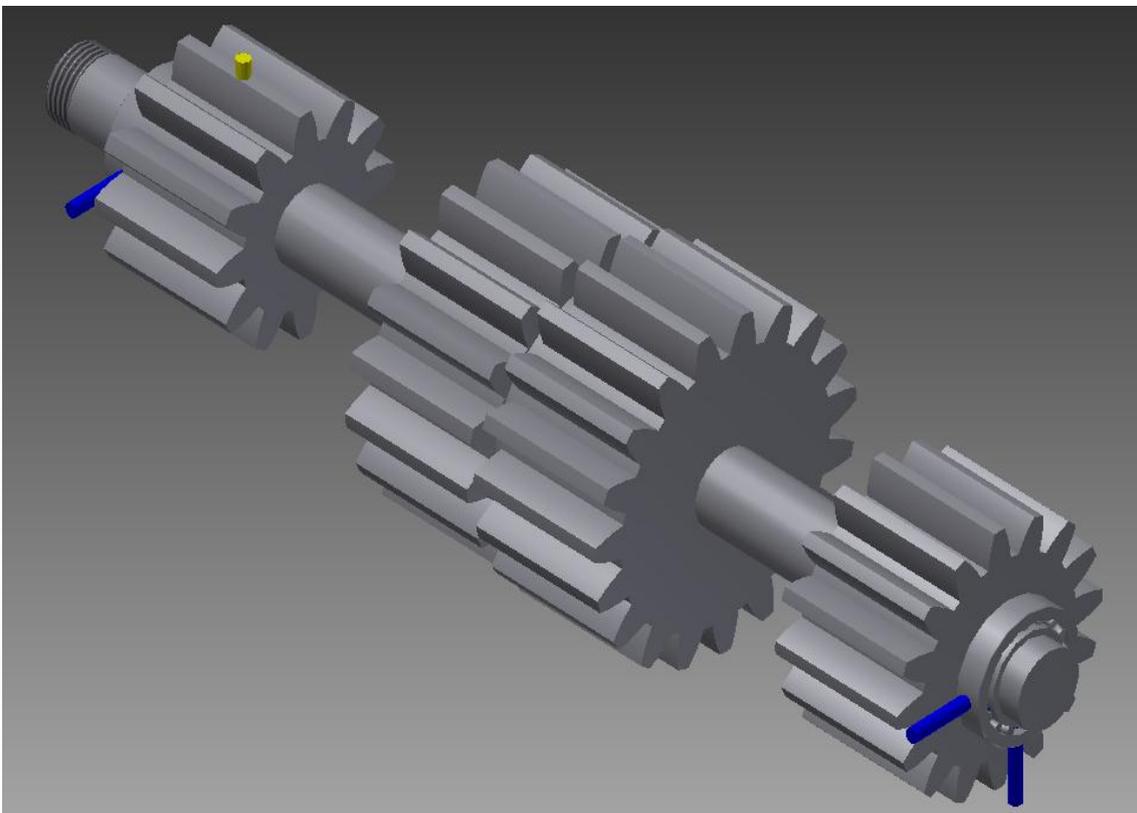


Ilustración 64: cargas aplicadas sobre eje primario

Una vez aplicadas las cargas sólo queda ver cómo se deforma el elemento.

○ Tensiones creadas: en este apartado, se observará la deformación del eje cuando se le aplican las fuerzas calculadas con anterioridad.

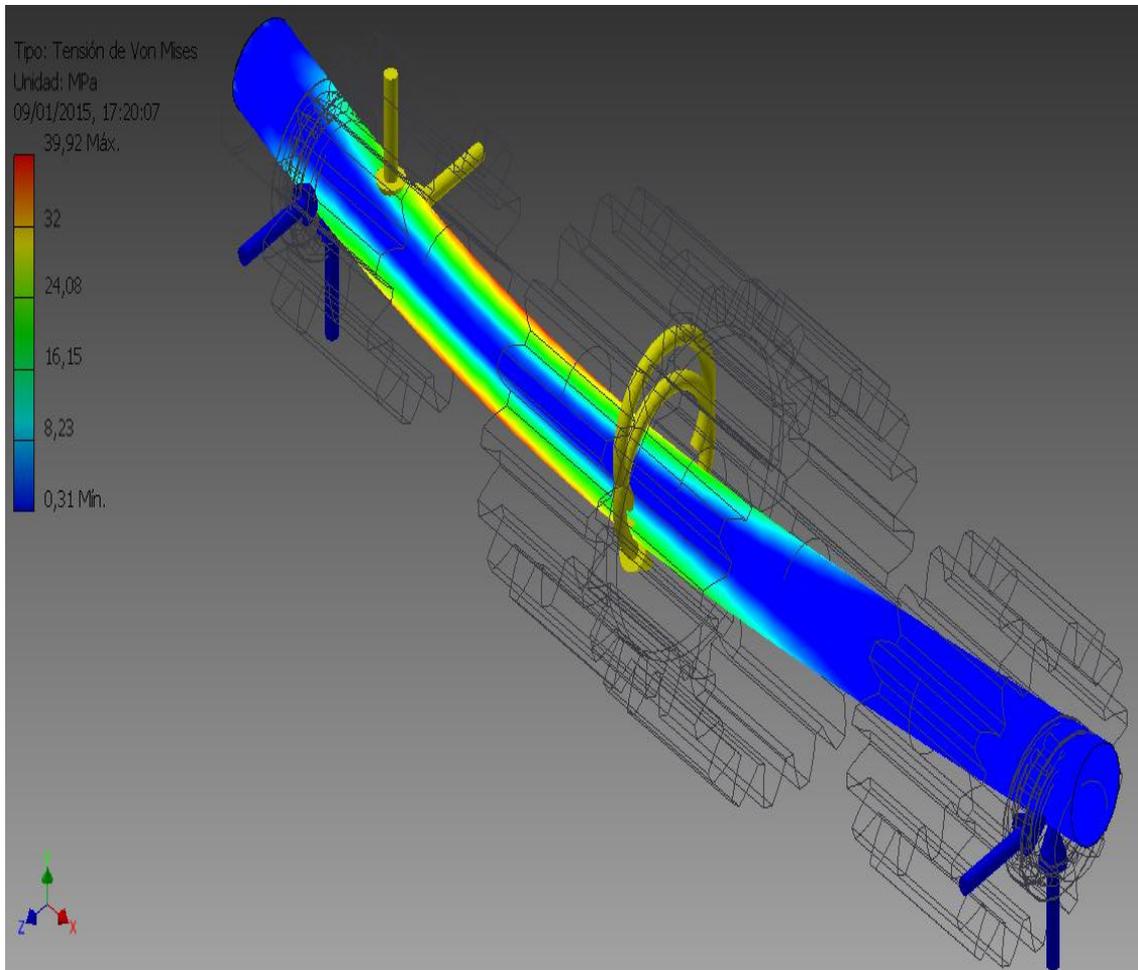


Ilustración 65: tensión Von Mises eje primario

En la imagen anterior, se puede observar la tensión de Von Mises, la tensión máxima obtenida para este eje en concreto es de 39,92 MPa y la calculada con anterioridad es de 39,76 MPa, demostrando así que los cálculos realizados a mano están en los cierto.

○ Primera tensión principal: en la siguiente imagen, se pueden observar los resultados de la tensión principal que sufrirá el eje en sus puntos más críticos.

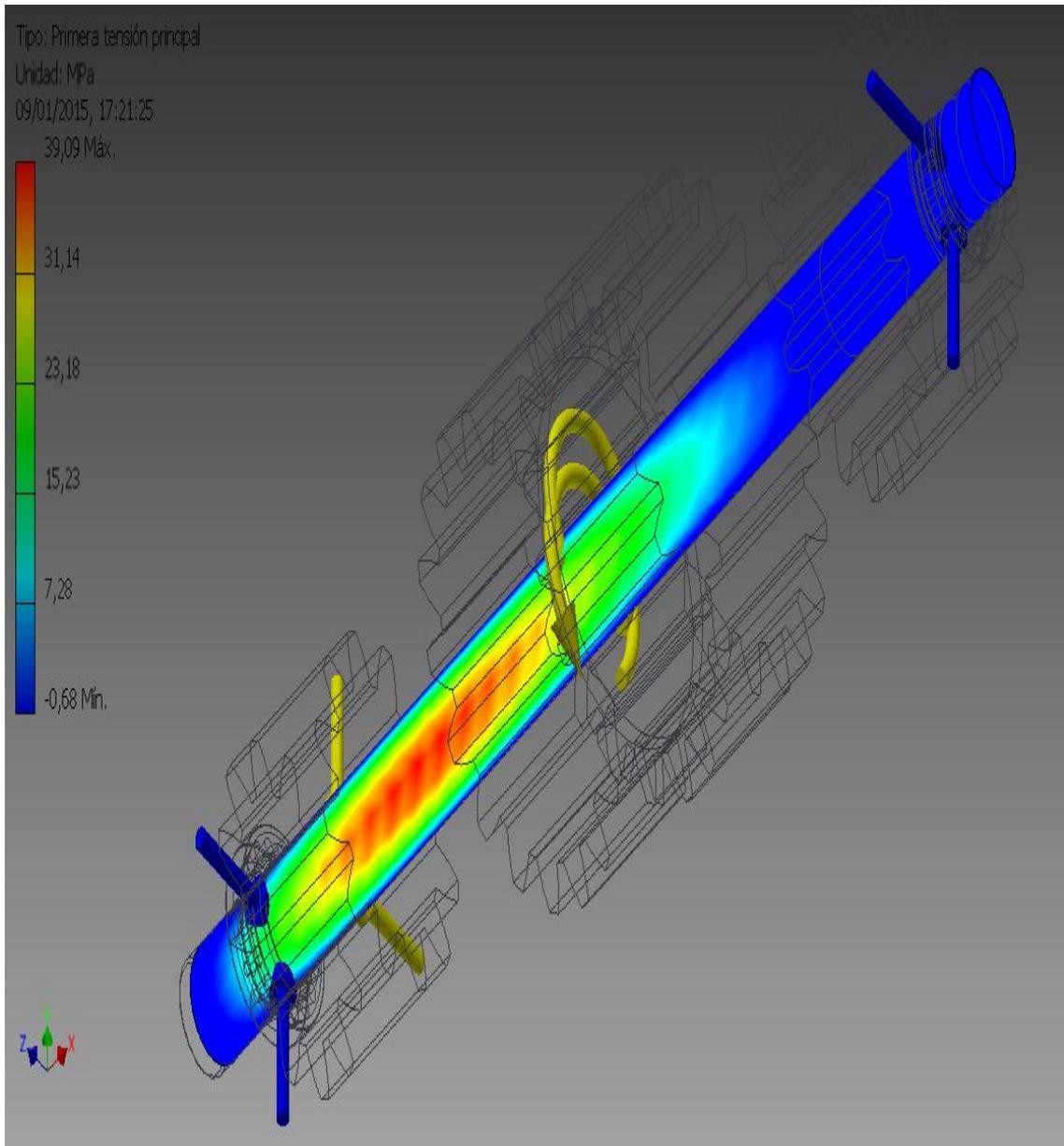


Ilustración 66: tensión principal eje primario

La máxima tensión principal hallada mediante este cálculo es de 39,09 MPa y la calculada con anterioridad es de 35,53 MPa, demostrando así que los cálculos realizados a mano, son correctos.

○ Desplazamientos: en este apartado se comprobará el desplazamiento del eje. Para que el análisis sea correcto, este desplazamiento o deformación, debería ser mínimo.

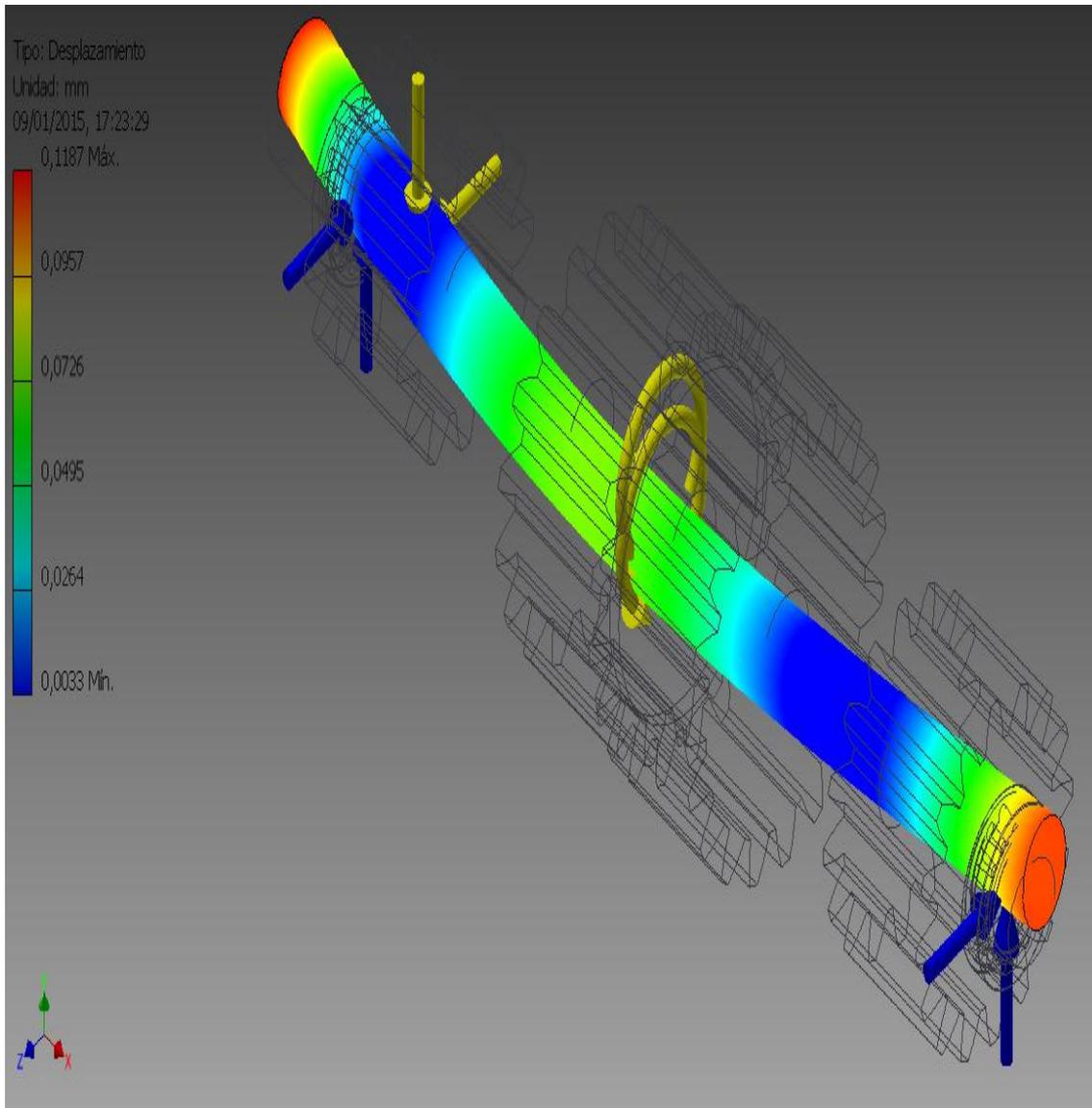


Ilustración 67: desplazamiento eje primario

En la imagen se puede ver que el desplazamiento máximo es de 0,1187 mm en todos los sentidos, por lo que la deformación es mínima.

o Coeficiente de seguridad: a continuación se comprobará el coeficiente de seguridad obtenido mediante el análisis de Stres efectuado con AUTODESK INVENTOR.

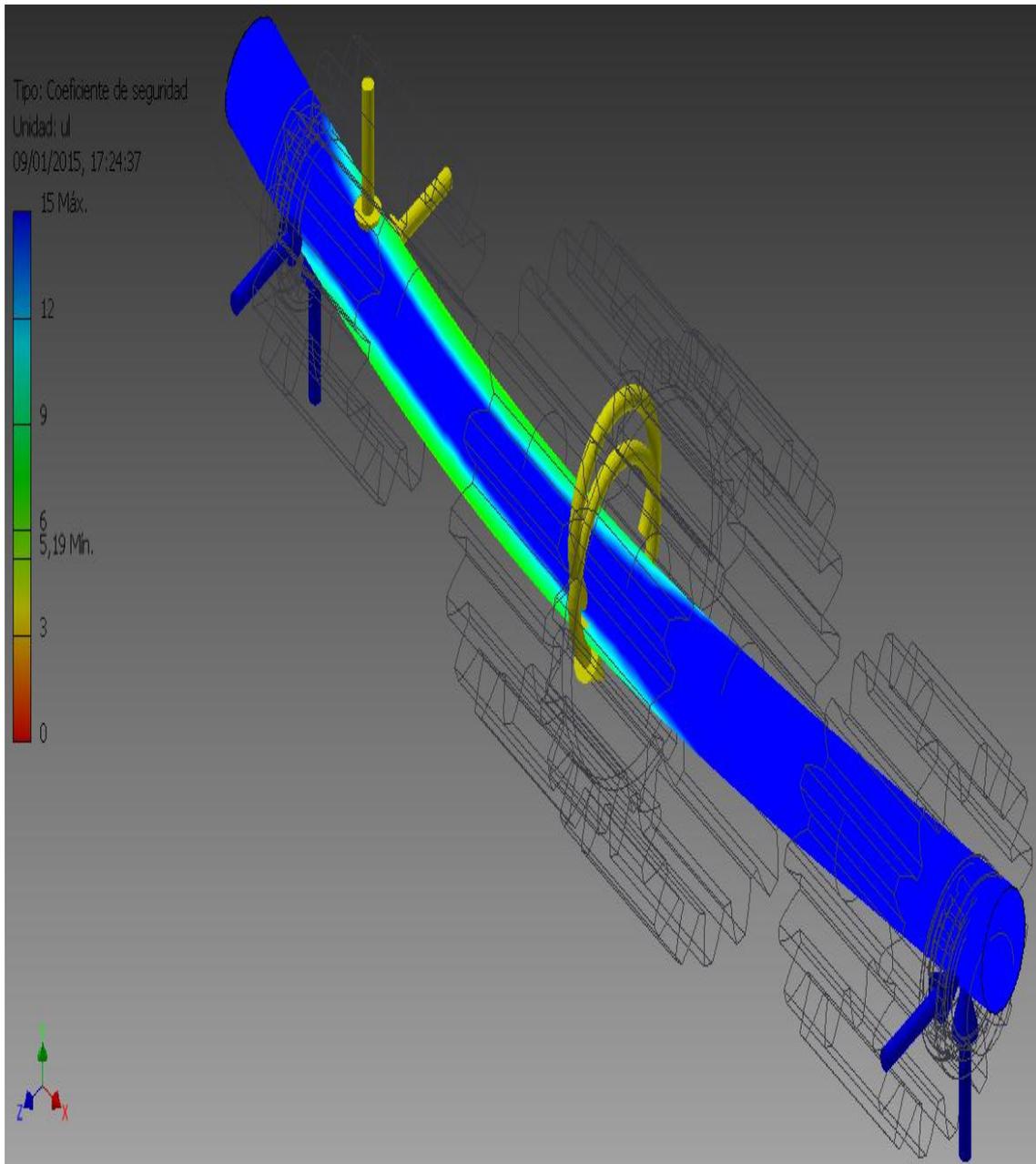


Ilustración 68: coeficiente de seguridad eje primario

Este coeficiente es de 5,19 y el obtenido mediante los cálculos realizados a mano es de 4,41 por lo que se está en lo cierto.



7. Análisis final:

A continuación se realizará un pequeño resumen del análisis llevado a cabo.

- Caja de cambios: el apartado de cálculo de la caja de cambios, se descompone en cuatro apartados diferentes:

- Análisis cinemático: en este apartado se ha calculado las velocidades y las aceleraciones que adquiere la motocicleta con la caja de cambios analizada junto con todas sus relaciones de transmisión.

- Engranajes: para el cálculo de los engranajes, lo primero ha sido calcular sus dimensiones. Una vez calculadas las dimensiones de cada engranaje, se calcularon las fuerzas creadas en los dientes, los esfuerzos por flexión, la tensión admisible, la tensión de contacto de trabajo y la tensión de contacto admisible y todo ello mediante la norma AGMA. Con estos datos, se pudo seleccionar el material correspondiente para el buen funcionamiento y duración de la caja de cambios.

El material de los engranajes es el acero AISI 9310, puesto que esta aleación, es tenaz y a su vez alcanza grandes durezas, haciéndolo idóneo para la fabricación de los elementos que deben soportar grandes esfuerzos a altas temperaturas. Además este acero permite la fabricación de piezas de gran espesor que soporten elevados esfuerzos en su interior.

- Ejes: para el cálculo de los ejes, primero se realizó un dimensionado y a continuación se calculó las sollicitaciones creadas sobre el punto de aplicación de los engranajes. Una vez sabidas las cargas soportadas en cada punto del eje, se escogió el material adecuado, acero AISI 1040 estirado en frío, un acero al carbón al que se le aplica un tratamiento térmico de cementación para conseguir la dureza deseada.

Tanto el eje primario como el secundario están hechos del mismo material y con el mismo tratamiento térmico.

- Demás componentes: los demás componentes de la caja de cambios, como los acanalados de los ejes, los retenes, los rodamientos y el lubricante, son partes estandarizadas, por lo que se han calculado las dimensiones y escogido el componente adecuado.



CONDICIONES TÉCNICAS





En este apartado del análisis, se recoge toda la información necesaria referente a las herramientas de cálculo y análisis empleadas durante el proyecto.

1. Herramientas de diseño:

En este punto se detallará el programa y/o herramienta de cálculo y diseño utilizado en el desarrollo del análisis.

La principal herramienta de cálculo que se ha utilizado es el programa EXCEL y para el análisis AUTODESK INVENTOR. A continuación se explicará cada uno de ellos brevemente para comprender su utilización. EXCEL se ha utilizado para realizar los cálculos de los diferentes componentes del proyecto. AUTODESK INVENTOR ha permitido modelar piezas y ensamblajes en 3D y extraer de estos modelos, planos e información necesaria relacionada con la comprobación del análisis hecho a mano.

A continuación se hará una explicación más detallada de cada uno de estos programas:

Excel:

Microsoft EXCEL es un programa informático que permite manejar hojas de cálculo de gran capacidad y fácil uso. Es un programa desarrollado y distribuido por Microsoft.

Permite a los usuarios elaborar tablas y formatos que incluyen cálculos matemáticos mediante fórmulas que incluyen operadores matemáticos y utilizar funciones.

EXCEL es útil para gestionar listas o bases de datos, es decir, agrupar, ordenar y filtrar la información.

Otra característica es la posibilidad de crear diagramas y gráficos personalizados, como el que se encuentra en el apartado de cálculos dinámicos de la caja de cambios.

Autodesk Inventor:

Es un paquete de modelado paramétrico de sólidos en 3D producido por la empresa de software Autodesk. Compite con otros programas de diseño asistido por ordenador como Solidwork, Pro/engineer, Catia y Solidedge.



Autodesk Inventor se basa en técnicas de modelado paramétrico. se comenzará diseñando piezas que se pueden combinar en ensamblajes. Corrigiendo piezas y ensamblajes pueden obtenerse diversas variantes. Como modelador paramétrico no debe ser confundido con los programas tradicionales de CAD. Inventor se utiliza en diseño de ingeniería para producir y perfeccionar productos nuevos, mientras que en programas como Autocad se conducen sólo las dimensiones. Un modelador paramétrico permite modelar la geometría, dimensión y material de manera que si alteran las dimensiones, la geometría se actualizará automáticamente. Esto permite que el diseñador almacene sus conocimientos de cálculo dentro del modelo, a diferencia del modelado no paramétrico, que está más relacionado con la creación de bocetos digitales.

Los bloques de construcción cruciales de Autodesk Inventor son las piezas. Se crean definiendo las características, que a su vez se basan en bocetos (dibujos 2D). La ventaja de este diseño es que todos los bocetos y las características se pueden corregir más adelante, sin tener que hacer de nuevo la partición entera.

Como parte final del proceso, las piezas se conectan para hacer ensamblajes. Los ensamblajes pueden consistir en piezas u otros ensamblajes. Las piezas son ensambladas agregando restricciones entre las superficies, bordes, planos, puntos y ejes. Otras restricciones incluyen: coincidencia, tangente, movimiento, sistema de coordenadas de usuario.

Este método de trabajo permite la creación de ensamblajes muy grandes y complejos, especialmente porque los sistemas de piezas pueden ser puestos juntos antes de que se ensamblen en el ensamblaje principal; algunos proyectos pueden tener muchos sub-ensamblajes parciales.

Inventor utiliza formatos específicos de archivos para las piezas (.IPT), ensamblajes (.IAM), vista de dibujo (.IDW y .DWG) y presentaciones (.IPN), a la vez que el formato de archivo de Autocad (.DWG) puede ser importado/exportado como boceto.



1. Definiciones:

En este apartado se definirán los módulos de los programas informáticos utilizados.

- CAD: diseño asistido por ordenador, es todo sistema informático destinado a asistir al diseñador. El CAD atiende prioritariamente aquellas tareas más importantes del diseño, tales como el dibujo técnico y la documentación del mismo, pero normalmente permite realizar otras tareas complementarias relacionadas principalmente con la presentación y el análisis del diseño realizado. Si bien un sistema CAD puede adoptar infinidad de aspectos y puede funcionar de muchas formas distintas, hay algunas particularidades que todos comparten y han sido adoptadas como normas.

Se trata de una tecnología de software aplicado al diseño de geometrías, basadas en las matemáticas y extensas bases de datos y que dispone de múltiples herramientas o programas, para realizar el diseño de piezas y conjuntos (3D) y sus planos (2D).

Las primeras herramientas e CAD, estaban basadas en geometrías que se generaban sobre el plano XY del espacio, es decir, las dos dimensiones (2D), estas han ido evolucionando a las 3D, donde se ha añadido el eje Z.

Del cambio de las herramientas tradicionales, al software CAD, se derivan una serie de ventajas:

- sustitución de enormes planos en papel, economizando en espacio y tiempo, por copias en discos duros de servidores.
- desarrollo de productos con mayor precisión y velocidad.

Actualmente el CAD se ha convertido en algo más que la plasmación de un proyecto o pieza en un papel, para pasar a ser una parte imprescindible de cualquier proceso de industrialización de un producto. Existen multitud de procesos de fabricación que no podrían llevarse a cabo sin un archivo CAD, uno de los más importantes, relacionado con el análisis expuesto es el CAM.



- CAM: fabricación asistida por ordenador. Una vez que se ha concluido el diseño de la pieza y se han realizado las simulaciones sobre su comportamiento ante situaciones extremas, se procede a su fabricación. En este punto entra en acción el CAM, creando a partir del diseño CAD, los dispositivos de control numérico, que controlarán el trabajo de las diferentes máquinas-herramientas, de forma que el resultado coincida exactamente con el diseño realizado en el menor tiempo posible.

El sistema CAM también se encarga de simular el recorrido físico de cada herramienta, con el fin de prevenir posibles interferencias entre herramientas y materiales.

Todo este conjunto de posibilidades, que proporciona la tecnología CAM, acortan de forma considerable el tiempo de mercado, evitando tener que efectuar correcciones a posteriori en las características básicas del diseño.

- CAE: ingeniería asistida por ordenador. Gracias a estas aplicaciones se puede analizar el comportamiento de la pieza anteriormente diseñada por el sistema CAD ante modificaciones que se pueden deber a cambios de temperatura, esfuerzos, etc. Todo ello va a permitir elegir el material más adecuado para la pieza al igual que va a permitir efectuar los cambios oportunos para la mejora del rendimiento de la misma.

La posibilidad de llevar a cabo una serie de simulaciones antes de la construcción de la pieza trae consigo una reducción notable del tiempo de preparación de los prototipos, con los que se podrán, seleccionar los materiales tras realizarles las pruebas pertinentes.

Con el CAE la modificación del material en la pieza, sólo llevará unos segundos.

Gracias a esta técnica se puede conocer la fiabilidad, el rendimiento, etc. de la pieza haciendo menos pruebas que sobre prototipos.



2. Obtención de datos:

Como se ha explicado anteriormente, el programa utilizado para el análisis de la caja de cambios, AUTODESK INVENTOR, proporciona información de la geometría, dimensiones y/o material del ensamblaje, pero antes de poder obtener estos datos, es necesario crear cada pieza individualmente.

El proceso de creación se lleva a cabo mediante bocetos en los que se introducen las medidas y se realizan las operaciones necesarias.

Para entender el proceso, a continuación se describirá el método de modelado de la llanta de 5 radios usada en el presente análisis de la caja de cambios.

Modelado llanta de 5 radios:

En el análisis dinámico del apartado de cálculos, se hace referencia a un neumático de medidas 180-55R17, y se explica que el número 17 se refiere al diámetro de la llanta sobre la que se encuentra montado el neumático. En concordancia, todos estos datos es necesario introducirlos en el ordenador para poder concluir el análisis de la manera correcta.

La creación comienza en el entorno (.IPT) para la creación de piezas, aquí lo primero que se ha de hacer es elegir un plano, en este caso (XY), que se convertirá en el boceto en el que se definirán las características en 2D. A continuación, como se puede ver en la siguiente imagen, se crea una línea, de longitud igual al ancho de la llanta, que servirá de eje más adelante.

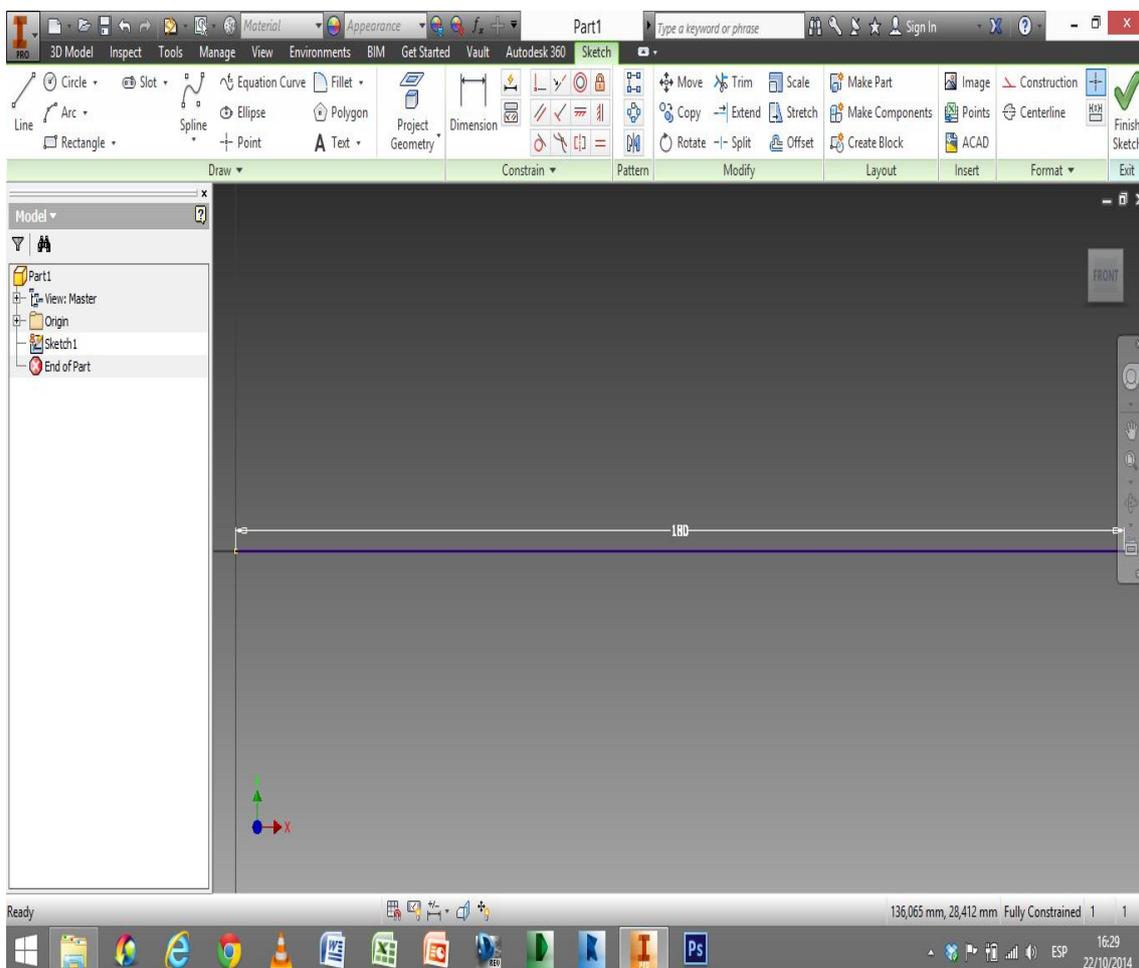


Ilustración 69: eje de rotación llanta

Con el eje creado, y a una distancia igual a 17" de diámetro, se dibuja lo que será la superficie de revolución sobre la que se sujetarán los flancos del neumático.

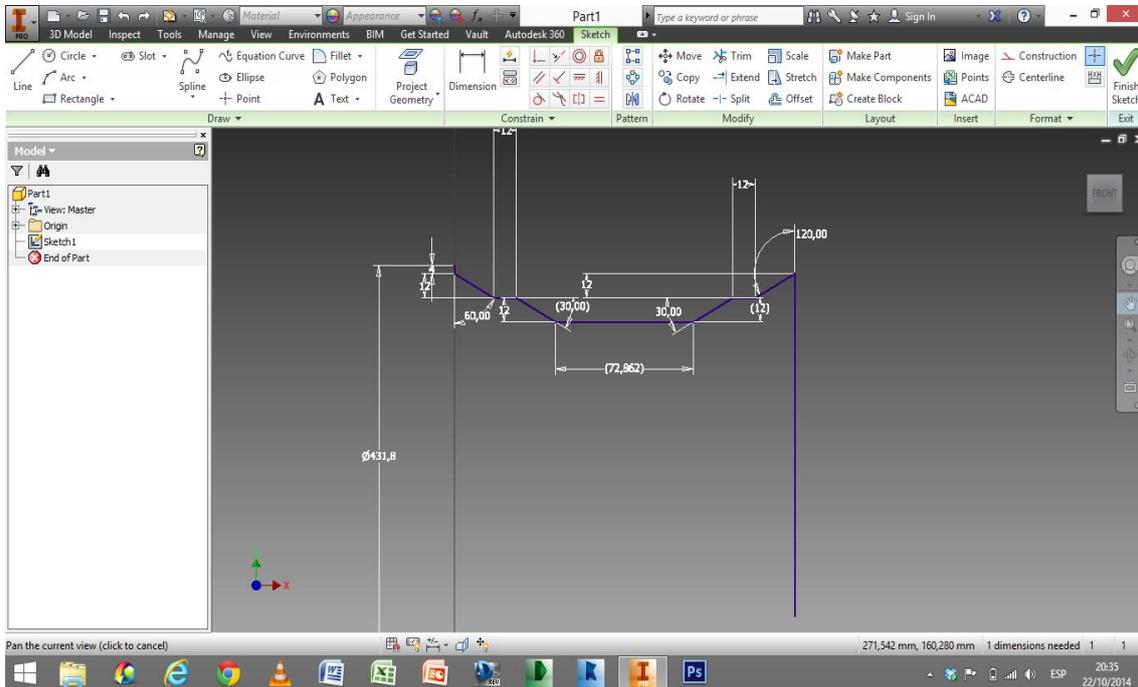


Ilustración 70: dibujar ángulos interior llanta

Este perfil anterior, es sometido a una operación de revolución sobre el eje de la ilustración 71, para formar el exterior completo de diámetro igual a 17" y 180 mm de ancho.

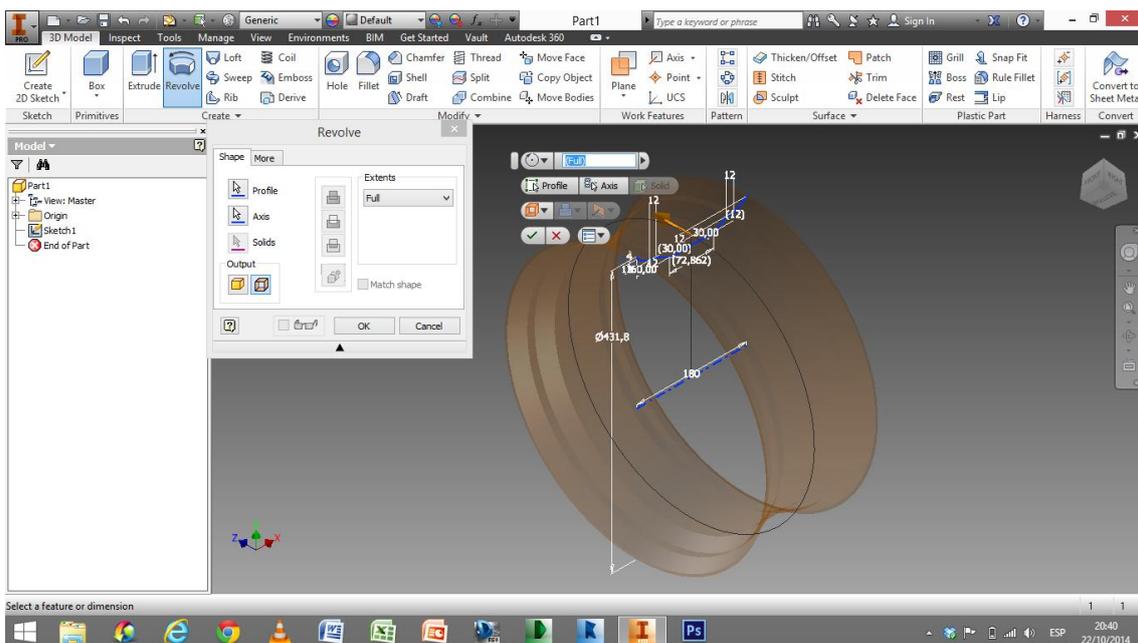


Ilustración 71: operación de revolución

En esta siguiente imagen se puede observar el disco terminado.

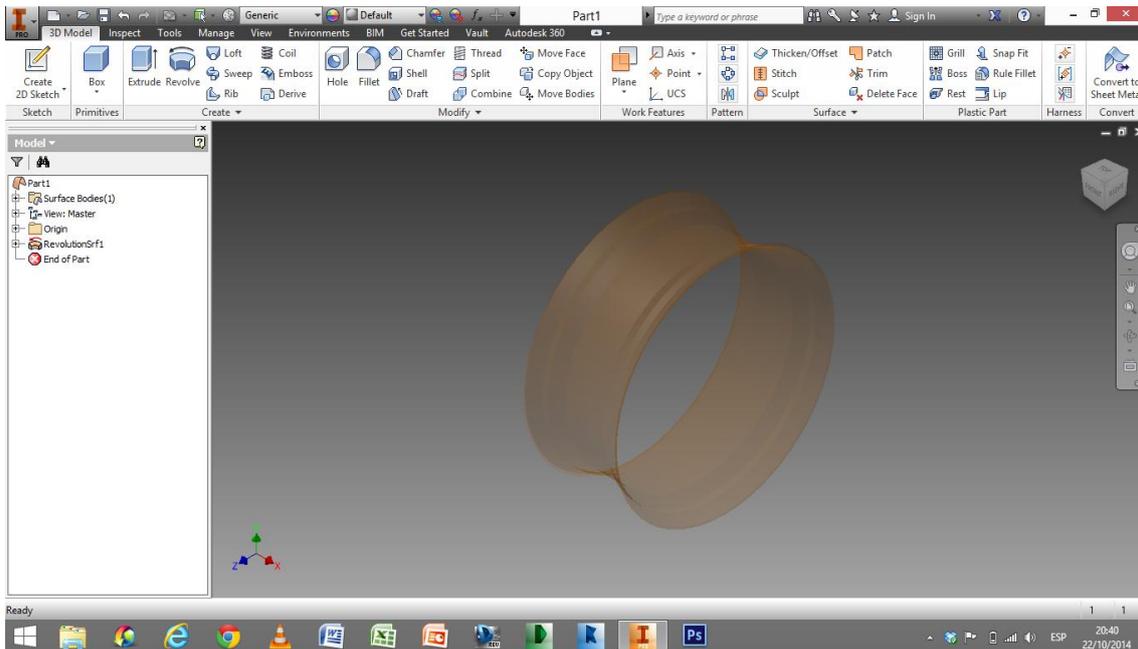


Ilustración 72: disco exterior terminado

Ahora se redondean los bordes, consiguiendo así un aspecto más real.

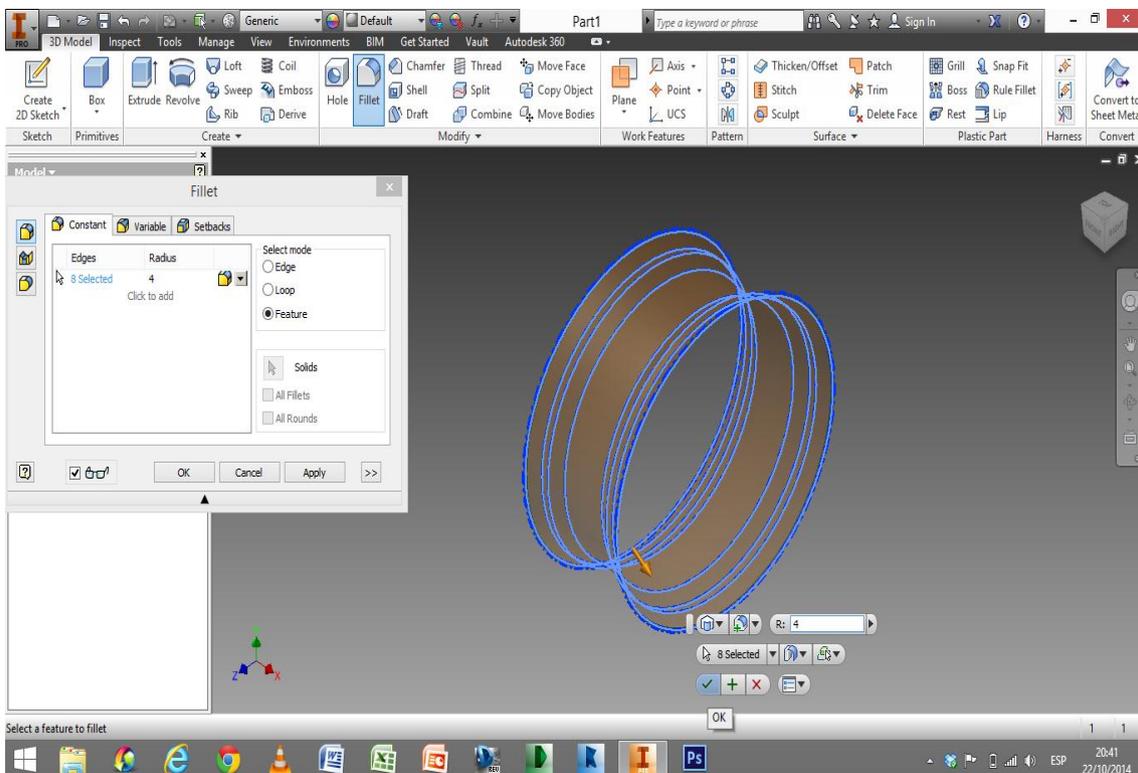


Ilustración 73: operación redondeo de aristas

Hasta ahora, el programa no consideraba la pieza como un sólido, por lo que se somete a la operación que aparece en la siguiente imagen, para que el disco de revolución se trate como un cuerpo sólido.

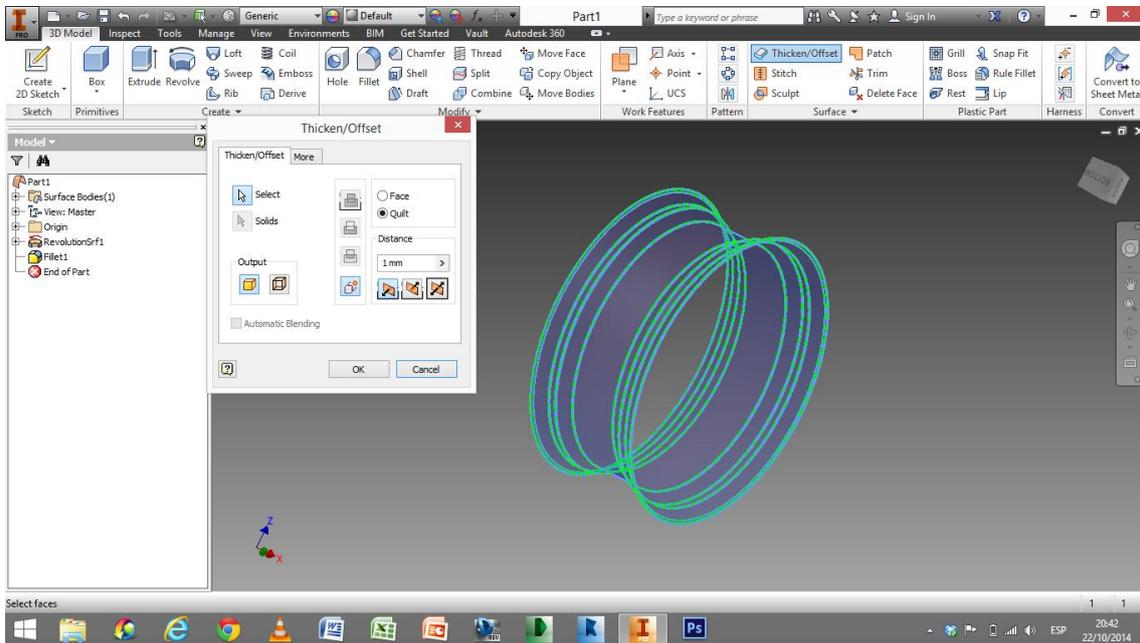


Ilustración 74: operación creación de sólidos

En la siguiente imagen se puede observar como la apariencia ha cambiado y ahora el programa ya sí lo identifica como un cuerpo sólido.

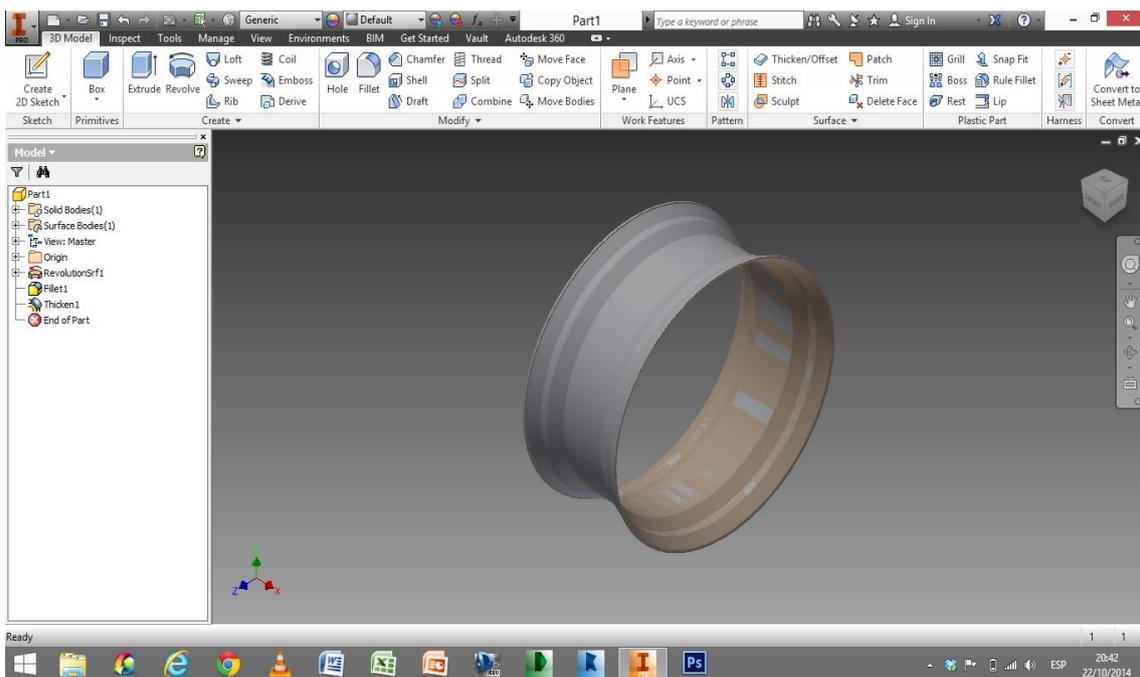


Ilustración 75: disco exterior terminado

El siguiente paso, es crear un plano de trabajo que corte al disco en dos como se muestra a continuación.

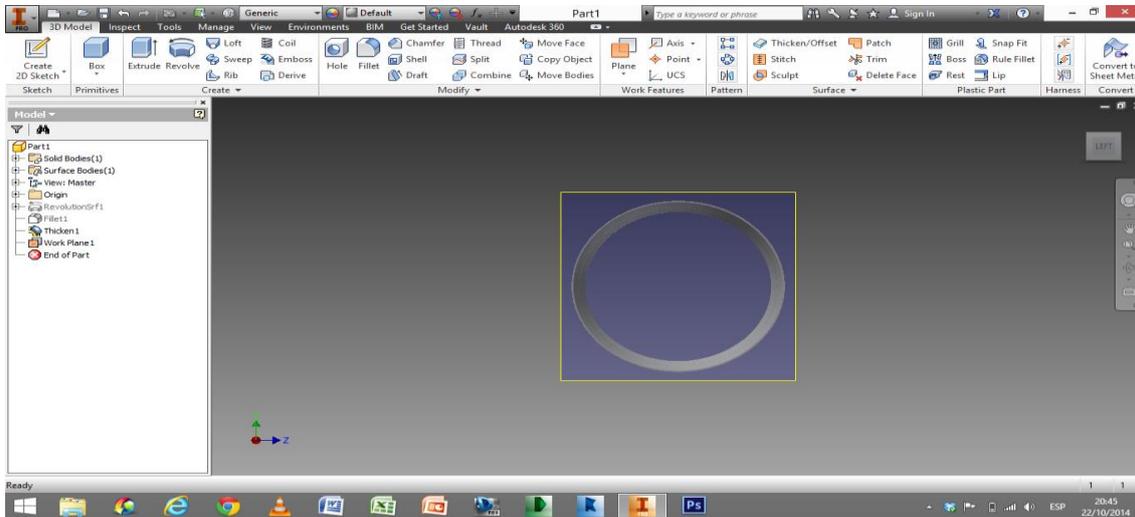


Ilustración 76: plano de trabajo

En el plano de trabajo creado en el paso anterior se establece un nuevo boceto, en este se dibuja en 2D la proyección en planta del centro de la llanta, compuesta de dos secciones circulares de distintos diámetros, la primera con un diámetro de 105 mm y cuatro agujeros de 10 mm cada uno para alojar los tornillos, en esta sección se fijará el disco de freno, y la segunda con un diámetro de 134 mm y cinco agujeros de igual diámetro que los anteriores donde al finalizar se fijará el portacoronas. En este boceto se creará también el agujero pasante para el eje de la llanta como se puede observar a continuación.

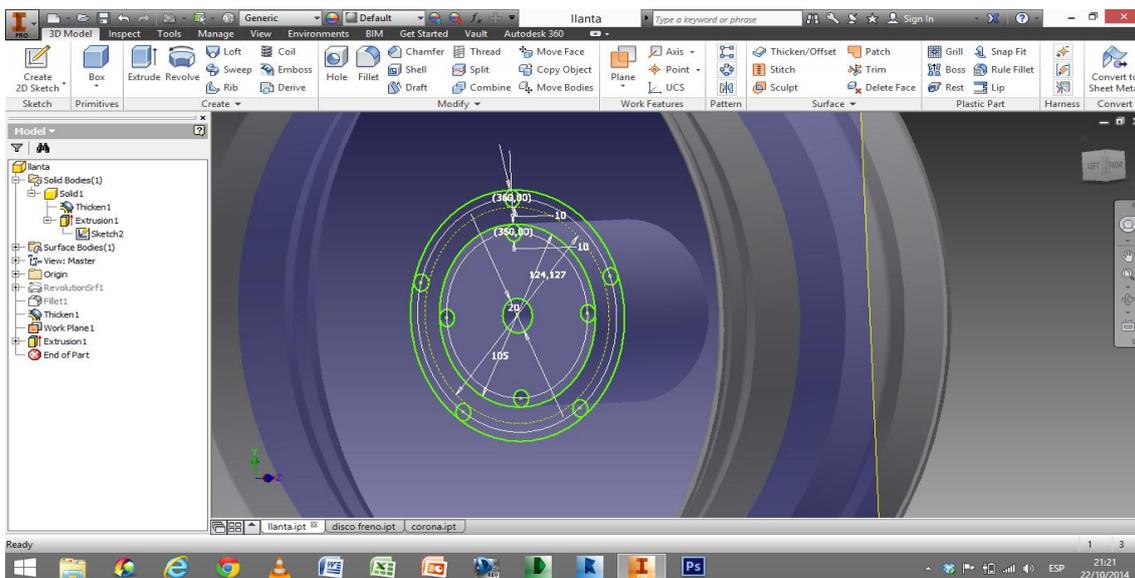


Ilustración 77: buje llanta

La imagen siguiente muestra el sólido de revolución y las dos secciones circulares a las que se les ha proporcionado volumen mediante una operación llamada extrusión.

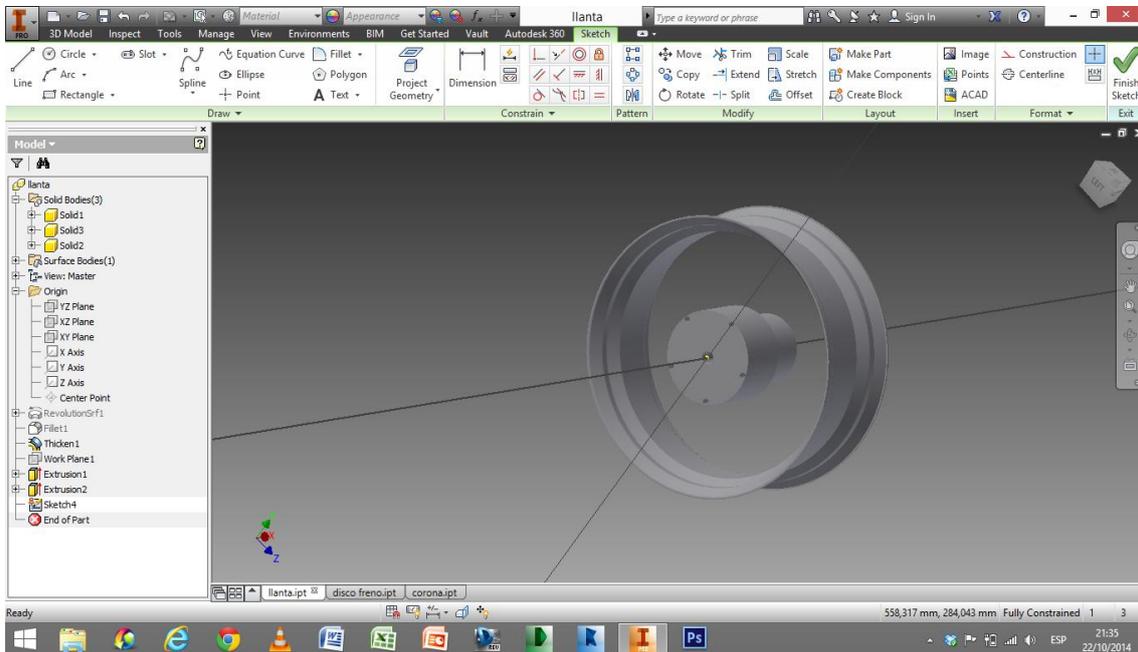


Ilustración 78: lado portacorona

A continuación se secciona el conjunto mediante un plano XY y se crea un nuevo boceto.

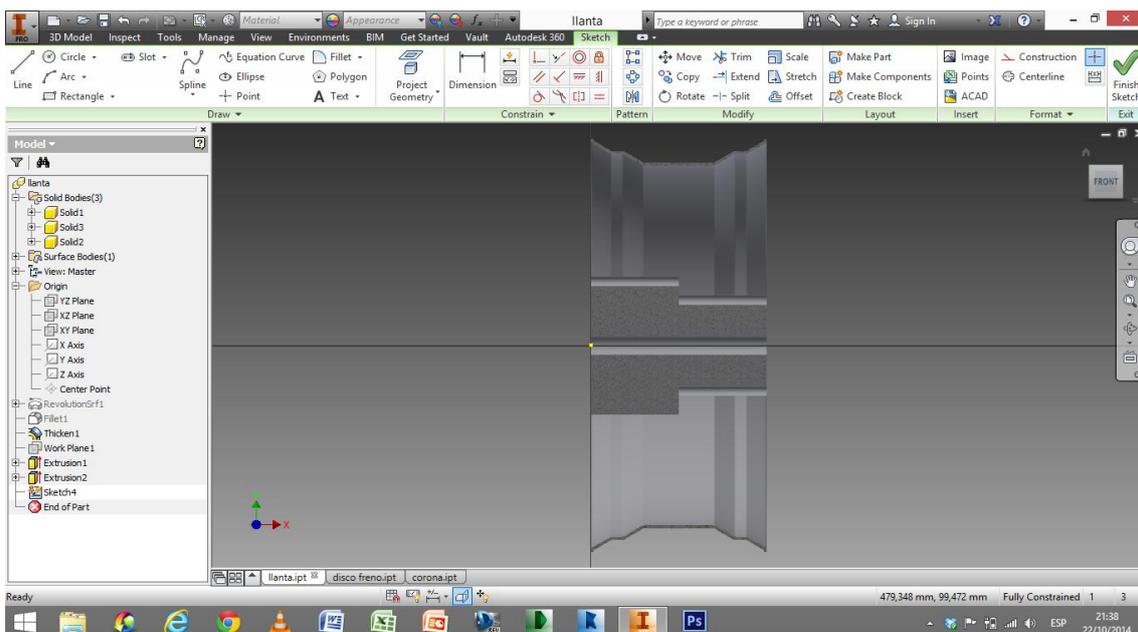


Ilustración 79: nuevo boceto

En este nuevo boceto se dibuja en 2D la sección del interior de la llanta, en la que se crearán los radios más adelante.

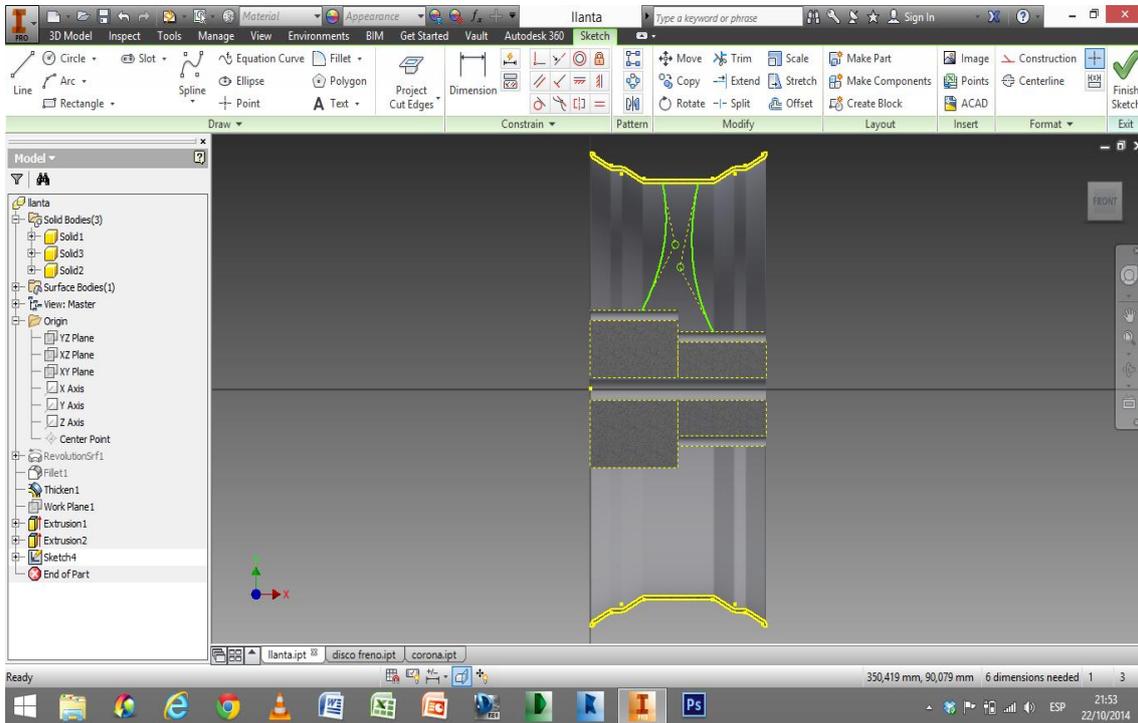


Ilustración 80: dibujo interior

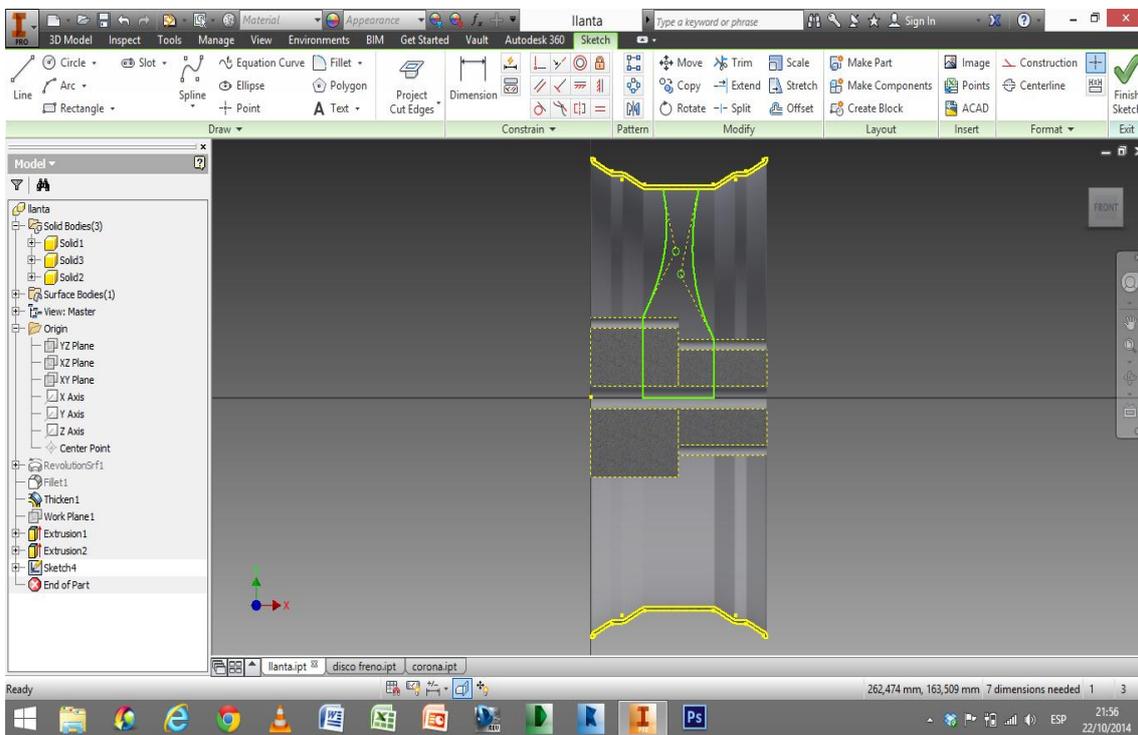


Ilustración 81: dibujo interior completo

La sección se somete a una operación de revolución, uniéndose así el buje central con el disco exterior.

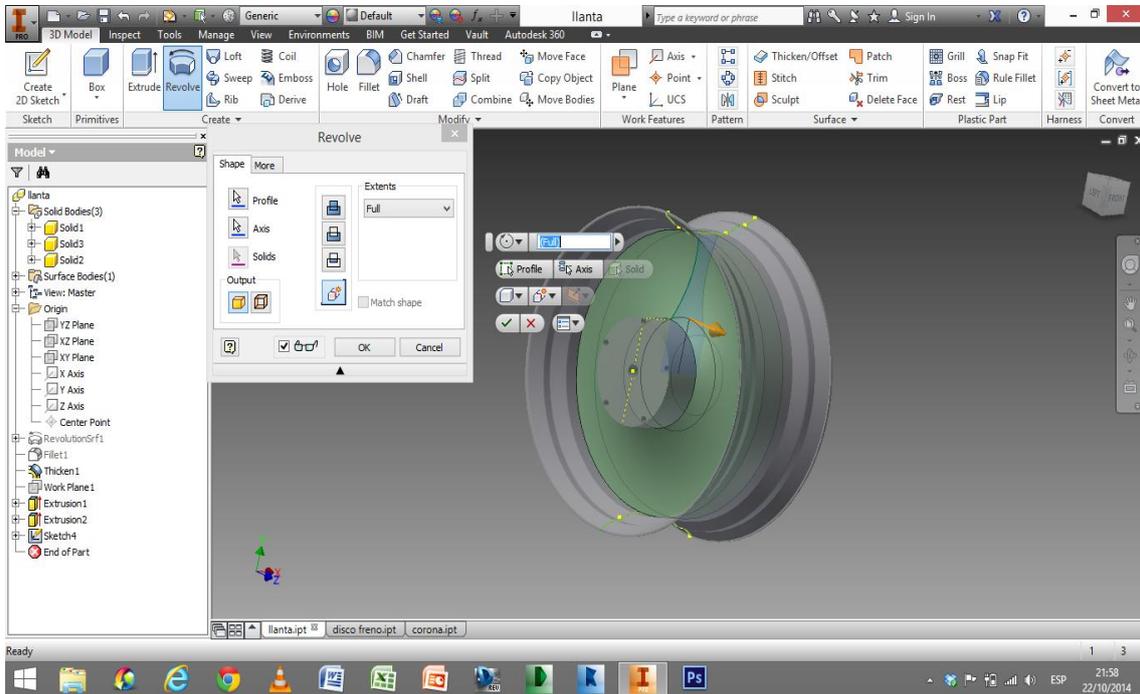


Ilustración 82: revolución relleno intermedio

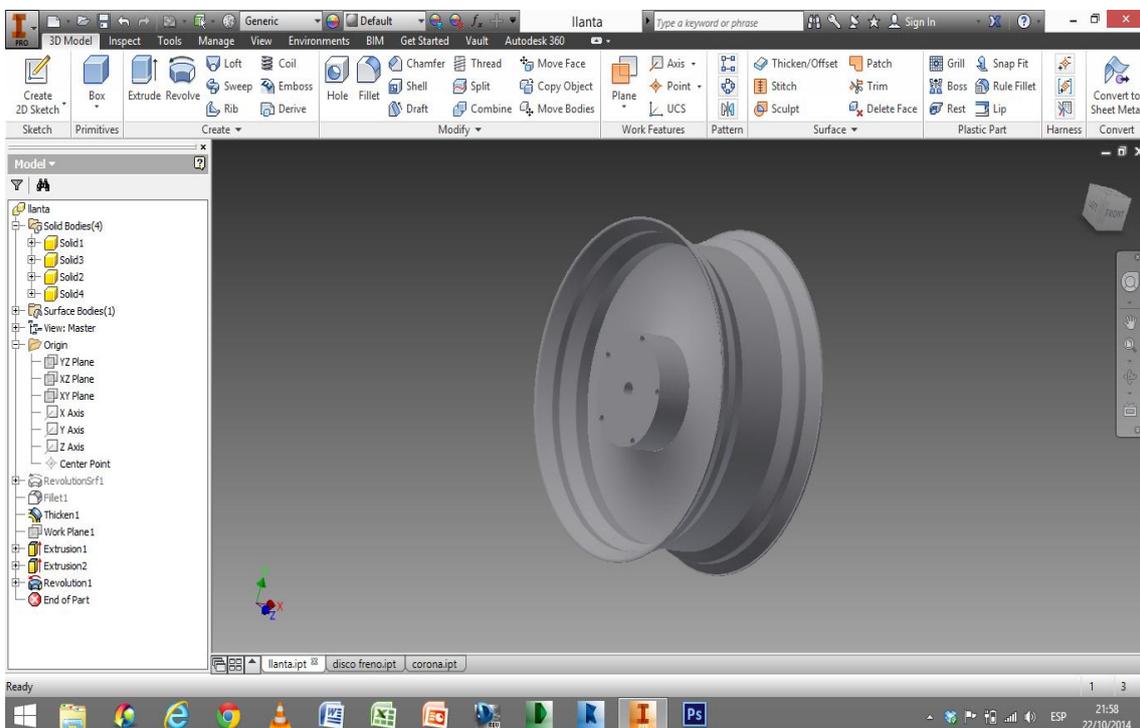


Ilustración 83: relleno terminado

En un nuevo boceto se dibujan los radios, en esta ocasión se han elegido siete radios sencillos hacia el interior, pero que se convierten en dobles hacia el exterior.

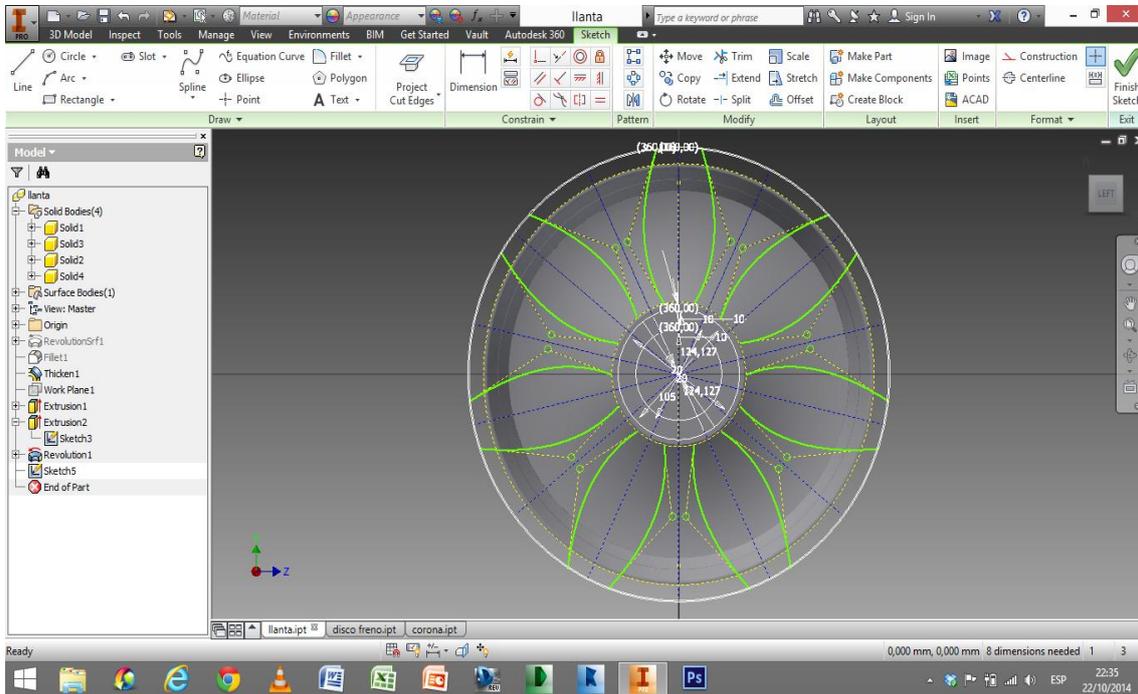


Ilustración 84: boceto radios

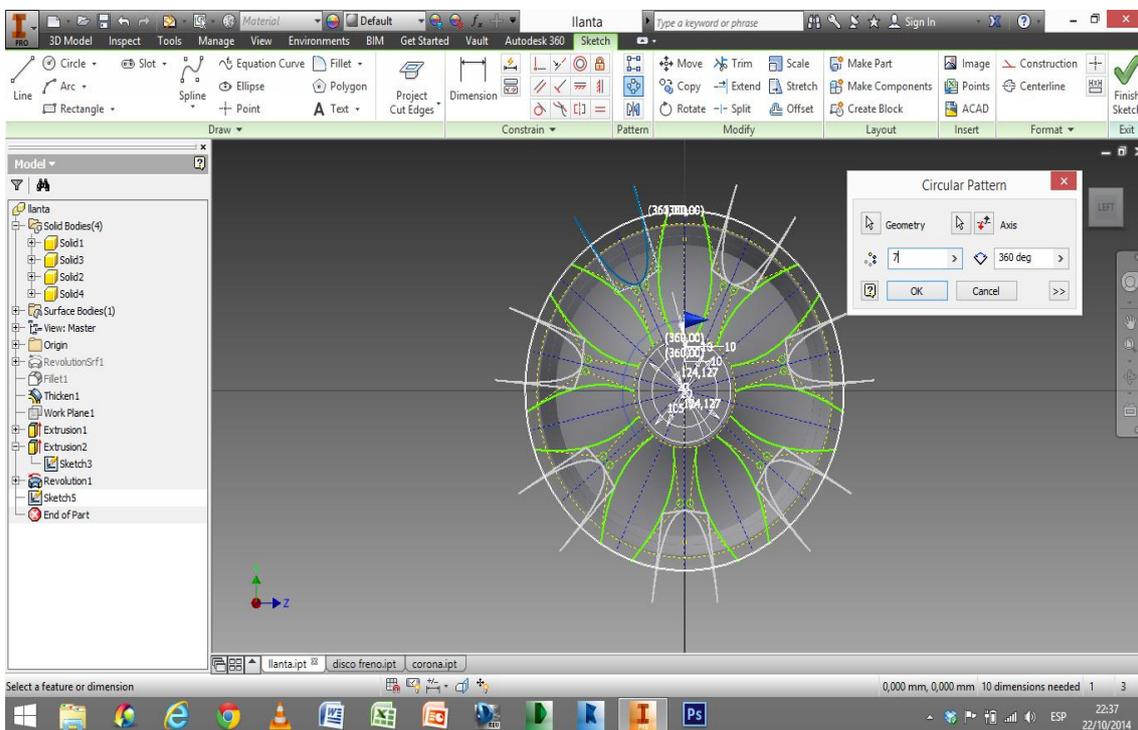


Ilustración 85: boceto radios dobles

Con el boceto ya terminado, se realiza un vaciado (extrusión) de las partes que no interesan y se crea un patrón circular para que esa misma operación la realice el programa las veces que se quiera en un ángulo de 360º.

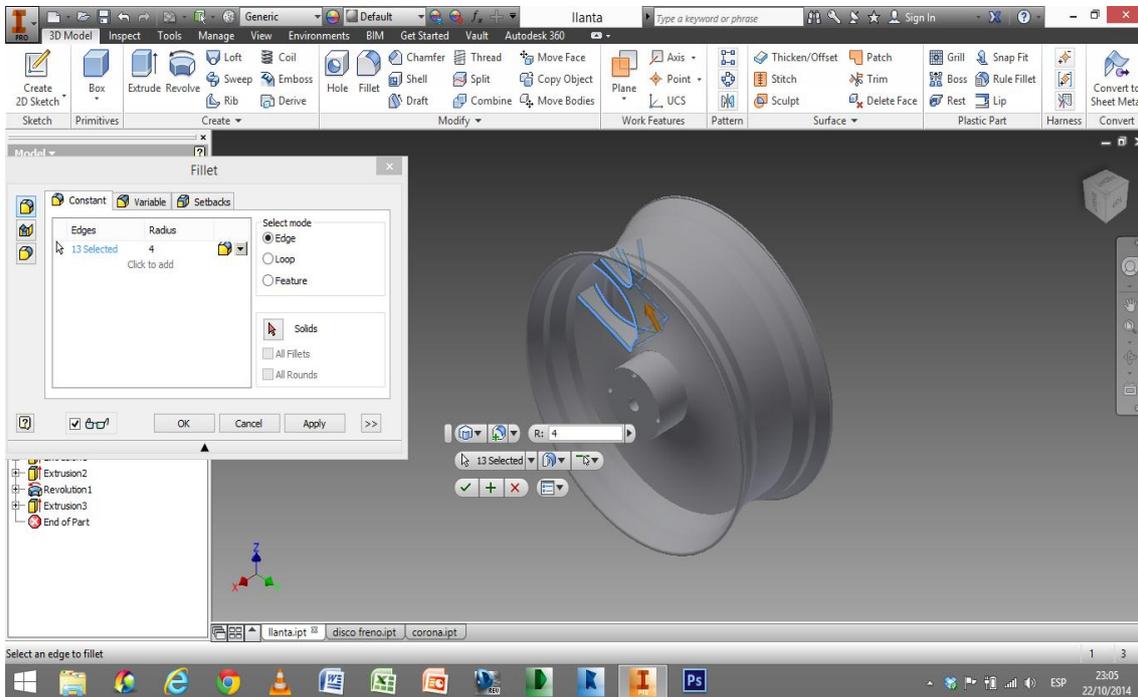


Ilustración 86: extrusión

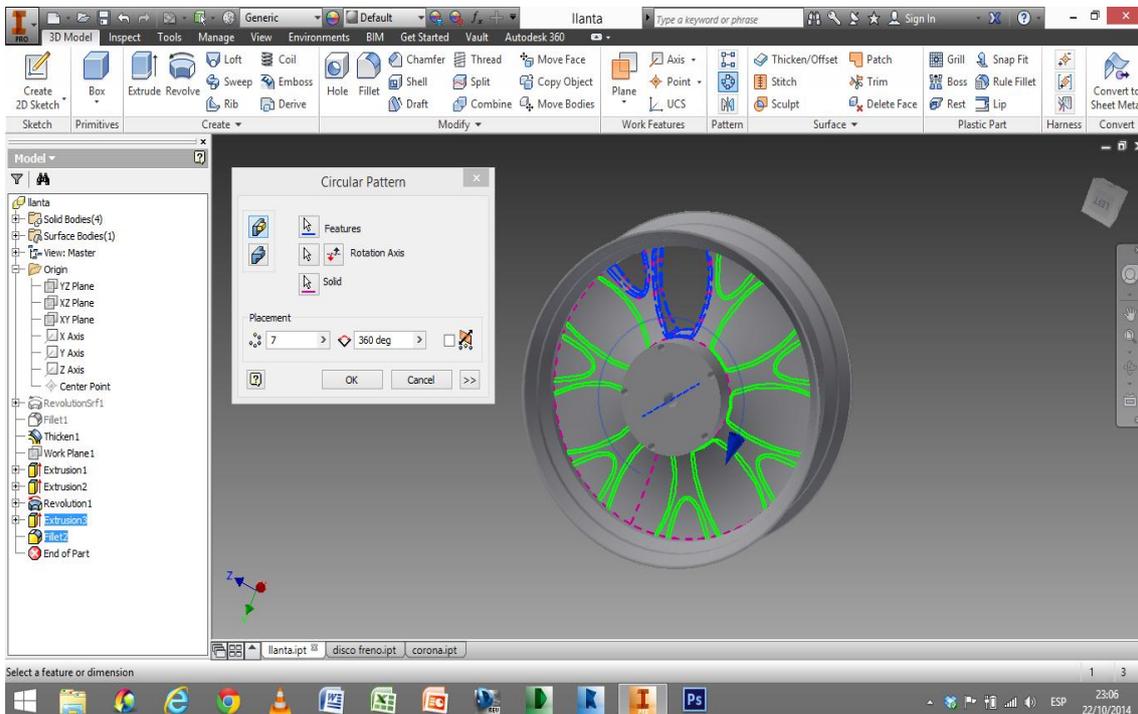


Ilustración 87: repetir extrusión en 360º

Con la llanta ya terminada, sólo falta ultimar pequeños detalles como redondear aristas, elegir material, color, etc.

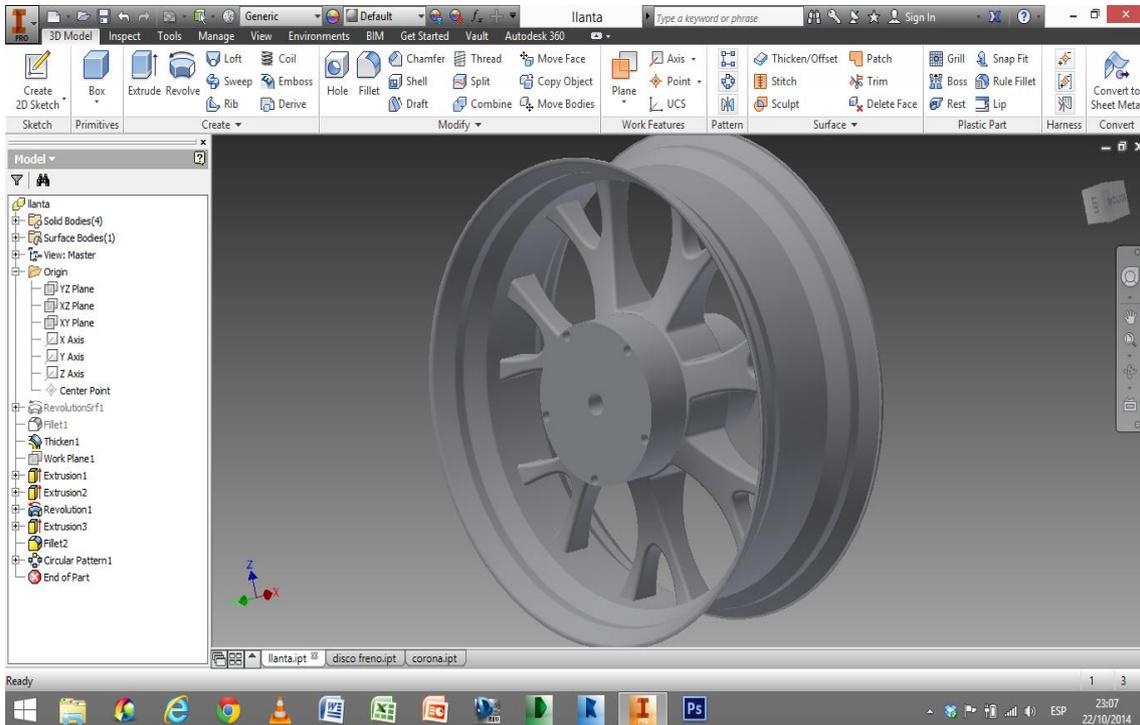


Ilustración 88: llanta en bruto

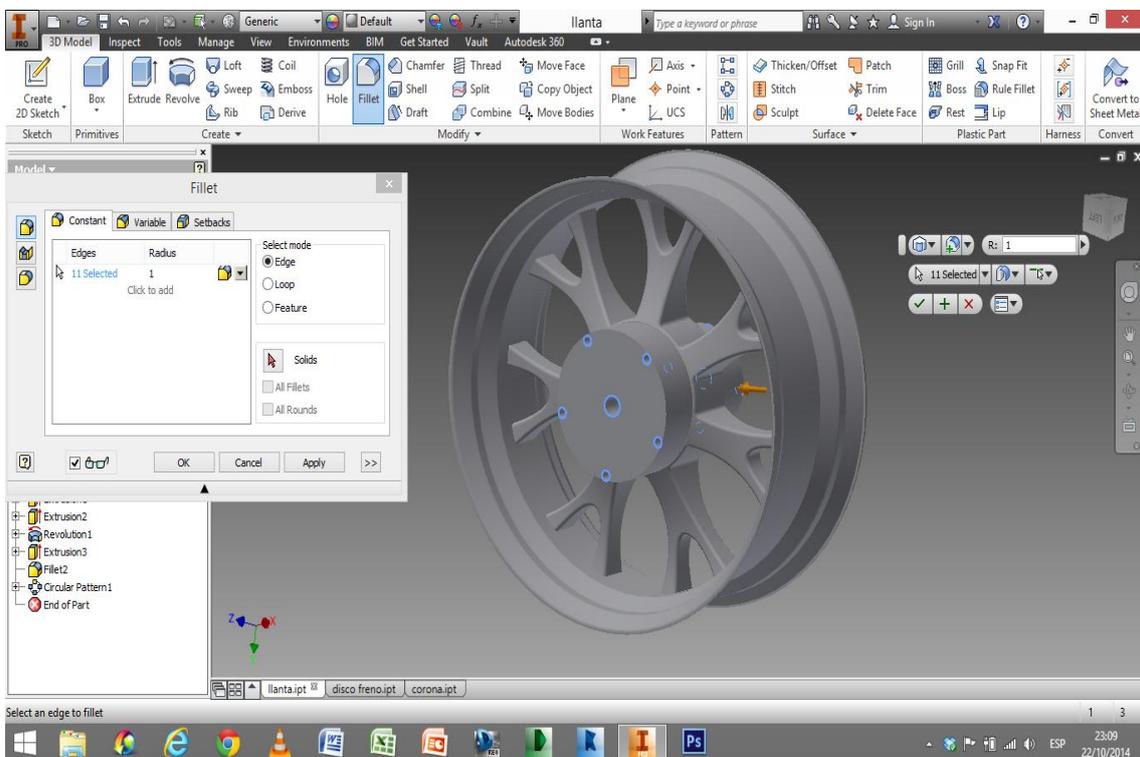


Ilustración 89: redondeando las últimas aristas

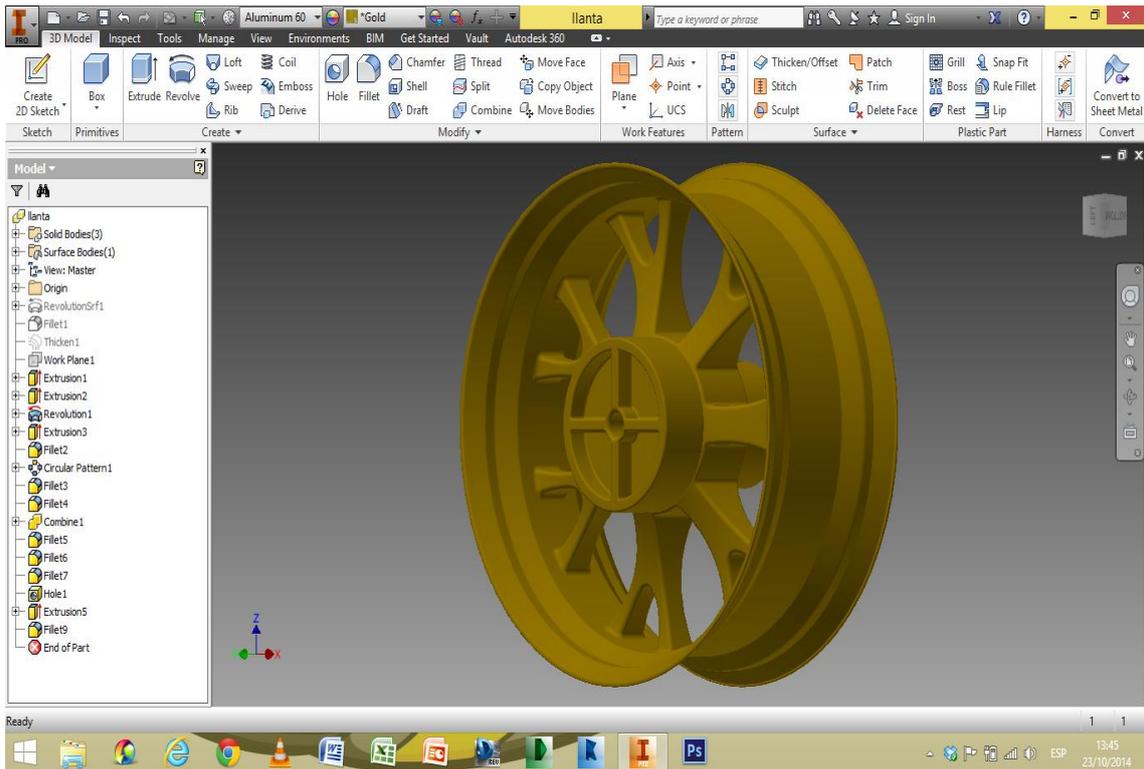


Ilustración 90: lanta terminada1

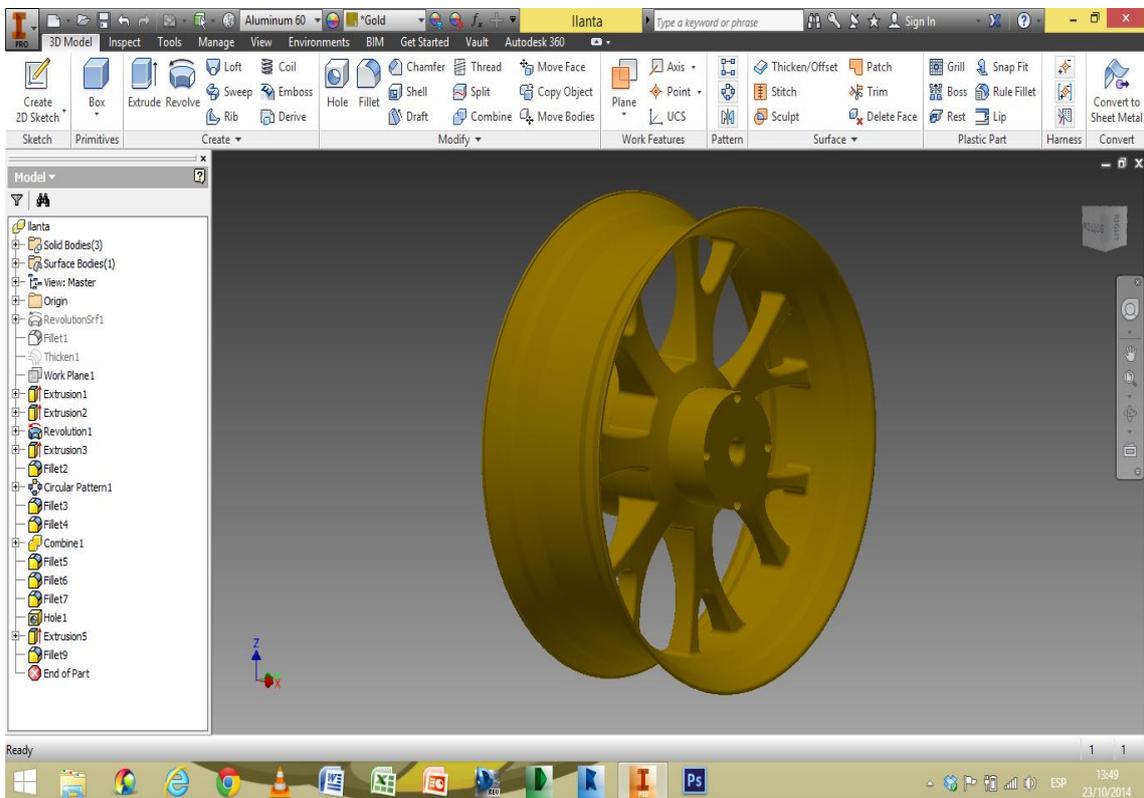


Ilustración 91: lanta terminada 2

3. Comparación de datos:

Una vez creadas las piezas individualmente, se ha procedido a ensamblarlas en AUTODESK INVENTOR en un entorno con extensión (.IAM).

Este ensamble proporciona toda la información necesaria, para la comparación con los datos hallados mediante los cálculos realizados a mano, mediante la combinación de varios entornos, como son: simulación dinámica, simulación de Stress y/o Autodesk design accelerator.

En la siguiente imagen se puede observar el ensamble final:

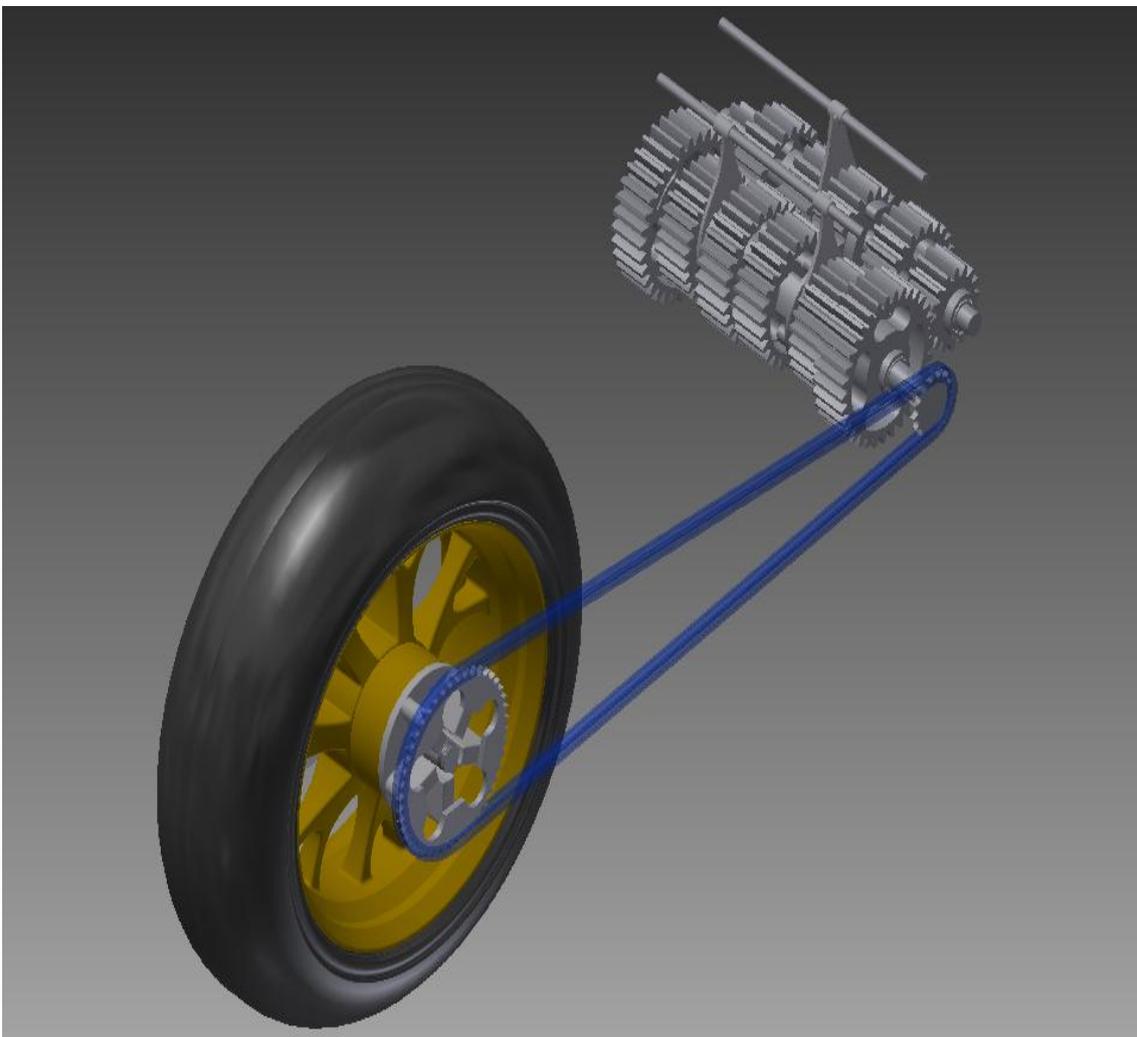


Ilustración 92: ensamble final

A continuación, se hará una comparación de las partes más importantes del mecanismo:

Caja de cambios:

1. Comparación rpm máximas en todas las reducciones:

Con anterioridad se ha calculado que la velocidad angular de los dos ejes de la caja de cambios, en todas sus reducciones es:

	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
Eje1(rpm)	6859,76 rpm					
Eje2(rpm)	2421,09	3325,94	4164,85	4827,24	5389,81	5843,5

Tabla 49: rpm cálculos realizados a mano

Y AUTODESK INVENTOR, por medio del entorno de Autodesk design accelerator, ha proporcionado los siguientes datos:

	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
Eje1(rpm)	6859,778 rpm					
Eje2(rpm)	2421,09	3326	4164,85	4827,24	5389,81	5843,5

Tabla 50: rpm AUTODESK INVENTOR

Se desea ahora, comparar los datos obtenidos con otra cantidad de los mismos usados como unidad patrón, y para ello, existe un tratamiento de los errores de medida. Se pueden distinguir dos tipos de errores que se utilizarán:

- **Error absoluto:** es la diferencia entre el valor de la medida y el valor tomado como exacto. Puede ser positivo o negativo, según si la medida es superior al valor real o inferior. Tiene las mismas unidades que las del dato original.

- **Error relativo:** es el cociente entre el error absoluto y el valor exacto. Si se multiplica por 100 se obtiene el tanto por ciento (%) de error. Al igual que el error absoluto puede ser positivo o negativo, porque puede ser por exceso o por defecto. No tiene unidades.



En el presente análisis se considerará como medida exacta los datos aportados por AUTODESK INVENTOR, y como valor de la medida a comparar, los datos realizados a mano, por lo que el error absoluto y relativo cometido en la primera relación de velocidad es:

$$E_{abs(eje1)} = 6859,76 - 6859,778 = -0,018 \text{ rpm}$$

$$E_{rel(eje1)} = \frac{-0,018}{6859,778} = -2,62 \cdot 10^{-6} = -2,62 \cdot 10^{-4}\%$$

$$E_{abs(eje2)} = 2421,09 - 2421,09 = 0 \text{ rpm}$$

$$E_{rel(eje2)} = \frac{0}{2421,09} = 0\%$$

Por consiguiente y realizando las mismas operaciones, en la tabla siguiente se muestran el resto de relaciones de la caja de cambios:

	Relación 1	Relación 2	Relación 3	Relación 4	Relación 5	Relación 6
$E_{absoluto}$ Eje 1	-0,018 rpm					
E_{relat} Eje 1	$-2,62 \cdot 10^{-4} \%$					
$E_{absoluto}$ Eje 2	0 rpm	-0,06 rpm	0 rpm	0 rpm	0 rpm	0 rpm
E_{relat} Eje 2	0%	$-1,8 \cdot 10^{-3} \%$	0%	0%	0%	0%

Tabla 51: error rpm máximas en todas sus reducciones

2. Comparación engranajes de la caja de cambios:

Los cálculos realizados en apartados anteriores han proporcionado los siguientes datos:

Parámetros (mm)	Relación 1ª		Relación 2ª		Relación 3ª		Relación 4ª		Relación 5ª		Relación 6ª		Trans	
	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R
Z	12	34	16	33	17	28	19	27	22	28	23	27	15	45
m	5												4	
P _c	15,71												12,57	
D _p	60	170	80	165	85	140	95	135	110	140	115	135	60	180
D _{ext}	70	180	90	175	95	150	105	145	120	150	125	145	68	188
D _{int}	47,5	157,5	67,5	152,5	72,5	127,5	82,5	122,5	97,5	127,5	102,5	122,5	50	170
B	50												40	

Tabla 52: geometría de engranajes realizados a mano

En la siguiente tabla se puede observar los datos geométricos de los engranajes obtenidos de AUTODESK INVENTOR:

Parámetros (mm)	Relación 1ª		Relación 2ª		Relación 3ª		Relación 4ª		Relación 5ª		Relación 6ª		Trans	
	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R
Z	12	34	16	33	17	28	19	27	22	28	23	27	15	45
m	4,9		4,6		4,9		4,8		4,4		4,4		4	
D _p	60	170	75,1	154,9	86,9	143,1	95	135	101,2	128,8	105,8	124,2	61,1	182,1
D _{ext}	73,2	176,068	87,4	160,7	102,6	145,6	110	137,9	115,6	130,5	120	126,1	67,4	189,2
D _{int}	51,482	154,35	67,03	140,3	78,3	128,9	85,7	121,8	97,3	112,2	101,7	107,8	52,5	173,5
B	49		46		49		48		44		44		40	

Tabla 53: geometría engranajes AUTODESK INVENTOR

A continuación, se muestra el error relativo cometido en la geometría de los engranajes de la caja de cambios:

Parámetros (mm)	Relación 1ª		Relación 2ª		Relación 3ª		Relación 4ª		Relación 5ª		Relación 6ª		Trans	
	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R
m	2%		8,7%		2%		4,2%		13,6%		13,6%		0	
D _p	0		6,5%		-2,2%		0		8,7%		8,7%		-1,8%	-1,2%
D _{ext}	-4,4%	3,5%	2,9%	8,9%	-7,4%	3%	-4,5%	5,1%	3,8%	14,9%	4,2%	15%	0,9%	-0,6%
D _{int}	-7,8%	2%	0,7%	8,7%	-7,4%	-1%	-3,7%	0,6%	0,2%	13,6%	0,8%	13,6%	-4,8%	-2%
B	2%		8,7%		2%		4,2%		13,6%		13,6%		0	

Tabla 54: error relativo geometría de los engranajes

El error relativo cometido en la geometría de los engranajes es debido a que el módulo elegido para llevar a cabo los cálculos fue generalizado y escogido de una tabla de módulos normalizados. A pesar de este error, el análisis realizado a mano, sigue siendo plenamente funcional.

3. Comparación de esfuerzos en los dientes:

En este apartado se busca comparar los datos calculados de forma manual con los aportados por AUTODESK INVENTOR, en relación con los esfuerzos que soportan los dientes de los engranajes cuando se encuentran en contacto unos con otros.

Por lo tanto, a continuación se puede observar los resultados obtenidos mediante los cálculos realizados a mano en apartados anteriores.

	Relación 1ª		Relación 2ª		Relación 3ª		Relación 4ª		Relación 5ª		Relación 6ª	
	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R
F_t (N)	2088,1		1566,1		1474		1318,8		1139		1089,5	
F (N)	2220		1670		1569		1400		1212		1159	
F_r (N)	760		570		540		480		415		396,5	

Tabla 55: esfuerzos en los dientes calculados de forma manual

En la siguiente tabla se muestran los datos de AUTODESK INVENTOR:

	Relación 1ª		Relación 2ª		Relación 3ª		Relación 4ª		Relación 5ª		Relación 6ª	
	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R
F_t (N)	2088,1		1668,2		1441,9		1318,8		1238		1184,2	
F (N)	2267,5		1811,5		1600,6		1461,9		1377,3		1317,5	
F_r (N)	883,9		706,1		694,8		630,8		603,7		577,4	

Tabla 56: esfuerzos en los dientes AUTODESK INVENTOR

Y como en apartados anteriores, en la tabla siguiente se muestra el error relativo cometido en el cálculo de los esfuerzos en los dientes:

	Relación 1ª		Relación 2ª		Relación 3ª		Relación 4ª		Relación 5ª		Relación 6ª	
	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R	P	R
F_t	0%		-6,1%		2,2%		0%		-8%		-8%	
F	-2,1%		-7,8%		-2%		-4,2%		-12%		-12%	
F_r	-14%		-19,3%		-22,3%		-23,9%		-31,2%		-31,3%	

Tabla 57: error relativo esfuerzos en los dientes

4. Comparación del esfuerzo por flexión en el diente:

En este apartado, en el que se analiza un juego de engranajes con objeto de determinar la confiabilidad correspondiente a una vida específica, AUTODESK INVENTOR no proporciona datos como en los apartados anteriores.

El procedimiento a seguir, es la entrada de los factores de corrección como:

- factores de carga adicional

Factor de sobrecarga	K_o	1,000 su	
Factor dinámico	K_v	1,271 su	
Factor de tamaño	K_s	1,250 su	1,250 su
Factor de fiabilidad	K_R	0,990 su	
Factor de temperatura	k_t	1,000 su	
Factor de distribución de carga	K_m	2,000 su	2,000 su
Factor de corrección de plomo	C_{mc}	1,000 su	1,000 su
Factor de corrección de alineación de malla	C_e	1,000 su	
Modificador de proporción de piñón	C_{pm}	1,000 su	
Factor de alineación de malla	C_{ma}	Unidades de engranaje encerrado comerciales (0,0000)	

Tabla 58: factores de carga adicional

- factores de contacto

Factor de condición de superficie	C_f	1,000 su	1,000 su
Factor de ciclo de tensión	Z_N	1,500 su	1,500 su
Factor de coeficiente de dureza	C_H	1,000 su	1,000 su
Factor de elasticidad	C_p	2308,020 su	
Factor de geometría	I	0,106 su	

Tabla 59: factores de contacto

- factores de plegado

Factor de carga inversa	Y_a	1,000 su	1,000 su
Factor de grosor del anillo	K_B	1,000 su	1,000 su
Factor de ciclo de tensión	Y_N	0,696 su	0,673 su
Factor de geometría	J	0,215 su	0,505 su

Tabla 60: factores de plegado

así como las distintas características del material usado:

		Engranaje 1	Engranaje 2
		Material de usuario	Material de usuario
Resistencia máxima a tracción	S_u	700 MPa	700 MPa
Límite de elasticidad	S_v	340 MPa	340 MPa
Módulo de elasticidad	E	210000 MPa	210000 MPa
Coeficiente de Poisson	μ	0,300 su	0,300 su
Tensión de plegado admitida	s_{at}	303,0 MPa	303,0 MPa
Tensión de contacto admitida	s_{ac}	884,0 MPa	884,0 MPa
Dureza de postizo de diente	JHV	210 su	210 su
Tipo de tratamiento	tipo	2 su	2 su

Tabla 61: material usado

Una vez introducidos los datos, el programa indica la comprobación del cálculo mediante positivo en todos los casos.

Por lo que se puede concluir diciendo que el análisis de todos los aspectos de los engranajes es correcto.

5. Comparación de los ejes de la caja de cambios:

Una vez comprobado que los valores obtenidos en los dientes de los engranajes concuerdan por los aportados por AUTODESK INVENTOR, es necesario comprobar que los ejes en los cuales van montados los engranajes, también concuerdan, para así verificar que la caja de cambios cumplirá con los requisitos mínimos de resistencia.

Los esfuerzos en los ejes son producidos por los esfuerzos en los dientes de los engranajes cuando estos transmiten par. En este caso, sólo es necesario tener en cuenta las fuerzas tangencial y radial, puesto que estas son las únicas fuerzas que interferirán en las tensiones creadas en el eje.

Una vista simplificada del eje, aportada por AUTODESK INVENTOR, es la siguiente:



Ilustración 93: vista simplificada eje primario

Las fuerzas producidas en los ejes serán las siguientes, se analizará solamente la primera relación de velocidad, ya que es la que más tensiones produce en el eje.

Índice	Ubicación	Fuerza radial				Momento flector				Carga continua				Fuerza axial	Par de torsión	Flexión				Ángulo de flexión
		Y	X	Tamaño	Dirección	Y	X	Tamaño	Dirección	Y	X	Tamaño	Dirección			Y	X	Tamaño	Dirección	
1	62,5 mm		208,100 N	208,100 N	90,00 gr											-19,525 μm	-52,275 μm	55,803 μm	249,52 gr	0,09 gr
2	62,5 mm	760,000 N		760,000 N												-19,525 μm	-52,275 μm	55,803 μm	249,52 gr	0,09 gr

Tabla 62: cargas eje AUTODESK INVENTOR

Una vez conocidos los esfuerzos producidos en los ejes, se tiene que comparar los momentos y reacciones creados por esos esfuerzos en cada instante.

Para el cálculo de los momentos y reacciones, se realizó en el apartado de cálculos, un diagrama de momentos flectores en el que los apoyos son los rodamientos.

De los diagramas se obtuvieron los siguientes datos:

	F_t (N)	F_r (N)	R_{Ar} (N)	R_{At} (N)	R_{Br} (N)	R_{Bt} (N)	M_{fr} (Nmm)	M_{ft} (Nmm)	M_t (Nmm)
Relación 1	2088,1	760	691,94	1901,1	68,06	186,99	20758,2	57033,3	60693,5

Tabla 63: resultados relación 1 eje primario

Y mediante AUTODESK INVENTOR se obtuvo:

- Tabla de soportes: en la siguiente tabla se puede observar el tipo de rodamiento usado, rodamiento de rodillos cónicos, y las reacciones en los puntos de apoyo.

Índice	Tipo	Ubicación	Fuerza de reacción					Elasticidad	Tipo	Flexión				Ángulo de flexión
			Y	X	Tamaño	Dirección	Fuerza axial			Y	X	Tamaño	Dirección	
1	Fijo	32,5 mm	702,228 N	1907,832 N	2032,965 N	69,79 gr		0,003 $\mu\text{m}/\text{N}$	Rodamientos de rodillos cónicos	-2,155 μm	-5,856 μm	6,240 μm	249,79 gr	0,10 gr
									de una hilera					
2	Libre	380 mm	72,907 N	180,268 N	194,453 N	67,98 gr		0,006 $\mu\text{m}/\text{N}$	Rodamientos de rodillos cónicos de una hilera	-0,402 μm	-0,995 μm	1,073 μm	247,98 gr	0,06 gr

Tabla 64: tabla de soportes AUTODESK INVENTOR

- Diagrama de momento flector total:

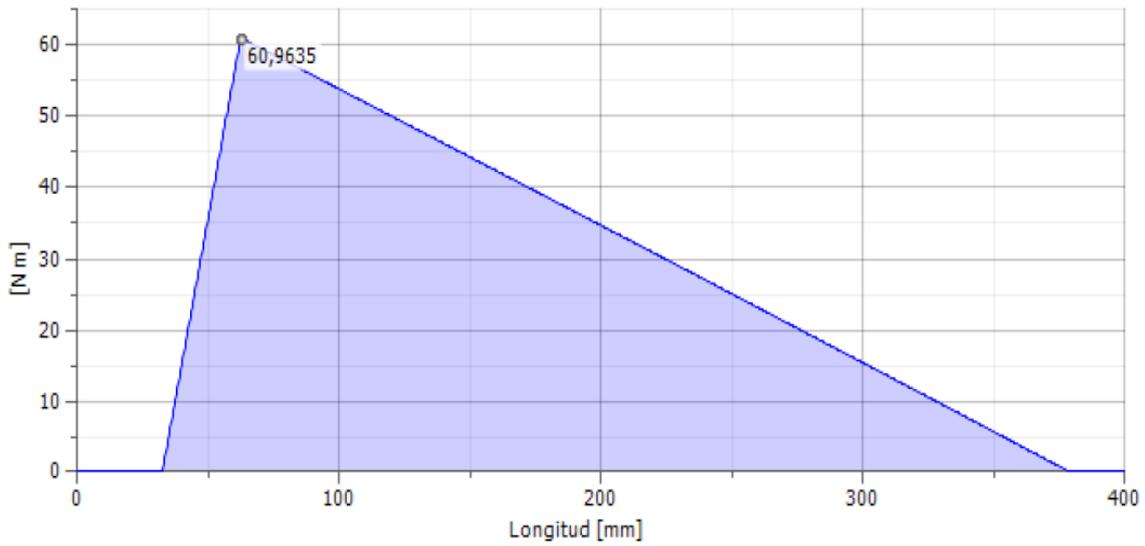


Ilustración 94: diagrama de momento flector AUTODESK INVENTOR

- Diagrama de momento flector plano vertical:

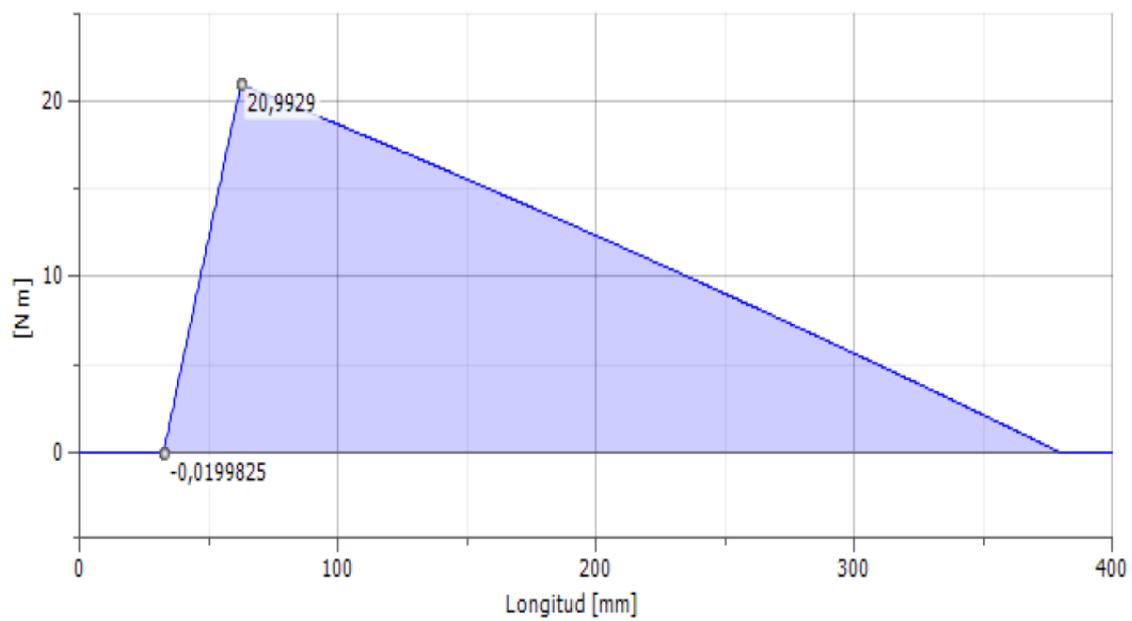


Ilustración 95: diagrama momento flector plano YZ AUTODESK INVENTOR

- Diagrama momento flector plano horizontal:

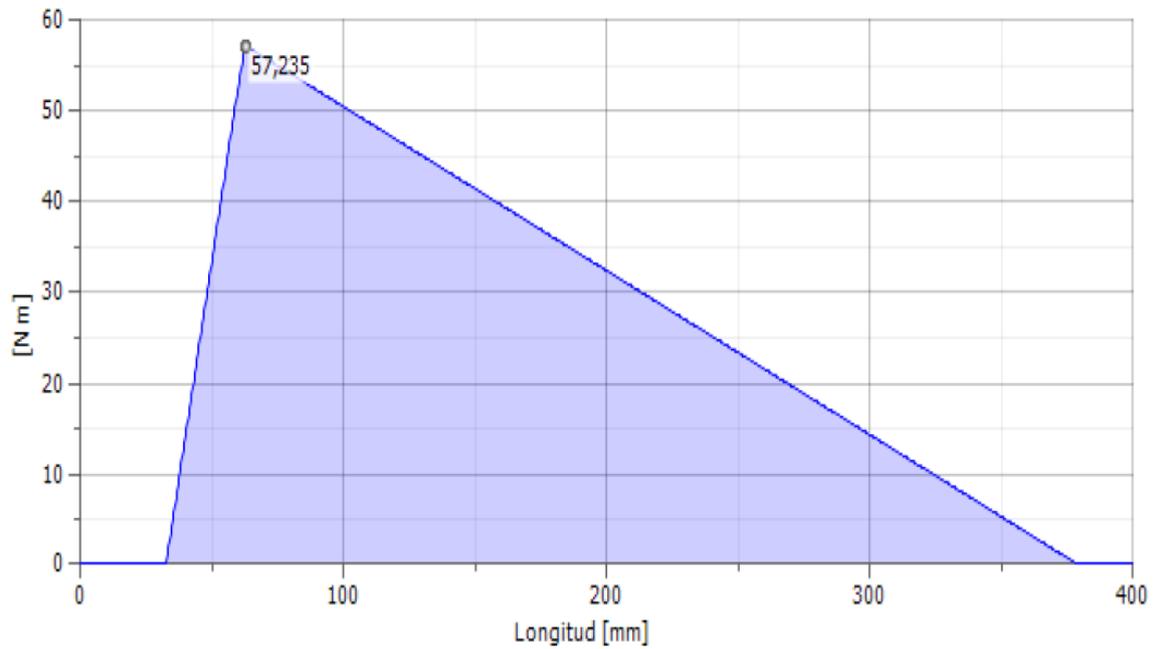


Ilustración 96: diagrama momento flector plano XZ AUTODESK INVENTOR

- Diámetro ideal:

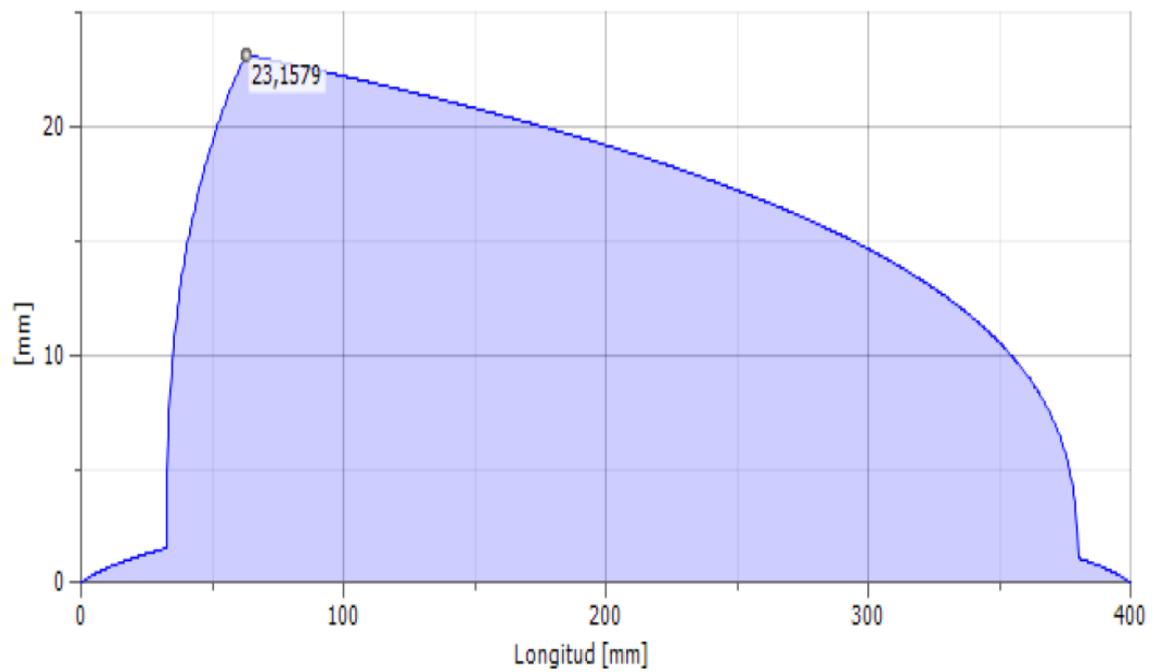


Ilustración 97: diámetro ideal AUTODESK INVENTOR



Con los datos obtenidos de ambos sistemas, se procede a mostrar el error relativo producido en los ejes de la caja de cambios analizada.

	d	R _{Ar}	R _{At}	R _{Br}	R _{Bt}	M _{fr}	M _{ft}	M _t
Relación 1	7,8%	-1,5%	- 0,35%	-6,7%	3,7%	-1%	- 0,37%	- 0,44%

Tabla 65: error relativo ejes caja de cambios

El error relativo mostrado anteriormente es debido a la consideración de las cifras significativas tomada por el programa y a alguna corrección de la longitud del eje. Pero aún así, el error es muy pequeño, indicando así la compatibilidad del análisis.



6. Comparación ejes acanalados:

Una vez comparados los engranajes y los ejes, se deben comparar los elementos encargados de unir cada una de las piezas de la caja de cambios.

En el apartado de cálculos, se eligió distintas acanaladuras para cada eje, debido a la diferencia de diámetros. Los valores de cada modelo son:

	D (mm)	d (mm)	z	b (mm)	h (mm)	$l_{\text{mín}}$ (mm)
Eje 1	25	21	6	5	4	2,87
Eje 2	28	23	6	6	5	2,39

Tabla 66: valores ejes acanalados

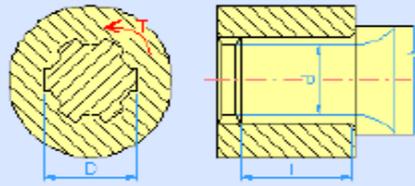
A través de AUTODESK INVENTOR se ha obtenido la siguiente relación de datos, distintos en cada eje, al igual que en el apartado de cálculos hechos a mano.

- Eje primario:

Número de ranuras	N	6,000 su
Diámetro de eje interior	d	21,000 mm
Diámetro de eje exterior	D	25,000 mm
Anchura de diente	b	5,000 mm
Chaflán	s	0,300 mm
Radio	R	0,200 mm
Diámetro	d3	19,500 mm
Grosor de espacio	e	1,980 mm
Espesor	f	1,950 mm

Acanalado del cubo

Longitud l	14,000 mm
------------	-----------



Factor de distribución de carga	K_m	0,750 su
Factor de contacto de lado de diente	K_s	1,000 su
Seguridad deseada	S_v	1,000 su

Material

Eje		Cubo	
Material	Material de usuario	Material	Material de usuario
Resistencia máxima a tracción	S_u 861 MPa	Resistencia máxima a tracción	S_u 861 MPa
Presión admitida	p_A 246,000 MPa	Presión admitida	p_A 246,000 MPa
Tensión admitida en corte	T_A 344,000 MPa	Tensión admitida en corte	T_A 344,000 MPa

Resultados

Comprobación de resistencia	Positivo
Diámetro de eje mín.	d_{min} 9,752 mm
Longitud mín. de ranura	l_{min} 3,515 mm

Deformación de lados ranurados

Presión calculada	p_c 8,646 MPa
Seguridad	S 28,451 su

Torsión de eje

Tensión de corte calculada	τ_c 34,450 MPa
Seguridad	S 9,986 su

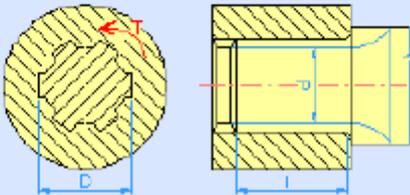
Tabla 67: datos acanalado eje 1 AUTODESK INVENTOR

- Eje secundario:

Número de ranuras	N	6,000 su
Diámetro de eje interior	d	23,000 mm
Diámetro de eje exterior	D	28,000 mm
Anchura de diente	b	6,000 mm
Chafilán	s	0,300 mm
Radio	R	0,200 mm
Diámetro	d3	21,300 mm
Grosor de espacio	e	2,300 mm
Espesor	f	1,340 mm

▣ Acanalado del cubo

Longitud	l	14,000 mm
----------	---	-----------



Factor de distribución de carga	K_m	0,750 su
Factor de contacto de lado de diente	K_s	1,000 su
Seguridad deseada	S_v	1,000 su

▣ Material

Eje		Cubo	
Material	Material de usuario	Material	Material de usuario
Resistencia máxima a tracción	S_u 861 MPa	Resistencia máxima a tracción	S_u 861 MPa
Presión admitida	p_A 246,000 MPa	Presión admitida	p_A 246,000 MPa
Tensión admitida en corte	T_A 344,000 MPa	Tensión admitida en corte	T_A 344,000 MPa

▣ Resultados

Comprobación de resistencia	Positivo
Diámetro de eje mín.	d_{min} 9,752 mm
Longitud mín. de ranura	l_{min} 2,336 mm

▣ Deformación de lados ranurados

Presión calculada	p_c 5,746 MPa
Seguridad	S 42,809 su

▣ Torsión de eje

Tensión de corte calculada	T_c 26,222 MPa
Seguridad	S 13,119 su

Tabla 68: datos acanalado eje 2 AUTODESK INVENTOR



El error relativo obtenido en el acanalado de los ejes de la caja de cambios es 0%, debido a que estos ejes son normalizados y para un diámetro concreto y según la norma DIN 5463 sólo existe la opción elegida.

Aún así, si que se ha cometido un error relativo en el valor de la longitud mínima del acanalado, el cual se muestra en la siguiente tabla:

	l_{\min}
Eje 1	-18%
Eje 2	2,3%

Tabla 69: error relativo ejes acanalados

Este error no debe ser tenido en cuenta, ya que el acanalado usado tiene una longitud mucho mayor que la longitud mínima establecida.



BIBLIOGRAFÍA





1. BIBLIOGRAFÍA

Fuentes impresas:

- SHIGLEY, JOSEPH EDWARD, R.MISCHKE, CHARLES. Diseño en ingeniería mecánica (5ª edición) Mc Graw Hill.
- L.MOTT, ROBERT. *Diseño de elementos de máquinas* (2006). Universidad Daiton, Mexico: Pearson Educación.
- HONDA. Manual de servicio Honda CBR 600 F4i (2001-2003).
- VERA ALVAREZ, CARLOS, APARICIO IZQUIERDO, FRANCISCO, DIAZ LÓPEZ, VICENTE. *Teoría de los vehículos automóviles* (2ª edición,2001) ETS Ingeniería industrial (Madrid)
- ARIAS-PAZ GUITIAN, MANUEL. *Motocicletas* (32ª edición, 2000-2003) Cie inversiones editoriales dossat.
- ROLDÁN VILORIA, JOSE. *Prontuario de mecánica industrial aplicada*. (2002) Ediciones Paraninfo.
- NSK SPAIN. *Catálogo revisado de rodamientos*. Barcelona.
- SYTRANS. *Sistemas y transmisiones*. Salamanca.

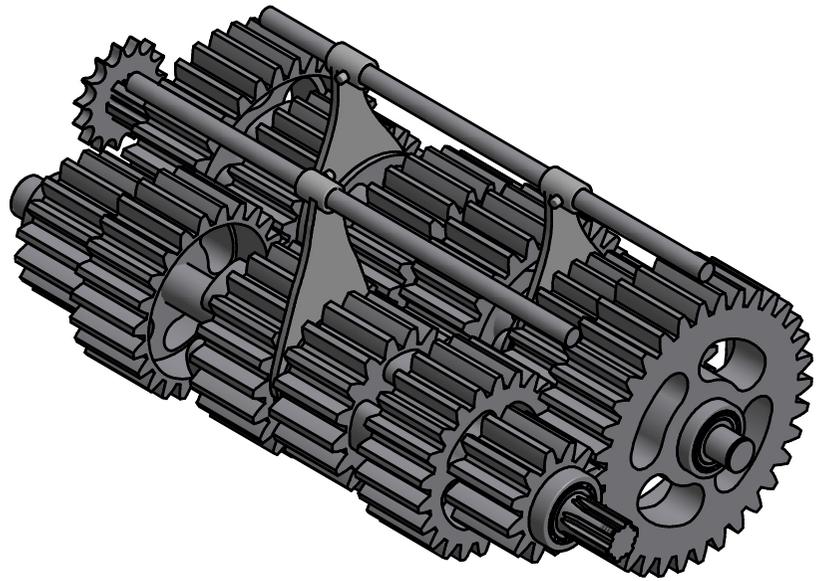
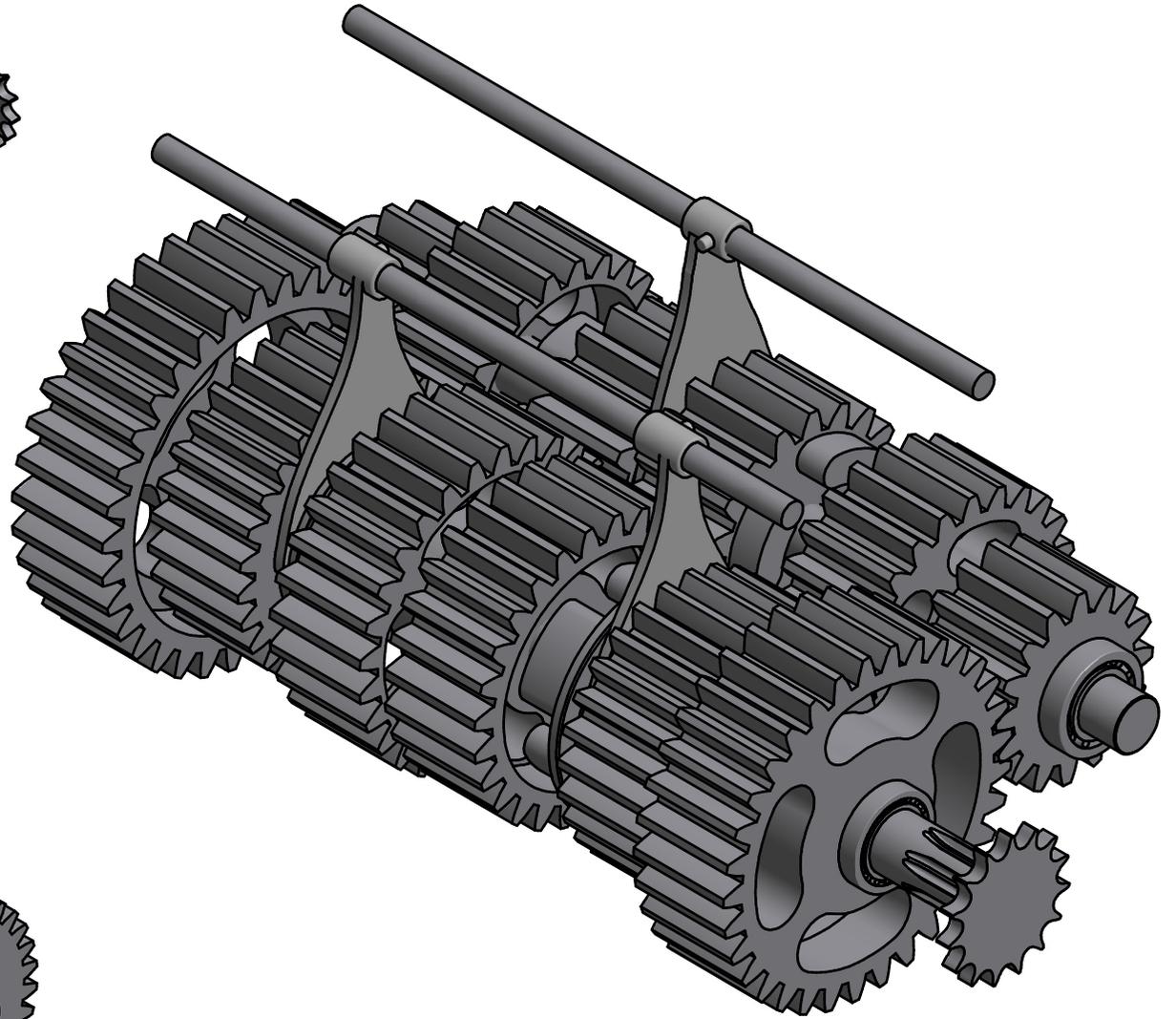
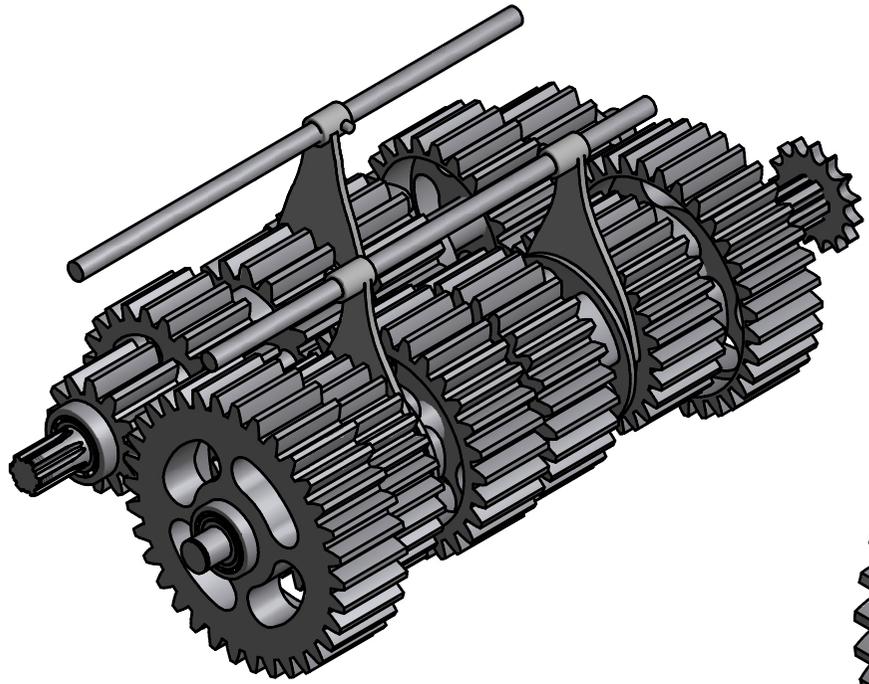
Fuentes digitales:

- Ingemecánica [en línea, disponible en <<http://www.ingemecánica.com>> consultado en 10-2014]
- Catálogo Wippermann [en línea, disponible en <<http://www.wippermann.com/>> consultado en 10-2014]
- Catálogo NSK Spain [en línea, disponible en <www.nsk.com> consultado en 11-2014]
- Sytrans [en línea, disponible en <www.sytrans.es> consultado en 11-2014]

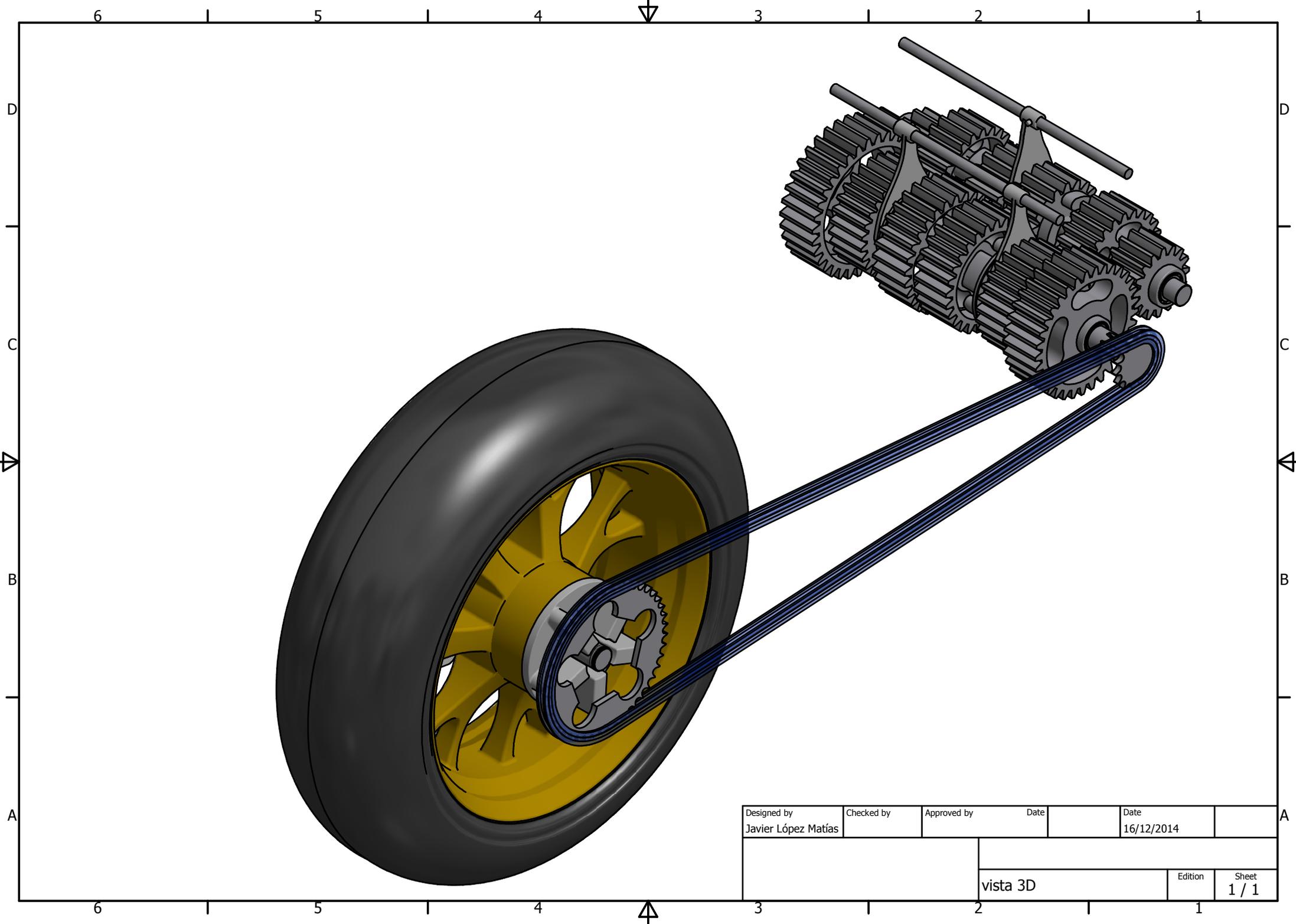




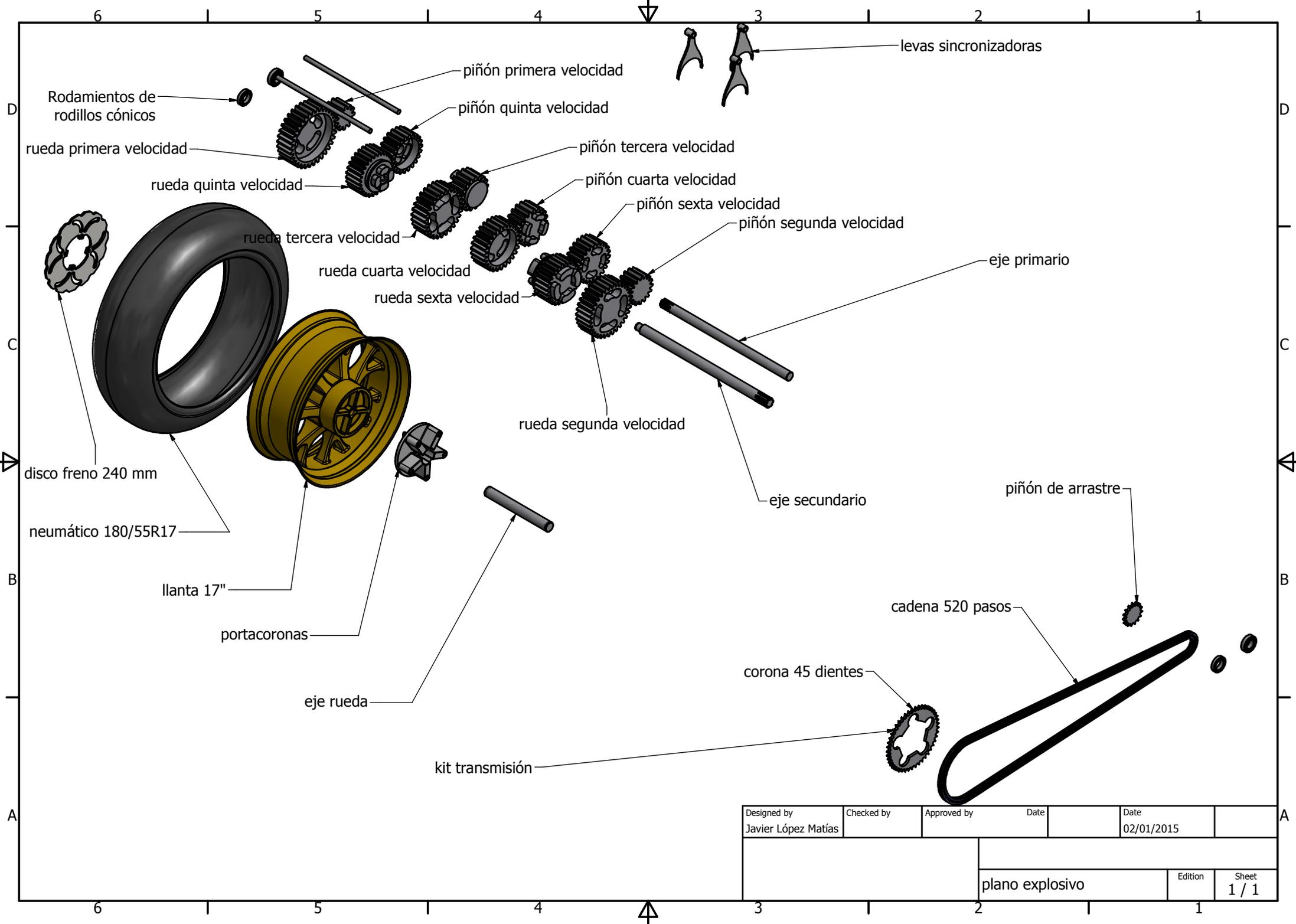
IMÁGENES DEL DESPIECE DE LA CAJA DE CAMBIOS



Designed by Javier López Matías	Checked by	Approved by	Date	Date 02/01/2015	
			plano caja de cambios		
			Edition	Sheet 1 / 1	



Designed by Javier López Matías	Checked by	Approved by	Date	Date 16/12/2014	
			vista 3D		Edition
					Sheet 1 / 1



Designed by Javier López Matías	Checked by	Approved by	Date	Date 02/01/2015	
			plano explosivo		
			Edition	Sheet 1 / 1	