VNIVERSIDAD D SALAMANCA

CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

UNIVERSIDAD DE SALAMANCA
FACULTAD DE ECONOMÍA Y EMPRESA.

VALORACIÓN Y GESTIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS

GRADO EN ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE EMPRESAS
CURSO: 2019 - 2020

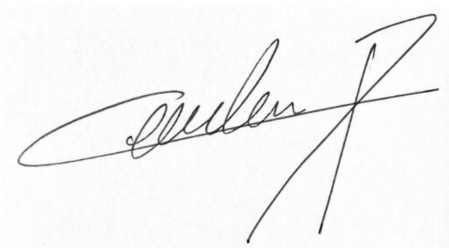
Autor: CARLOS PRIETO CABRERA

Tutor: Dr. D. IGNACIO REQUEJO PUERTO

VALORACIÓN Y GESTIÓN DE ACTIVOS FINANCIEROS

(Asset Management and Valuation)

Trabajo Fin de Grado



REQUEJO PUERTO
IGNACIO - 70883918B

Carlos Prieto Cabrera
(Autor)

Dr. D. Ignacio Requejo Puerto
(Tutor)

Salamanca, 1 de julio de 2020

“*Solo el necio confunde valor y precio*”

Antonio Machado

RESUMEN

En un mundo comandado por el dinero y los intereses económicos, el objetivo de cualquier inversor, profesional o amateur, es hacer crecer su riqueza exponiéndose lo menos posible a perder. Es por ello, que el objetivo del presente trabajo es repasar las dos principales teorías de gestión de activos que giran en torno al binomio rentabilidad-riesgo, el Modelo de Markowitz y el Modelo CAPM. Una vez revisada la literatura relacionada con ambas, procederemos con un estudio empírico a través de la creación de una serie de carteras siguiendo el fundamento teórico expuesto, para lo cual trabajaremos con acciones de índices como el IBEX35 o el Dow Jones. Para concluir analizaremos los resultados obtenidos, así como su utilidad en el mundo financiero actual.

ABSTRACT

In a world driven by money and economic interests, the goal of any investor, professional or amateur, is to make his wealth grow, while minimizing his exposure to potential losses. Therefore, the aim of this paper is to review the two main theories of asset management that revolve around the risk-return binomial, the Markowitz Model and the CAPM Model. After discussing the literature concerning both models, we will proceed with an empirical study by creating different portfolios according to the theoretical foundations exposed, for which we will work with shares from indexes such as the IBEX35 or the Dow Jones. To conclude, we will analyze the results obtained, as well as their suitability to the current financial world.

INDICES

INDICE DE FIGURAS, GRÁFICOS Y TABLAS

2. Teoría de Cartera

3. Valoración de activos: el Modelo CAPM

4. Los modelos en la práctica

Tablas:

Gráficos:

INTRODUCCIÓN

Durante siglos, las personas han tratado de enriquecerse y aumentar sus ahorros a través de la inversión. Ya en el siglo XVI la gente buscaba comprar activos físicos para revenderlos a precios mayores o invertir en expediciones marítimas para obtener parte de la rentabilidad que proporcionaran. Posteriormente surgiría el concepto de las acciones y los mercados organizados, con la apertura en 1602 de la Bolsa de Ámsterdam, considerada la primera de la historia. Estos mercados fueron evolucionando en la forma de funcionar, componentes, participantes, etc. pero lo que no cambiaba era la forma de invertir de las personas: acumulaban títulos que se creían infravalorados con la esperanza de obtener ganancias debido a su revalorización.

Este panorama cambió cuando Markowitz (1952, 1959) formuló la «Teoría de Cartera», donde se cuestionaba la forma de inversión tradicional pues no se tenía en cuenta el riesgo de los títulos que se acumulaban, algo irracional considerando la aversión al riesgo de las personas. El autor, a mayores, fue pionero planteando la existencia de un conjunto de carteras que maximizan la utilidad esperada del inversor al tiempo que optimizan el binomio rentabilidad-riesgo en diversos puntos, estableciendo como medida del riesgo la varianza de la rentabilidad. Además, propuso que, para incrementar este binomio, era necesario invertir en activos cuyos rendimientos guardaran la menor correlación posible, consiguiendo así aprovechar el efecto diversificación.

Sin embargo, a pesar de su utilidad para tomar decisiones de inversión, este modelo carecía de la capacidad para valorar activos. De este modo, Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966) introdujeron el «*Capital Asset Pricing Model*», convirtiéndose en uno de los paradigmas de la economía financiera actual. Este postulaba que el rendimiento de las acciones venía dado por la rentabilidad libre de riesgo más una prima por invertir en activos con riesgo, medida por la exposición de estos a las variaciones del mercado, a través de la beta.

Así pues, en el presente trabajo, haremos una pequeña introducción a los activos financieros para después profundizar con detalle en ambas teorías. A continuación, las aplicaremos a situaciones reales para arrojar luz sobre ellas y probar su validez, y, finalmente, expondremos las conclusiones que se extraen de dichas aplicaciones.

1. ACTIVOS FINANCIEROS: ¿QUÉ SON?

Un activo es algo que tiene valor o puede generar ingresos. Al contrario que, por ejemplo, un coche, los activos financieros son considerados intangibles, pues rara vez tienen presencia física. Son definidos como títulos que pueden ser emitidos por cualquier unidad económica de gasto (gobiernos y empresas principalmente) y que otorgan al comprador o inversor un derecho a recibir un ingreso futuro proveniente del vendedor o emisor, quien está obligado a satisfacer dicho pago. Cabe remarcar que estos solo son un activo para el comprador, ya que para el emisor representan un pasivo debido a la obligación de pagar.

Deductivamente, extraemos que la función principal de estos instrumentos financieros es la obtención de fondos para acometer su actividad económica por parte del emisor, al mismo tiempo que se propicia el enriquecimiento del inversor.

Atendiendo a la forma en la que se le proporcione riqueza al comprador, podemos distinguir dos grandes tipos de instrumentos:

1. Activos de renta fija: la principal característica de estos es que los pagos son fijos y periódicos y se conocen previa compra del instrumento. Dentro de este grupo podemos encontrar bonos, pagarés, o letras del tesoro, entre otros. Se caracterizan por presentar un menor riesgo, pero también una menor rentabilidad.
2. Activos de renta variable: al contrario que en los anteriores, en este caso desconocemos los flujos de renta que se van a generar. El máximo exponente de estos son las acciones: instrumentos financieros que *"representan una parte alícuota en el capital de una sociedad y que da derecho a una parte proporcional en el reparto de beneficios"* (Real Academia Española, 2014). Con la compra de estas, el inversor proporciona capital a la empresa con la esperanza de que, en un futuro, el valor del instrumento sea mayor que el actual, viéndose así incrementada su riqueza. Análogamente presentan un mayor riesgo y volatilidad, pero también son capaces de generar mejores rendimientos. Sobre ellas volveremos más adelante, pues serán el epicentro de la cartera que formaremos y analizaremos.

Los activos financieros pueden ser negociados en dos tipos de mercados:

1. Primario: en este tienen lugar las ofertas públicas de venta en las que los emisores ponen a la venta por primera vez las acciones, bonos, etc.
2. Secundario: en este se negocian todas las operaciones relacionadas con los instrumentos una vez que han sido puestos en el mercado.

Como veremos a lo largo de este trabajo, existe una relación sustancial entre la rentabilidad, el riesgo y la liquidez de estos productos. Del estudio de estas características de los títulos, han derivado importantes modelos y estudios como el realizado por Markowitz (1952) o el que acometieron Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966), tratando de arrojar algo de luz sobre la influencia de la rentabilidad y el riesgo en la gestión de carteras.

Los activos financieros no suelen ser gestionados de manera independiente, sino que, con el objetivo de reducir el riesgo y aumentar la rentabilidad, se crean portfolios compuestos por diversas acciones, bonos, fondos, etc. que son gestionados por un experto, ya sea un gestor de un banco, de un fondo de inversión, de un plan de pensiones, etc. Esto ha dado lugar a la contraposición entre dos filosofías de inversión, dos filosofías de gestión para ser más concretos:

1. Gestión activa: en esta el gestor decide qué activos forman la cartera de inversión y trabaja periódicamente sobre ellos, realizando cualquier modificación necesaria al respecto, añadiendo y retirando valores o variando el peso que representan, por ejemplo. El gestor español Daniel Lacalle (Nosotros los mercados, 2013) defiende que este tipo de gestión se basa en modelos de análisis técnico junto con modelos específicos de cada empresa, así como en métodos de comparación de múltiplos, precios objetivos, o señales de compra y venta.
2. Gestión pasiva: el objetivo de esta filosofía es imitar la composición de un índice bursátil, como puede ser el IBEX35 español, el S&P 500 estadounidense o el británico FTSE 100, con el objetivo de replicar su actuación. Por tanto, el gestor adquiere un rol más secundario ya que no ha de tomar mayor decisión que la de qué índice tomar como referencia.

En este aspecto, la Teoría de Mercados Eficientes (Fama, 1970) defiende que, ante la imposibilidad de predecir las situaciones futuras con la información pública y la histórica, la gestión activa solo proporcionaría beneficios si, con una combinación de análisis fundamental y técnico, los inversores se aprovecharan de las posibles ineficiencias que pudieran existir. No obstante, también se remarca que los beneficios arrojados por la gestión activa, por positivos que sean, siempre serán inferiores a los que se pueden obtener siguiendo una gestión pasiva.

2. TEORÍA DE CARTERA

La Teoría de Cartera o Teoría de Formación de Carteras se ha erigido como uno de los pilares fundamentales en el mundo financiero, y más concretamente en el bursátil. Esta nació de la mano de Harry Markowitz, quien, en 1952, a través de su artículo *Portoflio Selection* publicado en la revista *Journal of Finance*, y con su posterior libro, que recibió el mismo nombre y fue publicado en 1959, trató de encontrar matemáticamente una combinación de activos que optimizara la relación rentabilidad-riesgo. El trabajo de Markowitz sirvió de base para William Sharpe, quien tratando de simplificar el modelo inicial propuesto por el primero, desarrolló lo que hoy en día se conoce como CAPM, un importante modelo de valoración de activos. Ambos, junto con Merton Miller, fueron galardonados con el premio Nobel en el campo de la economía del año 1990, reconociendo así la gran aportación que habían realizado al, hasta entonces, enigma sobre la Teoría de Cartera.

2.1. Cartera, rentabilidad y riesgo

Sobre ambos modelos y su aplicación práctica trataremos en las próximas páginas, pero antes de ello, hemos de mencionar, definir y relacionar tres conceptos que, aunque triviales, hemos de tener presentes.

Podemos definir una cartera como *"una combinación de activos que, normalmente, se asocia a un conjunto más o menos diversificado de acciones"* (Gómez-Bezares, 2016, p. 68).

Por rentabilidad entendemos la variación entre el valor final de un activo y el inicial, la cual los inversores esperan que sea positiva. No obstante, a la hora de formar carteras esta es una variable desconocida y aleatoria que variará en función de las expectativas de cada individuo. Por ello, la rentabilidad de un activo *(R_i,)* se puede medir con la esperanza matemática de esta variable aleatoria. Del mismo modo, el rendimiento esperado de una cartera *(p)*, se puede calcular con la siguiente expresión:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i)$$ *Fórmula 2.1*

Donde R_p es la rentabilidad de la cartera *p*, w_i muestra el peso de cada título *i* en el portfolio y $E(R_i)$ es, como ya hemos visto, el rendimiento esperado del título.

Uno de los conceptos que más controversia ha generado durante años en el mundo de la inversión ha sido el riesgo. No obstante, en la actualidad, existe un consenso en torno a esta definición. Entendiendo como riesgo la volatilidad de los resultados estimados, más concretamente, la probabilidad de que estos no sean los que se había previsto. Para medirlo empleamos la varianza del título, calculada de la siguiente forma:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{n} \left[R_{ij} - E(R_i)\right]^2 p(R_j)$$ *Fórmula 2.2*

Siendo R_{ij} los posibles resultados que puede tomar la rentabilidad del activo, y $p(R_j)$ la probabilidad de que se den los distintos valores. Sin embargo, para medir el riesgo de la cartera, debemos tener en cuenta la relación que existe entre los rendimientos de estos activos, pues variables como el sector o la localización geográfica influyen en las rentabilidades de los títulos (dos títulos del sector energético belga, por ejemplo, tendrán una alta correlación y, probablemente, resultados muy similares). Por ello, el riesgo de la cartera viene dado por la siguiente expresión:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i^2\, \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}, \qquad i \neq j$$ *Fórmula 2.3*

Donde σ_i representa la desviación típica de los rendimientos del activo i y ρ_{ij} el coeficiente de correlación entre los rendimientos de i y j, la multiplicación de estos dos términos se conoce como covarianza.

Así pues, a continuación, trataremos de exponer los dos principales modelos que durante años han sido utilizados para establecer una relación racional entre la rentabilidad y el riesgo a la hora de formar una cartera.

2.2 El Modelo de Markowitz

Como ya hemos mencionado, Harry Markowitz dio inicio en 1952 con el artículo *Portfolio Selection* a la Teoría de Cartera. En este estableció la forma en la que los inversores deberían seleccionar la cartera más eficiente de acuerdo con sus preferencias teniendo en cuenta su racionalidad, es decir, desean rentabilidad al mismo tiempo que rechazan el riesgo. Anteriormente hemos visto que sendas variables se miden empleando la esperanza matemática (o media en caso de una distribución normal) y la varianza de la cartera. Es por ello por lo que el Modelo de Markowitz es también conocido como Modelo Media-Varianza.

2.2.1 Hipótesis de partida

Previo al cálculo del modelo, hemos de tener en cuenta ciertos puntos de partida:

- El comportamiento racional del inversor es la base del modelo; es decir, buscará en todo momento aumentar su riqueza, encontrar la cartera con mayor rentabilidad.
- Esta rentabilidad vendrá supeditada por la aversión al riesgo de los inversores. Cuanto mayor riesgo estén dispuestos a soportar, mayor retorno esperarán recibir.
- Los n activos que integran la cartera son conocidos y todos presentan riesgo (renta variable como regla general).
- El inversor no mantendrá posiciones de liquidez; es decir, su presupuesto estará invertido en su totalidad en los n activos. Por tanto, $w_i + w_j + \ldots + w_n = 1$, siendo w_k el peso que cada activo representa en el total de la cartera.
- Estos pesos deberán ser positivos, lo que conlleva la restricción de tomar posiciones en corto.
- En la estimación del modelo, serán ignorados los gastos de transacción, corretaje, inflación o impuestos.
- Es un modelo estático y unitemporal.

2.2.2. Planteamiento inicial

De este modo, y reuniendo todo lo visto hasta ahora, podemos dar paso a plantear el modelo en el que se basarán los inversores a la hora de construir sus carteras, según Markowitz.

Dicha modelización se puede realizar desde dos puntos de vista: el primero, basándonos en la maximización de la rentabilidad, el segundo, en la minimización del riesgo. Será este el que empleemos en este caso, siguiendo la hipótesis inicial de aversión al riesgo:

$$Minimizar: \quad \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i^2\, \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}, \qquad i \neq j$$

Sujeto a:

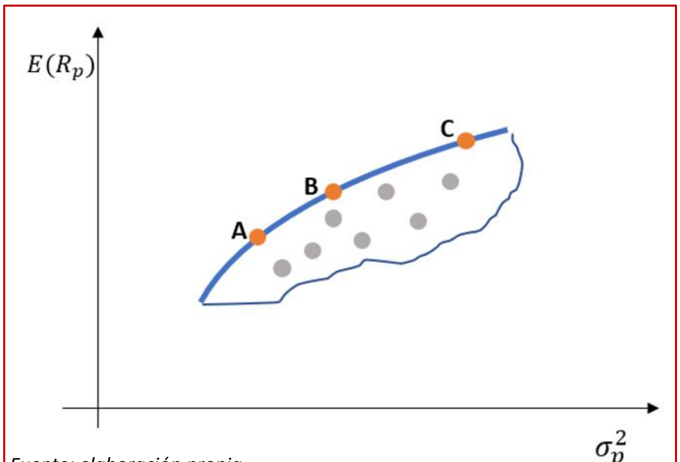
$$E(R_p) = R_p^*$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$$\forall\, w_i \geq 0$$

2.2.3. La Frontera Eficiente y la elección de la cartera

La aplicación de dicho modelo llevará al inversor a dar con un conjunto de carteras de títulos que cumplan las restricciones y entre las que podrá elegir en función de su animadversión al riesgo y de sus curvas de indiferencia. Estas carteras constituyen lo que se conoce como Frontera Eficiente; no obstante, dentro de las alternativas con las que cuenta el inversor, también hay algunas no eficientes. Si observamos la figura 2.1, la línea gruesa en la que se encuentran los puntos A, B y C, son aquellas carteras que mejor lo hacen en la relación rentabilidad-riesgo. No se puede encontrar ninguna combinación de activos que aporte mayor rentabilidad sin soportar un mayor riesgo. Esto es lo que hemos llamado Frontera Eficiente. Las alternativas por encima de esta serían irreales, y las que se encuentran debajo, representadas por puntos grises en la figura, son opciones ineficientes, pues podemos dar con carteras que soportando el mismo riesgo nos aporten mayor rentabilidad, y que nos den el mismo rendimiento con menor volatilidad.



Fuente: elaboración propia

Figura 2.1. Alternativas del inversor

El conflicto ahora reside en la elección por parte de los inversores de entre todas las carteras de la frontera eficiente. Para entenderlo será útil introducir el término de las funciones de utilidad, que son aquellas que reflejan la satisfacción de los individuos, la cual veremos que viene condicionada por el riesgo y la rentabilidad. Para mostrarlo gráficamente empleamos las curvas de indiferencia. (ver figura 2.2).

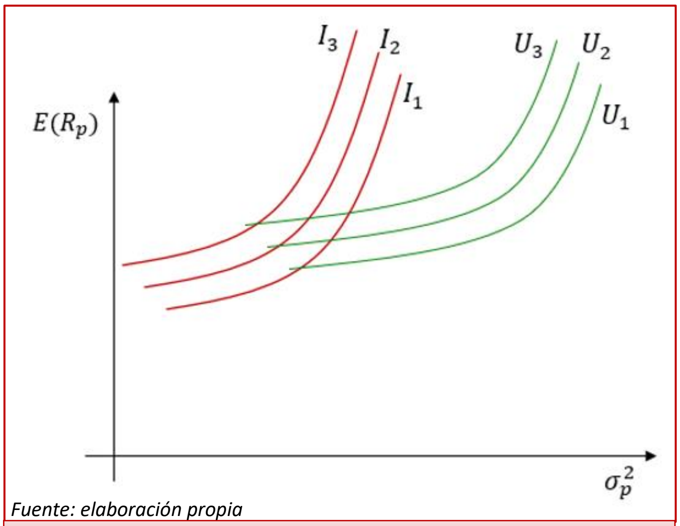


Figura 2.2. Funciones de utilidad de dos inversores

En los ejes de la derecha, se representan las curvas de dos inversores distintos. Podemos ver que presentan una pendiente positiva debido a que para soportar un mayor riesgo los individuos exigen un mayor rendimiento. Además, observamos que las curvas de indiferencia de un mismo inversor no se cortan en ningún tramo, lo cual tiene una explicación lógica basada en que una misma cartera no puede cubrir más de un nivel de satisfacción. A mayores, cabe mencionar que cuanto más alejada del origen se muestre una curva, mayor satisfacción representará. En cuanto a la aversión al riesgo de ambos, podemos destacar que el inversor *U* es claramente más propenso al riesgo que el I, y por ello sus curvas de indiferencia se muestran más hacia la derecha del gráfico.

Por tanto, superponiendo las figuras 2.1 y 2.2 daremos con las diferentes carteras óptimas de ambos inversores; esto es, las carteras que se encuentran tanto en la función de utilidad como en la frontera eficiente (figura 2.3). En el caso del individuo *I*, la cartera p_I, representa la única opción adecuada con el modelo, pues como vemos, las alternativas de la frontera no le permiten obtener la satisfacción de los niveles I_2 e I_3. Del mismo modo,

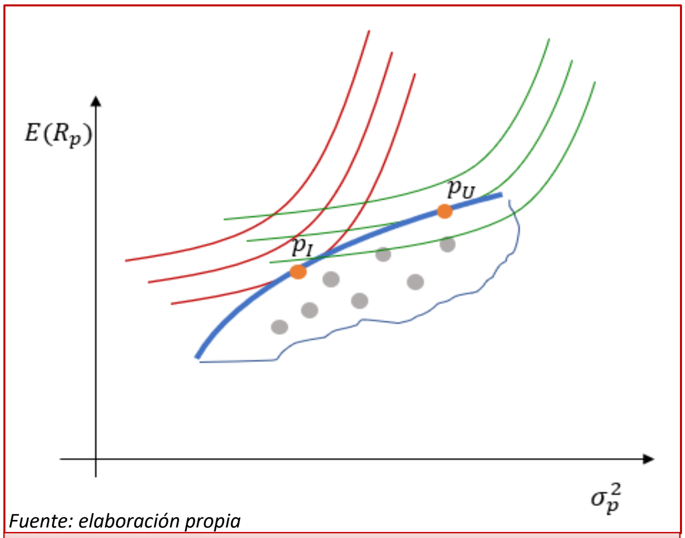


Figura 2.3. Carteras óptimas para dos inversores

para el agente *U* la cartera óptima sería p_U por encontrarse en su curva de indiferencia más alejada del origen; no obstante, la diferencia radica en que, para este inversor, habría una cartera alternativa, situada en la intersección entre la frontera y U_1.

Por tanto, podemos ver cómo dentro de una misma frontera hay infinidad de carteras a elegir por los individuos en función de las diferentes valoraciones que hagan estos sobre el riesgo. Esto explica que, a la hora de calcular la rentabilidad y la volatilidad de un portfolio, se introdujeran distintos pesos para las diferentes carteras o títulos que pueden formar parte del mismo (ver fórmula 2.1), ya que así se otorga la oportunidad al inversor de distribuir su dinero entre las distintas carteras óptimas.

2.2.4. Correlación y diversificación

Como se ha mencionado anteriormente, a la hora de construir la cartera de inversión hemos de tener en cuenta el grado de relación (medido con el coeficiente de correlación) que existe entre los distintos activos que la forman, pues una alta correlación geográfica o sectorial entre ellos hará que la volatilidad de la cartera en su conjunto se mueva al unísono, lo que mermará el efecto positivo de la diversificación.

Supongamos dos activos con riesgo, *M y Z*, su correlación vendrá dada por la siguiente expresión:

$$Coef.Correlación_{MZ} = \frac{cov\ (R_M R_Z)}{\sigma_M \sigma_Z} = \rho_{M,Z}$$

Fórmula 2.4

Dicho coeficiente tomará valores entre -1, correlación perfecta negativa, situación en la que los retornos de los activos se moverán inversamente, y +1, correlación perfecta positiva, en la que lo harán en la misma dirección. Estos movimientos los explicaremos más detalladamente a continuación.

El análisis de la correlación entre los distintos activos de una cartera nos permitirá conocer en qué grado hemos de diversificar nuestra cartera, cuánto debemos invertir en cada activo, así como en cuántos activos abrir posiciones, todo ello con un objetivo: reducir el riesgo y aumentar los rendimientos lo máximo posible.

Para analizar cuándo y cómo el inversor puede sacar partido al efecto positivo de la diversificación, analizaremos los dos casos antes expuestos (correlación = ± 1) y el caso en el que la correlación sea nula (= 0). Dicho análisis lo realizaremos empleando una cartera (*p)* integrada por dos activos cualesquiera (*M y Z*) de tal modo que el riesgo de esta vendrá dado por la siguiente expresión:

$$\sigma_p^2 = X_M^2\sigma_M^2 + (1 - X_M)^2\,\sigma_Z^2 + 2X_M(1 - X_M)\,cov(R_M, R_Z)$$

Fórmula 2.5

donde X_M es la parte del presupuesto invertido en M.

- **Correlación perfecta y positiva (ρ=1)**

Cuando la correlación entre los rendimientos de ambos activos sea igual a 1, estos se moverán en la misma proporción y dirección. Este tipo de correlación se puede ver en empresas que operen en el mismo sector y misma región, con el mismo nicho de clientes. En este caso, el inversor no podrá disfrutar de los beneficios de la diversificación pues rendimiento y riesgo no serán más que una mera ponderación de los que presentan ambos activos. Analíticamente, y partiendo de la fórmula 2.5, el riesgo del portfolio, que de aquí en adelante será medido por la desviación típica, vendrá dado por la siguiente expresión:

$$\sigma_p = X_M\sigma_M + (1 - X_M)\sigma_Z$$

Fórmula 2.6

- **Correlación perfecta y negativa (ρ= -1)**

El caso opuesto al anterior es aquel en el que la correlación es negativa e igual a la unidad, lo que significa que la variación del rendimiento de ambos títulos será opuesta; es decir, cuando uno mejore su actuación, el otro la empeora. En este caso se podrá aprovechar el efecto positivo de la diversificación, de tal manera que el riesgo total de la cartera sea inferior al del activo con menor riesgo. Para ello, hemos de analizar qué proporción de los recursos será invertida en cada activo, ya que con la diversificación adecuada se podría reducir el riesgo hasta 0. Para ello, al igual que hicimos en la situación anterior, partiremos de la fórmula 2.5 de la cual obtendremos lo siguiente:

$$\sigma_p = X_M\sigma_M - (1 - X_M)\sigma_Z$$

Fórmula 2.7

Como podemos apreciar, la expresión es prácticamente idéntica a la 2.6, con la salvedad de que en este caso el segundo término de la expresión viene dado en signo negativo debido a la correlación inversa, y será esto lo que nos permita dar con una combinación de activos tal que el riesgo sea cero. Esta la conseguiremos igualando la fórmula 2.7 a cero y operando, hasta obtener lo siguiente:

$$X_M = \frac{\sigma_Z}{\sigma_Z + \sigma_M}$$

Fórmula 2.8

Donde X_M es la proporción de nuestro presupuesto a invertir en el activo M para anular por completo el riesgo de la cartera, análogamente el presupuesto a invertir en Z será igual a $1 - X_M$.

Antes de continuar y analizar qué ocurre cuando hay ausencia de correlación, hemos de mencionar que los casos en los que esta es igual a ±1 son poco realistas, pues es prácticamente imposible dar con dos activos que reaccionen de este modo perfecto. Encontraremos valores más o menos próximos a la unidad, pero casi nunca o nunca, iguales a ella.

- **Correlación nula (ρ=0)**

Existen casos, en los que la relación entre ambos activos es inexistente; es decir, igual a cero. Aun cuando esto se da, el inversor puede aprovecharse de la reducción de riesgo gracias a la diversificación, siempre y cuando optemos por la combinación óptima de activos. Para calcularla, partiremos, una vez más, de la fórmula 2.5 y tendremos en cuenta que la correlación es nula, obteniendo el riesgo expresado del siguiente modo:

$$\sigma_p = (X_M^2\sigma_M^2 + (1 - X_M)^2\sigma_Z^2)^{\frac{1}{2}} \qquad \textit{Fórmula 2.9}$$

Una vez obtenido el riesgo de la cartera y derivando σ^2 respecto de X_M obtendremos que la proporción a invertir en cada activo para que el riesgo sea el mínimo posible vendrá definida por la siguiente expresión:

$$X_M = \frac{\sigma_Z^2}{(\sigma_M^2 + \sigma_Z^2)} \qquad \textit{Fórmula 2.10}$$

Por tanto, para concluir, podemos afirmar que: *"La diversificación tiende a bajar el riesgo de una cartera siempre y cuando los retornos de los activos que la componen no se encuentren perfectamente correlacionados en forma positiva. Cuanto más grande es la correlación positiva de los retornos menor es el efecto que la diversificación tiene sobre el riesgo de la cartera, alternativamente, cuanto más negativa sea la correlación mayor será el efecto de la diversificación sobre el riesgo de la cartera"* (*López (fecha desconocida), p.23).*

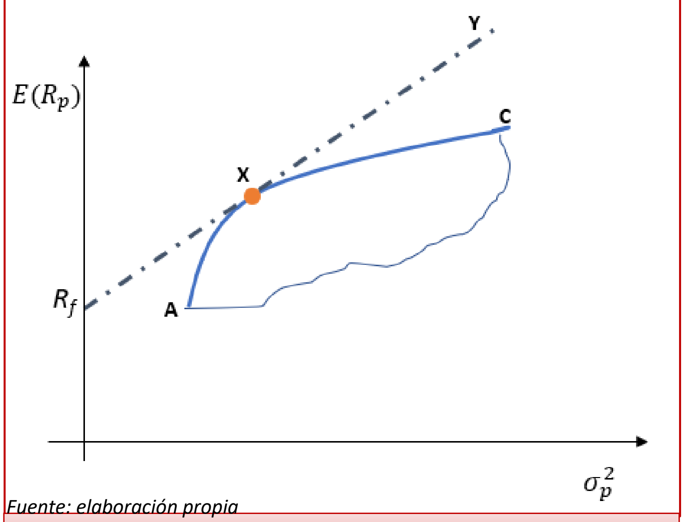
2.2.5. Markowitz y la renta fija

A pesar de que, como vimos al inicio, Markowitz basó su modelo Media-Varianza en activos con riesgo (es decir, activos de renta variable), con el paso de los años distintos autores, con el fin de enriquecer el modelo y ajustarlo a la realidad, introdujeron títulos libres de riesgo. Aunque hoy en día se considera que todos los títulos presentan cierto riesgo, es comúnmente aceptado en el mundo bursátil que los activos de renta fija emitidos por los estados son "activos libres de riesgo". Por ello, son empleados por muchos gestores como activos de cobertura o de refugio en tiempos difíciles, o bien como componente principal de aquellos fondos adversos al riesgo.

El conflicto se encuentra a la hora de incluir estos activos en nuestro modelo, para lo cual hemos de tener en cuenta dos consideraciones:

1. El activo libre de riesgo no presenta desviación típica.
2. La covarianza entre sus rentabilidades y las del resto de títulos es nula.

Procedamos ahora a ver cómo actúa el inversor a la hora de tomar la decisión de qué cantidad invertir en cada activo. Para ello, partiremos de la situación inicial de la frontera eficiente, curva *A-C* en la figura 2.4, a la cual le añadimos la recta $R_f - Y$, que representa el nuevo horizonte de posibilidades de inversión al añadir el activo libre de riesgo. Como vemos, una parte de la frontera inicial deja de ser óptima, pues sería más rentable invertir en el activo libre de riesgo. Este tramo que dejamos de considerar como opción sería el representado por *A-X*. De este modo, quedan diferenciados dos tramos disponibles para el inversor: el primero es R_f *-X* en el cual existe la opción de invertir tanto en el activo libre de riesgo, como en la cartera eficiente X, con riesgo. El segundo, en cambio, solo presenta opciones con riesgo, pues es el que alcanza desde *X* hasta *C*. Por tanto, cualquiera de las carteras comprendidas en este tramo presentará riesgo. El tramo *X-Y* representa la posibilidad que tiene el inversor de adquirir fondos prestados a un tipo de interés igual a la tasa libre de riesgo, en lugar de invertir en el activo libre de riesgo.



Fuente: elaboración propia

Figura 2.4. Frontera eficiente y activo sin riesgo

Así pues, introduciendo el activo libre de riesgo en el modelo que venimos empleando, considerando X_f la cantidad invertida en dicho instrumento y R_f su rentabilidad, y teniendo en cuenta que la cifra invertida en el activo con riesgo (*X)* vendrá dada por $1\text{-}X_f$, el rendimiento y el riesgo del portfolio vendrán dados por las siguientes expresiones:

$$E(R_p) = X_f R_f + (1 - X_f) E(R_X)$$ *Fórmula 2.11*

$$\sigma^2 = (1 - X_f)^2 \sigma_X^2$$ *Fórmula 2.12*

En este caso, hemos de tener en cuenta que existe la posibilidad de que X_f presente signo negativo, pues como hemos visto el inversor puede decidir endeudarse para obtener una mayor rentabilidad.

2.2.6. Línea del Mercado de Capitales

Una vez se incorporó en el modelo la posibilidad de invertir en activos libres de riesgo, así como de endeudarse con un coste igual a la tasa libre de riesgo, Tobin (1958) introdujo el concepto de "cartera de mercado", el cual podemos definir como: *"aquella que contiene todos los títulos del mercado, siendo la ponderación de cada título en la cartera similar a la importancia que tiene el título en el mercado, calculada según la capitalización del título divido por la capitalización total del mercado"* (Pindado García et al., 2012, p. 134). Remitiéndonos a la figura 2.4, esta cartera de mercado sería la cartera X, ya que es aquella en la que mejor se optimiza el binomio rentabilidad-riesgo incluyendo el activo libre de riesgo y el endeudamiento. No obstante, debemos tener en cuenta que esta cartera de mercado será diferente en función del agente, pues dependerán de cada uno tanto la cantidad a invertir en esta, como la proporción de endeudamiento. Esta recta que representa las distintas opciones que tiene el inversor, $R_f - Y$ en la figura 2.4., es la denominada *Capital Market Line* (Línea del Mercado de Capitales, CML). Nace en el activo libre de riesgo, es tangente a la cartera de mercado, y se extiende hacia la derecha dependiendo del endeudamiento. Su rendimiento se expresa de la siguiente forma:

Fórmula 2.13

$$E(R_p) = R_f + \left[\frac{E(R_X) - R_f}{\sigma_X}\right] \sigma_p$$

De este modo, vemos cómo el rendimiento esperado de la cartera viene dado por la tasa libre de riesgo (primer término) más la rentabilidad adicional que recibe el inversor por cada unidad de riesgo extra que soporta, es decir, más una prima de riesgo (segundo término).

3. VALORACIÓN DE ACTIVOS: EL MODELO CAPM

Una vez estudiada la Teoría de Cartera de Markowitz, podemos deducir que dicho modelo no sirve para la valoración de activos, la fijación de un precio o la estimación del rendimiento esperado, pues su única función es la construcción de carteras de manera eficiente. Como respuesta a estos aspectos que quedaban huérfanos en la teoría anterior y tratando de arrojar una mayor claridad sobre la relación entre rentabilidad y riesgo, Sharpe (1964), junto con Lintner (1965) y Mossin (1966), desarrolló una nueva teoría partiendo de la Teoría de Cartera de Markowitz y añadiendo nuevos términos para dilucidar las cuestiones mencionadas anteriormente. Esta recibió el nombre de *Capital Asset Pricing Model (CAPM)* o Modelo de Valoración de Activos de Capital.

3.1. El modelo de mercado

Previamente al desarrollo de lo que hoy conocemos como CAPM, Sharpe sentó las bases de este modelo, y lo hizo en el conocido como Modelo de Mercado. Para establecer esta teoría, Sharpe entendía que los mercados se encuentran en equilibrio, con igualdad de oferta y demanda, que las expectativas eran las mismas para todos los inversores y que estos podían tomar prestado a la tasa libre de riesgo, como vimos anteriormente.

El autor parte de que la correlación entre el rendimiento de los distinto títulos responde, además de a una serie de factores individuales, a una serie de factores comunes de índole generalmente macroeconómica que son introducidos y agrupados en el "rendimiento del mercado" R_M. Así, Sharpe entiende un modelo lineal en el que el rendimiento de un título j viene dado por la siguiente expresión:

$$R_j = \alpha_j + \beta_j R_M + \varepsilon_j$$

Fórmula 3.1

donde ε_j representa el error residual cometido en la estimación, y β_j es conocido como el coeficiente de volatilidad y es la pendiente de la recta.

3.1.1. La beta de un título

Como hemos dicho, esta beta representa el coeficiente de volatilidad del título ante el rendimiento del mercado; es decir, en qué proporción varía el rendimiento del activo respecto una variación en la rentabilidad del índice. Es, pues, una de las formas más útiles y comúnmente empleadas para medir el riesgo de una acción.

Esta puede ser calculada de la siguiente forma:

$$\beta_j = \frac{cov(R_j, R_M)}{\sigma_M^2}$$

Fórmula 3.2

profundizando en los distintos resultados que podemos obtener, cabe destacar el siguiente análisis:

- **β < 0:** indica que el rendimiento de los títulos reacciona de forma inversa a los del mercado. Son, por tanto, conocidos como acciones "super defensivas" pues tratan de cubrirse ante una reacción del conjunto. No obstante, cabe mencionar que es de elevada dificultad dar con acciones cuyo comportamiento sea, por regla general, inverso al del índice en el que se negocian.
- **β < 1:** por cada unidad que varía el rendimiento del índice, el de la acción lo hará en una proporción menor, entre 0 y 1. Se les denomina títulos "defensivos".
- **β = 1:** son títulos "neutros" ya que el rendimiento del título y del mercado están perfectamente correlacionados, es decir, varían en la misma proporción.
- **β > 1:** se dará cuando la rentabilidad del activo varíe en una proporción mayor al rendimiento del mercado, es por ello por lo que son denominados títulos "agresivos".

Por tanto, introduciendo el activo libre de riesgo y análogamente a lo visto hasta ahora, cuando lo que buscamos es la estimación de la rentabilidad futura de un activo financiero, la podremos realizar a través de la siguiente ecuación:

$$E(R_j) - R_f = \alpha_j + \beta_j[E(R_M) - R_f] + \varepsilon_j$$

Fórmula 3.3

Así pues, el riesgo vendrá dado por:

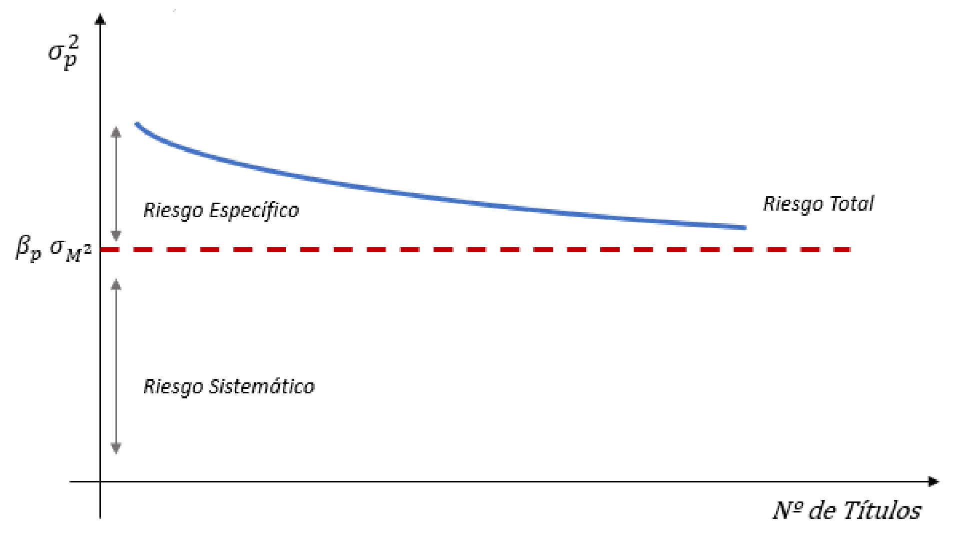
$$\sigma_j^2 = \beta_j^2\sigma_M^2 + \sigma_\varepsilon^2$$

Fórmula 3.4

donde podemos observar que son dos los componentes de esta varianza:

- **Riesgo sistemático o de mercado ($\beta_j^2\sigma_M^2$):** indica en qué medida la rentabilidad del título varía por los cambios en el rendimiento del mercado. De este no nos podremos deshacer por mucho que diversifiquemos nuestras inversiones, pues siempre habrá un grado de relación entre la variación del mercado y la del título.
- **Riesgo específico (σ_ε^2):** depende únicamente de las características de cada activo, véase las ventas, los resultados, ratios, etc., en los cuales se centra el análisis fundamental, principalmente. Es, por tanto, la parte del riesgo que podemos reducir gracias a la diversificación.

Gráficamente, esta situación quedaría representada como muestra la figura 3.1, donde vemos que cuanto mayor sea el número de títulos que componen la cartera, menor es el riesgo específico.



Fuente: elaboración propia

Figura 3.1. Relación entre el riesgo y el número de títulos de una cartera

3.2. El Modelo C.A.P.M.

Con posterioridad a las aportaciones teóricas ya comentadas, y basándose en ellas, Sharpe (1964), Lintner (1965) y Mossin (1966) desarrollaron una nueva forma de valorar los activos financieros que, en la actualidad, sigue siendo usada. No obstante, previo desarrollo, establecieron ciertas restricciones: *"no se permiten las ventas en corto de títulos con riesgo, pero sí existe el título sin riesgo, y para este se admite la posibilidad de vender en corto; se supone que existe concordancia y equilibrio"* (Gómez-Bezares, 2016, p. 105). Además de estas, encontramos otras hipótesis, entre las que podemos destacar la que establece que los activos son perfectamente divisibles, que no existen costes de transacción o que la información es perfecta y las expectativas son las mismas para todos los inversores.

Siguiendo la base teórica presentada en la Línea del Mercado de Capitales (ver apartado 2.2.6), que nos dice que solo existe una cartera con riesgo, la cual será la óptima para todos los inversores y recogerá todos los títulos con riesgo del mercado, los autores desarrollaron una nueva relación lineal conocida como *Security Market Line* (Línea del Mercado de Valores, SML) en la que establecieron que la rentabilidad que el inversor ha de exigir a un activo debe ser igual a la rentabilidad del activo libre de riesgo más un rendimiento extra que vendrá dado por la beta del activo frente a la rentabilidad de la cartera de mercado (con riesgo como establece la CML). Este segundo término es denominado "prima de riesgo". Así pues, la SML, base del CAPM, vendrá expresada como sigue:

$$E(R_j) = R_f + \beta_j \, [E(R_M) - R_f]$$

Fórmula 3.5

Si ahondamos en la fórmula, podemos deducir que, dado que tanto el interés del activo libre de riesgo, como la rentabilidad de la cartera del mercado (R_f y $E(R_M)$ respectivamente) son independientes del activo seleccionado, será la beta del título la que determine el rendimiento esperado del mismo, entendiendo que cuanto mayor sea la beta, y por tanto el riesgo sistemático, mayor será la rentabilidad que se le ha de exigir al activo.

Esta misma expresión es la empleada hoy en día por los inversores para calcular el "coste de capital propio", es decir, la rentabilidad mínima que el agente le exige a un título para abrir posiciones en él.

3.2.1. El CAPM y la beta en la actualidad

La beta se erige hoy como uno de esos términos triviales en el mundo de Wall Street, la City londinense y demás plazas bursátiles alrededor del mundo. Tanto es así que no hay página financiera, llámese *Bloomberg, Wall Street Journal, Expansión o Morningstar*, que no incluya el cálculo de esta cuando accedemos a los análisis sobre un determinado título. No obstante, no está libre de objeciones, así como el modelo que le acompaña, el CAPM. Ya en el año 1992, Fama y French, presentaron un trabajo en el que, tras observar un conjunto de acciones durante 30 años, concluían que no existe ninguna relación entre la beta y el rendimiento de estas. No obstante, hay diferentes razones por las que la beta, así como el CAPM, no están listos para ser enterrados. Las recoge en su libro "*A Random Walk Down Wall Street"* el inversor y académico Burton G. Malkiel; en primer lugar, aunque no presenta una medida de riesgo exacta, sí que sirve para estimar la volatilidad que debemos esperar de un título, algo muy útil a la hora de invertir. Además, no podemos olvidar que la beta se calcula referenciada a un índice, a un mercado, como puede ser el Nikkei, dejando de lado los miles de acciones y miles de mercados que existen en el mundo y que pueden influir en la rentabilidad, del mismo modo que pueden influir otras variables como el capital humano o los ciclos económicos. Así pues, las desviaciones que se dan en el rendimiento guardan relación con otros mercados y otros condicionantes, algo muy difícil de calcular a priori.

Con todo y con esto, como ya hemos mencionado, tanto el CAPM como la Beta siguen siendo conceptos de amplia aceptación y aplicación en el mundo hoy en día, adaptados, eso sí, en la medida de lo posible a los tiempos actuales.

De estos detractores de la beta y el CAPM, surgieron nuevos modelos de valoración de activos con el fin de sobreponerse a estas inconsistencias. Entre ellos encontramos el Modelo de Valoración por Arbitraje, o el Modelo de Tres Factores.

3.3. Modelos Alternativos: APT

A pesar de que los dos modelos explicados en las páginas previas (Markowitz y CAPM) representan el núcleo de la teoría de formación de carteras y serán los que posteriormente desarrollemos de forma práctica, podemos considerar que incurren en un error al no tener en cuenta algo que, debido a la globalización y a la gran cantidad de información a la que tienen acceso los inversores, resulta esencial. Ambas teorías miden el riesgo de la operación a través de la volatilidad que presentan los resultados, bien a través de la varianza, o bien a través de la beta. No obstante, en la actualidad, es poco riguroso dar por sentado que el riesgo de un título proviene de una sola fuente, que es lo que se estima con la beta, ya que son múltiples los factores que pueden condicionar la evolución de la acción.

Así, en respuesta a esta limitación que se le atribuye al CAPM, surgieron los modelos multifactoriales y, dentro de estos, su máximo estandarte, la Teoría de Valoración por Arbitraje o APT, de sus siglas inglesas. El modelo, desarrollado inicialmente por Ross

(1976) y respaldado por Roll y Ross (1980), acaba radicalmente con la cartera de mercado de sus predecesores al considerar que es suficiente contar con un amplio número de activos, los cuales nos proporcionarán un rendimiento u otro condicionados linealmente por un conjunto de factores (λ) cuya influencia en la variación de las rentabilidades vendrá medida por las betas (b). De este modo, la expresión a través de la cual el arbitraje determina el rendimiento futuro será la siguiente:

$$E(R_j) = R_f + b_1\lambda_1 + b_2\lambda_2 + \cdots + b_f\lambda_f \qquad \textit{Fórmula 3.6}$$

No obstante, este modelo presenta cierta complejidad a la hora de ser aplicado a la gestión de carteras, por lo que muchos académicos y gestores consideran que es un “modelo promesa” en tanto en cuanto se adapta bien a la realidad de la influencia multifactorial en el rendimiento de los títulos. Es por ello, como mencionamos anteriormente, que no procederemos a realizar la aplicación práctica de dicho modelo. Nos centraremos en el Modelo de Markowitz y en el CAPM.

3.3.1. Fama, French y los tres factores

Siguiendo estos modelos multifactoriales, Fama y French desarrollaron un modelo de valoración del riesgo de una compañía basado en tres factores. El primero de ellos es, igual que en el resto, la Beta. Los otros dos factores, el tamaño y el valor, se derivan de su estudio en el que demostraron que la rentabilidad de los títulos está relacionada con el tamaño de la compañía, así como con el ratio “valor de mercado-valor contable”, el que relaciona el valor de la compañía en bolsa con su valor en libros.

4. LOS MODELOS EN LA PRÁCTICA

Una vez explicada los modelos que constituyen la teoría de formación de carteras moderna, damos paso a su aplicación práctica. En este apartado, trataremos de crear un portfolio diversificado de acciones elegidas siguiendo los criterios establecidos por Markowitz y Sharpe, buscando optimizar al máximo el binomio rentabilidad-riesgo. De este modo podremos ahondar en los conceptos básicos defendidos por los autores que, en la actualidad, constituyen la base de muchas carteras, fondos, etc. y que ayudarán a comprender el desarrollo teórico expuesto con anterioridad. Cabe mencionar, previo inicio del desarrollo, que se seguirá fundamentalmente el Modelo CAPM, al tratarse de una evolución del de Markowitz y al conservar los postulados esenciales de este.

4.1. Datos y horizonte temporal.

Para la realización del estudio empírico, se plantea la creación de una cartera, similar a un fondo de inversión, con inicio en enero de 2014 y con un horizonte temporal de 5 años, siguiendo las recomendaciones de gurús de Wall Street como Buffet, Lynch o Graham, hasta el 28 de diciembre de 2018[1]. Dicho portfolio estará constituido, en su totalidad, por activos de renta variable para lo cual se han seleccionado diversos títulos que forman parte de dos índices: el IBEX35 y el Dow Jones Industrial Average, (DJIA o Dow-30 de aquí en adelante). El primero está compuesto por las 35 empresas con mayor liquidez que cotizan en la bolsa española, mientras que el segundo, considerado el índice americano más importante, está constituido por las 30 empresas de mayor capitalización de la bolsa neoyorquina (NYSE). El motivo principal por el cual se han elegido dos índices de países distintos no es otro que el de aprovechar el efecto positivo que nos proporciona la diversificación geográfica, tan defendida por los gurús de la inversión, la cual nos permite reducir el impacto de las fluctuaciones que pudieran sufrir cualquiera de los mercados nacionales debido a noticias, resultados de empresas, datos macroeconómicos, etc. No obstante, hemos de tener en cuenta que la realidad hoy es un mundo globalizado, en el que cada vez resulta más complicado permanecer impasible ante los hechos de carácter político, económico o financiero que tienen lugar al otro lado del globo. A mayores, cabe mencionar, en primer lugar, que el IBEX35 ha sido seleccionado por tratarse del índice nacional, y las facilidades que esto arroja. En segundo lugar, la elección del Dow-30

[1] Considerando años de 252 días laborales.

responde a la influencia que tiene Wall Street en el resto de plazas bursátiles, así como en la historia financiera y académica en cuanto a inversión se refiere.

Así pues, se han obtenido los precios de cierre diarios ajustados[2] a dividendos y splits de 58 títulos[3] y los respectivos índices con el fin de realizar una selección contemplando el mayor abanico de opciones posible. Con estos se ha procedido a calcular[4] la rentabilidad diaria media de cada compañía empleando la media aritmética de las rentabilidades diarias de cada título, aplicando la expresión reflejada en la fórmula 4.1. Del mismo modo, se ha obtenido su volatilidad diaria, a través de la desviación típica de los rendimientos diarios.

$$Rent.diaria\ \% = \frac{(Precio_1 - Precio_0)}{Precio_0} x\ 100$$

Fórmula 4.1

Una vez obtenidas estas cifras, y para facilitar el tratamiento de los datos, se ha procedido a anualizar (en años de 252 días) tanto la rentabilidad, como la volatilidad diarias, reflejadas en el anexo nº1. Para ello, se ha seguido el siguiente procedimiento:

$Rent.Anual = Rent.diaria\ media\ x\ 252$ $\qquad$ $Volatilidad\ anual = Volatilidad\ diaria\ x\ \sqrt{252}$

4.2. Aplicación del Modelo de Markowitz

4.2.1. Elección de títulos

Para proceder al trabajo empírico nos centraremos en cuatro componentes de cada índice. Para la elección de estos se ha empleado uno de los grandes mantras del Modelo de Markowitz, el coeficiente de correlación. Así pues, después de anualizar las rentabilidades y el riesgo, se procede a ver en qué medida los rendimientos de las acciones de un índice se han comportado de un modo similar durante los 5 años estudiados calculando dicho coeficiente para todos los valores. Los resultados obtenidos, son recopilados en una matriz (*ver anexo nº2)* para facilitar su tratamiento.

Si nos referimos a lo expuesto en el apartado *2.2.4* de este mismo trabajo, podremos comprender la elección de los títulos que formarán la cartera. De esta forma, y con el

[2] Fuente: Yahoo Finance
[3] Se ha trabajado con 29 valores del IBEX35 y 29 del DJIA por motivos de accesibilidad a los datos, así como por la dificultad de obtener los precios para el periodo completo. Ver anexo nº1
[4] Todos los cálculos han sido realizados con el programa informático Microsoft Excel.

objetivo principal de sacar provecho al efecto diversificación, se seleccionarán los títulos que menor correlación guarden entre ellos, buscando aquellos en los que esta sea negativa o cercana a cero para con el resto de componentes de la cartera. Buscaremos, por tanto, que este coeficiente sea el menor posible no solo entre un título y otro, sino entre un título y los otros 7 que componen la cartera.

No obstante, no basta con los coeficientes de correlación. En este proceso de selección de los títulos óptimos para formar el portfolio, se tendrá en cuenta también la rentabilidad, dejando de lado aquellos títulos que arrojen unos rendimientos negativos, por muy baja que sea su correlación ya que, recordemos, el objetivo principal de estos modelos es la optimización del binomio rentabilidad-riesgo. En este aspecto cabe mencionar que, aplicando este criterio, se ha preferido incluir la compañía española GRIFOLS por delante de ARCELORMITTAL ya que, a pesar de tener una correlación muy baja, esta última presentaba una elevada volatilidad anual (43%) para tan solo devolver un 2% de rentabilidad. Del mismo modo se ha hecho con APPLE, introduciéndola en lugar de WALMART.

Con todo y con esto, los títulos elegidos para formar la cartera han sido[5]:

- **Colonial (COL)**: compañía inmobiliaria española dedicada a *"la creación de valor a través de la inversión y gestión de edificios de oficinas"*.
- **Endesa (ELE)**: *"empresa líder del sector eléctrico español"* dedicada a la distribución de electricidad y gas.
- **Grifols (GRF):** farmacéutica española dedicada a *"la producción de medicamentos derivados del plasma para pacientes que se enfrentan a enfermedades que pueden poner en peligro su vida, así como proporcionando a hospitales, farmacias y profesionales de la salud las herramientas necesarias para mejorar la calidad de vida de sus pacientes"*.
- **Viscofan (VIS):** compañía española que se dedica a *"satisfacer las necesidades de la industria alimentaria mundial mediante envolturas a medida"*.
- **APPLE (AAPL):** compañía americana de calado mundial dedicada a *"la producción de equipos electrónicos, software y servicios en línea"*.

[5] Las definiciones de la labor de las compañías, entrecomilladas, han sido obtenidas de sus respectivas webs corporativas. En el caso de las americanas, la traducción desde la página ha sido realizada por el autor.

- **McDonald's (MCD)**: cadena de restaurantes-franquicia de comida rápida americana que *"brinda a los clientes comida sabrosa a precios accesibles"*.
- **Nike (NKE)**: gigante textil estadounidense dedicada a la *"fabricación de ropa y accesorios deportivos innovadores y de alta calidad"*.
- **Verizon (VZ)**: *"una de las más grandes compañías de telecomunicaciones, se dedica a distribuir innovadoras soluciones tecnológicas y de telecos para mejorar la forma en que sus clientes viven, trabajan, aprenden y juegan"*.

Así pues, como punto de partida, la siguiente tabla recoge tanto la rentabilidad como la volatilidad, como medida del riesgo, diarias y anuales, calculadas según lo expuesto en el apartado anterior.

Tabla 4.1. Resumen componentes cartera

TÍTULO	SECTOR	Rentabilidad diaria media	Volatilidad diaria media	Rentabilidad anual	Volatilidad anual
COLONIAL	*INMOBILIARIA*	0,114%	2,25%	**28,85%**	**35,66%**
ENDESA	*ELÉCTRICO*	0,038%	1,79%	**9,47%**	**28,42%**
GRIFOLS	*FARMACÉUTICO*	0,043%	1,56%	**10,82%**	**24,79%**
VISCOFAN	*MANUFACTURERO*	0,031%	1,33%	**7,79%**	**21,14%**
APPLE	*ELECTRÓNICA*	0,073%	1,51%	**18,36%**	**23,93%**
McDONALD's	*RESTAURACIÓN*	0,066%	1,04%	**16,54%**	**16,50%**
NIKE	*TEXTIL*	0,068%	1,49%	**17,21%**	**23,68%**
VERIZON	*TELECO*	0,033%	1,06%	**8,44%**	**16,87%**

Fuente: elaboración propia

Para arrojar más luz sobre estos títulos, simplificamos la matriz de correlaciones del anexo nº2 recogiendo en esta única y exclusivamente los títulos de la cartera, pudiendo así observar los bajos, incluso negativos, coeficientes de correlación de unos títulos con otros.

Tabla 4.2. Matriz correlaciones cartera

	COL	ELE	GRF	VIS	AAPL	MCD	NKE	VZ
COL	**1**							
ELE	0,159679	**1**						
GRF	0,207201	0,234720	**1**					
VIS	0,157738	0,200859	0,302917	**1**				
AAPL	-0,003411	-0,012087	0,051019	0,031781	**1**			
MCD	0,036753	0,028808	0,037443	-0,003014	0,293550	**1**		
NKE	-0,021908	-0,005248	-0,003301	0,003150	0,323263	0,301185	**1**	
VZ	0,001636	-0,022358	-0,049960	-0,002330	0,185802	0,319972	0,241996	**1**

Fuente: elaboración propia

4.2.2. Matriz de varianzas-covarianzas

Como ya hemos visto, la varianza constituye un elemento importante a la hora de medir el riesgo de un título o de una cartera, ya que permite conocer en qué medida los resultados pueden variar de los que se han estimado. Una vez hallada esta, podemos calcular la covarianza, un importante estadístico que permite examinar el grado de asociación entre dos variables.

Así pues, una vez determinados los activos que integrarán la cartera, analizamos sus varianzas y covarianzas, con el objetivo, como se verá posteriormente, de calcular el riesgo total del portfolio. Estas vendrán recogidas en una matriz, en la que la diagonal es la varianza del título, y el resto de celdas recogerán las covarianzas entre dos títulos.

Tabla 4.3. Matriz varianzas-covarianzas cartera

	COL	ELE	GRF	VIS	AAPL	MCD	NKE	VZ
COL	**0,0005092**							
ELE	0,0000647	**0,0003228**						
GRF	0,0000728	0,0000656	**0,0002421**					
VIS	0,0000473	0,0000480	0,0000627	**0,0001769**				
AAPL	-0,0000012	-0,0000033	0,0000120	0,0000064	**0,0002271**			
MCD	0,0000086	0,0000054	0,0000061	-0,0000004	**0,0000460**	**0,0001079**		
NKE	-0,0000074	-0,0000014	-0,0000008	0,0000006	0,0000726	0,0000467	**0,0002224**	
VZ	0,0000004	-0,0000043	-0,0000083	-0,0000003	0,0000297	0,0000353	0,0000383	**0,0001129**

Fuente: elaboración propia

4.2.3. La frontera eficiente

Condicionantes

Para el cálculo de la frontera eficiente hemos de tener presentes las tres condiciones expuestas con anterioridad en el apartado 2.2.2 de este mismo trabajo:

$$Minimizar \quad \sigma_p^2 = W \ x \ V \ x \ W'$$

$$Maximizar \quad R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \ x \ R_i$$

sujeto a las siguientes condiciones:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \quad \forall w \ \in \{1,2,\dots n\}, w_i > 1$$

Sea W la matriz fila de pesos y W' la matriz columna de estos.

El riesgo de la cartera

Para calcular el riesgo de la cartera, procederemos del mismo modo en que hemos venido haciéndolo hasta ahora; es decir, a través de la varianza. No obstante, hemos de tener en cuenta que este cálculo presenta ciertas particularidades, pues para hallarla la fórmula empleada será la siguiente:

$$\sigma_p^2 = (w_1 \ w_2 \dots w_n) \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \sigma_{2n} \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \sigma_{nn}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_n \end{pmatrix} \qquad \textit{Fórmula 4.2}$$

donde el primer término es una matriz fila con los pesos de los 8 títulos, el segundo es la matriz de varianzas-covarianzas expuesta en la tabla 4.3, y la última es la traspuesta de la primera.

Si no existieran restricciones al respecto (minimizar varianza, maximizar riesgo), y otorgáramos el mismo peso a cada título (entiéndase que sería 1/8), recopilando los datos en forma de matriz[6] y aplicando la fórmula 4.2, la cartera nos proporcionaría una rentabilidad anual del 14,68% soportando un riesgo, medido a través de la desviación

[6] Ver anexo nº3

típica, de un 11,23%. No obstante, hemos de resaltar que esto no cumple todos los parámetros expuestos en el apartado anterior.

Para que cumpla los requisitos, hemos de resolver un problema de optimización[7] en el que establezcamos los condicionantes explicados anteriormente para obtener el peso que hemos de otorgar a cada título. No obstante, debido a la complejidad que entraña obtener un resultado a este problema que maximice la rentabilidad y minimice el riesgo al mismo tiempo, se ha optado por crear dos carteras: una de perfil arriesgado, maximizando la rentabilidad independientemente del riesgo, y otra de perfil conservador, minimizando la volatilidad. Acercándonos a la realidad financiera, en la que existen distintos perfiles de inversor. A continuación, clarificaremos los parámetros que se han aplicado para resolver este problema:

1. El peso que se le asigne a todos los títulos debe ser positivo y con suma total del 100%. Es decir, se invierte todo el dinero repartido en todos los títulos.
2. Ningún título puede adquirir un peso superior al 20%, evitando así que la cartera pueda verse muy afectada por una sola compañía.
3. El 40% del capital será invertido en los títulos españoles y el 60% en los estadounidenses, tratando así de diversificar geográficamente, otorgando mayor peso a los americanos por el mejor comportamiento del índice (6% menos de volatilidad anual y una rentabilidad de 7 puntos más, respecto al IBEX).
4. En el caso de la cartera conservadora, se impone el objetivo de minimizar la volatilidad. En el caso de la cartera arriesgada, se exige la máxima rentabilidad.

Así, las dos carteras obtenidas son las que siguen:

Tabla 4.4. Modelos de carteras

CARTERA CONSERVADORA			
Título	**Peso**	**Volatilidad anual**	**Rentabilidad anual**
COL	**1%**	35,66%	28,85%
ELE	**3%**	28,42%	9,47%
GRF	**18%**	24,79%	10,82%
VIS	**18%**	21,14%	7,79%
AAPL	**6%**	23,93%	18,36%
MCD	**18%**	16,50%	16,54%
NKE	**18%**	23,68%	17,21%
VZ	**18%**	16,87%	8,44%
VOLATILIDAD		**10,31%**	
RENTABILIDAD		**12,62%**	

CARTERA ARRIESGADA			
Título	**Peso**	**Volatilidad anual**	**Rentabilidad anual**
COL	**18%**	35,66%	28,85%
ELE	**3%**	28,42%	9,47%
GRF	**18%**	24,79%	10,82%
VIS	**1%**	21,14%	7,79%
AAPL	**18%**	23,93%	18,36%
MCD	**18%**	16,50%	16,54%
NKE	**18%**	23,68%	17,21%
VZ	**6%**	16,87%	8,44%
VOLATILIDAD		**11,50%**	
RENTABILIDAD		**17,39%**	

Fuente: elaboración propia

[7] Lo haremos empleando la herramienta *Solver* de Microsoft Excel.

Carteras esquina

A pesar de que ambas carteras son aceptables y consistentes con la teoría financiera actual, el lector podrá recodar que, de acuerdo con lo postulado por Markowitz, la cartera se elige de entre un conjunto de ellas recogidas en lo que consideramos frontera eficiente[8], denominadas, carteras esquina. Para el cálculo de estas se resolverá el problema de optimización anterior del siguiente modo: tratando de minimizar en todo momento la desviación típica, iremos modificando la rentabilidad exigida, empezando desde el máximo posible, caso en el que solo un activo integrará la cartera, hacia abajo, hasta el punto en el que una disminución de la rentabilidad no supone una disminución del riesgo. Así pues, las carteras obtenidas son las siguientes:

Tabla 4.5. Carteras Esquina

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
COL	0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	**20,00%**	**36,25%**	**52,50%**	**68,75%**	**85,00%**	**100%**
ELE	0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0%
GRF	0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0%
VIS	0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0%
AAPL	0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0%
MCD	0%	**19,29%**	**43,98%**	**68,67%**	**93,36%**	**80,00%**	**63,75%**	**47,50%**	**31,25%**	**15,00%**	0%
NKE	0%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0%
VZ	**100%**	**80,71%**	**56,02%**	**31,33%**	**6,64%**	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0%

Fuente: elaboración propia

Como vemos, la optimización del binomio rentabilidad-riesgo, solo nos ofrece portfolios de 1 o 2 títulos y solo escoge entre 3 de ellos. Esto se debe, principalmente, a que hay títulos con una elevada volatilidad y bajo rendimiento en comparación con otros, por lo que no se consideran óptimos para formar parte de la cartera. Así pues, la rentabilidad y riesgo de los conjuntos de títulos serían los que siguen:

Tabla 4.6. Rentabilidad-riesgo carteras esquina

	Rentabilidad	Volatilidad
Cartera 1	8,44%	8,01%
Cartera 2	9,98%	8,20%
Cartera 3	12,00%	8,45%
Cartera 4	14,03%	8,69%
Cartera 5	15,97%	8,91%

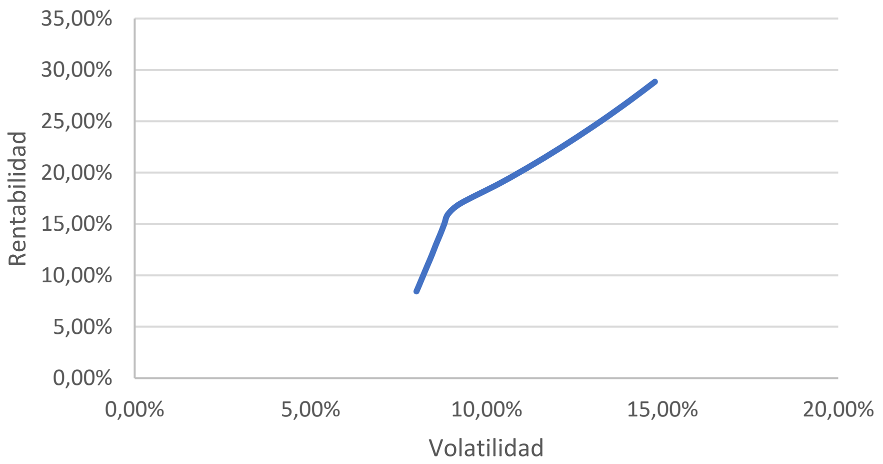
Fuente: elaboración propia

	Rentabilidad	Volatilidad
Cartera 6	19,00%	10,40%
Cartera 7	20,97%	11,41%
Cartera 8	22,94%	12,34%
Cartera 9	25,03%	13,26%
Cartera 10	27,00%	14,07%
Cartera 11	28,85%	14,79%

[8] Ver apartado 2.2.3 (página 12)

Visto este binomio, procederemos a representarlo gráficamente, obteniendo la conocida Frontera Eficiente:

Gráfico 4.1. Frontera Eficiente



Fuente: elaboración propia

Por tanto, cualquiera de los portfolios en los que invirtiéramos nuestro capital debería encontrarse entre este conjunto de carteras esquina para optimizar la relación rentabilidad-riesgo.

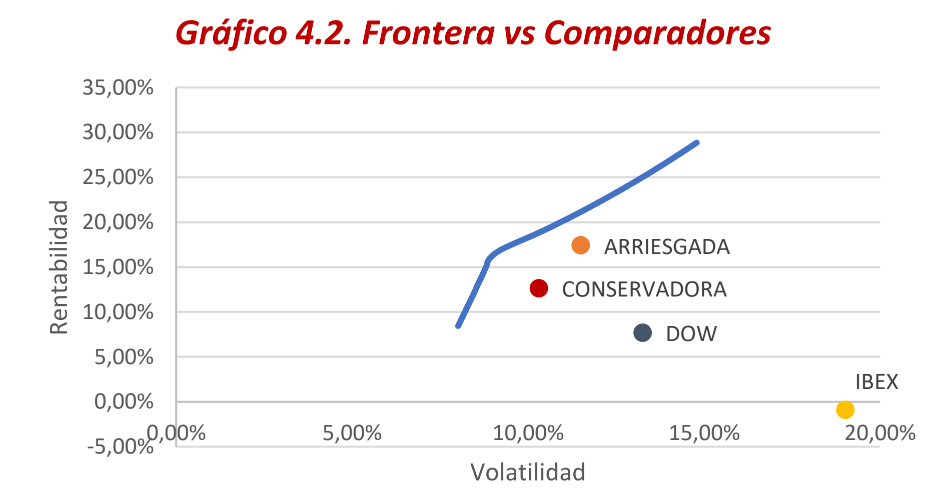
4.2.4. Análisis de resultados

En primer lugar, y cómo ya se ha mencionado en el apartado anterior, llama la atención el hecho de que el modelo solo elija de 1 a 3 componentes para integrar la cartera, algo que, aunque resulta consistente con los postulados teóricos de Markowitz, no lo es con el principio de diversificación defendido por los teóricos financieros, pues basar un portfolio en un número tan reducido de títulos impide la reducción del riesgo total. Esta escasa diversificación se debe más que probablemente a que algunas de estas acciones presentan demasiada volatilidad respecto al rendimiento que ofrecen.

Vemos, además, que el incremento de la rentabilidad en las carteras esquina es proporcionalmente mayor que el de la volatilidad. Mientras esta última va aumentando en valores decimales en las primeras 5 carteras, y de una unidad porcentual en las siguientes, la rentabilidad aumenta, como mínimo, a razón de un 1,5%.

Destaca, además que en el momento en el que desaparece VERIZON de las carteras, y entra COLONIAL, la rentabilidad se incrementa notablemente, acompañada por un ligero ascenso del riesgo, que aumenta, desde aquí, en cifras cercanas a la unidad. Esto se debe, esencialmente, a las cifras asociadas a cada compañía[9]: COLONIAL presenta una relación rentabilidad-riesgo de 29/36, mientras que VERIZON ostenta un 8/16 mucho más conservador. No obstante, ambos vienen influidos por el peso de McDonald's, mucho más equilibrado, 16/16.

A continuación, compararemos lo obtenido con los resultados anuales ligados al IBEX y al DOW[10], así como con los dos modelos de cartera mostrados en el apartado anterior (arriesgada y conservadora). Como se puede ver en el gráfico 4.2., ninguno de estos cuatro *benchmarks* actúa mejor que la cartera formada, pues cada unidad de rentabilidad obtenida se consigue soportando una mayor exposición al riesgo.



Fuente: elaboración propia

La razón principal de que las carteras eficientes muestren mejor situación que los dos índices, es la misma por la que en la resolución del problema de optimización no se han elegido el resto de títulos. Tanto el índice americano como el español están integrados por compañías que presentan una elevada volatilidad, que no es recompensada con sendos resultados, sino que muestran rentabilidades bajas o, incluso, negativas[11].

[9] Ver tabla 4.1.
[10] [11] Véase el anexo nº1

4.3. El CAPM y la realidad

4.3.1. El activo libre de riesgo

En la actualidad es difícil encontrar un activo que no presente riesgo, ya que las situaciones económica y financiera mundiales derivadas de la crisis de las hipotecas subprime y de la crisis de la deuda europea han dejado un mundo lleno de incertidumbres e inestabilidad, así como unos mercados que reaccionan en exceso a cualquier noticia, positiva o negativa, provocando grandes volatilidades. Del mismo modo, los bancos centrales trabajan exhaustivamente para controlar la deuda, la inflación o la demanda de los países bajo su techo, para lo cual no dudan en variar los tipos de interés, como hemos visto en la situación actual de emergencia sanitaria. No obstante, es aceptado internacionalmente que el activo seguro es el bono estadounidense. De este modo, aprovechando la presencia de títulos americanos en la cartera que venimos planteando, emplearemos este título como referencia libre de riesgo. A pesar de que la presencia de títulos españoles podría significar el uso del bono alemán, empleado para estimar la prima de riesgo, entendemos que, eligiendo solo uno de los dos mencionados, el primero presenta una situación que se ajusta mejor a nuestro modelo.

Así pues, trabajaremos con el bono estadounidense a 5 años, ya que se ajusta a la perfección al horizonte temporal fijado para este estudio. El rendimiento de este título, en datos desde inicio de 2014 hasta finales de 2018, son los siguientes[12]:

Tabla 4.7. Rendimiento Bono EEUU 5 años

Año	Rentabilidad anual	Rentabilidad anual media
2014	1,622%	
2015	1,495%	
2016	1,323%	**1,820%**
2017	1,924%	
2018	2,735%	

Fuente: elaboración propia

En los siguientes procedimientos, a esta rentabilidad anual media de 1,820%, nos referiremos como tasa del activo libre de riesgo o, sencillamente R_f.

[12] Fuente: investing.com

4.3.2 La beta de los títulos

Como se explicó en el apartado 3.1.1, el coeficiente empleado para ver en qué medida un título está expuesto a las variaciones que tienen lugar en el mercado, es la beta, la medida del riesgo sistemático. Así pues, aplicando lo expuesto en la fórmula 3.2, las betas de los 8 títulos de la cartera[13] son las que siguen:

Tabla 4.8. Betas de la cartera	
Título	**β**
COLONIAL	0,282
ENDESA	0,238
GRIFOLS	0,265
VISCOFAN	0,183
APPLE	0,422
McDONALD's	0,262
NIKE	0,389
VERIZON	0,241

Fuente: elaboración propia

4.3.3. La cartera de mercado

Otro aspecto fundamental a la hora de elaborar el CAPM, es la cartera de mercado; es decir, aquella que contiene todos los títulos que forman ese mercado y cuyo rendimiento suele venir medido a través de un índice. En nuestro estudio, no sería riguroso escoger entre el IBEX35 y el DOW30, pues la cartera está formada por 4 títulos de cada uno, así que, se trabajará con la media de ambos. Es decir, la rentabilidad anual del mercado (R_M) será la siguiente:

$$R_M = \frac{R_{IBEX} + R_{DOW}}{2} = \frac{-0.92\% + 7.67\%}{2} = 3.375\%$$

[13] Para ver las betas de los 58 títulos estudiados ver anexo nº1

4.3.4. Desarrollo del CAPM.

Por tanto, una vez obtenidas la tasa del activo libre de riesgo, las betas de los títulos y la rentabilidad del mercado, podemos dar forma a nuestro modelo, para lo cual, partiremos de la fórmula 3.5:

$$E(R_j) = R_f + \beta_j \, [E(R_M) - R_f]$$

Sustituyendo en esta por los valores que ya conocemos obtenemos que:

$$E(R_j) = 0.0182 + \beta_j(0.0155)$$

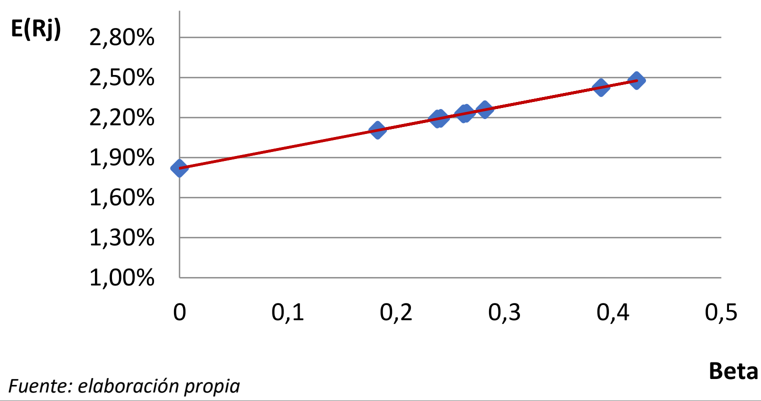
Esto nos indica que la rentabilidad que hemos de exigir a cada título vendrá dada por la rentabilidad del activo libre de riesgo más una prima por el riesgo soportado, en este caso, al invertir en renta variable en lugar de en renta fija que viene dada por $\beta_j(0.0155)$. Así, los resultados obtenidos serían los siguientes:

Tabla 4.9. CAPM de la cartera

Título	β	E(Rj)
COLONIAL	0,282	**2,26%**
ENDESA	0,238	**2,19%**
GRIFOLS	0,265	**2,23%**
VISCOFAN	0,183	**2,10%**
APPLE	0,422	**2,48%**
McDONALD's	0,262	**2,23%**
NIKE	0,389	**2,42%**
VERIZON	0,241	**2,19%**

Fuente: elaboración propia

Gráfico 4.3. Security Market Line



Fuente: elaboración propia

4.3.5. Análisis del CAPM

Vemos que ningún título presenta una beta superior al 0,5, es decir, no están sobre-expuestos a la volatilidad del mercado, son valores defensivos ya que cuando el mercado cae, por ejemplo un 7%, estos solo caen a razón de un 3%. No obstante, el precio a pagar por esta defensa es que, si el mercado crece un 7%, dichos títulos solo crecerán un 3%. Con lo cual, son eficientes desde el punto de vista de la aversión al riesgo de los inversores, pero podría contemplarse la posibilidad de agregar algún título a la cartera más agresivo, con menos peso que los defensivos, para aprovecharse de estas subidas, a sabiendas de la pérdida que pueden acarrear las caídas. Todo depende, eso sí, del perfil de inversor con el que estemos tratando: muy conservador, conservador, dinámico, arriesgado o muy arriesgado[14].

Como vemos, el CAPM nos permite realizar una estimación de los rendimientos futuros de los títulos basado en los resultados históricos y en su exposición a las variaciones de mercado, algo que resulta muy útil a la hora de valorar el precio al que comprar un determinado título.

Más allá de eso, vemos que todos los rendimientos son semejantes, englobados dentro del 2%. Esto se debe, principalmente, a la baja rentabilidad del mercado, ya que, si invirtiéramos en el activo libre de riesgo, obtendríamos un 1,82%, algo no muy lejano de lo recaudado por invertir en las acciones. Este bajo rendimiento del mercado provoca que la prima que se obtiene por invertir en renta variable sea muy pequeña, entre 0,3% y 0,6%.

No obstante, esta similitud entre los resultados nos permite tomar decisiones sobre el peso que otorgar a cada título en la cartera en función del riesgo, de la beta, pudiendo así obtener rendimientos similares soportando un riesgo menor, aunque sea poca la diferencia. Por ejemplo, entre VISCOFAN y GRIFOLS, la diferencia en la rentabilidad esperada es de 0,13%, lo que supone 13 céntimos por cada 100 euros invertidos, por tanto, estamos hablando de dejar de ganar una pequeña cantidad pudiendo soportar menos riesgo.

[14] Clasificación acorde con la normativa relativa a los instrumentos de mercados financieros "MIFID II" (Directiva 2014/65/EU).

5. CONCLUSIONES

A lo largo del presente trabajo, hemos repasado la teoría actual que engloba a la formación de carteras de inversión, exponiéndola teóricamente al inicio y procediendo a su aplicación práctica posterior. Hemos visto y analizado cómo el Modelo de Markowitz sirve para optimizar el binomio rentabilidad-riesgo al máximo posible, aunque eso signifique obviar ciertos títulos a la hora de componer la cartera, y también hemos analizado cómo a partir de las betas de los títulos, el activo libre de riesgo y la rentabilidad del mercado podemos tomar decisiones de inversión estableciendo qué rendimiento cabe esperar de determinados títulos.

No obstante, a ojos del autor, la mejor forma de crear una cartera óptima sería combinar ambos modelos. Es decir, emplear el primero para ponderar qué cantidad ha de ser invertida en cada título, habiendo establecido previamente el rendimiento y riesgo que cabe esperar de ellos basados en las proposiciones de Sharpe.

Sin embargo, debemos tener en cuenta una de las críticas más repetidas a estos modelos: el mercado, más o menos eficiente, se comporta de manera aleatoria. No por haber estado rindiendo de media un 5% anual en los últimos 5 años, un título actuará del mismo modo durante los 5 siguientes, ya que se pueden dar situaciones bien en el negocio de la empresa o bien a nivel macroeconómico que afecten a dicha rentabilidad. No obstante, la beta sigue siendo, a día de hoy, una medida muy útil para valorar esta exposición de la compañía a las variables macroeconómicas, muy influyentes sobre el índice bursátil del país.

Para concluir cabe mencionar que estos modelos, base de la teoría financiera tal y como la conocemos, resultaron de gran utilidad para los inversores en el pasado, y siguen resultando útiles en la actualidad, pero deben ir acompañados de otras consideraciones como contemplan, por ejemplo, los modelos multifactoriales.

BIBLIOGRAFÍA

Bloomberg.com

Fabozzi, F.J. (1993). *Investment Management*. Prentice Hall.

Fama, E.F. (1970). *Efficient Capital Markets: A review of theory and empirical work.* The Journal of Finance (25(2), pp. 28-30).

Gómez-Bezares, Fernando (2016). *Gestión de carteras (Eficiencia, Teoría de cartera, CAPM, APT).* Desclée de Brouwer.

Investing.com

Lacalle Fernandez, Daniel (2013). *Nosotros, los mercados (pp. 171-181).* Deusto.

López (sin fecha). *Mercado de Capitales y Gestión de la Cartera.* Universidad Argentina de la Empresa (UADE). http://marcelodelfino.net/files/Teora_de_la_Cartera.pdf

Madalina, Gabriela A., & Liliana Paschia, Dinca (2013). *Using the CAPM model to estimate the profitability of a financial instrument portfolio.* Annales universitatis apulensis series Oeconomica (15(2), pp. 541-551)

Malkiel, Burton G. *A random walk down Wall Street (pp.185-225).* Norton.

Markowitz, H (1952). *Portfolio Selection*. The Journal of Finance (Vol. 7, No. 1., pp. 77-91).

Markowitz, H. (1959). *Portfolio Selection: Efficient diversification of investments.* Blackwell Publishers.

Markowitz, H. M. (2009). *Harry Markowitz: Selected Works.* World Scientific-Nobel Laureate Series: Vol 1.

Mishkins, Frederic S., & Eakins, Stanley G. (2014). *Financial markets and institutions (pp. 250-391).* Pearson series in finance, Pearson.

Mossin, J. (1966). *Equilibrium in a Capital Asset Market.* Econometrica, (34(4), pp, 769-783).

Nugraha, Nugi Mohammad, & Susanti, Neneng (2019). *Investment decisions using CAPM in the Coal Mining Sub-sector period 2012-2016.* Global Business and Management Research: An international Journal (Vol. 11, No. 1, pp. 266-274)

Pindado García, Julio et al. (2012). *Finanzas empresariales (pp. 55-166 y apéndices 5 y 6).* Paraninfo.

Real Academia Española. (2001). *Diccionario de la lengua española (22.a ed.).* Madrid, España: Autor.

Sharpe, William F. (1964). *Capital Asset Prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk.* The Journal of Finance (Vol. 19, No. 3, pp 425-442).

Unión Europea (2014). *Directiva (UE) 2014/65/EU: Directiva sobre mercados de institutos financieros (MIFID II).*

www.endesa.com/es/sobre-endesa/quienes-somos

www.grifols.com/es/mission

www.inmocolonial.com/compania/mision-vision-y-valores

www.investors.apple.com/investor-relations/

www.investors.nike.com/Home/

www.mcdonalds.es/empresa/quienes-somos

www.verizon.com/about/our-company/who-we-are

www.viscofan.com/es-es/sobre-viscofan/mision-vision-valores

Yahoo Finance

ANEXOS

NOTA: *En este documento no se incluyen los precios de cierre diarios, ni tampoco las rentabilidades intradía, de las 58 compañías y sus respectivos índices debido a que se tratan de tablas de más de 1200 filas, y la dificultad que esto entraña para reflejarlas.*

ANEXO Nº1: TABLAS RESUMEN DE LOS 58 TÍTULOS ESTUDIADOS

(divididas por índice)

IBEX 35	Rentabilidad diaria media	Volatilidad diaria media	Rentabilidad anual	Volatilidad anual	β
TOTAL INDICE	-0,004%	1,20%	-0,92%	19,02%	1
ACS	0,051%	1,64%	12,75%	26,06%	0,411
ACERINOX	0,028%	1,95%	7,01%	30,96%	0,348
AMADEUS	0,072%	1,29%	18,04%	20,48%	0,235
ACCIONA	0,075%	1,63%	18,99%	25,95%	0,360
BBVA	-0,013%	1,77%	-3,19%	28,16%	0,515
BANKIA	-0,024%	2,03%	-6,12%	32,30%	0,478
BANKINTER	0,049%	1,57%	12,41%	24,85%	0,394
CAIXA BANK	0,022%	1,96%	5,64%	31,19%	0,506
COLONIAL	0,114%	2,25%	28,85%	35,66%	0,282
ENDESA	0,038%	1,79%	9,47%	28,42%	0,238
ENCE	0,097%	2,38%	24,46%	37,70%	0,410
ENAGAS	0,050%	1,15%	12,65%	18,29%	0,223
FERROVIAL	0,042%	1,30%	10,61%	20,58%	0,300
GRIFOLS	0,043%	1,56%	10,82%	24,79%	0,265
IAG	0,064%	2,21%	16,15%	35,10%	0,463
IBERDROLA	0,054%	1,11%	13,70%	17,57%	0,270
INDRA	-0,007%	2,10%	-1,74%	33,28%	0,340
INDITEX	0,016%	1,43%	3,97%	22,66%	0,334
MAPFRE	0,013%	1,57%	3,32%	24,99%	0,399
MELIÁ	0,007%	1,55%	1,70%	24,54%	0,277
ARCELORMITTAL	0,009%	2,72%	2,39%	43,10%	0,479
NATURGY	0,044%	1,29%	10,97%	20,45%	0,294
RED ELÉCTRICA	0,112%	1,41%	28,31%	22,42%	0,256
BANCO SABADELL	0,006%	2,21%	1,39%	35,07%	0,535
BANCO SANTANDER	0,004%	1,89%	0,93%	30,00%	0,571
SIEMENS GAMESA	0,062%	2,42%	15,53%	38,47%	0,429
TELEFÓNICA	0,005%	1,46%	1,25%	23,24%	0,416
MEDIASET	-0,005%	1,75%	-1,32%	27,86%	0,346
VISCOFAN	0,031%	1,33%	7,79%	21,14%	0,183

DOW JONES 30	Rentabilidad diaria media	Volatilidad diaria	Rentabilidad anual	Volatilidad anual	β
TOTAL INDICE	0,030%	0,84%	7,67%	13,26%	1
APPLE	0,073%	1,51%	18,36%	23,93%	0,422
AMERICAN EXPRESS	0,019%	1,30%	4,73%	20,70%	0,403
BOEING	0,088%	1,47%	22,30%	23,32%	0,500
CATERPILLAR	0,054%	1,61%	13,48%	25,51%	0,525
CISCO SYSTEMS	0,074%	1,33%	18,64%	21,11%	0,434
CHEVRON CORPORATION	0,015%	1,39%	3,75%	22,01%	0,419
WALT DISNEY	0,040%	1,19%	10,06%	18,88%	0,360
GOLDMAN SACHS	0,009%	1,43%	2,30%	22,64%	0,520
HOME DEPOT	0,074%	1,17%	18,53%	18,56%	0,378
IBM	-0,016%	1,26%	-4,07%	19,94%	0,386
INTEL	0,071%	1,55%	17,90%	24,66%	0,454
JOHNSON & JOHNSON	0,043%	1,00%	10,75%	15,93%	0,304
JP MORGAN CHASE	0,059%	1,31%	14,93%	20,84%	0,482
COCA-COLA	0,028%	0,86%	7,17%	13,68%	0,210
McDONALD's	0,066%	1,04%	16,54%	16,50%	0,262
3M	0,041%	1,10%	10,38%	17,43%	0,400
MERCK & COMPANY	0,053%	1,24%	13,47%	19,63%	0,325
MICROSOFT	0,099%	1,46%	25,04%	23,17%	0,474
NIKE	0,068%	1,49%	17,21%	23,68%	0,389
PFIZER	0,048%	1,10%	12,00%	17,45%	0,315
PROCTER & GAMBLE	0,027%	0,93%	6,80%	14,74%	0,230
THE TRAVELERS	0,037%	1,02%	9,25%	16,25%	0,329
UNITEDHEALTH	0,110%	1,29%	27,63%	20,45%	0,389
UNITED TECHNOLOGIES	0,010%	1,12%	2,62%	17,81%	0,380
VISA	0,083%	1,33%	20,85%	21,05%	0,458
VERIZON	0,033%	1,06%	8,44%	16,87%	0,241
WALGREENS BOOTS	0,035%	1,57%	8,89%	24,94%	0,366
WALMART	0,030%	1,22%	7,60%	19,43%	0,268
EXXON MOBIL	-0,009%	1,18%	-2,39%	18,69%	0,370

ANEXO Nº2: MATRICES DE CORRELACIONES ENTRE TÍTULOS DEL MISMO INDICE

MATRIZ DE CORRELACIONES RENDIMIENTOS IBEX35

	ACS	*ACX*	*AMS*	*ANA*	*BBVA*	*BKIA*	*BKT*	*CABK*	*COL*	*ELE*	*ENC*	*ENG*	*FER*	*GRF*	*IAG*	*IBE*	*IDR*	*ITX*	*MAP*	*MEL*	*MTS*	*NTGY*	*REE*	*SAB*	*SANT*	*SGRE*	*TEF*	*TL5*	*VIS*
ACS	1,000																												
ACX	0,501	1,000																											
AMS	0,448	0,308	1,000																										
ANA	0,573	0,415	0,390	1,000																									
BBVA	0,603	0,471	0,375	0,509	1,000																								
BKIA	0,501	0,381	0,295	0,414	0,700	1,000																							
BKT	0,568	0,399	0,344	0,479	0,715	0,682	1,000																						
CABK	0,547	0,439	0,315	0,457	0,771	0,750	0,734	1,000																					
COL	0,304	0,208	0,210	0,282	0,300	0,280	0,280	0,278	1,000																				
ELE	0,319	0,178	0,198	0,359	0,325	0,265	0,288	0,274	0,159	1,000																			
ENC	0,465	0,372	0,388	0,372	0,410	0,360	0,382	0,369	0,204	0,221	1,000																		
ENG	0,486	0,233	0,370	0,526	0,403	0,316	0,373	0,313	0,277	0,417	0,297	1,000																	
FER	0,626	0,350	0,497	0,563	0,513	0,408	0,497	0,451	0,316	0,318	0,385	0,511	1,000																
GRF	0,452	0,293	0,438	0,429	0,368	0,304	0,378	0,341	0,209	0,234	0,353	0,356	0,457	1,000															
IAG	0,478	0,311	0,438	0,386	0,515	0,417	0,448	0,451	0,246	0,221	0,379	0,344	0,546	0,367	1,000														
IBE	0,554	0,303	0,426	0,596	0,552	0,438	0,489	0,450	0,315	0,452	0,333	0,687	0,581	0,400	0,421	1,000													
IDR	0,382	0,343	0,340	0,323	0,393	0,350	0,376	0,368	0,220	0,181	0,317	0,295	0,339	0,290	0,327	0,321	1,000												
ITX	0,527	0,313	0,470	0,490	0,515	0,362	0,447	0,385	0,267	0,272	0,400	0,469	0,524	0,426	0,454	0,541	0,334	1,000											
MAP	0,610	0,456	0,392	0,452	0,686	0,572	0,620	0,633	0,271	0,251	0,427	0,388	0,506	0,369	0,479	0,500	0,377	0,506	1,000										
MEL	0,432	0,307	0,415	0,373	0,439	0,340	0,375	0,415	0,255	0,190	0,380	0,300	0,443	0,365	0,444	0,364	0,269	0,442	0,441	1,000									
MTS	0,482	0,637	0,273	0,311	0,467	0,384	0,389	0,425	0,169	0,145	0,368	0,192	0,300	0,219	0,297	0,273	0,336	0,303	0,483	0,287	1,000								
NTGY	0,551	0,376	0,389	0,556	0,520	0,432	0,461	0,452	0,265	0,415	0,379	0,660	0,529	0,366	0,373	0,712	0,351	0,467	0,510	0,354	0,334	1,000							
REE	0,435	0,270	0,346	0,550	0,393	0,319	0,375	0,329	0,299	0,404	0,296	0,666	0,482	0,336	0,312	0,629	0,267	0,412	0,356	0,313	0,190	0,563	1,000						
SAB	0,533	0,391	0,306	0,455	0,705	0,680	0,693	0,763	0,284	0,277	0,375	0,324	0,455	0,324	0,438	0,438	0,366	0,382	0,607	0,333	0,388	0,434	0,323	1,000					
SANT	0,651	0,492	0,383	0,525	0,867	0,700	0,721	0,786	0,305	0,293	0,441	0,405	0,540	0,371	0,533	0,571	0,411	0,527	0,727	0,459	0,531	0,543	0,383	0,724	1,000				
SGRE	0,428	0,343	0,359	0,437	0,411	0,345	0,383	0,379	0,235	0,252	0,313	0,368	0,424	0,344	0,366	0,404	0,293	0,427	0,377	0,351	0,272	0,407	0,377	0,374	0,405	1,000			
TEF	0,622	0,426	0,449	0,553	0,726	0,548	0,573	0,587	0,321	0,327	0,423	0,511	0,582	0,405	0,536	0,653	0,405	0,579	0,646	0,434	0,439	0,591	0,478	0,557	0,772	0,402	1,000		
TL5	0,509	0,358	0,366	0,418	0,470	0,404	0,469	0,424	0,215	0,225	0,357	0,369	0,484	0,316	0,433	0,422	0,322	0,432	0,475	0,396	0,309	0,392	0,320	0,421	0,505	0,411	0,500	1,000	
VIS	0,334	0,254	0,345	0,360	0,271	0,193	0,268	0,212	0,158	0,203	0,303	0,362	0,427	0,306	0,293	0,390	0,200	0,385	0,320	0,275	0,159	0,371	0,321	0,218	0,287	0,284	0,354	0,291	1,000

MATRIZ DE CORRELACIONES RENDIMIENTOS DOW30

	AAPL	AXP	BA	CAT	CSCO	CVX	DIS	GS	HD	IBM	INTC	JNJ	JPM	KO	MCD	MMM	MRK	MSFT	NKE	PFE	PG	TRV	UNH	UTX	V	VZ	WBA	WMT	XOM
AAPL	1,000																												
AXP	0,317	1,000																											
BA	0,409	0,428	1,000																										
CAT	0,387	0,442	0,521	1,000																									
CSCO	0,469	0,402	0,443	0,461	1,000																								
CVX	0,302	0,349	0,402	0,539	0,425	1,000																							
DIS	0,373	0,405	0,418	0,365	0,467	0,364	1,000																						
GS	0,422	0,580	0,511	0,549	0,480	0,464	0,485	1,000																					
HD	0,387	0,435	0,433	0,407	0,453	0,359	0,432	0,470	1,000																				
IBM	0,351	0,398	0,409	0,416	0,480	0,391	0,389	0,434	0,409	1,000																			
INTC	0,426	0,354	0,403	0,439	0,546	0,359	0,399	0,444	0,397	0,422	1,000																		
JNJ	0,306	0,381	0,393	0,325	0,439	0,370	0,358	0,394	0,401	0,374	0,358	1,000																	
JPM	0,407	0,598	0,509	0,538	0,512	0,503	0,485	0,827	0,487	0,462	0,445	0,423	1,000																
KO	0,232	0,280	0,313	0,253	0,334	0,322	0,324	0,266	0,353	0,336	0,299	0,431	0,297	1,000															
MCD	0,294	0,264	0,310	0,279	0,340	0,302	0,301	0,321	0,389	0,296	0,272	0,408	0,357	0,417	1,000														
MMM	0,408	0,451	0,526	0,561	0,538	0,446	0,443	0,524	0,494	0,458	0,491	0,543	0,540	0,421	0,374	1,000													
MRK	0,266	0,343	0,319	0,302	0,387	0,337	0,327	0,406	0,332	0,362	0,323	0,513	0,414	0,337	0,314	0,423	1,000												
MSFT	0,516	0,415	0,411	0,444	0,575	0,387	0,405	0,483	0,450	0,464	0,579	0,397	0,483	0,339	0,377	0,504	0,332	1,000											
NKE	0,323	0,357	0,366	0,315	0,383	0,260	0,399	0,360	0,476	0,304	0,316	0,319	0,374	0,300	0,301	0,381	0,282	0,382	1,000										
PFE	0,312	0,399	0,334	0,325	0,413	0,343	0,385	0,428	0,413	0,358	0,356	0,542	0,466	0,328	0,305	0,459	0,570	0,394	0,307	1,000									
PG	0,274	0,285	0,310	0,249	0,340	0,334	0,336	0,277	0,345	0,333	0,301	0,454	0,303	0,579	0,373	0,405	0,349	0,358	0,282	0,341	1,000								
TRV	0,308	0,407	0,415	0,393	0,414	0,400	0,421	0,527	0,447	0,406	0,374	0,461	0,589	0,472	0,401	0,552	0,378	0,408	0,337	0,423	0,418	1,000							
UNH	0,372	0,431	0,408	0,339	0,376	0,335	0,380	0,438	0,431	0,343	0,355	0,426	0,455	0,295	0,320	0,441	0,376	0,426	0,345	0,477	0,293	0,428	1,000						
UTX	0,380	0,467	0,552	0,525	0,481	0,403	0,423	0,509	0,449	0,471	0,421	0,430	0,507	0,355	0,307	0,583	0,346	0,453	0,353	0,411	0,332	0,485	0,414	1,000					
V	0,470	0,516	0,478	0,436	0,523	0,382	0,453	0,537	0,511	0,440	0,440	0,426	0,513	0,319	0,354	0,511	0,366	0,593	0,426	0,440	0,336	0,418	0,444	0,499	1,000				
VZ	0,186	0,260	0,273	0,230	0,327	0,330	0,334	0,295	0,335	0,339	0,281	0,412	0,331	0,425	0,320	0,364	0,369	0,315	0,242	0,325	0,403	0,395	0,256	0,319	0,242	1,000			
WBA	0,296	0,333	0,306	0,261	0,334	0,273	0,366	0,368	0,375	0,266	0,298	0,381	0,351	0,265	0,272	0,360	0,340	0,358	0,299	0,369	0,288	0,334	0,371	0,357	0,352	0,290	1,000		
WMT	0,246	0,250	0,294	0,224	0,348	0,226	0,286	0,241	0,388	0,277	0,245	0,339	0,275	0,343	0,300	0,325	0,304	0,275	0,284	0,316	0,370	0,318	0,311	0,328	0,277	0,323	0,310	1,000	
XOM	0,323	0,341	0,414	0,532	0,435	0,780	0,412	0,471	0,363	0,417	0,388	0,427	0,509	0,347	0,321	0,490	0,374	0,380	0,278	0,387	0,374	0,428	0,357	0,417	0,392	0,346	0,274	0,259	1,000

ANEXO Nº3: MATRIZ RENDIMIENTO-RIESGO INICIAL DE LA CARTERA

MATRIZ RENDIMIENTO RIESGO

COL	**1/8**	**0,0005092**	0,0000647	0,0000728	0,0000473	-0,0000012	0,0000086	-0,0000074	0,0000004	**0,0000868**	**28,85%**
ELE	**1/8**	0,0000647	**0,0003228**	0,0000656	0,0000480	-0,0000033	0,0000054	-0,0000014	-0,0000043	**0,0000622**	**9,47%**
GRF	**1/8**	0,0000728	0,0000656	**0,0002421**	0,0000627	0,0000120	0,0000061	-0,0000008	-0,0000083	**0,0000565**	**10,82%**
VIS	**1/8**	0,0000473	0,0000480	0,0000627	**0,0001769**	0,0000064	-0,0000004	0,0000006	-0,0000003	**0,0000426**	**7,79%**
AAPL	**1/8**	-0,0000012	-0,0000033	0,0000120	0,0000064	**0,0002271**	0,0000460	0,0000726	0,0000297	**0,0000487**	**18,36%**
MCD	**1/8**	0,0000086	0,0000054	0,0000061	-0,0000004	0,0000460	**0,0001079**	0,0000467	0,0000353	**0,0000319**	**16,54%**
NKE	**1/8**	-0,0000074	-0,0000014	-0,0000008	0,0000006	0,0000726	0,0000467	**0,0002224**	0,0000383	**0,0000464**	**17,21%**
VZ	**1/8**	0,0000004	-0,0000043	-0,0000083	-0,0000003	0,0000297	0,0000353	0,0000383	**0,0001129**	**0,0000255**	**8,44%**
	1	**0,0000868**	**0,0000622**	**0,0000565**	**0,0000426**	**0,0000487**	**0,0000319**	**0,0000464**	**0,0000255**	**0,0050%**	**14,68%**
										σ^2	**R_p**
										11,23%	
										σ Anual	

ANEXO Nº4: COVARIANZAS DE CADA TÍTULO CON SU INDICE

COVARIANZAS IBEX	
ACS	0,000148757
ACERINOX	0,000125726
AMADEUS	0,000084897
ACCIONA	0,000130285
BBVA	0,000186188
BANKIA	0,000173080
BANKINTER	0,000142355
CAIXA BANK	0,000183160
COLONIAL	0,000102088
ENDESA	0,000086274
ENCE	0,000148407
ENAGAS	0,000080772
FERROVIAL	0,000108344
GRIFOLS	0,000096010
IAG	0,000167362
IBERDROLA	0,000097750
INDRA	0,000122896
INDITEX	0,000120833
MAPFRE	0,000144504
MELIÁ	0,000100277
ARCELORMITTAL	0,000173356
NATURGY	0,000106513
RED ELÉCTRICA	0,000092659
BANCO SABADELL	0,000193373
BANCO SANTANDER	0,000206574
SIEMENS GAMESA	0,000155160
TELEFÓNICA	0,000150447
MEDIASET	0,000125090
VISCOFAN	0,000066210

COVARIANZAS DOW	
APPLE	0,00007410148
AMERICAN EXPRESS	0,00007092910
BOEING	0,00008781696
CATERPILLAR	0,00009234278
CISCO SYSTEMS	0,00007625596
CHEVRON CORPORATION	0,00007373613
WALT DISNEY	0,00006334228
GOLDMAN SACHS	0,00009137802
HOME DEPOT	0,00006641697
IBM	0,00006784742
INTEL	0,00007982958
JOHNSON & JOHNSON	0,00005344533
JP MORGAN CHASE	0,00008472606
COCA-COLA	0,00003695544
McDONALD's	0,00004601025
3M	0,00007032036
MERCK & COMPANY	0,00005708949
MICROSOFT	0,00008330599
NIKE	0,00006837900
PFIZER	0,00005534603
PROCTER & GAMBLE	0,00004043849
THE TRAVELERS	0,00005777201
UNITEDHEALTH	0,00006830405
UNITED TECHNOLOGIES	0,00006683613
VISA	0,00008052352
VERIZON	0,00004237938
WALGREENS BOOTS	0,00006430375
WALMART	0,00004719103
EXXON MOBIL	0,00006496071