



**VNiVERSiDAD
D SALAMANCA**



TRABAJO DE FIN DE GRADO EN MAESTRO EDUCACIÓN PRIMARIA

PORTADA

ESCUELA UNIVERSITARIA DE MAGISTERIO DE ZAMORA

TRABAJO FIN DE GRADO EN MAESTRO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

DIFICULTADES DEL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

AUTOR: Laura Corcero Corcero

TUTOR: Santiago Vicente Martín

Zamora, 13 de Junio de 2013

RESUMEN

El objetivo principal de este trabajo es comprobar cómo el uso de ayudas en la resolución de problemas, mejora los resultados de los alumnos.

Bien es sabido por todo que las matemáticas son una asignatura compleja en la que se trabajan multitud de contenidos entre los cuales está la resolución de problemas. Mi trabajo se centra en analizar uno de los modelos de resolución de problemas y sobre todo, el tipo de ayudas que se pueden ofrecer a los alumnos a través de la instrucción en la resolución de problemas.

Además, en este trabajo tengo en cuenta qué son y cómo se diagnostican las dificultades del aprendizaje de las matemáticas y hago un breve análisis de los tipos de problemas que existen y los que más aparecen en los libros de texto.

Para fundamentar mi objetivo en casos prácticos y por tanto, demostrables, realicé una intervención con alumnos de entre 7 y 8 años de edad para dejar constancia de la importancia de la utilización de ayudas en la resolución de problemas. En esta intervención los alumnos debían resolver 3 problemas distintos en 3 diferentes fases: a) los alumnos realizan individualmente los problemas, b) realizan esos mismos problemas pero con las ayudas que les voy explicando, c) los estudiantes vuelven a efectuar los problemas de forma individual después de explicárselos con ayudas, y d) los alumnos ejecutan los mismos tipos de problemas pero con cantidades inferiores y redactados de forma más real, adaptados a los problemas de la vida cotidiana.

Finalmente, examino los resultados de cada una de las fases y los analizo en base a la teoría previa extraída de diferentes autores para concluir afirmando que, la instrucción en la resolución de problemas ayuda a los alumnos a resolverlos mejor puesto que, se detienen a razonar las estrategias que deben usar para su ejecución.

ÍNDICE

1- INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN	4
2- OBJETIVO	4
3- ESTADO DE LA CUESTIÓN	4
3.1- DIFICULTADES DEL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS	5
3.2- MODELO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	8
3.3- TIPOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.....	11
3.4- LOS PROBLEMAS DE LOS LIBROS DE TEXTO	17
3.5- LA INSTRUCCIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	20
4- ESTUDIO EMPÍRICO	25
4.1- PREDICCIONES.....	25
4.2- PROCEDIMIENTO Y MÉTODO	29
5- RESULTADOS.....	39
6-CONCLUSIÓN.....	42
7-BIBLIOGRAFÍA.....	50
ANEXO 1.....	52

1- INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

Con este trabajo pretendo ofrecer unas pautas sobre la metodología que se debería aplicar en los colegios para la enseñanza de las matemáticas fundamentalmente, en la resolución de problemas en los primeros niveles de la Educación Primaria.

He decidido centrar mi trabajo en el análisis sobre las ayudas en la resolución de problemas porque observando el aprendizaje de los alumnos en el colegio, he percibido como la mayoría resuelven los problemas de forma rutinaria sin fijarse en el enunciado.

Los alumnos leen el enunciado del problema y operan con los datos que tienen sin reflexionar sobre lo que se les están preguntando. En muchas ocasiones buscan una palabra clave o un verbo que les ayude a decidir qué operación elegir sin relacionar los conjuntos entre sí para obtener una estructura organizada y poder darle significado al problema planteado. Además, los alumnos están acostumbrados a resolver problemas estandarizados alejados en muchos casos de situaciones de la vida real y por consiguiente, sin ningún interés para los alumnos.

Por tanto, con este trabajo pretendo demostrar cómo a través de ayudas los alumnos mejoran sus resultados puesto que, acaban interiorizando esas estrategias en la resolución de problemas.

2- OBJETIVO

El objetivo principal de este trabajo es demostrar que el uso de diferentes ayudas en la resolución de problemas matemáticos, mejora los resultados de los alumnos porque a través de estas estrategias van razonando su ejecución.

3- ESTADO DE LA CUESTIÓN

En este apartado haré referencia a las cuestiones teóricas necesarias para argumentar mi trabajo con las opiniones de diversos autores.

3.1- DIFICULTADES DEL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Matemáticas es una de las materias que más horas semanales se imparte en las aulas y sin embargo, es la asignatura con mayores dificultades.

Los mayores problemas se centran en la aritmética, en los aspectos relacionados con el cálculo y la resolución de problemas.

Si observamos el informe PISA, comprobaremos que los alumnos españoles se sitúan por debajo de la media de la OCDE, superados por alumnos de Italia, Portugal y Francia, entre otros. Con lo cual, habrá que analizar qué es lo que estamos haciendo mal los maestros para que nuestros alumnos no comprendan esta asignatura.

■ Resultados en matemáticas				■ en lectura		■ en ciencias	
Posición	País		Puntuación	Posición	Puntuación	Posición	Puntuación
1	Corea		554	2	536	4	538
2	Japón		536	1	538	1	547
3	Suiza		531	12	509	12	515
4	Países Bajos		523	10	511	8	522
5	Estonia		521	7	516	3	541
6	Finlandia		519	3	524	2	545
7	Canadá		518	5	523	6	525
8	Polonia		518	6	518	5	526
9	Bélgica		515	11	509	17	505
10	Alemania		514	13	508	7	524
11	Austria		506	22	490	16	506
12	Australia		504	9	512	10	521
13	Irlanda		501	4	523	9	522
14	Eslovenia		501	31	481	13	514
15	Dinamarca		500	19	496	20	498
16	Nueva Zelanda		500	8	512	11	516
17	República Checa		499	20	493	15	508
18	Francia		495	14	505	19	499
19	Promedio OCDE		494	18	496	18	501
20	Reino Unido		494	16	499	14	514
21	Islandia		493	30	483	30	478
22	Luxemburgo		490	26	488	27	491
23	Noruega		489	15	504	24	495
24	Promedio UE		489	23	489	22	497
25	Portugal		487	27	488	28	489
26	Italia		485	21	490	26	494
27	España		484	25	488	23	496
28	República Eslovaca		482	34	463	31	471
29	Estados Unidos		481	17	498	21	497
30	Suecia		478	29	483	29	485
31	Hungría		477	24	488	25	494
32	Israel		466	28	486	32	470
33	Grecia		453	32	477	33	467
34	Turquía		448	33	475	34	463
35	Chile		423	35	441	35	445
36	México		413	36	424	36	415

Figura 1. Resultados obtenidos en el informe PISA (2013) por los alumnos de diferentes países.

Analizando los problemas que se les propone resolver a los alumnos en este informe, observamos que se trata de problemas con enunciados que tienen relación con acontecimientos de la vida real mientras que los alumnos están acostumbrados a resolver problemas propuestos por los libros de texto que nada tienen que ver con la realidad por tanto, no están preparados para razonar qué es lo que se les está pidiendo.

Además, podemos analizar también el informe TIMSS (Trends in International Mathematics and Sciences Study) que es una evaluación internacional de los conocimientos en Matemáticas y Ciencias y observaremos como los alumnos españoles obtienen un 482 de puntuación promedio en el área de Matemáticas y por consiguiente, estamos situados por debajo de los 500 puntos que sería el Nivel Intermedio.

País	Puntaje promedio*	País	Puntaje promedio*	País	Puntaje promedio*
Singapur	606 ↑	Serbia	516 ↑	Polonia	481 ↓
Corea del Sur	605 ↑	Australia	516 ↑	Turquía	469 ↓
Hong Kong SAR	602 ↑	Hungría	515 ↑	Azerbaiyán	463 ↓
China Taipei	591 ↑	Eslovenia	513 ↑	Chile	462 ↓
Japón	585 ↑	República Checa	511 ↑	Tailandia	458 ↓
Irlanda del Norte	562 ↑	Austria	508 ↑	Armenia	452 ↓
Bélgica (Flamenca)	549 ↑	Italia	508 ↑	Georgia	450 ↓
Finlandia	545 ↑	Eslovaquia	507	Baréin	436 ↓
Inglaterra	542 ↑	Suecia	504	Emiratos Árabes Unidos	434 ↓
Rusia	542 ↑	Kazajistán	501	Irán	431 ↓
Estados Unidos	541 ↑	Centro de la escala TIMSS	500	Qatar	413 ↓
Países Bajos	540 ↑	Malta	496 ↓	Arabia Saudita	410 ↓
Dinamarca	537 ↑	Noruega	495	Omán	385 ↓
Lituania	534 ↑	Croacia	490 ↓	Túnez	359 ↓
Portugal	532 ↑	Nueva Zelandia	486 ↓	Kuwait	342 ↓
Alemania	528 ↑	España	482 ↓	Marruecos	335 ↓
Irlanda	527 ↑	Rumania	482 ↓	Yemen	248 ↓

Figura 2. Puntuaciones promedio de diferentes países obtenidos por los estudiantes en el área de Matemáticas. TIMSS (2011).

Para definir las Dificultades del Aprendizaje (DA) me centrare en una definición genérica dada por el National Joint Committee on Learning Disabilities (NJCLD) según la cual, las DA son un conjunto diverso de trastornos que se pueden manifestar en la lectura, la escritura, el razonamiento, o las habilidades matemáticas, sobre todo, en los

procesos necesarios para su adquisición. Estos trastornos suelen deberse a una disfunción en el sistema nervioso central. (NJCLD, 1988).

Otra definición mucho más simple sobre Dificultades del Aprendizaje es la citada en el Informe Warnock que nos dice que un alumno tiene DA cuando observamos que posee una dificultad mucho mayor para aprender los mismos contenidos que el resto de sus compañeros. (Informe Warnock, 1978).

Por tanto, hasta el momento no hay una definición unitaria y exhaustiva del concepto de Dificultades del Aprendizaje y menos en el área de matemáticas, por ello, haré referencia al Boletín Oficial de Castilla y León (2009) en el que se recogen las distintas dificultades que pueden tener los alumnos. Para este trabajo, me centraré en el grupo de dificultades específicas del aprendizaje en el cual, se incluye a los alumnos que presentan alteraciones en los procesos psicológicos básicos que son necesarios para los procesos de aprendizaje de la lectura, escritura, razonamiento o habilidades matemáticas.

Dentro de este grupo de alumnos se encuentran los que poseen discalculia pero sin embargo, el término DAM no es sinónimo de discalculia, sino que hace referencia a un conjunto más amplio que incluye dificultades en la aritmética, en el concepto de número y también en ciertas habilidades para la solución de problemas. Por consiguiente, no podemos considerar que un alumno que tiene discalculia, también tenga DAM.

Al no tener una definición clara sobre DAM, se adapta la definición genérica de DA al área de matemáticas. Sin embargo, no resulta fácil puesto que es un área muy extensa en la que se incluyen contenidos muy diferentes: la adquisición del concepto de número, el conteo, el cálculo, la solución de problemas, el álgebra o la geometría, y los alumnos pueden tener DAM en un contenido concreto y no presentar dificultades en el resto de aspectos.

Si buscamos documentos oficiales que traten las dificultades en el área de matemáticas, hallaremos el DSM-IV que menciona las dificultades para el cálculo. Este documento está citado por Miranda, Fortes y Gil (2000) en su libro “*Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque evolutivo*” en el que refleja los criterios para diagnosticar *Trastorno del cálculo (F81-2)* en los alumnos.

El documento nos indica las siguientes pautas para el diagnóstico:

- Cuando evaluamos a los alumnos de forma individual mediante pruebas normalizadas y observamos que su capacidad para el cálculo se sitúa por debajo de la esperada, teniendo en cuenta su edad, su coeficiente de inteligencia y la escolaridad acorde con su edad.
- Cuando el trastorno del cálculo descrito en el criterio anterior, obstaculiza el rendimiento académico en las actividades que requieren de cierta capacidad para calcular.
- Que las dificultades para el cálculo no sean debidas a deficiencias visuales o auditivas, problemas emocionales o retraso mental.

Por tanto, observamos que es complicado diagnosticar que un alumno tiene DAM porque las matemáticas implican muchos contenidos concretos y es difícil que un alumno tenga dificultades en todos ellos. Además, los documentos oficiales se centran en un apartado concreto del área de matemáticas y por tanto, con ellos solo conseguimos diagnosticar problemas puntuales en un contenido concreto.

3.2- MODELO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La primera cuestión a la que debo dar respuesta en este apartado es ¿qué es un problema? Para ello utilizare la definición dada por Semadeni (1995) que nos dice que un problema no es más que es la descripción hecha por escrito de una situación problemática. Para dar respuesta a este problema se nos plantea una o varias preguntas que debemos responder con operaciones aritméticas.

En la sociedad avanzada en la que vivimos hay una herramienta fundamental en el área de matemáticas que es precisamente, la resolución de problemas al igual que en el área de lengua es la lectura. Sin embargo, como ya he citado anteriormente, si observamos el informe PISA (2013), veremos que los alumnos muestran un nivel bajo en matemáticas y más concretamente, en resolución de problemas. Una posible explicación a estos

malos resultados es la complejidad de los procesos cognitivos que están implicados en el proceso de resolución de problemas o la visión estereotipada de los problemas que tienen los alumnos en los colegios que limitan su resolución puesto que, los alumnos se limitan a usar sus conocimientos matemáticos sin atender al sentido común.

Los alumnos están acostumbrados a resolver los problemas matemáticos de forma mecánica, observando el enunciado del problema y buscando los números que les permitan realizar operaciones para obtener un resultado. Muchos de ellos no se paran a reflexionar si los datos que ofrece el problema son relevantes y simplemente buscan realizar una operación para obtener un resultado, muchas veces erróneo. Además, dentro de la escuela, los maestros guiados por los libros de texto, proponen a los alumnos problemas estándar que se alejan de la vida real o las situaciones cotidianas en las que los alumnos necesitan usar las matemáticas para resolver ciertos problemas. Orrantia, González y Vicente (2005)

Este hecho tiene un papel muy relevante a la hora de analizar cómo los alumnos resuelven los problemas de matemáticas porque sin duda, se ven influenciados por la forma de resolver los problemas que proponen los libros de texto y asimilan este método como válido. Asimismo, la mayoría de los maestros se limitan a que los alumnos aprendan a resolver problemas a través de la estructura que propone el libro de texto y no buscan otras alternativas para que los alumnos comprendan mejor cómo deben resolver problemas matemáticos. (Nathan y Koedinger, 2000).

Por consiguiente, los alumnos necesitan aprender un nuevo modelo para la resolución de problemas que les ayude a entenderlos y ejecutarlos correctamente. Expondré en este trabajo el modelo que nos proponen Verschaffel et al (2000) basado en diferentes fases que los alumnos deben ir asimilando para resolver de forma razonada los problemas matemáticos.

Según estos autores, el proceso de modelación matemática en los alumnos debería ser el siguiente:

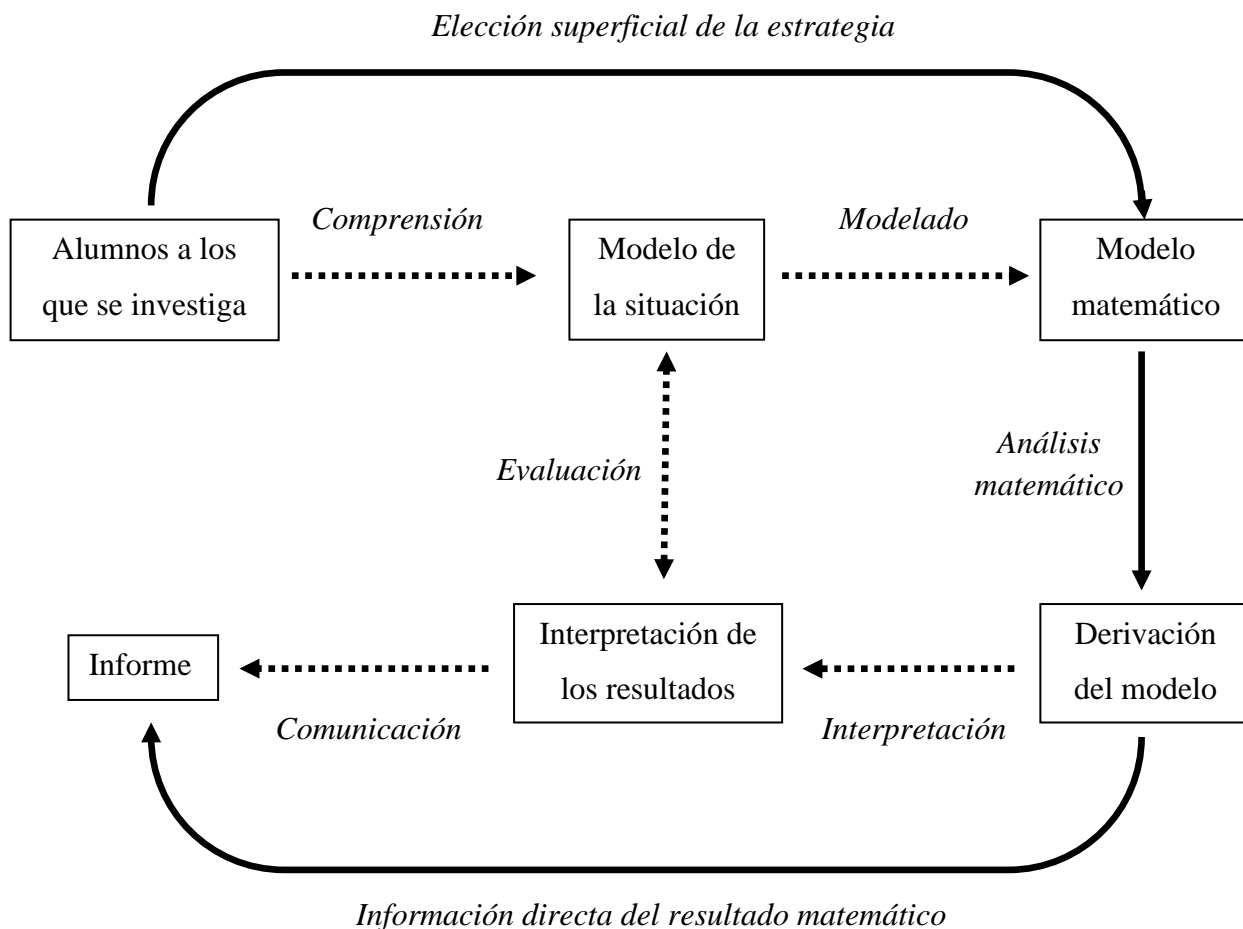


Figura 3. Esquema adaptado del modelo de resolución de problemas de Verschaffel et al (2000).

En este esquema vemos reflejado como los alumnos siguen unos pasos dentro de las diferentes fases del ciclo de modelación a la hora de resolver los problemas matemáticos.

La primera de las fases de este ciclo de modelación matemática implica la comprensión de la situación que se describe en el enunciado del problema y de esta forma se crea el modelo de la situación. En esta fase, los alumnos tienen que decidir qué elementos son esenciales y cuáles no lo son para incluirlos en el modelo de la situación.

En la siguiente fase, el modelo debe ser traducido en forma matemática mediante ecuaciones que deriven de las cantidades dadas por el enunciado y se deben tener en cuenta las relaciones que se establecen entre esas cantidades. Para que esta fase se

realice correctamente, los alumnos tienen que tener una base de conocimientos matemáticos que le permitan desarrollar diferentes técnicas o fórmulas. Otra de las cuestiones que influye en este proceso de modelado, es la presencia de recursos representacionales como por ejemplo gráficos, y la disponibilidad de herramientas de modelado, por ejemplo calculadoras.

Una vez que los alumnos ya han construido su modelado matemático, se obtienen unos resultados numéricos que tienen que ser analizados e interpretados en relación al modelo de situación del problema dado. Dependiendo del resultado de las operaciones en el modelo matemático (una vez que aplicamos ecuaciones o formulas) y en el modelo de la situación (comprensión de la situación que nos describe el enunciado del problema) los alumnos considerarán la conveniencia de revisar el modelo o incluso abandonarlo y buscar uno nuevo.

La fase sucesiva consiste en interpretar el resultado final para confirmar que concuerda con la meta que el problema nos planteaba y finalmente, en la última fase tenemos que presentar un informe de los resultados y de la forma en la que estos han sido obtenidos para argumentar porqué hemos elegido ese modelo.

3.3- TIPOS DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Para que los alumnos aprendan a resolver problemas de forma razonada y autónoma es necesario que durante su trayectoria escolar se enfrenten a diferentes tipos de problemas matemáticos. Para aprender a resolverlos, los alumnos guiados por los maestros realizan los problemas propuestos por los libros de texto para los cuales, normalmente, solo necesitarán tener una base de conocimientos matemáticos mientras que para resolver problemas con cuestiones de la vida real (problemas verbales realistas), los alumnos necesitarán otro tipo de experiencias.

Dejando a un lado estos problemas realistas que buscan un razonamiento basado en conocimientos del mundo real, nos centremos en los problemas que suelen realizar los alumnos en el área de matemáticas. Estos problemas se pueden diferenciar en varios tipos dependiendo de su estructura semántica, es decir, dependiendo de las distintas relaciones que se establecen entre los conjuntos que aparecen en el enunciado. Por

consiguiente, todos los problemas poseen una estructura que es la que representa las relaciones semánticas entre las cantidades o conjuntos que aparecen en el enunciado del problema.

Numerosos autores han propuesto diferentes clasificaciones para los problemas pero la más utilizada es la propuesta de Riley, Greeno y Heller (1983) que divide los problemas en tres tipos: cambio, combinación y comparación.

Otros autores como Carpenter y Moser (1982) incluyen en esta clasificación a los problemas de igualación, los cuales no dejan de ser problemas en los que se da una situación de comparación y de cambio a la vez y por tanto, en este trabajo no me centraré en ellos.

Ejemplo de un problema de igualación: *Lucía y Tomás coleccionan sellos. Lucía tiene 6 sellos y Tomás 9. ¿Cuántos sellos tiene que conseguir Lucía para tener los mismos que Tomás?*

Como podemos analizar el problema se formula en términos de qué cantidad hay que añadir a un conjunto (conjunto de referencia) para igualarlo a otro conjunto (conjunto de comparación).

Continuando con la clasificación propuesta por Riley, Greeno y Heller (1983), podemos destacar que existen 14 tipos diferentes de problemas de estructura aditiva. Dentro de esta variedad de problemas se hallan cantidades que crecen o decrecen y además, el problema nos puede preguntar por diferentes conjuntos: cantidad final o resultado, cantidad inicial, conjunto de referencia, conjunto de comparación, etc. Por tanto, vamos a analizar ahora la diferencia que existe entre estos tipos de problemas.

- Problemas de cambio

Son los problemas en los que se parte de una cantidad a la que se le añade o se le quita otra cierta cantidad. En este tipo de problemas se puede preguntar por la cantidad final, por la cantidad de cambio o transformación o por la cantidad inicial.

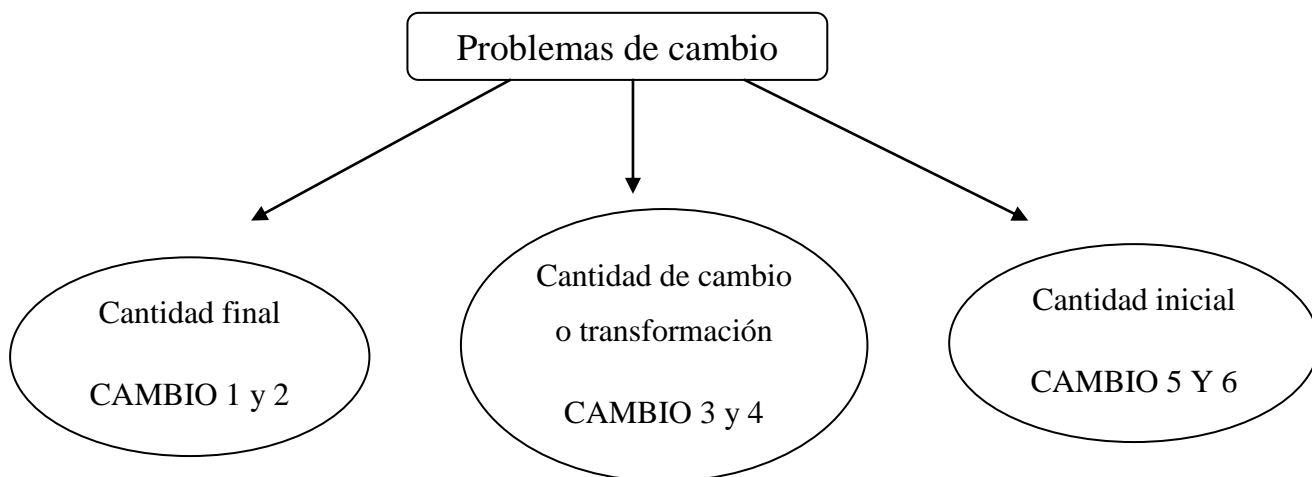


Figura 4. Esquema explicativo de los diferentes tipos de problemas de cambio según el conjunto por el que nos pregunte el enunciado del problema.

Estas tres posibilidades de preguntar por diferentes cantidades se multiplican por dos si tenemos en cuenta que las cantidades pueden aumentar o disminuir. Por tanto, obtenemos así 6 tipos de problemas de cambio que reflejo en la siguiente tabla con su descripción y un ejemplo:

TIPO DE PROBLEMA	DESCRIPCIÓN GENERAL		EJEMPLO
CAMBIO 1	Añadir	Se pregunta por la cantidad final.	Lucía tenía 6 cromos. En una partida ganó 3 cromos. ¿Cuántos cromos tiene ahora Lucía?
CAMBIO 2	Quitar	Se pregunta por la cantidad final.	Lucía tenía 9 cromos. En una partida perdió 3 cromos. ¿Cuántos cromos tiene ahora Lucía?

CAMBIO 3	Añadir	Se pregunta por la cantidad de cambio o de transformación.	Lucía tenía 4 cromos. En una partida ganó algunos cromos. Ahora Lucía tiene 9 cromos. ¿Cuántos cromos ganó Lucía?
CAMBIO 4	Quitar	Se pregunta por la cantidad de cambio o de transformación.	Lucía tenía 9 cromos. En una partida perdió algunos cromos. Ahora Lucía tiene 4 cromos. ¿Cuántos cromos perdió Lucía?
CAMBIO 5	Añadir	Se pregunta por la cantidad inicial.	Lucía tenía algunos cromos. En una partida ganó 5 cromos y ahora Lucía tiene 8 cromos. ¿Cuántos cromos tenía Lucía al principio?
CAMBIO 6	Quitar	Se pregunta por la cantidad inicial.	Lucía tenía algunos cromos. En una partida perdió 5 cromos y ahora Lucía tiene 3 cromos. ¿Cuántos cromos tenía Lucía al principio?

- Problemas de combinación

Se trata de problemas en los cuales tenemos dos cantidades que forman un todo. El problema puede preguntarnos por ese todo que es el conjunto total y lo hallaríamos sumando las partes o puede preguntarnos por una de las partes y en ese caso conoceríamos la otra parte y el todo.

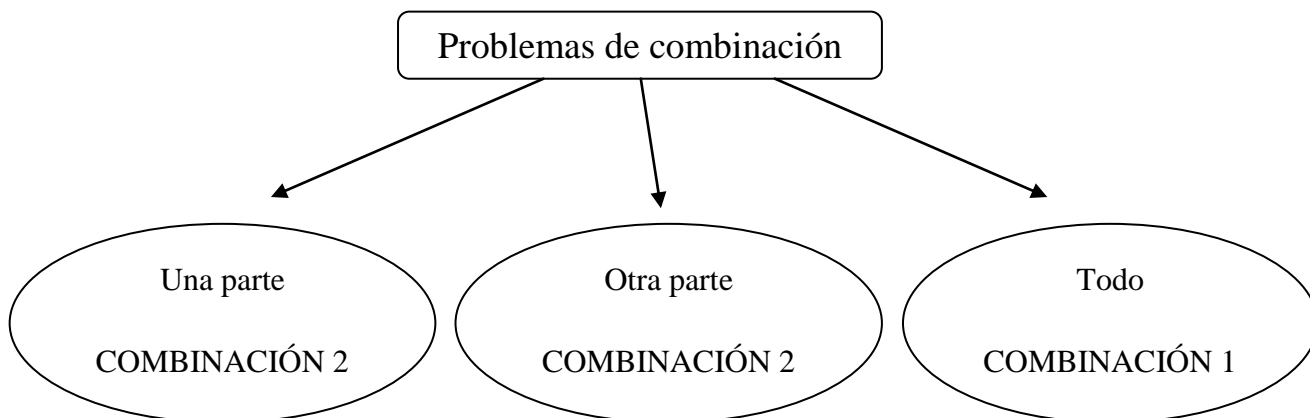


Figura 5. Esquema explicativo de los diferentes tipos de problemas de combinación según el conjunto por el que nos pregunte el enunciado del problema.

TIPO DE PROBLEMA	DESCRIPCIÓN GENERAL	EJEMPLO
COMBINACIÓN 1	Se pregunta por el todo. Para ello, hay que juntar las cantidades de las dos partes.	Lucía tiene 4 cromos. Tomás tiene 5 cromos. ¿Cuántos cromos tienen entre los dos?
COMBINACIÓN 2	Se pregunta por una de las partes. Se conoce por tanto, la otra parte y el todo.	<p>Lucía y Tomás tienen 9 cromos entre los dos. Lucía tiene 4 cromos. ¿Cuántos cromos tiene Tomás?</p> <p>-----</p> <p>Lucía y Tomás tienen 9 cromos entre los dos. Tomás tiene 5 cromos. ¿Cuántos cromos tiene Lucía?</p>

- Problemas de comparación

En estos problemas se establece una relación de comparación más que o menos que, entre dos cantidades. De esas dos cantidades, una es la cantidad comparada y la otra es la que nos sirve de referente. En este tipo de problemas nos pueden preguntar por la diferencia entre ambas cantidades, por la cantidad comparada o por la cantidad referente y además, como se puede preguntar por cuánto más o menos, tenemos 6 tipos de problemas de comparación.

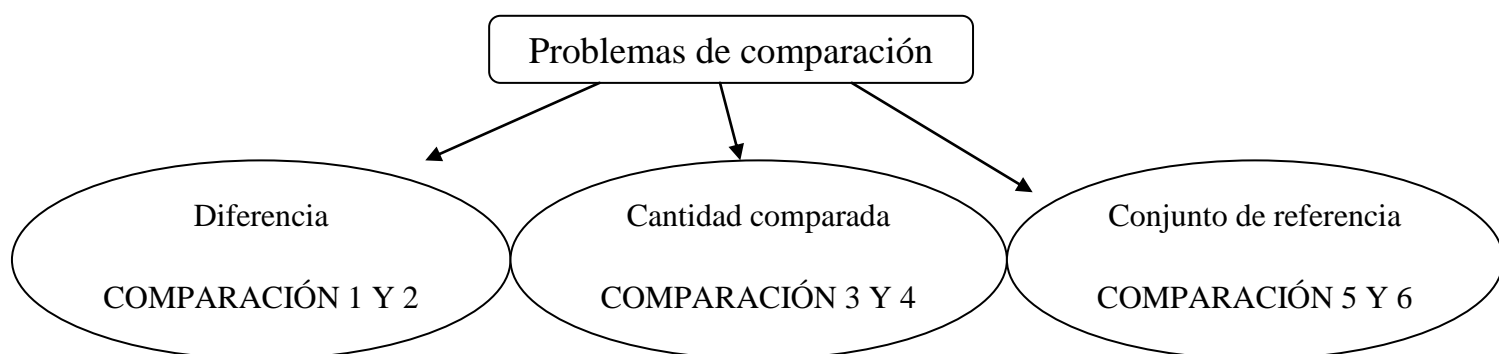


Figura 6. Esquema explicativo de los diferentes tipos de problemas de comparación según el conjunto por el que nos pregunte el enunciado del problema.

TIPO DE PROBLEMA	DESCRIPCIÓN GENERAL		EJEMPLO
COMPARACIÓN 1	Más que	Se pregunta por el conjunto diferencia.	Lucía tiene 3 cromos. Tomás tiene 6 cromos. ¿Cuántos cromos tiene Tomás más que Lucía?
COMPARACIÓN 2	Menos que	Se pregunta por el conjunto diferencia.	Lucía tiene 6 cromos. Tomás tiene 3 cromos. ¿Cuántos cromos tiene Tomás menos que Lucía?

COMPARACIÓN 3	Más que	Se pregunta por la cantidad comparada.	Lucía tiene 4 cromos. Tomás tiene 3 cromos más que Lucía. ¿Cuántos cromos tiene Tomás?
COMPARACIÓN 4	Menos que	Se pregunta por la cantidad comparada.	Lucía tiene 7 cromos. Tomás tiene 3 cromos menos que Lucía. ¿Cuántos cromos tiene Tomás?
COMPARACIÓN 5	Más que	Se pregunta por el conjunto de referencia.	Lucía tiene 7 cromos. Lucía tiene 3 cromos más que Tomás. ¿Cuántos cromos tiene Tomás?
COMPARACIÓN 6	Menos que	Se pregunta por el conjunto de referencia.	Lucía tiene 4 cromos. Lucía tiene 3 cromos menos que Tomás. ¿Cuántos cromos tiene Tomás?

Dentro de este apartado de tipos de problemas solo me he centrado en explicar los problemas aritméticos, dejando a un lado los problemas algebraicos o los problemas realistas. He citado anteriormente que existen 14 tipos de problemas si no analizamos los problemas de igualación. Además de estos problemas de estructura aditiva (sumar o restar) existen otros problemas de estructura multiplicativa que tampoco he contemplado en este apartado porque en la parte práctica de este trabajo no los he tratado con los alumnos.

3.4- LOS PROBLEMAS DE LOS LIBROS DE TEXTO

El análisis de los problemas que se plantean en los libros de texto puede darnos una idea clara de cómo los alumnos aprenden a resolver problemas que nada tienen que ver con

cuestiones de la vida real lo cual, ayudaría a motivarlos a descubrir el resultado. Las matemáticas en la escuela se han convertido en una asignatura compleja para los alumnos en parte, porque no ven que esos contenidos tengan una aplicación para su vida cotidiana. Normalmente, los problemas que aparecen en los libros de texto se pueden resolver atendiendo a una “*estrategia superficial*” (modelo de resolución de problemas de Verschaffel et al, 2000) porque en la mayoría de los casos basta con utilizar las palabras claves: ganar, perder, añadir, quitar, etc. para saber qué operación deben realizar.

Además, estos problemas suelen aparecer dentro del libro de texto en un cierto contexto puesto que, están situados en una unidad concreta en la que se está trabajando un determinado contenido con lo cual, ya le estamos dando pistas a los alumnos sobre la estrategia que deben utilizar para resolver el problema.

Así, los problemas de los libros son muy repetitivos y muy pocas veces introducen novedades como por ejemplo, los problemas desafiantes. Este tipo de problemas introduce en su enunciado datos que no son necesarios para poder resolverlo o por el contrario, omite datos relevantes. De esta forma los estudiantes deben razonar mucho más el problema, seleccionando los datos que necesitan para resolverlo o buscando los datos que les faltan para su correcta realización.

Todos estos tipos de problemas pueden ser de dos tipos: problemas consistentes o problemas inconsistentes. Estos últimos se tratan de problemas en los que la palabra clave no nos indica el tipo de operación a realizar para obtener el resultado.

Ejemplo: *Lucía tiene 5 cromos. Luego gana algunos cromos en una partida. Ahora Lucía tiene 8 cromos. ¿Cuántos cromos ganó Lucía en la partida?*

Como podemos observar en el problema se menciona la palabra clave ganar que en este caso, no nos indica que la operación a realizar sea una suma. Entonces apreciamos que este tipo de problemas son más complejos de realizar que los problemas consistentes y pocas veces aparecen en los libros de texto.

Según el estudio de la frecuencia y variabilidad de los tipos de problemas en los libros de texto realizado por Orrantía, González y Vicente (2005), se puede observar como tres de las editoriales más importantes de nuestro país (Santillana, Anaya y SM) distribuyen de igual manera los problemas por los distintos cursos de Educación Primaria y además,

exponen a los alumnos a problemas repetitivos que no aportan ningún aliciente nuevo para su resolución y por tanto, los alumnos los resuelven de forma sistemática simplemente, teniendo unos conocimientos matemáticos básicos.

En este trabajo creo que es importante destacar el análisis de aparición de los distintos tipos de problemas en los libros de textos realizado por estos autores. El resultado es el siguiente:

TIPO DE PROBLEMA	MÁS ABUNDANTE	MENOS ABUNDANTE	NO APARECE
CAMBIO	Cambio 2	Cambio 1	Cambio 3, 4, 5 y 6
COMPARACIÓN	Comparación 1	Comparación 2, 3 y 4	Comparación 5 y 6
COMBINACIÓN	Combinación 1	Combinación 2	

Figura 7. Frecuencia de aparición de los problemas en los libros de texto.

Como podemos observar en la anterior tabla los problemas más frecuentes son los más sencillos de resolver para los alumnos. El estudio revelaba que los problemas más abundantes en los libros de texto son los de combinación 1 y los de cambio 1 y 2. Si observamos la estructura de este tipo de problemas, nos daremos cuenta que se pueden resolver simplemente con las palabras claves del problema, es decir, con estrategias superficiales. Por tanto, que los alumnos resuelvan correctamente este tipo de problemas no nos tiene que llevar a pensar que han comprendido el enunciado del problema.

Otro aspecto que revela este estudio es que los problemas que plantean un desafío para los alumnos son escasos en los libros de texto con lo que una vez más hay que plantearse la duda de si los problemas de los libros ayudan a los alumnos a plantear estrategias para conseguir resolverlos o simplemente se mencionan los problemas en los

libros para realizar operaciones aritméticas relacionadas con el temario de la unidad que se está desarrollando. (Orrantia, González y Vicente, 2005).

3.5- LA INSTRUCCIÓN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Los maestros deberíamos centrar nuestra práctica educativa en ofrecer a los alumnos las ayudas o estrategias necesarias para comprender correctamente el enunciado de los problemas que sin duda, es el primer paso para poder resolverlos. Sin embargo, los maestros nos centramos en que la solución del problema sea la correcta sin observar la estrategia que ha utilizado el alumno para conseguir ese resultado y sin analizar si los alumnos han comprendido el enunciado del problema.

Ejemplo: *Juan tenía 215 euros ahorrados. Su abuela le ha dado más dinero por su cumpleaños y ahora tiene 520. ¿Cuántos euros le ha dado su abuela?*

Ante este tipo de problemas, normalmente realizaríamos una resta; a la cantidad final (520 euros) le restamos la cantidad inicial (215 euros) y obtendríamos la cantidad de cambio. Sin embargo, algunos de los alumnos del colegio en donde hice mi intervención, pretendían resolver el problema sumándole dinero a la cantidad inicial (215 euros) hasta llegar a la cantidad final (520 euros). En realidad, los alumnos no estaban haciendo nada incorrecto, simplemente utilizaban un camino más largo para llegar al mismo resultado. Ellos entendían que si nuestro dinero aumentaba, sería porque teníamos que irle sumando dinero hasta obtener la cantidad final.

Por todo ello, lo que debemos hacer los maestros es darle unas instrucciones claras a los alumnos para que comprendan el problema y sepan resolverlo de la manera que crean más conveniente y una vez más, Orrantia nos propone una serie de instrucciones para trabajar la resolución de problemas con los alumnos y que estos entiendan perfectamente el enunciado.

Los componentes del programa de instrucción de Orrantia (1995) son los siguientes:

- 1- Ayudas textuales (reescritura)
- 2- Representación lingüística del problema (base del texto)

3- Representación figurativa del problema (modelo de la situación)

4- Razonamiento (planificación de la solución)

5- Revisión/evaluación/supervisión (ayudas metacognitivas)

Haré una breve descripción de cada uno de ellos para explicar cuál es su funcionamiento en la resolución de los problemas y poner un ejemplo clarificador de cada uno.

1- Ayudas textuales (reescritura)

Esta primera ayuda consiste en reescribir el problema para que los alumnos lo comprendan mejor. Es una ayuda muy importante porque muchos alumnos fracasan en la resolución porque no entienden que es lo que el problema les pide.

Ejemplo de la ayuda textual en un problema de cambio:

PROBLEMA NORMAL	PROBLEMA REESCRITO
Lucía tenía algunos cromos. En una partida ganó 5 cromos. Ahora Lucía tiene 8 cromos. ¿Cuántos cromos tenía Lucía al principio?	Al principio Lucía tenía algunos cromos. Después gana 5 cromos en una partida. Al final tiene 8 cromos. ¿Cuántos cromos tenía Lucía al principio?

En los problemas de cambio es importante que los alumnos comprendan los marcadores temporales que hacen que la situación del problema vaya cambiando.

Ejemplo de la ayuda textual en un problema de combinación:

PROBLEMA NORMAL	PROBLEMA REESCRITO
<p>Lucía y Tomás tienen 9 cromos entre los dos.</p> <p>Lucía tiene 4 cromos.</p> <p>¿Cuántos cromos tiene Tomás?</p>	<p>Lucía y Tomás tienen 9 cromos entre los dos.</p> <p>4 de estos cromos pertenecen a Lucía. El resto pertenecen a Tomás.</p> <p>¿Cuántos cromos tiene Tomás?</p>

Ejemplo de la ayuda textual en un problema de comparación:

PROBLEMA NORMAL	PROBLEMA REESCRITO
<p>Lucía tiene 7 cromos.</p> <p>Lucía tiene 3 cromos más que Tomás.</p> <p>¿Cuántos cromos tiene Tomás?</p>	<p>Lucía tiene más cromos que Tomás.</p> <p>Lucía tiene 7 cromos.</p> <p>Lucía tiene 3 cromos más que Tomás.</p> <p>¿Cuántos cromos tiene Tomás?</p>

2- Representación lingüística del problema (base del texto)

En esta segunda fase tenemos que ordenar los datos del problema en función de lo que conocemos y lo que no conocemos.

Ejemplo: **Al principio** Lucía tenía algunos cromos. **Después** gana 5 cromos en una partida. **Al final** tiene 8 cromos. ¿Cuántos cromos tenía Lucía al principio?

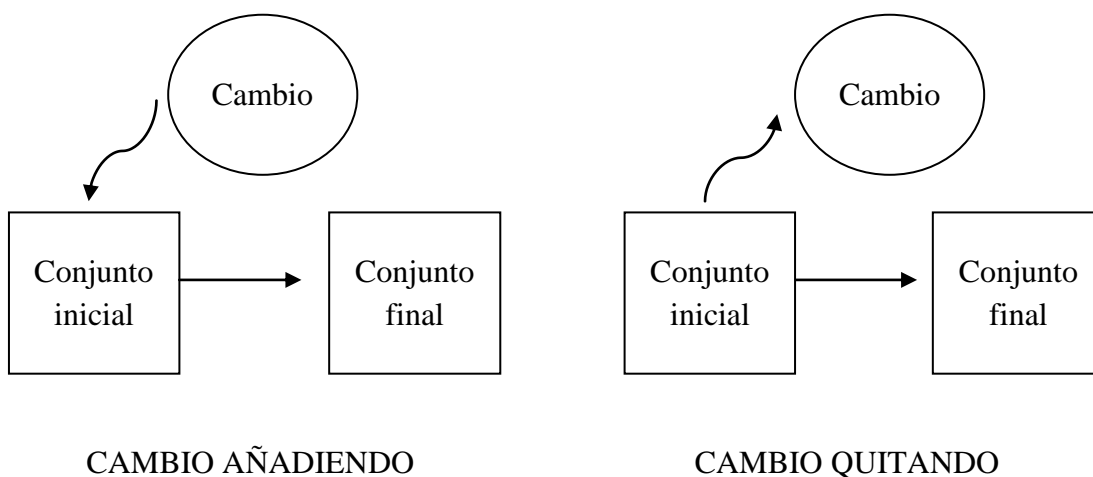
LO QUE SÉ	LO QUE NO SÉ
<p>Al principio Lucía tenía algunos cromos.</p> <p>Después gana 5 cromos.</p> <p>Al final tiene 8 cromos.</p>	<p>¿Cuántos cromos tenía Lucía al principio?</p>

Con esta estructura recogemos lo más elemental del problema, por un lado los datos y por otro lado la pregunta.

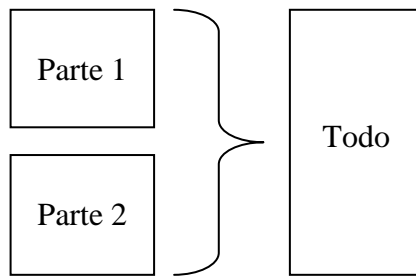
3- Representación figurativa del problema (modelo de la situación)

Con esta tercera instrucción, ayudamos a los alumnos a crear el modelo de la situación que se está planteando en el problema.

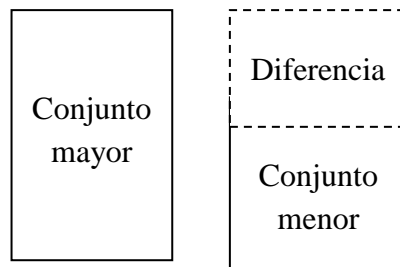
- Representación figurativa de los problemas de cambio:



- Representación figurativa de los problemas de combinación:



- Representación figurativa de los problemas de comparación:



4- Razonamiento (planificación de la solución)

Esta ayuda se basa en responder a ciertas preguntas sobre la ejecución del problema. Hay una pregunta clave en todos los problemas que es la siguiente: *¿tengo que sumar o restar?* Luego, dependiendo de los tipos de problemas, podemos formular unas preguntas u otras. Ejemplos:

Cambio - *¿tenía más al principio o ahora?*

Combinación - *¿nos preguntan por una de las partes o por el total?*

Comparación - *¿quién tiene más?*

Esta ayuda nos sirve para ir guiando al alumno en la ejecución del problema y que sea capaz de razonar porqué escoge una operación y no otra.

5- Revisión / evaluación / supervisión (ayudas metacognitivas)

Una vez realizado el problema, utilizaremos este tipo de ayuda para revisar que está bien hecho. Para ello, introduciremos el resultado en el conjunto vacío de la representación figurativa del problema y comprobaremos si es correcto. Además, iremos supervisando el resto de ayudas para comprobar que todo está correcto.

Esta demostrada la utilidad de este programa de instrucción para resolver problemas matemáticos en el aula y por consiguiente, sería beneficioso para los alumnos que sus maestros lo utilizaran en sus clases.

4- ESTUDIO EMPÍRICO

En este apartado, expondré mi intervención con los alumnos para comprobar si el programa de instrucción de Orrantia (1995) consigue obtener resultados positivos en la resolución de problemas matemáticos.

4.1- PREDICCIONES

Como ya he venido mencionando en mi trabajo, realicé una intervención educativa con alumnos de 2º de Educación Primaria para comprobar si a través de ayudas, los alumnos son capaces de resolver mejor los problemas en el área de matemáticas.

Este grupo de alumnos, está acostumbrado a resolver problemas homogéneos extraídos de diferentes libros de texto. En este colegio, trabajan a través de proyectos y las propias maestras son las que elaboran los contenidos para sus alumnos. Aún así, los problemas planteados en el área de matemáticas son repetitivos y hacen referencia siempre al contenido que en ese momento se está tratando y por tanto, los alumnos anticipan que operación deben realizar en el problema aún sin entender el enunciado del mismo.

Trabajé con los alumnos 3 problemas distintos en las siguientes fases:

1° Intervención- Resolución de problemas de forma individual.

2° Intervención- Resolución de esos mismos problemas con las ayudas del programa de instrucción de Oarrantia (1995).

3° Intervención- Nuevamente resolución de los problemas de forma autónoma después de las ayudas.

4° Intervención- Resolución de los mismos tipos de problemas pero más simplificados.

En la primera fase, yo presuponía que los alumnos no serían capaces de realizar los problemas correctamente debido a esa falta de autonomía a la hora de realizar las tareas más complejas y debido también a que los cantidades a las que hacía referencia el enunciado del problema eran demasiado elevadas.

Analizando uno a uno los problemas, estas eran mis expectativas:

- El primer problema de cambio 1 supuse que los alumnos lo resolverían correctamente porque es de los más sencillos de este tipo y con solo leer el enunciado, ya nos da la palabra clave para elegir la operación. Consideré entonces que la mayoría de los alumnos serían capaces de resolver correctamente el problema.
- El segundo de los problemas de cambio 3 ya era más complicado de entender porque nos preguntaba por el conjunto de cambio o transformación y los alumnos están acostumbrados a resolver los problemas en los que les proporcionan dos cantidades y les preguntan por la cantidad final. Para ellos es un tipo de problema desconocido y sería difícil que supieran crear una representación correcta del mismo y posteriormente resolverlo. Por todo ello, mis expectativas en este problema eran escasas.
- El tercer problema de comparación 1 también se presuponía difícil de resolver porque nos daba la palabra clave *más que* y sin embargo, debían restar.

Consideré por ello, que los alumnos realizarían una suma en la mayoría de los casos porque están acostumbrados a buscar la palabra clave y realizar una operación con las cantidades dadas sin razonar el enunciado.

En la siguiente intervención, volví a plantearles a los alumnos los mismos problemas pero esta vez, guiándoles en su resolución a través de las ayudas del programa de Orrantía (1995) para que comprendieran el enunciado del problema y supieran cómo debían resolverlo. Esta vez confiaba en que al resolverlo con ayudas, los alumnos serían capaces de comprender el enunciado del problema, saber que nos estaban pidiendo y elegir por tanto, la operación matemática correcta para ejecutar bien el problema.

No analizo detenidamente los problemas puesto que, son los mismos que en la primera intervención pero en esta ocasión los alumnos iban resolviendo conmigo los problemas utilizando las ayudas.

La tercera intervención consistía en que los alumnos debían realizar los mismos problemas de forma autónoma, una vez que ya conocían las ayudas. Por consiguiente, yo pensaba que los alumnos sabrían resolver correctamente los problemas una vez que habíamos visto las ayudas y analizado porque debíamos escoger una operación y no otra.

Analizando los problemas, estas eran mis expectativas en esta tercera actuación:

- En cuanto a la resolución del primer problema después de las ayudas, mi expectativa era mucho más optimista considerando que todos los alumnos serían capaces de resolverlo al observar con las ayudas que se trataba de un problema en el que al principio teníamos una cierta cantidad a la que debíamos añadir otra cantidad que la protagonista del problema conseguía y por tanto, el resultado debía ser mayor que la cantidad inicial. Consideré por tanto, que una vez que los alumnos habían entendido correctamente el enunciado del problema, todos serían capaces de resolverlo correctamente.
- En el segundo de los problemas pensé que una vez aplicadas las ayudas, aumentaría el número de alumnos que sabría resolverlo de forma autónoma aunque sería complicado que todos los alumnos captaran la importancia de esas ayudas para resolverlo. La principal dificultad para entender este

problema estaba en secuenciar muy bien temporalmente las acciones para comprender la situación descrita y elegir la operación adecuada.

- En el tercer problema, supuse que al comprender las ayudas que les había prestado para saber resolver este tipo de problemas, los alumnos mejorarían sus resultados aunque no en su totalidad puesto que, solo habían estado en contacto con las ayudas en dos sesiones. En este problema tenía que hacerles ver a los alumnos que no solo debemos fijarnos en la palabra clave del enunciado sino que tenemos que razonar el tipo de operación que debemos hacer. Era importante que los alumnos entendieran muy bien la representación figurativa del problema para que supieran encajar los datos dentro del esquema y con ello, analizar qué tipo de operación debían realizar para obtener el resultado deseado.

Finalmente, en la cuarta intervención les propuse realizar esos mismos tipos de problemas pero con cantidades más pequeñas porque los alumnos tenían dificultades al tratarse de números tan elevados y además, haciéndoselos más cercanos. Creí que al tratarse de problemas que podían estar presentes en su vida cotidiana, los alumnos estarían más motivados por resolverlos y además, ya conocían las ayudas necesarias para resolverlos correctamente.

Analizando los problemas detenidamente, estas eran mis expectativas:

- El primer problema yo ya lo consideraba sencillo con lo cual, introduciendo unas cantidad inferiores, los alumnos debían saber resolverlo mucho mejor el problema. Por consiguiente, yo esperaba que todos los alumnos supieran resolverlo.
- El segundo problema seguía siendo complicado debido al conjunto que debíamos hallar. Aún así, reduciendo tanto los números, pensé que los alumnos lo entenderían y sabrían razonar el problema con esos números tan bajos y pensaba que el número de alumnos que sabrían resolverlo, aumentaría.
- El tercer problema lo adapte para que fuera realista y los alumnos se sintieran motivados para buscar la solución. Además, era un problema de

razonamiento que requería analizar y entender correctamente el enunciado y con ello, los alumnos ya deberían saber la solución sin necesidad de realizar una operación. Así pues, yo esperaba que la mayoría de los alumnos o incluso todos, lo supieran resolver correctamente.

4.2- PROCEDIMIENTO Y MÉTODO

En este apartado quiero destacar primero cómo realizaron los alumnos los problemas en las diferentes intervenciones y posteriormente analizaré los distintos problemas que tuvieron que resolver y las ayudas ofrecidas para ello.

Se trataba de alumnos de entre 7 y 8 años que cursaban 2º de Educación Primaria. El grupo estaba compuesto por 10 alumnos de los cuales, 5 eran chicas y los otros 5 eran chicos.

En la primera intervención, los alumnos realizaron los problemas de manera individual. Yo personalmente les leí cada uno de los problemas en alto para que pudieran comprenderlos mejor. Seguidamente, los alumnos comenzaron a formular preguntas pero yo no resolví ninguna duda porque quería que usaran sus propios métodos para resolver problemas.

En la segunda intervención, les mostré a los alumnos los diferentes tipos de ayudas que existían para ir razonando la ejecución de los problemas. Los alumnos atendían a mi explicación en la pizarra digital y posteriormente, una vez que los habían entendido, copiaban los problemas en sus cuadernos.

En la tercera intervención, los alumnos tenían que resolver de nuevo los mismos problemas que ya habían resultado individualmente y con las ayudas. De nuevo, los alumnos los resolvieron de forma autónoma.

Finalmente, en la cuarta intervención los alumnos realizaron los mismos tipos de problemas pero cambiando las cantidades. Además, el tercero de los problemas lo adecuó para que fuera un problema realista que buscara la diferencia de alumnos entre 1º y 2º de Educación Primaria. De nuevo, los alumnos no contaron con ningún tipo de ayuda para su resolución.

Debo indicar en este apartado el método seguido para considerar si los problemas estaban bien resueltos o no. Como lo que nos interesa no es el resultado final sino que los alumnos utilicen las ayudas para elegir correctamente la operación que deben realizar, solo he tenido en cuenta para decir que un problema estaba bien que los alumnos hubieran usado la operación que correspondía. Aunque hayan elegido la operación correcta y el resultado no sea el requerido, el problema lo he calificado como apto.

Para explicar el método utilizado durante mi intervención me centraré en dos aspectos; analizar el tipo de problemas que debían resolver los alumnos y explicar las ayudas que les propuse para su resolución.

En cuanto al análisis de los problemas que los alumnos debían resolver, debo decir que se trataba de 3 problemas distintos: dos problemas de cambio y uno de comparación. Dicho así podríamos pensar que los problemas propuestos eran fáciles pero ahora explicaré más profundamente que tipo de problemas eran dentro de su clasificación y si por tanto, eran de los más sencillos o de los más complejos de su categoría.

Además, como ya he mencionado realicé con los alumnos estos mismos problemas pero con cantidades más sencillas y haciéndoselos más cercanos a ellos para observar sus resultados cuando se trata de problemas más semejantes a la vida real. Ahora procederé a explicar tanto los problemas normales como los problemas que simplifique para los alumnos.

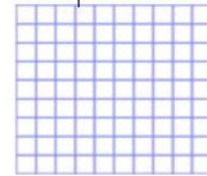
El primero de los problemas planteados es del tipo Cambio 1 en el cuál, se les pregunta a los alumnos por la cantidad final. En cuanto a su dificultad, cabe mencionar que es de los más sencillos de resolver porque simplemente hay que fijarse en las palabras claves del enunciado (ha comprado 190 sellos más) para saber qué operación debemos realizar.

El enunciado del problema decía lo siguiente:

Carla colecciona sellos. El mes pasado tenía 85 sellos. Este mes ha comprado 190 sellos más.
¿Cuántos sellos tiene ahora?

1- Datos:

2- Operación:



3- Solución:

El segundo de los problemas planteado a los alumnos es el siguiente:

Juan tenía 215 euros ahorrados. Su abuela le ha dado más dinero por su cumpleaños, y ahora tiene 520. ¿Cuántos euros le ha dado su abuela?

1- Datos:

2- Operación:



3- Solución:

En este caso era un problema de Cambio 3 que ya resulta más complicado a la hora de resolver porque nos pregunta por la cantidad de cambio o transformación y los alumnos están acostumbrados a que se les pregunte por la cantidad final.

Como ya cite en el apartado de las predicciones, era previsible que el primero de los problemas fuera resuelto sin problemas por los alumnos porque nada más tenían que captar la estrategia superficial y llevarla a cabo mediante una operación pero sin embargo, el segundo problema ya era mucho más complicado de resolver para los alumnos sin que nadie les prestara ningún tipo de ayudas. Es un problema en el que es necesario hacer una reescritura del enunciado para que a los alumnos les quede claro el dinero que tenía Juan al principio, después y al final porque sino los alumnos observan el problema y sin razonarlo, realizan una operación al azar, probablemente una suma puesto que el problema habla de dar dinero y los alumnos lo asocian con sumar.

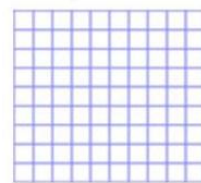
Aunque nos parezcan problemas sencillos de realizar para los alumnos es muy complicado entender la relación entre los conjuntos sino les proponemos una reescritura del mismo.

Por último, el tercero de los problemas sin adaptar a los alumnos es este:

Si en tu colegio hay 236 alumnos y en el colegio de tu primo hay 365, ¿cuántos alumnos tienen el colegio de tu primo más que el tuyo?

1- Datos:

2- Operación:



3- Solución:

Este es un problema de Comparación 1 que dentro de su categoría es de los más sencillos pero, cabe destacar que los problemas de comparación son los más complicados de resolver. En este caso nos preguntan por la diferencia entre ambas cantidades por lo tanto, es más sencillo de entender aplicando bien las ayudas necesarias para un correcto razonamiento.

En cuanto a los problemas que simplifique para los alumnos en mi cuarta intervención con ellos, se puede observar como es prácticamente el mismo enunciado pero cambiando las cantidades y también algunos sustantivos para hacer los problemas más atractivos. Quise comprobar con este análisis si los alumnos eran capaces de resolver mejor los problemas cuando tenían cantidades más simples con las que ellos estaban acostumbrados a trabajar.

Además, planteándoles problemas cercanos (problema 3 simplificado) en los que ellos mismos eran los protagonistas, pensé que los alumnos comprenderían mejor la situación del problema y no les costaría resolverlo fuera el tipo de problema que fuera porque serían capaces de razonar el resultado y luego solo tendrían que buscar la operación que les llevase hasta ese resultado.

Los enunciados de estos problemas simplificados son los siguientes:

Carla colecciona sellos. Antes tenía 8 sellos y ahora ha comprado 5 sellos más. ¿Cuántos sellos tendrá ahora?

Datos:

Operación:

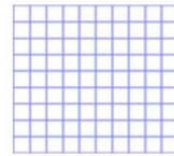


Solución:

Juan tenía 10 euros. Su mamá le dio unos euros más y al final Juan tenía 15 euros. ¿Cuánto euros le dio su mamá?

Datos:

Operación:

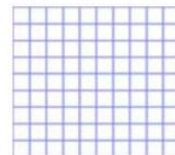


Solución:

En nuestra clase somos 10 niños y en la clase de Primero de Primaria son 16 niños. ¿Cuántos niños tiene la clase de Primero más que la nuestra?

Datos:

Operación:



Solución:

Como podemos observar, las cantidades son mucho más inferiores, no pasando del número 16 y además, el tercer problema es de los llamados realistas porque muestra la cifra concreta de alumnos que poseen las dos clases del colegio de estos alumnos.

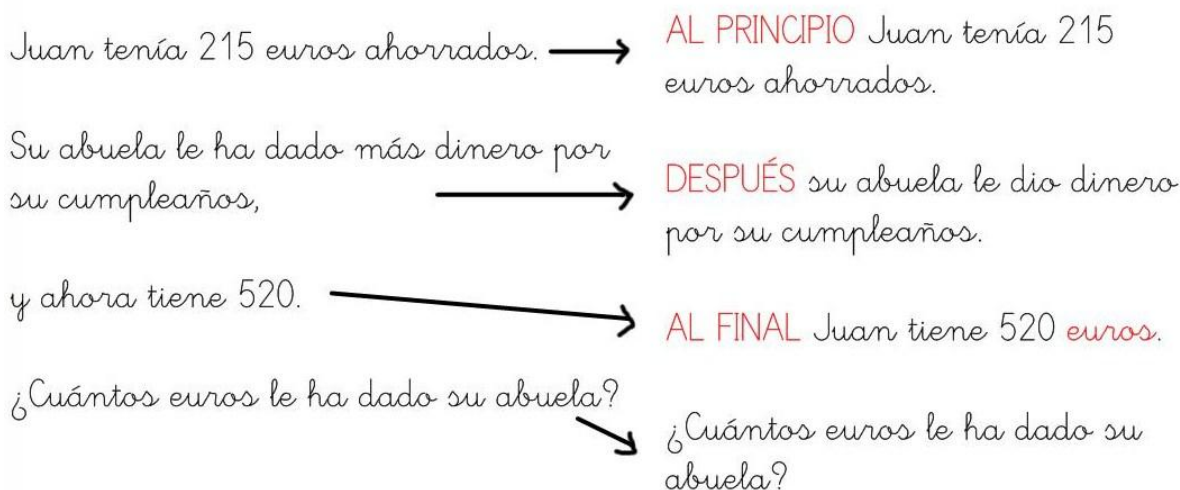
Finalmente, dentro de este apartado también voy a explicar el tipo de ayudas que les propuse a los alumnos en los distintos problemas. Para no hacerlo muy extenso, mencionaré las ayudas proporcionadas en uno de los dos problemas de cambio y en el de comparación.

- Ayudas propuestas en el problema de cambio 3:

La primera de las ayudas que les propuse fue la reescritura del enunciado del problema añadiendo aquellos indicadores temporales que ubicaran mejor a los alumnos en el modelo de la situación que nos marcaba el problema.

Para ello, era necesario introducir las partículas al principio, después y al final que delimitaban los diferentes conjuntos que teníamos en el problema.

Como se puede observar a continuación en la imagen, realicé esa reescritura con la pizarra digital ya que, era el medio de trabajo de esos alumnos en el aula.



La siguiente ayuda que corresponde con el orden del programa de instrucción de Orrantia (1995), es la representación lingüística del problema que delimita dentro del problema, los distintos conjuntos diferenciando los datos que conozco de aquellos que desconozco.

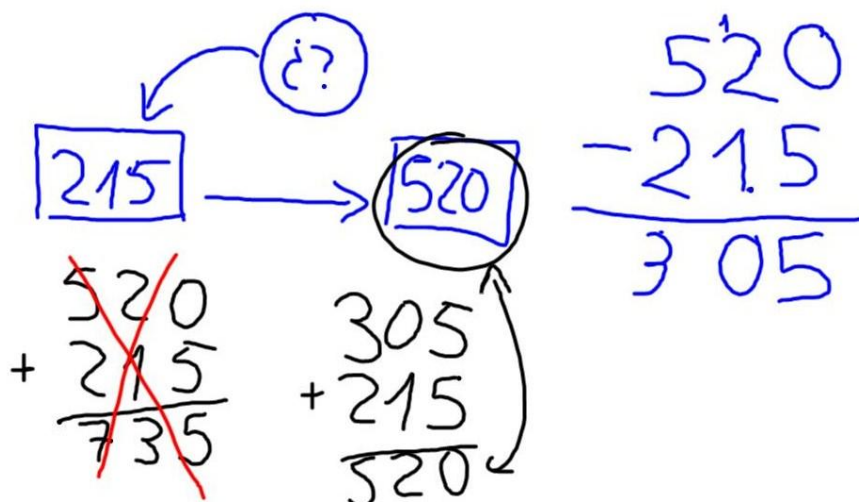
LO QUE SÉ

Al principio Juan tenía 215 euros.
Después su abuela le da dinero.
Al final tiene 520 euros.

LO QUE NO SÉ

¿Cuántos euros le ha dado su abuela?

Continuando con las ayudas, llegamos a la instrucción que nos ayuda a elegir el tipo de operación que debemos realizar en el problema. Se trata de la representación figurativa del problema que yo realicé del siguiente modo con los alumnos:



Como se puede observar en la imagen, trate de hacerles ver a los alumnos que si sumábamos las dos cantidades que nos daba el problema, el resultado que obteníamos no nos encajaba dentro de los cuadrados del esquema de la representación figurativa.

La operación que teníamos que realizar era para conseguir saber el conjunto de cambio o transformación. Por ello, era necesario que realizásemos una resta. A la cantidad final (520 euros) le teníamos que restar la cantidad inicial (215 euros) y así lográbamos obtener el conjunto que nos faltaba.

Además, dentro de esta misma imagen se puede ver la quinta ayuda del programa de instrucción que trataba de supervisar el problema y comprobar que los conjuntos encajasen en el esquema figurativo. Se observa cómo realicé la suma de la cantidad inicial (215 euros) + la cantidad de cambio que es el dinero que la abuela le da (305 euros) y así comprobamos que el resultado del problema coincide con la cantidad final que nos decía el enunciado (520 euros).

Otra de las ayudas consiste en el razonamiento para el cual, se usan pregunta del tipo *¿tenía más al principio o al final?* y con ella observamos si los alumnos han comprendido porque debían realizar esa operación y no otra. De esta ayuda no poseo ninguna imagen puesto que formule las preguntas de forma oral.

Finalmente, la última de las ayudas de revisión del problema ya mencione que está reflejada en la tercera ayuda puesto que, utilice la representación figurativa del problema para comprobar que todo estaba ejecutado correctamente.

- Ayudas propuestas en el problema de comparación 1:

Al igual que en el problema anterior, en este de comparación utilice el mismo método de intervención para que los alumnos observaran que con cualquier tipo de problema podemos seguir estos mismos pasos. Por tanto, comencé con la reescritura del enunciado en este caso añadiendo una frase que ayudase a situar mejor a los alumnos.

El colegio de nuestro primo
tiene más alumnos que el
nuestro.

Si en tu colegio hay 236 alumnos → Tu colegio tiene 236 alumnos.

y en el colegio de tu primo hay 365, → El colegio de tu primo tiene 365
alumnos.

¿Cuántos alumnos tiene el colegio de
tu primo más que el tuyo? → ¿Cuántos alumnos tiene el
colegio de tu primo más que el
tuyo?

La siguiente ayuda sobre lo que conocemos del problema nos vuelve a situar para concebir el modelo de la situación que nos plantea el problema y también nos ayuda a distinguir qué tipo de problema es. Para ello, debemos fijarnos en los datos que conocemos y por qué conjunto nos están preguntando.

LO QUE SÉ

El colegio de nuestro primo tiene más alumnos que el nuestro.

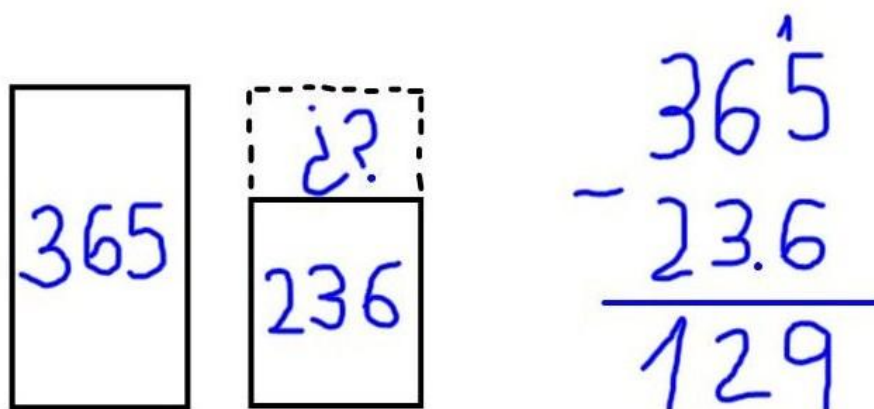
Nuestro colegio tiene 236 alumnos.

El colegio de nuestro primo tiene 365 alumnos.

LO QUE NO SÉ

¿Cuántos alumnos tiene el colegio de tu primo más que tu colegio?

En la ayuda de representar en un esquema el problema, el alumno ya debe decidir qué operación tiene que realizar con los datos que posee. El esquema le ayuda a situar los conjuntos que conoce y observar cómo puede descubrir el conjunto que desconoce. Como ya he explicado anteriormente, en este esquema de comparación situamos el conjunto mayor a un lado y el conjunto menor al otro para reflejar la diferencia entre ambos que es lo que debemos hallar.



Por último, las ayudas de razonamiento a través de preguntas del tipo: *¿quién tiene más alumnos?*, *¿tendremos que sumar o restar?* y las ayudas metacognitivas para la revisión del problema y comprobación de que todo está correcto. De ambas dos ayudas no poseo imagen porque las realice de forma oral.

Todas estas ayudas que utilice para que los alumnos comprendieran mejor los problemas matemáticos, están reflejadas en una transcripción. Mientras realizaba la intervención con los alumnos, me grabe en audio para luego poder realizar una transcripción que reflejase cómo fue mi intervención. Esta transcripción se encuentra en el [ANEXO 1](#).

Si se observa con detenimiento, se podrá comprobar cómo a los alumnos les cuesta razonar los problemas porque no conciben la relación que existe entre los diferentes conjuntos del problema. Habría que trabajar con ellos muchas veces este modelo de resolución de problemas para que lo fueran asimilando y comprendieran su funcionamiento.

5- RESULTADOS

Sin duda, los resultados obtenidos antes y después de aplicar las ayudas es uno de los puntos más importantes en este trabajo. Con ellos pretendo demostrar si el objetivo que persigo con mi trabajo se hace realidad o por el contrario, estaba equivocada.

Para ser más objetiva, he decidido tener en cuenta los resultados de la primera intervención sin ayudas, los resultados de la tercera intervención después de haber recibido las ayudas y también, los resultados de la última intervención con problemas simplificados. No tendré en cuenta los resultados obtenidos por los alumnos en la segunda intervención en la cual, yo les ofrecía las ayudas necesarias para resolver el problema y, seguidamente ellos copiaban los problemas en sus cuadernos. Como es lógico, los resultados obtenidos son todos positivos y no tiene sentido que los tenga en cuenta porque los alumnos estaban recibiendo mi ayuda para razonar los problemas.

Tendré en cuenta esas 3 intervenciones y para analizar los resultados obtenidos he elaborado unos gráficos que nos ayudan a ver con claridad lo sucedido.

Los primeros resultados que voy a reflejar conjuntamente son los obtenidos en la primera y en la tercera intervención.

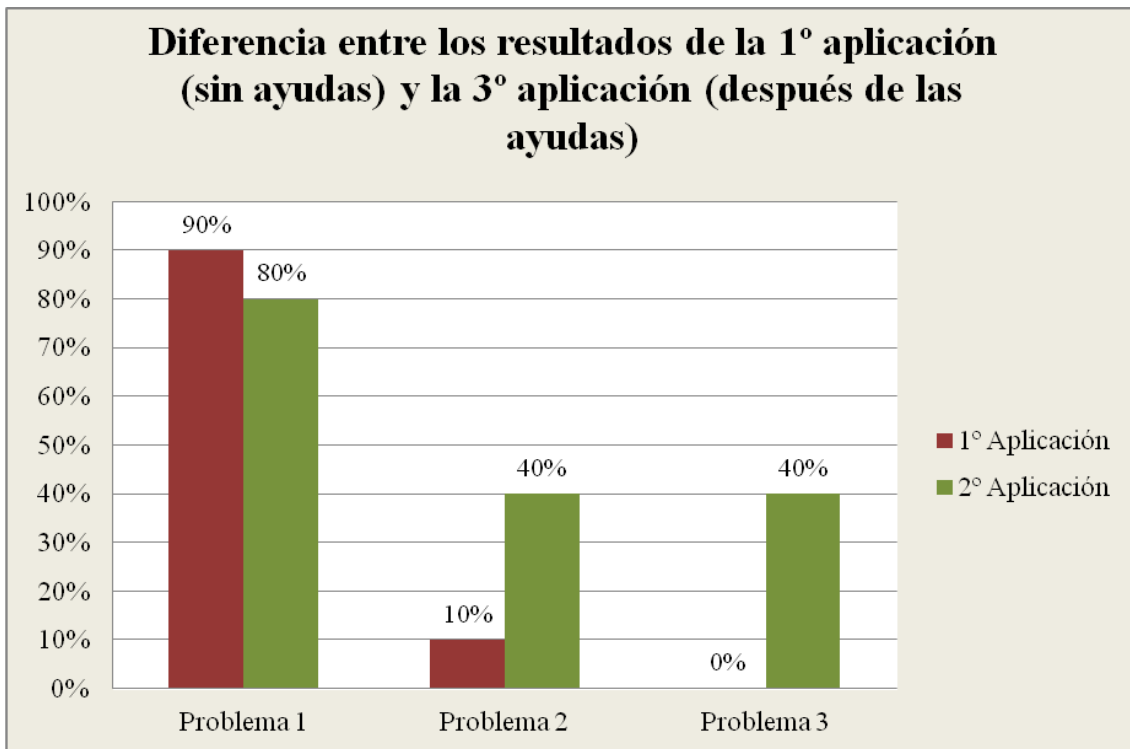


Figura 8. Gráfico que representa los resultados obtenidos por 10 alumnos en la resolución de problemas con o sin ayudas.

- Resultados obtenidos en la primera intervención:

Como podemos observar en el gráfico, los resultados obtenidos en el primer problema son de un 90% de aciertos, lo que significa que 9 de los 10 alumnos sabían resolver el problema sin necesidad de ayudas. Cabe destacar que era un problema fácil que no requería demasiado razonamiento matemático.

En cuanto al segundo problema, solo un alumno supo resolverlo antes de tener ayudas. El resto de alumnos decidieron realizar una suma cuando debían hacer una resta. Como dije en las predicciones, era un problema difícil de resolver porque nos preguntaba por el conjunto de cambio y los alumnos, probablemente, no habían trabajado nunca esta variedad de problema.

Si observamos los resultados del tercer problema, veremos que ninguno de los alumnos supo elegir la operación adecuada porque todos ellos decidieron realizar una suma para comprobar cuántos alumnos más tenía un colegio que otro.

- Resultados obtenidos en la segunda intervención:

En el primero de los problemas, hubo 8 alumnos que lo supieron resolver correctamente después de recibir ayudas con lo cual, el resultado comparando antes de las ayudas y después de ellas, es ligeramente inferior. Uno de los alumnos que había sabido resolverlo sin ayudas, posteriormente no supo ejecutar la operación correcta.

En el caso del segundo problema hubo 4 alumnos que supieron resolverlo de forma adecuada en contraste con un solo alumno que supo realizarlo en la primera intervención. Por tanto, en este problema si que observamos una mejoría.

El tercer problema tuvo un resultado positivo de 4 alumnos. Solo necesitábamos que uno de los alumnos comprendiera cómo debía resolverlo para mejorar el resultado ya que, cuando lo realizaron ellos solos ninguno entendió lo que se les estaba pidiendo.

Una vez recogidos los resultados de la primera y tercera intervención, paso ahora a reflejar los resultados que se obtuvieron en la cuarta intervención cuando los problemas estaban simplificados para que resultasen más fáciles de asimilar.

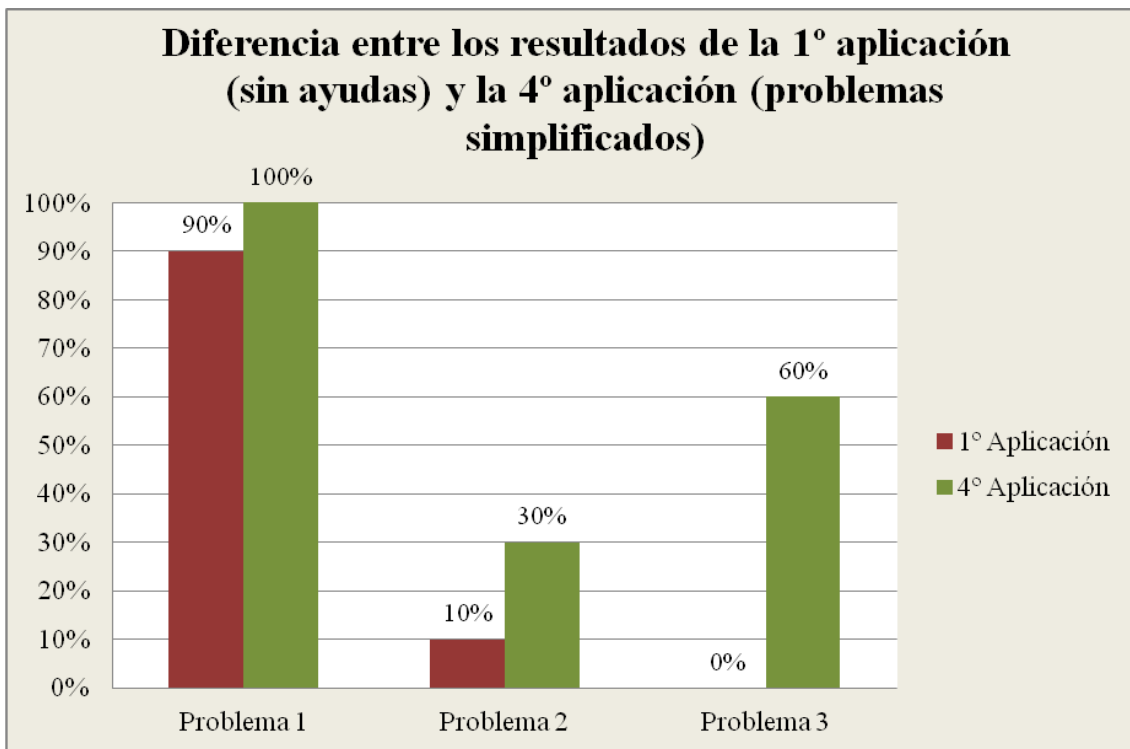


Figura 9. Gráfico que representa los resultados obtenidos por 10 alumnos en diferentes tipos de problemas, ambos resueltos de forma individual.

En esta cuarta aplicación de los problemas podemos observar en el grafico cómo los resultados mejoran respecto a la primera de las intervenciones.

En el caso del primer problema, todos los alumnos supieron resolverlo correctamente al contener unas cifras inferiores y más fáciles de asimilar. Por tanto, este 100% de alumnos supera en un alumno los resultados de la primera intervención.

En cuanto al segundo de los problemas, observamos también una pequeña mejoría. Pasamos de que solo un alumno supiera resolverlo sin ningún tipo de ayudas a mejorar en dos alumnos más y alcanzar un 30% en esta intervención con problemas más simplificados.

El tercero de los problemas es el que mejores resultados ha obtenido, elevando la cifra de alumnos hasta un 60%. Un resultado muy positivo teniendo en cuenta que la primera vez ninguno de los alumnos supo resolverlo.

En el siguiente apartado de conclusiones analizo el porqué de los resultados obtenidos por los alumnos en los diferentes problemas, intentando buscar una respuesta lógica basandome en la teoría elaborada en este trabajo

6-CONCLUSIÓN

Los resultados obtenidos de mi intervención con los alumnos, coinciden con el objetivo que perseguía en el trabajo que era demostrar que los alumnos realizaban mejor los problemas matemáticos si se les prestaban ayudas para su resolución. Esos resultados se veían mejorados porque a través de distintas estrategias, los alumnos iban razonando la ejecución del problema.

Como hemos podido observar en las imágenes, los alumnos están acostumbrados a realizar los problemas en 3 pasos:

- Primero escriben los datos del problema.
- Luego realizan la operación.
- Finalmente escriben el resultado.

Sin embargo, una buena solución del problema no nos garantiza que los alumnos hayan entendido el enunciado del problema ni la situación que se les planteaba. Por tanto, es importante el uso de las ayudas en la resolución de los problemas para que los alumnos se acostumbren a realizarlos paso a paso y meditando cada decisión. Además, es de vital importancia que sepan si un problema está bien resuelto o por el contrario necesitan cambiar algo en cualquiera de los pasos o estrategias que han ido siguiendo.

Para reforzar toda la teoría expresada en este trabajo, analizaré ahora más profundamente los resultados obtenidos en la resolución de problemas e intentaré dar una explicación a los posibles aciertos o errores que cometen los alumnos. Al igual que en el apartado anterior, analizaré por un lado los problemas de la primera intervención y por otro lado, los problemas de la tercera intervención después de las ayudas.

- Análisis de los resultados de la primera intervención

Dentro de la primera intervención, los resultados generales de los alumnos fueron negativos. Analizando uno a uno los problemas, considero que el primero de ellos fue el que mejor resolvieron los alumnos puesto que, se trataba de un problema de sumar en el que nos daban una cantidad inicial y un conjunto de cambio y teníamos que hallar la cantidad final. El propio problema nos decía la palabra clave (*ha comprado 190 sellos más*) con lo cual, los alumnos no tenían que meditar demasiado qué tipo de operación necesitaban para resolverlo.

Bien es cierto que todos los alumnos que realizaron una suma no tenían porque haber entendido el problema pero al realizarlo sin ayudas, no puedo demostrar si los alumnos entendieron el enunciado del problema o lo resolvieron simplemente por la palabra clave.

También cabe destacar que uno de los alumnos no supo resolverlo correctamente y eligió la resta como operación para la ejecución del problema. En este caso concreto si puedo afirmar que ese alumno no leyó con detenimiento el enunciado del problema y se limitó a realizar una operación al azar.

Los malos resultados del segundo problema nos muestran que era un tipo de problema que los alumnos no estaban acostumbrados a realizar y, sin ningún tipo de ayudas no consiguieron entender el modelo de la situación que les planteaba el problema para

posteriormente aplicar sus conocimientos matemáticos y traducir ese modelo a una operación concreta.

Este problema de cambio 3 requería que los alumnos se situarían bien temporalmente y observaran que iba pasando con cada conjunto del problema. Además, los alumnos debían preguntarse qué tenía que suceder para que Juan partiera de una cantidad inicial de dinero y finalmente, tuviera más dinero.

La mayoría de los alumnos pensaba que si tenemos poco dinero y al final tenemos mucho más es porque tenemos que irle sumando dinero a la cantidad inicial y en realidad, su pensamiento es correcto. Los alumnos pretendían sumarle a 215 euros más dinero hasta llegar a tener 520 euros y de esa forma, obtendrían el dinero que le había dado la abuela por su cumpleaños. Sin embargo, los alumnos se sentían perdidos porque no sabían cómo ir sumando dinero hasta llegar a una cantidad tan alta y por tanto, al final optaron por sumar las dos cifras del problema sin que esto tuviera mucho sentido.

Cabe destacar que uno de los alumnos supo resolver el problema sin ningún tipo de ayudas. Esto me lleva a pensar en dos cosas; por un lado, el alumno podría haber tenido contacto con este tipo de problemas en su contexto familiar, estar acostumbrado a que le pregunten por el conjunto de cambio y saber que es necesario restar o por otro lado, que el alumno tuviese un desarrollo cognitivo superior al resto de alumnos que le permitiera razonar los problemas y saber así, que tipo de operación debía realizar.

Como podemos observar en la transcripción ([ANEXO 1](#)), este alumno no sabía qué tipo de operación debíamos realizar pero sí sabía cuál debería ser el resultado del problema. El alumno sabía que si Juan tenía 215 euros, luego le dan más y finalmente tiene 520 euros, teníamos que obtener un resultado de unos 360 euros. Al preguntarle por qué ese resultado, el alumno contesta: *“porque mira, tenía 520 y le quitamos 215 y tendremos el número que le dio su abuela”*. El alumno no me sabía razonar porque debíamos realizar una resta pero él sabía que teníamos que hacer esa operación en este tipo de problemas aún cuando el resto de sus compañeros le decían lo contrario.

Finalmente, el hecho de que ninguno de los alumnos supiera resolver el tercer problema yo lo vinculo a que los alumnos están acostumbrados a que los problemas tengan palabras claves que les indiquen la operación que tienen que realizar. Al preguntar el

problema *¿cuántos alumnos tiene el colegio de tu primo más que el tuyo?* los alumnos se dejaron llevar por ese más y realizaron una suma.

Por tanto, con problemas como este, podemos afirmar que los alumnos no saben resolver los problemas matemáticos porque no comprenden el enunciado que se les está planteando. Ellos solo buscan estrategias superficiales y distintas cantidades con las que poder operar. Además, obtienen un resultado numérico y no están habituados a comprobar si el problema está bien resuelto o se han confundido en la elección de la operación o en la propia resolución.

- Análisis de los resultados de la segunda intervención

Observando los resultados del primer problema después de recibir ayudas, observamos que 8 alumnos lo supieron resolver frente a 9 alumnos que lo resolvieron correctamente sin ningún tipo de ayudas. Quizás, este descenso de un alumno que si lo supo resolver la primera vez, sea fruto de que no asimiló correctamente las ayudas que les explique en el primer problema y por tanto, no comprendió que si teníamos una cantidad inicial a la que le añadíamos otra cantidad, la operación a realizar debería ser una suma.

Otro planteamiento para este error puede ser que el alumno se acordase de la resolución de problemas con ayudas que efectué con ellos y sabía que dos problemas se resolvían a través de una resta y uno a través de una suma y por tanto, eligió realizar una resta sin fijarse en el enunciado.

También es cierto que el alumno que resolvió en la primera intervención mal este problema, en la segunda intervención comprendió el problema y supo resolverlo. Por lo tanto, en este alumno se puede observar que los niños interiorizan casi a la primera el uso de las ayudas en la resolución de problemas.

En el caso del segundo de los problemas realizado sabiendo cuales son las ayudas necesarias para su resolución, hubo un aumento de 3 alumnos con respecto a los resultados de la primera intervención. Esto nos indica que esos alumnos comprendieron la utilización de esas ayudas y fueron capaces de entender qué les estaba pidiendo el problema y qué operación necesitaban hacer para buscar una correcta solución. Bien es cierto que no es aumento muy considerable pero, teniendo en cuenta que los alumnos

solo estuvieron en contacto con las ayudas durante 1 sesión y parte de otra, yo considero que es un resultado muy positivo el haber logrado que 3 alumnos más entiendan un problema que antes resolvían al azar.

Los resultados obtenidos en el tercero de los problemas son muy positivos. A través de las ayudas conseguí que 4 alumnos resolvieran correctamente el problema o por lo menos utilizaran la operación necesaria aunque el resultado final no fuese correcto. Sin ninguna duda, este tercer problema es el que logré que entendieran más alumnos. También es cierto que para que lo entendieran correctamente, use ejemplos de problemas más sencillos (durante la intervención para explicarles las ayudas) para que vieran cómo debían resolverlos y quizá eso les ayudó a memorizar cómo resolver este tipo de problemas.

Aunque los resultados de esta segunda intervención después de las ayudas han mejorado, sigue habiendo 7 alumnos en el segundo problema y 6 en el tercero que no conseguí que entendieran porqué debíamos realizar una resta y no una suma. El contacto con las ayudas fue escaso y como muestran los resultados obtenidos, no conseguí llegar a todos los alumnos del mismo modo. Aún así, creo que con más tiempo de dedicación a resolver los problemas de esta forma, los alumnos se habituarían a resolverlos de forma razonada, reflexionando con cada una de las estrategias que van utilizando y sobre todo, revisando al finalizar que todo este correcto.

- Análisis de los resultados de la cuarta intervención

Con respecto al análisis de los problemas simplificados lo realizaré del mismo modo que las dos anteriores intervenciones, intentando explicar una a una las circunstancias que pudieron llevar a los alumnos a resolver los problemas de ese modo.

En cuanto a que todos los alumnos supieran resolver el primer problema, considero que es debido a que entienden mejor los problemas si se los planteamos con cifras menores que estén a su alcance. Bien es cierto que los alumnos de 2º de Educación Primaria en ese momento de la intervención ya trabajaban con los números de la familia del 600 pero no por ello, les resultaba más fácil trabajar con cantidades tan elevadas.

Los resultados en este primer problema no nos indican con claridad que las ayudas funcionen puesto que sin ayudas, ya el 90% de los alumnos supo resolver el problema adecuadamente, posteriormente a las ayudas un 80% lo resolvió correctamente y finalmente, un 100% supo resolverlo al tratarse de un problema simplificado.

Por tanto, yo considero que en este caso concreto más que las propias ayudas, lo que motivo el buen rendimiento de los alumnos fueron las inferiores cifras que planteaba el enunciado del problema.

En el caso del segundo de los problemas también obtenemos una leve mejoría de dos alumnos más con respecto a la primera aplicación de los problemas. Este ascenso supone que esos dos alumnos asimilaban las ayudas correctamente porque, cómo ya observamos, en la tercera intervención después de las ayudas los resultados también mejoraron ya que fueron de un 40% frente al 10% inicial.

Por tanto, en ambas intervenciones (3º y 4º aplicación) los resultados mejoran después de trabajar con las distintas ayudas pero en este caso, considero que tener las cantidades más simplificadas no ayudó a elevar el número de alumnos que resolvían satisfactoriamente el problema.

Creo que esto es debido a que por mucho que simplifiquemos el problema no vamos a conseguir que los alumnos lo sepan resolver si para ello, no les proponemos estrategias de resolución (ayudas) que los guíen en la ejecución. Cuando se trata de problemas más simples o comunes (cambio 1 y cambio 2) simplemente el reducir las cantidades puede ayudar a los alumnos a situarse mejor y comprender los datos del problema porque únicamente tienen dos cantidades con las que operar para obtener un resultado. En cambio, en el caso de un problema de cambio 3 no basta con simplificar las cantidades porque los alumnos se encuentran con que el problema tiene dos cantidades y deben elegir la operación adecuada pero además, deben saber a qué cantidad le resto el otro conjunto. Por tanto, es mucho más complicado de resolver si los alumnos no poseen ayudas para ir determinando la relación que hay entre los diversos conjuntos.

En último lugar, al ver los malos resultados de la primera intervención, en el tercer problema les planteé a los alumnos un problema realista en el que se les pedía la diferencia de alumnos entre los niños de su clase y los de 1º de Educación Primaria de su mismo colegio. Al poseer la clase de 1º de Primaria 16 alumnos y la de 2º solo 10,

los alumnos debían realizar una resta para saber cuántos alumnos más tiene una clase que la otra. Al igual que en la primera intervención, muchos alumnos se dejaron llevar por la palabra clave *más* y relizaron una suma.

Aun así, pasar de que ningún alumno supiera resolver el problema en la primera intervención a que posteriormente hubiera 4 alumnos en la tercera intervención después de las ayudas y, finalmente 6 con los problemas simplificados, considero que esta mejoría está motivada principalmente por las ayudas recibidas pero también por la simplificación del problema.

Que haya una mejoría de 4 alumnos después de recibir las ayudas es unicamente motivado por la comprensión de esas ayudas por parte de los alumnos y, que finalmente haya 6 alumnos que resuelvan correctamente el problema simplificado y adaptado para que sea realista, yo considero que es debido a que a los alumnos les motiva resolver los problemas que están encaminados a tratar problemas que pueden surgir en la vida real o simplemente, problemas en los que los propio alumnos son los protagonistas de esa historia a la que intentamos buscar un resultado.

Concluido el análisis de los distintos problemas en las diversas fases de intervención, destaco que tanto las ayudas recibidas por los alumnos como utilizar cifras poco elevadas en los problemas, ayudan a los alumnos a resolver correctamente los problemas porque son capaces de plantear mejor el modelo de la situación del problema y pueden traducirlo a una operación matemática concreta.

Al tratarse de cifras pequeñas, los alumnos pueden intuir mediante el razonamiento, cuál sería el resultado del problema y solo tendrían que buscar así, la operación necesaria para obtener ese resultado.

Pero tambien cabe destacar que simplemente la reducción de las cantidades no hace que todos los alumnos resuelvan mejor los problemas. Analizando el gráfico vemos como en el primero de los problemas la mejoría es de 1 alumno, en el segundo de los problemas mejora en 2 alumnos y es en el tercero es donde observamos una amplia mejoría, pasamos de no tener ningún alumno que sepa resolver ese problema, a conseguir que 6 de ellos lo consigan. Por tanto, no solo trabajar con cantidades menores ayuda a los alumnos sino trabajar con problemas realistas, adaptados a su edad. Esa es la clave para que los alumnos se sientan más motivados por resolver correctamente los problemas. Al

ser ellos mismos los protagonistas de la situación matemática, conciben la tarea de forma distinta que si siempre trabajamos con problemas repetitivos que no ayudan a los alumnos a razonar sus respuestas porque no sienten curiosidad por resolver el problema y obtener una cierta cantidad que no les dice nada.

Las ayudas también mejoran la resolución de problemas porque mediante la reescritura del enunciado del problema y la representación lingüística de lo que conozco y lo que desconozco del problema, los alumnos se sitúan y descubren de qué tipo de problema se trata. Una vez sabido esto, los alumnos escogen el modelo de representación figurativa válido para ese tipo de problema y prácticamente, ya tienen resuelto el problema.

Finalmente, con la última ayuda que nos indica que debemos repasar el problema para comprobar que todo está correcto, los alumnos se aseguran de que la ejecución esté perfecta y no se hayan confundido en ninguno de los pasos. Comprueban así que la operación elegida sea la correcta y que la cuenta esté bien realizada para que todas las cifras encajen de forma adecuada en la representación figurativa. Si todo encaja, nos indica que el problema ha sido resuelto de forma correcta.

En vista de los resultados obtenidos, creo que es muy importante adaptar los problemas a los alumnos a los que van dirigidos. Podemos empezar trabajando con ellos problemas más simplificados que sin duda comprenderán mejor y así van entendiendo el mecanismo de las ayudas y posteriormente, trabajar con cantidades más elevadas una vez que hayan asimilado el uso de las ayudas.

Analizando mi experiencia con estos alumnos, considero que el objetivo de mi trabajo se ha cumplido ya que, he podido demostrar como el uso de diferentes ayudas en la resolución de problemas matemáticos, mejora los resultados de los alumnos incluso con una única intervención para que conocieran y aplicaran esas ayudas. Sin duda, esta forma de razonar las estrategias que van utilizando para resolver los problemas, les ayuda a estar seguros en todo momento de que lo están haciendo correctamente y además, tienen la posibilidad de comprobar que el resultado es el correcto.

7-BIBLIOGRAFÍA

Carpenter, T. y Moser, J. (1982). *The development of addition and subtraction problem solving skills*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Consejería de Educación de Castilla y León (2009). *Instrucción conjunta*. Valladolid: Autor.

Miranda, A.; Fortes, C. y Gil, M. D. (2000). *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque evolutivo*. Málaga: Aljibe.

Miranda, A. y Gil, M. D. (2001). *Las dificultades de aprendizaje en las matemáticas: concepto, manifestaciones y procedimientos de manejo*. *Neurología clínica*, 2 (1), 55-71.

Orrantia, J.; González, L. y Vicente, S. (2005). *Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de Educación Primaria*. *Infancia y aprendizaje*, 28 (4), 429-451.

Orrantia, J.; Morán, M. C.; García, A. D. y González, L. (1994). *¿Tenemos un problema...! Propuesta de un programa para enseñar a resolver problemas de matemáticas*. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 28, 15-28.

Riley, M. S.; Greeno, J. G. y Heller, J. I. (1988). *Developmental analysis of understanding language about quantities and of solving problems*. *Cognitions and Instruction*, 5, 49-101.

Verschaffel, L.; Dochy, F.; Boekaerts, M. y Vosniadou, S. (2006). *Instructional psychology. Past, present and future trends*. *Advances in learning and instructions series*. (pp. 95-100).

Vicente, S.; Dooren, W. V. y Verschaffel. (2008). *Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales*. *Cultura y Educación*, 20 (4), 391-406.

Vicente, S. y Orrantia, J. (2007). *Resolución de problemas y comprensión situacional*. *Cultura y Educación*, 19 (1), 61-85.

ANEXO 1

TRANSCRIPCIÓN

Solo se encuentran transcritas las ayudas en los dos problemas de cambio puesto que el tercer problema de comparación no fue grabado.

INTERVENCIÓN CON AYUDAS EN EL PRIMER PROBLEMA (CAMBIO 1)

Maestra: Os doy a cada uno el problema ya escrito ¿vale?, para que no lo tengáis que copiar en el cuaderno.

Alumno: ¿Lo pegamos?

Maestra: No, ahora no.

(Los alumnos comienzan a hablar).

Maestra: Nadie lo recorta y nadie lo pega. Lo vamos a leer. Todos a la vez 1, 2 y 3.

Alumno: Carla colecciona sellos. El mes pasado tenía 85 sellos. Este mes ha comprado 190 sellos más. ¿Cuántos sellos tiene ahora?

Maestra: Vale. Entonces el problema nos dice que Carla tenía sellos, ¿sí? Hasta ahí todo bien. ¿El mes pasado cuántos tenía?

Alumno: 85

Maestra: Vale, y ¿qué ha pasado este mes?

Alumno: Pues que ha comprado 190 sellos más.

Maestra: Vale, entonces tenía 85 y ha comprado 190 más. ¿Cuántos sellos tendrá ahora entonces? ¿Tendrá más o tendrá menos?

Alumno: Más.

Maestra: Venga, vamos a empezar poniendo los datos. De momento lo voy a hacer yo en la pizarra y luego lo hacéis vosotros en vuestros cuadernos. Luna, me empiezas diciendo un dato.

Alumno: Vale, el mes pasado tenía 85 sellos.

Maestra: Vale, el mes pasado...

Alumno: El mes pasado Carla tenía 85 sellos.

Maestra: ...85 sellos. Y Alberto, ¿cuál es el otro dato?

Alumno: Este mes ha comprado 190 sellos más.

Maestra: Entonces, ha comprado 190 sellos más. Rodrigo, ¿qué operación tendremos que hacer?

Alumno: Hacer la cuenta.

Maestra: Hacer la cuenta y ¿qué hago sumo, resto,...

Alumno: Sumar

Maestra: Sumar, ¿por qué sumar?

Alumno: Porque Carla tenía 85 sellos y compró 190 y hay que sumar.

Maestra: Entonces ¿a 85 que hago?

Alumno: A 85 le sumo 190.

Maestra: Le sumo 190. Sal y lo haces.

Alumno: Ten cuidado que te entre.

Maestra: Venga vamos.

Alumno: $5 + 0 = 5$

$8 + 9$como $9 + 9$ es 18 y le quito una, 17

Maestra: Venga, muy bien.

Alumno: Me llevo una. Una + una = 2

Maestra: Entonces la solución es...

Alumno: 275

Maestra: ¿Qué? ¿275 qué?

Alumno: 275 sellos.

Maestra: Venga ponlo. Vale, este primero creo que todos lo tenáis bien.

Alumno: Si, era fácil. ¿Nos vas a enseñar la nota?

Maestra: Bueno mira, Noa no. Noa dijo “voy a restar”. Noa le resto a 85, 190 y colocó mal la cuenta. Y encima le daba 160. ¿Eh Noa? ¿Ves que no puede ser?

Alumno: Por eso lo estamos haciendo.

Maestra: Por eso lo estamos haciendo, por todos. No solo por ella. Y Rodrigo tampoco colocó bien la cuenta, le daba 295. ¿Vale Rodrigo?

Mi tutora: ¿Has aprendido ya a colocarlo? Alguien te ha mandado que pongas los datos ahí. De momento Laura no nos ha dicho ni que peguemos ni que nada.

Maestra: A ver, ¿este primer problema está entendido?

Alumno: Si

Maestra: ¿Todos entendemos que había que sumar?

Alumno: Si

Maestra: Noa, ¿lo entiendes ahora que no se podía restar? ¿Sí? Venga, lo ponemos en el cuaderno y lo pegamos.

(Los alumnos pegan el enunciado del problema en sus cuadernos)

Maestra: Venga, vamos poniendo los datos. Rodrigo, vete poniéndolos.

Alumno: ¿Ponemos solo 85 y 190 sellos?

Maestra: No, porque no te dice nada eso. Yo te digo 85 sellos, 190 sellos ¿qué tienes que hacer? ¿sumar, restar? Así no lo sabes, pon todo. Lo voy a quitar y no lo tendrás copiado.

Alumno: ¿Hay que copiar lo de los datos?

Maestra: Hombre no, lo he puesto ahí para mí.

(Mientras los alumnos copian los datos de la pizarra, yo iba pasando mesa por mesa comprobando que lo escribieran bien)

Maestra: Nuria siéntate aquí que si no, no dejáis de hablar.

Alumno: Laura, ven un momento porfa. ¿Dejamos una línea para poner operación? ¿Es obligatorio ponerlo en la línea?

Maestra: Si, deja si quieres esta.

Alumno: Laura, ¿lo pongo en la otra el otro dato?

Maestra: No, lo bajas.

Alumno: Ya está Laura, me falta la operación y la solución.

Maestra: Venga. Colocar bien la cuenta.

Alumno: Laura, he terminado el problema. ¿Nos das otro?

Maestra: Ahora hacemos otro. Venga que hay niños que ya han acabado.

Alumno: ¿Hacemos un dibujo?

Maestra: No, no hacéis dibujo porque ahora hacemos otro.

Alumno: Esperar que no hemos acabado los demás.

Maestra: Estamos esperando por vosotros. Estas haciendo el tonto y no has acabado. A ver ¿quién falta?

Alumno: Yo

Maestra: ¿Solo tú? Venga.

Alumno: Y yo que me falta la solución. Ya está.

Tiempo transcurrido en el primer problema: 15 minutos y 10 segundos.

INTERVENCIÓN CON AYUDAS EN EL SEGUNDO PROBLEMA (CAMBIO 3)

Maestra: Siguiente problema. Ahora nos lo va a leer Noa. Silencio.

Alumno: ¿Lo vamos a hacer aquí?

Maestra: Si, lo vamos a hacer aquí.

Alumno: Juan tenía 215 euros ahorrados. Su abuela le ha dado más dinero por su cumpleaños, y ahora tiene 520. ¿Cuántos euros le ha dado su abuela?

Maestra: Vale. Entonces, Juan tenía...al principio tenía 215 euros ¿sí?

Alumno: Si

Maestra: Vale, pero luego fue su cumple y ¿qué le dio su abuela, Noa?

Alumno: 520 euros.

Maestra: ¿Entonces que nos pide el problema?

Alumno: Que sumemos.

Maestra: ¿Que sumemos qué?

Alumno: 520 euros más.

Maestra: Yo no veo eso. El problema dice que ¿cuántos euros le ha dado su abuela? ¿Lo sabemos eso?

Alumno: No. Si (Unos alumnos contestan NO y otros SI)

Maestra: ¿Sí lo sabemos?

Alumno: Si, 520

Maestra: No, dice que Juan tenía 215 al principio...al principio Juan tenía 215 euros ¿sí? Hasta ahí sí. Pero luego su abuela le dio 520 euros...no, no perdón. Su abuela le dio dinero, no sabemos cuánto. Y al final, con lo que tenía al principio más lo que le ha dado su abuela tiene 520 euros. ¿Sí? ¿Hasta ahí lo hemos entendido?

Alumno: Si.

Maestra: Iker, me lo dices tú ahora.

Alumno: Que al principio tenía 215 euros ahorrados y después su abuela por su cumpleaños le dio dinero...

Maestra: No sabemos cuánto.

Alumno: No.

Maestra: La abuela le dio y ¿cuánto tenía luego?

Alumno: 520

Maestra: Vale, ¿sabemos lo que tenemos que hacer?

Alumno: Sumar. (Empiezan a decir cantidades que sumar que no existen en el problema)

Maestra: Rodrigo, te lo voy a intentar explicar.

Mi tutora: Rodrigo creo que te lo ha dicho ya, Laura.

Maestra: Si, pero el resto no se han enterado. Mirad atentos. (escribo en la pizarra digital). Juan tenía 215 euros, ¿cuánto le dio su abuela?

Alumno: No lo sabemos.

Maestra: No lo sabemos. Entonces, su abuela le dio dinero y esos 215 ¿en que se convirtieron?

Alumno: En 520.

Maestra: ¿Tendremos que sumar?

Alumno: Si, porque es ir poniendo.

Maestra: ¿Ir poniendo qué?

Alumno: Ir poniendo dinero.

Maestra: Dinero ¿a quién?

Alumno: Al niño (los alumnos comienzan a decir respuestas al azar). Al abuelo, a Juanito.

Maestra: A ver Alex, ¿tú qué piensas?

Alumno: Sumándole dinero de 10 en 10.

(El resto de sus compañeros comienzan a reírse)

Maestra: Claudia, ¿tú qué dices?...Claudia no sabe.

¿Iker?...Iker no sabe.

¿Nuria?...Nuria no sabe

Rodrigo, ¿me lo dices tú?

Alumno: Es que no se.

Maestra: Que si, si ibas bien. Yo te he dicho que tenía 215 euros y su abuela le dio pero, no sabemos cuánto le dio.

Alumno: 150.

Maestra: Pero ¿por qué? ¿Por qué piensas eso?

Alumno: mmm...2 : 735.

Maestra: Pero vamos a ver, vuelvo a repetir. Tenía esto...

Alumno: 360

Maestra: 360, entonces ¿que cuenta he hecho?

Alumno: Sumar

Maestra: ¿He sumado $520 + 215$?

Alumno: Restar.

Maestra: Y ¿qué he restado?

Alumno: $215 - 520$

Alumno 2: $520 - 215$

Maestra: Venga, haz esa cuenta a ver que sale. (El alumno sale a la pizarra)

Alumno: Yo creo que es al revés.

Maestra: Es al revés y ¿qué tenemos que hacer?

Alumno: 215 – 520

Maestra: Pero Claudia, ¿a 215 le podemos quitar 520?

Alumno: (otro alumno contesta) aaa...es sumar.

Maestra: No verdad. Entonces, no podemos hacer eso. A ver, Rodrigo ¿tú qué piensas?
(Rodrigo es el alumno que está en la pizarra)

Alumno: Pues que a 520 le quitamos 250 (se confunde en la cifra) y así sabremos el resultado.

Maestra: Pero ¿Por qué piensas eso?

Alumno: Porque mira, tenía 520 y le quitamos 250 y tendremos el número que le dio su abuela.

Maestra: Venga, haz la cuenta a ver qué pasa. En alto por favor.

Alumno: 315

Maestra: 315 son los euros que...

Alumno: Le da la abuela.

Mi tutora: Repasa la cuenta. Repásala en alto.

Maestra: De 5 a...Mira a ver que hay algo mal.

Alumno: (Otra alumna le contesta) 1 y 2 son 3 por Dios.

Alumno 2: Pero que es menos.

Maestra: De 5 a...

Alumno: 0

Maestra: De 5 a...

Alumno: 0

Maestra: De 5 a...

Alumno: 10. A ya me he dado cuenta.

Maestra: De 5 a 10 son 5. ¿A quién le regalas una?

Alumno: Al uno

Maestra: Uno y uno...

Alumno: Dos.

Maestra: ¿De 2 a 2?

Alumno: cero

Maestra: Y ¿de 2 a 5?

Alumno: 3

Maestra: Entonces, yo tengo otra pregunta. ¿Cuándo tenía más dinero Juan al principio o al final?

Alumno: Al final.

Maestra: Pero no había que sumar. Si os dais cuenta, si sumo 520 y 215... 5 y 0 es 5, 2 y 1 son 3 y 5 y 2 son 7.

Alumno: Lo ves (creyendo que es así)

Maestra: Escúchame, pero el problema te decía que al final tenía 520 no 735. Y si te das cuenta, la abuela le da 305 euros (lo escribo en la pizarra) y él tenía 215 euros (lo escribo en la pizarra). 305 es lo que le ha dado la abuela y él tenía 215, vamos a sumar ¿5 y 5?

Alumno: 10 y le sumo 1

Maestra: 1 y 1

Alumno: 2

Maestra: Y ¿3 y 2?

Alumno: 5

Alumno 2: 520

Maestra: No os dais cuenta que da lo mismo.

Alumno: Si

Maestra: Entonces ¿está bien hecho?

Alumno: Si

Alumno 2: Yo no lo entiendo.

Maestra: Te lo vuelvo a explicar Claudia. El niño tenía 215 euros y la abuela le dio dinero ¿sí? ¿síiii?

Entonces si este dinero que le dio la abuela yo se lo sumo al dinero que tenía antes me tendrá que dar lo que tenía el niño al final.

Alumno: Si

Maestra: ¿Sí? Si tú tienes 1 caramelo y tu mamá te da 2. ¿Cuántos tienes al final?

Alumno: 3

Maestra: Vale, pues ya está es lo mismo que pasa aquí. Si el niño tenía 215 euros y la abuela le da 305 tendrá el resultado final, 520 ¿sí?

Alumno:.....

Maestra: No estáis muy convencidos.

Mi tutora: Sacar todos los dedos de una mano. Imaginad que yo tengo 2 euros, dos euros tengo y mi abuela me da no sé cuántos euros pero, al final tengo 5. ¿Cuántos euros me dio la abuela?

Alumno: 3

Mi tutora: ¿Qué estamos haciendo? Los que tengo al final, que son 5, menos los que yo tenía al principio. Pensad, tenemos los dedos de la mano, pensad que yo tengo 1 euro y mi abuela me da no sé cuantos euros, al final tengo 5 euros. ¿Cuántos...

Alumno: 4

Mi tutora: Os dais cuenta. Claudia, tengo 4 euros. Mi abuela me da no sé cuantos euros y al final tengo 5 euros. ¿Cuántos me ha dado?

Alumno:(no sabe la respuesta)

Alumno 2: (intenta explicárselo un compañero) Mira, si yo tengo 3 caramelos y mi madre me da 5 ¿cuántos tengo?

Alumno: 8

Mi tutora: Pues ahora Claudia, ella tenía 3 caramelos y su mamá le da 5 ¿vale? Pues imagínate que dijéramos que tengo 2 caramelos, no sé cuantos me da mi mama pero al final tengo 5. ¿Cuántos caramelos me da mi mamá?

Alumno:(sigue sin saber la respuesta)

Mi tutora: Mira Claudia. Estos tenías tú (señalando 2 dedos) y al final tenías estos (señalando 5 dedos) ¿Cuántos te dio mamá?

Alumno: 3 (el resto de compañeros dicen la respuesta por ella).

Maestra: Venga chicos, lo pegamos en el cuaderno. Os voy a ayudar a hacerlo. Venga los datos. Lo voy a empezar a hacer.

Alumno: Yo voy contigo Laura.

Maestra: Venga. Juan tenía 215 euros. (Mientras tanto, voy ayudando a los alumnos a hacerlo bien en sus cuadernos).

(Los alumnos se impacientan porque se llega la hora de salida)

Maestra: No vamos a recoger hasta que no lo tengamos hecho, eh. ¿Ya lo tenéis hecho?

(Datos) Juan tenía 215 euros. Ahora tiene 520.

(Los alumnos lo van copiando en sus cuadernos y lo resuelven solos)

Maestra: ¿Qué operación tendríamos que hacer?

Alumno: Sumar

Maestra: ¿Sumar? Entonces todo lo que hemos estado haciendo Nuria, no vale de nada.

Alumno: Restar. $520 - 215$.

(Se distraen cuándo se dan cuenta que los estoy grabando en el móvil)

Maestra: La operación la hacéis vosotros por pesados.

Mi tutora: ¿Qué pensará Sara de vosotros? ¿qué pensará? ¿qué os parece Claudia, a ti qué te parece? Claudia, te estoy haciendo una pregunta. Noa, ¿qué le parecerá?

Alumno: Que somos unos parlanchines.

Sara: Sabéis lo que pienso, que los niños de infantil se portan mejor que vosotros y los de primero.

Maestra: Yo no me río Noa.

Alumno: Laura, yo ya he acabado.

Alumno 2: Y yo también.

Maestra: La cuenta la hacéis vosotros solos y hasta que no la tengáis, no os vais.

Alumno: Yo soy el único que se lo sabe la cuenta porque ya la he hecho.

(Los alumnos que van acabando me muestran el cuaderno con la cuenta resulta y los que la tienen correcta pueden irse a sus casas).

Tiempo transcurrido en el segundo problema: aproximadamente 25 minutos.