

Tema: Cambio de variable

Estadística II

Universidad de Salamanca

Curso 2011/2012

Outline

- 1 Cambio de variable para variables discretas
- 2 Cambio de variable para variables continuas

Cambio de variable para variables discretas

¿En qué consiste?

Sea X una v.a.d. queremos calcular la distribución de otra v.a.d. $Y = h(X)$ a partir de la de X

Pasos

1 Calculamos $Y(E) = \{y_1, y_2, \dots\}$

$$y_j = h(x_i)$$

2 Calculamos

$$P[Y = y_k] = \sum_{x_i \in h^{-1}(y_k)} P[X = x_i] = \sum_{x_i, h(x_i) = (y_k)} P[X = x_i]$$

Cambio de variable para variables continuas

¿En qué consiste?

Sea X una v.a.c. queremos calcular la distribución de otra v.a.c. $Y = h(X)$ a partir de la de X

Métodos

- 1 Método general
- 2 Teorema del cambio de variable

Cambio de variable para variables continuas

Método general

$$F_Y(y) = P[Y \leq y] = P[X \in h^{-1}(-\infty, y)]$$

$$f_Y(y) = \frac{d}{dy} F_Y(y)$$

Tener en cuenta

Hay que tener en cuenta si la función h es creciente o decreciente

Cambio de variable para variables continuas

Teorema del cambio de variable

Sea X es una v.a.c., $f_X(x)$ su función de densidad y $Y = h(X)$. Si h es:

- estrictamente monótona (creciente o decreciente)
- derivable
- $h'(X) \neq 0$

Entonces Y es una v.a.c. con la siguiente función de densidad

$$f_Y(y) = f_X(h^{-1}(y)) \left| \frac{dX}{dY} \right|$$

donde $X = h^{-1}(y)$