

ANEXO 3.1

EDITORIALES DE MANUALES ESCOLARES CONSIDERADAS EN LA INVESTIGACIÓN. NACIONALIDAD Y NÚMERO DE TAREAS ANALIZADAS			
Editorial	Codificación	País	Tareas
Anaya	EA	España	423
Santillana	ES	España	400
SM	ESM	España	457
Voluntad	CV	Colombia	442
Santillana	CS	Colombia	415
SM	CSM	Colombia	424
	Total		2561

ANEXO 3.2

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS DE LAS EDITORIALES CONSIDERADAS EN LA INVESTIGACIÓN		
País	Editorial	Libros
C O L O M B I A	Santillana	Patiño, O. J. (2009). Casa de las matemáticas 2. Bogotá: Editorial Santillana.
		Patiño, O.J. (2009). Casa de las matemáticas 3. Bogotá: Editorial Santillana.
		Patiño, O.J. (2009). Casa de las matemáticas 4. Bogotá: Editorial Santillana.
		Grande, X. (2009). Casa de las matemáticas 5. Bogotá: Editorial Santillana.
		Bautista, M., Chizner, J.A., Joya, A., Salgado, D., Romero, J. y Torres, W. (2007). Nuevas matemáticas 6. Bogotá: Editorial Santillana.
		Bautista, M., Chizner, J.A., Joya, A., Salgado, D., Romero, J. y Torres, W. (2007). Nuevas matemáticas 7. Bogotá: Editorial Santillana.
		Bautista, M., Chizner, J.A., Joya, A., Salgado, D., Romero, J. y Torres, W. (2007). Nuevas matemáticas 8. Bogotá: Editorial Santillana.
		SM
	Equipo Edición es S.M. (2008). Matemáticas 3. Serie Estudio. Bogotá: Ediciones S.M.	
	Equipo Edición es S.M. (2008). Matemáticas 4. Serie Estudio. Bogotá: Ediciones S.M.	
	Equipo Edición es S.M. (2008). Matemáticas 5. Serie Estudio. Bogotá: Ediciones S.M.	
	(2008). Matemáticas 6. Serie Código. Bogotá: Ediciones S.M. Datos por precisar.	
	(2008). Matemáticas 7. Serie Código. Bogotá: Ediciones S.M. Datos por precisar.	
	(2008). Matemáticas 8. Serie Código. Bogotá: Ediciones S.M. Datos por precisar.	
Voluntad	Ortiz, M. C. (2008). Fórmula 2. Bogotá: Editorial Voluntad S.A.	
	Robles, C. A. (2008). Fórmula 3. Bogotá: Editorial Voluntad S.A.	
	Ortiz, M. C. (2008). Fórmula 4. Bogotá: Editorial Voluntad S.A.	
	Camargo, S. Y. (2008). Fórmula 5. Bogotá: Editorial Voluntad S.A.	
	Ortiz, M. C. Fórmula 6 (2009). Bogotá: Editorial Voluntad S.A.	
	Guevara, D. C., Torres, K. V. (2009). Fórmula 7. Bogotá: Editorial Voluntad S.A.	
Santillana	Rueda, F., Castro, D., Loya, A., Salgado, D., Romero, J. y Torres, W. (). Nuevas matemáticas 8. Bogotá: Editorial Voluntad S.A. Datos por precisar.	
	Departamento de Primaria de Santillana Educación S.L. (2006). Matemáticas 3. Primaria. Proyecto La casa del saber. Madrid: Mateu Cromo S.A.	
	Departamento de Primaria de Santillana Educación S.L. (2006). Matemáticas 4. Primaria. Proyecto La casa del saber. Madrid: Mateu Cromo S.A.	
	Departamento de Primaria de Santillana Educación S.L. (2006). Matemáticas 5. Primaria. Proyecto La casa del saber. Madrid: Mateu Cromo S.A.	
	Departamento de Primaria de Santillana Educación S.L. (2006). Matemáticas 6. Primaria. Proyecto La casa del saber. Madrid: Mateu Cromo S.A.	
	Departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación S.L. (2007). Matemáticas 1. ESO. Proyecto La casa del saber. Madrid: Mateu Cromo S.A.	
E		

Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles

S P A Ñ A	SM	Lopez, J.I., Gómez, M., Aranzubía, V., Oro, B e Ibarrola, B. (2008). Matemáticas 3. Nuevo Proyecto Trotamundos. Madrid: Ediciones S.M.
		Lopez, J.I., Gómez, M., Aranzubía, V., Oro, B e Ibarrola, B. (2008). Matemáticas 4. Nuevo Proyecto Trotamundos. Madrid: Ediciones S.M.
		Santaolalla, E., Aranzubía, V., Peña, M. y Sanz, B. (2009). Matemáticas 5. Primaria. Proyecto Timonel. Madrid: Ediciones S.M.
		Santaolalla, E., Aranzubía, V., Peña, M. y Sanz, B. (2009). Matemáticas 6. Primaria. Proyecto Timonel. Madrid: Ediciones S.M.
		Vizmanos, J., Anzola, M., Bargueño, J. y Peralta, J. (2007). Ábaco. Matemáticas 1 ESO. .Madrid: Graficas Monterreina S.A.
Anaya	Ferrero, L.F., Gaztelu, I., Martín, P. y Martinez, L. (2008). Matemáticas 3. Primaria. segundo ciclo. Proyecto Abre la puerta. Madrid: Mateu Cromo S.A.	
	Ferrero, L.F., Gaztelu, I., Martín, P. y Martinez, L. (2008). Matemáticas 4. Primaria. segundo ciclo. Proyecto Abre la puerta. Madrid: Mateu Cromo S.A.	
	Ferrero, L.F., Gaztelu, I. y Martín, P. Matemáticas 5. Primaria. Tercer ciclo. Proyecto Abre la puerta. Datos por precisar.	
	Ferrero, L.F., Gaztelu, I. y Martín, P. Matemáticas 6. Primaria. Tercer ciclo. Proyecto Abre la puerta. Datos por precisar.	
	Colera, J y Gaztelu, I. (2008). Matemáticas 1. Educación secundaria. Toledo: Altair Quebecor.	

ANEXO 3.3

TIPOS DE VISUALIZACIÓN EN LOS LIBROS COLOMBIANOS Y ESPAÑOLES AL SUSCITAR EL ESTUDIO DEL ÁREA

Op.	Estructura visual				Dinamismo	Frecuencia	%
	CF	CD	CF2D	F			
Fr	Intrin	Des	I	C	DT	4	0,1562
Fr	Intrin	Des	I	L	DT	22	0,859
Rot+Sup	NR	Des	I	C	DT	10	0,3905
Con+Fr	Inter+Intrin	Des	I	L	DT	1	0,039
Rot+Sup	Intrin+NR	Des	I	C	DT	1	0,039
Fr	Intrin	Des	M	L	DT	1	0,039
Rot+Sup	NR	Des	M	C	DT	4	0,1562
Fr+sim+Sup	Intrin+NR	Des	M	C	DT	1	0,039
Fr+Sim+Sup +Tra	Intrin+NR+ P	Des	M	C	DT	3	0,1171
Rec+Rot+Sup	NR+R	Des	M	C	DT	1	0,039
Rot	P	Op	C	C	DT	1	0,039
Sim	P	Op	C	C	DT	1	0,039
Tra	P	Op	C	C	DT	1	0,039
Ana	P	Op	I	C	DT	1	0,039
Con	Inter	Op	I	C	DT	2	0,0781
Con	NR	Op	I	L	DT	2	0,0781
Con	R	Op	I	C	DT	1	0,039
Fr	Intrin	Op	I	C	DT	35	1,3667
Fr	Intrin	Op	I	L	DT	6	0,2343
Rec	Inter	Op	I	C	DT	1	0,039
Rec	Inter	Op	I	L	DT	1	0,039
Rec	Intrin	Op	I	C	DT	2	0,0781
Rec	Intrin	Op	I	L	DT	1	0,039
Rec	R	Op	I	L	DT	8	0,3124
Rot	NR	Op	I	C	DT	1	0,039
Sim	NR	Op	I	C	DT	3	0,1171
Sim	NR	Op	I	L	DT	1	0,039
Sim	P	Op	I	C	DT	3	0,1171

Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles

Sup	Inter	Op	I	C	DT	1	0,039
Sup	Intrin	Op	I	C	DT	1	0,039
Sup	NR	Op	I	C	DT	4	0,1562
Sup	NR	Op	I	L	DT	2	0,0781
Tra	P	Op	I	C	DT	9	0,3514
Rot+Sup	NR	Op	I	C	DT	2	0,0781
Sim+Tra	NR	Op	I	C	DT	1	0,039
Con+Fr	Intrin+NR	Op	I	C	DT	1	0,039
Fr+Rec	Inter+Intrin	Op	I	L	DT	1	0,039
Fr+sim	Intrin+NR	Op	I	C	DT	1	0,039
Fr+Sup	Intrin+NR	Op	I	C	DT	1	0,039
Rec+Sup	Inter+NR	Op	I	C	DT	1	0,039
Rec+Sup	NR+R	Op	I	C	DT	1	0,039
Ana	P	Op	M	C	DT	1	0,039
Fr	Intrin	Op	M	L	DT	1	0,039
Rec	Intrin	Op	M	C	DT	1	0,039
Rec	R	Op	M	C	DT	3	0,1171
Rec	R	Op	M	L	DT	3	0,1171
Sup	Intrin	Op	M	C	DT	7	0,2733
Tra	P	Op	M	C	DT	2	0,0781
Fr+Rot+Sup	Intrin+NR	Op	M	C	DT	2	0,0781
Rec+Sim+Sup	NR+R	Op	M	C	DT	1	0,039
Rec+Sup	NR+R	Op	M	C	DT	3	0,1171
Ana	P	O	C	O	DPB	15	0,5857
Con	R	O	C	O	DPB	57	2,2257
Rec	Intrin	O	C	O	DPB	2	0,0781
Rec	R	O	C	L	DPB	2	0,0781
Rot	P	O	C	O	DPB	7	0,2733
Sim	P	O	C	O	DPB	3	0,1171
Sup	Intrin	O	C	L	DPB	2	0,0781
Sup	NR	O	C	O	DPB	2	0,0781
Tra	P	O	C	O	DPB	34	1,3276
Ana+Con	R	O	C	O	DPB	1	0,039
Ana+Rot	P	O	C	O	DPB	3	0,1171
Con+Rec	R	O	C	O	DPB	3	0,1171
Rot+Tra	P	O	C	O	DPB	6	0,2343
Con+Rot	R+P	O	C	O	DPB	3	0,1171
Rec+Tra	Intrin+P	O	C	O	DPB	2	0,0781
Ana	P	O	I	C	DPB	10	0,3905
Con	R	O	I	C	DPB	15	0,5857
Con	R	O	I	L	DPB	1	0,039

Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles

Con	R	O	I	O	DPB	3	0,1171
Cua	R	O	I	O	DPB	1	0,039
Fr	Intrin	O	I	C	DPB	6	0,2343
Fr	Intrin	O	I	L	DPB	19	0,7419
Fr	Intrin	O	I	O	DPB	24	0,9371
Rec	Inter	O	I	C	DPB	23	0,8981
Rec	Inter	O	I	L	DPB	5	0,1952
Rec	Intrin	O	I	C	DPB	8	0,3124
Rec	Intrin	O	I	L	DPB	1	0,039
Rec	Intrin	O	I	O	DPB	1	0,039
Rec	R	O	I	C	DPB	8	0,3124
Rec	R	O	I	L	DPB	9	0,3514
Rec	R	O	I	O	DPB	4	0,1562
Rot	Inter	O	I	C	DPB	1	0,039
Rot	Intrin	O	I	C	DPB	4	0,1562
Rot	NR	O	I	C	DPB	1	0,039
Rot	P	O	I	C	DPB	7	0,2733
Rot	P	O	I	O	DPB	2	0,0781
Sim	NR	O	I	C	DPB	1	0,039
Sup	Intrin	O	I	L	DPB	1	0,039
Sup	Intrin	O	I	O	DPB	1	0,039
Sup	NR	O	I	O	DPB	1	0,039
Tra	NR	O	I	C	DPB	1	0,039
Tra	NR	O	I	L	DPB	1	0,039
Tra	P	O	I	C	DPB	10	0,3905
Tra	P	O	I	O	DPB	3	0,1171
Ana+Rot	P	O	I	L	DPB	1	0,039
Con+Rec	R	O	I	L	DPB	1	0,039
Cua+Rec	R	O	I	L	DPB	1	0,039
Fr+Rec	Intrin	O	I	L	DPB	3	0,1171
Fr+Rec	Intrin	O	I	O	DPB	1	0,039
Fr+Sup	Intrin	O	I	C	DPB	1	0,039
Rot+Sup+Tra	NR	O	I	C	DPB	1	0,039
Rot+Tra	NR	O	I	C	DPB	3	0,1171
Rot+Tra	P	O	I	C	DPB	2	0,0781
Sim+Sup	NR	O	I	C	DPB	1	0,039
Ana+Sup	NR+P	O	I	L	DPB	2	0,0781
Cua+Rec	Inter+R	O	I	C	DPB	1	0,039
Cua+Rec	Inter+R	O	I	L	DPB	1	0,039
Fr+Rot	Intrin+P	O	I	O	DPB	1	0,039
Fr+Rot+Tra	Intrin+NR	O	I	L	DPB	3	0,1171
Fr+sim	Intrin+NR	O	I	C	DPB	1	0,039

Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles

Fr+sim	Intrin+NR	O	I	L	DPB	5	0,1952
Rec+Rot	Inter+Intrin	O	I	C	DPB	5	0,1952
Rec+Rot	Intrin+NR	O	I	C	DPB	2	0,0781
Rec+Rot	Intrin+P	O	I	C	DPB	2	0,0781
Rec+Rot	Intrin+P	O	I	O	DPB	1	0,039
Rec+Sup	Inter+NR	O	I	L	DPB	1	0,039
Rec+Tra	inter+P	O	I	C	DPB	6	0,2343
Rec+Tra	inter+P	O	I	L	DPB	1	0,039
Rec+Tra	R+P	O	I	L	DPB	1	0,039
Ana	P	O	M	C	DPB	5	0,1952
Ana	P	O	M	O	DPB	15	0,5857
Con	Intrin	O	M	L	DPB	1	0,039
Con	NR	O	M	C	DPB	1	0,039
Con	NR	O	M	O	DPB	1	0,039
Con	R	O	M	C	DPB	1	0,039
Con	R	O	M	L	DPB	3	0,1171
Con	R	O	M	O	DPB	29	1,1324
Fr	Intrin	O	M	C	DPB	1	0,039
Rec	Inter	O	M	C	DPB	5	0,1952
Rec	Inter	O	M	L	DPB	1	0,039
Rec	Intrin	O	M	O	DPB	6	0,2343
Rec	R	O	M	C	DPB	5	0,1952
Rec	R	O	M	L	DPB	5	0,1952
Rot	Inter	O	M	L	DPB	1	0,039
Rot	NR	O	M	O	DPB	1	0,039
Rot	P	O	M	C	DPB	19	0,7419
Rot	P	O	M	O	DPB	2	0,0781
Sup	Intrin	O	M	C	DPB	5	0,1952
Sup	Intrin	O	M	L	DPB	33	1,2886
Sup	NR	O	M	C	DPB	2	0,0781
Tra	P	O	M	C	DPB	12	0,4686
Tra	P	O	M	L	DPB	1	0,039
Tra	P	O	M	O	DPB	31	1,2105
Ana+Rot	P	O	M	L	DPB	1	0,039
Con+Rec	R	O	M	L	DPB	1	0,039
Con+Rec	R	O	M	O	DPB	1	0,039
Fr+Sup	Intrin	O	M	C	DPB	2	0,0781
Rec+Sup	Intrin	O	M	C	DPB	1	0,039
Rot+Sim	P	O	M	C	DPB	1	0,039
Rot+Tra	P	O	M	C	DPB	4	0,1562
Rot+Tra	P	O	M	O	DPB	2	0,0781
Sim+Tra	P	O	M	O	DPB	1	0,039

Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles

Ana+Con	Intrin+P	O	M	L	DPB	1	0,039
Ana+Con+Rec	R+P	O	M	L	DPB	1	0,039
Ana+Fr	Intrin+P	O	M	C	DPB	9	0,3514
Ana+Fr+Rot	Intrin+P	O	M	L	DPB	1	0,039
Ana+Fr+Rec	Intrin+P+R	O	M	C	DPB	1	0,039
Ana+Rec	R+P	O	M	C	DPB	8	0,3124
Ana+Rec+Rot	Intrin+P	O	M	L	DPB	11	0,4295
Con+Fr	Intrin+R	O	M	L	DPB	2	0,0781
Cua+Fr	Intrin+R	O	M	L	DPB	3	0,1171
Cua+Fr+Rec	Inter+Intrin+R	O	M	L	DPB	1	0,039
Fr+Rec	Inter+Intrin	O	M	C	DPB	1	0,039
Fr+Rec	Inter+Intrin	O	M	L	DPB	1	0,039
Fr+Rec+Sup	Inter+Intrin	O	M	L	DPB	1	0,039
Fr+Rot+Tra	Intrin+P	O	M	C	DPB	1	0,039
Fr+Tra	Intrin+P	O	M	L	DPB	1	0,039
Rec+Rot	Intrin+P	O	M	O	DPB	1	0,039
Rec+Rot+Tra	Inter+P	O	M	C	DPB	1	0,039
Rec+Sup	Inter+Intrin	O	M	L	DPB	11	0,4295
Rec+Tra	inter+P	O	M	C	DPB	1	0,039
Rec+Tra	inter+P	O	M	L	DPB	3	0,1171
Rec+Tra	R+P	O	M	L	DPB	1	0,039
Sim+Tra	inter+P	O	M	L	DPB	1	0,039
Ana	P	O	O	O	DPB	5	0,1952
Con	R	O	O	O	DPB	1	0,039
Cua	R	O	O	O	DPB	1	0,039
Rot	P	O	O	O	DPB	3	0,1171
Tra	P	O	O	O	DPB	38	1,4838
O	O	Des	I	C	DPU	10	0,3905
O	O	Des	I	L	DPU	2	0,0781
O	O	Op	I	C	DPU	19	0,7419
O	O	Op	I	L	DPU	12	0,4686
O	O	Op	I	O	DPU	1	0,039
O	O	Op	M	C	DPU	1	0,039
O	O	Op	O	L	DPU	1	0,039
O	O	Op	O	O	DPU	11	0,4295
O	O	O	C	O	DPF	38	1,4838
O	O	O	I	C	DPF	1	0,039
O	O	O	I	O	DPF	58	2,2647
O	O	O	M	L	DPF	1	0,039
O	O	O	M	O	DPF	36	1,4057

Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles

Con	R	Op	C	O	DPM	1	0,039
Rot+Tra	P	Op	M	O	DPM	1	0,039
Ana	P	Op	O	C	DPM	1	0,039
Ana	P	Op	O	L	DPM	1	0,039
Rot	P	Op	O	O	DPM	2	0,0781
Sim	P	Op	O	C	DPM	10	0,3905
Sim	P	Op	O	O	DPM	3	0,1171
Tra	P	Op	O	C	DPM	11	0,4295
Tra	P	Op	O	L	DPM	1	0,039
Tra	P	Op	O	O	DPM	2	0,0781
Ana	P	Fi	I	L	DPS	7	0,2733
Con	R	Fi	C	O	DPS	17	0,6638
Fr	Intrin	Fi	C	O	DPS	1	0,039
Rot	P	Fi	C	L	DPS	1	0,039
Rot	P	Fi	C	O	DPS	11	0,4295
Sim	P	Fi	C	O	DPS	40	1,5619
Tra	P	Fi	C	O	DPS	22	0,859
Rot+Sim	P	Fi	C	O	DPS	1	0,039
Rot+Sim+Tra	P	Fi	C	O	DPS	1	0,039
Rot+Tra	P	Fi	C	O	DPS	1	0,039
Sim+Tra	P	Fi	C	O	DPS	2	0,0781
Con	R	Fi	I	C	DPS	29	1,1324
Con	R	Fi	I	L	DPS	3	0,1171
Con	R	Fi	I	O	DPS	2	0,0781
Fr	Intrin	Fi	I	C	DPS	3	0,1171
Fr	Intrin	Fi	I	L	DPS	63	2,46
Fr	Intrin	Fi	I	O	DPS	32	1,2495
Rec	Inter	Fi	I	C	DPS	11	0,4295
Rec	Inter	Fi	I	L	DPS	1	0,039
Rec	Intrin	Fi	I	C	DPS	3	0,1171
Rec	Intrin	Fi	I	O	DPS	2	0,0781
Rec	R	Fi	I	C	DPS	6	0,2343
Rec	R	Fi	I	L	DPS	1	0,039
Rot	Inter	Fi	I	C	DPS	2	0,0781
Rot	NR	Fi	I	C	DPS	6	0,2343
Rot	NR	Fi	I	L	DPS	3	0,1171
Rot	NR	Fi	I	O	DPS	2	0,0781
Rot	P	Fi	I	C	DPS	7	0,2733
Rot	P	Fi	I	L	DPS	8	0,3124
Rot	P	Fi	I	O	DPS	1	0,039
Sim	NR	Fi	I	C	DPS	33	1,2886
Sim	NR	Fi	I	L	DPS	37	1,4447

Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles

Sim	P	Fi	I	C	DPS	4	0,1562
Sim	P	Fi	I	L	DPS	1	0,039
Sup	Intrin	Fi	I	C	DPS	2	0,0781
Sup	NR	Fi	I	C	DPS	5	0,1952
Sup	NR	Fi	I	L	DPS	21	0,82
Tra	NR	Fi	I	L	DPS	8	0,3124
Tra	P	Fi	I	C	DPS	13	0,5076
Cua+Rec	R	Fi	I	L	DPS	1	0,039
Rot+Sup	NR	Fi	I	L	DPS	1	0,039
Sim+Tra	P	Fi	I	C	DPS	2	0,0781
Sim+Tra	P	Fi	I	L	DPS	1	0,039
Con+Fr+Sim	Intrin+NR+R	FI	I	L	DPS	1	0,039
Con+Rec	Intrin+R	FI	I	C	DPS	1	0,039
Con+Sup	Inter+NR	Fi	I	L	DPS	1	0,039
Con+Sup	NR+R	Fi	I	L	DPS	1	0,039
Cua+Rec	Inter+R	Fi	I	L	DPS	1	0,039
Fr+Rec+Sim	Intrin+NR+R	FI	I	C	DPS	1	0,039
Fr+Rec+Sim	Intrin+NR+R	FI	I	L	DPS	1	0,039
Fr+Rec+Sup	Inter+Intrin	Fi	I	O	DPS	1	0,039
Fr+Rot	Inter+Intrin	FI	I	L	DPS	3	0,1171
Fr+Rot	Intrin+NR	Fi	I	C	DPS	3	0,1171
Fr+Rot	Intrin+NR	Fi	I	L	DPS	1	0,039
Fr+Rot	Intrin+P	FI	I	L	DPS	1	0,039
Fr+Rot+Sim	Intrin+NR	FI	I	L	DPS	2	0,0781
Fr+Rot+Sim	Intrin+NR+P	FI	I	C	DPS	13	0,5076
Fr+Rot+Sim	Intrin+NR+P	FI	I	L	DPS	6	0,2343
Fr+sim	Intrin+NR	FI	I	C	DPS	92	3,5923
Fr+sim	Intrin+NR	FI	I	L	DPS	143	5,5838
Fr+sim	Intrin+NR+P	FI	I	C	DPS	1	0,039
Fr+Sup	Intrin+NR	Fi	I	C	DPS	7	0,2733
Fr+Tra	Intrin+NR	Fi	I	L	DPS	1	0,039
Rec+Rot	Inter+Intrin	Fi	I	C	DPS	13	0,5076
Rec+Rot	Intrin+P	Fi	I	C	DPS	4	0,1562
Rec+Rot+Sup	Intrin+NR+P	Fi	I	O	DPS	1	0,039
Rec+Sup	Inter+P	Fi	I	L	DPS	1	0,039
Rot+Sim	NR+P	Fi	I	C	DPS	1	0,039
Rot+Sup	NR+P	Fi	I	C	DPS	1	0,039
Rot+Sup+tra	Intrin+NR+P	Fi	I	C	DPS	1	0,039

Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles

Ana	P	Fi	M	C	DPS	1	0,039
Ana	P	Fi	M	O	DPS	2	0,0781
Ana	R	Fi	M	O	DPS	1	0,039
Con	R	Fi	M	O	DPS	3	0,1171
Fr	Intrin	Fi	M	L	DPS	2	0,0781
Rec	R	Fi	M	C	DPS	3	0,1171
Rec	R	Fi	M	L	DPS	3	0,1171
Rot	P	Fi	M	C	DPS	15	0,5857
Rot	P	Fi	M	L	DPS	3	0,1171
Rot	P	Fi	M	O	DPS	4	0,1562
Sim	P	Fi	M	C	DPS	20	0,7809
Sim	P	Fi	M	L	DPS	1	0,039
Sim	P	Fi	M	O	DPS	10	0,3905
Sup	Intrin	Fi	M	C	DPS	1	0,039
Tra	P	Fi	M	C	DPS	11	0,4295
Tra	P	Fi	M	O	DPS	6	0,2343
Ana+Rot	P	Fi	M	O	DPS	1	0,039
Fr+Sup	Intrin	Fi	M	L	DPS	1	0,039
Cua+Sup	NR+R	Fi	M	L	DPS	2	0,0781
Fr+Rot+Sim	Intrin+NR+P	Fi	M	L	DPS	4	0,1562
Fr+Sim	Intrin+NR	Fi	M	C	DPS	1	0,039
Rec+Rot	Intrin+P	Fi	M	O	DPS	1	0,039
Con	R	Fi	O	O	DPS	38	1,4838
Cua	R	Fi	O	O	DPS	5	0,1952
Fr	Intrin	Fi	O	O	DPS	1	0,039
Rot	P	Fi	O	O	DPS	16	0,6248
Sim	NR	Fi	O	L	DPS	1	0,039
Sim	P	Fi	O	O	DPS	34	1,3276
Sup	NR	Fi	O	O	DPS	1	0,039
Tra	P	Fi	O	O	DPS	23	0,8981
Sim+Tra	P	Fi	O	O	DPS	1	0,039
O	O	Fi	C	O	SE	2	0,0781
O	O	Fi	I	C	SE	10	0,3905
O	O	Fi	I	L	SE	32	1,2495
O	O	Fi	I	O	SE	28	1,0933
O	O	Fi	M	C	SE	1	0,039
O	O	Fi	M	O	SE	25	0,9762
O	O	Fi	O	O	E	461	18,001
TOTAL						2561	100

ANEXO 3.4

<i>FUNCIONES VISUALES EN LOS LIBROS DE TEXTO</i>		
Función visual	Frecuencia	Porcentaje
Id	486	19 %
Inf	27	1 %
IdH	215	8 %
II	1102	43 %
IIH	731	29 %
Total	2561	100 %

ANEXO 3.5

ESTRUCTURAS DE CONTROL VISUAL EN LOS LBROS DE TEXTO		
Estructura visual	frecuencia	Porcentaje
C	172	6.72 %
C.I	10	0.39 %
C.I.P	30	1.17 %
C.I.P.V	50	1.95 %
C.I.V	37	1.44 %
C.P	328	12.8 %
C.P.V	832	32.5 %
C.V	372	14.5 %
I.P	26	1.02 %
I.P.V	69	2.69 %
P	378	14.8 %
P.V	257	10 %
Total	2.561	100%

ANEXO 4.1

COMPLEJIDAD VISUAL Y DESARROLLO DE VISUALIZACIÓN CS-TÓPICOS, GRADOS Y CICLOS DE ENSEÑANZA												
TÓPICO	TIPOS DE VISUALIZACIÓN	C1		C2		C3		TOTAL				
		GRADO		GRADO		GRADO						
		1	2	3	4	5	6					
CA	DT.	2	0	2	1	10	11	5	6	11	24	
	DPS	0	2	2	50	12	62	2	27	29	93	
	DP	DPB	23	33	56	11	20	31	10	5	15	102
		DPU	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPF	0	18	18	3	1	4	0	0	0	22
	E	0	2	2	26	0	26	0	0	0	28	
MA	DT.	0	0	0	0	9	9	2	0	2	11	
	DPS	0	2	2	2	2	4	16	0	16	22	
	DP	DPB	0	23	23	12	3	15	15	0	15	53
		DPU	0	0	0	0	4	4	1	0	1	5
		DPF	0	3	3	3	2	5	0	0	0	8
	E	0	2	2	6	15	21	10	0	10	33	
PA	DT.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	DPS	0	0	0	2	0	2	0	0	0	2	
	DP	DPB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPU	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	E	0	4	4	0	0	0	8	0	8	12	
TOTAL		25	89	114	116	78	194	69	38	107	415	

ANEXO 4.2

COMPLEJIDAD VISUAL Y DESARROLLO DE VISUALIZACIÓN CSM-TÓPICOS, GRADOS Y CICLOS DE ENSEÑANZA												
TÓPICO	TIPOS DE VISUALIZACIÓN	C.1		C.2		C.3		TOTAL				
		GRADO	GRADO	GRADO	GRADO	GRADO	GRADO					
		1	2	3	4	5	6					
CA	DT.	0	1	1	0	0	0	8	3	11	12	
	DPS	21	28	49	33	28	61	12	24	36	146	
	DP	DPB	13	21	34	13	8	21	27	2	29	84
		DPU	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPF	5	7	12	0	0	0	0	0	0	12
	E	0	0	0	0	0	0	0	9	9	9	
MA	DT.	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	
	DPS	0	4	4	0	1	1	1	1	2	7	
	DP	DPB	0	13	13	5	0	5	2	1	3	21
		DPU	0		0	3	4	7	0	0	0	7
		DPF	0	10	10	6	3	9	0	0	0	19
	E	0	1	1	15	33	48	29	6	35	84	
PA	DT.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	DPS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	DP	DPB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPU	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	E	11	0	11	6	1	7	4		4	22	
TOTAL		50	85	135	81	79	160	83	46	129	424	

ANEXO 4.3

COMPLEJIDAD VISUAL Y DESARROLLO DE VISUALIZACIÓN CV-TÓPICOS, GRADOS Y CICLOS DE ENSEÑANZA												
TÓPICO	TIPOS DE VISUALIZACIÓN	GRADO		C.1		C.2		C.3		TOTAL		
		1	2	3	4	5	6					
CA	DT.	0	0	0	1	6	7	1	0	1	8	
	DPS	10	34	44	58	12	70	9	21	30	144	
	DP	DPB	42	34	76	13	40	53	4	31	35	164
		DPU	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPF	0	7	7	0	6	6	10	0	10	23
	E	0	0	0	0	0	0	10	0	10	10	
MA	DT.	0	0	0	5	6	11	0	0	0	11	
	DPS	0	0	0	3	7	10	1	0	1	11	
	DP	DPB	0	7	7	7	1	8	0	0	0	15
		DPU	0	0	0	0	2	2	0	0	0	2
		DPF	0	2	2	0	0	0	0	0	0	2
	E	0	0	0	10	9	19	5	0	5	24	
PA	DT.	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	
	DPS	0	2	2	0	9	9	0	0	0	11	
	DP	DPB	0	5	5	0	0	0	2	0	2	7
		DPU	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	E	0	2	2	1	5	6	1	0	1	9	
TOTAL		52	94	146	98	103	201	43	52	95	442	

ANEXO 4.4

COMPLEJIDAD VISUAL Y DESARROLLO DE VISUALIZACIÓN ES-TÓPICOS, GRADOS Y CICLOS DE ENSEÑANZA												
TÓPICO	TIPOS DE VISUALIZACIÓN	GRADO		C.1		C.2		C.3		TOTAL		
		1	2	3	4	5	6	7	8			
											9	10
CA	DT.	0	0	0	11	3	14	0	0	0	14	
	DPS	2	20	22	27	0	27	18	26	44	93	
	DP	DPB	0	1	1	4	5	9	4	0	4	14
		DPU	0	0	0	6	0	6	0	0	0	6
		DPF	0	0	0	0	0	0	3	0	3	3
	E	0	0	0	0	0	0	0	0	10	10	10
MA	DT.	0	0	0	5	0	5	18	17	35	40	
	DPS	0	0	0	0	0	0	18	17	35	35	
	DP	DPB	0	0	0	15	0	15	48	3	51	66
		DPU	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPF	0	0	0	12	0	12	3	0	3	15
	E	0	0	0	3	0	3	15	68	83	86	
PA	DT.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	DPS	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	DP	DPB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPU	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	E	0	0	0	9	0	9	9	0	9	18	
TOTAL		2	21	23	92	8	100	136	141	277	400	

ANEXO 4.5

COMPLEJIDAD VISUAL Y DESARROLLO DE VISUALIZACIÓN ESM-TÓPICOS, GRADOS Y CICLOS DE ENSEÑANZA												
TÓPICO	TIPOS DE VISUALIZACIÓN	GRADO		C.1		C.2		C.3		TOTAL		
		1	2	3	4	5	6					
CA	DT.	0	0	0	1	0	1	8	0	8	9	
	DPS	10	16	26	45	49	94	41	7	48	168	
	DP	DPB	11	5	16	0	7	7	16	3	19	42
		DPU	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPF	0	0	0	0	2	2	1	1	2	4
	E	0	0	0	0	0	0	0	5	5	5	
MA	DT.	0	0	0	0	0	0	4	18	22	22	
	DPS	0	0	0	0	0	0	8	31	39	39	
	DP	DPB	0	0	0	0	1	1	5	7	12	13
		DPU	0	0	0	0	0	0	0	7	7	7
		DPF	0	0	0	0	0	0	2	15	17	17
	E	0	0	0	0	0	0	22	54	76	76	
PA	DT.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	DPS	0	0	0	0	0	0	3	0	3	3	
	DP	DPB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPU	0	0	0	0	1	1	0	1	1	2
		DPF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	E	0	2	2	21	7	28	12	8	20	50	
TOTAL		21	23	44	67	67	134	122	157	279	457	

ANEXO 4.6

COMPLEJIDAD VISUAL Y DESARROLLO DE VISUALIZACIÓN EA-TÓPICOS, GRADOS Y CICLOS DE ENSEÑANZA												
TÓPICO	TIPOS DE VISUALIZACIÓN	GRADO		C.1		C.2		C.3		TOTAL		
		1	2	3	4	5	6	7	8			
											GRADO	GRADO
CA	DT.	0	0	0	5	1	6	0	0	0	6	
	DPS	0	22	22	7	66	73	40	0	40	135	
	DP	DPB	0	4	4	15	16	31	4	3	7	42
		DPU	0	0	0	3	0	3	0	0	0	3
		DPF	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
	E	0	0	0	0	13	13	2	0	2	15	
MA	DT.	0	0	0	1	0	1	14	12	26	27	
	DPS	0	0	0	0	0	0	12	11	23	23	
	DP	DPB	0	0	0	0	4	4	38	7	45	49
		DPU	0	0	0	0	0	0	11	8	19	19
		DPF	0	0	0	0	2	2	2	4	6	8
	E	0	0	0	0	0	0	28	7	35	35	
PA	DT.	0	0	0	0	0	0	0	16	16	16	
	DPS	0	0	0	1	0	1	0	4	4	5	
	DP	DPB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		DPU	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6
		DPF	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	E	0	0	0	5	1	6	2	25	27	33	
TOTAL		0	26	26	37	104	141	153	103	256	423	

ANEXO 5.1

TAREAS INFORMATIVAS Y NO INFORMATIVAS/CS 415 Tareas												
TÓPICO	TAREA	FUNCIÓN	GRADO		C1	GRADO		C2	GRADO		C3	TOTAL
			1	2		3	4		5	6		
CA	T.Inf.	II	9	46	55	45	25	70	6	0	6	131
		IIH	8	7	15	27	9	36	9	20	29	80
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	T.No.Inf.	Id.	8	2	10	18	6	24	0	11	11	45
		Id.H.	0	0	0	1	3	4	2	7	9	13
MA	T.Inf.	II	0	16	16	7	10	17	14	0	14	47
		IIH	0	9	9	13	7	20	20	0	20	49
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	T.No.Inf.	Id.	0	1	1	2	15	17	7	0	7	25
		Id.H.	0	4	4	1	3	4	3	0	3	11
PA	T.Inf.	II	0	2	2	0	0	0	0	0	0	2
		IIH	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	T.No.Inf.	Id.	0	2	2	0	0	0	7	0	7	9
		Id.H.	0	0	0	2	0	2	1	0	1	3
TOTAL			25	89	114	116	78	194	69	38	107	415

ANEXO 5.2

<i>TAREAS INFORMATIVAS Y NO INFORMATIVAS/CSM 424 Tareas</i>												
TÓPICO	TAREA	FUNCIÓN	GRADO		C1		GRADO		C2		TOTAL	
			1	2	3	4	5	6				
CA	Inf.	II	29	41	70	33	23	56	28	10	38	164
		IIH	7	9	16	10	8	18	15	3	18	52
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	No.Inf.	Id.	3	7	10	3	5	8	3	12	15	33
		Id.H.	0	0	0	0	0	0	1	13	14	14
MA	Inf.	II	0	10	10	13	15	28	23	1	24	62
		IIH	0	12	12	6	4	10	3	1	4	26
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	No.Inf.	Id.	0	3	3	10	18	28	5	6	11	42
		Id.H.	0	3	3	0	5	5	1	0	1	9
PA	Inf.	II	8	0	8	1	0	1	0	0	0	9
		IIH	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	No.Inf.	Id.	3	0	3	5	0	5	3	0	3	11
		Id.H.	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
TOTAL			50	85	135	81	79	160	83	46	129	424

ANEXO 5.3

TAREAS INFORMATIVAS Y NO INFORMATIVAS/CV 442 Tareas												
TÓPICO	TAREA	FUNCIÓN	GRADO		C1		GRADO		C2		TOTAL	
			1	2	3	4	5	6	C3			
CA	Inf.	II	39	42	81	26	36	62	11	35	46	189
		IIH	11	23	34	39	18	57	4	14	18	109
		Inf	0	0	0	0	0	0	2	0	2	2
	No.Inf.	Id.	2	10	12	3	10	13	15	3	18	43
		Id.H.	0	0	0	4	0	4	2	0	2	6
MA	Inf.	II	0	2	2	1	6	7	1	0	1	10
		IIH	0	7	7	8	7	15	0	0	0	22
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	No.Inf.	Id.	0	0	0	11	7	18	4	0	4	22
		Id.H.	0	0	0	5	5	10	1	0	1	11
PA	Inf.	II	1	0	1	0	0	0	1	0	1	2
		IIH	0	7	7	0	9	9	2	0	2	18
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	No.Inf.	Id.	0	2	2	1	3	4	0	0	0	6
		Id.H.	0	0	0	0	2	2	0	0	0	2
TOTAL			53	93	146	98	103	201	43	52	95	442

ANEXO 5.4

TAREAS INFORMATIVAS Y NO INFORMATIVAS/ES 400 Tareas													
TÓPICO	TAREA	FUNCIÓN	GRADO			C1	GRADO			C2	GRADO	C3	TOTAL
			1	2	3	4	5	6					
CA	Inf.	II	2	19	21	31	0	31	14	1	15	67	
		IIH	0	2	2	12	4	16	7	0	7	25	
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	No.Inf.	Id.	0	0	0	2	0	2	4	33	37	39	
		Id.H.	0	0	0	3	4	7	0	2	2	9	
MA	Inf.	II	0	0	0	15	0	15	18	47	65	80	
		IIH	0	0	0	7	0	7	52	22	74	81	
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	No.Inf.	Id.	0	0	0	1	0	1	6	26	32	33	
		Id.H.	0	0	0	12	0	12	26	10	36	48	
PA	Inf.	II	0	0	0	6	0	6	0	0	0	6	
		IIH	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	No.Inf.	Id.	0	0	0	3	0	3	4	0	4	7	
		Id.H.	0	0	0	0	0	0	5	0	5	5	
TOTAL			2	21	23	92	8	100	136	141	277	400	

ANEXO 5.5

TAREAS INFORMATIVAS Y NO INFORMATIVAS/EA 423 Tareas												
TÓPICO	TAREA	FUNCIÓN	GRADO		C1	GRADO		C2	GRADO		C3	TOTAL
			1	2		3	4		5	6		
CA	Inf.	II	0	13	13	6	32	38	7	3	10	61
		IIH	0	13	13	9	41	50	29	0	29	92
		Inf	0	0	0	0	1	1	4	0	4	5
	No.Inf.	Id.	0	0	0	4	16	20	6	0	6	26
		Id.H.	0	0	0	11	7	18	0	0	0	18
MA	Inf.	II	0	0	0	1	1	2	28	19	47	49
		IIH	0	0	0	0	2	2	49	0	49	51
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	20	20	20
	No.Inf.	Id.	0	0	0	0	1	1	18	5	23	24
		Id.H.	0	0	0	0	2	2	11	4	15	17
PA	Inf.	II	0	0	0	1	0	1	0	14	14	15
		IIH	0	0	0	0	0	0	0	15	15	15
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	No.Inf.	Id.	0	0	0	5	1	6	1	18	19	25
		Id.H.	0	0	0	0	0	0	0	5	5	5
TOTAL			0	26	26	37	104	141	153	103	256	423

ANEXO 5.6

TAREAS INFORMATIVAS Y NO INFORMATIVAS/ESM 457 Tareas												
TÓPICO	TAREA	FUNCIÓN	GRADO		C1	GRADO		C2	GRADO		C3	TOTAL
			1	2		3	4		5	6		
CA	Inf.	II	15	15	30	21	45	66	28	8	36	132
		IIH	6	6	12	24	12	36	13	2	15	63
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	No.Inf.	Id.	0	0	0	1	1	2	7	6	13	15
		Id.H.	0	0	0	0	0	0	18	0	18	18
MA	Inf.	II	0	0	0	0	0	0	17	44	61	61
		IIH	0	0	0	0	1	1	13	33	46	47
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	No.Inf.	Id.	0	0	0	0	0	0	3	33	36	36
		Id.H.	0	0	0	0	0	0	8	22	30	30
PA	Inf.	II	0	0	0	0	3	3	1	6	7	10
		IIH	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		Inf	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	No.Inf.	Id.	0	2	2	21	5	26	14	3	17	45
		Id.H.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL			21	23	44	67	67	134	122	157	279	457

ANEXO 7

Análisis meta cognitivo de libros de texto colombianos y españoles. El control visual en el tratamiento del concepto de área de superficies planas.

Gustavo Adolfo Marmolejo Avenia¹.
Maria Teresa González Astudillo².

Resumen

El escrito tiene por propósito explorar cómo los libros de texto al tratar el área organizan las tareas sobre el concepto de área de figuras planas en cuanto a las clases de control que ejercen para promover y enfatizar unos tipos de visualización sobre otros. Para conseguirlo, se presenta un marco conceptual que caracteriza las clases de control visual imperantes en los libros (simple o disjunta, refuerzo y ambiguo), y se considera cómo cada clase de control es contemplada en los tópicos en que el área es asumida (cantidad de área, medida de área y relación perímetro-área). Para la toma de datos se analizaron 2.561 tareas de 18 libros colombianos y 17 españoles y se realizó un análisis comparativo, cuantitativo, descriptivo e interpretativo. Entre las principales conclusiones destaca la existencia de un desequilibrio en la forma en que los libros de ambos países contemplan los controles visuales en el estudio del área: el control por refuerzo se aparece en un porcentaje mayor de tareas siendo el control que se incluye en la mayoría de las tareas de todos los ciclos y abordando todos los aspectos del concepto de área. En el polo opuesto está el control ambiguo.

Palabras claves: metacognición, control, visualización, libros de texto, área de superficies planas

1. Introducción

Las figuras bidimensionales son importantes soportes intuitivos que dotan de sentido a los conceptos matemáticos pero para muchos estudiantes hacer de ellas potentes herramientas intuitivas es un desafío que en ocasiones es imposible alcanzar (Marmolejo y Vega, 2012). En consecuencia, el desarrollo de la visualización³ asociado a estas representaciones debe ser incluido en la enseñanza de las matemáticas y el área de superficies planas se impone como el concepto para el que su reflexión puede ser considerada adecuadamente (Marmolejo y Vega, 2012; Marmolejo y González, 2013b). Por otro lado, los libros de texto, al ser uno de los materiales de mayor uso en la escuela (González y Sierra, 2004) son el lugar propicio para determinar cómo esta actividad cognitiva se desarrolla y promueve. Pero, en una misma figura pueden desencadenarse distintas forma de ver teniendo en cuenta que los libros generan control sobre las

¹ Universidad de Nariño (Colombia) gamav.academico@gmail.com

² Universidad de Salamanca (España) maite@usal.es

³ Entendida como la discriminación de las partes de una configuración geométrica así como las acciones figurales que en ella se contemplan y que son pertinente al estudio de la problemática planteada.

acciones cognitivas que suscitan (Mesa, 2004, 2010; Marmolejo y González, 2014). Es necesario en primera instancia determinar cómo los libros consideran los distintos tipos de visualización (control visual), de qué manera el control visual es contemplado en el tratamiento del concepto de área y cuáles son sus efectos potenciales tanto para el estudio del área como para el propio desarrollo de la visualización.

En este sentido, Marmolejo y González (2014) han caracterizado una serie de elementos y estrategias que al ser utilizados por los libros guían y determinan las clases de visualización a considerar en las tareas sobre el área (elementos generadores de control visual); así como una variedad de formas en que el control visual tiende a ser inducido (clases de control visual). Sin embargo, en la investigación sobre los fenómenos que subyacen al estudio de la geometría no se ha determinado aún las maneras en que los elementos generadores de control y las clases de control visual se organizan en las tareas de área propuestas en los libros de texto. El trabajo que aquí se expone, que forma parte de los resultados de un estudio más amplio, versa sobre la segunda parte de esta cuestión.

A pesar del importante papel que desempeñan la visualización y los libros de texto en la enseñanza de las matemáticas y el área de figuras bidimensionales para el desarrollo de la visualización, son escasos los trabajos identificados hasta el momento que estudian la sinergia entre estos tres aspectos. De hecho, la mayoría de las investigaciones que consideran el rol de la visualización en los libros lo hacen desde representaciones semióticas (gráficos, representaciones pictóricas, tablas) y atendiendo a conceptos matemáticos (función, ángulo, pendiente...) diferentes a los aquí tratados. Por ejemplo, se ha explorado el papel de la visualización asociada a los gráficos cartesianos para la presentación de procedimientos y conceptos algebraicos así como la eficacia de las formas de comunicación visual adoptadas en los textos (Falduto, 2008); y se ha considerado el rol de la designación visual en la manera en que los libros interactivos suscitan el estudio de las funciones (Yerushalmy, 2005). También se ha comparado según la precisión, la conectividad, la contextualidad y la concisión, las representaciones visuales (gráficas cartesianas, figuras geométricas, fotografías, imágenes, ilustraciones, diagramas y esquemas) de los contenidos de pendiente, medida de ángulos y descomposición en factores primos (Kim, 2012).

En cuanto a la relación libros de texto y área de superficies planas suele ser asumida independientemente del rol que desempeña la visualización; de esta manera se ha resaltado que las técnicas que organizan matemáticamente este concepto no son desplegadas en los textos y que son los estudiantes o los profesores quienes deben desarrollarlas o sistematizarlas (De Araújo y Dos Santos, 2009). Asimismo, se ha señalado que en estos materiales didácticos no se consideran tareas relativas a la comparación de áreas (De Araújo y Dos Santos, 2009) y estudios como los realizados por Olmo et al. (1989) han resaltado que en los libros se asume que el alumno descubre por sí mismo el concepto de área pasándose inmediatamente al cálculo de la medida, o que se define de manera más o menos abstracta la superficie, sin que se planteen actividades que distingan esta cualidad de otras o que propicien la comparación de áreas de superficies planas sin necesidad de medición.

Se han realizado investigaciones sobre el rol de la visualización en los libros de texto cuando se aborda el concepto de área de figuras bidimensionales pero desde otros puntos de vista. Así, se han caracterizado tanto los elementos constitutivos que determinan los tipos de visualización asumidos en estos materiales (Marmolejo y González, 2013b) como los elementos y estrategias usadas para ejercer control visual (Marmolejo y González, 2014) y las clases de funciones visuales que imperan en ellos: heurística, inductiva e informativa (Marmolejo y González, 2013a). De Carvalho (2013), por su parte, al tratar la fórmula $A = b \times h$ descubrió que los libros privilegian en gran medida tareas que promueven exclusivamente la sustitución de valores en ella mientras que se proponen pocas tareas en las que se pongan en práctica las técnicas que permiten comprender su significado (y que se relacionan con la visualización). Por ejemplo, es el caso de contar la cantidad de cuadros enfilados en una columna (o en una línea) y la cantidad de columnas (o líneas) y, a continuación, multiplicar el número de cuadrados en la columna (o línea) por la cantidad de columnas (o líneas).

El propósito de esta investigación es comparar cómo se organizan los controles visuales en los libros colombianos y españoles al tratar el concepto de área. Para alcanzar este propósito consideraremos un análisis comparativo de libros de texto, pues, la discriminación de similitudes y diferencias en la forma en que los libros de un país y otro promueven las distintas clases de control visual es importante para comprender cómo estos materiales suscitan el desarrollo de la visualización; y por tanto, para sondear si el concepto de área de figuras bidimensionales permite desarrollar en los alumnos esta actividad cognitiva.

Tomando en consideración este estado de cosas, en la primera parte del artículo se define el marco conceptual que caracteriza las clases de control visual que los libros promueven al considerar el concepto de área. La metodología asumida en la investigación se describe en la segunda parte del escrito y los resultados así como su discusión se consideran en la tercera parte. Finalmente, en el apartado de conclusiones, se sintetizan los principales resultados del estudio y se establecen algunas consideraciones.

2. Marco conceptual

Flavell (1976) asume la autorregulación y el control de las acciones cognitivas como elementos claves en el estudio de la meta-cognición. La autorregulación considera cómo los alumnos dirigen sus comportamientos proactivamente o seleccionan estrategias para alcanzar sus metas; así como todo conjunto de retroalimentaciones afectivas, cognitivas, motivacionales y conductuales empleadas (Cleary y Zimmerman, 2004), mientras que el control alude a la planificación de comportamientos y la selección de acciones como la evaluación de las decisiones realizadas y los resultados de los planes ejecutados así como los aspectos que lo determinan (Balacheff y Gaudin, 2010). La investigación educativa ha demostrado que el conocimiento de una persona acerca de su propia cognición, antes, durante y después de un período de resolución de problemas, así como su capacidad para mantener el control ejecutivo en el sentido de monitoreo y la

autorregulación afectan significativamente al proceso de solución del problema matemático en cuestión (Lester, 1982, citado por Schneider y Artelt, 2010).

Lo anterior explica por qué los currículos de muchos países invitan a los educadores a promover en sus estudiantes actividades metacognitivas (Rigo, Páez y Gómez, 2010). Así, pues, son varias las responsabilidades que se derivan de tal exigencia para la investigación en educación matemática entre otras “identificar las condiciones didácticas y/o pedagógicas que favorecen dichas prácticas [prácticas metacognitivas que se dan en las clases de matemáticas] o analizar el rol que juega el profesor, el libro de texto, o los contenidos matemáticos en estos procesos” (Rigo, Páez y Gómez, 2010, p. 406). Desde este punto de vista se han emprendido trabajos de corte teórico y empírico de los que se han desprendido algunas consideraciones relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas: los estudiantes meta-cognitivamente entrenados evidencian mayor nivel de rendimiento al resolver problemas matemáticos que aquellos que no lo han sido (Garofalo y Lester, 1985; Schoenfeld, 1987; Kramarski et al., 2010), y que se pueden desarrollar prácticas metacognitivas positivas en cuanto a esta disciplina pero requieren en su desarrollo un considerable periodo de tiempo y siempre en el marco de una cultura de clase que los propicie (Desoete, 2007, en Rigo, Páez y Gómez, 2010), siendo los momentos más propicios para su desarrollo los primeros grados de enseñanza de las matemáticas y la primera infancia (Schneider y Artelt, 2010; Whitebread y Coltman, 2010).

En cuanto al control de acciones cognitivas, aspecto de interés en la investigación, desempeña un papel importante en el proceso de solución de problemas (Schoenfeld, 1992) pues permite diferenciar los tipos de concepciones presentes en estudiantes (Balachef y Gaudin, 2010) y predecir el funcionamiento académico de un individuo (Spy, McDiarmid, Cwik, Stalets, Hamby y Senn, 2004; Blair y Razza, 2007). Así mismo, permite estudiar los procesos de refutación, validación y modelización (Burgermeister y Coray, 2008) y junto a la aceptación de equidad entre los estudiantes de un aula influye positiva y significativamente en el rendimiento matemático escolar (Oberle, 2013)

Con respecto a los libros de texto se ha puesto en evidencia que estos materiales promueven control sobre las maneras de proceder en el desarrollo de una actividad matemática. Love y Pimm (1996), por ejemplo, señalan que los libros introducen elementos para controlar la actividad matemática y las respuestas del lector y resaltan que en la estructura del texto se presume frecuentemente que su presencia basta para asegurar las formas de proceder privilegiadas por el libro y por tanto, que “las funciones y tareas explícitas e implícitamente asignadas han sido satisfactoriamente seguidas por el lector” (p. 381). Estudios más recientes han señalado estrategias y elementos comunes utilizados para ejercer control tanto en procesos de verificación (Mesa, 2004) como de visualización (Marmolejo y González, 2014). En la primera investigación se concluye que “las estrategias que muestran a los estudiantes como asegurarse de que el procedimiento o la noción usada son apropiadas o que la solución obtenida es correcta, o apropiada para el problema en juego” (p. 281) son limitadas.

En un segundo estudio Mesa (2010) destaca la plausibilidad, la corrección y la interpretación como los tres aspectos que tienden a ser resaltados mediante estrategias de control para verificar que una respuesta es correcta o que tiene sentido, mientras que Lithner (2004) concluye que la mayoría de las tareas presentes en los manuales exigen para su resolución la aplicación de tipos de razonamiento guiados por palabras claves, algoritmos o experiencias previas (razonamientos superficiales) y que solo en una mínima parte de las tareas es necesario considerar la aplicación del significado de los conceptos matemáticos. Resultados similares fueron reportados en la investigación de Mesa (2004) en la que se verificó que solo el 17% de las tareas de los libros promueven que el contenido matemático sea considerado al verificar si el procedimiento de resolución considerado es correcto.

Para comprender cómo los libros de texto promueven control sobre los tipos de visualización que inducen en el tratamiento del área de superficies planas, Marmolejo y González (2013a, 2013b) han desarrollado un marco conceptual que surgió tanto de referentes teóricos ya establecidos como del debate académico científico y la revisión de la forma cómo la visualización interviene en los libros. En este sentido, son cinco los elementos que caracterizan la visualización en los libros al tratar el concepto de área (Tabla 1).

<i>Elementos constitutivos de la visualización</i>	<i>Aporte</i>	<i>Descriptoros</i>
<i>Operación</i>	Determina la naturaleza de los cambios figurales introducidos e inducen la comprensión de propiedades y conceptos de área.	Reconfiguración, configuración, traslación, rotación, anamorfosis, cuadratura, simetría axial, superposición y fraccionamiento.
<i>Cambio figural</i>	Caracteriza la aprehensión operatoria.	Real, parcial, intermitente, intrínseco y no real.
<i>Cambio dimensional</i>	Promueve la deconstrucción dimensional de las formas.	Fijo, operatorio y desdoblamiento.
<i>Cambio de focalización 2d</i>	Suscita cambios en la visualización centrados en unidades visuales de naturaleza bidimensional.	Configural, intrafigural y mixto.
<i>Flujo</i>	Establece el orden y sentido del tipo de visualización aplicado.	Lineal y en circuito.

Tabla 1: Elementos constitutivos de la visualización y aspectos que le describen

Para la definición de cada uno de los elementos generadores de control visual Marmolejo y González (2014) consideraron tanto el lugar de donde proviene el control ejercido, como los elementos o estrategias empleados para guiar al lector en el tipo de visualización a tener en cuenta en el estudio de tareas de área. Se determinaron cuatro elementos generadores de control: contenido, procedimiento, iconismo y visibilidad. El contenido hace referencia a la visualización que subyace a la propia definición del concepto, propiedad o fórmula a tratar mientras que el procedimiento a la desplegada por el libro al desarrollar una tarea (por lo general mediante ejemplos). Se habla de iconismo cuando “la figura representa o alude a un objeto físico o a una acción física, en este caso las características del objeto o de la acción planteada guían la manera de proceder visualmente” (p. ¿?) y para la visibilidad se considera que es “la introducción

de ciertos elementos en la figura o la consideración de algunas de sus características privilegian u obstaculizan unas formas de ver en detrimento de otras” (p. ¿?). En la tabla 2 se describe cómo cada elemento de control se puede presentar en las tareas de los libros analizados en esta investigación.

<i>Elemento generador de control</i>	<i>Forma de control</i>
<i>Procedimiento</i>	<p><i>Directo:</i> despliegue (total o parcial) de procedimientos; descomposición de problemas complejos en otros de menor complejidad y establecimiento de un orden de resolución; indicaciones a seguir en el desarrollo del problema; y representación de la figura de partida junto a la de llegada.</p> <p><i>Replica:</i> procedimientos previos.</p> <p><i>Referencia:</i> acciones y sugerencias que determinan la operación a considerar y característica (figurales y de medida de área) de la figura de llegada.</p>
<i>Contenido</i>	Alusión o presentación de definiciones de conceptos matemáticos, fórmulas y propiedades geométricas.
<i>Visibilidad</i>	<p><i>Factores de visibilidad:</i> fraccionamiento dado, sub-figuras convexas, complementariedad de formas, desdoblamiento, grado de inclinación de la figura o de un eje de simetría, ubicación del centro de homotecia y características del contorno.</p> <p><i>Elementos de contraste:</i> color, punteado y contraste en el tono y el grosor del contorno de una figura y el del fondo cuadrículado en que se representa.</p> <p><i>Índices:</i> letras, segmentos continuos, puntos sobredimensionados, flechas curvas y rectas, trazos, nombres de las unidades a las que se alude, valor de la medida de unidad y espacios en blanco.</p>
<i>Iconismo</i>	Características del objeto o acción física representada o aludida.

Tabla 2: Elementos generadores de control visual y maneras en que promueven control sobre las clases de visualización promovidas por los libros al suscitar el estudio del área de superficies planas.

según el número de elementos generadores de control presentes en las tareas propuestas en los textos escolares así como del número de elementos de visualización considerados, son tres las clases de control visual a contemplar: simple o disjunto, por refuerzo y ambiguo (Marmolejo y González, 2014). En lo que sigue definimos, caracterizamos y ejemplificamos cada clase de control visual y determinamos el rol que pueden llegar a desempeñar en el desarrollo de la visualización, incluso de los conceptos matemáticos en juego. Los ejemplos considerados han sido retomados de Marmolejo y González (2014)

2.1 El control simple o disjunto. Marmolejo y González (2014) consideran este control si el elemento o los elementos generadores de control presentes en la tarea suscitan, parcial o totalmente, la manera de ver específica y pertinente a la resolución de la tarea planteada. En caso de ser un solo elemento (control simple), por sí mismo impone el tipo de visualización a considerar. Ahora, si son varios los elementos generadores de control (control disjunto), entonces, cada uno induce control en partes distintas de la secuencia visual, de esta manera su aplicación de manera secuencial determina, parcial o totalmente, la manera de ver a establecer.

Son dos las formas en que el control simple o disjunto (en adelante control simple) es ejercido en los libros de texto. En una, los elementos generadores de control presentes

en la tarea resaltan todos los aspectos de la secuencia visual en cuestión mientras que en la otra, solo sucede en uno o algunos de ellos.

En el primer caso, está totalmente determinado el tipo de visualización en juego, mas en el segundo caso está parcialmente enfatizado. En cuanto al segundo de los casos, si bien no hay control sobre todos los aspectos de la secuencia visual, es factible que el control establecido permita caracterizar el tipo de visualización en cuestión aunque también puede ocurrir que no lo haga. Si es así entonces la visualización, al no estar totalmente determinada, podría no ser un soporte para dotar de sentido o propiciar la tarea matemática en cuestión. En tal caso, y cómo se puede apreciar de lo dicho con anterioridad, el control simple no sería una herramienta metacognitiva que favorezca el desarrollo visual o que guíe la comprensión matemática. No obstante, si tal control se tiene en cuenta en tareas donde los estudiantes deben aplicar los contenidos y habilidades visuales aprendidos, entonces, considerar los elementos visuales sobre los que no se induce control serían un excelente medidor del desarrollo de la visualización. Así pues, los casos donde el control simple no determina en su totalidad el tipo de visualización en juego puede también constituirse en una potente herramienta para evaluar el desarrollo visual y la apropiación de elementos matemáticos.

En la siguiente tarea (figura 1) se ejerce control sobre todos los elementos de la secuencia visual en cuestión. Se pide dividir un cuadrado representado sobre un fondo cuadrilado en dos triángulos rectángulos (tarea tomada de Matemáticas 3. Editorial Anaya de España, p. 179). Sobre la figura inicial hay que realizar un fraccionamiento en dos triángulos (figura 1) y pasar de centrar la atención en el cuadrado a hacerlo en las sub figuras formadas. Para verificar que cada figura cumple con la condición exigida (ser triángulos rectángulos) es necesario pasar de centrar la atención en las características perceptivas globales de cada uno de los triángulos a hacerlo en sus elementos (ángulos rectos). El fraccionamiento introducido hace que uno de los triángulos (“verde”) esté representado en una posición no habitual a la que se acostumbra, por tanto, normalmente los alumnos necesitan aplicar sobre él, de manera previa al segundo cambio de focalización, una operación de rotación.

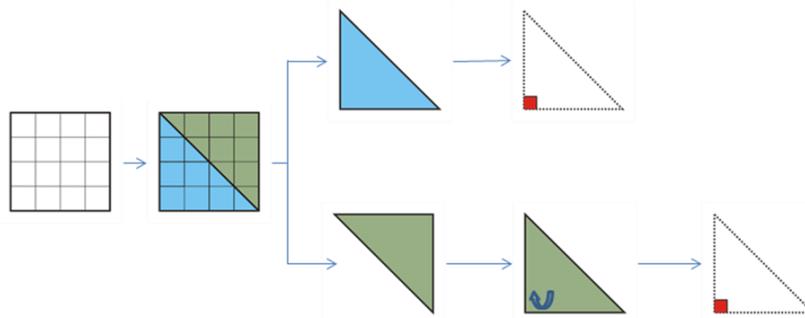


Figura 1: Despliegue del tipo de visualización a considerar al fraccionar un cuadrado en dos triángulos rectángulos.

Son tres los elementos a los que recurre el libro de texto en la presentación de esta tarea para ejercer control sobre la manera de ver a privilegiar en ella: el procedimiento, el contenido y la visibilidad. El primer procedimiento exige la aplicación de una descomposición por fraccionamiento de la figura de inicio: así el lenguaje verbal

palabra correspondiente a la acción “descomponer”. Además, se indican tanto la forma como el número de partes en que ha de ser fraccionada la figura de partida. Con respecto al contenido, hay que hacer un nuevo cambio de focalización relacionado con la definición de triángulo rectángulo para comprobar si las figuras obtenidas cumplen la definición. Por último, la representación de uno de los triángulos en una posición distinta de la habitual exige la aplicación de una rotación.

2.2 Control por refuerzo. Se realiza este control “cuando son varios los elementos generadores de control introducidos en la actividad o tarea propuesta, que en conjunto imponen una única manera de ver pertinente a su desarrollo o comprensión” (Marmolejo y González, 2014, p. ¿?). En este caso más de un elemento generador de control visual invita a focalizar la atención en un mismo aspecto de la secuencia visual a considerar.

Al analizar las tareas sobre el concepto de área de los libros se ha comprobado que el control por refuerzo puede actuar de formas distintas y contradictorias. Es posible que en la tarea planteada se consideren todos o al menos dos de los elementos de control inducidos por el libro, o solo se tenga en cuenta uno de ellos y se ignore el resto. Si se procede de la primera forma, es claro que habrá más probabilidades de que los aspectos visuales en cuestión sean determinados que si se procede siguiendo la última de las formas. En cambio si solo uno de los elementos de control es considerado para discriminar el tipo de visualización en juego, entonces el refuerzo como control desaparece y dependiendo del elemento de control contemplado, o del que se ignora, podrían privilegiarse formas de proceder no adecuadas al tratamiento de las figuras, incluso inducir procedimientos no matemáticos- En tales casos, la visualización no actuaría como un soporte de la intuición en matemáticas sino que más bien sería un obstáculo para ella

Los controles icónico y de visibilidad son los que en mayor medida pueden conducir a tales formas de proceder, mientras que el de contenido, al ser ignorado, puede, obviamente, desligarse de todo referente matemático, el procedimiento aplicado. A través del control icónico los textos centran la atención en las características de los objetos o las situaciones cotidianas aludidas y no en el registro usado. En consecuencia, se ignoran las propiedades que conforman las figuras así como su tratamiento. En cuanto a la visibilidad, si bien la visualización puede ser discriminada según el grado de visibilidad introducido (Padilla, 1992), no todos sus elementos constituyen variables visuales semióticamente pertinentes. Este es el caso del contraste (color, intensidad y grosor) y de los índices (marcas y notaciones suplementarias). Los primeros “no son susceptibles de representar intrínsecamente relaciones proyectivas o topológicas” (Duval, 1999, p. 149), mientras que en los segundos “no permiten hablar solo en términos de variables visuales” (Duval, 1999, p. 149).

Por ejemplo en la siguiente tarea (figura 2) se trata de transformar un rombo en una figura rectangular con igual área. Ambas figuras se representan descompuestas en cuatro sub-figuras de forma triangular (todas con igual cantidad de área). Se incluye además una flecha para indicar la dirección de la transformación aplicada. El texto

escolar realiza un despliegue parcial del procedimiento de resolución aplicado: representa las figuras de inicio y de llegada, las “muestra” descompuestas en las partes claves a considerar en la transformación e introduce colores iguales para designar las sub-figuras correspondientes de ambas.

Con un rombo, hacemos un rectángulo

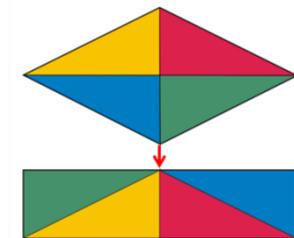


Figura 2: Tomada de Matemáticas 3. Editorial Anaya (España), p. 183.

Para comprender cuál fue el camino seguido para transformar una figura en la otra, se deben comparar ambas figuras entre sí así como las sub-figuras, lo que viene condicionado por la utilización de los mismos colores para realizar dicha comparación. De esta manera, se pone en evidencia, que las sub-figuras designadas con color rojo y amarillo fueron trasladadas verticalmente hacia abajo en el proceso de reconfiguración, mientras que a las verdes y azul, se les aplicó una composición de traslaciones (vertical y horizontal). Esto supone que primeramente hay que considerar la figura de inicio, centrar la atención en una de sus sub-figuras y reconocer la operación aplicada en ella, regresar a la figura de partida y repetir el proceso y replicar esta manera de proceder un par de veces más.

En este caso son dos los elementos de control introducidos por el libro de texto: procedimiento y visibilidad. El primero aparece en la consigna de la tarea cuando se señala la acción a considerar y cuando tanto figura de partida como de llegada se muestran descompuestas una y otra en sus partes claves para comprender cómo fue realizada la transformación. Por último, la visibilidad, está demarcada por la introducción de colores, marcas (flecha) y el fraccionamiento. Estos elementos minimizan la complejidad que subyace en la identificación de la reconfiguración de la segunda figura.

2.3 Control ambiguo. Cuando varios elementos ejercen control sobre el tipo de visualización, aunque, mientras unos introducen maneras de ver pertinentes para la resolución de la tarea propuesta, otros, por el contrario, suscitan visualizaciones de naturaleza distinta a las tratadas en el tópico en estudio y/o no son pertinentes a la resolución de la tarea propuesta y/o pertinentes donde los procedimientos son engorrosos. Así mismo, la ambigüedad puede introducirse por la presencia parcial de elementos de control. (Marmolejo y González, 2014).

Obtén el área de la siguiente figura

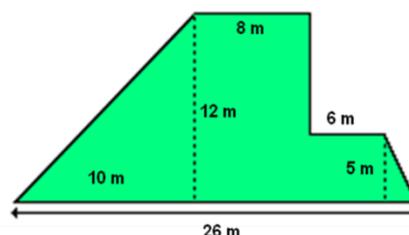


Figura 3: control ambiguo. Tarea tomada de Matemáticas IESO. Editorial Santillana (España), p. 215.

Por ejemplo, la tarea presentada en la figura 3 se pide calcular la medida de la cantidad de área de un polígono irregular, por tanto, es necesario realizar previamente un fraccionamiento en figuras para las que se conozcan fórmulas del cálculo de área.

Esta figura es susceptible de dos tipos de descomposición, a saber:

- Por un lado, la figura está parcialmente fraccionada por la introducción de ciertas medidas lineales. Se encuentra dividida en dos triángulos (uno de base 10 cm y altura 12 cm, el otro, de altura 5 cm y base desconocida). Por otra parte, las características del contorno de la figura junto a la presentación previa de la fórmula de área de figuras rectangulares, suscita la descomposición del resto de la figura en dos sub-figuras más: un rectángulo de altura 12 cm y otro de base 6 cm).
- Teniendo en cuenta que la tarea está en el tema en el que se introduce la fórmula para calcular áreas de trapezios, se puede dividir la figura en dos sub-figuras de forma trapezoidal (uno de altura 12 m, el otro de altura 5m).

Sea cual fuese el fraccionamiento elegido por quien intenta resolver la tarea es necesario, en ambos casos, ser consciente del fraccionamiento inicial, centrar la atención en las sub-figuras en que fue dividida la figura y aplicar en cada una de ellos la fórmula correspondiente. Pero, no se han dado todos los datos necesarios para sustituir directamente en la fórmula correspondiente. Por ejemplo, si el fraccionamiento se hace en dos trapezios las longitudes de las bases mayores hay que calcularlas previamente comparando la base total de la figura a medir (26 m) con las bases menores de los dos trapezios y con la de uno de los triángulos lo que implica operar y aplicar desdoblamiento sobre algunas de las unidades unidimensionales.

En este caso, son dos los elementos de control introducidos por el libro de texto: contenido y visibilidad. El primero aparece a través de la consigna de la tarea haciendo referencia al cálculo del área, a través de una medida indirecta lo que implica necesariamente la descomposición de la figura de inicio en una cualquiera de las dos maneras antes descritas y hacer luego un cambio dimensional. La visibilidad, por su parte, está demarcada por la introducción de flechas, líneas punteadas, fraccionamiento en partes claves y características del contorno de la figura, que no sólo centran la atención en algunas de las unidades unidimensionales a considerar, sino, que guían una de las descomposiciones posibles.

La ambigüedad en el control es introducida en la primera parte del desarrollo de la tarea. De los fraccionamientos posibles de la figura de inicio, el segundo es coherente con el tópico en estudio, el primero, no. Al estar la tarea presentada en un apartado donde se introduce la fórmula de área de un trapecio, es lógico esperar que al resolver las tareas presentadas en él, se considere su aplicación y en consecuencia, que la figura, al ser un polígono irregular, sea descompuesta en zonas trapezoidales. El primer

fraccionamiento, por su parte, es el que espontáneamente se impone por la visibilidad, se relaciona con la fórmula del triángulo y del rectángulo, elementos matemáticos previamente tratados al área de figuras trapezoidales. De esta manera, el contenido, por un lado, suscita un tipo de visualización acorde al tópico en estudio, a la vez, que hace posible junto a la visibilidad, una segunda manera de ver, en este caso de naturaleza distinta a la temática tratada.

3. Método

Para realizar esta investigación se seleccionaron 35 libros de los grados primero a sexto grado de educación básica de las editoriales de mayor implementación en los sistemas educativos colombiano y español. Se analizaron un total de 2561 tareas de los capítulos de Geometría y Medición donde, explícita o implícitamente, se considera el área como un tipo de magnitud (CA), su medida (MA) y su articulación con el perímetro (PA). La ubicación geográfica de los libros seleccionados responde al conocimiento por parte de los investigadores de los programas educativos de los países considerados y la facilidad de acceso a los libros de texto. Para la captación, selección y análisis de datos se asumió un análisis comparativo, cuantitativo, descriptivo e interpretativo, donde las unidades de información están compuestas por las definiciones, los ejemplos y las tareas propuestas por el texto para que las realice el estudiante. El instrumento de análisis coincide con las clases de control visual descritas en Marmolejo y González (2014).

Para abordar las cuestiones planteadas en la investigación los datos serán considerados tres niveles de análisis: **general comparativo, comparativo local y comparativo global**. En el primero se comparan los libros en función de las clases de control visual independientemente del tópico de área⁴ y del ciclo de enseñanza⁵, sólo teniendo en cuenta el lugar de procedencia. En los dos niveles de análisis restantes se asumirán como elementos de contraste tanto los tópicos de área como los ciclos de enseñanza. Así, en el análisis local se describe cómo los tipos de control visual se consideran para cada tópico y cada uno de los ciclos de enseñanza. De esta forma son dos los criterios a considerar:

- El mayor o menor porcentaje de tareas que en cada ciclo promueven las clases de control visual simple o disjunto (en adelante control simple), por refuerzo y ambiguo. En este sentido, se han distinguido: **clase de control mayoritario (CCM)** si en la mayoría de los ciclos y en relación con la mayoría de los tópicos las tareas presentan un mismo tipo de control; **clase de control intermedio (CCI)** cuando el tipo de control representa el porcentaje más alto en solo uno de los ciclos de enseñanza; y **clase de control minoritario (CCm)** si no está en mayor proporción en ninguno de los ciclos o no son contemplados.

⁴ Se han distinguido tres tópicos en torno al concepto de área: cantidad de área (CA), medida de área (MA) y relaciones entre el área y el perímetro (PA). El primero, considera el estudio del área como un tipo de magnitud sin mediación alguna de elementos numéricos; el segundo se refiere a los momentos en que se mide el área de figuras planas sea de manera directa sea de forma indirecta (Vergnaud, 2003); y el tercero, donde se trata simultáneamente el área y el perímetro.

⁵ Ciclo 1 (grados primero y segundo), ciclo 2 (grados tercero y cuarto) y ciclo 3 (grados cuarto y quinto).

- En el segundo criterio se considera cómo varían de un ciclo a otro las estructuras y tipos de control visual detectados. Decimos que un tipo de control visual aparece de forma **descendente** cuando el porcentaje de tareas asociadas a este tipo de control disminuye del primero de los ciclos al último; y **no descendientemente** cuando se hacen de forma ascendente (el porcentaje de tareas que los induce son en C1 menores que en C2 y en C2 menores que en C3) o cuando se consideran cíclicamente (mayores o menores en C2 que en C1 y C3).

En el análisis global se consideran o bien el control visuales en relación con los tópicos de área independiente del ciclo de enseñanza o bien en relación con los ciclos de enseñanza sin tener en cuenta la naturaleza del tópico en cuestión. De forma similar al análisis local, en el global haremos referencia a que las clases de control que aparecen de forma mayoritaria, intermedia y minoritaria; así como cíclica y ascendente y descendientemente. En el primero de los casos será **mayoritario (CCM)** cuando al menos en uno de los tópicos y en uno de los ciclos el tipo de control en cuestión está presente la mayoría de las tareas, cuando solo sucede en uno de los dos casos diremos que es **intermedio (CCI)** y cuando es el más contemplado en ninguno de los ciclos ni de los tópicos entonces será **minoritario (CCm)**.

Tanto en el análisis local como en el global hablaremos de **clase control predominante** para identificar el control visual que más se contempla en un ciclo (análisis local y global) y en un tópico (análisis global). Por el contrario, aludiremos a la **clase de control menor** al control visual menos promovido en un ciclo o en un tópico según sea el caso.

Finalmente, diremos que unos libros consideran una clase de control en **condiciones más propicias** (o lo **promueven en mejores condiciones**) que otros, si:

- A nivel local, en la mayor parte de los ciclos para ese grupo de libros el tipo de control en cuestión es una CCM mientras que para los otros es una CCI o una CCm, o bien, si en los primeros es una CCI mientras que en los segundos es una CCm.
- En cuanto al análisis global, de forma similar al local, si en el primer grupo de libros el tipo de control es una CCM mientras que en el otro grupo es una CCI o una CCm. o si en el primero es una CCI y en el segundo una CCm.
- Si la forma como se promueve la estructura en cuestión ni es una CCM ni una CCI en los dos grupos de libros, entonces, el criterio a considerar será el número de ciclos donde uno u otro es una CCm. Si el número es mayor en un grupo de libros que en otro entonces el control es contemplado en condiciones menos propicias en el primero de los casos.
- Si el tipo de control es de igual naturaleza en los diferentes grupos de libros entonces el número de ciclos (análisis local) y de ciclos y tópicos (análisis global) donde es predominante o menor ese tipo de control será el criterio a considerar. Si el número de ciclos donde el control es predominante es mayor en un grupo de libros que en otro entonces el control es promovido en condiciones más propicias en el primero de los casos; al contrario, si el número de ciclos donde el control es menor

es mayor en el primer grupo de libros entonces quien induce en condiciones más propicias dicho control es el segundo grupo de libros.

4. Resultados:

Como se hizo referencia en el anterior apartado son tres los niveles de análisis considerados en la investigación: general, local y global. En lo que sigue presentamos en detalle cada uno de ellos.

4.1 Análisis general comparativo. Como se indica en la tabla 3 las clases de control visual son consideradas de forma similar en los libros de ambos países siendo el control por refuerzo seguido del simple quienes predominan sobre el ambiguo. Alrededor de las dos terceras partes de las tareas promueven el refuerzo como control, menos del 30% el simple y alrededor del 6% el ambiguo. Si bien no hay diferencias muy significativas entre los porcentajes de tareas que tienen en cuenta las distintas clases de control, es en los libros españoles donde el control por refuerzo es más contemplado mientras que en los libros colombianos el control simple aparece en más tareas. En cuanto al control ambiguo, la diferencia entre los porcentajes de tareas que lo inducen en los libros ambos países es prácticamente despreciable.

Clase de control	Colombia		España	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%
Simple	381	29.74	341	26.64
Refuerzo	824	64.32	863	67.42
Ambiguo	76	5.93	76	5.94
Total	1281	99.99	1280	100

Tabla 3. Análisis general comparativo: clases de control visual en los libros colombianos y españoles independientemente de los tópicos de área y de los ciclos educativos. Frecuencias y porcentajes de tareas

Los resultados anteriores demuestran que en la mayoría de las tareas de área los libros recurren a una composición de distintos elementos de control para guiar la atención sobre las partes de una figura o las acciones a aplicar en ella. El porcentaje de tareas donde los libros incluyen simultáneamente distintas clases de visualización (control ambiguo) es muy pequeño. Los libros tienden a determinar un único tipo de visualización en la mayoría de las tareas de área (controles por refuerzo y simple) siempre acordes y pertinentes a la problemática tratada; al contrario, las posibilidades de que los libros susciten que la visualización actúe de tal manera que pueda confundir (o dejar de lado) el propósito de una definición o de un ejemplo o incluso desorientar el desarrollo de la tarea propuesta es mínimo. En dicho caso la figura no es un soporte a la intuición y por el contrario puede constituirse en una trampa para ella (Mesquita, 1989)

4.2 Análisis local comparativo:

En la tabla 4 se comparan las frecuencias y porcentajes de tareas que en los libros colombianos y españoles inducen los controles visuales diferenciados según los tópicos contemplados y los ciclos en que se promueven.

Tópico	Control	Col.		Esp.		Col.		Esp.		Col.		Esp.	
		F	%	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
CA	Simple	78	25.74	7	7.7	96	27.27	62	21.6	88	38.94	60	31.25
	Refuerzo	207	68.32	82	90.1	246	69.89	217	75.61	118	52.21	128	66.66
	Ambiguo	18	5.94	2	2.2	10	2.84	8	2.79	20	8.85	4	2.08
	TOTAL	303	100	91	100	352	100	287	100	226	100	192	99.99
MA	Simple	17	25.37	0	0	59	32.96	12	27.91	18	20	142	26.59
	Refuerzo	46	68.66	0	0	108	60.33	19	44.19	70	77.78	346	64.79
	Ambiguo	4	5.97	0	0	12	6.7	12	27.91	2	2.22	46	8.61
	TOTAL	67	100	0	0	179	99.99	43	100.01	90	100	534	99.99
PA	Simple	7	28	2	100	10	41.67	25	55.55	8	53.33	31	36.05
	Refuerzo	18	72	0	0	6	25	17	37.78	5	33.33	54	62.8
	Ambiguo	0	0	0	0	8	33.33	3	6.67	2	13.33	1	1.16
	TOTAL	25	100	2	100	24	100	45	100	15	99.99	86	100.01

Tabla 4. Análisis local comparativo por países: clases de control visual en los libros colombianos y españoles según los tópicos de área y los ciclos educativos. Frecuencias y porcentajes de tareas

Control visual por refuerzo. A la vista de los resultados presentados en la tabla anterior en el tópico CA los libros españoles presentan este tipo de control en todos los ciclos en más de las dos terceras partes de las tareas, mientras que en los colombianos no es así ya que en el tercer ciclo donde sólo la mitad de las tareas lo contemplan. En los libros de ambos países, en C3 el porcentaje de tareas con este control es el menor siendo C2 el ciclo con mayor porcentaje para los libros colombianos y C1 para los españoles. Así, pues, el control por refuerzo es una CCM en ambos países siendo además la clase de control predominante en todos los ciclos. En los libros colombianos el porcentaje de tareas que lo promueven se tienen en cuenta de forma no descendente mientras que en los españoles se asumen descendentemente con una disminución significativa de estos porcentajes de un ciclo al siguiente. En los libros colombianos esto sucede solo al comparar los dos primeros ciclos con el tercero.

En cuanto a la MA el control por refuerzo también es contemplado por los libros de ambos países como una CCM siendo el control predominante en todos los ciclos donde se trata el estudio del área (tres en el caso colombiano y dos en el español). Los porcentajes de tareas que lo tienen en cuenta varían de forma no descendente aunque en el caso español hay un aumento significativo de un ciclo a otro. Pero, a diferencia del tópico CA, los libros de ambos países inducen el control por refuerzo con los porcentajes mayor y menor en los mismos ciclos: C3 y C2 respectivamente. En ninguno de los ciclos los libros colombianos lo consideran con menos del 60% de las tareas mientras que los españoles, sin llegar a alcanzar valores despreciables, no sobrepasan las dos terceras partes en ninguno de ellos.

En el tópico donde se considera las relaciones entre el área y el perímetro el refuerzo se tiene en cuenta de forma distinta a como se realiza en los tópicos anteriores. En uno de los ciclos de los libros de cada país está presente en menos de la tercera parte de las tareas. Además, en ambos casos es una CCI pues es el control predominante en un ciclo (C1 en los libros colombianos y C3 en los españoles) y el de menor porcentaje en otro (C2 en los colombianos y C1 en los españoles). Así mismo, los porcentajes de tareas que incluyen el control por refuerzo en los libros colombianos disminuyen de un ciclo al siguiente (y significativamente distintos en el primer ciclo en relación a los dos

restantes), mientras que en los españoles no hay tareas de este tipo en el primer ciclo y el porcentaje aumenta significativamente del segundo al tercero.

Por tanto, de manera similar a CA, en PA los libros de los dos países presentan el menor porcentaje de tareas con esta clase de control en el mismo ciclo (C2); donde se asume el mayor porcentaje es en C1 para el caso colombiano y C3 para el español. Finalmente, en los libros de ambos países, salvo C1 donde los libros españoles no lo contemplan, el control por refuerzo aparece en un porcentaje de tareas nada despreciable en ninguno de los ciclos.

Lo anterior demuestra, por un lado, que en cuanto a CA en todos los ciclos en los libros españoles hay mayores porcentajes de tareas que los colombianos con el control por refuerzo, pero en MA son los colombianos quienes proceden de dicha forma y en PA son los españoles quienes lo contemplan en la mayoría de los ciclos. Por otro lado, es en CA donde los libros de ambos países consideran el control por refuerzo de manera más significativa (más de la mitad de las tareas en todos los ciclos lo hacen), en MA esto solo sucede en el caso colombiano (en el caso español se contempla así en un único ciclo) y en PA es donde menos tareas hay con este tipo de control.

En resumen, en gran parte de las tareas donde el área es considerada independientemente del perímetro, una variedad de elementos generadores de control invitan a focalizar la atención en los elementos constitutivos de la figura. Por tanto, la aplicación de estas tareas en el aula ha de recibir una atención especial pues es factible que el usuario del libro considere solo uno de los elementos de control e ignore el resto. En tal caso el refuerzo hacia algún elemento visual desaparece y el tratamiento figural podría privilegiar formas de proceder no adecuadas para la realización de la tarea.

Control visual ambiguo. El bajo porcentaje de tareas que inducen un control ambiguo (tabla 4) es una de las características que han surgido en esta investigación. Sólo en uno de los tópicos para el caso colombiano, en la mayoría de los ciclos lo considera en valores significativos, mientras que solo sucede en un ciclo de un tópico en el caso español.

En cuanto al tópico CA el control ambiguo es introducido de forma similar en los libros de ambos países: es una CCm, en todos los ciclos, el porcentaje de tareas que presentan este tipo de control es el menor, se tiene en cuenta de forma no descendente sin que haya un aumento o disminución significativa de un ciclo a otro. Es en los libros colombianos donde, independientemente del ciclo, se consideran mayores porcentajes de tareas con este control (tabla 4) pues en estos libros representan más del 5%, mientras que en los españoles nunca superan el 3%. En el caso colombiano, C3 es el ciclo donde hay un mayor porcentaje de estas tareas y C2 donde se encuentra el menor porcentaje. En el caso español, en C3 se considera el porcentaje menor y en C2 el mayor.

Con respecto a MA, en los libros de ambos países el control ambiguo se contempla en la mayor parte de los ciclos con porcentajes mayores de tareas que en CA; y son los españoles quienes presentan mayores porcentajes que los colombianos. En dos de los

ciclos tanto en los libros españoles como colombianos tienen en cuenta un control ambiguo en más del 5% de las tareas, incluso en uno de los ciclos (C2) del caso español representa un porcentaje considerable mientras que en otro (C1) no es considerado.

En los libros de ambos países es en C2 donde hay mayor porcentaje de tareas con este tipo de control, mientras que en C3 para el caso colombiano es donde menos se tiene en cuenta y en C1 en el caso español no se considera. Por otro lado, el control ambiguo se incluye de forma no descendente en el caso colombiano y descendentemente en el español, siendo C3 donde hay una disminución significativa en el caso colombiano, mientras que en el español en C2 se resalta un aumento significativo en el porcentaje de este tipo de tareas. En ambos, el control ambiguo es una CCm y es la clase de control con menor porcentaje en todos los ciclos. En el caso colombiano, en el último ciclo, el porcentaje de tareas que promueven el control ambiguo es prácticamente despreciable.

En cuanto a PA, el control ambiguo no se tiene en cuenta en el primer ciclo en los libros de ambos países. En los libros españoles los porcentajes siempre son inferiores a los colombianos; además, en el último de los ciclos estos libros lo consideran con un porcentaje casi despreciable. En ambos casos el mayor porcentaje está en C2 y en C3 es donde está el menor. El control ambiguo es contemplado de forma similar por los libros colombianos y españoles, en ambos casos es una CCm, es el control con menor porcentaje descendiendo de forma significativa de un ciclo al otro.

Los resultados anteriores demuestran que el control ambiguo se presenta en un número reducido de tareas que no suponen más de la mitad. De esta manera, los libros no ejercen un control ambiguo que llegue a confundir o ignorar el propósito de una definición, de un ejemplo o de una tarea, siendo esto posible sólo en uno de los ciclos de PA para el caso colombiano y en uno de MA en el español donde tal situación es factible, pero, nunca en más de una tercera parte de las tareas en cuestión.

Las tareas con este tipo de control deben realizarse con sumo cuidado y estar prestos a discriminar de forma previa a su aplicación (y a intervenir cuando los estudiantes se ejerciten sobre ellas) los problemas que pudieran surgir en su resolución.

Los resultados presentados en la tabla 4 también demuestran que los libros colombianos promueven mayores porcentajes de tareas que los españoles con un control ambiguo en todos los ciclos de CA y en la mayoría de PA, mientras que los españoles hacen lo propio en la mayor parte de los ciclos de MA.

Control visual simple. En cuanto a CA los libros colombianos, en todos los ciclos y los españoles en su mayoría consideran este control en más del 20% de las tareas. En ambos casos C3 es donde aparece un porcentaje mayor de tareas y C1 donde está el menor. Este control es contemplado de forma similar en los libros de ambos países: es una CCm para la que los porcentajes de tareas ascienden de un ciclo a otro y en ningún caso es el control con menor porcentaje. Pero, es en los libros colombianos donde independientemente del ciclo hay un mayor porcentaje de tareas que en los españoles; además, mientras que los porcentajes son muy similares en los dos primeros ciclos y hay un aumento significativo en el tercero, en los españoles los porcentajes son muy diferentes de un ciclo a otro y solo en el primero es menor del 8%.

Para la MA, este control aparece en todos los ciclos de los libros colombianos y en la mayoría de los españoles. En ambos casos es una CCM, pero en el caso colombiano los porcentajes son cíclicos y en ninguno de los ciclos es la clase de control con un porcentaje menor. En el caso español los porcentajes son descendentes y en dos de los ciclos es el control con menor porcentaje. Además, en el caso español, esta clase de control aparece con porcentajes similares. En los libros colombianos y en los españoles los porcentajes varían entre el 20% y el 32.96%.

Si se realiza una comparación entre las tareas de CA y las de MA que ejercen este tipo de control, en el primer caso los porcentajes son menores que en el segundo, siendo el ciclo C2 donde los porcentajes son mayores en ambos casos y C3 donde son menores.

Los mayores porcentajes de tareas con esta clase de control simple se incluyen en las tareas de PA. En todos los ciclos, en el caso español, y en la mayoría del colombiano más de la tercera parte de las tareas contemplan esta clase de control. En los libros de ambos países, es una CCM y es el control predominante en dos de los ciclos pero no es la de menor porcentaje en ninguno. En el caso español, descienden los porcentajes de un ciclo a otro pero en el caso colombiano se promueven de forma no descendente. Los porcentajes son significativamente distintos de un ciclo al siguiente y en ningún caso son despreciables. En cuanto a dónde se tienen en cuenta los mayores y menores porcentajes de este tipo de tareas, el comportamiento es distinto de un caso a otro, si en el colombiano el porcentaje mayor está en C3 en el español sucede en C1; y si en el colombiano el porcentaje menor está en C1 en el español sucede en C3.

Lo anterior indica que PA es el único tópico en el que el control simple tiene mayores porcentajes en todos los ciclos para el caso español y en la mayoría del colombiano. Más de la mitad de las tareas tienen este tipo de control en solo uno de los ciclos en los libros colombianos, aunque en los españoles esta característica se mantiene a lo largo de todos los ciclos educativos.

Estos resultados no resultan extraños pues en la mayoría de las tareas que consideran simultáneamente el área y el perímetro, las relaciones posibles entre estas dos magnitudes no suelen ser objetos de reflexión; al contrario, la atención recae de forma exclusiva en un cálculo aritmético de las medidas de cada una de ellas. El control simple, se considera en todos los ciclos de CA y en la mayoría de MA en el caso colombiano, mientras que el español lo hace en la mayor parte de los ciclos en PA.

En resumen, los resultados previos demuestran que los libros de ambos países en todos los ciclos de los tópicos CA y MA consideran el control por refuerzo con mayores porcentajes que el control simple y el ambiguo, salvo en el primer ciclo de MA que en los libros españoles no aparecen tareas con este tipo de control. En cuanto a PA, el control simple es el más contemplado en la mayoría de los ciclos, el control por refuerzo el menos contemplado en uno de ellos y el ambiguo en los libros colombianos se asume con porcentajes más altos que en el resto de ciclos de los demás tópicos. Los porcentajes del control por refuerzo disminuyen de un ciclo a otro en uno de los tópicos de los libros españoles (CA), el ambiguo en uno en los libros colombianos (PA) y en dos de los españoles (MA y PA). Los porcentajes correspondientes al control simple son descendentes en la mayoría de los tópicos de los libros españoles (MA y PA).

4.3 Análisis global comparativo

Los datos presentados en la tabla 5 indican que en los libros colombianos y españoles el control por refuerzo es el predominante y el ambiguo el menor porcentaje en todos los tópicos.

	CA				MA				PA			
	Col.		Esp.		Col.		Esp.		Col.		Esp.	
Control	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
Simple	262	29.74	129	22.63	94	27.98	154	26.69	25	39.06	58	43.61
Refuerzo	571	64.81	427	74.91	224	66.66	365	63.26	29	45.31	71	53.38
Ambiguo	48	5.45	14	2.46	18	5.36	58	10.05	10	15.62	4	3.01
Total	881	100	570	100	336	100	577	100	64	99.99	133	100

Tabla 5. Análisis global comparativo por países: clases de control visual en los tópicos de área. Frecuencias y porcentajes de tareas

El control por refuerzo aparece en las tareas correspondientes a todos los tópicos de los libros españoles y en la mayor parte de los colombianos en más de la mitad de las tareas; en ambos casos, PA es el tópico donde el porcentaje de tareas que lo incluyen es menor mientras que el mayor se corresponde con MA para el caso colombiano y CA para el español. Tanto en el tópico CA como en el PA los libros españoles consideran porcentaje mayores de tareas con el control por refuerzo que los colombianos.

En cuanto al control ambiguo se tiene en cuenta en los libros de ambos países en porcentajes reducidos en la mayoría de los tópicos aunque para PA y MA los libros colombianos y españoles, respectivamente, lo incluyen en más del 10% de las tareas, mientras que en CA, en el caso colombiano, y PA, en el español, aparece con porcentajes casi despreciables. A diferencia del control por refuerzo, en el ambiguo se incluye en los libros colombianos en la mayoría de los ciclos con porcentajes mayores que los españoles (CA y PA). Los porcentajes mayores y menores de tareas con un control ambiguo son, en los libros colombianos, en PA y en CA respectivamente, mientras que en los españoles se da en MA y CA respectivamente.

Los libros de ambos países asumen un control simple en más la tercera parte de las tareas de PA pero es para MA en el caso colombiano y CA en el español donde los porcentajes son menores. Igual que sucedió con el control ambiguo en este caso son los libros colombianos los que tienen porcentajes mayores de tareas que los españoles con el control simple para CA y MA.

Si se hace el análisis por ciclos (tabla 6) el control por refuerzo aparece en la mayoría en los libros de los dos países. En ambos casos C1 es donde el porcentaje de tareas es mayor, mientras que en C3 está el menor. En todos los ciclos los libros españoles consideran porcentajes mayores de tareas con un control por refuerzo que los colombianos.

Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles

	C1				C2				C3			
	Col.		Esp.		Col.		Esp.		Col.		Esp.	
Control	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
Simple	102	25.82	9	9.77	165	29.73	99	26.4	114	34.44	233	28.69
Refuerzo	271	68.61	82	88.17	360	64.86	253	67.47	193	58.31	528	65.02
Ambiguo	22	5.57	2	2.15	30	5.4	23	6.13	24	7.25	51	6.28
Total	395	100	93	100.01	555	99.99	375	100	331	100	812	99.99

Tabla 6. Análisis global comparativo por países: clases de control visual en los ciclos educativos. Frecuencias y porcentajes de tareas

El control ambiguo aparece en los libros de ambos países con porcentajes reducidos en todos los ciclos y que en ningún caso superan el 8% de las tareas. En este control los libros colombianos tienen mayores porcentajes de tareas que lo consideran que los españoles en la mayoría de los ciclos (C1 y C3). En C3 es donde los libros de los dos países contemplan mayores porcentajes de tareas con este tipo de control mientras que en C1, caso español, y en C2, caso colombiano, es donde se aparecen los porcentajes menores.

En cuanto al control simple los porcentajes son superiores al 30% en solo uno de los ciclos de los libros colombianos (C3) y es menor del 10% en uno de los españoles (C1), mientras que en el resto varía entre el 25.82% y el 29.73%. En los libros de ambos países el porcentaje menor se encuentra en C1 y el mayor en C3. Al comparar los libros colombianos con los españoles según los porcentajes de tareas con control simple, son los colombianos quienes en todos los ciclos presentan mayores porcentajes que los españoles.

Lo anterior demuestra que a nivel global las tres clases de control aparecen en los libros de ambos países de forma similar, pues, los controles simple y ambiguo son una CCm (el primero no es el control menor en ninguno de los ciclos ni de los tópicos mientras que en el segundo lo es en todos) y el control por refuerzo es una CCM siendo el predominante en todos los ciclos y todos los tópicos. Por otra parte, los controles simple y ambiguo aparecen en porcentajes que no decrecen a lo largo de los ciclos educativos- El primero, en el caso español es considerado en menos de la cuarta parte de las tareas en uno de los ciclos mientras que el segundo es incluido en porcentajes muy reducidos. Con respecto al control por refuerzo aparece en más de la mitad de las tareas en todos los ciclos en los libros de los dos países.

Además, mientras que los libros colombianos en todos los ciclos proponen mayores porcentajes de tareas que los españoles con un control simple, los segundos hacen lo propio con el control por refuerzo; en cuanto al control ambiguo, solo en uno de los ciclos los textos españoles se imponen sobre los colombianos.

De forma sintética se condensa en la tabla 7 la información presentada en los análisis local y global, donde cada control es caracterizado en función de tres aspectos: clase de control (CCm, CCI, CCM), como varían los porcentajes a lo largo de los ciclos educativos (D, ND) y un par ordenado donde la primera componente del par alude al número de ciclos o tópicos donde el control es el predominante y la segunda donde es la menor.

Análisis local			Análisis global
CA	MA	PA	

Control	País	Naturaleza del control + forma en que se induce + (# predominante, # menor)			
Simple	COL	CCm+ND+(0,0)	CCm+ND+(0,0)	CCM+ND+(2,0)	CCm+ND+(0,0)
	ESP	CCm+ND+(0,0)	CCm+D+(0,1)	CCM+D+(2,0)	CCm+ND+(0,0)
Refuerzo	COL	CCM+ND+(3,0)	CCM+ND+(3,0)	CCI+ND+(1,1)	CCM+D+(6,0)
	ESP	CCM+D+(3,0)	CCM+ND+(2,0)	CCI+ND+(1,1)	CCM+D+(6,0)
Ambiguo	COL	CCm+ND+(0,3)	CCm+ND+(0,3)	CCm+D+(0,2)	CCm+ND+(0,6)
	ESP	CCm+ND+(0,3)	CCm+D+(0,3)	CCm+D+(0,2)	CCm+ND+(0,6)

Tabla 7. Caracterización de los libros de texto colombianos y españoles según la manera como se promueven cada una de las clases de control visual asumidas en la investigación.

Los resultados de los análisis local y global nos permiten determinar en qué libros y para qué tópicos se generan condiciones más propicias de cada control. El análisis local (tabla 7) demuestra que para CA y PA los controles aparecen en igualdad de condiciones en los libros de ambos países, en MA. Por otro lado, el control ambiguo es considerado en igualdad de condiciones por libros colombianos y españoles, mientras que el simple y el de refuerzo son asumidos en condiciones más propicias por los libros colombianos. En cuanto a las clases de control predominantes para CA y MA el control por refuerzo es el que se impone en los libros de ambos países seguido del control simple y del ambiguo. En PA, al contrario, el control simple es el más considerado y el ambiguo el que lo es en menor medida. El análisis global (tabla 7) evidencia que el control por refuerzo es el más considerado, mientras que el ambiguo lo es menos.

Conclusión

Un estudio comparativo de libros por tópicos y ciclos nos permite comprender, a partir de las similitudes y diferencias encontradas entre los libros de los dos países, cómo los controles visuales se contemplan en las tareas al tratar el concepto de área. En este sentido, el análisis de los datos ha arrojado una serie de resultados cuya interpretación desvela algunas conclusiones que merecen ser destacadas:

1- En las tareas de los libros analizados, e independientemente del país de procedencia, existe un claro desequilibrio entre las tres clases de control visual: mientras que el control por refuerzo es el más considerado, el simple ocupa el segundo lugar y el ambiguo apenas es contemplado. El análisis local demuestra que en los libros de ambos países el desequilibrio se mantiene en todos o la mayoría de ciclos educativos donde se tratan los tópicos de cantidad y medida de área, mas no en las tareas sobre perímetro-área. El control por refuerzo, tanto en los libros colombianos como españoles, es el más considerado en todos los ciclos educativos en las tareas sobre la cantidad de área y solo en uno en las de las relaciones perímetro-área. El control ambiguo solo destaca en un ciclo en uno de los tópicos: medida de área (caso español) y relación perímetro-área (caso colombiano). Y el control simple se contempla en la mayoría de los ciclos en que los libros de ambos países consideran tareas sobre la relación perímetro-área.

2- En cuanto a cómo varían los controles visuales entre los ciclos en los libros, el análisis global demuestra que en ambos países todos los controles aparecen de igual forma en los diferentes ciclos, aunque los controles simple y ambiguo lo hacen de forma distinta que el de refuerzo. El análisis local indica, por otro lado, que en todos los

tópicos los controles visuales no varían de un ciclo a otro de igual forma. Esto sucede en las tareas sobre medida del área y la relación perímetro-área para el control simple, mientras sólo ocurre en uno de los tópicos tanto para el control por refuerzo (cantidad de área) como para el ambiguo (medida de área).

3- Examinando la relación entre las clases de control y los diferentes tópicos, el análisis global resalta que el control por refuerzo es el más usado mientras que el ambiguo lo es en un porcentaje menor de tareas. El análisis local, destaca que el control por refuerzo aparece en la mayoría de las tareas, mientras que el control simple destaca en las tareas sobre la relación perímetro-área y el ambiguo, independientemente del tópico, es el que se incluye en un porcentaje de tareas menor. Solo en uno de los tópicos (medida de área) los controles simple y por refuerzo muestran condiciones distintas en los libros de los dos países, siendo los colombianos los que más lo contemplan. El control ambiguo se considera en igualdad de condiciones en los libros de ambos países.

La caracterización anterior es una herramienta para los profesores pues para desarrollar la visualización en los alumnos en torno al concepto de área, es necesario reconocer las clases de control ejercidas en las tareas de los libros de texto para seleccionar de forma equilibrada las tareas que deberán realizar sus alumnos.

El educador tendrá de esta forma criterios para ignorar algunas de las tareas con cierto tipo de control o diseñar otras que lo tengan en cuenta e intervenir de forma efectiva cuando sus estudiantes las realicen. Por ejemplo, si el objetivo es evaluar la capacidad visual, entonces es necesario privilegiar las tareas que brinden un mayor grado de autonomía a quien les resuelve para que puedan seleccionar el tipo de visualización apropiado o discriminar los aspectos visuales que deben ser considerados. En este sentido, las tareas que promueven controles ambiguo y simple serían las más óptimas.

Por otra parte, si el objetivo es que una definición, propiedad o fórmula sea aplicada, podría suceder que no sea considerado en la tarea, lo cual es más probable en tareas que incluyen el control por refuerzo o ambiguo. En el primer caso, ante la presencia de varios elementos de control que inciden sobre un mismo aspecto de la secuencia visual podría considerarse unos en detrimento de otros, y si el elemento de control de contenido es el ignorado entonces el aspecto matemático en cuestión no sería contemplado. Mientras, que en el segundo caso, al ser varios los tipos de visualización promovidos el privilegiado podría promover un contenido ajeno al estudiado.

Es importante señalar que los libros incluyen numerosas tareas donde se contemplan otras actividades cognitivas (razonamientos o la verificación de procedimientos) sin tener en cuenta el significado del concepto matemático en estudio (Lithner, 2004; Mesa, 2004). En consecuencia, el elevado porcentaje de tareas con un control por refuerzo unido a los que inducen un control ambiguo, podrían fomentar lo anterior. En este caso, es el educador, a través de sus intervenciones, y el estudiante, por medio de sus elecciones, quienes determinan si el propio significado del concepto matemático estudiado es, o no, considerado en las tareas de área donde interviene la visualización.

Los estudiantes desarrollan visualizaciones poco económicas y engorrosas que determinan tratamientos aritméticos que no son potentes para comprender el concepto

de área, tratamientos que son reforzados por los educadores, quienes desconocen el papel que desempeña la visualización en relación a este concepto (Marmolejo y Vega, 2012). Lo anterior nos lleva a afirmar como condiciones básicas para que los libros constituyan un importante recurso para desarrollar la visualización y la comprensión del concepto de área, una mayor sensibilidad por parte de los equipos de profesionales que diseñan los libros y de aquellos que lideran los programas de cualificación y formación de educadores matemáticos hacia los resultados de investigaciones como la aquí presentada. A través de los libros guía diseñados para los profesores y de las temáticas abordadas en los programas de formación, debería enfatizarse no sólo la importancia del desarrollo de la visualización en matemáticas, sino también considerar las posibilidades y los limitantes de ciertas herramientas metacognitivas como son las clases de control visual estudiadas en esta investigación.

Si bien estos resultados y conclusiones son importante para que el área sea considerada como un contenido donde el desarrollo de la visualización sea factible, (lo que debería tenerse en cuenta en la enseñanza de la geometría) (Marmolejo y Vega, 2012) no obstante, en sí mismos no permiten determinar en qué tópicos o ciclos uno u otro control tienden a desarrollar la visualización, dote de sentido al concepto de área; o, bien se constituya en un obstáculo. Por ejemplo, como se ha insistido en este escrito, a pesar que el control por refuerzo resalta los elementos de una figura o las acciones visuales a considerar sobre ella mediante la aplicación de variados elementos de control, es posible que el usuario del libro considere solo uno de ellos e ignore el resto, entonces ¿cuáles serían las consecuencias visuales o conceptuales de tal decisión? ¿Según la decisión adoptada es posible reflexionar sobre comportamientos propios asociados con las matemáticas en general y con las figuras bidimensionales en particular o por el contrario, llevan a considerar formas de proceder ajenas en uno y otro caso? ¿es posible que mientras en unos tópicos o ciclos, el control por refuerzo pueda ser una herramienta metacognitiva que favorece el desarrollo visual y el uso de la visualización en el estudio del área, en otros constituya un obstáculo? Preguntas similares se plantean para las otras clases de control estudiadas en la investigación.

Tomando en consideración este estado de cosas, es necesario el desarrollo de futuras investigaciones que permitan determinar de qué forma y en que tópicos o ciclos educativos los controles visuales considerados en las tareas, intervienen en el desarrollo de la visualización y para la comprensión del concepto de área. En el mismo sentido, es determinante considerar cuál es el papel que profesores y estudiantes asignan a los controles visuales en los libros cuando se enseña o aprende el concepto de área de superficies planas.

Bibliografía

- Balacheff, N. y Gaudin, N. (2010). Modeling Students' Conceptions: The Case of Function. *Issues in Mathematics Education*, 16, 183-211.
- Blair, C. y Razza, R.P. (2007). Relating effortful control, executive function, and false belief understanding to emerging math and literacy ability in kindergarten. *Child Development*, 78 (2), 647-663

- Burgermeister, P. y Coray, M. (2008). Processus de contrôle en résolution des problèmes dans le cadre de la proportionnalité des grandeurs: Une analyse descriptive. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(1), 63-105
- Cleary, T.J. y Zimmerman, B.J. (2004). Self-regulation empowerment program: a school-based program to enhance self-regulated and self-motivated cycles of student learning. *Psychology in the Schools*, 41(5), 537-550.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizaje intelectuales*. Traducción realizada por Myriam Vega Restrepo, (1ª ed.). Colombia: Artes Gráficas Univalle.
- De Araújo, A.J. y Dos Santos, M.C. (2009). Avaliação Externa do Projovem: o caso de áreas e volumes. *Boletim de Educação Matemática*, 22(33), 23-49
- De Carvalho, D.G. (2013). Análise praxeológica da área de figuras geométricas planas no guia de estudo do Projovem Urbano. Conferencia presentada en el XI Encontro Nacional de educação Matemática (18-21 de junio). Curitiba (Brasil)
- Espy, K.A., McDiarmid, M.M., Cwik, M.F., Stalets, M.M., Hamby, A. y Senn, T. (2004). The contribution of executive functions to emergent mathematics skill in pre-school. *Developmental Neuropsychology*, 26(1), 465-486
- Falduto, V.R. (2008). *A Content Analysis of Contemporary College Algebra Textbooks: Applications of Visualization Strategies*. Tesis Doctoral. No publicada. Nova Southeastern University. Estados Unidos.
- Flavell (1976). Metacognitive aspects of problema solving, en Resnick, L.B. (ed). *The nature of intelligence*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Garofalo, J. y Lester, F. K. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(3), 163-176
- González, M. T y Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de textos de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(3), 389-408
- Kim, R.Y. (2012). The quality of non-textual elements in mathematics textbooks: an exploratory comparison between South Korea and the United States. *ZDM*. 44 (2), 175-187
- Kramarski, B., Weisse y I. Kololshi-Minsker, I. (2010). How can self-regulated learning support the problem solving of third-grade students with mathematics anxiety? *The International Journal on Mathematics Education*, 42(2), 179-193.
- Lithner, J. (2004). Mathematical reasoning in calculus textbook exercises. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(4), 405-427
- Love, E. y Pimm, D. (1996). "This is so": a text on texts. En A.J. Bishop et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 371-409). Dordrecht Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Marmolejo, G.A. y González, M.T. (2013a). Función de la visualización en la construcción del área de figuras bidimensionales. Una metodología de análisis y su aplicación a un libro de texto. *Revista Integración*, 31(1), pp. 87-106.
- Marmolejo, G.A. y González, M.T. (2013b). Visualización en el área de regiones poligonales. Una metodología de análisis de textos escolares. *Revista Educación Matemática*, 25(3), 61-102
- Marmolejo, G.A. y González, M.T. (2014). Control Visual en la construcción del área de superficies planas en los textos escolares. Una metodología de análisis. *Relime*,

- Marmolejo, G. y Vega, M. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación Matemática*, 24(3), 9-34
- Mesa, V. (2004). Characterizing practices associated with functions in middle school textbooks: an empirical approach. *Educational Studies in Mathematics* 56 (2-3), 255–286.
- Mesa V. (2010). Strategies for controlling the work in mathematics textbooks for introductory calculus. *Research in Collegiate Mathematics Education*, 7(16), 235-265.
- Mesquita, A. (1989). *L'Influence d'aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géométrie: éléments pour une typologie*. Disertación doctoral no publicada, Université de Strasbourg, Strasbourg. Francia.
- Oberle, E. (2013). Relations among peer acceptance inhibitory control, and math achievement in early adolescence. *Journal of applied developmental psychology*, 34(1), 45-51
- Olmo, M.A. Moreno, M.F. Gil, F. (1989). Superficies y volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas? *Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Editorial Síntesis.
- Presmeg, N. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. En A. Gutierrez y P. Boero (Eds.). *Handbook on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. Sense Publishers, 205-235
- Rigo, M., Páez, D.A. y Gómez, B. (2010). Prácticas metacognitivas que el profesor de nivel básico promueve en sus clases ordinarias de matemáticas. Un marco interpretativo. *Enseñanza de las ciencias*, 28(3), 405-416
- Schneider, W. y Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 42(2), 149–161.
- Schoenfeld, A. H. (1987). What's the fuss about metacognition? En A. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189–215). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan.
- Whitebread, D. y Coltman, P. (2010). Aspects of pedagogy supporting metacognition and mathematical learning in young children; evidence from an observational study. *The International Journal on Mathematics Education*, 42(2), 163-178.
- Yerushalmy, M. (2005) Function of Interactive Visual Representations in Interactive Mathematical Textbooks. *International Journal of Computers for Mathematical learning*, 10 (3), 217-249.

ANEXO 6.1

<i>ESTRUCTURAS VISUALES/CS-415 tareas</i>												
<i>TÓPICOS Y CICLOS DE ENSEÑANZA</i>												
TÓPICO	ESTRUCTURAS DE CONTROL	C1		C2		C3		TOTAL				
		GRADO		GRADO		GRADO						
		1	2	3	4	5	6					
CA	V	CPV	4	5	9	37	5	42	2	10	12	63
		CV	0	4	4	1	0	1	0	0	0	5
		PV	0	3	3	8	1	9	6	1	7	19
	I	CPIV	0	0	0	3	1	4	0	5	5	9
		IPV	0	0	0	0	2	2	0	1	1	3
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	4	0	4	0	0	0	0	0	0	0
	D	IP	4	0	4	0	0	0	0	0	0	4
		P	9	20	29	17	10	27	6	14	20	78
C		0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	
		CP	4	23	27	25	22	47	3	7	10	84
MA	V	CPV	0	18	18	15	15	30	35	0	35	83
		CV	0	1	1	6	1	7	2	0	2	10
		PV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	I	CPIV	0	1	1	0	3	3	0	0	0	4
		IPV	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	D	IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		P	0	1	1	1	5	6	2	0	2	9
C		0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	
		CP	0	8	8	0	11	11	5	0	5	24
PA	V	CPV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CV	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
		PV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	I	CPIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IPV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	D	IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		P	0	1	1	0	0	0	1	0	1	2
C		0	2	2	0	0	0	7	0	7	9	
		CP	0	0	0	2	0	2	0	0	0	2
TOTAL			25	89	114	115	79	194	69	38	107	415

ANEXO 6.2

<i>ESTRUCTURAS VISUALES/CSM-424 tareas</i>												
<i>TÓPICOS Y CICLOS DE ENSEÑANZA</i>												
TÓPICO	ESTRUCTURAS DE CONTROL	C1			C2			C3		TOTAL		
		GRADO		GRADO	GRADO		GRADO	GRADO				
		1	2	3	4	5	6					
CA	V	CPV	12	28	40	24	14	38	17	11	28	106
		CV	0	3	3	9	2	11	3	8	11	25
		PV	5	6	11	1	4	5	2	3	5	21
	I	CPIV	3	1	4	0	0	0	1	0	1	5
		IPV	3	0	3	0	0	0	0	0	0	3
		CIV	6	0	6	0	0	0	0	0	0	6
		CI	3	0	3	0	0	0	2	0	2	5
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IP	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
		D	P	2	5	7	5	9	14	9	10	19
C	2		0	2	6	0	6	1	0	1	9	
CP	3		13	16	1	7	8	11	7	18	42	
MA	V	CPV	0	2	2	4	21	25	2	1	3	30
		CV	0	0	0	12	4	16	11	1	12	28
		PV	0	9	9	0	3	3	1	0	1	13
	I	CPIV	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
		IPV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIV	0	0	0	0	0	0	6	0	6	6
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		D	P	0	3	3	4	2	6	6	5	11
C	0		10	10	8	8	16	5	1	6	32	
CP	0		4	4	1	4	5	0	0	0	9	
PA	V	CPV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CV	1	0	1	1	0	1	3	0	3	5
		PV	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
	I	CPIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IPV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CI	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
		CIP	5	0	5	0	0	0	0	0	0	5
		IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		D	P	1	0	1	1	0	1	0	0	0
C	3		0	3	3	1	4	0	0	0	7	
CP	0		0	0	1	0	1	0	0	0	1	
TOTAL		50	85	135	81	79	160	82	47	129	424	

ANEXO 6.3

<i>ESTRUCTURAS VISUALES/CV-442 tareas</i>												
<i>TÓPICOS Y CICLOS DE ENSEÑANZA</i>												
TÓPICO	ESTRUCTURAS DE CONTROL	C1			C2			C3		TOTAL		
		GRADO		GRADO	GRADO		GRADO					
		1	2	3	4	5	6					
CA	V	CPV	0	8	8	25	14	39	2	9	11	58
		CV	8	4	12	3	6	9	0	5	5	26
		PV	14	12	26	0	20	20	0	5	5	51
	I	CPIV	0	3	3	5	0	5	1	0	1	9
		IPV	10	23	33	4	1	5	0	2	2	40
		CIV	0	1	1	1	0	1	0	0	0	2
		CI	0	3	3	0	0	0	1	0	1	4
		CIP	0	6	6	3	5	8	0	0	0	14
	D	IP	6	0	6	0	1	1	9	0	9	16
		P	13	10	23	12	11	23	4	29	33	79
C		1	1	2	2	3	5	7	0	7	14	
	CP	0	4	4	17	3	20	10	2	12	36	
MA	V	CPV	0	6	6	6	17	23	0	0	0	29
		CV	0	3	3	3	3	6	0	0	0	9
		PV	0	0	0	3	0	3	0	0	0	3
	I	CPIV	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
		IPV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	D	IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		P	0	0	0	6	3	9	2	0	2	11
C		0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	
	CP	0	0	0	6	1	7	4	0	4	11	
PA	V	CPV	0	6	6	0	11	11	0	0	0	17
		CV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		PV	0	2	2	0	0	0	0	0	0	2
	I	CPIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IPV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	D	IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		P	0	1	1	0	2	2	0	0	0	3
C		0	0	0	1	1	2	2	0	2	4	
	CP	0	1	1	0	0	0	1	0	1	2	
TOTAL			52	94	146	98	103	201	43	52	95	442

ANEXO 6.4

ESTRUCTURAS VISUALES/ES- 400 tareas												
TÓPICOS Y CICLOS DE ENSEÑANZA												
TÓPICO	ESTRUCTURAS DE CONTROL	C1		C2		C3		TOTAL				
		GRADO		GRADO		GRADO						
		1	2	3	4	5	6					
CA	V	CPV	0	0	1	25	3	28	10	4	14	43
		CV	0	0	0	0	0	0	2	13	15	15
		PV	0	15	15	11	4	15	9	1	10	40
	I	CPIV	0	3	3	0	0	0	3	4	7	10
		IPV	2	0	2	0	0	0	1	0	1	3
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		D	P	0	2	2	2	1	3	0	6	6
	C		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	CP		0	0	0	10	0	10	0	8	8	18
MA	V	CPV	0	0	0	20	0	20	77	26	103	123
		CV	0	0	0	2	0	2	2	22	24	26
		PV	0	0	0	4	0	4	9	5	14	18
	I	CPIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IPV	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		D	P	0	0	0	6	0	6	3	26	29
	C		0	0	0	0	0	0	2	23	25	25
	CP		0	0	0	2	0	2	9	3	12	14
PA	V	CPV	0	0	0	3	0	3	0	0	0	3
		CV	0	0	0	4	0	4	6	0	6	10
		PV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	I	CPIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IPV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		D	P	0	0	0	2	0	2	2	0	2
	C		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	CP		0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
TOTAL		2	21	23	92	8	100	136	141	277	400	

ANEXO 6.5

ESTRUCTURAS VISUALES/ESM- 457 tareas												
TÓPICOS Y CICLOS DE ENSEÑANZA												
TÓPICO	ESTRUCTURAS DE CONTROL	C1		C2		C3		TOTAL				
		GRADO	GRADO	GRADO	GRADO	GRADO	GRADO					
		1	2	3	4	5	6					
CA	V	CPV	0	6	6	5	33	38	10	0	10	54
		CV	2	0	2	15	6	21	9	5	14	37
		PV	7	4	11	2	7	9	6	6	12	32
	I	CPIV	0	5	5	0	0	0	2	0	2	7
		IPV	2	4	6	0	0	0	1	0	1	7
		CIV	0	0	0	2	0	2	0	0	0	2
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	5	0	5	0	1	1	0	0	0	6
	D	IP	4	0	4	0	0	0	0	0	0	4
		P	1	0	1	1	1	2	18	0	18	21
C		0	0	0	10	9	19	3	3	6	25	
		CP	0	2	2	11	1	12	17	2	19	33
MA	V	CPV	0	0	0	0	0	0	9	41	50	50
		CV	0	0	0	0	0	0	21	38	59	59
		PV	0	0	0	0	0	0	4	6	10	10
	I	CPIV	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3
		IPV	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	5	5	5
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	D	IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		P	0	0	0	0	0	0	4	16	20	20
C		0	0	0	0	0	0	1	3	4	4	
		CP	0	0	0	0	0	2	20	22	22	
PA	V	CPV	0	0	0	2	0	2	0	0	0	2
		CV	0	0	0	2	6	8	7	4	11	19
		PV	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
	I	CPIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IPV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
	D	IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		P	0	1	1	2	1	3	2	2	4	8
C		0	0	0	15	0	15	0	0	0	15	
		CP	0	0	0	0	0	6	3	9	9	
TOTAL			21	23	44	67	67	134	122	157	279	457

ANEXO 6.6

ESTRUCTURAS VISUALES/EA- 423 tareas												
TÓPICOS Y CICLOS DE ENSEÑANZA												
TÓPICO	ESTRUCTURAS DE CONTROL	C1			C2			C3			TOTAL	
		GRADO		GRADO	GRADO		GRADO	GRADO				
		1	2	3	4	5	6					
CA	V	CPV	0	6	6	12	26	38	16	0	16	60
		CV	0	7	7	0	19	19	18	0	18	44
		PV	0	4	4	7	19	26	5	0	5	35
	I	CPIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IPV	0	6	6	0	2	2	0	0	0	8
		CIV	0	1	1	0	7	7	0	0	0	8
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		D	P	0	0	0	3	5	8	1	0	1
	C		0	2	2	2	16	18	1	0	1	21
	CP		0	0	0	6	3	9	5	3	8	17
MA	V	CPV	0	0	0	0	3	3	66	22	88	91
		CV	0	0	0	0	0	0	20	14	34	34
		PV	0	0	0	1	2	3	2	3	5	8
	I	CPIV	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
		IPV	0	0	0	0	0	0	2	0	2	2
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	5	5	5
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		D	P	0	0	0	0	1	1	12	3	15
	C		0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
	CP		0	0	0	0	0	0	1	2	3	3
PA	V	CPV	0	0	0	0	0	0	0	20	20	20
		CV	0	0	0	1	0	1	1	17	18	19
		PV	0	0	0	2	0	2	1	0	1	3
	I	CPIV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IPV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIV	0	0	0	0	0	0	0	3	3	3
		CI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		CIP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		IP	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
		D	P	0	0	0	3	1	4	0	8	8
	C		0	0	0	0	0	0	0	2	2	2
	CP		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL		0	26	26	37	104	141	153	103	256	423	