

DIFICULTADES DEL LENGUAJE QUE INFLUYEN EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Language difficulties that affect the resolution of problems

M.^a de las Mercedes RODRÍGUEZ HERNÁNDEZ y Juana DOMÍNGUEZ FERNÁNDEZ ARROYO

* *Universidad de Castilla-La Mancha. Correo-e: mmercedes.rodriguez@uclm.es*

** *CEIP. Romero Peña. Correo-e: juana.dominguez@edu.jccm.es*

Recibido: 26/08/2015; Aceptado: 23/3/2016; Publicado: 30/11/2016

Ref. Bibl. M.^a DE LAS MERCEDES RODRÍGUEZ HERNÁNDEZ y JUANA DOMÍNGUEZ FERNÁNDEZ ARROYO. Dificultades del lenguaje que influyen en la resolución de problemas. *Enseñanza & Teaching*, 34, 2-2016, 17-42.

RESUMEN: La resolución de problemas matemáticos provoca frustración en los alumnos y preocupación en los docentes debido a su complejidad y dificultad. Se constata la necesidad de llevar a cabo un cambio metodológico que solvete esas dificultades.

En este trabajo presentamos una metodología aplicada en el aula para dar respuesta a esas dificultades y mejorar el rendimiento de nuestros alumnos en este ámbito de las matemáticas.

Planteamos un estudio relacionando las dificultades que tienen los alumnos en el lenguaje, dificultades como la comprensión lectora, la verbalización del problema, la identificación de los datos relevantes, la identificación de la pregunta y la expresión de la solución, y su repercusión en la resolución de problemas.

La metodología que se presenta consta de una parte de desarrollo de competencia lingüística, donde se trabaja la comprensión del lenguaje y el razonamiento lingüístico, y otra parte matemática formada por cinco fases: completar problemas, inventar la pregunta a un enunciado dado, inventar enunciados, inventar problemas y resolver problemas.

Posteriormente a la aplicación metodológica se lleva a cabo un estudio estadístico en un curso de tercero de Educación Primaria del CEIP Romero Peña de La Solana (Ciudad Real), con un grupo experimental, al cual se le ha aplicado la metodología propuesta, y un grupo de control, que ha seguido la metodología tradicional usando

su libro de texto. El análisis estadístico revela que las dificultades en la resolución de problemas matemáticos disminuyen notablemente tras la aplicación de la metodología planteada, constatando que el tratamiento de las dificultades del lenguaje repercute positivamente en la resolución de problemas matemáticos.

Palabras clave: resolución de problemas; dificultades de lenguaje; aplicación metodológica; observación de aula; comprensión del lenguaje; educación primaria.

SUMMARY: Solving mathematical problems causes frustration to the pupils and generates great concern on teachers due to their complexity and difficulty. In order to overcome these difficulties a new methodology is needed.

In this paper we present a methodology applied to the classroom in order to respond to these difficulties and improve our students' achievement in the field of mathematics.

We suggest a study of the difficulties that our students may have in language such as reading comprehension, verbalization of the problem, identification of relevant data, identification of the question and expression of the solution and its impact on problem solving.

The methodology presented consists of a part based on the development of the linguistic competence, where language comprehension and linguistic reasoning are worked, and a part based on mathematics, which is made up of five stages: completing math problems, inventing the question of a statement, inventing statements, inventing problems and solving problems.

After methodological implementation, a statistical study with third grade students is accomplished in CEIP Romero Peña in La Solana (Ciudad Real), with two different groups of students: an experimental group in which this proposed methodology has been applied, and a control group that has been following a traditional methodology using their textbook.

Statistical analysis reveals that the difficulties in problem solving diminish significantly after the implementation of this new approach, verifying that the treatment focused on language difficulties has positive repercussions on problem solving.

Key words: problem solving; language difficulties; methodological application; observation of classroom; understanding language; primary education.

1. INTRODUCCIÓN

Cuando los niños oyen hablar de resolver problemas, a la mayoría les viene el recuerdo de una serie de textos que en ocasiones les resultan poco familiares, donde aparecen números para realizar unas cuentas que llevan a dar una solución, originándoles dificultades de comprensión. Esto hace que muchos maestros se interesen por nuevos enfoques en la resolución de problemas para llevarlos a cabo en sus aulas.

Los problemas son cualquier situación que obliga a pensar, primero para comprender el problema y posteriormente para poder resolver la situación planteada; los problemas matemáticos además presentan diferentes grados de dificultad, donde se siguen unas estrategias de razonamiento. El pensamiento y las estrategias son las que se deben potenciar en los niños desde una edad temprana, con el objetivo de desarrollar el potencial de cada uno de los alumnos para poder emitir juicios razonados que lleven en un futuro a la toma de decisiones bien fundamentadas, esto es, ser ciudadanos constructivos y reflexivos en la sociedad donde viven.

En el segundo ciclo de Educación Primaria (EP) las diferencias en la capacidad para aprender debidas a la edad de los alumnos de un mismo curso empiezan a no ser tan acusadas como en los cursos inferiores; en los cursos superiores las diferencias en el aprendizaje matemático empezarán a hacerse de nuevo notables y a medida que avanza la edad de los alumnos se acusarán aún más; todo ello es debido al factor cognitivo; los alumnos más aptos en matemáticas siguen desarrollando estas capacidades, en cambio, los alumnos que tienen más dificultades las incrementarán si no se lleva a cabo con ellos un plan de actuación adecuado. Cada vez las diferencias entre alumnos de un mismo curso serán mayores (véase Blanco y Blanco, 2009). Nuestro trabajo se centra en ver cómo influyen las dificultades que pueden plantear los alumnos en el lenguaje en las diferentes fases matemáticas que establecimos y aplicamos en el aula para trabajar la resolución de problemas matemáticos.

El objetivo de nuestro trabajo se ha centrado en plantear un cambio metodológico que subsane las dificultades de lenguaje que constatamos que repercuten en la resolución de problemas matemáticos, dificultades como la comprensión lectora del enunciado, la manipulación de los elementos que componen un problema, la expresión y la verbalización del mismo.

A continuación se muestra la organización de este documento. La Sección 2 describe una breve búsqueda bibliográfica de autores que han trabajado en resolución de problemas. Se describen estudios, en la Sección 3, donde se muestra constancia de los bajos resultados en resolución de problemas, motivo que hace que se aplique una metodología que primero aborda el problema lingüístico en la Sección 4.1 para después trabajar las fases matemáticas descritas en la Sección 4.2. Los alumnos son evaluados tras aplicar la técnica planteada, se muestran, se analizan y se comentan ejercicios de esta prueba en la Sección 5.1. Para verificar si esta técnica resultó efectiva se realiza un análisis estadístico de los datos recogidos del grupo experimental y control en la Sección 5.2. Finalmente se exponen las conclusiones en la Sección 6.

2. ANTECEDENTES BIBLIOGRÁFICOS

La resolución de problemas está considerada como una de las partes más importantes de la enseñanza de las matemáticas; mediante ésta, los alumnos deberían experimentar su utilidad en el mundo que les rodea, por lo cual su tratamiento

en la Educación Primaria es fundamental. Las matemáticas se consideran uno de los conocimientos más valorados y necesarios en las sociedades actuales, percibiéndose «como uno de los conocimientos más complejos e inaccesibles para la mayor parte de los individuos, convirtiéndose en un filtro selectivo del sistema educativo» (Blanco y Blanco, 2009). Por este motivo autores como Polya (1975), Vergnaud y Durand (1976), Kilpatrick (1978), Nesher *et al.* (1982) y Fernández (2003) abordan esta problemática, bien aplicando una metodología o analizando cuáles son las dificultades, y/o viendo qué factores influyen en las dificultades que tienen los alumnos.

Para la comprensión de un problema es importante tener una buena comprensión lectora. La verbalización de los problemas, la puesta en común en el aula, favorece que se produzca un razonamiento entre los alumnos, lo cual propiciará que busquen estrategias para su resolución. Aiken (1971) demuestra que existe una correlación significativa entre la habilidad lectora y el éxito en la resolución de problemas verbales. La longitud del problema, la complejidad gramatical de sus oraciones, el orden en el que aparece la información, la operación con la que se resuelve el problema y el número de operaciones que se llevan a cabo influyen en las dificultades que tienen los alumnos para resolverlos, véanse Suppes *et al.* (1969), Jerman y Rees (1972), Searle *et al.* (1974), Blanco y Blanco (1991).

La resolución de un problema no debe ser algo memorístico y mecánico, el sujeto debe pensar; por lo tanto, un problema es todo lo que pone en marcha una actividad mental (Fernández, 2003). Debe despertarse el pensamiento del alumno para buscar estrategias, formular preguntas, verificar soluciones y buscar otras formas de llegar a un resultado correcto. La actividad mental debe ponerse en funcionamiento desde que nos enfrentamos al enunciado hasta que hallamos la solución. Por ello, el alumno debe tomar conciencia de esos procesos de pensamiento. Clements (1999) asegura que «Al involucrar a los alumnos en actividades de planteamiento y resolución de problemas en los que conscientemente reflexionen sobre la estructura de problemas que están creando o tratando de resolver y en los que conscientemente intenten analizar sus propios procesos de resolución, es probable que mejore su capacidad para crear y resolver problemas en el futuro».

El docente debe saber gestionar otros aspectos que intervienen en el proceso de resolución de problemas como el esfuerzo, la concentración, el interés, la creatividad, la autoconfianza. Debe inicialmente enseñar al alumno a:

- Analizar los datos del enunciado.
- Llevar a cabo estrategias de resolución.
- Dar las posibles soluciones y comprobar la adecuación de éstas.

Los profesores no deben centrarse en ver el resultado dado por los alumnos, deben centrarse en los procesos por los cuales se llega al resultado. Fernández (2010) dice: «No debemos perseguir en un primer momento la solución correcta del problema, sino descubrir fallos, producir estrategias, reforzar la seguridad personal y el interés por la variedad de actividades». Si el alumno persigue como

único descubrimiento el resultado en la resolución de problemas obvia la atención y observación en el proceso para encontrar esa solución.

La comprensión de los problemas (identificar los datos, identificar las preguntas, expresar los resultados correctamente) y la verbalización de los procesos que se llevan a cabo a la hora de resolver un problema son aspectos prioritarios en la resolución de problemas y es donde más fallos cometen nuestros alumnos. Para que la resolución de un problema no sea algo memorístico se debe desarrollar la atención en la lectura del enunciado, comprender cuáles son los datos, identificar el enunciado, razonar las preguntas, ser capaces de inventar preguntas y problemas. La expresión y comprensión se consideran fundamentales para poder desarrollar estrategias que consigan una resolución correcta del problema. Por otra parte, la verbalización del problema previa a su resolución es fundamental para comprobar si ha sido correcta su comprensión y para llevar a cabo un razonamiento del mismo. Canals *et al.* (1988) elaboran la prueba psicopedagógica de aprendizajes instrumentales. Ésta es una prueba individual para medir, objetivamente, cuatro dimensiones en el proceso de aprendizaje: la rapidez lectora, la comprensión lectora, la ortografía y la rapidez de cálculo.

3. FUNDAMENTACIÓN

Las dificultades en la resolución de problemas en estudiantes de 15 años quedan constatadas con los resultados del informe PISA 2012, situándose España por debajo del rendimiento académico medio de la OCDE, según el cual el 28% de los estudiantes no alcanzan el nivel básico de rendimiento en la resolución de problemas, en comparación con el 21% para el conjunto de la OCDE. Estos porcentajes son la suma de los dos niveles inferiores de los 7 niveles existentes. Los alumnos de estos niveles son capaces de explorar exclusivamente una situación familiar, que en numerosas ocasiones comprenden parcialmente, por ejemplo, son capaces de explorar y comprender sólo parte de ciertos dispositivos electrónicos digitales, electrodomésticos, máquinas expendedoras... Este informe señala que desde el año 2003 no ha habido cambios significativos en España al respecto, lo cual justificaría nuevamente la necesidad de plantear un cambio metodológico que queda patente con el siguiente trabajo.

En España existen escasos datos, pero un ejemplo de ello lo obtenemos en los Indicadores de Resultados Educativos (INCE, 2000a), que hacen referencia a un estudio de 1995; en el área de Matemáticas en los alumnos de 12 años (6.º de EP) la media del porcentaje de aciertos en las pruebas fue del 50%, clasificando los resultados en tres niveles: bajos, medios y altos, con los siguientes porcentajes: rendimiento bajo el 27%, rendimiento medio el 47% y rendimiento alto el 26%. En esta misma publicación (INCE, 2000a) se hace referencia a otra prueba realizada a estudiantes de 16 años (2.º BUP, 4.º ESO, 2.º FP-I, 2.º REM) en un estudio que se realizó en 1997. Los resultados se presentan a partir de una escala de 0 a 500, siendo la media 250. Los porcentajes de acierto en el total de la prueba se presentan en tres

niveles: un rendimiento menor a 251 lo obtuvieron un 38%, el rendimiento entre 251-300 fue del 39% y el rendimiento mayor a 300 era del 23% de los estudiantes. La prueba era muy exhaustiva y medía 11 habilidades o competencias entre las que figuraba la resolución de problemas.

La Evaluación de la Educación Primaria (INCE, 2000b) es un estudio correspondiente a 1999 donde se aportan datos referentes a los resultados de los alumnos de 6.º de Primaria en una prueba de matemáticas. El objetivo es conocer la capacidad de razonamiento matemático de los alumnos a través del conocimiento de conceptos, uso de procedimientos y resolución de problemas. Como resultado global reseñar que el porcentaje medio de aciertos es del 54%.

Para fundamentar nuestro trabajo en una realidad más cercana se lleva a cabo un estudio en el CEIP Romero Peña de la localidad de La Solana, en la provincia de Ciudad Real. Los maestros del colegio muestran gran inquietud al observar los resultados de la evaluación de diagnóstico aplicada a los alumnos del Segundo Ciclo de Educación Primaria del curso 2012/2013, así como de unas pruebas de mínimos que se aplican a los alumnos de dicho centro al finalizar cada uno de los ciclos de la Educación Primaria. La Evaluación de diagnóstico refleja que el 76% de los alumnos estarían entre los niveles 1 (0%), 2 (14%) y 3 (62%). Los niveles van del 1 al 5 de mayor a menor dificultad en la resolución. Como mínimos entendemos aquellos contenidos que el alumno debe alcanzar y dominar al acabar cada ciclo de la etapa de Primaria e indican al profesorado del ciclo siguiente el punto de partida de sus alumnos así como las deficiencias que éstos presentan. En las pruebas de mínimos analizadas del curso 2012/2013 se pone de manifiesto que en el Primer Ciclo de EP el 50% de los alumnos presentan un nivel medio o bajo en la resolución de problemas matemáticos, en el Segundo Ciclo de Educación Primaria el 65% presentan nivel medio o bajo y en el Tercer Ciclo el 78% de los alumnos presentan nivel medio o bajo en resolución de problemas matemáticos. Se observa que las dificultades en la resolución de problemas aumentan en los alumnos a medida que van avanzando de curso.

4. METODOLOGÍA APLICADA

Tras estos resultados se pretende abordar la problemática. Primeramente, se realizó una observación en el aula para ver las dificultades que presentan los alumnos en el lenguaje y en la resolución de problemas. La aplicación metodológica se lleva a cabo en dos sesiones semanales, con un total de 17 sesiones de 45 minutos cada una. La duración total es de dos meses. Las dos primeras sesiones son exclusivamente destinadas a realizar actividades vinculadas con el lenguaje. En las quince restantes se trabajan, por una parte, las dificultades de lenguaje y, por otra parte, las dificultades en resolución de problemas.

Los alumnos no parten de la misma experiencia en el aprendizaje, tampoco tienen la misma capacidad para realizar un correcto planteamiento o para utilizar diferentes estrategias para abordar un problema planteado. Se decide, por tanto,

aplicar una metodología que busque estrategias que ayuden a favorecer una buena comprensión de los problemas para que contribuyan a su correcta resolución teniendo en cuenta la diversidad de alumnos que existe dentro de un aula. Los problemas fueron propuestos desde una perspectiva real y próxima al entorno del alumno con un nivel de dificultad acorde a tercero de Educación Primaria. Los libros de texto del aula sobre resolución de problemas presentaban ejercicios rutinarios, esto ya lo han señalado otros autores como Clements (1999), entonces se decidió elaborar problemas personalizados de elaboración propia basados en la metodología aplicada que se define a continuación.

4.1. *El problema lingüístico*

Hay que tener en cuenta que la expresión y la forma de plantear los enunciados de los problemas es esencial por parte del docente, para, a continuación, verbalizar con los alumnos el texto presentado. Se fomenta la comprensión para que después se puedan dar los procesos de pensamiento lógico-matemáticos. Blanco (1991) dice: «La dificultad fundamental que veo en mis alumnos, según mi experiencia es el lenguaje... Además de dificultades de vocabulario...». Así, la expresión verbal del problema es un factor fundamental, la claridad y precisión en el lenguaje cobran una importancia esencial.

Inicialmente se comienza trabajando las actividades de lenguaje oral con la participación de todos los alumnos de la clase, para pasar con posterioridad al lenguaje escrito, véanse argumentaciones en esta línea en Cobo y Molina (2013). Las puestas en común en la clase y más adelante formando pequeños grupos entre ellos hacen que las discusiones que se generan sirvan para que los alumnos reflexionen y tomen conciencia de sus procesos de resolución. La verbalización y el planteamiento de preguntas por parte del profesor pueden servir para identificar las dificultades que tienen los alumnos en un problema y otras veces para buscar alternativas. Los alumnos deben aprender a preguntarse qué es lo que hace problemática la situación planteada, qué falta por saber, cuántas situaciones distintas hay planteadas, cuál es la que interesa resolver primeramente, qué o cuándo funciona o no una estrategia, qué alternativas se pueden tomar, qué se conoce sobre el tema, por dónde empezar para que resulte más sencilla la resolución.

Tras realizarse una observación en el aula de un curso de tercero de Educación Primaria, alumnos de entre 8 y 9 años, se consideraron determinantes cuatro dificultades del lenguaje que planteaban los alumnos:

1. La verbalización-comprensión lectora.
2. La identificación de datos relevantes del problema.
3. La identificación de la pregunta.
4. La expresión correcta de la solución del problema.

Se desea ver qué grado de dificultad presentan nuestros alumnos en estos cuatro aspectos y de qué forma inciden en la mejora en la resolución de problemas si se trabajan en el aula.

Una de las razones por las que se observa la *comprensión lectora* es que vimos que los alumnos a estas edades prestan escasa atención a la lectura del enunciado. En numerosas ocasiones realizaban directamente una operación matemática. Conversaciones mantenidas con los docentes nos ponen de manifiesto que, antes de aplicar esta metodología, cuando en un enunciado no aparecían números los niños realizaban una operación de forma arbitraria, justificando, si se les preguntaba el motivo, que ese era el objetivo de cualquier problema. No estaban acostumbrados a plantearse diversas posibilidades de resolución. También se observó que realizan asociaciones lingüísticas a partir del vocabulario empleado en los enunciados, sin razonar la información que transmite el problema, sacando conclusiones por palabras clave que aparecen en éstos o en la solución; por ejemplo, si se pregunta ¿cuántas flores tiene más Laura que Juan?, muchos de los alumnos realizarán una suma, por el mero hecho de que aparece la palabra más. Tendían a una resolución intuitiva más que razonada.

Uno de los motivos por los que se incluye el proceso de *verbalización* oral en el aula y posteriormente en pequeños grupos es que se veían de alguna manera obligados a leer con detenimiento para intentar comprender los textos dados por el profesor. Generalmente se les tiene que dirigir con preguntas al no saber verbalizar el problema y tienden a repetir los datos que aporta el mismo sin plantearse inferencias (ideas que no están explícitas en el texto y que hay que tener en cuenta para la comprensión del mismo). Se observa que hay muchas dificultades para verbalizar el razonamiento que se lleva a cabo para la posterior resolución, así como para verbalizar el proceso mental que les ha llevado a realizar ese y no otro planteamiento. Numerosos alumnos tendían a realizar una operación matemática sin más, sin saber comunicar qué es lo que les había llevado a realizar ésta y no otra. No estaban acostumbrados a verbalizar los problemas y encontrar distintas posibilidades para la resolución de los mismos.

Con la *identificación de datos relevantes* quisimos ver qué dificultad tenían en seleccionar los datos o ideas principales de un problema. Tendían a confundir la información relevante con la no relevante (datos no necesarios para la resolución) para obtener la solución. Buscaban siempre información numérica y varios alumnos tenían dificultad para relacionar los datos relevantes con la información numérica.

El hecho que nos llevó a trabajar la *identificación de la pregunta* fue la dificultad que tenían algunos de ellos para relacionarla y entender cuál es la relación con respecto al enunciado planteado. La pregunta lleva a los alumnos a plantearse por dónde pueden empezar e incluso a valorar y plantearse estrategias que le permitan llegar a la solución de una forma más sencilla.

Se les mandó *expresar la solución* ya que inicialmente se observaba que tendían a confundir el vocabulario a la hora de expresarla. Es curioso ver que en

algunas ocasiones no les falló el razonamiento ni la operación y, en cambio, en muchos casos la expresión de la comunicación verbal o de la expresión escrita de los resultados era errónea.

Como ya hemos dicho en las dos primeras sesiones se trabaja el lenguaje para mejorar la competencia de nuestros alumnos en este ámbito. La comprensión del lenguaje es algo complicada en los alumnos de nuestra aula. Se ponen en marcha procesos mentales que permiten analizar textos sintácticamente:

- Entender el significado de las oraciones que lo componen.
- Extraer datos esquemáticos acerca del texto leído.
- Construir una representación mental de su significado global.

Las estrategias que se adopten en los problemas con los que trabajamos para mejorar la comprensión del lenguaje tendrán en cuenta estos procesos. Por otra parte, las dificultades de comprensión radican en la dificultad de establecer inferencias. Las actividades de construcción de inferencias son muy importantes en la comprensión de cualquier texto y de los enunciados de nuestros problemas, ya que darán coherencia al mismo. Blanco y Blanco (2009) dicen: «La lectura comprensiva de los enunciados es fundamental [...] los alumnos cuando tienen dificultades con el texto recurren a elementos claves, palabras concretas o la ubicación del problema en el libro de texto para decidir qué algoritmo utilizar».

Las actividades propuestas tienen como objetivo la mejora de la comprensión de textos, en concreto, se trata de mejorar la comprensión de los enunciados y de las preguntas de los problemas matemáticos. Este planteamiento es novedoso respecto a la enseñanza tradicional aplicada en la resolución de problemas.

Se desarrollan en el área de lengua actividades basadas en los trabajos de Aguado, Cruz y Domezain (2003). Las actividades trabajadas son del tipo que se presentan a continuación:

1. Actividades para trabajar analogías verbales. Completar oraciones, ordenamiento de frases, rehacer textos en torno a un significado, identificar errores en una oración, distinguir alternativas verdaderas y falsas. Las actividades trabajadas han sido del tipo:

- Completa: «De la cocina salía humo... no se había quemado el arroz».
- Tacha las palabras erróneas: «Encontraréis un libro de un cajón con mi mesa».
- Ordena: «no / jugar al fútbol / la maestra / nos deja».
- Contesta: «Tengo mucha tarea, así que no me esperes hoy a la salida del colegio. ¿Cuántas personas hay cuando alguien dice esto? ¿Van al colegio juntos o a colegios diferentes? ¿Cómo solían ir cuando salían del colegio? ¿A dónde crees que iban? ¿Van a ir hoy juntos? ¿Por qué?»
- Identifica la verdad o falsedad: «Todos los días me acuesto a las nueve de la mañana».

2. Actividades para adquirir un desarrollo léxico. Buscar palabras relacionadas, agrupar categorías, nombrar sinónimos y antónimos, sustituir palabras en una frase por su sinónimo, juegos de categorías, inventar oraciones a partir de unas palabras dadas... Se realizaron actividades con juegos del tipo:

- Juego del tabú: adivinar una palabra mediante pistas evitando nombrar ciertas palabras relacionadas con la que se tiene que adivinar: «Colegio». Palabras prohibidas: maestro, clase, escuela, alumnos.
- Juego del pictionary: adivinar una palabra a través de un dibujo realizado: Palabras a dibujar: Pozo-Avestruz-Plaza.
- Juegos de categorías: completar por equipos categorías de palabras: Letra-Animal-Nombre-Deporte-Color, por ejemplo, que empiecen por la letra T.
- Tachar la palabra intrusa: eliminar una palabra que no tiene relación con otras dadas: azul-naranja-amarillo-silla.
- Completar familias de palabras: rama, árbol, hoja, pájaro, madera...
- Dar una serie de palabras para que busquen palabras relacionadas: balón: fútbol, jugar, patada, deporte; vaso: agua, zumo, beber, vidrio...
- Nombrar antónimos y sinónimos a partir de una lista de palabras dadas.
- Sustituir en una frase una palabra por su sinónimo: El postre está delicioso.
- Inventar una oración a partir de unas palabras dadas: triste, luna, suelo, casa, azul.

3. Actividades de lecturas activas y comprensivas. Se busca identificar la información absurda, explicar una información dada, identificar información relevante de la no relevante... Las actividades realizadas han sido del tipo:

- Argumentar propuestas incongruentes: «Las gafas adhesivas: nunca se caen ni se rompen».
- Identificar y explicar el absurdo: «Laura se asustó al ver el ratón del ordenador».
- Verdadero o falso: «Hay animales salvajes en el patio cercano al colegio».
- Identificar el significado: «Mi amigo es un auténtico pájaro / Pico, pluma, desobediente».
- Formar oraciones a partir de dos proposiciones dadas: «He manchado la camisa / al parque»

4. Actividades de construcción de inferencias. Señalar inferencias correctas o incorrectas, deducir causalidad en un texto o consecuencias, completar secuencias de acontecimientos y juegos de exclusión de conceptos. Se trabajaron actividades del tipo:

- Elige la opción correcta: «En la clase todos están trabajando sin parar. La maestra está muy enfadada».

- a) Todos están trabajando porque saben que la maestra está muy enfadada, por eso si le dan algún motivo para enfadarse más sufrirán las consecuencias.
- b) La maestra está muy enfadada porque todos los niños están trabajando sin parar y eso no le gusta.
- Elige la que tiene más relación con la oración dada: «Ana se durmió en el cine. No le gustan las películas de ficción».
 - a) En el cine había palomitas.
 - b) La película era aburrida.
 - c) Era una película de miedo.
- Imagina la causa: «Mi madre se enfada».
- Imagina la consecuencia: «Me caigo en el partido».
- Imaginar lo que ocurre entre dos acontecimientos: «Me caí en el partido y me rajé la rodilla... en el hospital me curaron y me dieron puntos».
- Hacer inferencias a partir de un texto: «Juan y su hermana quieren regalarle a su padre una cartera para su cumpleaños. La cartera cuesta 30 euros, pero entre los dos sólo tienen 25 euros. ¿Qué pueden hacer?»

4.2. *El problema matemático*

La legislación vigente española, en el artículo 7 de la LOMCE, dentro de los objetivos de la Educación Primaria contempla el desarrollo de la competencia matemática y el inicio a la resolución de problemas. Se señala la necesidad de basar el área en la experiencia, utilizando contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria para ir adquiriendo progresivamente conocimientos más complejos a partir de las experiencias y de los conocimientos previos, planteando la resolución de problemas como uno de los ejes principales de la actividad matemática.

Siguiendo las directrices que nos marca el nuevo currículo básico de Educación Primaria, en el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, se plantea la necesidad de trabajar en la profundización de los problemas, variando los datos, con otras preguntas, expresando verbalmente de forma razonada el proceso seguido en la resolución del problema. Diversos autores inciden también en esta línea. Hay que trabajar con el enunciado, variando datos, haciendo a los alumnos plantearse preguntas (Cobo y Molina, 2013). Plantear enunciados abiertos, problemas sin preguntas (Fernández, 2010). La lectura comprensiva de los enunciados es fundamental (Blanco y Blanco, 2009). Involucrar a los alumnos en actividades de planteamiento y resolución de problemas en los que conscientemente reflexionen sobre la estructura de los problemas mejorará su capacidad para resolverlos (Clements, 1999). Guzmán señala también la importancia de que el alumno manipule los objetos matemáticos y reflexione sobre los mismos (Guzmán, 2001).

Autores como Fernández (2003) señalan entre las dificultades en la resolución: dificultades en la comprensión del enunciado, estrategias de resolución incorrectas manejando los datos de forma arbitraria, no se relacionan los datos con las preguntas, se aplican operaciones de forma aleatoria con los datos que se presentan. Blanco (1991) manifiesta que la fundamental dificultad de los alumnos en la resolución es el lenguaje.

En la metodología propuesta planteamos cinco fases para desarrollar todos los aspectos que consideramos fundamentales para obtener una mejora en la competencia en resolución de problemas lógico-matemáticos:

Fase 1. Se trata de *completar problemas* sin datos, problemas con algunos datos y la solución o con enunciados incompletos para completar a partir de la solución.

Fase 2. Se les pide a los alumnos *inventar preguntas*. Se les dan problemas sin preguntas donde se les pide que inventen posibles preguntas a un enunciado dado.

Fase 3. A partir de preguntas o soluciones dadas los alumnos tienen que *inventar enunciados*.

Fase 4. Deben *inventar problemas*, esto es, plantear problemas a partir de datos, preguntas o soluciones.

Fase 5. Se les plantea *resolver problemas* bien con datos numéricos o sin ellos.

Mediante estas fases, se trata, en definitiva, de reflexionar y manipular todos los elementos que forman parte de un problema para que los alumnos lleven a cabo procesos de razonamiento y resolución. En estas fases se da más importancia al análisis del enunciado y al proceso de resolución del problema que a la propia resolución en sí, consideramos que trabajando las diferentes partes que componen un problema (datos, pregunta, solución), se consigue comprenderlo y razonarlo de forma correcta.

El trabajo de esta parte matemática se lleva a cabo desde la sesión 3 a la 17. Los alumnos exponen una lluvia de ideas para fomentar su participación, se utiliza la pizarra digital y pizarras individuales borrables y se hacen puestas en común para que los alumnos descubran por sí mismos su aprendizaje. Se presenta a continuación un ejemplo de las actividades aplicadas en cada una de las fases:

Ejercicio tipo de la fase 1: Ante un enunciado incompleto los alumnos deberán plantear las posibles soluciones y las distintas opciones:

- María ha comprado sobres de cromos y Juan se compra sobres de cromos. ¿Quién se ha comprado más cromos?

En las primeras sesiones, el docente puede ir guiando, por ejemplo, diciendo:

- Si María ha comprado 7 sobres ¿qué debería ocurrir para que Juan tenga más que ella?
- Si Juan ha comprado 5 sobres ¿qué debe ocurrir para que María tenga más que él?

Ejercicio tipo de la fase 2: Ante un enunciado plantear preguntas.

- Me compro un videojuego por 70 euros, un libro por 24 euros y un estuche por 15 euros.

Ejercicio tipo de la fase 3: Los alumnos formularán enunciados a partir de una pregunta dada. Los enunciados podrán contener todos los datos necesarios para su resolución, algunos datos que no serán necesarios para su resolución y otros en los que haya que hacer varias operaciones.

- ¿Cuántos euros tiene Alba?
- ¿Cuántos caramelos hay en el paquete grande más que en el pequeño?
- ¿Cuántas páginas le quedan para terminar el libro?

Ejercicio tipo de la fase 4: Los alumnos inventarán un enunciado y una pregunta a partir de unos datos.

- 54 / 60 / 15.

Ejercicio tipo de la fase 5: Resuelve:

- Para mi cumpleaños he comprado 3 bandejas de pasteles con 12 pasteles cada una. ¿Cuántos pasteles he comprado?

La metodología planteada se ha aplicado a uno de los dos grupos A y B de 3.º de Educación Primaria. Al grupo A se le aplica la metodología planteada, se trata del grupo experimental. El grupo B sigue una metodología tradicional donde se realizan los problemas del libro de texto de matemáticas, siendo éste el grupo de control, el aprendizaje va evolucionando de manera natural en los dos meses que se lleva a cabo el tratamiento metodológico con el grupo A. Por tanto, ambos grupos van adquiriendo conocimientos sobre la resolución de problemas.

5. DESCRIPCIÓN DE LA EVALUACIÓN

Se lleva a cabo un estudio comparativo entre los alumnos del grupo experimental y control transcurridos los dos meses. Ambos grupos siguen su curso de aprendizaje, por lo tanto, ambos adquieren conocimientos. Se desea comprobar si con la metodología aplicada las dificultades en la resolución de problemas disminuyen significativamente. Los grupos presentaban características similares referidas al nivel de conocimiento en las áreas de lengua y matemáticas antes de aplicar la metodología. El número de alumnos del grupo A y B es de 16 y 18 respectivamente, al haber diferente número de alumnos, para poder llevar a cabo el estudio comparativo entre ambas clases se tomaron dos alumnos al azar de la clase del grupo control que son eliminados del estudio, ahora ambos grupos tienen el mismo número de alumnos. A continuación se hacen «parejas de gemelos» entre ambos grupos. Se ordenan las notas obtenidas en la prueba de evaluación final que se les administra a los dos grupos, estableciéndose una pareja de alumnos con las dos notas más altas, así sucesivamente, hasta llegar a emparejar a los dos alumnos con las notas más bajas.

De acuerdo con las actividades propuestas en el área de matemáticas se han planteado una serie de preguntas para evaluarlas. Primeramente, se les manda realizar 4 tipos de ejercicios, cuya solución no requiere operaciones numéricas, son más de comprensión y de razonamiento lingüístico, para medir las dificultades del lenguaje. Los ejercicios planteados para la evaluación son de elaboración propia, basándonos en el tipo de actividades que se habían trabajado en la metodología y las fases planteadas. Esta evaluación se lleva a cabo en el grupo A y en el B. Se muestra seguidamente.

Ejercicio 1 (E1):

- El viernes 18 de abril fui de excursión, dos días antes me compré unas zapatillas nuevas. ¿Qué día me compré las zapatillas?

Ejercicio 2 (E2):

- En mi clase hay 32 niños, a la excursión vamos 28. ¿Cuántas plazas tiene que tener el autobús?

Ejercicio 3 (E3):

- Sabemos que:
 - María es la hermana pequeña de Andrés.
 - Los abuelos de María se llaman Juan y Carmen.

Rodea si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes frases:

- | | | |
|--|---|---|
| a) Carmen tiene menos años que Andrés. | V | F |
| b) Andrés tiene menos años que Juan. | V | F |
| c) Andrés nació antes que Carmen. | V | F |
| d) María nació antes que Carmen. | V | F |
| e) Andrés nació antes que María. | V | F |

Ejercicio 4 (E4):

- Tengo tres estuches y en cada estuche tengo el mismo número de rotuladores. ¿Cuántos rotuladores tengo?

Para evaluar las diferentes fases en resolución de problemas se les proponen los siguientes ejercicios:

Ejercicio de la Fase 1 (F1). Completamos problemas.

- Completa el siguiente problema para que se ajuste a la solución dada:
En una panadería han hecho a las 6 de la mañana ___ barras, pero se estropean ____. Las que quedaron se colocan en ___ bandejas iguales. ¿Cuántas barras habrá en cada bandeja?

$$180 - 30 = 150$$

$$150 : 5 = 30$$

En cada bandeja habrá 30 barras.

Ejercicio de la Fase 2 (F2). Inventamos preguntas.

- Invéntate 2 preguntas y respóndelas a partir del siguiente enunciado: Manuel mide 137 cm y su hermano Alberto mide 158 cm.
- Escribe la pregunta según corresponda:

En un jardín hay 340 rosas, 180 claveles y 295 margaritas. El jardinero corta 136 rosas, 89 claveles y 100 margaritas.

- a) ¿.....? $340 + 295 =$
- b) ¿.....? $89 + 100 =$
- c) ¿.....? $340 - 136 =$
- d) ¿.....? $295 - 180 =$

Ejercicio de la Fase 3 (F3). Inventamos enunciados.

- Inventa un enunciado que se corresponda con la siguiente pregunta y solución: ¿Cuántos caramelos había al juntar las tres bolsas? Había 60 caramelos.

Ejercicio de la Fase 4 (F4). Inventamos problemas.

- Elige entre los siguientes datos: 25, 4, 18, 70, e inventa un problema cuya solución sea: 45 caramelos.

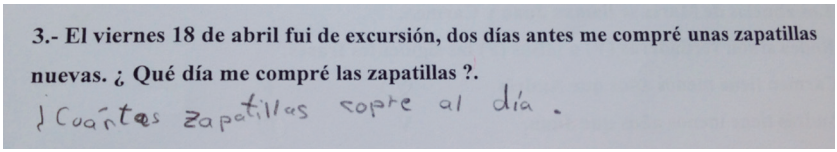
Ejercicio de la Fase 5 (F5). Resolvemos problemas.

- En un cine caben 450 espectadores, pero no caben 520. Si en el cine ya han pasado 178 personas. ¿Cuántas personas pueden pasar más?

5.1. Discusiones

A continuación se presentan imágenes y se comentan algunos de los ejercicios realizados por los alumnos del grupo experimental en la prueba de evaluación.

EJERCICIO E1



En el ejercicio seleccionado se observa que no hay comprensión del problema porque no se adecua la solución a lo que se pide en él, no identifica los datos

relevantes que son la fecha y el día de compra, no se identifica la pregunta ya que se responde con otra pregunta y la expresión de la solución es errónea.

EJERCICIO E2

5.- Resuelve el siguiente problema: En mi clase hay 32 niños, a la excursión vamos

28. ¿Cuántas plazas tiene que tener el autobús?.

¿Cuántos niños caben en el autobús?

En el ejercicio podemos ver que el alumno no ha comprendido el problema al no resolverlo y responder inadecuadamente, no identifica los datos del mismo ni tampoco la pregunta al responder con otra pregunta, y por lo tanto la expresión de la solución no es correcta.

EJERCICIO E3

7.- Sabemos que:

María es la hermana pequeña de Andrés.

Los abuelos de María se llaman Juan y Carmen.

Rodea si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes frases:

Carmen tiene menos años que Andrés.	<input checked="" type="radio"/> V	<input type="radio"/> F
Andrés tiene menos años que Juan.	<input type="radio"/> V	<input checked="" type="radio"/> F
Andrés nació antes que Carmen.	<input checked="" type="radio"/> V	<input type="radio"/> F
María nació antes que Carmen.	<input checked="" type="radio"/> V	<input type="radio"/> F
Andrés nació antes que María.	<input type="radio"/> V	<input checked="" type="radio"/> F

Aunque esta fase se evalúa oralmente, podemos ver que el proceso de razonamiento para la comprensión del mismo no es correcto, no se tienen en cuenta los datos de que los abuelos son mayores y por lo tanto nacieron antes, con lo cual la solución no es correcta.

EJERCICIO E4

10.- Tengo tres estuches y en cada estuche tengo el mismo número de rotuladores.
¿Cuántos rotuladores tengo?

¿Tengo es rotuladores.

DATOS:
3 estuches

OPERACIÓN:

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 20 \\ \hline 23 \end{array}$$

En este problema podría haber dos soluciones, bien responder que no se puede realizar al no tener datos o bien plantear unos datos posibles y resolverlo; en este ejemplo realizado por un alumno no ocurre ninguna de las dos posibilidades, por lo cual son incorrectas todas las premisas observadas.

EJERCICIO F1

4.- Completa el siguiente problema para que se ajuste a la solución dada:
En una panadería han hecho a las 6 de la mañana es barras, pero se estropean 700. Las que quedaron se colocan en una bandejas iguales.
¿Cuántas barras habrá en cada bandeja? .

$180 - 30 = 150.$

$150 : 5 = 30.$

En cada bandeja habrá 30 barras. $700 = 150$

La comprensión no es correcta ya que no se tienen en cuenta los datos que se aportan para completar el problema, además se añade un dato que no tiene sentido, no se identifican los datos para su resolución, sí se identifica la pregunta pero de forma errónea porque se completa con palabras y por lo tanto la solución no es correcta.

EJERCICIO F2

8.- Escribe la pregunta según corresponda:

“ En un jardín hay 340 rosas, 180 claveles, 295 margaritas. El jardinero corta 136 rosas, 89 claveles y 100 margaritas”.

¿En el jardín hay 635 margaritas y rosas ?
 $340 + 295 = 635$

¿El jardinero corta 189 claveles y margaritas?
 $89 + 100 = 189$

¿En un jardín hay 216 rosas ?
 $340 - 136 = 216$

¿En un jardín hay 115 margaritas y claveles ?
 $295 - 180 = 115$

El problema no se comprende porque se responde con enunciados, los datos relevantes no se identifican porque se resuelven las operaciones que se dan, no se identifica la pregunta del problema ya que debería responder con preguntas y la expresión de la solución es incorrecta puesto que se resuelven las operaciones que aparecen sin más y se expresa el resultado que no es lo que se pedía. Se observa claramente que el alumno no ha leído de manera comprensiva el enunciado y directamente ha realizado las operaciones que se supone que es lo que se debe hacer para resolver un problema matemático.

EJERCICIO F3

2.- Inventa un enunciado que se corresponda con la siguiente pregunta y solución:

¿ Cuántos caramelos había al juntar las tres bolsas? . Había 60 caramelos.

Había 180 caramelos en las tres bolsas.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 3 \\ \hline 180 \end{array}$$

En este ejemplo no se realiza una lectura comprensiva puesto que se realiza una operación y se generaliza para operar con los datos (si hay tres bolsas, habrá que multiplicar, al ser el único número que aparece 60, opera con él). No se identifican bien los datos, uno de ellos es la solución, tampoco se identifica bien la pregunta pues se responde con una operación y por lo tanto la expresión de la solución es incorrecta.

EJERCICIO F4

6.- Elige entre los siguientes datos: 25 , 4 , 18, 70, e inventa un problema cuya solución sea: 45 caramelos.

Datos
25, 4, 18, 70
45 caramelos
Solución: Hay 70 caramelos

Operación
$$\begin{array}{r} 45 \\ + 25 \\ \hline 70 \end{array}$$

No se hace una buena lectura comprensiva, lo que se pide es un enunciado con los datos que se aportan. Identifica los datos relevantes pero no los utiliza correctamente. No identifica la pregunta puesto que no inventa un enunciado y, por lo tanto, la expresión de la solución es incorrecta.

EJERCICIO F5

9.- En un cine caben 450 espectadores, pero no caben 520. Si en el cine ya han pasado 178 personas. ¿Cuántas personas pueden pasar más?.

Datos 450 espectadores 520 no caben
operación
$$\begin{array}{r} 520 \\ - 450 \\ \hline 070 \end{array}$$
 solución pueden pasar 70 personas más

No realiza una buena lectura comprensiva pues utiliza un dato irrelevante para la resolución del problema, no identifica los datos correctamente y la expresión de la solución es correcta, pero el resultado del problema es incorrecto ya que se han utilizado datos que no son adecuados para su resolución.

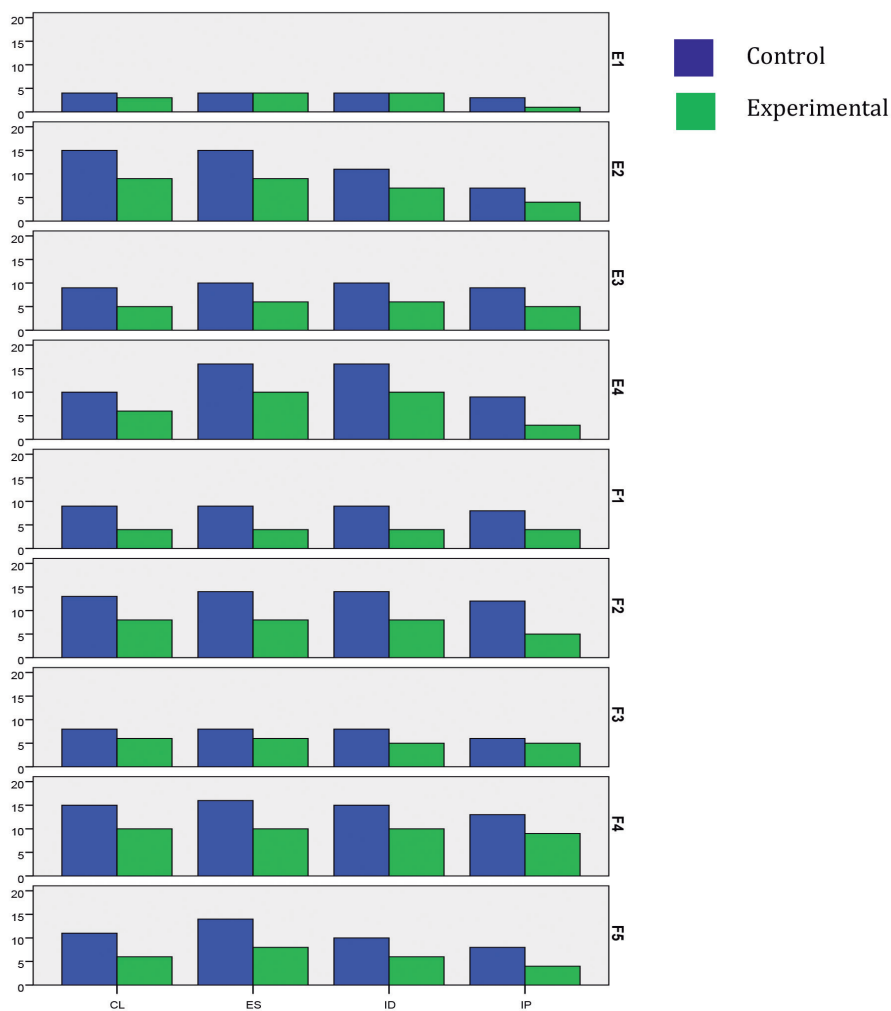
5.2. Análisis de los resultados

En cada uno de los cuatro ejercicios y de las cinco fases evaluadas, se observa si cada uno de los 16 alumnos de ambos grupos tienen o no dificultades en:

- Comprensión lectora del enunciado y la verbalización del problema (CL).
- Identificar datos relevantes (ID).
- Identificar la pregunta (IP).
- Expresar la solución correctamente (ES).

Inicialmente las variables comprensión lectora y verbalización del problema fueron tomadas independientemente, pero se encontró que estaban altamente correlacionadas, por lo tanto, se consideraron como una única variable.

Figura 1
Dificultades del lenguaje



Las barras muestran el número de alumnos que tuvieron dificultades de lenguaje para los ejercicios de resolución de problemas (E1, E2, E3, E4, F1, F2, F3, F4 y F5). Las dificultades de lenguaje observadas son lectora y verbal (CL), expresar la solución (ES), identificar datos (ID) e identificar la pregunta (IP). La comparativa se lleva a cabo con un grupo control (barras oscuras) y con un grupo experimental (barras claras).

La Fig. 1 muestra el número de alumnos, de los dieciséis, que tuvieron dificultades en CL, ID, IP y en ES, en los cuatro ejercicios de lenguaje (E1, E2, E3 y E4) y en cada uno de los ejercicios que representaban las 5 fases trabajadas (F1, F2, F3, F4 y F5). Se muestra una comparativa entre el grupo control (barras oscuras) y el experimental (barras claras). El ejercicio que menos dificultades presentó fue el E1, tanto en el grupo control como en el experimental, y el que más presenta fue el F4. Las barras muestran claramente la disminución del número de dificultades de los alumnos tras aplicar la metodología. Parece ser que tras trabajar la comprensión exclusivamente en las sesiones 1 y 2 además de practicarla en todas las demás, junto con una gran variedad de problemas matemáticos, se obtiene una disminución del número de dificultades en el lenguaje. Interesa saber si esta diferencia es o no es significativa.

Se desea contrastar la hipótesis nula de que el número de dificultades es igual en el grupo experimental y en el grupo control. Para ello se realiza la prueba de rangos de Wilcoxon. Se trata de una prueba no paramétrica potente. La potencia la da en que no sólo considera el sentido de las diferencias de las puntuaciones, sino que también toma en cuenta la magnitud de las mismas. Esta prueba se realiza para los tres casos que se muestran a continuación.

Caso 1: Se contrasta la hipótesis nula, H_0 : El número de dificultades obtenido en los ejercicios relativos a los problemas en los que la solución no requiere operaciones numéricas, se trabaja la comprensión y el razonamiento lingüístico, para medir las dificultades del lenguaje en los ejercicios E1, E2, E3 y E4, es igual en el grupo experimental que en el control; frente a la alternativa, H_1 : El número de dificultades obtenido en los ejercicios relativos a los problemas en los que la solución no requiere operaciones numéricas, se trabaja la comprensión y el razonamiento lingüístico, para medir las dificultades del lenguaje en los ejercicios E1, E2, E3 y E4, no es igual en el grupo experimental que en el control.

TABLA 1
 Alumnos y dificultades

N.º ALUMNO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Exp. E1, E2, E3, E4	0	2	5	2	3	0	4	5	2	6	8	7	10	10	14	16
Con. E1, E2, E3, E4	5	9	10	9	5	10	4	8	16	16	11	4	9	8	12	16

Número de alumno del estudio (primera fila). Número de dificultades obtenidas en el grupo experimental (Exp) y control (Con) en los ejercicios E1, E2, E3 y E4 (segunda y tercera fila).

La Tabla 1 muestra la suma de las dificultades obtenidas por alumno en cada uno de los cuatro ejercicios de problemas no numéricos. Las dificultades que se miden son CL, ES, ID y IP. Por lo tanto, se tendrá un máximo de 16 dificultades por alumno. Con una $z = -2.504$, el estadístico de contraste, se tiene una significación de $p = 0.012$, véase la Tabla 2. Por tanto, se rechazaría la hipótesis nula para un

nivel de significación del 5%. Así, se podría concluir que existen diferencias en el número de dificultades obtenidas en el grupo control y en el experimental. Tras la aplicación de las sesiones el número de dificultades disminuyó significativamente.

TABLA 2
Estadísticos de contraste para el caso 1 del estudio

	E1E2E3E4EXP-E1E2E3E4CON
Z	-2,504(a)
Sig. Asintót. (bilateral)	0,012

Estadísticos de contraste (b)

a Basado en los rangos positivos.

b Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon.

Los casos 2 y 3 se desarrollan de forma análoga.

Caso 2: Se contrasta la hipótesis nula, H_0 : El número de dificultades obtenido en los ejercicios relativos a los problemas numéricos: F1, F2, F3, F4 y F5, es igual en el grupo experimental que en el control; frente a la alternativa, H_1 : no H_0 .

TABLA 3
Alumnos y dificultades

N.º ALUMNO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Exp. F1, F2, F3, F4, F5	0	0	0	4	3	6	4	4	7	9	8	16	15	16	18	20
Con. F1, F2, F3, F4, F5	4	9	18	11	7	12	17	8	20	20	19	8	19	14	18	16

Número de alumno del estudio (primera fila). Número de dificultades obtenidas en el grupo experimental (Exp) y control (Con) en los ejercicios F1, F2, F3, F4 y F5 (segunda y tercera fila).

La Tabla 3 muestra la suma de las dificultades obtenidas por alumno en los problemas numéricos (F1, F2, F3, F4 y F5). Las dificultades que se miden son CL, ES, ID y IP. Por lo tanto, se tendrá un máximo de 20 dificultades por alumno. El estadístico de contraste, $z = -2.816$, presenta una significación de $p = 0.005$, véase la Tabla 4. Por tanto, se rechazaría la hipótesis nula. Existen diferencias en el número de dificultades obtenidas en el grupo control y en el experimental, para un nivel de significación del 5%. La disminución de las dificultades es significativa.

TABLA 4
 Estadísticos de contraste para el caso 2 del estudio

	F1F2F3F4FXP-F1F2F3F4CON
Z	-2,816(a)
Sig. Asintót. (bilateral)	0,005

Estadísticos de contraste (b)

a Basado en los rangos positivos.

b Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon.

Caso 3: Se contrasta la hipótesis nula, H_0 : El número de dificultades obtenido en todos los ejercicios relativos a los problemas en que no debían realizarse operaciones numéricas (E1, E2, E3 y E4) y los numéricos (F1, F2, F3, F4 y F5) es igual en el grupo experimental que en el control; frente a la alternativa, H_1 : no H_0 .

TABLA 5
 Alumnos y dificultades

N.º ALUMNO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Experimento	0	2	5	6	6	6	7	8	9	15	16	23	25	26	32	36
Control	9	18	28	20	12	22	21	16	36	36	30	12	28	22	30	32

Número de alumno del estudio (primera fila). Número de dificultades obtenidas en el grupo experimental (Exp) y control (Con) en los ejercicios E1, E2, E3, E4, F1, F2, F3, F4 y F5 (segunda y tercera fila).

Se suman las dificultades obtenidas por los alumnos en los problemas no numéricos (E1, E2, E3 y E4) y los numéricos (F1, F2, F3, F4 y F5). Al ser cuatro las dificultades del lenguaje que se observan, se tendrá un máximo de 36 dificultades por alumno. La Tabla 6 muestra el estadístico de contraste, $z = -2.841$, y el p-valor, $p = 0.004$. Por tanto, se rechazaría la hipótesis nula. Existen diferencias significativas de que el número de dificultades obtenidas en el grupo control difiere del número de dificultades del grupo experimental, para un nivel de significación del 5%. La Tabla 5 muestra la disminución de dificultades en el grupo experimental.

En los tres casos se observa (Tabla 1, 3 y 5) que el número de dificultades disminuyó significativamente tras aplicar la técnica en el aula del grupo experimental.

TABLA 6
Estadísticos de contraste para el caso 3 del estudio

	SUMAEXP-SUMACON
Z	-2,841(a)
Sig. Asintót. (bilateral)	0,004

Estadísticos de contraste (b)

a Basado en los rangos positivos.

b Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon.

6. CONCLUSIONES

El lenguaje es un instrumento del pensamiento y en numerosas ocasiones se trata del medio más sencillo para expresar ideas, sobre todo, en los alumnos de Educación Primaria. A lo largo de nuestro trabajo se favoreció que los alumnos expresaran su pensamiento tras la lectura de un problema, el profesor podía valorar a partir de esa expresión si el alumno comprendía o no dicho problema.

Se potenció el desarrollo de las capacidades que favorecen la comprensión lectora tanto del enunciado del problema como de la situación que se planteaba en él. Al mejorar el proceso de lectura analítica, organización de la información, reformulación, elaboración de esquemas... se obtuvo una mejora que resultó significativa en la comprensión y como consecuencia en la resolución de los problemas.

La unión de aspectos del lenguaje con la lógica-matemática permitió a los alumnos encontrar sentido a los problemas matemáticos, valorando las soluciones de forma crítica desde distintas perspectivas. Los procesos cognitivos que se requieren para la resolución de problemas tienen, por una parte, que implicar al lenguaje, puesto que los alumnos deben expresar la información dada y la descubierta al comprender la situación, entender los obstáculos y los datos relevantes, y, por otra parte, implican a la lógica-matemática, se trata de planear o diseñar un plan que será ejecutado a través de unas estrategias.

Los alumnos experimentaron un aprendizaje en un ambiente cooperativo, participando activamente en la resolución del problema, aprendiendo y finalmente resolviendo los problemas que se les planteaban. Trabajar en parejas o pequeños grupos potenció el aprendizaje entre iguales y promovió la responsabilidad sobre su propio aprendizaje, desarrollando habilidades para la adquisición de nuevos conocimientos y estrategias de razonamiento para el resto de su vida.

El profesor tomó el rol de facilitador, tutor y guía, lo cual llevó a los alumnos a tomar responsabilidades de aprender y de crear alianzas con su maestro, al mismo tiempo que se incrementó su motivación al favorecerse su iniciativa ante las diversas situaciones planteadas.

En definitiva, se observó una disminución de las dificultades que los alumnos tenían en el lenguaje, incrementando el razonamiento lógico, y como consecuencia revertiendo en una mejora en la resolución de problemas.

Líneas futuras de investigación

Sería interesante realizar un estudio para determinar:

- Cómo y cuánto influyen las fases de aprendizaje en la resolución de problemas.
- Si al aumentar el tiempo de aplicación de la metodología disminuyen más las dificultades en la resolución.
- Cuál es el tipo de clasificaciones de problemas donde los alumnos tienen más dificultades.
- Desarrollar metodologías de trabajo para las diferentes operaciones matemáticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguado, G.; Cruz, J. y Domezáin, M. J. (2003). *Comprender el lenguaje. Haciendo ejercicios*. Madrid: Entha Ediciones.
- Aiken, L. R. (1971). Verbal factors and mathematics learning: A review of research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 2, 304-313.
- Bermejo, V. y Rodríguez, P. (1987). Análisis de los factores incidentes en la solución de problemas de adición: su estructura semántica, formulación y lugar de la incógnita. *Enseñanza de las Ciencias*, Extra, 332-333.
- Blanco, B. y Blanco, L. (2009). Contexto y estrategias en la resolución de problemas de primaria. *Números*, 71, 75-85.
- Clements, M. A. Planteamiento y resolución de problemas: ¿Es relevante Polya para las matemáticas escolares del siglo XXI? *Suma*, 30, 27-36.
- Cobo, P. y Molina, M. A. ¿Pueden nuestros estudiantes construir conocimientos matemáticos? *Números*, 85, 49-73.
- Contreras, L. C. y Carrillo, J. (1997). La resolución de problemas en la construcción de conocimiento. Un ejemplo. *Suma*, 24, 21-25.
- Durand, C. y Vergnaud, G. (1976). Structures complexité psicogénétique. *Revue Française de Pédagogie*, 36, 28-43.
- Fernández, J. A. (2003). *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos*. Madrid: Praxis.
- Fernández, J. A. (2010). *La resolución de problemas matemáticos. Creatividad y razonamiento en la mente de los niños*. Madrid: Grupo Mayéutica-Educación.
- Gaulin, C. (2000). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Sigma*, 19.
- González, T. (2000). Metodología para la enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas: un estudio evaluativo. *Revista de Investigación Educativa*, 18, 175-179.
- Guzmán, M. (2001). Tendencias actuales de la educación matemática. *Sigma*, 19.
- Jerman, M. y Rees, R. (1972). Predicting the relative difficulty of the verbal arithmetics problems. *Educational Studies in Mathematics*, 4, 306-323.
- Ley Orgánica 8/2013 de 9-12-2013 para la mejora de la calidad educativa. *BOE* n.º 295 - Sec. 1, 97858, 10 de diciembre de 2013.

- Ministerio de Educación, Cultura y Deportes. Resultados de España en Pisa 2012. Nota de prensa, 3 de diciembre de 2013.
- Nesher, P.; Greeno, J. G. y Riley, M. S. (1982). The development of semantic categories for addition and subtraction. *Educational Studies in Mathematics*, 13, 373-394.
- Real Decreto 126/2014 de 28-02-2014, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. *BOE* n.º 52 - Sec. I, 19349, 1 de marzo de 2014.
- Searle, B.; Lorton, P. y Suppes, P. (1974). Structural variables affecting CAI performance on arithmetic Word problems of disadvantaged and deaf students. *Educational Studies in Mathematics*, 5, 371-384.
- Suppes, P.; Loftus, E. y Jerman, M. (1969). Problem-Solving on a computer-based teletype. *Educational Studies in Mathematics*, 2, 1-15.