UNIVERSIDAD DE SALAMANCA

Facultad de Geografía e Historia

Departamento de Didáctica de la Expresión Musical, Plástica y Corporal

Tesis Doctoral

EL CONCEPTO DE CONSONANCIA EN LA TEORÍA MUSICAL

DE LA ESCUELA PITAGÓRICA A LA REVOLUCIÓN CIENTÍFICA

Autora: Amaya Sara García Pérez

Director: Dámaso García Fraile

Salamanca, 2004

Agradecimientos

Me gustaría agradecer a quienes que me han ayudado, escuchado y apoyado en la realización de este trabajo; especialmente a Dámaso García Fraile, el director del trabajo, a Álvaro, a mi hermano, a Joaquín Carvajal, a Javier Goldáraz, a Javier Guijarro, a Juan Carlos Asensio, a Fernando Rubio, a mis amigos, que me han apoyado en todo momento y, por supuesto, a mi familia.

Muchas gracias a todos.

A mis abuelos

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

1.1 PROPÓSITO DEL PRESENTE TRABAJO

El fenómeno de la consonancia musical siempre ha intrigado a teóricos de todas las épocas. Detrás de la palabra consonancia (*symphonía* en griego, *consonantia* en latín) está presente la idea intuitiva de "sonar conjuntamente", "sonar bien" o "mezclarse agradablemente" dos sonidos que son percibidos simultáneamente. Desde la escuela pitagórica (y muy posiblemente antes) y su *tetraktys*, pasando por el *numero senario* de Zarlino y las teorías de Helmholtz, hasta nuestros días, se han buscado diferentes explicaciones al hecho de que dos sonidos musicales que son percibidos simultáneamente puedan o no resultar consonantes.

En ocasiones estas explicaciones han tenido un espíritu científico, otras, se han movido en el terreno de lo metafísico. A veces se han desarrollado teorías musicales en torno a la consonancia que más o menos encajaban con la práctica musical del momento; en otros momentos la práctica musical ha ido cambiando mientras que el pensamiento teórico se ha quedado al margen de esa evolución, produciéndose una incompatibilidad absoluta entre práctica y teoría.

En el trabajo que estamos presentando, pretendemos estudiar las diferentes teorías, tanto musicales como científicas, filosóficas o matemáticas, que han surgido en torno al concepto de consonancia en Europa, desde la escuela pitagórica hasta comienzos de la revolución científica a principios del siglo XVII. Poner estos límites temporales para nuestro trabajo nos ha parecido muy interesante, ya que, como veremos, existe una gran coherencia interna entre todas las teorías que surgen en torno a la consonancia desde la escuela pitagórica hasta comienzos de la revolución científica. Muchos tipos de teorías se mantendrán constantes durante todo este tiempo. Otras, aparecidas en la Grecia Clásica, serán olvidadas durante toda la Edad Media y

Renacimiento, pero volverán, más o menos renovadas, precisamente con el auge científico de comienzos del siglo XVII.

Por tanto, en este trabajo haremos un análisis de los diferentes modelos que han ido surgiendo a lo largo de la historia para describir y explicar el fenómeno de la consonancia. Ninguno de ellos es perfecto, como tampoco lo es el modelo o modelos actuales. Por otro lado, también estudiaremos la teoría musical que se ha ido desarrollando en torno al fenómeno de consonancia. Es evidente que la percepción de la consonancia ha determinado los diferentes sistemas harmónicos y de afinación que se han ido utilizando en Europa desde la Grecia Clásica; y, por supuesto, también ha determinado la teoría musical. Sin embargo, como más adelante veremos, los condicionantes psicoacústicos de percepción de consonancia no son los únicos factores que entran a formar parte en la formación de los distintos sistemas musicales. De esta manera son posibles las grandes diferencias que se pueden encontrar entre distintos sistemas musicales del mundo.

Como vemos, el concepto de consonancia musical está –y ha estado siempre– a medio camino entre el estudio puramente musical y el estudio científico-acústico. Por ello, a la hora de abordar un estudio histórico de este concepto tendremos que detenernos tanto en cuestiones musicales y escritos sobre música como en cuestiones que *a priori* parecerían tener poco que ver con la musicología, y que sin embargo aquí se vuelven imprescindibles. Me refiero a que en muchas ocasiones tendremos que prestar atención a la evolución del pensamiento científico en general y más concretamente del pensamiento en torno a la ciencia del sonido (lo que hoy podríamos llamar acústica).

Aunque hoy en día estas dos disciplinas (la musical y la científico-acústica) nos pueden parecen relativamente bien definidas y separadas, veremos que en muchos casos, al menos hasta el siglo XVII, ambos estudios se hallaban englobados en una única disciplina, la *harmoniké* de las disciplinas matemáticas pitagóricas o la *musica sciencia* del *cuadrivium* medieval. De esta manera nos encontramos con infinidad de tratados antiguos y medievales, que aunque parecen abordar solamente el tema musical (por su título, por ejemplo), en realidad se dedican casi con más énfasis al aspecto científico del sonido. Otros escritos, en principio puramente científicos o que han trascendido a la historia por su valor científico, contienen también numerosas referencias al hecho musical. Esto ocurre hasta el siglo XVII, como en el caso de los escritos de Galileo o Kepler, que aunque valiosísimos por sus aportaciones al mundo de la mecánica y la astronomía, contienen una importante carga de información musical y acústica.

Por lo tanto nos encontramos ante un estudio ampliamente interdisciplinar, lo que nos hará hablar de las teorías matemáticas de la Antigüedad sobre proporciones y su aplicación a los diferentes sistemas de afinación, de las distintas teorías filosóficas en torno a la harmonía del cosmos, de la teoría musical de los diferentes periodos históricos, de las teorías físico- y psico-acústicas actuales para explicar el fenómeno de la consonancia... y de un largo etcétera de cuestiones más o menos musicales, científicas o filosóficas que nos permitan introducirnos en la complejidad del tema.

1.2 METODOLOGÍA Y ESTRUCTURA DEL TRABAJO

1.2.1 Metodología

El presente trabajo ha sido realizado partiendo principalmente de fuentes originales (o traducciones fiables de ellas) de todo el periodo histórico que se pretende estudiar. El discurso se ha desarrollado a partir de citas textuales que nos han permitido ir elaborando una historia del pensamiento en torno al concepto de consonancia desde todos los puntos de vista: el científico, el musical, el filosófico...

Las fuentes con las que he trabajado se pueden dividir en tres grandes grupos:

- Textos griegos

Muchos de ellos son textos, más o menos extensos, específicos sobre música o harmónica (ciencia acústica). Otros son fragmentos pertenecientes a obras no específicamente musicales, como el *Timeo* de Platón o la *Metafísica* aristotélica, por poner un ejemplo. Por último tenemos fragmentos no tan difundidos, como algunos textos presocráticos. Los fragmentos del segundo tipo, ampliamente difundidos, suelen estar traducidos al castellano. No obstante, la mayor parte de textos específicamente musicales o no tan difundidos (como los textos presocráticos) no se encuentran traducidos a nuestro idioma, por lo que he trabajado principalmente con traducciones inglesas, y en ocasiones alemanas y francesas. De todas formas, teniendo en cuenta la dificultad que entraña la obtención de los textos originales y la lectura del griego clásico, he presentado en castellano todas las citas de textos griegos que aparecen a lo largo del trabajo. Todas las traducciones al castellano han sido realizadas por mí excepto aquellas en las que se indique otra cosa.

Mi principal fuente para todo tipo de textos griegos ha sido la traducción inglesa de BARKER, Andrew, *Greek Musical Writings*, vol. II, Cambridge University Press, Cambridge, 1989. Para los textos presocráticos he utilizado también DIELS, Hermann/KRANZ, Walther, *Die Fragmente der Vorsokratiker*, Weidmannsche Verlagsbuchhandlung, Berlin, 1961, donde aparecen textos originales y algunas traducciones al alemán. Por supuesto, he consultado las traducciones castellanas siempre que existían; y las he utilizado como base para las traducciones que aparecen a lo largo del trabajo.

Siempre que he podido he consultado los textos originales en griego (aunque no siempre ha sido posible) y en las citas en castellano que aparecen a lo largo del trabajo he insertado, entre corchetes, algunos términos fundamentales en su lengua original, para que el lector tenga presente al menos la terminología original.

- Textos latinos

La mayor parte de fuentes latinas están tomadas del *Thesaurus Musicarum Latinarum* de la Universidad de Indiana, disponible a través de Internet. Este *Thesaurus* es una recopilación de textos latinos sobre música, medievales y renacentistas. Debido a la gran cantidad de textos latinos que he querido estudiar me ha resultado imposible acceder siempre a las fuentes originales (o a facsímiles), pero considero que la recopilación del *Thesaurus* es de gran calidad. Aún así, algunos textos pueden presentar ciertos pequeños errores de transcripción –sobre todo cuando el *Thesaurus* ha tomado como fuente un manuscrito– errores que no dependen de mí sino de los transcriptores del *Thesaurus*. Por otro lado, la política del *Thesaurus* es conservar la ortografía original de la fuente en latín medieval, por lo que muchos términos no aparecen normalizados y en ocasiones los signos de puntuación faltan o están utilizados de manera extraña. Para el estudio de los textos latinos también he utilizado las traducciones (normalmente inglesas) que existen de algunos de ellos.

- Textos italianos y franceses

Casi todos ellos son textos a partir del siglo XVI. La mayoría son accesibles a través de facsímiles (como el caso de *Harmonie Universelle* de Mersenne o los escritos de Zarlino) o de recopilaciones modernas (como los textos de Galileo). Últimamente tambiéns e ha puesto en marcha el proyecto *Thesaurus Musicarum Italicarum*, de donde también he tomado algunas fuentes.

Por otro lado me gustaría comentar el uso que he hecho de la ortografía de ciertas palabras. He escrito harmónica, harmonía (y el resto de palabras de la familia léxica) con hache siempre que su significado está directamente relacionado con el significado originario de los términos griegos. Por ejemplo:

- Ciencia harmónica, o simplemente harmónica, es la traducción directa del término ¡rmonikh.

- Harmonía es la traducción directa de ¡rmon…a.

- Sistema harmónico es un sistema musical que sigue las leyes de la ciencia harmónica, o un sistema musical concreto (de afinación, si se quiere) propio de un contexto musical determinado (como el sistema pitagórico o el sistema de la justa entonación). Intervalo harmónico es, por tanto, un intervalo propio de determinado sistema harmónico.

Sin embargo he escrito armonía y armónico (y demás palabras) sin hache cuando me quiero referir a otros significados actuales más habituales. Por ejemplo:

- Intervalo armónico hace referencia a la superposición de voces en una composición polifónica.

- Serie de armónicos es la serie de frecuencias parciales que presentan la mayoría de sonidos musicales, y que se encuentran relacionadas entre sí de una manera característica ($f_n=nf_1$). Un armónico será por tanto uno de los parciales de la serie.

1.2.2 Estructura

El trabajo está estructurado de manera histórica en tres grandes bloques:

El primero está dedicado al concepto de consonancia en la Antigüedad, y abarca desde los escritos más antiguos que se conservan sobre el tema en la Grecia Clásica hasta el famoso tratado *De musica* de Boecio, ya de comienzos del siglo VI d. C.

El segundo capítulo aborda el fenómeno de consonancia en la teoría musical de la Edad Media, y estudia los tratados musicales desde el comienzo de la polifonía medieval (siglo IX) hasta finales del siglo XV.

El tercer y último capítulo comienza con el tratado *Musica practica* de Ramos de Pareja (1482). Hemos tomado este tratado como punto de inflexión entre la Edad Media y el Renacimiento en cuestiones de teoría musical porque en él se proponen por primera vez las nuevas proporciones de los intervalos de terceras y sextas; es decir, Ramos es el iniciador del sistema de afinación de la justa entonación, que supuso un cambio revolucionario con respecto a la Edad Media en la concepción y manera de abordar el fenómeno de consonancia musical. En este capítulo nos hemos permitido introducir también las primeras teorías, pertenecientes ya a la revolución científica de comienzos del siglo XVII, que tratan el tema desde un punto de vista científico.

Por último aparece un capítulo de conclusiones, estructurado a su vez en tres partes que hacen alusión a los tres grandes bloques históricos. Para el lector puede ser de ayuda acudir a la parte correspondiente de las conclusiones una vez que se haya leído cada uno de los capítulos.

Pero antes de comenzar con el discurso histórico vamos a introducir el tema tratando, al menos por encima, las teorías actuales sobre la consonancia musical. De esta manera aclararemos ciertos conceptos básicos y contaremos con una herramienta que nos permita valorar las diferentes teorías que encontraremos a lo largo de la historia.

1.3 EL CONCEPTO DE CONSONANCIA MUSICAL HOY EN DÍA

Para poder abordar el estudio del concepto de consonancia a lo largo de la historia, es necesario que nos detengamos un momento a reflexionar sobre lo que se entiende hoy en día por consonancia musical. Una vez que hayamos aclarado el concepto actual de consonancia musical veremos también cuáles son los planteamientos más modernos para estudiar este fenómeno. Así sentaremos las bases para poder posteriormente valorar cada una de las diferentes teorías históricas, surgidas en torno a al fenómeno que nos ocupa, con las que nos enfrentaremos a lo largo de este estudio.

En 1863 se publicó por primera vez el estudio de Helmholtz, *Die Lehre von den Tonempfindungen als Physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*[1]. En él se proponía una nueva y revolucionaria teoría sobre el fenómeno de la consonancia musical que sentaría las bases de todas las discusiones posteriores sobre el tema. Aunque son muchos los que han criticado grandes partes de su teoría, Helmholtz fue el primero en hablar de conceptos que posteriormente se convirtieron en términos clave para el estudio de este tema. Actualmente, E. Terhardt, profesor de electroacústica de la Universidad Técnica de Munich, es uno de sus mayores defensores. En su artículo de 1977, "Ein psychoakustisch begründetes Konzept der Musikalischen Konsonanz"[2], revisa las teorías de Helmholtz y basándose en ellas propone un interesante acercamiento a la consonancia musical.

[1] HELMHOLTZ, H. v., *Die Lehre von den Tonempfindungen als Physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*. Verlag F. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1913. (1ª ed. 1863).

[2] TERHARDT, E., "Ein psychoakustisch begründetes Konzept der Musikalischen Konsonanz", en: *Acustica* 36 (1976/77), 121-137.

La idea general de Terhardt nos ha parecido acertada, por lo que usaremos su propuesta como punto de partida para nuestro acercamiento al tema, aunque en algunos puntos diferiremos de sus planteamientos. El principal problema que encontramos en la teoría de Terhardt es que aborda solamente las cuestiones que afectan a la música occidental tonal, por lo que no elabora una teoría global de la consonancia musical que pueda ser directamente aplicada a todas las culturas musicales. Y, evidentemente, nuestro tema de estudio no es precisamente la consonancia en la música tonal (que podríamos considerar en Europa desde principios del siglo XVII) sino en las músicas de la Grecia Clásica, de la Edad Media y del Renacimiento. Aún así, su planteamiento inicial es genérico y podemos adaptarlo a cualquier cultura musical.

Según este autor, la consonancia musical debe ser estudiada desde dos enfoques fundamentales. Por un lado está la consonancia sensorial; por el otro los condicionamientos culturales, que él engloba bajo el término *Harmonie*. La consonancia musical es, por tanto, el solapamiento de estos dos aspectos principales:

> Musikalische Konsonanz ist das Zusammenwirken von Sensorischer Konsonanz und Harmonie.[3]

> *La consonancia musical es el resultado de la acción conjunta de consonancia sensorial y armonía.*

La consonancia sensorial puede ser estudiada desde la psicoacústica, y las conclusiones que se desprendan de su estudio son, en principio, válidas para cualquier oyente de cualquier cultura musical. La *Harmonie*, aunque tiene un importante

[3] Ibidem, 123.

fundamento físico como veremos más adelante, desarrolla leyes artísticas que pueden variar (y de hecho varían mucho) de una cultura musical a otra[4].

1.3.1 La consonancia sensorial

Hay una consonancia (o disonancia) física, sensorial, psicoacústica, que no sólo es característica de los sonidos musicales sino de todos los sonidos en general, y que podríamos definir con el término *biensonancia*. Este tipo de consonancia es lo que Terhardt ha denominado *Sensorische Konsonanz* (en ocasiones también aparece como *Psychoakustische Konsonanz*) y nosotros llamaremos de ahora en adelante *consonancia sensorial, consonancia psicoacústica* o *biensonancia*. Este concepto es la idea general de sonido biensonante, agradable al oído, no molesto.

> Es gibt also aller Erfahrung nach eine Wohlklangsempfindung, welche nicht musikspezifisch ist, sondern mit fundamentalen Wahrnehmungskriterien zusammenhängt. Sie wird als Sensorische Konsonanz bezeichnet.[5]

> *Existe, según toda experiencia, una sensación de percepción de biensonancia que no es específica de la música, sino que está en relación con criterios fundamentales de percepción. Ésta es denominada consonancia sensorial.*

Hay que tener presente que muchos otros autores denominan este concepto simplemente con el término *consonancia*, lo que puede llevar a confusión.

[4] Es en este segundo aspecto, el de la *Harmonie*, donde Terhardt se centra en la música tonal occidental. Así que nosotros pasaremos por alto sus teorías al respecto.

[5] TERHARDT, op. cit., 122.

Las bases para el estudio de la consonancia sensorial las sentó Helmholtz, apoyándose en el grado de percepción de pulsaciones (variaciones de amplitud de la onda sonora) entre componentes sinusoidales con frecuencias próximas. La teoría psicoacústica de la consonancia sensorial, iniciada así por Helmholtz, fue reafirmada ya en el siglo XX por Plomp y Levelt, von Békésy[6], y otros autores. Hoy en día sigue siendo el punto de partida de las actuales teorías sobre el tema. Expliquemos esta teoría con detenimiento.

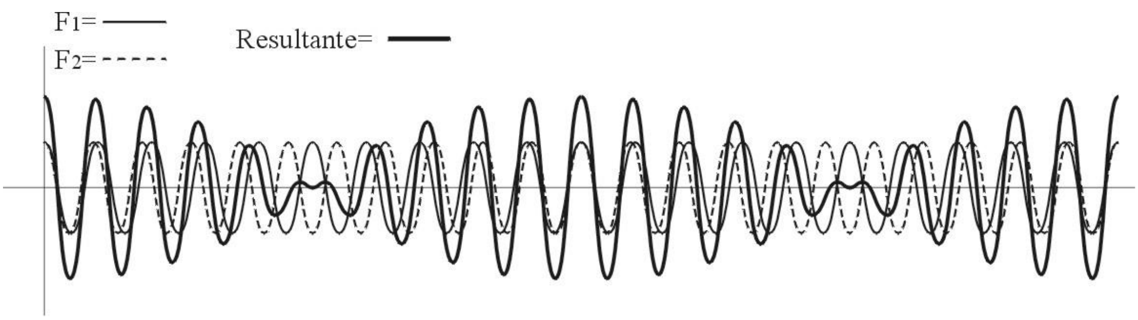
Para empezar, los últimos estudios se basan principalmente en la medida de la disonancia sensorial, antes que de la consonancia sensorial. La consonancia sensorial es entonces principalmente definida como la ausencia de disonancia sensorial. Veamos cómo se produce esta disonancia.

La disonancia sensorial es causada por la interacción que se produce entre sonidos puros sinusoidales que tienen frecuencias próximas. Esta interacción se refleja en forma de *pulsaciones* desagradables al oído, causadas por variaciones bruscas en la amplitud de la onda sonora, que denominaremos con el término cualitativo de *aspereza*. Al no existir bibliografía en castellano sobre estos temas hemos decidido utilizar las palabras *pulsaciones* y *aspereza* como traducciones de los términos alemanes *Schwebungen* y *Rauhigkeit*, y de los ingleses *beats* y *roughness*, que sí presentan una tradición de uso en este campo. Entonces, disonancia sensorial es sinónimo de aspereza o de presencia de pulsaciones, mientras que consonancia sensorial es sinónimo de

[6] PLOMP, R. and LEVELT, W. J. M, “Tonal Consonance and Critical Bandwith”, en: *Journal of the Acoustic Society of America*, 38 (1965), 548-560. VON BÉKÉSY, G., *Experiments in Hearing*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1960. La consonancia sensorial de la que estamos hablando es llamada simplemente consonancia (*Konsonanz*) por Helmholtz, mientras que Plomp y Levelt la llaman consonancia tonal (*tonal consonance*).

ausencia de aspereza o de ausencia de pulsaciones. Estas pulsaciones son el resultado de variaciones grandes y relativamente frecuentes de la amplitud de onda.

Para entenderlo claramente veamos un ejemplo. Sea S_1 un sonido puro inicial. Este sonido está formado por una única frecuencia F_1 que puede ser representada mediante una función sinusoidal. Sea S_2 otro sonido puro sinusoidal cuya frecuencia F_2 es sólo ligeramente menor a F_1. Si ambos sonidos son producidos al mismo tiempo la onda resultante, suma directa de estas dos componentes, será la siguiente:



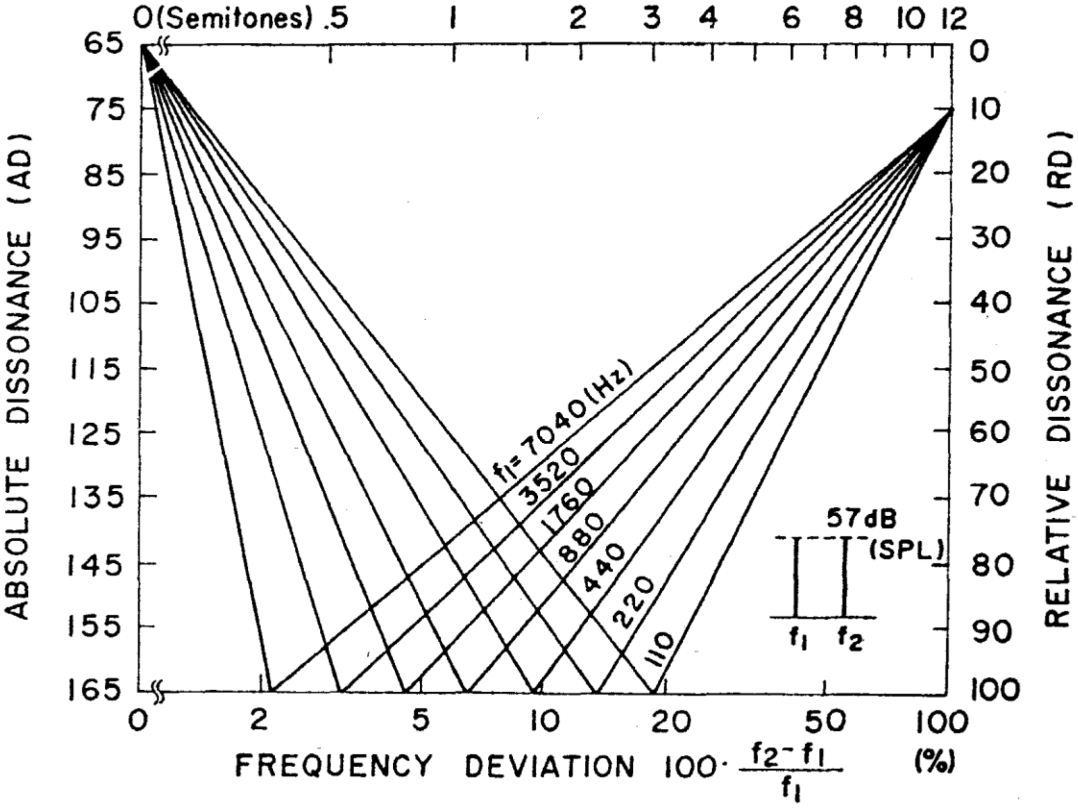
Como podemos apreciar, la pequeña diferencia entre las dos frecuencias F_1 y F_2 (en este caso $F_1/F_2=11/10$) causa grandes variaciones en la amplitud de la onda, que se traducen en pulsaciones desagradables al oído. Evidentemente, estas pulsaciones se harán más o menos presentes dependiendo de la diferencia $F_1–F_2$ y de la amplitud de cada una de las componentes. Plomp/Levelt y otros autores han estudiado la presencia de estas pulsaciones.

Pero toda teoría de la consonancia sensorial se tiene que basar obligatoriamente en la experiencia auditiva de las personas. Esto se hace mediante métodos estadísticos.

Se ha demostrado experimentalmente (es decir, con métodos estadísticos) que el grado de percepción de disonancia entre dos sonidos puros de igual intensidad depende exclusivamente de la diferencia entre sus frecuencias[7]. Los ingenieros de sonido japoneses Kameoka y Kuriyagawa, en sus artículos “Consonance Theory Part I: Consonance of Dyads” y “Consonance Theory Part II: Consonance of Complex Tones and Its Calculation Method”[8], proponen un modelo matemático que se adapta muy bien a estos datos experimentales. Según las gráficas que ellos elaboran, representado el grado de consonancia subjetiva frente a la desviación porcentual entre las frecuencias ($100\frac{f_2 - f_1}{f_1}$) se obtiene siempre una gráfica en forma de V que va desde la consonancia total del unísono, pasando por el punto de máxima disonancia, hasta la casi consonancia total del intervalo de octava. El punto de máxima disonancia (expresado como desviación porcentual de f_2 en relación a f_1 o como distancia interválica entre f_2 y f_1) depende de la frecuencia f_1. En la siguiente gráfica podemos ver cómo son esas curvas de disonancia sensorial para diferentes f_1, que toman los valores: f_1=110Hz, f_1=220Hz, f_1=440Hz, f_1=880Hz, f_1=1760Hz, f_1=3520Hz y f_1=7040Hz. f_2 va variando gradualmente con respecto a cada f_1. Esta variación está expresada como semitonos temperados en la parte superior de la gráfica y como porcentaje de variación en la parte inferior de la gráfica. f_1 y f_2 tienen la misma intensidad, 57 dB.

[7] PLOMP and LEVELT, “Musical Consonance and Critical Bandwith”, en: *Proc. Int. Congr. Acoust.*, 4, Copenhagen, 1962, 55.

[8] KAMEOKA, A. & KURIYAGAWA, M., “Consonance theory, part I: Consonance of dyads”, *Journal of the Acoustical Society of America,* Vol. 45 (1969), No. 6, pp. 1451-1459. Y “Consonance theory, part II: Consonance of complex tones and its computation method”, *Journal of the Acoustical Society of America,* Vol. 45 (1969), No. 6, pp. 1460-1469.



Podemos observar que para frecuencias graves (f_1=110Hz) el intervalo de máxima disonancia se encuentra en torno a los tres semitonos temperados. Para frecuencias medias (f_1 entre 440Hz y 880Hz) el intervalo de máxima disonancia se encuentra entre uno y dos semitonos. Y para frecuencias agudas el intervalo de máxima disonancia va disminuyendo progresivamente hasta encontrarse en torno al medio semitono para las frecuencias más agudas que se utilizan normalmente en música.

De todo lo expuesto podemos concluir que la consonancia entre dos frecuencias puras (no entre sonidos complejos) sólo depende de su alejamiento (f_2 – f_1) y en absoluto de otros factores como la proporción entre f_1 y f_2. Este descubrimiento supuso una cierta revolución, ya que, como veremos a lo largo de nuestro estudio, desde los primeros inicios en la ciencia del sonido en tiempos de la escuela pitagórica se fundamentaba el fenómeno de la consonancia musical en la simplicidad de la proporción entre f_1 y f_2.

No obstante, es evidente que en los sonidos musicales la proporción entre las frecuencias sí tiene una influencia decisiva en el fenómeno de consonancia. ¿Por qué ocurre esto?

La respuesta la encontramos en el hecho de que los sonidos naturales no son (salvo rarísimas excepciones) puros, sino complejos. Es decir, no están formados por una única frecuencia sino por varias que hacen vibrar el aire al mismo tiempo. La representación de su onda sonora no es sinusoidal sino la suma de varias ondas sinusoidales. A cada una de las distintas frecuencias que componen un sonido complejo se les llama parciales o componentes. Esto es cierto para la gran mayoría de sonidos de la naturaleza, pero los sonidos musicales, es decir, aquellos fácilmente asociables a una frecuencia determinada, tienen además la cualidad de presentar parciales solamente en frecuencias muy concretas. Los sonidos que normalmente se utilizan para hacer música son los que el oído humano identifica con su frecuencia fundamental (normalmente la más grave), y las parciales de estos sonidos tienen frecuencias que son múltiplos de la frecuencia fundamental (1, 2, 3..., n). A las parciales que se comportan de esta manera se les llama también armónicos.

Entonces, a la hora de estudiar la consonancia entre sonidos complejos habrá que estudiar las interacciones que se producen entre cada par de componentes. Si las componentes de ambos sonidos son armónicas resultará que aquellos sonidos cuyas frecuencias fundamentales se encuentren en proporciones simples presentarán menos interacciones, ya que muchas de sus componentes tendrán frecuencias coincidentes (que, lógicamente, no producirán interacciones).

Analicemos cualitativamente y de manera superficial la interacción que se produciría para ciertos intervalos entre sonidos que presenten componentes armónicas:

Partamos de un sonido inicial al que le asignamos la frecuencia fundamental $f_1=1$. Todas sus componentes armónicas tendrán por tanto las frecuencias 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8..., *n*. Otro sonido armónico cuya frecuencia fundamental f_2 sea el doble que f_1, $f_2=2\ f_1$ (es decir, situado a distancia de octava justa), presentará todas sus componentes coincidentes con alguna del sonido inicial. Este segundo sonido presentará componentes cuyas frecuencias serán múltiplos de la frecuencia fundamental ($f_2=2$). Luego las frecuencias de las componentes de este segundo sonido serán: 2, 4, 6, 8, 10..., 2*n*. Por lo tanto, todas las componentes pares del sonido inicial (que tienen frecuencias: 2, 4, 6, 8, 10..., 2*n*) coincidirán con todas las componentes del sonido agudo.

Otro sonido cuya frecuencia fundamental sea 3/2 de f_1 (es decir, a distancia de lo que nosotros llamamos quinta justa del sonido inicial) presentará uno de cada dos armónicos coincidentes con algún armónico del sonido inicial.

El sonido de frecuencia fundamental 4/3 de f_1 (una cuarta justa por encima del sonido inicial) presentará uno de cada tres armónicos coincidentes con el sonido inicial. Y así sucesivamente.

Por lo tanto, en principio podemos decir que cuantos más armónicos coincidan, menos interacciones se producirán y más consonante será el intervalo a considerar. Evidentemente, los sonidos cuyas fundamentales se encuentren en la serie de armónicos del sonido inicial tendrán todos sus armónicos coincidentes con alguno de los del sonido inicial (como ya vimos para el intervalo de octava) y serán, por tanto, los intervalos más consonantes de todos. Estos intervalos son los definidos por las proporciones múltiples: 2/1 (octava), 3/1 (octava más quinta), 4/1 (doble octava), 5/1 (doble octava más tercera mayor justa), etc.

Es evidente entonces que el fenómeno de consonancia sensorial entre sonidos complejos dependerá totalmente de las componentes que formen cada sonido y de la amplitud de cada componente, y que por tanto no se puede hablar de una teoría unitaria sobre la consonancia sensorial interválica. Cada intervalo musical tendrá un mayor o menor grado de consonancia dependiendo de la estructura armónica de los sonidos que lo formen. De hecho, el método de cálculo de disonancia sensorial propuesto por Kameoka y Kuriyagawa no considera los sonidos compuestos como entes unitarios sino que considera sus componentes aisladas y las interacciones entre ellas. El grado de disonancia total no es más que la suma directa del grado de disonancia de cada uno de los pares de frecuencias. Los sonidos complejos no son entonces considerados globalmente sino que son disociados en sus componentes fundamentales y son las interacciones entre estas componentes las que se consideran a la hora de calcular la disonancia de un conjunto sonoro. Por lo tanto, su método de cálculo es perfectamente válido para todo tipo de conjuntos sonoros, tanto de sonidos puros como complejos, armónicos o no[9].

Veamos, en el gráfico siguiente, como varía la curva de consonancia entre dos sonidos armónicos dependiendo de las componentes que formen cada sonido:

La curva superior es la que corresponde a dos sonidos puros, cada uno de ellos con una única componente (la fundamental). Podemos observar que se trata de la curva en V de la que ya hemos hablado anteriormente.

La segunda curva es la de dos sonidos de dos componentes armónicas cada uno. La forma en V se rompe y aparece un vientre central.

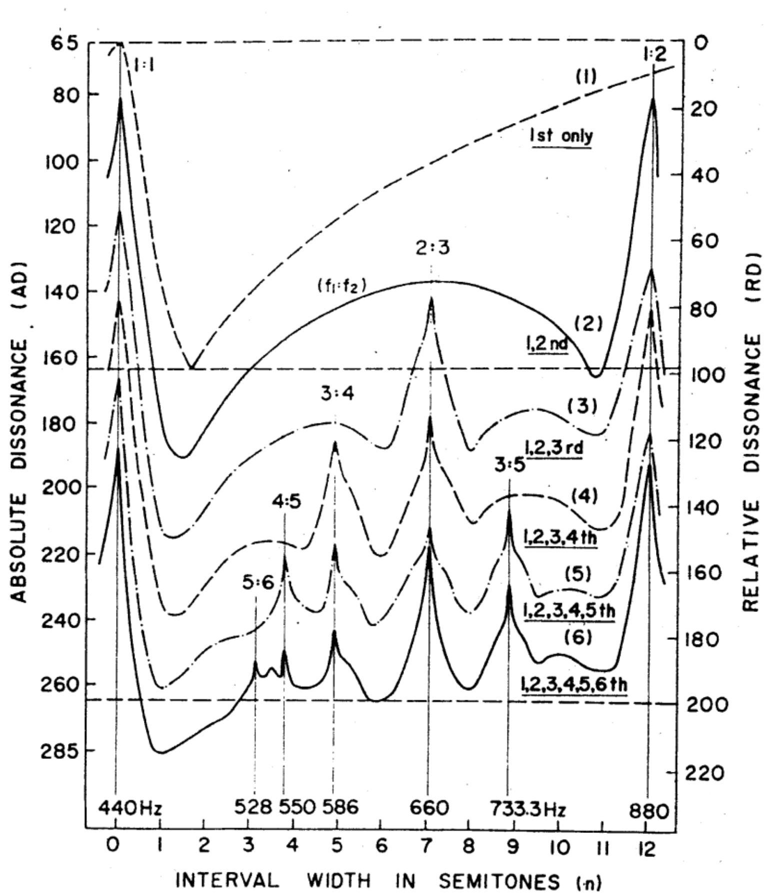
[9] Esto significa que incluso lo que normalmente se considera un único sonido musical, también presenta un cierto grado de disonancia sensorial, ya que un sonido complejo armónico también presentará interacciones entre sus componentes.

Cuando los dos sonidos presentan tres componentes aparece claramente un pico para la consonancia de 3/2 (quinta justa).

Para cuatro componentes podemos observar dos picos: los correspondientes a 3/2 y 4/3.

Para cinco componentes se ven los picos 3/2, 4/3, 5/4 y además el 5/3.

Y por último, para seis componentes aparecen los picos 3/2, 4/3, 5/4, 6/5 y 5/3.



Curvas de disonancia de dos sonidos complejos armónicos.

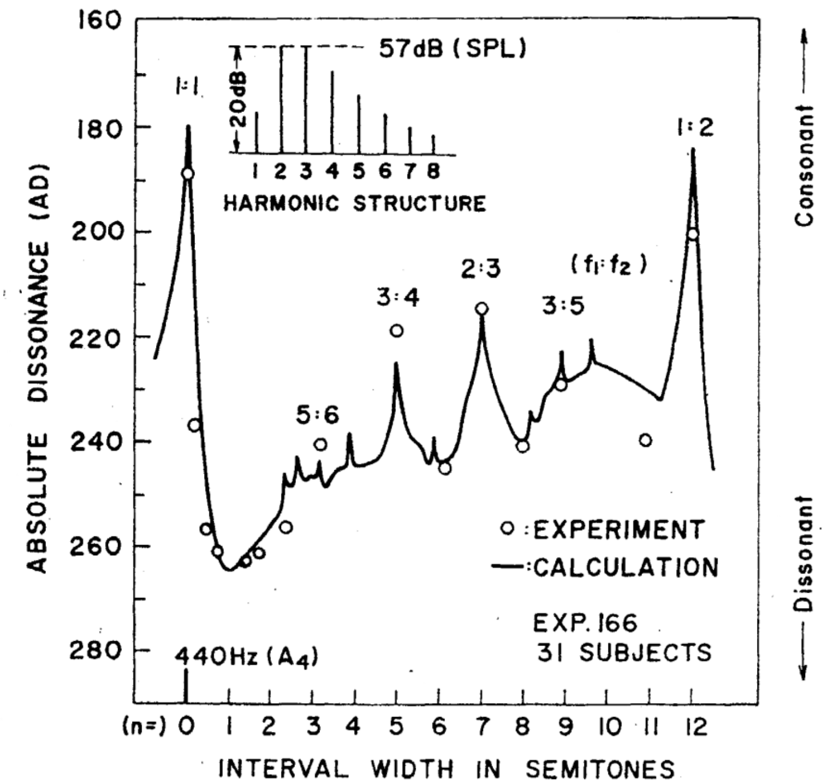
En la curva superior los dos sonidos presentan solamente la fundamental. En las curvas de la 2 a la 6 los sonidos complejos van incluyendo del segundo al sexto armónico respectivamente.

Cada componente tiene una intensidad de 57 dB. El mayor grado de disonancia es hacia abajo.

KAMEOKA/KURIYAGAWA, 1465.

Si hubiésemos seguido añadiendo componentes habrían seguido apareciendo picos de consonancia para aquellos intervalos cuyas frecuencias se encontrasen en las proporciones de los números sencillos correspondientes al número de componentes que presentasen.

Por ejemplo, en la siguiente figura podemos observar la curva de disonancia para dos sonidos complejos que presentan ocho componentes armónicas. Como vemos han aparecido más picos de consonancia (o lo que es lo mismo, valles de disonancia). Por orden de izquierda a derecha se hacen presentes los picos correspondientes a los intervalos 1/1, 7/8, 6/7, 5/6, 4/5, 3/4, 5/7, 2/3, 5/8, 3/5, 4/7 y 1/2:



Curva de disonancia de dos sonidos armónicos de 57 dB; cada sonido presenta ocho componentes.

La estructura armónica de los dos sonidos aparece en la parte superior izquierda de la gráfica.

El mayor grado de disonancia es hacia abajo. KAMEOKA/KURIYAGAWA, 1465.[10]

[10] En esta gráfica, KAMEOKA/KURIYAGAWA representan mediante una línea continua la curva que se desprende de la fórmula matemática que proponen en su artículo. Los puntos son los datos

A partir de todas estas gráficas podemos llegar a ciertas conclusiones. Sensorialmente no hay una distinción clara entre intervalos consonantes y disonantes, sino que el grado de consonancia sensorial de los diferentes intervalos es gradual y además depende directamente de la estructura armónica de los sonidos.

Para sonidos armónicos se podría establecer un orden de consonancia sensorial en el que en primer lugar estarían los intervalos cuyas fundamentales coincidiesen con algún armónico del sonido fundamental: 2/1 (octava), 3/1 (octava más quinta justa), 4/1 (doble octava), 5/1 (doble octava más tercera mayor justa), 6/1 (doble octava más quinta) etc. Después, centrándonos en el espacio de una octava, estarían los intervalos definidos por proporciones de números correlativos 3/2, 4/3, 5/4, 6/5, 7/6, 8/7 etc., pero también los definidos por números no correlativos 5/3, 7/4, 7/5, 8/5, etc. De hecho podemos observar en la gráfica precedente que el intervalo 7/4, un intervalo considerado disonante en nuestra cultura musical occidental (aproximadamente una séptima menor), presenta significativamente más consonancia sensorial que ambas terceras (de proporciones 6/5 y 5/4) y ambas sextas (de proporciones 5/3 y 8/5).

No todos los sonidos musicales presentan la misma estructura armónica, pero la mayoría incluye gran número de armónicos que van disminuyendo en amplitud progresivamente (una estructura parecida a la de la última figura si hubiésemos seguido añadiendo armónicos hasta el infinito). Un típico ejemplo de sonido musical es el producido por una cuerda vibrante. Este tipo de sonido contiene una enorme cantidad de armónicos (se podría decir que forman una serie que tiende a infinito) que van

experimentales obtenidos. Se puede observar que su método de cálculo propuesto se adapta muy bien a los datos experimentales.

disminuyendo progresivamente de intensidad según se van alejando de la frecuencia fundamental.

1.3.2 Cómo surgen los sistemas harmónicos

La consonancia sensorial condiciona sensiblemente los sistemas musicales de las diferentes culturas musicales. Pero éstas presentan grandes diferencias entre sí. Parece ser que todos los sistemas musicales del mundo se basan en el intervalo definido por la proporción 2/1 (octava justa) y que la mayoría también se basa en el intervalo definido por 3/2 (quinta justa). Al basarse en la octava y la quinta justas, el intervalo de cuarta es también fundamental, por ser el complemento de la quinta dentro de la octava. Es decir, porque al dividir una octava mediante una quinta queda un resto de una cuarta. Pero hay otras culturas musicales que se basan también en otros intervalos considerados por ellas consonantes, como los definidos por las proporciones 5/4 y 6/5.

El problema está en que los sucesivos intervalos “consonantes” no son compatibles entre sí, por lo que cada cultura musical se las arregla para adaptarlos a sus necesidades. Esto es lo que se llama temperamento, y no es algo característico únicamente de nuestra cultura occidental, sino que se puede observar en gran parte de sistemas harmónicos del mundo. El intervalo de octava es inamovible, está en su justa proporción en toda cultura musical. Su percepción es tan inmediata que incluso se asimilan los sonidos separados por una octava y se consideran el mismo sonido (o por lo menos un sonido con la misma función). El resto de intervalos estructurales (que dependerán de cada cultura musical) son más o menos un relleno de la estructura de octava, por lo que para hacerlos encajar entre sí es muy normal que se desajusten de su proporción justa y se temperen.

1.3.3 La consonancia musical

La consonancia musical es, por tanto, un compendio entre la consonancia sensorial y las leyes musicales que desarrolla cada cultura musical. Por ejemplo, propongamos la siguiente pregunta: ¿Son los intervalos definidos por las proporciones 5/4 y 6/5 (nuestras terceras mayor y menor) musicalmente consonantes?

Si vamos a la gráfica anterior vemos que estos intervalos presentan pequeños picos de consonancia sensorial con respecto a los intervalos que tienen alrededor, pero son evidentemente menos consonantes que otros. Sin embargo, este hecho objetivo no determina de manera exacta la valoración que cada cultura musical hace de estos intervalos. A la pregunta de arriba habría que contestar de manera diferente dependiendo del contexto musical que tengamos en cuenta. Para un oyente occidental actual estos intervalos son evidentemente consonantes, incluso lo son las aproximaciones bastante desviadas –es decir, que se alejan bastante de los respectivos picos de consonancia– del temperamento igual, pero para la cultura musical de la Antigüedad Clásica no lo son en absoluto, como ya veremos a lo largo del trabajo.

De la misma manera, el intervalo definido por la proporción 4/3 (una cuarta) presenta un pico de consonancia sensorial bastante claro, y de hecho es considerado totalmente consonante en la cultura musical de la Grecia Clásica. Sin embargo, nos encontraremos con muchos tratados medievales y renacentistas que la consideran directamente disonante, al mismo nivel que el tono o el semitono. Esta paradoja puede ser explicada sólo si tenemos en cuenta los condicionantes debidos a las leyes artísticas que por entonces se estaban utilizando en la música.

2. LA CONSONANCIA EN LA ANTIGÜEDAD CLÁSICA

2.1 LA CIENCIA HARMÓNICA EN LA GRECIA CLÁSICA

2.1.1 Sobre las fuentes

Según la tradición, la ciencia del sonido tuvo su origen en el siglo VI a. C. con el estudio de los intervalos musicales en cuerdas vibrantes por parte de Pitágoras (ca. 570-497 a. C.). Este pensador de Samos, y su maestro Tales de Mileto (ca. 640-546 a. C.), introdujeron el pensamiento matemático en la cultura de la Antigua Grecia, y por lo tanto, en toda la cultura occidental posterior. Las escuelas jónica y pitagórica fundadas por ambos fueron las primeras de toda una serie de escuelas griegas dedicadas al estudio de la filosofía natural, que habrían de dominar el progreso científico e intelectual durante al menos un milenio[11].

Ésta es, al menos, la opinión de la mayoría de estudiosos sobre el tema; aunque según Burkert[12], no se podría atribuir el origen del interés matemático-científico al propio Pitágoras sino a estudiosos de una época algo posterior (siglos V y IV a. C.). Para este autor, la primitiva escuela fundada por Pitágoras tendría un interés puramente metafísico por el número. El desarrollo de la matemática griega como tal se debe, según Burkert, a un interés general por el tema durante los siglos V y IV a. C. Entre los pensadores que en esa época contribuirían al origen del estudio científico se cuentan autores que sí se pueden considerar seguidores de las enseñanzas pitagóricas, como

[11] Ver HUNT, Frederick Vinton, *Origins in Acoustics. The Science of Sound from Antiquity to the Age of Newton*, New Haven and London, Yale University Press, 1978.

[12] BURKERT, Walter, *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, translated by Edwin L. Minar Jr., Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1972.

Filolao (siglo V a. C.) y Arquitas (principios del siglo IV a. C.), pero también otros que no tendrían nada que ver con las enseñanzas de esta escuela.

No han sobrevivido escritos de los primeros seguidores de Pitágoras, en parte debido a que estaba prohibido desvelar a extraños las enseñanzas secretas reveladas por el Maestro. Los primeros documentos de que disponemos relacionados con la doctrina pitagórica son fragmentos atribuidos, precisamente, a Filolao de Crotona (siglo V a. C.), un contemporáneo de Sócrates, y Arquitas de Tarento (siglo IV a. C.), un contemporáneo de Platón.

Posteriormente, diferentes cuestiones intelectuales fueron atribuidas a Pitágoras o a alguno de sus seguidores, creándose una tradición llamada “pitagórica” en la que confluyeron diferentes ideas tomadas de diversas concepciones filosóficas. Por otro lado, muchas de las atribuciones hechas a Pitágoras y a su escuela no se basan en fundamentos sólidos, por lo que la mayor parte de ellas no deben ser consideradas más que mitos y leyendas. Para nuestro capítulo sobre la primitiva escuela pitagórica, nos centraremos en aquellos fragmentos que son comúnmente atribuidos a Filolao y Arquitas, y también en textos que, aun siendo de autores posteriores a la escuela, actualmente son aceptados como testimonios fieles de aquella doctrina. Un ejemplo de éstos últimos son las múltiples alusiones de Aristóteles a los pitagóricos.

De la primera mitad del siglo IV a. C. se conservan algunas citas del trabajo de uno de los últimos miembros de la escuela pitagórica, Arquitas de Tarento, recogidas en fuentes posteriores. Este matemático-músico elaboró una de las primeras divisiones del *kanon* en los tres géneros de melodías (diatónico, cromático y enharmónico).

También del siglo IV a. C. se conservan los escritos de los filósofos Platón y Aristóteles. Ninguno de los dos hizo del estudio de la harmónica una parte central de sus investigaciones, pero ambos realizaron aportaciones que tuvieron una gran repercusión en teóricos posteriores. Además, nos ofrecen una valiosa información sobre el trabajo de sus contemporáneos y predecesores. La acústica física es una de las disciplinas independientes según los métodos aristotélicos de clasificación de las ciencias.

De los años posteriores a la muerte de Aristóteles se conserva una recopilación de escritos hechos en su escuela, el Liceo, sobre problemas que surgen en el campo de la filosofía natural, los *Problemata* aristotélicos; entre ellos hay varios dedicados a cuestiones harmónicas y acústicas. De la escuela peripatética se conserva también un interesante tratado anónimo, *De audibilibus* (ca. 300 a. C.), sobre la ciencia del sonido. Estos escritos suponen una revolución en cuanto a la física del sonido se refiere, ya que desarrollan una interesante teoría sobre la transmisión del sonido y la percepción de la consonancia.

Sin embargo, los primeros grandes escritos griegos sobre harmónica datan de finales del siglo IV a. C. *Elementa Harmonica* de Aristoxeno, aunque incompleto, es una pieza fundamental de una de las dos corrientes principales en los estudios harmónicos griegos, la llamada aristoxénica. El otro importante tratado de esta época, *Sectio Canonis*, atribuido a Euclides, es un claro ejemplo de la tradición que podemos denominar pitagórico-platónica, en su vertiente más matemática y rigurosa. A partir de entonces podemos hablar de dos grandes tradiciones en el estudio de la harmónica griega: la aristoxénica y la pitagórica.

Tendremos que esperar hasta el comienzo de la era cristiana para poder encontrar otra serie de escritos importantes sobre harmónica. De esta época tres tratados fundamentales se conservan completos: los de Nicómaco (finales del siglo I d. C.), Ptolomeo (siglo II d. C.) y Aristides Quintiliano (III-IV? d. C.). Los tres constituyen una fuente imprescindible de la teoría musical griega de épocas anteriores. En estos tratados se recogen, por ejemplo, divisiones tetracordales de autores anteriores (Arquitas, Filolao etc.) y numerosas citas atribuidas a la escuela pitagórica. Por otro lado, estos teóricos se convirtieron en el referente en cuanto a teoría musical griega para la época romana. Boecio, el autor cuyos escritos seguiría al pie de la letra la música del *cuadrivium* medieval hasta bien entrado el Renacimiento, sienta sus teorías sobre harmónica en los tratados helenísticos de Nicómaco y Ptolomeo.

Se conservan más escritos sobre música del periodo helenístico y romano, pero éstos son los fundamentales para cuestiones referentes a la harmónica.

2.1.2 Las dos grandes escuelas: pitagórica y aristoxénica

La ciencia harmónica griega se puede definir como el estudio de los elementos mediante los cuales se construye la música, es decir, es el estudio de las relaciones que existen entre los sonidos (principalmente de diferencias de altura), de las estructuras organizadas que se forman con los sonidos y de la manera en que esas estructuras se generan y transforman. Pero en la Antigüedad no había una única manera de estudio de estas cuestiones. En líneas generales podemos hablar de dos grandes tradiciones de pensamiento, la aristoxénica y la pitagórica. Ninguna de las dos tradiciones es monolítica, existen muchas variantes de unos autores a otros. También hay que tener presente que el trabajo de cada una de las tradiciones no se desarrolló absolutamente independiente de la otra. Hubo intentos de acercar los dos puntos de vista en una síntesis coherente. De hecho, los tratados helenísticos de los que hemos hablado antes beben de las dos teorías, aunque sea la pitagórica la predominante en ellos.

Escuela aristoxénica

Tal y como Aristoxeno lo planteó (*Elementos harmónicos*, S. IV a. C.), la harmónica es una ciencia con hechos y principios explicatorios independientes de cualquier otra disciplina. Su materia de estudio es el sonido tal y como se oye, la percepción empírica del oído musical. Su objetivo es encontrar el orden interno de los fenómenos percibidos; analizar las estructuras mediante las que se organiza la música; y así poder definir qué secuencias de sonidos son posibles para formar una melodía, y cuáles no.

Lo más importante del estudio aristoxénico de la harmónica se puede resumir en tres puntos:

1. La ciencia se basa en los datos empíricos percibidos por el oído como musicales. Estos datos no necesitan ser redefinidos de ninguna otra manera; es decir, el sonido musical es simplemente eso, sonido musical, no precisa ser explicado como una vibración del aire, por ejemplo. Por lo tanto, las relaciones se buscan entre sonidos musicales, no entre frecuencias de vibración o longitudes de cuerda (como sí hace la escuela pitagórica).

2. La harmónica debe definir los fenómenos en términos que reflejen la manera en que son percibidos por el oído. Esto implica que las notas deben ser descritas como puntos concretos en un continuo de altura del sonido, y que las relaciones entre notas son distancias o intervalos [*diastemata*] entre esos puntos. Por lo tanto los intervalos también tienen que ser descritos en términos musicales como la distancia entre notas, y no haciendo referencia a algo no musical (como las proporciones entre longitudes de cuerda).

3. Por último, la harmónica debe encontrar sus principios mediante abstracción a partir de los datos empíricos musicales. Hay que formular una teoría coherente que distinga entre sucesiones de sonidos melódicamente aceptables o inaceptables; pero esa teoría no debe basarse en principios no musicales, como la matemática, sino en principios sacados de la experiencia a través del oído musical.

Se supone que la corriente aristoxénica tuvo su precedente en harmónicos empíricos de épocas anteriores a Aristoxeno.

En sus principios básicos la concepción aristoxénica se aproxima mucho a la manera de estudiar la música hoy en día en la cultura occidental.

Escuela pitagórica

Aunque ya hemos comentado el problema que plantea distinguir las verdaderas enseñanzas de la primitiva escuela pitagórica de los muchos añadidos posteriores, lo que sí está claro es que hubo una cierta tradición en la Antigüedad Clásica –que llegaría hasta el neopitagorismo helenístico y fue transmitida a la Edad Media por recopiladores latinos– que fue y sigue siendo llamada "pitagórica". Dentro de esta amplia tradición se recogen ideas de la primitiva escuela, pero también ideas platónicas e incluso (en los textos más tardíos) teorías surgidas en el Liceo aristotélico. En este sentido, podríamos decir que son "pitagóricos" Platón, el tratado *Sectio Canonis*, Nicómaco o Ptolomeo, y aunque existen grandes diferencias en el enfoque de todos ellos, también existe una serie de características principales que se pueden resumir en lo que sigue:

1. Los sonidos musicales son tratados como entidades que presentan un atributo, la altura, que varía cuantitativamente y puede ser expresado en números. Los intervalos entre sonidos musicales son expresados como proporciones entre esos números.

2. Los principios sobre los que se basa el análisis de los sistemas harmónicos son matemáticos; es decir, el lenguaje empleado para hablar de estas cuestiones es la matemática, de la cual la ciencia harmónica es una rama. Por lo tanto, la harmónica depende de la matemática; no es una disciplina independiente que desarrolle una terminología propia.

3. Los sonidos musicales percibidos se redefinen, mediante una teoría física, como movimientos de un medio natural (el aire, la cuerda etc.). La magnitud cuantitativa de la altura del sonido se relaciona directamente con estos movimientos del medio natural.

4. Por último, el estudio de la harmónica se concibe, en la mayoría de autores, como parte de un estudio mucho más general sobre el universo que pretende encontrar las mismas relaciones que rigen la harmónica en todas las estructuras del cosmos.

A partir de los tres primeros principios que hemos enumerado podríamos decir que el estudio pitagórico de la harmónica supone, de alguna manera, un precedente de la actual acústica musical. El cuarto principio (no presente en *Sectio Canonis*) plantea un acercamiento metafísico a los sistemas musicales.

En líneas generales, nosotros nos centraremos en nuestro estudio principalmente en aquellas teorías que podríamos calificar de pitagóricas, ya que son las que representan el precedente directo de un acercamiento científico al estudio del sonido y las que buscan respuestas –tanto físicas como metafísicas– al fenómeno de la consonancia. Además lo haremos de forma más o menos cronológica; intentando poner en relación las diferentes teorías y los diferentes autores a lo largo del tiempo.

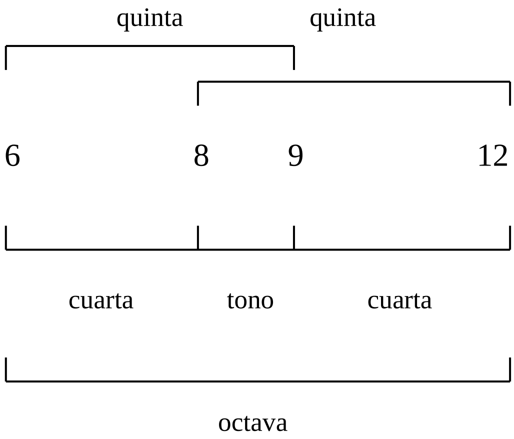
También estudiaremos los textos surgidos en torno a la física del sonido de la escuela peripatética, que, aunque no pertenecen a la tradición pitagórica del estudio de la ciencia harmónica, presentarán interesantes teorías en torno al sonido y la consonancia. Estas teorías, además, se perpetuarán en posteriores textos adscritos a la tradición pitagórica, como el *Sectio Canonis*, Nicómaco o Boecio.

El tratado de Aristoxeno y la corriente empírica, aunque muy interesantes para conocer la práctica musical en su época, sólo los trataremos tangencialmente cuando consideremos oportuno, ya que su acercamiento cualitativo y empírico al tema no hace hincapié en la explicación de la consonancia, la línea argumental de nuestro trabajo.

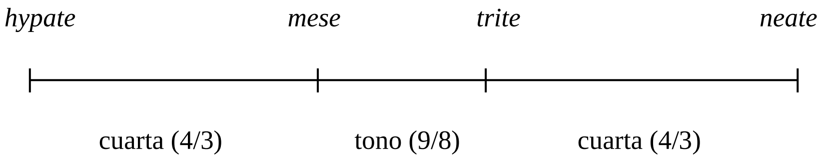
2.1.3 Sistemas musicales y división de los tetracordios

Aunque no es el propósito de este estudio analizar en profundidad los sistemas harmónicos de la música griega, para poder comprender ciertos aspectos fundamentales del pensamiento griego en torno al concepto de consonancia es necesario tener unos conocimientos mínimos sobre la organización tonal en la Antigüedad. Por ello vamos a dar unas nociones básicas sobre cómo se organizaban los sonidos en estructuras escalares en la teoría musical griega. Evidentemente, existen numerosas variaciones a lo largo de la historia y en diferentes autores, que de momento no comentaremos y a las que sólo prestaremos atención si son relevantes para nuestro estudio de la consonancia.

La consonancia más pequeña considerada por los griegos es la cuarta (después de la octava y la quinta). El intervalo de cuarta, el tetracordio, se convierte en la primaria y más pequeña estructura musical. La colocación de dos tetracordios sucesivos y conjuntos (sin separación entre ellos) da lugar a un sistema de siete notas (formando lo que hoy llamaríamos una séptima menor) que describen algunos autores griegos (ver Nicómaco, *Enchiridion*, cap. 5). Pero lo más usual era colocar los dos tetracordios con un tono de separación entre ellos (el tono de disjunción). De esta manera conseguimos una octava dividida mediante dos cuartas y un tono central. Esta división de la octava es la que veremos en el “mito de la fragua” en torno al descubrimiento de las proporciones musicales. Allí se habla de las magnitudes 6, 8, 9, 12, que forman una octava dividida mediante dos cuartas disjuntas (ver 2.2.1 *Descubrimiento de las proporciones musicales*):

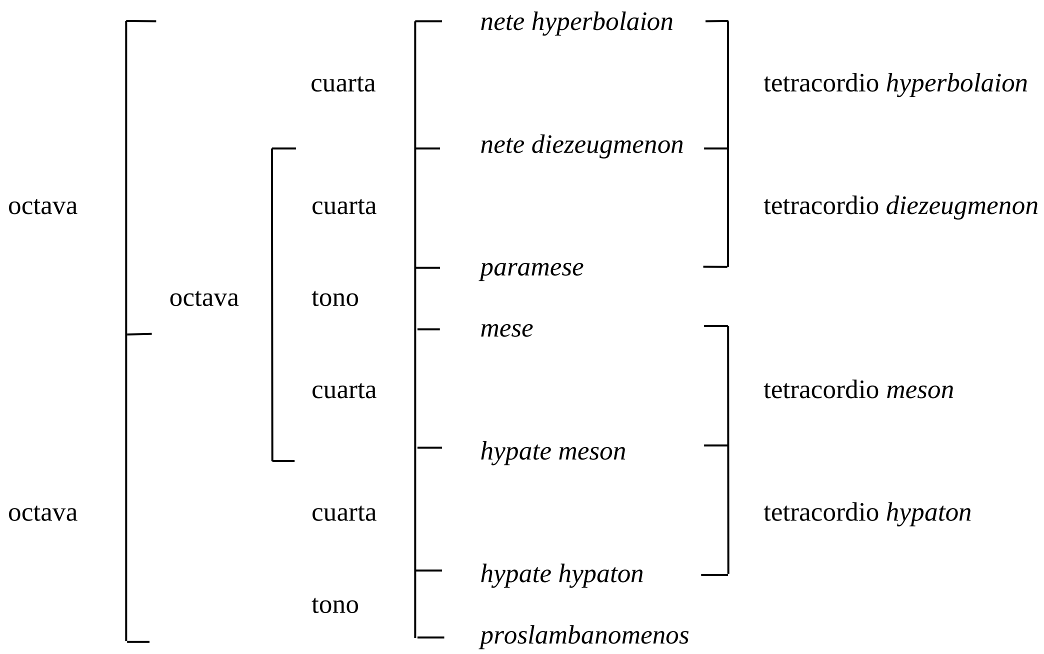


También es la misma octava de la que habla Filolao en un fragmento que citaremos posteriormente (ver 2.2.5 *Los géneros en la escuela pitagórica*):



Pero la estructura que normalmente exponen los teóricos a partir del siglo IV a. C. es el llamado sistema *teleion* (sistema perfecto). Este sistema es una ampliación, mediante tetracordios suplementarios hacia el grave y hacia el agudo, de esa primitiva octava que acabamos de comentar. La octava central quedaba dividida, como ya hemos visto, con dos tetracordios separados en el medio por un tono de disjunción. En la parte superior se añadía otro tetracordio, esta vez conjunto (sin tono de separación, su límite inferior coincidía con el límite superior del tetracordio superior de la octava central). En la parte inferior de la octava central se añadía también otro tetracordio conjunto. Para completar las dos octavas era necesaria la adición de una nota suplementaria a distancia de tono por la parte inferior (la *proslambanomenos*).

Los cuatro tetracordios así colocados eran, de grave a agudo: *hypaton*, *meson*, *diezeugmenon*, *hyperbolaion*. La doble octava quedaba así dividida con notas que delimitaban los cuatro tetracordios, que eran de afinación fija[13]. A cada nota se le daba un nombre dependiendo de su posición dentro del sistema.



Sistema *teleion*: tetracordios y notas fijas.

Una estructura alternativa suponía conservar los dos tetracordios inferiores, pero a partir de la nota *mese* añadir un tetracordio conjunto (*synemmenon*, de las conjuntas),

[13] Cuando digo de afinación fija me refiero a que las relaciones de cuarta y tono entre ellas eran constantes. Pero, por supuesto, la afinación absoluta del sistema no era fija.

en lugar del tetracordio disjunto (*diezeugmenon*, de las disjuntas). Esta estructura alternativa comprendía entonces una octava más cuarta, delimitada por la *proslambanomenos* y tres tetracordios conjuntos: *hypaton, meson* y *synemmenon*. Pero para nuestro estudio nos basta con considerar la estructura principal de doble octava expuesta en primer lugar.

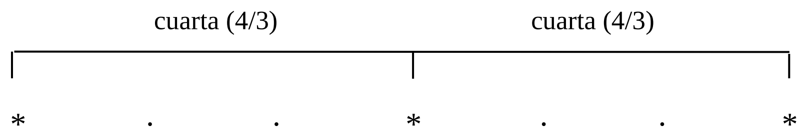
Pasemos ahora a ver la división clásica de la estructura de tetracordio. Es muy probable que en un primer estadio de la música griega (del que no se han conservado testimonios escritos) el intervalo de cuarta se dividiera mediante un único sonido en dos intervalos, dando lugar así a un sistema pentatónico. Ésta es la teoría de Sachs, comentada también por West[14]. A partir de este primitivo sistema pentatónico se originarían los diferentes géneros de los que habla la teoría clásica mediante la inserción de un segundo sonido dentro de la cuarta que, en principio, sería casi una nota de adorno, y por tanto con una afinación variable e indeterminada.

Aunque no tenemos testimonios claros sobre esto, sí que podemos encontrar indicios de esta división del intervalo de cuarta mediante una única nota intermedia. Así, por ejemplo, en la escala de Filolao –de la que hablaremos posteriormente– la nota que se halla a distancia de cuarta del sonido superior es llamada *trite* (tercera). Este nombre nos indica que esta nota era la tercera contando desde el agudo, por lo que entre ella y la *nete* sólo podía haber una nota intermedia.

En toda la literatura clásica sobre el tema también es muy persistente la idea de que los primitivos sistemas de octava sólo tenían siete sonidos y que el octavo fue añadido posteriormente. De hecho las liras de la época clásica a menudo tenían siete

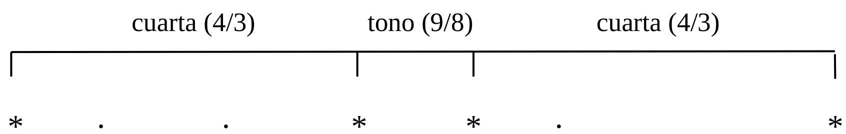
[14] SACHS, *The Wellsprings of Music*, La Haya, 1962, 64. WEST, M. L., *Ancient Greek Music*, Oxford University Press, New York, 1992, 163-164.

cuerdas. Sin embargo, las fuentes sobre esta materia en muchas ocasiones no son coherentes entre sí y parecen hablar de distintos sistemas de siete sonidos. Es probable que existieran dos sistemas diferentes de siete sonidos: uno sería el resultado de dos tetracordios conjuntos (como hemos visto anteriormente) que completarían una séptima; el otro abarcaría una octava completa mediante dos cuartas disjuntas, pero la cuarta superior tendría sólo una nota interna de división[15]. Un ejemplo de esto lo encontramos en Nicómaco, quien nos habla de los dos diferentes sistemas de siete notas. En el capítulo quinto de su *Enchiridion* menciona a Pitágoras como el introductor de una octava nota dentro de un sistema primitivo formado por dos tetracordios conjuntos. En el capítulo noveno comenta la escala de Filolao, de siete notas y que comprendía una octava, de la que ya hemos hablado[16].



Sistema heptatónico de dos cuartas conjuntas, según Nicómaco, *Enchiridion*, cap. 5.

Los asteriscos son las notas fijas. Los puntos son las notas móviles de afinación indeterminada.



Sistema heptatónico de octava mediante dos cuartas disjuntas.

Escala de Filolao (Nicómaco, *Enchiridion*, cap. 9).

---

[15] BARKER, Andrew, *Greek Musical Writings*, vol. II, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, p. 37, nota 34.

[16] Ver BURKERT, Walter, *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, translated by Edwin L. Minar Jr., Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1972, 391-94.

A pesar de los problemas que plantea el estudio de los primitivos sistemas musicales griegos una cosa está clara: el intervalo de cuarta organizaba, en la forma que fuera, la práctica musical griega. De hecho, son sólo los intervalos de octava, quinta y cuarta los únicos definidos de manera precisa y matemática (mediante proporciones) en los primeros escritos que se conservan sobre el tema. Los intervalos menores que la cuarta, y que dividían a ésta, no son más que intervalos de relleno sin una afinación clara ni precisa.

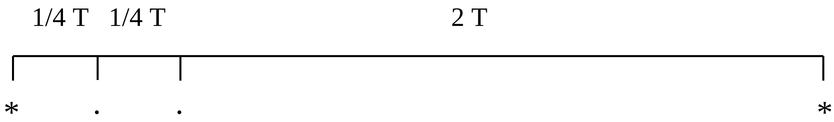
Pero la teoría clásica sobre la división de la cuarta habla siempre de la inserción de dos sonidos intermedios, cuya colocación dará lugar a la teoría de los géneros. El tetracordio, que estaba delimitado por notas de afinación fija, como ya hemos visto, se dividía a su vez mediante dos notas interiores cuya afinación variaba dependiendo del género, el autor o la época; por lo que las hemos llamado notas “móviles” frente a las notas “fijas” que delimitan los tetracordios. La variedad de divisiones del tetracordio que proponen los diferentes autores es enorme, pero todas ellas se pueden agrupar en tres grandes clases, los géneros. Los tetracordios, según su división, podían ser diatónicos, cromáticos o enharmónicos.

Todos los autores están más o menos de acuerdo en que lo que diferencia a un género de otro es la distancia que separa a la nota móvil más aguda de la nota fija superior que delimita el tetracordio. Esta distancia era la mayor en el género enharmónico (de aproximadamente dos tonos). En el género cromático esta distancia era intermedia (de en torno a un tono y medio); mientras que el género diatónico presentaba la menor distancia (más o menos un tono)[17]. En términos simplificados y aristoxénicos

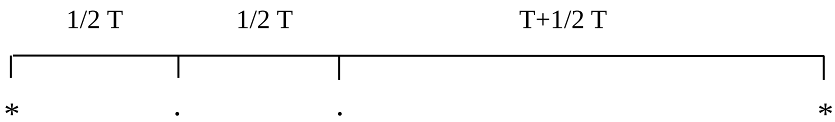
[17] La palabra tono en este contexto no es utilizada con el significado exacto de tono 9/8, sino en un sentido más próximo al pensamiento aristoxénico como medida aproximada.

podríamos definir los tres géneros de tetracordios, de grave a agudo, de la siguiente manera[18]:

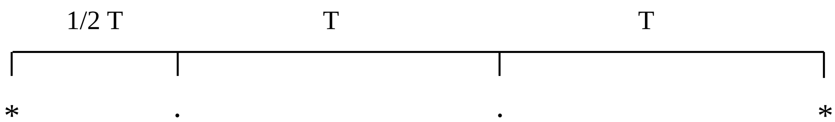
El tetracordio enharmónico se divide en un intervalo de cuarto de tono, otro intervalo de cuarto de tono y un intervalo de dos tonos:



El tetracordio cromático se divide en un intervalo de medio tono, otro intervalo de medio tono y un intervalo de tono y medio:



El tetracordio diatónico se divide en un intervalo de medio tono, un intervalo de tono y otro intervalo de tono:



Mediante estas divisiones del tetracordio se rellena el sistema *teleion*. Evidentemente no hay un único modelo de sistema *teleion*, sino que dependiendo del

[18] Hay que tener presente que en la descripción que vamos a hacer a continuación de los géneros utilizaremos la terminología aristoxénica de tono, medio tono y cuarto de tono, y la expondremos de la forma más sencilla y como tradicionalmente se ha hecho. Pero Aristoxeno propone varias modalidades más para cada género, de las que no hablaremos, en las que también se incluyen intervalos descritos como tercios y sextos de tono.

género que se elija –y dentro de cada género también hay diferentes tipos– la afinación de las notas móviles será una u otra. Sin embargo, el nombre de las notas móviles es el mismo para los tres géneros; simplemente se les añade el calificativo de diatónico, cromático o enharmónico. El sistema completo sería:

	NETE HYPERBOLAION
Tetracordio *hyperbolaion*	*Paranete hyperbolaion* (diatónica, cromática o enharmónica)
	Trite hyperbolaion (diatónica, cromática o enharmónica)
	NETE DIEZEUGMENON
Tetracordio *diezeugmenon*	*Paranete diezeugmenon* (diatónica, cromática o enharmónica)
	Trite diezeugmenon (diatónica, cromática o enharmónica)
Tono	*PARAMESE*
	MESE
Tetracordio *meson*	*Lichanos meson* (diatónica, cromática o enharmónica)
	Parhypate meson (diatónica, cromática o enharmónica)
	HYPATE MESON
Tetracordio *hypaton*	*Lichanos hypaton* (diatónica, cromática o enharmónica)
	Parhypate hypaton (diatónica, cromática o enharmónica)
Tono	*HYPATE HYPATON*
	PROSLAMBANOMENOS

Sistema *teleion*. En mayúsculas las notas fijas, en minúsculas las móviles.

2.2 LA PRIMITIVA ESCUELA PITAGÓRICA

El término "pitagórico" es ciertamente ambiguo. En primer lugar, habría que distinguir entre los primeros pitagóricos, seguidores directos de Pitágoras y que formaron parte de la escuela fundada por él; por otro lado estarían Platón y sus seguidores en la época clásica, que en cierta manera se consideraban a sí mismos seguidores de las doctrinas pitagóricas; y por último nos encontramos con los neopitagóricos de los primeros siglos de nuestra era, los que más testimonios nos han legado sobre Pitágoras y el pitagorismo (falsos en muchas ocasiones). Aunque pueda haber conceptos y puntos de vista comunes a todos ellos, también es cierto que no se sabe exactamente cuáles fueron las primitivas aportaciones del propio Pitágoras y su escuela. En esta sección intentaremos centraremos en la primitiva escuela pitagórica.

La escuela pitagórica, fundada por Pitágoras (Samos, mediados del siglo VI a. C.), no nos ha dejado ningún documento directo, pero conservamos muchas referencias en escritos posteriores y algunos fragmentos de los últimos miembros de la Escuela (como Filolao o Arquitas) recogidos en obras tardías de otros autores. Sin embargo, hay que tener presente –como ya dijimos– que muchos de los logros y descubrimientos atribuidos a Pitágoras no son más que especulaciones o reconstrucciones tan modificadas con el paso del tiempo que en algunos casos se puede hablar de ellas más como de mitos. Por otro lado, en ocasiones es difícil averiguar la veracidad de las atribuciones hechas a los diferentes teóricos pertenecientes a la primitiva escuela.

A partir del siglo IV a. C. la escuela deja de existir en su primitiva forma. Las ideas pitagóricas se irán entonces reinterpretando y mezclando con la metafísica platónica para adaptarse a cada nueva forma de pensamiento. La figura de Pitágoras irá sufriendo un proceso de mitificación. Al final se le considerará el inventor de la harmónica y el descubridor de las proporciones musicales[19].

Las principales contribuciones de la escuela pitagórica a la ciencia del sonido estaban relacionadas con los intervalos musicales y las propiedades físicas de los cuerpos que producían dichos intervalos; es decir, con la ciencia harmónica o canónica[20], como aparece llamada en muchos escritos antiguos. Las propiedades sonoras de los intervalos de 8ª, 5ª y 4ª (su *biensonancia*) se conocían desde luego mucho antes de la época de Pitágoras, pero es posible que éste descubriera, o al menos diera una gran importancia al hecho de que estos intervalos se pudieran describir de una manera matemáticamente sencilla.

De todas maneras, es probable que las proporciones matemáticas que surgen al comparar ciertas características físicas (como la longitud de cuerda) de objetos productores de sonidos musicales, fueran ya conocidas antes de Pitágoras. De hecho se piensa que éste adquirió gran parte de sus conocimientos en Egipto, donde se dice que pasó 22 años de aprendizaje[21]. Así mismo es probable que muchos de los conocimientos, no sólo sobre harmónica, sino también sobre astronomía y matemática,

---

[19] Un interesante estudio sobre el primitivo pitagorismo y sus verdaderas aportaciones a la historia de la ciencia es: BURKERT, Walter, *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, translated by Edwin L. Minar Jr., Harvard University Press, Cambridge , Massachusetts, 1972.

[20] La *kanoniké* es aquella ciencia que estudia el comportamiento del sonido con ayuda del *kanon*. El *kanon* griego es lo mismo que el monocordio medieval y consiste en un mástil sobre el que se tensa una cuerda. En el mástil se señalan los puntos donde hay que presionar la cuerda (y por tanto modificar su longitud) para conseguir los diferentes intervalos musicales. El *kanon* –que da nombre al tratado *Sectio Canonis*, de Euclides– es un instrumento de estudio, no de interpretación musical, y fue muy utilizado por los teóricos que se acercaron a la harmónica desde un punto de vista matemático-pitagórico, como Euclides o Ptolomeo.

[21] GUTHRIE, *Pythagorean Sourcebook and Library*, Phanes Press, Michigan, 1987, p. 20.

que posteriormente se atribuyeron a Pitágoras, provinieran de la antigua Babilonia. Pero, según Barker, no hay por qué negar que la atención que prestó Pitágoras al fenómeno de las proporciones musicales fue el detonante que desencadenó el interés por la matemática de las proporciones y la metafísica del número en la escuela pitagórica.

Según este autor, las investigaciones sobre cuestiones harmónicas y astronómicas que los pitagóricos llevaron a cabo les condujeron a la convicción de que el universo presenta un orden, que el alma humana debe percibir ese orden y asimilarse a él, y que la clave para comprender la naturaleza de ese orden es el número. Al descubrir que si estudiamos ciertos aspectos físicos relacionados con la producción del sonido musical (como la longitud de las cuerdas vibrantes o tubos sonoros), en estructuras musicales organizadas, podemos expresarlos mediante proporciones numéricas sencillas, la ciencia harmónica musical entró a formar parte de los estudios matemáticos pitagóricos.

De todos es conocido que las longitudes de dos cuerdas de las mismas características, que produzcan sonidos a distancia de octava, se encuentran en proporción 2:1. De la misma manera la quinta se corresponde con la proporción 3:2 y la cuarta con 4:3. El descubrimiento de estas relaciones harmónicas fundamentales hizo surgir la idea de que la causa de que ciertos intervalos fuesen harmónicamente aceptables eran sus propiedades matemáticas. Por lo tanto, el orden encontrado en música era un orden matemático. Pero el pensamiento de los pitagóricos iba más allá: como en música funcionaba admirablemente este sistema de proporciones matemáticas para describir estructuras “bellas” y satisfactorias, era posible que el orden de todo el cosmos, e incluso el del alma humana, estuviese regido por estas mismas proporciones.

Estas ideas, surgidas de una concepción mística y en absoluto científica del número, llevaron a los últimos pitagóricos al estudio en profundidad de las matemáticas, sobre todo de la aritmética y las proporciones.

2.2.1 Descubrimiento de las proporciones musicales

Muchos escritos posteriores a la escuela pitagórica relatan el descubrimiento y la investigación de las proporciones musicales por parte de los pitagóricos o del mismo Pitágoras. Este descubrimiento surge de la constatación de que ciertos sonidos musicales, al producirse simultáneamente, son *biensonantes*. Los pares de sonidos que producían en el oyente la sensación de *biensonancia* fueron llamados *symphonía* [sumfwn…a], lo que se corresponde con nuestra palabra de origen latino: *consonancia*[22].

Ya hemos visto cómo diferentes sistemas musicales del mundo pueden basarse en más o menos intervalos que presenten picos de consonancia (ver 1.3 *El concepto de consonancia musical hoy en día*). El sistema musical griego se basaba en los intervalos de octava, quinta y cuarta. Sus organizaciones tonales dividían la octava mediante cuartas y quintas, considerándose la cuarta, por tanto, el intervalo fijo más pequeño del sistema. La división de la cuarta podía producirse de muchas maneras diferentes, dando lugar a los distintos géneros de melodías. Estos intervalos menores no tenían el carácter de intervalos fijos, estructurales, del sistema. De hecho, hay infinidad de descripciones diferentes de ellos por parte de distintos autores griegos.

[22] De hecho, Boecio, el gran transmisor de los conocimientos clásicos sobre harmónica al mundo medieval, tradujo el término griego sumfwn…a por su acepción latina más literal: *consonantia*. Por ello, siempre utilizaré el término castellano *consonancia* para referirme a este concepto griego.

Sin embargo, es curioso constatar que el hecho más evidente, y que probablemente fue el que llevó a los primitivos investigadores sobre el tema a determinar las proporciones musicales tal y como se han transmitido, no es el que aparece normalmente relatado por los escritores de la Antigüedad. Lo más normal es pensar que fueron las longitudes de cuerdas (o en todo caso de tubos sonoros) las que llevaron a la formulación de la proporción 2/1 para la octava, 3/2 para la quinta y 4/3 para la cuarta. No obstante, los relatos no suelen referirse a este hecho sino a otros, que en algunos casos son erróneos.

En el siguiente fragmento se atribuye al pitagórico Hippasus[23] el descubrimiento de estas proporciones. Aunque el relato no se refiere a longitudes, sí parecen describirse correctamente las relaciones que se establecen:

> [La frase "Glaukou techne", el arte de Glauco] se dice de las cosas que no se consiguen fácilmente, o de las cosas que se hacen con mucho cuidado y arte. Ya que un tal Hippasus construyó cuatro discos de bronce cuyos diámetros eran iguales, pero el grosor del primer disco estaba en relación 4/3 con respecto al segundo, en relación 3/2 con respecto al tercero, y en relación 2/1 con respecto al cuarto; y cuando eran golpeados producían una consonancia [sumfwn...a]. Y se dice que cuando Glauco escuchó los sonidos producidos por los discos, fue el primero en ponerse a hacer música con ellos; y es por esta razón por la que la gente sigue hablando del "arte de Glauco", como es llamado[24].

[23] Hippasus de Metapontum fue un pitagórico, probablemente de la primera mitad del siglo V a. C. (BARKER, op. cit., 1.3, nota 5).

[24] Schol. to Plato Phaedo 108d4. En: DIELS/KRANZ, *Die Fragmente der Vorsokratiker*, Weidmannsche Verlagsbuchhandlung, Berlin, 1961, 18.12 (a partir de ahora abreviaré esta obra como DK); y BARKER, 1.3. Seguramente se refiere a Glauco de Regium, un teórico musical de finales del siglo V a. C. (BARKER, op. cit., 1.3, nota 7).

Efectivamente, si los diámetros son iguales, la frecuencia del sonido producido es inversamente proporcional al grosor. Esta descripción funciona. No obstante, en otra descripción hecha por Teón de Esmirna, se asocian las proporciones a otras magnitudes que en principio no se comportarían de esa manera:

> Algunos pensaron que era correcto derivar estas consonancias de pesos, otros de magnitudes, otros de movimientos y números, y otros de recipientes. Lasus de Hermione, como dicen, y los seguidores de Hippasus de Metapontum, un pitagórico, investigaron la rapidez y lentitud de los movimientos, a través de los cuales surgen las consonancias[25] [...] Pensando esto mismo [...] en números, construyó proporciones de este tipo en recipientes. Todos los recipientes eran iguales. Dejando uno vacío y llenando el otro hasta la mitad con líquido, produjo un sonido en cada uno y se produjo la consonancia de la octava. Entonces, dejando otra vez uno de los recipientes vacíos, echó en el otro una cuarta parte, y cuando los golpeó se produjo la consonancia de la cuarta, como se produjo la quinta cuando lo llenó con un tercio. El espacio vacío completo estaba en relación al otro como 2 a 1 en el caso de la octava, 3 a 2 en el caso de la quinta y 4 a 3 en el caso de la cuarta[26].

Si los recipientes son golpeados, como nos dice el texto, no se producirían esos intervalos. Ahora, si los recipientes son tubos cilíndricos y se sopla por su abertura como si se tratase de flautas, sí obtendríamos este resultado. De todas maneras, la magnitud determinante sería la longitud del tubo, no el espacio, como dice el texto.

Pero la narración más veces repetida sobre el descubrimiento de las proporciones musicales –que se atribuye directamente a Pitágoras– y que se transmitió a la Edad

---

[25] No hay evidencias claras de que los primitivos investigadores asociaran altura del sonido con velocidad de movimiento. La primera teoría de este tipo es la de Arquitas, que veremos a continuación.

[26] Teón de Esmirna, 59.4-21. En: DK 18.13; y BARKER, op. cit., 1.4.

Media, es la que hace Nicómaco. Esta leyenda se conoce normalmente como "el mito de la fragua":

> Los intervalos de cuarta, quinta y aquél que se forma por la combinación de los dos, conocido como octava, y del tono que se encuentra entre los dos tetracordios, fueron asociados con su cantidad numérica por Pitágoras. El método que adoptó fue el siguiente. Estaba sumido un día en intenso pensamiento y razonamiento, para ver si podía idear un instrumento de ayuda al oído que fuese coherente y no llevase a error, de la misma manera que la vista está asistida por el compás, la regla y la dioptra, y el tacto por la balanza. Y mientras por una casualidad de los cielos pasaba junto a una fragua, oyó cómo los martillos que golpeaban el hierro en el yunque producían sonidos plenamente consonantes entre sí, excepto por un par. Y reconoció en ellos la consonancia [sunwidia] de la octava y las de la quinta y la cuarta. Se dio cuenta de que lo que se encontraba entre la cuarta y la quinta era en sí mismo disonante, pero era esencial para completar al mayor de estos intervalos. Entusiasmado por la manera en que su proyecto, con la ayuda de dios, se había resuelto, corrió hacia la fragua y mediante una gran variedad de experimentos descubrió que lo que estaba en relación directa con la diferencia en el sonido era el peso de los martillos, no la fuerza del herrero o las formas de los martillos o la aleación del hierro que estaba siendo golpeado. Los pesó precisamente y tomó para su propio uso trozos de metal con un peso exactamente igual al de los martillos. Entonces fijó una barra de punta a punta bajo su tejado, de tal manera que no pudiese surgir ninguna variación de las peculiaridades de barras diferentes. Después colgó de ella cuatro cuerdas, todas del mismo material y consistentes en el mismo número de hilos, y todas del mismo grosor y retorcidas de la misma manera. Entonces colgó un peso de la parte baja de cada cuerda. Y asegurándose de que las longitudes de todas las cuerdas fuesen absolutamente iguales, pulsó dos cuerdas a la vez por turnos y encontró las consonancias antes mencionadas, una consonancia diferente en cada par de cuerdas. Se dio cuenta de que la cuerda en tensión por el mayor peso sonaba a distancia de octava en relación con la que estaba en tensión por el menor peso. La primera tenía doce unidades de peso, la última, seis. Así probó que la octava se encuentra en la proporción doble, como indicaban los pesos. Encontró que el mayor sonaba a distancia de quinta del segundo menor (que tenía ocho unidades de peso), y concluyó que la quinta se encuentra en la proporción hemiólica [3/2], la proporción en que los

pesos estaban entre sí. El mayor sonaba en relación al segundo mayor, que era de nueve unidades, con un intervalo de cuarta, en conformidad con la relación entre los pesos. Y se dio cuenta de que esta proporción era epitrítica [4/3], y que esta misma cuerda estaba en proporción hemiólica con respecto a la más pequeña (ya que se trata de la proporción 9/6). Y de la misma manera el segundo menor, que tenía ocho unidades, formaba la proporción epitrítica con el de seis unidades, y la proporción hemiólica con el de doce unidades. Y entonces estableció que lo que está entre la cuarta y la quinta, es decir, aquello por lo que la quinta excede a la cuarta, está en proporción epogdoica, aquella en la que nueve unidades se comparan a ocho. También comprobó que la octava se puede construir de dos maneras; bien como la conjunción de quinta y cuarta, ya que la proporción doble consiste en la conjunción de la hemiólica y la epitrítica –como en los números 12, 8, 6– o de la otra manera, como conjunción de la cuarta y la quinta, ya que la proporción doble consiste en la conjunción de la epitrítica y la hemiólica –como en los números 12, 9, 6, que están ordenados de esa manera[27]. Entonces, habiendo trabajado con los pesos hasta que la mano y el oído estaban de acuerdo, y habiendo establecido con su ayuda las proporciones adecuadas, traspasó cuidadosamente el punto de unión común de las cuerdas, donde estaban todas juntas suspendidas desde la barra, a un palo unido a su instrumento, un palo que llamó *chordotonon*, y traspasó las cantidades de tensión, en las mismas proporciones que eran producidas por los pesos, a un grado proporcional de giro en los *kollaboi* del extremo superior[28]. Utilizando esto como base y como si fuera un indicador fiable, procedió a ampliar sus investigaciones a varios tipos de instrumentos, incluidos vasijas golpeadas, *auloi*, *syringes*,

[27] La proporción (o razón) epogdoica es 9/8, la proporción del tono que surge como diferencia entre la quinta y la cuarta. La proporción epitrítica es 4/3, la hemiólica es 3/2 y la doble es 2/1. Los números más pequeños en que se encuentran expresadas todas estas proporciones son: 6, 8, 9, 12.

[28] En las liras e instrumentos semejantes el *chordotonon* estaba en la parte baja de la caja de resonancia. Los *kollaboi* o *kollopes* eran clavijas en las que se enroscaban las cuerdas y con las que se podía ajustar la tensión, y estaban colocadas en la barra transversal del instrumento. (BARKER, op. cit., p. 258, nota 51).

monocordios, *trigona* y otros, y encontró que la concepción a la que había llegado a través del número era concordante e inmutable en todos ellos[29].

Evidentemente, la versión que relata Nicómaco no puede ser verdadera. De entrada, no es cierto que la relación entre las alturas del sonido se corresponda con la relación entre los pesos de los martillos que golpean el hierro. Además, las relaciones que se establecerían entre los pesos que producen las tensiones de las cuerdas no serían precisamente 2/1, 3/2, 4/3 y 9/8, sino sus cuadrados: $\frac{2^2}{1^2}, \frac{3^2}{2^2}, \frac{4^2}{3^2}, \frac{9^2}{8^2}$. Por lo tanto, esta leyenda tiene que ser obligatoriamente espuria. Las proporciones de las que habla el texto sí se darían, como ya hemos dicho, si lo que se comparase fuesen las longitudes de cuerdas cuyas otras características (tensión incluida) fuesen iguales; o si se comparasen las longitudes de tubos sonoros cuyas otras características también fuesen iguales.

2.2.2 La metafísica de la consonancia: harmonía de las esferas y *tetraktys* de la década

Si las relaciones *bellas* entre sonidos son cuantificables de una forma tan sencilla, es lógico pensar que todo el Universo, y nuestro propio ser, se rijan también por esas mismas proporciones sencillas. De esta manera, cuando nosotros percibimos esas proporciones divinas en el arte musical, las reconocemos como propias y encontramos belleza en ellas. Esta idea, que ha sido llamada “harmonía de las esferas”,

[29] NICÓMACO, *Enchiridion*, cap. 6, en: BARKER, op. cit., 10, p. 256-258. La misma historia es narrada en BOECIO, *De institutione musica libri quinque*, lib. I, cap. 10-11, (ed. Godofredus Friedlein, B. G. Teubner, Leipzig, 1867).

es la primera explicación metafísica que desarrolla la humanidad para dar cuenta del fenómeno de la consonancia musical.

En realidad, el término "harmonía de las esferas" es anacrónico al aplicarlo a la metafísica pitagórico-platónica. Este término procede de una concepción del universo como una serie de esferas concéntricas (alrededor de la Tierra) donde estarían situados los diferentes planetas y estrellas. Al girar, estas esferas concéntricas rozarían con el medio y producirían sonidos musicales. La concepción cosmológica de esferas concéntricas aparece por primera vez con Eudoxo y es la que seguirá Aristóteles[30], pero era totalmente desconocida para la escuela pitagórica. Lo más probable es que la asociación del término "harmonía de las esferas" con el pitagorismo provenga del neopitagorismo helenístico, pero no del pitagorismo primitivo ni del platonismo. Aún así lo utilizaremos, con la reserva que hemos señalado, para hablar de la metafísica de la consonancia en la escuela pitagórica y Platón, dada la gran aceptación que ha tenido por parte de los estudiosos modernos.

¿Por qué ciertas combinaciones sonoras, las que se conocen como consonancias [sumfon...a], resultan agradables o bellas y otras no? Porque los sonidos que las integran se encuentran en una de las proporciones divinas con que está construido todo el Universo.

Las proporciones musicales, ya hemos dicho, son fácilmente cuantificables. La música griega se basaba en los intervalos de la serie de harmónicos de octava, quinta y cuarta, y por lo tanto, son éstos los intervalos que se cuantifican: octava (2/1), quinta (3/2), cuarta (4/3). Los cuatro números de los que surgen estas proporciones, 1, 2, 3, 4,

[30] Ver BURKERT, op. cit., cap. 4, 350-367, dedicado a la harmonía de las esferas y la inmortalidad astral.

adquieren un componente metafísico: son los números con los que están construidas las consonancias, y por ende son los números con los que está construido el Universo.

Es muy probable que la primera matematización de un hecho físico fuese el cómputo temporal, relacionado con el movimiento aparente de los astros en el cielo. Así, un día era el tiempo que tardaba el Sol en dar una vuelta completa a la Tierra. El tiempo que tardaba la luna en volver a adoptar la misma forma correspondía a 28 días. El tiempo que tardaba el Sol en volver a aparecer por el mismo punto del horizonte era un año. Y así sucesivamente. Las relaciones que existían entre los movimientos de los planetas ya eran algo mucho más complicado de cuantificar. Sin embargo, la cuantificación de aquellos intervalos musicales que presentaban una característica especial, la *biensonancia*, era algo muy sencillo. A partir de aquí los pitagóricos no hicieron más que extrapolar y considerar que las proporciones que regían las consonancias musicales debían ser las mismas que rigiesen los movimientos de los cielos y todos los demás aspectos de la naturaleza.

Esta idea la podemos ver claramente expresada en el siguiente párrafo:

> Los pitagóricos [...] tienen la costumbre de decir que "Todas las cosas se parecen al número", y de jurar por esta frase hecha: "No, por aquél que nos dio la *tetraktys*, que contiene la fuente y raíz de la naturaleza infinita." Por "aquél que nos dio" se refieren a Pitágoras (ya que lo deificaron); y por *tetraktys* se refieren a un número, que estando constituido por los cuatro primeros números, constituye el más perfecto número, como es el diez: ya que uno, más dos, más tres, más cuatro, constituyen diez. Este número es la primera *tetraktys*, y es descrito como la "fuente de la naturaleza infinita" en el sentido de que todo el universo está organizado según la base de estos números mediante la harmonía [¡rmon...a]; y la harmonía es un sistema de tres consonancias, la cuarta, la quinta y la octava; y las proporciones de estas tres consonancias se encuentran en los cuatro números mencionados anteriormente, en uno, dos, tres y cuatro[31].

[31] Sextus Empiricus, *Adv. Math.* vii.94-5. En: BARKER, op. cit., 1.2.

Como vemos claramente, en este párrafo el término griego harmonía [¡rmon...a] es utilizado desde un punto de vista metafísico, como orden subyacente en toda la naturaleza a través de los números de la *tetraktys*. Pero al mismo tiempo tiene un significado plenamente musical. La harmonía es el sistema musical básico, la octava compuesta de cuarta más quinta.

Otro fenómeno que contribuyó a la divinización de los números de la *tetraktys* es el hecho de que, además de octava, quinta y cuarta, el resto de intervalos definidos por las relaciones entre estos números también son consonantes, también tienen unas características sonoras especiales. Estos dos intervalos suplementarios son el definido por la proporción 3/1, que es una octava más quinta, y el definido por la proporción 4/1, que es una doble octava (la proporción 4/2 es igual a 2/1). Este descubrimiento hizo que los pitagóricos considerasen que estos cuatro números, que presentaban unas propiedades especiales evidentes con respecto a la acústica, tenían de algún modo un halo de divinidad. Era evidente que el fenómeno de la consonancia musical se podía contabilizar numéricamente, y además de manera muy sencilla. Entonces, era lógico pensar que todo el universo estaba también organizado de esa misma manera matemáticamente sencilla.

Esta misma idea de organización del universo según el sistema musical griego la podemos encontrar en muchos otros textos atribuidos a los pitagóricos. Así, por ejemplo, en el texto que citaremos a continuación, atribuido a Filolao[32], aparece una descripción aún más precisa de las proporciones musicales presentes en la organización de todo lo existente.

---

[32] Filolao fue un pitagórico de la segunda mitad del siglo V a. C. Fue el primer miembro de la escuela en transmitir las enseñanzas pitagóricas en escritos, que parecen haber influenciado el pensamiento de Platón. Ver BURKERT, op. cit.

Filolao primero explica cómo el Universo existe por la acción de dos principios fundamentales: lo limitante (lo que limita) y lo ilimitado. Estos dos principios, básicos en la metafísica pitagórica, también aparecerán, algo modificados, en la cosmogonía platónica (*Timeo*) –como veremos posteriormente– e incluso subyacen en el pensamiento aristotélico. De una manera muy simplificada, lo ilimitado se puede entender como la materia sin forma, mientras que lo limitante es aquello que da forma y limita al ser ilimitado. Una vez planteado esto, Filolao pasa a explicar cómo se organizan entre sí estos dos principios básicos:

> Y como existían estos principios, que no eran ni similares ni de la misma clase, habría sido imposible que se hubiesen organizado entre sí, si la harmonía [¡rmon...a] no hubiese actuado sobre ellos, en la forma que fuese. Las cosas que eran iguales y de la misma clase no necesitaban de la harmonía; pero las cosas que eran diferentes y no de la misma clase ni de la misma función, dichas cosas era necesario que fuesen unidas mediante la harmonía, si es que iban a estar unidas formando un cosmos.
>
> La magnitud de la harmonía [¡rmon...a] es la cuarta y la quinta. La quinta supera a la cuarta en la razón epogdoica. De *hypate* a *mese* hay un cuarta, de *mese* a *neate* hay una quinta, de *neate* a *trite* hay una cuarta, y de *trite* a *hypate* hay una quinta. El intervalo entre *trite* y *mese* es epogdoico, la cuarta es epitrítica, la quinta es hemiólica, y la octava es doble. Así la harmonía consiste en cinco epogdoicos y dos diesis; la quinta es tres epogdoicos y una diesis, y la cuarta es dos epogdoicos y una diesis[33].

---

[33]DK, 44 B6. BARKER, op. cit., 1.12. GUTHRIE, *The Pythagorean Sourcebook*, op. cit., 168. El segundo párrafo aparece también en NICÓMACO, *Enchiridion*, cap. 9. Filolao llama *diesis* al intervalo que surge como diferencia entre una cuarta y dos tonos 9/8: $\frac{4}{3}:\left(\frac{9}{8}\right)^2=\frac{256}{243}$. Este intervalo será llamado *leimma* (resto) y semitono menor por otros teóricos griegos. La palabra *diesis* también será utilizada (por Aristoxeno, por ejemplo) con el significado de intervalo más pequeño de un sistema musical. En el género diatónico ese intervalo es el semitono menor del que estamos hablando, pero en los

La octava descrita en este fragmento por Filolao es el sistema heptatónico de octava del que hablamos anteriormente:

hypate -(cuarta 4/3)- *mese* -(tono 9/8)- *trite* -(cuarta 4/3)- *neate*

Pero parece ser que el pensamiento pitagórico no sólo admitía la existencia de esa organización del universo según las proporciones musicales, sino que incluso consideraba que el movimiento de los cuerpos celestes producía realmente sonidos musicales según esas proporciones. Es decir, los pitagóricos creían que los cielos, organizados según las proporciones de las consonancias musicales, producían consonancias sonoras.

Así lo narra Aristóteles en *De coelo*, 1.6. quien considera que en absoluto pueden sonar los cielos:

> A partir de lo expuesto, está claro que la tesis de que aparece una harmonía cuando las estrellas se mueven, basada en la idea de que surgen sonidos consonantes, aunque es elegante y sorprendentemente expuesta por los que la enuncian, no es verdad.

Burkert considera que la idea de un cosmos ordenado según un patrón musical no es estrictamente pitagórica; tendría su origen en muchas culturas primitivas, entre otras la Babilónica, de donde se exportó a la Grecia Antigua. De hecho, no se puede hablar de ninguna estructura musical concreta que la primitiva escuela pitagórica asociara al orden del cosmos. Los neopitagóricos de épocas posteriores (como Nicómaco o Ptolomeo) siempre hablan de sistemas cosmológicos geocéntricos; pero el

---

géneros cromático y enharmónico el intervalo más pequeño puede variar, como ya veremos. *Neate* es una variante del término más común *nete*.

sistema más antiguo que se puede asociar a un pitagórico es el de Filolao, y no es precisamente geocéntrico[34].

Pero si todo el cosmos se organizaba mediante la harmonía según las proporciones de la *tetraktys*, nuestra propia alma también debía hacerlo. Aristóteles nos da una idea de cómo para los pitagóricos el alma humana es harmonía, o está compuesta según la harmonía:

> En torno al alma se nos ha transmitido aún otra opinión [...] Los hay, en efecto, que dicen que el alma es una harmonía [¡rmon…a] puesto que –añaden– la harmonía es mezcla y combinación de contrarios y el cuerpo resulta de la combinación de contrarios[35].

> Por todo esto muchos sabios dijeron que el alma era harmonía, y otros que tenía en sí cierta harmonía[36].

2.2.4 La ciencia harmónica y la física del sonido

La ciencia harmónica (¡rmonikh) se encuadraba dentro de las cuatro disciplinas matemáticas [maqhmata], científicas si se quiere, pitagóricas[37]. De estas cuatro disciplinas, había dos fundamentales que proporcionaban los procedimientos: la ciencia del número o aritmética (ariqmhtikh) y la ciencia de las formas o geometría; y las otras dos, que aplicaban estos procedimientos a fenómenos físicos concretos: la harmónica y

---

[34] A partir de ciertos fragmentos de Aristóteles y otros atribuidos a Filolao se considera que el sistema cosmológico de Filolao consistía en un fuego central, responsable del día y la noche, alrededor del cual giraban tanto la Tierra como el Sol, la luna y el resto de planetas. Ver: BURKERT, op. cit.

[35] Aristóteles, *De anima*, 407 b 27. En: DK, 44 A23.

[36] Aristóteles, *Política*, 1340 b 18. En: DK, 58 B41

[37] Que posteriormente se convertirían en el *cuadrivium* de Boecio.

la astronomía. La harmónica se servía de los procedimientos de la aritmética para estudiar el comportamiento del sonido, mientras que la astronomía utilizaba los procedimientos de la geometría para estudiar el comportamiento de los astros celestes.

Así nos lo narra Arquitas[38]:

> Aquellos que se ocupan de las ciencias [maqhmata] me parecen hombres de un excelente discernimiento, y, por tanto, no es de extrañar que tengan una concepción verdadera de la naturaleza de cada cosa individual. Ya que, habiendo alcanzado conclusiones correctas con respecto a la naturaleza del universo (del todo), tuvieron también la posibilidad de ver correctamente la naturaleza de las cosas particulares. Nos han transmitido un conocimiento claro de las velocidades de los cuerpos celestes y de sus salidas y puestas, de geometría, de los números, y por último, aunque no menos, de la música [mousikh]. Porque estas ciencias parecen ser hermanas, ya que se ocupan de las dos formas primarias de lo existente, las cuales son a su vez hermanas[39].

La ciencia harmónica (en este fragmento llamada *música*), por tanto, en su primitiva forma pitagórica era una disciplina del número. Debía estudiar,

---

[38] Arquitas de Tarento fue discípulo de Filolao y amigo de Platón. Se conservan fragmentos suyos principalmente sobre matemáticas y harmónica. Ver GUTHRIE, op. cit., 177.

[39] PORFIRIO, *Commentary on Ptolemy's Harmonics*, ed. I. Düring, Göteborg, 1932, 56.5-57.27. En: BARKER, op. cit., 1.19; y DK, 47 B1. Las dos formas primarias de lo que existe son, según Barker (p. 40, nota 44), lo audible y lo visible. Estos dos sentidos son considerados como las formas primarias de percepción de que dispone el hombre también por autores como Ptolomeo (*Harmónicos*). La visión es el principal sentido utilizado para el estudio de la astronomía, del mismo modo que la audición es el principal sentido utilizado para el estudio de la música (o harmónica). Según otros autores (ver GUTHRIE, op. cit.) las dos formas primarias de lo que existe son la cantidad (medida por la aritmética y presente también en la harmónica) y la magnitud (medida por la geometría y presente también en la astronomía). Esta otra idea es la que se desprende de Nicómaco, pero no creo que sea la que se debe interpretar en este fragmento.

numéricamente, los sonidos musicales. Pero en la Antigüedad las únicas propiedades del sonido susceptibles de ser medidas eran las magnitudes del cuerpo productor del sonido. Ya hemos hablado de que, muy posiblemente, la primera y más evidente magnitud medida fuese la longitud de cuerdas vibrantes o tubos sonoros, a pesar de que los mitos posteriores en torno al tema hablasen de otras magnitudes. Éste es el punto de partida empírico de la disciplina.

No obstante, pronto esas proporciones conseguidas empíricamente a partir de las longitudes de cuerda se asociarían al movimiento del objeto productor del sonido. Un observador de la época no era capaz de medir la frecuencia de vibración de una cuerda, pero sí podía darse cuenta de que una cuerda larga y gruesa, que producía un sonido grave, vibraba más lentamente que una cuerda corta y fina que producía un sonido agudo. A partir de aquí empezaron a asociarse esas proporciones de las consonancias musicales, que habían surgido de la medición de longitudes, a la rapidez del movimiento.

Así, en un plano más científico, la explicación numérica de las relaciones entre sonidos llevó a una especulación en física, a una investigación de las causas y la naturaleza del sonido como fenómeno físico. La primera teoría física sobre el sonido y la asociación de altura del sonido con rapidez de movimiento la encontramos en la continuación al texto de Arquitas expuesto anteriormente:

> Primero se dieron cuenta [los pitagóricos] de que no puede haber sonido si no ha habido antes un impacto entre objetos. Dijeron que un impacto ocurre cuando objetos en movimiento se encuentran y colisionan. [...] Muchos de estos sonidos no pueden ser percibidos por nuestra naturaleza, algunos debido a la debilidad del impacto, otros debido a la gran distancia que los separa de nosotros, y otros incluso por su excesivo tamaño. Ya que los sonidos grandes no entran

en nuestro oído, de la misma manera que no entra nada por el estrecho cuello de una vasija si uno vierte una gran cantidad de golpe.

Ahora, cuando algún sonido golpea nuestro órgano de percepción, aquellos que llegan rápida e intensamente desde los impactos se nos presentan como agudos, mientras que aquellos que llegan despacio y débilmente parecen ser graves. Entonces, si alguien mueve un palo débilmente y sin intención, producirá con el impacto un sonido grave, pero lo producirá agudo si lo mueve rápida y fuertemente. Podemos observar este hecho no sólo en el ejemplo expuesto, sino también cuando queremos decir algo fuerte y agudo, ya sea hablado o cantado, ya que para ello exhalamos aire violentamente[40].

Arquitas continúa poniendo más ejemplos que ilustran lo que acaba de exponer. Así por ejemplo, en los *auloi* (instrumento de viento de doble caña) si el tubo es más corto el aire saldrá más rápidamente, según Arquitas, y el sonido será más agudo.

Podemos observar que en este texto se nos presenta una teoría sobre la producción y transmisión del sonido. Para que haya sonido es necesario un impacto entre objetos. El movimiento producido por ese impacto se transmite de alguna manera (no nos dice cómo) por el aire y nos llega al oído. Si el impacto fue rápido y fuerte, el sonido llegará rápidamente y fuertemente a nuestro oído, y la sensación será de sonido agudo y fuerte. Si el impacto fue lento y débil, el sonido llegará lento y débil, y la sensación será de sonido grave y suave. Es evidente que Arquitas no distingue entre altura e intensidad del sonido. Para él un sonido que se transmite rápidamente y es más agudo, es necesariamente también más fuerte. Esta teoría, con todos sus problemas, tendrá mucha repercusión en la Antigüedad. Será seguida por casi todos los escritores posteriores sobre el tema, e irá sufriendo modificaciones que ya veremos.

[40] DK 47 B1. BARKER, op. cit., 1.19.

Por otro lado, la ciencia harmónica, como dependiente de los procedimientos de la aritmética, desarrolla también una investigación en torno a la proporción y proporcionalidad matemáticas:

La proporción (logos) es la relación que se establece entre dos cantidades comparables entre sí, y es la que se utiliza para definir los intervalos musicales, como ya hemos visto. La proporcionalidad (analog...a), sin embargo, es la relación que se establece entre tres cantidades comparables entre sí. En este punto tenemos que detenernos brevemente a comentar un problema de terminología. Estos conceptos son traducidos en muchas ocasiones como *razón* y *proporción*. Así Barker, en *Greek Musical Writings* (op. cit.), se refiere a ellos en inglés mediante los términos *ratio* y *proportion*. Lo mismo hace Heath en *A history of Greek mathematics*[41]. Sin embargo, los escritores latinos posteriores prefirieron conservar la misma raíz para los dos términos, tal y como ocurría en el original griego, y se decantaron por *proportio* y *proportionalitas* en latín (los escritos italianos del siglo XVI utilizan los términos *proportione* y *proportionalità*)[42]. Dado que nosotros utilizaremos a lo largo de nuestro estudio estas fuentes latinas e italianas, hemos preferido usar los términos castellanos *proporción* y *proporcionalidad*. En alguna ocasión podremos utilizar el término *razón* como sinónimo de *proporción* y de logos. Pero para el concepto de analog...a nunca usaremos el término *proporción*, sino siempre el de *proporcionalidad*.

En toda proporcionalidad hay un término medio, la media matemática [mesa]. De esta manera una primitiva proporción definida por dos términos se *divide* mediante un nuevo término intermedio, la media, que será una u otra dependiendo del tipo de

[41]HEATH, Thomas, *A history of Greek mathematics*, 2 vol., Dover Publications, New York, Inc., 1981.

[42] Ver 4.3 *Fogliano, Zarlino y Salinas*.

proporcionalidad que se utilice. Aplicado a la harmónica, esto quiere decir que un intervalo musical, definido por una proporción, se divide en dos intervalos musicales colocando una media matemática entre los dos términos iniciales de la proporción. Entonces, un intervalo musical se puede dividir de maneras diferentes dependiendo del tipo de media que se coloque.

La primitiva teoría griega de la proporcionalidad distinguía tres tipos de medias matemáticas, o lo que es lo mismo, tres tipos de proporcionalidades[43]. En el siguiente párrafo atribuido a Arquitas se describen esos tres tipos de medias matemáticas conocidas por entonces:

> Hay tres medias en música. Una es aritmética, la segunda geométrica, la tercera es subcontraria [*hypenantia*], a la cual llaman harmónica. Hay una media aritmética cuando tenemos tres términos, proporcionales en que uno es mayor que otro de la siguiente manera: el segundo excede al tercero en la misma cantidad en que el primero excede al segundo. Según esta proporcionalidad resulta que el intervalo entre los términos mayores es más pequeño, y aquél entre los términos menores es mayor. Hay una media geométrica cuando los términos son tales que así como el primero es al segundo, así es el segundo al tercero. Según esta proporcionalidad el intervalo entre los términos mayores es igual al intervalo entre los términos menores. Hay una media subcontraria, llamada harmónica, cuando los términos son tales que la parte del tercero por la que el término medio excede al tercero es igual a la parte del primero por la que el primero excede al segundo. En este tipo de proporcionalidad el intervalo entre los términos mayores es mayor, y el intervalo entre los términos menores es menor[44].

---

[43] Aunque en época de Nicómaco ya se hablaba de 10 medias matemáticas diferentes, las fundamentales para el estudio de la harmónica seguirían siendo las tres de las que hablamos ahora hasta principios del siglo XVII.

[44] PORFIRIO, *Commentary on Ptolemy's Harmonics*, op. cit., 93.6-17. En: BARKER, op. cit., 1.20; y DK, 47 B2.

Siguiendo el texto podemos establecer cómo son esos tres tipos de medias.

Media aritmética:

Tres números ($x > a > y$) en sucesión aritmética, responden a la forma:

$$a - y = x - a$$

Por lo tanto, la media aritmética entre dos números dados (x, y) es:

$$a = \frac{x + y}{2}$$

Media geométrica:

Tres números ($x > g > y$) en sucesión geométrica, responden a la forma:

$$\frac{x}{g} = \frac{g}{y}; g^2 = xy; g = \sqrt{xy}$$

Por lo tanto, la media geométrica es:

$$g = \sqrt{xy}\,.$$

Media harmónica:

Tres números ($x > h > y$) en sucesión harmónica responden a la forma:

$$\frac{h - y}{y} = \frac{x - h}{x}; y(x - h) = x(h - y); yx - yh = xh - xy; xh + yh = 2xy; h = \frac{2xy}{x + y}$$

Por lo tanto, la media harmónica es:

$$h = \frac{2xy}{x + y}\,.$$

La división de la octava en quinta y cuarta se puede conseguir tanto con la media aritmética como con la harmónica, pero un tipo de división coloca el intervalo mayor en los números mayores y el otro tipo de división coloca el intervalo mayor en los números menores:

- Con la media aritmética la octava queda dividida en los siguientes números: 4/3/2, formando una cuarta en los números mayores (4/3) y una quinta en los menores (3/2).

- Con la media harmónica la octava queda dividida en los siguientes números: 6/4/3, formando una quinta en los números mayores (6/4=3/2) y una cuarta en los menores (4/3)[45].

Como se ve, la media geométrica *g* será un número racional sólo en contadas ocasiones. La proporcionalidad geométrica es la que se da al dividir la doble octava en dos octavas: entre los números 4 y 1 que forman la proporción de la doble octava (4/1) se puede hallar la media geométrica 2, dividiendo la doble octava en dos octavas en los números 4/2/1.

Podemos observar que estas tres medias matemáticas son las relaciones matemáticas que se dan entre las proporciones de los intervalos consonantes de la *tetraktys*, y por eso se consideran propias de la música.

Por otro lado nos vamos a encontrar con una teoría pitagórica de las proporciones, que, como veremos a lo largo del trabajo, también se aplicará para el estudio de la harmónica. Las principales proporciones de la aritmética griega son:

- *múltiples*: del tipo $\frac{n}{1}$.

[45] En los números 12, 9, 8, 6 encontramos tanto la división aritmética como la harmónica de la octava. 12/9/6 es la división aritmética de la octava. 12/8/6 es la división harmónica de la octava. Y precisamente entre los números intermedios 9/8 se forma el tono, que no es más que la diferencia entre quinta y cuarta: $\frac{12}{8} \div \frac{12}{9} = \frac{9}{8}$. Estos cuatro números, que encontraremos posteriormente en los escritos neopitagóricos de Nicómaco (ver 2.2.1, *Descubrimiento de las proporciones musicales*), se convertirán, por esta razón, en una especie de segunda *tetraktys* musical.

- *epimóricas*: del tipo $\frac{n+1}{n}$.

- *epiméricas*: del tipo $\frac{n+m}{n}$.[46]

2.2.5 Los géneros en la escuela pitagórica

El diatónico de Filolao

El fragmento atribuido a Filolao que hemos citado anteriormente (p. 60) parece ser el primer testimonio de lo que después se ha llamado afinación pitagórica. Este autor menciona primero las dimensiones (proporciones) de los intervalos fácilmente medibles: octava, quinta, cuarta y tono.

Es fácil comprobar el origen de estos intervalos. La octava, la quinta y la cuarta son los tres primeros intervalos de la serie de armónicos y parece ser que son utilizados por todas las culturas musicales del mundo (ver 1.3 *El concepto de consonancia musical hoy en día*). Como ya hemos repetido muchas veces, el sistema musical griego se basa en estos tres intervalos consonantes, fundamentados en la física del sonido. Todos los demás intervalos constitutivos de sus sistemas musicales no son más que el relleno a la estructura que soportan estos tres pilares básicos.

El primer y fundamental intervalo diferencial es el que aparece entre la quinta y la cuarta, al completar mediante estos intervalos la estructura de la octava. Me refiero al tono de proporción 9/8. La importancia que dieron los primeros pitagóricos a la simplicidad matemática de estos intervalos, 2/1, 3/2, 4/3 y 9/8, –y que podemos comprobar en leyendas posteriores como el "mito de la fragua"– les llevó a utilizar el

[46] n y m son números naturales; y $m<n$.

tono 9/8 como unidad de medida. Para ello subdividieron la cuarta mediante ese tono, resultando así un género diatónico a base de dos tonos 9/8 y un resto [*leimma*] de proporción extraña (256/243).

Este procedimiento parece ser el sugerido por Filolao, quien describe las magnitudes de las consonancias no sólo mediante sus proporciones, sino también mediante esa unidad de medida en que se había convertido el tono 9/8. De esta manera el tetracordio grave de la escala de Filolao consistiría, de grave a agudo, en *leimma*-tono-tono. Esto es lo que se conoce como diatónico de Filolao. No obstante, ya veremos que Platón también lo desarrollará, y que fue recogido por Boecio como el diatónico pitagórico.

Es muy probable que en la práctica los músicos partieran de este tipo de afinación, que después modificarían para conseguir los intervalos que buscaban. Esta afinación se puede conseguir de manera sencilla a base de quintas sucesivas (o cuartas, como su inversión dentro de la octava). Este procedimiento, que podemos denominar método de consonancia, es descrito por varios teóricos como la forma más sencilla de afinar (Aristoxeno, *Elementos harmónicos*, 55.2, en: BARKER, op. cit., 7; y Euclides, *Sectio canonis*, prop. 17, en: BARKER, op. cit., 8). Pero tanto Aristoxeno como Euclides relatan cómo los músicos prácticos variaban después los sonidos así conseguidos para ajustarlos a su correcta afinación. Entonces, este tipo de afinación era el punto de partida de los músicos prácticos, pero no la verdaderamente utilizada.

Por otro lado, la música práctica no sólo consistía en el género diatónico. De hecho parece ser que en el siglo V a. C. –cuando Filolao desarrollaba sus teorías– el género diatónico no era precisamente el predominante en la práctica musical, tal y como lo narra Platón. Para dar una forma matemática a los géneros cromático y enharmónico, el tono 9/8 no parecía adecuarse especialmente bien. Más adelante veremos la solución propuesta por otro pitagórico, Arquitas, a este problema.

La supuesta simplicidad matemática de las proporciones consonantes captaron toda la atención de los teóricos, quienes se aferraron a esa sencillez para buscar modelos matemáticos que pudieran aplicarse a los sistemas de afinación que se estaban utilizando en la práctica. Pero ¿en qué consistía, explícitamente, la sencillez de las proporciones de las consonancias? Por un lado, todas ellas se encontraban en los números de la *tetraktys* de la década, como ya hemos comentado. Pero por otro lado, incluso más relevante si cabe que éste, todas las proporciones de los intervalos musicales fácilmente medibles, entre los que se contaban no sólo las consonancias sino también el tono 9/8, eran del tipo múltiple o epimórico. Es decir, todas ellas se correspondían con las formas $\frac{n}{1}$ (2/1, 3/1, 4/1) ó $\frac{n+1}{n}$ (3/2, 4/3, 9/8). Estos dos tipos de proporciones se convirtieron, por tanto, en el ideal de las proporciones musicales. Se buscaron sistemas matemáticos que se correspondiesen con estos tipos de proporciones y que pudiesen describir los géneros musicales.

El tema de las proporciones múltiples y epimóricas, el de la *tetraktys*, y el de las tres medias matemáticas aplicadas a la música de las que habla Arquitas, se convirtieron en máximas o constantes que aparecerán, de una u otra forma, como veremos, en todos los teóricos posteriores que se acercaron a la harmónica como ciencia dependiente de la aritmética[47].

[47] Hubo, por supuesto, otras corrientes de la teoría musical más empíricas y basadas en el hecho artístico. El máximo exponente de esta otra vertiente de la teoría musical griega es Aristoxeno, quien no habla en términos aritméticos de proporciones, sino en términos específicamente musicales (tono, semitono, cuarto de tono etc.). Aunque esta corriente –que llamaremos en general aristoxénica– es de gran interés para el estudio de la música griega desde un punto de vista más artístico y técnico musical

Los géneros de Arquitas

Ptolomeo (*Harmónicos*, 30.9-31.18.) describe varios tipos de géneros; entre ellos los propuestos por Arquitas. Este pitagórico contemporáneo de Platón busca una solución al tema de los géneros muy distinta a la sugerida por Filolao.

Veamos primero el fragmento en el que Ptolomeo describe los géneros de Arquitas[48]:

> Arquitas de Tarento (que fue, entre los pitagóricos, el mayor estudioso de la música) trató de mantener lo que sigue los principios de la razón [logos] no sólo en las consonancias sino también en las divisiones de los tetracordios, creyendo que una relación conmensurable entre los excesos es característica de la naturaleza de los intervalos melódicos[49]. Habiéndose planteado partir de este presupuesto, puede verse, sin embargo, que en varias ocasiones se queda corto; aunque en la

---

(sistemas musicales, tipos de escalas, práctica etc.), para nuestro estudio, centrado en la consonancia y las explicaciones que se buscaron a este fenómeno, es muy secundaria. Por ello no la incluiremos en el recorrido histórico que nos hemos propuesto.

[48] Para la traducción de este fragmento nos hemos basado principalmente en BARKER, op. cit., 1.21 y en la traducción en castellano de Demetrio Santos Santos (*Harmónicas*, Miguel Gómez Ediciones, Málaga, 1999). Ver 2.5.2 *Ptolomeo*.

[49] Los intervalos melódicos (*emmele* en griego, traducido por Boecio como *concinni*) para Ptolomeo son aquellos intervalos menores que las consonancias (por lo tanto menores que la cuarta) pero legítimos y utilizables en un sistema musical. Demetrio Santos (en su traducción al castellano de las *Harmónicas*) utiliza el término *concordancia* para este tipo de intervalos. A nosotros nos ha parecido mucho más apropiado el término *melódico* (siguiendo la literatura en inglés que hay sobre el tema, como por ejemplo Barker) ya que la palabra *concordancia* ha sido utilizada en general a lo largo de la historia con un significado mucho más próximo al de *consonancia*, llegando a ser estas dos palabras en muchas ocasiones sinónimas (ver 3. *La consonancia en la Edad Media*).

mayor parte de los casos lo sigue[50], se aparta de él en cuestiones que directamente se pueden captar auditivamente, como en seguida veremos en lo relativo a su división de los tetracordios.

Establece tres géneros, el enharmónico, el cromático y el diatónico; y hace la división de cada uno de ellos del siguiente modo. Hace la proporción final igual en los tres géneros, 28/27, la intermedia en el enharmónico, 36/35, y en el diatónico, 8/7; de tal manera que la primera proporción en el género enharmónico será 5/4 y en el diatónico 9/8. En el género cromático coloca la segunda nota desde el agudo tomando como referencia la nota que ocupa esa misma posición en el diatónico. Ya que dice que la segunda nota desde el agudo en el género cromático está en proporción 256/243 con respecto a la nota equivalente del género diatónico. Estos tetracordios, según las proporciones que hemos dado, se constituyen en los siguientes números mínimos.

Si fijamos la nota más aguda de cada tetracordio en 1512 y la más grave (en proporción 4/3 con ésta) en 2016, ésta última formará la proporción 28/27 con 1944, y ésta será la cantidad de la segunda nota desde el grave en los tres géneros. La segunda nota desde el agudo será 1890 en el género enharmónico, ya que ésta forma la proporción 36/35 con 1944 y la proporción 5/4 con 1512. La nota equivalente en el género diatónico será 1701, ya que ésta forma la proporción 8/7 con 1944 y la proporción 9/8 con 1512. La nota equivalente en el género cromático será 1792, ya que con 1701 forma la proporción 256/243. A continuación presentamos la tabla de estos números.[51]

[50] Lo que sigue Arquitas es el presupuesto de la razón, es decir, que todos los intervalos, incluidos los melódicos, presenten relaciones "conmensurables entre los excesos". Demetrio Santos se equivoca en su traducción al considerar que lo que Ptolomeo implica con esta frase es que Arquitas sigue a Aristoxeno.

[51] PTOLOMEO, *Harmónicos*, 30.9-31.18. En: DK, 47 A16; y BARKER, op. cit., 1.21.

Enharmónico		Cromático		diatónico	
1512		1512		1512	
	5/4		(32/27)		9/8
1890		1792		1701	
	36/35		(243/224)		8/7
1944		1944		1944	
	28/27		28/27		28/27
2016		2016		2016	

Según Ptolomeo, Arquitas intenta ajustarse a los presupuestos de la razón, pero en muchas ocasiones no lo consigue. Es más, para Ptolomeo, Arquitas incluso yerra al no seguir principios que son evidentes para la percepción. Una detallada crítica a los géneros de Arquitas, desde la razón y desde la percepción, la realiza Ptolomeo en el capítulo siguiente de su tratado. Pero ya hablaremos más adelante sobre los presupuestos que sigue Ptolomeo a la hora de construir un sistema harmónico (es decir, de afinación). De momento intentemos centrarnos en el pensamiento de Arquitas y, a través de lo que nos deja entrever Ptolomeo, reconstruir su forma de abordar este tema.

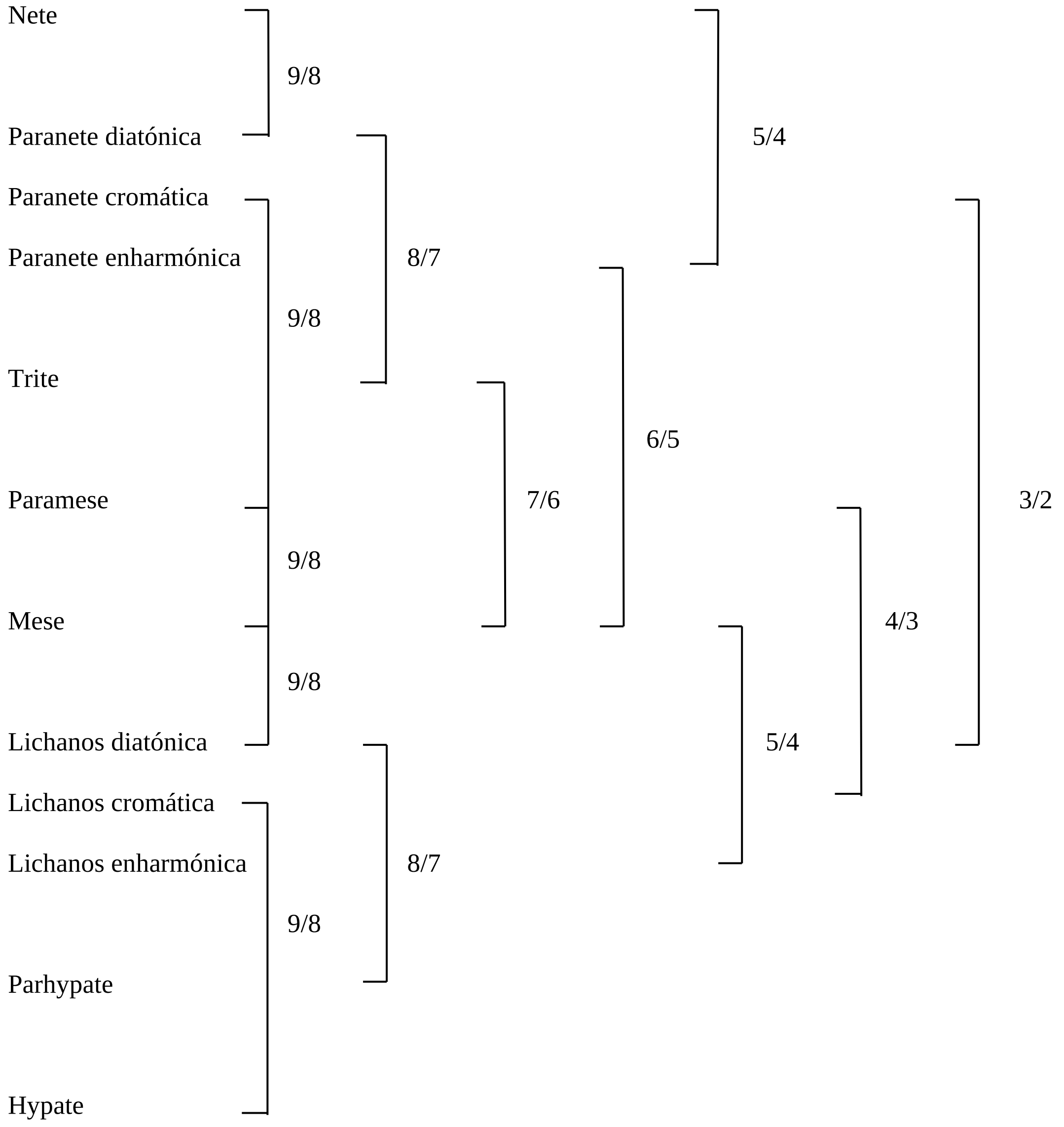
¿Cuál puede haber sido el presupuesto que se propone Arquitas, y que, según Ptolomeo, no sigue del todo? Ptolomeo nos da a entender que ese presupuesto es la utilización de proporciones epimóricas en cada intervalo entre notas consecutivas de la escala. En este sentido es como hay que entender la frase: “[...] trató de mantener lo que sigue los principios de la razón [logos] no sólo en las consonancias sino también en las divisiones de los tetracordios, creyendo que una relación conmensurable entre los excesos es característica de la naturaleza de los intervalos melódicos”. Una relación “conmensurable entre los excesos” sería entonces una relación del tipo de las que se corresponden con las consonancias musicales, es decir, epimórica o múltiple. Múltiple no puede darse entre notas consecutivas de la escala, porque la múltiple más pequeña es la octava; por lo tanto debe ser una relación epimórica. Y esta relación debe establecerse no sólo en las consonancias musicales (lo cual es de por sí evidente) sino también en intervalos melódicos (aquellos delimitados por notas consecutivas de la escala).

Como podemos ver claramente, Arquitas no sigue este principio en el género cromático, ya que las dos proporciones superiores de este género (32/27 y 243/224) no son epimóricas. Ésta es la principal crítica de Ptolomeo. Sin embargo, puede que la premisa de Arquitas de seguir los presupuestos de la razón deba ser entendida de una forma ligeramente diferente.

Barker[52] hace un excelente análisis de las divisiones tetracordales de Arquitas en el que pone de manifiesto toda una serie de proporciones epimóricas no evidentes a simple vista. Según este análisis todo el sistema de géneros de Arquitas se fundamenta sobre relaciones epimóricas entre números, además, pequeños; pero para poder observar estas relaciones necesitamos estudiarlas no sólo entre notas de un mismo tetracordio, sino en un sistema de octava con dos tetracordios disjuntos.

En el gráfico siguiente podemos ver las relaciones que se forman en un sistema de octava (dos tetracordios disjuntos):

[52] BARKER, op. cit., pp. 46-52.



Los géneros de Arquitas expuestos en un sistema de octava.

Por simplificación, en el diagrama no aparecen todas las relaciones sencillas. Evidentemente, todas las notas móviles se encuentran a distancia de quinta de su respectiva correspondiente en el otro tetracordio.

Para Barker, dentro de los presupuestos de Arquitas también entra la utilización de las medias matemáticas que este autor pitagórico describe. Según Boecio[53], Arquitas

[53] BOECIO, Ancius Manlius Severinus, *De institutione musica libri quinque*, ed. Godofredus Friedlein, B. G. Teubner, Leipzig, 1867, lib. III, cap. 2. También aparece la misma demostración en: *Sectio Canonis*, prop. 3.

es el primer teórico en probar que una proporción epimórica no puede ser dividida (numéricamente) con una media geométrica[54]. Por lo tanto, el patrón matemático a seguir es la división de los intervalos mediante las proporcionalidades aritmética y harmónica. Así, las proporciones 3/2 y 4/3 surgen al dividir aritmética y harmónicamente la octava (2/1). Las proporciones 5/4 y 6/5 surgen al dividir aritmética y harmónicamente la quinta (3/2). Y las proporciones 7/6 y 8/7 surgen al dividir aritmética y harmónicamente el intervalo de cuarta (4/3).

Por lo tanto, las afinaciones propuestas por Arquitas para los tres géneros son perfectamente justificables mediante sus propios principios matemáticos: utilización de proporciones epimóricas y utilización de las medias matemáticas. Sin embargo, no son sólo presupuestos matemáticos los que rigen las proporciones de Arquitas. De hecho son posibles otras muchas divisiones tetracordales que cumplirían perfectamente estos presupuestos (como la escala de Filolao, sobre la que trataremos más a fondo al hablar de Platón, y los diferentes géneros de Ptolomeo).

Lo más probable es que Arquitas estuviese buscando un sistema que pudiese aproximarse a lo que realmente hacían los músicos. Sus divisiones son producto de una búsqueda de reflejar, en un sistema matemáticamente "bello", los sistemas musicales que se estaban utilizando en la práctica.

Según Barker, son cuatro los puntos más relevantes de las divisiones tetracordales de Arquitas. Estas cuatro características nos pueden ayudar a comprender en profundidad su sistema:

1. La primera sería el hecho de que el intervalo inferior sea igual para los tres géneros. La gran mayoría de teóricos (Aristoxeno, Euclides o Ptolomeo) consideran que

---

[54] Esto significa que *g* (media geométrica) no es expresable en números enteros si *x*/*y* es del tipo (n+1)/n. $g = \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{(n+1) \cdot n}$

ese intervalo debe variar, siendo menor en el enharmónico, intermedio en el cromático y mayor en el diatónico. Ésta es también una de las críticas de Ptolomeo al sistema de Arquitas. Pero Winnington-Ingram[55] argumenta dos suposiciones importantes para aclarar este tema:

- Por un lado es muy probable que en la práctica anterior a la época de Aristoxeno (S. IV.) el intervalo inferior fuese igual para todos los géneros.

- Por otro lado supone que un intervalo comparable a nuestra actual tercera menor era importante estructuralmente en estos sistemas antiguos. Este intervalo estaría colocado debajo de las notas *trite* y *parhypate*. Es decir, aparecería entre las notas *trite* y *mese* –obsérvese que son notas de dos tetracordios diferentes– y entre la nota *parhypate* y una nota suplementaria –que se saldría de la octava– en el grave. La proporción 7/6 que propone Arquitas para ese intervalo *trite*-*mese* (ver diagrama) es una buena aproximación a una tercera menor. Como resultado, el intervalo entre *trite* y *paramese* responde a la proporción 28/27.

2. La segunda característica especial del sistema de Arquitas es la extrañeza de su género cromático. Éste presenta intervalos entre notas consecutivas no epimóricos, lo cual es un grave error según Ptolomeo, como ya vimos. Sin embargo, esta extrañeza desaparece para el intervalo superior si consideramos que Arquitas halla la nota *lichanos* cromática como una cuarta inferior a *paramese* (ver diagrama). Esa nota, entonces, se podía hallar por el sencillo método de consonancia (a base de quintas justas). Si además tenemos en cuenta que el intervalo inferior debía, por la razón que fuese, ser 28/27, la extrañeza del intervalo medio también desaparece.

[55] WINNINGTON-INGRAM, R. P., “Aristoxenus and the intervals of Greek music”, *Classical Quaterly* 26 (1932), 195-208.

3. En tercer lugar tenemos la característica del intervalo superior enharmónico. Para Arquitas es 5/4. Sin embargo Aristoxeno lo define como un ditono, que en términos pitagóricos equivale a la proporción 81/64. El ditono sí se puede hallar por el método de consonancia a base de quintas y cuartas justas, pero el intervalo de Arquitas no. La posible explicación a la utilización de este intervalo por parte de Arquitas puede encontrarse en un pasaje de Aristoxeno en el que este teórico narra cómo muchos músicos *dulcifican* este intervalo reduciendo su tamaño (*Elementos Harmónicos*, 23.10-22). El intervalo definido por la proporción 5/4 (lo que nosotros llamamos una tercera mayor justa) es auditivamente más agradable y suave que el ditono 81/64. Es probable, entonces, que los músicos prácticos utilizasen este intervalo para afinar, y que Arquitas también fuese consciente de ello.

4. Por último, es remarcable el hecho de que Arquitas no utilice el diatónico de la escala de Filolao, ya que este diatónico es la forma más evidente de dividir el tetracordio siguiendo los preceptos pitagóricos. No obstante, Arquitas sí lo conoce, porque a la hora de describir el género cromático lo hace mediante la proporción del *leimma* (256/243), intervalo diferencial, que surge en la escala de Filolao entre el ditono y la cuarta. Si para Arquitas el intervalo inferior debía ser uno determinado y el tono 9/8 también tenía que ser usado, el intervalo medio diatónico no podía ser otro más que 8/7. Pero aún así, la importancia del diatónico de Filolao en Arquitas es mucho mayor de lo que pueda parecer a simple vista. Según Barker, el diatónico pitagórico (de Filolao) era la base de la que partía Arquitas para después variarla en algunos puntos. Era el marco metafísico que debía ser modificado para acomodarse a la práctica real. Y, por supuesto, las modificaciones debían ser matemáticamente explicables. En palabras de Barker, el

sistema de Arquitas “is a triumphant fusion of attentive observation, methaphysical commitment and mathematical ingenuity”[56].

2.2.6 La teoría aritmética de la consonancia

Como hemos visto, a partir del descubrimiento de las proporciones de las consonancias, Arquitas llega a la convicción de que el resto de intervalos del sistema harmónico debe regirse por las mismas leyes matemáticas que las que rigen a las consonancias. De esta manera, igual que las consonancias se acomodan a proporciones múltiples (2/1, 3/1, 4/1) y epimóricas (3/2 y 4/3), este teórico intenta buscar proporciones epimóricas de números sencillos (5/4, 6/5, 7/6, 8/7 y 9/8) que proporcionen la afinación de las notas intermedias del sistema –las notas que sirven de relleno a la estructura fundamental de quintas y cuartas.

A partir de todo lo dicho podemos hablar de la aparición de una teoría aritmética de la consonancia: las consonancias musicales deben corresponder a proporciones múltiples y epimóricas. Pero esta teoría aritmética no es sólo explicativa del fenómeno de la consonancia, sino que también es utilizada de manera activa. Es expandida convirtiéndose en una ley musical que genera intervalos musicales.

Las consonancias son muy fácilmente estudiadas, medidas y comprendidas. Sin embargo, encontrar las proporciones del resto de intervalos musicales menores que la cuarta –teniendo en cuenta además la variedad tan grande de intervalos diferentes que existía en la música griega, reflejada en los géneros musicales– era algo mucho más difícil de hacer. Los teóricos, actuando como lo han hecho en todos los tiempos, extrapolaron las leyes encontradas en ciertos fenómenos para aplicarlas a la generalidad.

---

[56] BARKER, op. cit., p. 52.

De esta manera, el descubrimiento de que las proporciones consonantes eran todas del tipo múltiplo y superparticular, y de que se regían por las medias aritmética, geométrica y harmónica, les llevó a la convicción de que el resto de intervalos tenían que, de alguna manera, seguir esas mismas leyes matemáticas.

Todas las propuestas de división de los tetracordios, tanto el género diatónico de Filolao, como los géneros de Arquitas, como los géneros que veremos posteriormente de Ptolomeo, son el resultado de esa extrapolación.

2.3 PLATÓN

2.3.1 La harmónica platónica

La clasificación de las ciencias [*mathemata*] en Platón es heredera directa de la que ya hemos visto en Arquitas. Esta clasificación aparece en la *República*, donde se desarrolla todo un programa de enseñanza para los gobernantes de la sociedad ideal. En primer lugar aparece la música [*mousiké*] junto con la gimnasia como primer acercamiento, no científico, al conocimiento. La *mousiké* es aquí entendida como el arte de los sonidos y las palabras.

Un segundo estadio lo componen las disciplinas matemáticas (es decir, las ciencias) que son: aritmética, geometría plana, geometría espacial, harmónica y astronomía. Estas ciencias son las encargadas de conducir al filósofo al verdadero conocimiento, al conocimiento del ser. La disciplina que a nosotros nos interesa es claramente la harmónica perteneciente a las *mathemata*. Ésta es la que estudia los movimientos harmónicos percibidos por el oído, o dicho de otra manera, el sonido musical.

Aquí hay que puntualizar una confusión terminológica entre los términos *harmoniké* y *mousiké*. Muchos autores contemporáneos utilizan la misma palabra, música, para referirse a ambos conceptos, y esto nos puede llevar a un error[57]. Es muy

---

[57] Esto se puede ver en BURKERT (op. cit.) y otros muchos estudiosos, e incluso en las traducciones que se han hecho de la *República*, como por ejemplo la de Patricio de Azcárate (Espasa Calpe, Madrid, 1941, 1995).

importante distinguir entre la música [*mousiké*], el arte de los sonidos, íntimamente ligada también a la poesía; y la harmónica [*harmoniké*], la ciencia del sonido.

La harmónica, según Platón, debe investigar las causas últimas de la consonancia de los intervalos musicales. Para ello tiene que partir de un estudio matemático del sonido, pero no se puede quedar sólo en esa descripción matemática, sino que tiene que ir más allá, trascender y descubrir la verdadera razón de esas proporciones consonantes. Por lo tanto, Platón parte de un acercamiento matemático-pitagórico, descriptivo, para después trascender a un plano metafísico. En el siguiente fragmento de la *República* podemos observar esa crítica a la matemática pitagórica puramente descriptiva:

> [Habla Sócrates] "El movimiento," dije, "a mi parecer se presenta no sólo de una, sino de diversas formas. Un hombre sabio quizá podría nombrar todas estas formas, pero dos de ellas son obvias incluso para nosotros."
>
> [Contesta Glauco] "¿Qué formas son esas?"
>
> "Además de la que ya hemos discutido," dije, "está su contraparte."
>
> "¿Qué clase es ésa?"
>
> "Parece ser," dije, "que igual que los ojos se fijan en la astronomía, los oídos se fijan en el movimiento harmónico [*enharmonios*], y que estas dos ciencias son hermanas entre sí, como dicen los pitagóricos. Y nosotros, Glauco, estamos de acuerdo con ellos; ¿no?"
>
> "Sí, es como tú dices," contestó.
>
> "Entonces, como la tarea es complicada," dije, "debemos preguntarles qué es lo que piensan sobre estas cuestiones y sobre cualquier cosa relacionada con ellas. Nosotros por nuestra parte, además de investigar estas cosas, debemos salvaguardar nuestro objetivo."
>
> "Y, ¿cuál es ese?"
>
> "Que aquellos a los que queremos educar no deben aprender nada sin un propósito. Nada que no se encamine hacia el punto al que todo tiene que llegar, como estábamos diciendo hace un momento sobre la astronomía. ¿No te das cuenta de que en harmónica también hacen algo

bastante diferente a esto? Ellos miden las consonancias oídas y la relación entre las notas; y todo esto sin un propósito, igual que los astrónomos."

"Sí, por los dioses," dijo. "Su comportamiento es bastante ridículo, cuando llaman a las cosas *pyknomata* y agudizan sus oídos como escuchando detrás de la puerta. Algunos de ellos aseguran que pueden distinguir todavía un sonido intermedio y que ése es el intervalo más pequeño mediante el cual se debería medir, mientras que otros les contestan que las notas oídas son ya idénticas. Ambos ponen los oídos por delante de la razón.[58]"

"Estás hablando," dije, "de aquellas personas que torturan a las cuerdas para interrogarlas, enroscándolas en las clavijas. [...] Pero yo no me refiero a esta gente, sino a aquellos a los que hemos dicho hace un momento que les preguntaríamos sobre harmonía[59]. Hacen lo mismo que aquellos que se preocupan de la astronomía: buscan los números en las consonancias sonoras, pero no se cuestionan los verdaderos problemas: investigar qué números son consonantes y cuáles no, y por qué lo son."

"La tarea que mencionas es sobrehumana," dijo.

"Pero es útil," dije yo, "en la búsqueda de lo bello y lo bueno, mientras que si lo intentásemos de cualquier otra manera sería inútil."[60]

Sócrates (Platón) está hablando de la educación que deben recibir los gobernantes de la sociedad ideal. Su formación científica pasa por saber sobre aritmética, geometría plana, geometría sólida, astronomía y por último, harmónica. De ésta última, la harmónica, es de la que habla en este fragmento. La harmónica es la contrapartida de la astronomía porque cada una de ellas se ocupa del estudio de una clase de movimiento: el movimiento visual lo estudia la astronomía, el movimiento

[58] Glauco se está refiriendo a los empíricos precursores de Aristoxeno que buscan el intervalo audible más pequeño. *Pyknomata* son las cosas densas, comprimidas o espesas, y en lenguaje aristoxénico es el calificativo de los intervalos pequeños.

[59] Es decir, los pitagóricos.

[60] PLATÓN, *República*, 530c-531c. (BARKER, op. cit., 2.1).

sonoro, la harmónica. Pero Sócrates critica cómo han sido estudiadas estas ciencias hasta el momento por los pitagóricos. Glauco, en un principio, no ha entendido lo que Sócrates ha querido decir, y piensa que se refiere a los empíricos precursores de Aristoxeno. Sócrates en seguida le corrige y aclara que está hablando de los pitagóricos.

Los harmónicos empíricos (precursores de Aristoxeno) no tienen para Platón ningún interés, ya que basan sus investigaciones exclusivamente en su percepción. Éstos buscan el intervalo más pequeño que pueda servir como unidad de medida. Para ello utilizan cuerdas (probablemente de lyras o kitharas) que tensan o destensan utilizando las clavijas del instrumento.

Sin embargo, los pitagóricos matemáticos –seguramente Platón tenía en mente a su contemporáneo Arquitas– han tomado el buen camino, investigando desde la razón. Aún así se quedan demasiado en lo superficial. Para Platón es necesario trascender la simple descripción matemática e investigar las verdaderas causas de los fenómenos harmónicos, es decir, las verdaderas causas de la consonancia. No basta con saber el cómo, también es necesario conocer el porqué. Esta investigación –sobrehumana, como dice Glauco– sólo se puede llevar a cabo en el campo de la metafísica, y es la única que nos puede llevar a un conocimiento verdadero de las ideas de lo bello y lo bueno.

Esta compleja tarea que Platón se propone llevar a cabo parece comenzar a resolverla en la *República*, y tiene mucho que ver con el tema de la harmonía de las esferas.

2.3.2 La harmonía de las esferas

El tema de la harmonía de las esferas, entendido como la organización harmónico-musical del universo, es desarrollado enormemente por Platón. Aunque es una idea ya iniciada en la época presocrática (ver 2.2.2 *La metafísica de la consonancia*), en el pensamiento platónico es tratada de una manera más concreta y matemática.

Aparece primeramente, de una manera cualitativa –como mito– en la *República*. Posteriormente, en el *Timeo*, Platón retoma el tema abordándolo desde un punto de vista más matemático. No obstante, en ningún momento queda absolutamente clara la idea. En principio, Platón parece asociar los movimientos celestes a proporciones matemáticas y sonidos musicales, pero la asociación no es unívoca ni exacta.

En el mito de Er, Platón nos describe de una manera mítica y cualitativa el funcionamiento del cosmos. Er, un poco a la manera del Dante de la *Divina Comedia*, es invitado a conocer el recorrido de las almas que abandonan y vuelven a este mundo. Primero conoce los sufrimientos que se viven en el mundo subterráneo de los infiernos. Después sube a los cielos, desde donde puede contemplar el funcionamiento del cosmos:

> [...] Y en cuatro días de jornada llegaban a un punto desde el que se veía una luz que atravesaba el cielo y la tierra, recta como una columna y semejante al arco iris, pero más brillante y más pura[61]. A esta luz llegaron después de otro día de jornada. Allí vieron que las extremidades de las cadenas venían a parar del cielo al centro de esta luz, que les servía de lazo y que abrazaba toda la circunferencia del cielo, poco más o menos, como esas ligaduras que ciñen los costados de las trirremes y sostienen toda la armadura[62]. De estas extremidades está pendiente el huso de la Necesidad, el cual da impulso a todas las revoluciones celestes. El cuerpo del huso y el gancho eran de acero, y la tortera era un mezcla de ésta y otras materias. Esta tortera se parecía por la forma a las de este mundo. Mas para tener de ella una idea exacta, es preciso representársela

[61] Seguramente la Vía Láctea.

[62] Son las cadenas que sujetan unido todo el cosmos.

como una tortera hueca por dentro, en la que está engastada otra más pequeña, como las cajas que entran una en otra. En la segunda tortera había una tercera, en ésta una cuarta, y así sucesivamente hasta el número de ocho, dispuestas entre sí a manera de círculos concéntricos. Se veía por arriba el borde superior de cada una, y todas presentaban al exterior la superficie continua de una sola tortera alrededor del huso, cuyo tronco pasaba por el centro de la octava. Los bordes circulares de la tortera primera y exterior eran los más anchos, después los de la sexta, los de la cuarta, los de la octava, los de la séptima, los de la quinta, los de la tercera y los de la segunda iban disminuyendo en anchura en este mismo orden. El círculo formado por los bordes de la tortera más grande era estrellado. El de la séptima era de un color muy brillante. El de la octava tomaba de la séptima su color y brillo. El color de los círculos segundo y quinto era casi el mismo, y tiraba a amarillo. El tercero era el más blanco de todos. El cuarto era un poco encarnado. En fin, el sexto, era segundo en blancura. El huso entero rodaba sobre sí mismo con un movimiento uniforme, mientras que en el interior los siete círculos concéntricos se movían lentamente en una dirección contraria. El movimiento del octavo era el más rápido. Los del séptimo, el sexto y el quinto eran menores e iguales entre sí. El cuarto era al parecer el tercero en velocidad; el tercero era el cuarto, y el movimiento del segundo era el quinto. El huso mismo giraba entre las rodillas de la Necesidad. En cada uno de estos círculos había una sirena que giraba con él, haciendo oír una sola nota de su voz siempre con el mismo tono; de suerte que de estas ocho notas diferentes resultaba una única harmonía [¡rmon…a]. Alrededor del huso y a distancias iguales estaban sentadas en tronos las tres Parcas, hijas de la Necesidad: Láquesis, Cloto y Atropo, vestidas de blanco y ceñidas sus cabezas con cintillas. Acompañaban con su canto al de las sirenas; Láquesis cantaba lo pasado, Cloto lo presente y Atropo lo venidero. Cloto, tocando por intervalos el huso con la mano derecha, le obligaba a hacer la revolución exterior. Atropo, con la mano izquierda, imprimía el movimiento a cada uno de los círculos interiores. Y Láquesis, ora con una ora con otra mano, tocaba tan pronto el círculo exterior como los interiores[63].

[63] *República*, 616b-617d. La traducción al castellano es principalmente la de Patricio de Azcárate (Espasa Calpe), pero la hemos revisado en algún punto siguiendo la traducción inglesa de Barker (op. cit., 2.2).

Aunque narrada en forma de mito, la configuración del cosmos concebida en este texto refleja los conocimientos reales sobre el tema en época de Platón. Las órbitas de cada uno de los siete cuerpos celestes (cinco planetas, Sol y Luna) son los bordes de las siete torteras concéntricas, incluidas dentro de la tortera más grande de todas, la de las estrellas fijas.

El primer círculo (el más externo) es el de las estrellas fijas y todo él arrastra en su movimiento de este a oeste al resto de círculos concéntricos. Por lo tanto, los movimientos relativos de los círculos interiores no son los aparentes en sentido de este a oeste, sino que son los movimientos que se producen con respecto al círculo de las estrellas fijas. De esta manera, cada planeta tiene un movimiento contrario (de oeste a este) al de las estrellas fijas. Cada planeta va recorriendo, de oeste a este, el círculo de la eclíptica.

El orden implicado por Platón, desde la Tierra hasta las estrellas fijas, es: Luna, Sol, Venus, Mercurio, Marte, Júpiter, Saturno, estrellas fijas[64]. Platón nos describe el séptimo círculo como el más brillante (Sol). El octavo (Luna) toma su brillo del Sol. El cuarto (Marte) es rojizo, Saturno y Mercurio son amarillentos, mientras que Júpiter es el más blanco de todos y Venus es el segundo en blancura.

Platón también habla sobre las velocidades relativas de cada astro. El orden de velocidades, de mayor a menor, sería el siguiente: Luna, Sol-Mercurio-Venus, Marte, Júpiter, Saturno[65]. Es decir, los planetas con órbitas mayores tienen menor velocidad, en

[64] El orden de los planetas es el "correcto" excepto por el cruce Mercurio-Venus. Esta confusión, característica de más escritos de la época, se debe a que las velocidades angulares medias de ambos planetas eran las mismas, e iguales a la del sol. Los tres cuerpos recorrían en un año el círculo de la eclíptica.

[65] Según Burkert (op. cit.) los datos empíricos sobre los recorridos y velocidades angulares de los planetas eran conocidos en Babilonia, desde donde fueron importados a Grecia.

contra de lo que puede parecer más evidente. Esta asociación de velocidades menores con órbitas más alejadas se debe a que Platón considera las velocidades relativas angulares de los planetas contrarias al movimiento de las estrellas fijas, como ya hemos dicho, no las velocidades absolutas. Tres de los astros (Sol, Mercurio y Venus) tienen la misma velocidad relativa, por lo que sólo encontramos cinco velocidades diferentes.

Sobre cada círculo estaba colocada una sirena que emitía una nota musical, ocho en total, formando todas ellas una *harmonía*. Llegados a este punto nos podemos cuestionar cuáles eran las notas emitidas por esas sirenas. Barker se plantea si pueden ser las velocidades de los diferentes cuerpos celestes los que determinan las alturas del sonido (op. cit., p. 31 nota 9), pero parece muy poco probable, entre otras cosas porque Platón sólo habla de cinco velocidades diferentes, a parte de la de las estrellas fijas. En realidad, no parece asociar las alturas del sonido de las sirenas a ningún atributo físico de los astros.

Según este relato es fácil pensar que Platón se estaba refiriendo a cada una de las ocho notas de un sistema musical de octava; de hecho utiliza la palabra harmonía para hablar de estos sonidos, y ya hemos visto cómo este término podía hacer referencia al sistema de octava. Sin embargo, en la descripción del universo que aparece en el *Timeo*, los sonidos asociados al movimiento de los astros podrían ser otros.

El *Timeo* de Platón es un diálogo en el que se desarrolla una cosmogonía general. Como parte del discurso del *Timeo* Platón narra cómo fueron creados, en un principio, el cuerpo material del universo, después, el alma del universo, y por último, las almas y los cuerpos de los seres humanos que habitan el universo. La importancia pitagórica del número tiene una relevancia fundamental en Platón. Aunque, como bien señala Burkert, existe una diferencia esencial en el tratamiento del número por parte de la escuela pitagórica y de Platón.

El número pitagórico está íntimamente ligado al objeto, al mundo material; mientras que en Platón el número se sitúa en el mundo de las ideas, no material. No obstante, en todas las diferentes partes de la cosmogonía aparece una importante implicación numérica.

En 31b-32, Timeo narra cómo fue creado el cuerpo material del mundo por parte del demiurgo: lo visible, lo tangible, lo no real en el pensamiento platónico, el reflejo de la verdadera realidad inmutable. La teoría de las proporcionalidades de Arquitas se convierte en un referente fundamental en el pensamiento Platónico. Incluso al hablar de cuestiones en principio no matemáticas ni numéricas, como la creación por parte del demiurgo de la materia del universo, utiliza Platón la terminología de la teoría de las medias:

> Ciertamente, lo generado debe ser corpóreo, visible y tangible, pero nunca podría haber nada visible sin fuego, ni tangible, sin algo sólido, ni sólido, sin tierra. Por lo cual, el dios, cuando comenzó a construir el cuerpo de este mundo lo hizo a partir del fuego y de la tierra. Pero no es posible unir bien dos elementos aislados sin un tercero, ya que es necesario un vínculo en el medio que los una. El vínculo más bello es aquél que puede lograr que él mismo y los elementos por él vinculados alcancen el mayor grado posible de unidad. La proporcionalidad es la que por naturaleza realiza esto de la manera más perfecta. En efecto, cuando de tres números cualesquiera, sean enteros o cuadrados, el término medio es tal que la relación que tiene el primer extremo con él, la tiene él con el segundo, y, a la inversa, la que tiene el segundo extremo con el término medio, la tiene éste con el primero; entonces, puesto que el medio se ha convertido en principio y fin, y el principio y fin, en medio, sucederá necesariamente que así todos son lo mismo y, al convertirse en idénticos unos a otros, todos serán uno. Si el cuerpo del universo hubiera tenido que ser una superficie sin profundidad, habría bastado con una magnitud media que se uniera a sí misma con los extremos; pero en realidad, convenía que fuera sólido y

> los sólidos nunca son conectados por un término medio, sino siempre por dos. Así, el dios colocó agua y aire en el medio del fuego y la tierra y los puso, en la medida de lo posible, en la misma relación proporcional mutua –la relación que tenía el fuego con el aire, la tenía el aire con el agua y la que tenía el aire con el agua, la tenía el agua con la tierra –, pero después ató y compuso el universo visible y tangible. Por esta causa y a partir de tales elementos, en número de cuatro, se generó el cuerpo del mundo. Como concuerda por medio de la proporcionalidad, alcanzó la amistad, de manera que, después de esta unión, llegó a ser indisoluble para otro que no fuera el que lo había atado[66].

El alma del universo es creada antes que el cuerpo, y es la dueña de éste, aunque en su discurso Platón la trate más tarde. Ella es la que gobierna, mientras que el cuerpo es el gobernado. Para la construcción del alma del universo, el demiurgo tomó el ser indivisible e inmutable y el divisible, y a partir de la mezcla de los dos creó un nuevo ser intermedio. Tomó después estos tres componentes e hizo una mezcla homogénea, que fue dividiendo en partes según un patrón numérico. La descripción del alma del universo se corresponde, en líneas general, con la que aparece en el mito de Er:

> [...] el demiurgo hizo al alma primera en origen y en virtud y más antigua que el cuerpo. La creó dueña y gobernante del gobernado a partir de los siguientes elementos y como se expone a continuación. En medio del ser indivisible, eterno e inmutable y del divisible que deviene en los cuerpos mezcló una tercera clase de ser, hecha de los otros dos. En lo que concierne a las naturalezas de lo mismo y de lo otro, también compuso de la misma manera una tercera clase de naturaleza entre lo indivisible y lo divisible en los cuerpos de una y otra. A continuación, tomó los tres elementos resultantes y los mezcló a todos en una forma: para ajustar la naturaleza de lo otro, difícil de mezclar, a la de lo mismo, utilizó la violencia y las mezcló con el ser. Después de

---

[66] *Timeo*, 34c-36d. Traducción de Mª Ángeles Durán y Francisco Lisi (Gredos, 1992) revisada por la autora. En este texto Platón parece dar a entender que la unión entre los diferentes elementos naturales se produce mediante la proporcionalidad geométrica.

unir los tres componentes, dividió el conjunto resultante en tantas partes como era conveniente, cada una mezclada de lo mismo y de lo otro y del ser. Comenzó a dividir así: primero, extrajo una parte del todo; a continuación, sacó una porción el doble de ésta; posteriormente tomó la tercera porción, que era una vez y media la segunda y tres veces la tercera; y la cuarta, el doble de la segunda, y la quinta, el triple de la tercera, y la sexta, ocho veces la primera, y, finalmente, la séptima, veintisiete veces la primera. Después, llenó los intervalos dobles y triples, cortando aún porciones de la mezcla originaria y colocándolas entre los trozos ya cortados, de modo que en cada intervalo hubiera dos medias, una que supera y es superada por los extremos en la misma fracción, otra que supera y es superada por una cantidad numéricamente igual. Después de que entre los primeros intervalos se originaran de estas conexiones los de tres medios, de cuatro tercios y de nueve octavos, llenó todos los de cuatro tercios con dos de nueve octavos y dejó un resto en cada uno de ellos cuyos términos tenían una relación numérica de doscientos cincuenta y seis a doscientos cuarenta y tres. De esta manera consumió completamente la mezcla de la que había cortado todo esto. A continuación, partió a lo largo todo el compuesto, y unió las dos mitades resultantes por el centro, formando una X. Después, dobló a cada mitad en círculo, hasta unir sus respectivos extremos en la cara opuesta al punto de unión de ambas partes entre sí y les imprimió un movimiento de rotación uniforme. Colocó un círculo en el interior y otro en el exterior y proclamó que el movimiento exterior correspondía a la naturaleza de lo mismo y el interior a la de lo otro. Mientras a la revolución de lo mismo le imprimió un movimiento giratorio lateral hacia la derecha, a la de lo otro la hizo girar en diagonal hacia la izquierda y dio el predominio a la revolución de lo mismo y semejante; pues la dejó única e indivisa, en tanto que cortó la interior en seis partes e hizo siete círculos desiguales. Las revoluciones resultantes estaban a intervalos dobles o triples entre sí y había tres intervalos de cada clase. El demiurgo ordenó que los círculos marcharan de manera contraria unos a otros, tres con una velocidad semejante, los otros cuatro de manera diferente entre sí y con los otros tres, aunque manteniendo una proporción[67].

[67] *Timeo*, 34b-36d. Traducción de Mª Ángeles Durán y Francisco Lisi (Gredos, 1992), revisada por la autora.

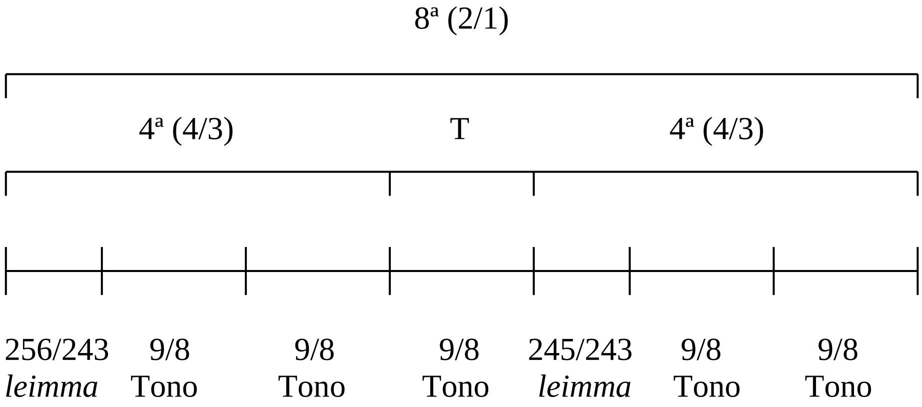
Las partes en que el demiurgo divide la mezcla forman, en principio, dos series geométricas: una de razón dos (1, 2, 4, 8) y otra de razón tres (1, 3, 9, 27). Cada uno de los intervalos dobles y triples que resultan de estas dos series es a su vez dividido con las dos medias matemáticas de las que habla Platón, una harmónica (*una que supera y es superada por los extremos en la misma fracción*) y la otra aritmética (*otra que supera y es superada por una cantidad numéricamente igual*). De esta manera, el intervalo 1, 2 (que es doble) es dividido mediante 4/3 (media harmónica) y 3/2 (media aritmética). El intervalo 1, 3 (que es triple) es dividido mediante los números 3/2 (media harmónica) y 2 (media aritmética). Realizando este procedimiento para la serie completa de intervalos dobles, obtenemos los números: 1, 4/3, 3/2, 2, 8/3, 3, 4, 16/3, 6, 8. El mismo procedimiento en la serie de intervalos triples nos da: 1, 3/2, 2, 3, 9/2, 6, 9, 27/2, 18, 27. Por lo tanto, la serie total resultante (eliminando los números repetidos y exponiéndola en números enteros) sería: 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, 32, 36, 48, 54, 81, 108, 162.

Platón no menciona en ningún momento del *Timeo* que los astros al girar produzcan ningún sonido real, pero las series numéricas que propone tienen un claro origen musical. En términos de intervalos musicales la serie expuesta anteriormente se correspondería con:

Serie de números	Proporciones	Intervalos musicales		
6				
	4/3	4ª		
8				
	9/8	T		8ª
9				
	4/3	4ª		
12				
	4/3	4ª		
16				
	9/8	T		8ª
18				
	4/3	4ª		
24				
	9/8	T		
27			4ª	
	32/27	T+*leimma*		
32				8ª
	9/8	T		
36				
	4/3	4ª		
48				
	9/8	T		
54				5ª+T
	3/2	5ª		
81				
	4/3	4ª		
108				8ª
	3/2	5ª		
162				

Es decir, se trata de tres octavas divididas en dos tetracordios disjuntos –el sistema de octava básico en la música griega, como ya hemos visto– y una octava más sexta que aparece con una división un poco extraña.

A partir de aquí, Platón narra cómo cada intervalo de cuarta (4/3) es a su vez subdividido mediante el intervalo de tono (9/8). De esta división de la cuarta surgen dos tonos 9/8 y un resto (*leimma*) de proporción 256/243. Todo el sistema numérico final sería un género diatónico según el diatónico pitagórico de Filolao. Por esta razón, en muchas ocasiones el diatónico de Filolao ha sido llamado también escala del *Timeo*:



Si volvemos a la primera división que realiza el demiurgo de esa mezcla originaria, tenemos los números 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27. Son siete números, como siete son los cuerpos celestes a parte de las estrellas fijas (es decir, Sol, Luna y cinco planetas). Estos siete cuerpos son los que dividen el círculo interior, el de *lo otro*. El círculo exterior, el de *lo mismo*, es el de las estrellas fijas y es el que arrastra con su movimiento predominante a los círculos interiores. Platón también narra cómo las distancias entre los siete círculos interiores se corresponden a proporciones dobles y triples. Es decir, las distancias entre los cuerpos celestes se corresponderían con esa primera serie numérica: 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27.

A partir de aquí se puede entender que los sonidos asociados a cada astro se encontrarían en intervalos musicales correspondientes también a esa serie numérica: octava (2/1), quinta (3/2), cuarta (4/3), octava (8/4), tono (9/8), octava+quinta (27/9). Pero entonces sólo obtendríamos seis intervalos y siete sonidos, en lugar de las ocho notas cantadas por las ocho sirenas de la *República*. Nos falta el sonido del círculo de las estrellas fijas. ¿Cuáles eran entonces los sonidos producidos por el cielo platónico? O tal vez la pregunta sería, ¿producía sonidos el cielo platónico del *Timeo* y el mito de Er?

Antes de contestar a esta pregunta es fundamental que veamos cómo estaba construida el alma inmortal humana.

Después de haber creado el alma del universo, el demiurgo se dispone a crear las almas de los hombres. Para ello toma los restos, ya algo degenerados, de esa mezcla homogénea que había conseguido en un principio. Las almas de los hombres, por tanto, participan en parte de la perfección del universo. Esas almas son encerradas en cuerpos materiales por dioses menores, a quienes el demiurgo encarga tal ocupación. Por lo tanto el alma humana también está compuesta de esas series numérico-musicales.

> Y acerca de la voz y el oído, otra vez el mismo razonamiento: nos fueron concedidos por los dioses por las mismas razones y con la misma finalidad. Pues el lenguaje tiene la misma finalidad, ya que contribuye en su mayor parte a la mismo y, a su vez, cuanto de la música usa la voz para ser escuchado ha sido dado por la harmonía. Ésta, como tiene movimientos afines a las revoluciones que poseemos en nuestra alma, fue otorgada por las Musas al que se sirve de ellas con inteligencia, no para un placer irracional, como parece ser utilizada ahora, sino como aliada para ordenar la revolución disharmónica de nuestra alma y acordarla consigo misma[68].

La voz musical utiliza los mismos movimientos que están presentes en nuestra alma, lo que implica que además de producir placer físico tiene efectos curativos para nuestra alma. La música, por tanto, se rige por esas mismas proporciones a partir de las cuales fue compuesta el alma del universo y nuestra propia alma.

La tradición neopitagórica helenística –y con ella toda la tradición posterior– ha querido ver en las descripciones cosmológicas de Platón una asociación entre los

[68] *Timeo* 47c-d. Traducción de Mª Ángeles Durán y Francisco Lisi (Gredos, 1992).

movimientos de los cuerpos celestes y ciertos sonidos musicales producidos por ellos. De esta manera, los tratadistas neopitagóricos de los primeros siglos de nuestra era han asociado explícitamente cada uno de los astros con una nota musical, en muchos casos basándose en las explicaciones platónicas del *Timeo* (ver 2.5 *La harmónica helenística* y 2.6 *Boecio*). Pero lo cierto es que Platón nunca lleva a cabo tal tarea. Él nunca relaciona concretamente cada astro con un sonido. De hecho, en el *Timeo* ni siquiera menciona que exista ese sonido. La idea sólo aparece en el mito de Er, y a mi parecer tiene que ser entendida como tal, es decir, como una explicación mítica, y no como una realidad.

Es claro que Platón creía en una organización harmónica del universo. Las proporciones consonantes musicales son las que rigen esa organización. Las verdaderas proporciones musicales, con que está construido el mundo, son aquellas que se encuentran mediante las medias geométrica, harmónica y aritmética de Arquitas. La doble división harmónico-aritmética de la proporción doble –es decir, de la octava, produciendo como resultado la quinta, la cuarta y el tono– adquiere una predominancia absoluta en la cosmogonía Platónica. Nuestra propia alma está también construida según esas proporciones, y por esa razón resultan consonantes a nuestra percepción. Nada mejor que el mito de las sirenas cantando esa harmonía celestial para explicarlo. Pero al mismo tiempo, no creo que Platón pretenda en absoluto dar a entender que los cielos "suenan", en el sentido más material y literal del término, y mucho menos que cada uno de los planetas emita una nota musical concreta.

De hecho, la escala del *Timeo* creo que tiene que ser entendida más como una descripción metafísica del cosmos que como una realidad musical. Ya hemos mencionado que es probable que en época de Platón los músicos prácticos comenzasen a afinar su instrumento a partir del diatónico de Filolao (o escala del *Timeo*). Este tipo de afinación se consigue muy fácilmente a partir de quintas justas. Pero también vimos cómo hay muchos indicios que nos llevan a pensar que ésa no era la afinación final del instrumento; esa afinación se “dulcificaba”, se acomodaba a la práctica, como nos decía Aristoxeno.

2.3.3 El modelo del *Timeo* sobre la transmisión del sonido y la percepción de la consonancia.

Después de haber narrado cómo fueron creados las almas y los cuerpos de los seres humanos en el *Timeo*, Platón pasa a explicar cómo nos fueron entregados los sentidos por los dioses. A la hora de explicar el sentido del oído, Platón retoma el modelo físico de producción y transmisión del sonido de Arquitas, introduciéndole una mejora. Arquitas no diferenciaba claramente entre altura y potencia del sonido. Platón sí lo hace. La altura del sonido se debe a su velocidad de transmisión, mientras que la potencia se debe a la cantidad de aire movido.

El sonido, entonces, se debe a un movimiento del aire –producido por un impacto inicial– que es transmitido hasta nuestro oído. Si es más rápido, el sonido será más agudo; si es más lento, el sonido será más grave. Una vez dentro de nosotros, el movimiento externo del sonido produce a su vez un movimiento interno: la audición.

> Debemos tratar ahora en nuestra investigación nuestro tercer sentido, el oído: por qué causas se producen sus procesos. Supongamos, en general, por un lado, la voz, transmitida por el aire como un golpe a través de las orejas, del cerebro y de la sangre hasta el alma y, por otro, el movimiento comenzado por ella, a partir de la cabeza y que termina en la sede hepática: la audición. Cuando es rápida, es aguda; si es más lenta, es más grave, y la regular es uniforme y

> suave; la contraria, áspera; potente la que es abundante, y la opuesta, débil. La harmonía de estos movimientos debe ser considerada en lo que ha de ser tratado más adelante[69].

A partir de este modelo físico de transmisión del sonido, Platón elabora una compleja teoría sobre la percepción de la consonancia sonora:

> Además, debemos investigar de esta manera las causas [...] de todos los sonidos, rápidos y lentos, que parecen agudos y graves, unas veces inharmónicos [*anharmostoi*] por la disimilitud del movimiento que producen en nosotros y otras consonantes [*symphonoi*], por la similitud. En efecto, los movimientos más lentos alcanzan a los primeros y más rápidos cuando éstos últimos se están apagando y son similares ya a aquellos movimientos con los que los mueven los sonidos más graves posteriores; y cuando los alcanzan, no los desordenan con la intercalación de otro movimiento, sino que unen el comienzo de un movimiento más lento con el más rápido que se está apagando. Y mediante esta similitud conforman una única sensación, mezcla de agudo y grave, con la que proporcionan placer a los brutos y felicidad a los inteligentes, porque en los movimientos mortales se produce una imitación de la harmonía divina[70].

La teoría general sobre el sonido y la audición de la consonancia en Platón se puede explicar de la siguiente manera:

1. La altura del sonido depende de la velocidad del movimiento del aire a partir de un impacto inicial.

2. Oír un sonido consiste en otro movimiento interno, originado por el primero externo, que pasa desde el cerebro y la sangre de la cabeza hasta el hígado.

3. Cuando dos sonidos se producen simultáneamente, el más agudo, por ser más rápido, llega antes al oído e inicia antes el proceso de oír.

---

[69] PLATÓN, *Timeo*, 67a-c. Traducción de Mª Ángeles Durán y Francisco Lisi (Gredos, 1992).

[70] Ibidem, 79e-80b.

4. El movimiento que produce en nosotros el sonido más agudo se va frenando a medida que pasa el tiempo.

5. El sonido más grave llega posteriormente, al ser más lento. El movimiento interno que produce el sonido más grave cuando llega hasta nosotros puede ser similar al que en ese momento nos produce el sonido más agudo, teniendo en cuenta que éste segundo ya ha perdido parte de su velocidad. Cuando ocurre esto, el movimiento del sonido grave no molesta al movimiento del sonido agudo, se mezclan en una sola sensación y suenan consonantes. Si ocurre lo contrario, es decir, si los dos movimientos no son similares, no se mezclan entre sí, sino que se molestan y como resultado son disonantes.

6. El placer que produce la sensación de consonancia se debe a que ésta imita la harmonía divina, que es reconocida por nuestra alma inmortal.

Un problema que plantea esta explicación es, como bien señala Barker (62, nota 31), el significado de "similar". Si significa idéntico, es decir, que los dos movimientos tienen la misma velocidad, podemos pensar por qué entonces no se oye un unísono. Pero también puede significar parecido, en el sentido de proporcional o algo así. Sin embargo, Barker prefiere la primera acepción y su explicación me parece convincente: La altura del sonido no puede depender directamente de la velocidad producida dentro de nosotros, ya que ésta se frena con el tiempo, lo que supondría que cada nota se oyese como un glissando hacia el grave al ir disminuyendo su velocidad progresivamente. Entonces podemos suponer que la altura del sonido depende exclusivamente de su velocidad en el primer momento en que llega a nosotros. De esta manera, cuando un sonido más grave es percibido, se oye claramente que no está al unísono con el sonido agudo llegado anteriormente porque su velocidad inicial es más lenta, pero como esta velocidad es igual a la que el sonido agudo tiene en ese momento, ambos movimientos se mezclan en uno solo y los sonidos se perciben como consonantes.

Platón no describe explícitamente la consonancia, pero implícitamente aparece la idea de mezcla o fusión que producen dos sonidos consonantes: cuando dos sonidos son consonantes se funden en un solo ente final ya que sus movimientos se confunden uno en el otro; el resultado es un único objeto de percepción, la consonancia. Cuando dos sonidos son disonantes, sus movimientos se molestan mutuamente, no se funden y se siguen percibiendo como dos sonidos separados. Esta idea de fusión que se produce en la consonancia será un lugar común de la teoría harmónica en la Antigüedad; Boecio la recogerá y la transmitirá a la Edad Media.

2.4 LA APARICIÓN DE LA CIENCIA DEL SONIDO

2.4.1 La harmónica aristotélica y el nuevo espíritu científico de la escuela peripatética

Aristóteles no supone, en sí, ningún avance concreto en la ciencia harmónica; pero su método y su manera de abordar la ciencia en general influirán decisivamente en muchos escritos peripatéticos posteriores asociados a su Liceo. Esto hará que los mayores avances relativos a la ciencia del sonido en la Antigüedad surjan precisamente en la escuela peripatética, como veremos a continuación.

Su acercamiento al tema es mucho más materialista que el de Platón. En Aristóteles, y en todo el periodo peripatético, desaparece el aspecto metafísico de la explicación de la consonancia. La idea de la harmonía de las esferas, que para entonces ya se asociaba indisolublemente a la escuela pitagórica y a Platón, no volverá a aparecer hasta el revivir del neopitagorismo (o neoplatonismo) de la época helenística.

Sin embargo, hay otras cuestiones relativas a la harmónica en Aristóteles que permanecen esencialmente las mismas que ya habíamos visto en Platón, y que se convertirán en puntos de referencia de esta ciencia hasta incluso finales del siglo XVI.

Por un lado, la ciencia harmónica se sigue considerando una de las disciplinas matemáticas del número. Los tipos de conocimiento en Aristóteles se clasifican en tres grupos principales:

En un primer estadio de conocimiento se encuentra la filosofía natural [*physiké*], que consiste en un acercamiento cualitativo, puramente descriptivo, a la naturaleza.

Un paso más allá se encuentran las disciplinas matemáticas [*mathemata*]. Éstas pueden ser principales o aplicadas. Las principales, en principio, son la aritmética y la geometría; son las que proporcionan los procedimientos geométricos y numéricos para poder estudiar la naturaleza con rigor científico. Las ciencias matemáticas aplicadas son aquellas que, utilizando los procedimientos de la aritmética o la geometría, estudian el medio natural. Dentro de estas matemáticas aplicadas se encuentra la ciencia harmónica, que estudia el sonido y los cuerpos productores de sonido utilizando para ello los procedimientos de la aritmética.

En el último estadio del conocimiento se encuentra la filosofía primera o metafísica, que se ocupa del conocimiento del ser.

Otra idea que permanece esencialmente la misma es que el concepto de consonancia [*symphonía*] sigue estando íntimamente ligado al aspecto numérico de proporción. Consonancia es una proporción numérica entre lo agudo y lo grave:

> ¿Qué es la consonancia [*symphonía*]? Una proporción de números entre lo agudo y lo grave. ¿Por qué lo agudo forma una consonancia con lo grave? Porque lo agudo y lo grave se encuentran en una proporción de números[71].

En esta cita Aristóteles viene a decir simplemente que es condición necesaria que los dos sonidos formen una proporción expresable en números enteros para que sean consonantes, pero no especifica qué tipo de proporción. No nos da ninguna pista para diferenciar las proporciones que forman consonancias de las que no.

En otro texto, en el que compara los colores con las consonancias, habla en estos términos:

[71] ARISTÓTELES, *Analíticos posteriores*, 75a 38-b17. (BARKER, op. cit., 3.5.)

> Entonces, [los colores] cumplirán las mismas condiciones que las consonancias: los colores que dependen de números bien proporcionados, como las consonancias en su campo, son los colores más agradables (el púrpura y el rojo y otros pocos de ese tipo, pocos por la misma razón que las consonancias son pocas) mientras que los que no se encuentran en números son los otros colores[72].

Para Aristóteles los colores son como consonancias musicales; surgen de la combinación bien proporcionada entre blanco y negro, igual que las consonancias surgen de la combinación entre dos sonidos bien proporcionados. Aunque en este fragmento se está refiriendo principalmente a la mezcla de colores, los conceptos son perfectamente aplicables a las consonancias musicales. Aquí la diferencia entre consonancia y disonancia está en que las primeras responden a "números bien proporcionados", mientras que las segundas dependen de proporciones que "no se encuentran en números". Como bien señala Barker (p. 74, nota 22), la expresión "no se encuentran en números" parece hacer referencia, en principio, a las proporciones inconmensurables. No obstante, hay muchas proporciones perfectamente conmensurables que no se corresponden con ninguna proporción consonante, por lo que la terminología empleada por Aristóteles plantea un problema. Esta indeterminación en el vocabulario utilizado refleja la dificultad que tenían estos teóricos para dar una caracterización matemática de las proporciones consonantes y poder distinguirlas de las demás. Al final sólo queda recurrir a la lógica del axioma: las proporciones consonantes lo son por definición.

[72] ARISTÓTELES, *De sensu*, 439b 19-440a 4. (BARKER, op. cit. 3.11.)

2.4.2 La nueva teoría peripatética sobre el sonido y la consonancia

Aunque ya habíamos visto ciertos indicios científicos en torno al sonido en Arquitas y Platón, el nuevo acercamiento mucho más materialista de la escuela peripatética supone la aparición de una verdadera ciencia del sonido[73]. Surgen varios escritos en esta época que se centran en el aspecto más científico del sonido: su producción, transmisión y percepción; a diferencia del hincapié más metafísico que veíamos en Platón. De esta manera nos encontramos con dos grandes escritos que se podrían considerar el precedente más objetivo de nuestra actual psicoacústica: los libros XI y XIX de los *Problemata* aristotélicos y *De audibilibus*.

Estos escritos implican una nueva teoría sobre la naturaleza y transmisión del sonido, que a su vez desemboca también en una nueva explicación del fenómeno de consonancia. De hecho, podríamos afirmar que nos encontramos ante la primera teoría realmente científica que intenta dar una explicación racional a tal fenómeno. Es cierto que ya antes, en el *Timeo*, Platón había propuesto un modelo que podríamos calificar de materialista sobre la percepción de la consonancia[74]; pero era un tema totalmente secundario dentro de su programa cosmogónico y en comparación con el énfasis metafísico. Ahora, el acercamiento materialista va a ser el que impere. La aparición de

---

[73] En HUNT, *Origins in Acoustics*, op. cit., podemos encontrar un pequeño resumen en torno a la aparición de la ciencia del sonido. Sin embargo, no es un estudio ni mucho menos definitivo. Hunt no menciona en absoluto la teoría de transmisión del sonido de Arquitas-Platón y su relación con la teoría posterior de *De audibilibus*. Tampoco habla de las teorías físicas sobre el fenómeno de consonancia que surgen en la Antigüedad (que son la que ya vimos en Platón y la que veremos en este capítulo).

[74] Ver 2.3.3 *El modelo del* Timeo *sobre la transmisión del sonido y la percepción de la consonancia*.

un tratado completo en torno a cuestiones de la naturaleza del sonido, con un enfoque absolutamente materialista –y por tanto científico– del tema, lo demuestra.

Antes de abordar la nueva teoría sobre la naturaleza y transmisión del sonido, que surge en torno al año 300 a. C., debemos tener presente que sus puntos de partida son el modelo de producción y transmisión del sonido que habían expuesto claramente Arquitas y Platón. A este modelo primitivo, bien arraigado en la época del Liceo, lo llamaremos la teoría de Arquitas-Platón y en época de Aristóteles era la teoría predominante sobre el sonido. Sus puntos básicos son:

1. El sonido es producido por un impacto entre objetos, que a su vez produce un movimiento del aire.

2. Este movimiento es, de alguna manera, transmitido a través del aire hasta nuestros oídos.

3. La altura del sonido depende de su velocidad de propagación. A sonidos más agudos les corresponden mayores velocidades de transmisión:

> [...] la gravedad en el sonido es la consecuencia de la lentitud del movimiento; y la agudeza del sonido, de la rapidez del movimiento [...] Lo que se transmite despacio es grave [75].

De audibilibus

De audibiblibus es un pequeño tratado de autor desconocido. Se ha conservado, en su mayor parte, en el *Comentario* de Porfirio sobre los *Harmónicos* de Ptolomeo[76]. Se trata de un escrito de la escuela peripatética anterior a mediados del siglo III a. C.

[75] ARISTÓTELES, *De Generatione Animalium* 786b 7-788b 2. (BARKER, op. cit., 3.17).

[76] PORFIRIO, *Commentary on Ptolemy's Harmonics*, ed. I. Düring, Göteborg, 1932. Traducción al inglés en BARKER, op. cit., 5.

Porfirio lo atribuye directamente a Aristóteles, y de hecho, el acercamiento general al tema es aristotélico, pero no está claro en absoluto que sea de este autor. Posteriormente se atribuyó a Teofrasto[77], Heráclides Ponticus y Strato[78]. No obstante, Barker sigue considerando a Aristóteles un candidato probable –junto con Strato– y nosotros estamos de acuerdo con él por lo que veremos más adelante.

El tratado versa –como su nombre latino nos da a entender– sobre la producción y percepción del sonido, desde un punto de vista que podríamos calificar como "científico". El acercamiento es muy próximo a la filosofía natural o física aristotélica. Hace especial hincapié en la relación entre las características de los cuerpos productores del sonido y las características del sonido producido. Es un texto sorprendente por su modernidad en la descripción del funcionamiento del sonido. En palabras de Hunt:

> By far the most enlightened criticism of the doctrine of imprints, and perhaps one of the most prescient passages in the ancient documents dealing with sound, is contained in *De Audibilibus*[79].

---

[77] Teofrasto fue el sucesor de Aristóteles a la cabeza del Liceo. Dejó varios escritos sobre música y harmónica. Algunos fragmentos los podemos encontrar en el *Comentario* de Porfirio a los *Harmónicos* de Ptolomeo (un fragmento aparece traducido en BARKER, op. cit., 6). La teoría sobre el sonido de Teofrasto que se desprende de estos fragmentos parece estar en contraposición con lo expuesto en *De audibilibus*, por lo que no parece en absoluto probable su autoría.

[78] Una discusión sobre la autoría del texto la encontramos en GOTTSCHALK, H. B., "The De Audibilibus and Peripatetic Acoustics", *Hermes*, 96 (september 1968), 435-460. Gottschalk sostiene la versión de la autoría de Strato, que fue el sucesor de Teofrasto en el Liceo entre 287-269 a. C., frente a Aristóteles y Heráclides.

[79] HUNT, op. cit., 25. Con el término "doctrine of imprints" Hunt se refiere a un modelo sobre la naturaleza del sonido común en la época que consideraba que el aire adoptaba una cierta forma al transmitir el sonido.

La teoría sobre transmisión del sonido que se desprende de este escrito –sumamente moderna para la época– se puede encontrar también en otros textos de los que hablaremos posteriormente (los *Problemata* y *Sectio Canonis*), aunque aquí aparece explicada mucho más claramente. Pero lo más interesante para nuestra investigación es la revolucionaria teoría física sobre la consonancia que surgirá a partir de este modelo sobre el sonido.

La producción y transmisión del sonido es explicada de la siguiente manera:

> Todas las voces y sonidos ocurren cuando cuerpos chocan contra cuerpos o cuando el aire choca contra cuerpos; no porque el aire adopte ninguna forma, como algunos creen, sino porque es movido de la misma manera –es contraído, expandido, alcanzado y golpeado– como resultado de los impactos hechos por el aliento o por cuerdas. Porque cuando el aliento que actúa sobre el aire golpea al aire que está junto a él, el aire es movido instantáneamente con fuerza, empujando a su vez al aire contiguo a él, de tal manera que el sonido se transmite y permanece igual todo lo largo hasta el límite de la distancia a la que el movimiento del aire llega[80].

En principio encontramos lo más usual en la Grecia clásica, y que viene perpetuándose desde Arquitas: la idea de colisión entre objetos que provoca un movimiento del aire y produce sonido. Sin embargo, aquí el sonido no es definido como esa colisión o ese aire en movimiento. El sonido es el resultado de ese aire en movimiento. Pero lo realmente novedoso del fragmento es la descripción de la naturaleza del movimiento del aire al transmitir el sonido: cuando un objeto (o el aliento) golpea una porción de aire que se encuentra a su alrededor, ésta se contrae, después se expande y como consecuencia alcanza la siguiente porción de aire colisionando con ella (“es contraído, expandido, alcanzado y golpeado”, “empujando a

[80] *De audibilibus*, 800a. (BARKER, op. cit., 5).

su vez al aire contiguo a él"). El movimiento es uniforme; cada una de las porciones de aire se mueve de la misma manera que la porción anterior que la ha puesto en movimiento ("...es movido de la misma manera"). Por consiguiente el sonido también es uniforme ("de tal manera que el sonido se transmite y permanece igual todo lo largo").

Por otro lado, también presenta una crítica a otra concepción de la naturaleza del sonido, que defendían algunos autores en esta época. Esta otra concepción, a la que Hunt se había referido como "doctrine of imprints", considera que el aire adopta una cierta forma al ser golpeado con un objeto productor de sonido[81]. El autor de *De audibilibus* está totalmente en contra de esta idea y defiende una nueva manera de entender el fenómeno del sonido.

Como podemos ver, el texto describe, de forma más o menos precisa, el funcionamiento de una onda longitudinal. La idea general es que la transmisión del sonido no implica una transmisión del aire sino una transmisión del movimiento interno del aire, en forma de onda de presiones longitudinal.

El movimiento ondulatorio es concebido a la manera de pulsaciones que se van transmitiendo a lo largo del aire hasta llegar a nuestro oído. La fuente del sonido

[81] La idea de que el aire adopta una forma cuando se produce el sonido la encontramos, por ejemplo, en el problema 23 del libro XI de los *Problemata* aristotélicos: [...] *la voz es aire que ha adoptado una cierta forma y está en movimiento* [...]. Pero donde mejor explicada está esta teoría es en los escritos de Teofrasto recogidos en el *Comentario* de Porfirio (op. cit.) (traducidos en parte en BARKER, op. cit., 6). Los escritos de Teofrasto suponen una crítica a la harmónica matemática y una defensa de una concepción de la ciencia harmónica mucho más próxima a la aristoxénica. Para él, el sonido no podía estudiarse de manera numérica ya que no tenía ninguna cualidad susceptible de ser numerada. La diferencia entre sonidos no depende, según Teofrasto, de ninguna cantidad numérica sino de la forma que adopta el aire.

produce una serie de impactos en el aire que son los que se transmiten. Debido a la rapidez con que se suceden los diferentes impactos la sensación del oído es de un sonido continuo.

> Sea cual sea el carácter de la fuente del movimiento de los impactos en el aire, los sonidos que llegan al oído serán de la misma clase; por ejemplo, difusos o densos, suaves o duros, finos o espesos. Ya que como cada porción de aire mueve a la siguiente de la misma manera, el sonido entero es homogéneo; como ocurre también con los sonidos agudos y graves. Ya que la velocidad de los impactos, los cuales se suceden rápidamente, asegura que los sonidos permanezcan iguales en carácter a sus fuentes[82].

El texto también hace hincapié en cómo la cualidad del sonido (o voz) depende directamente de la cualidad de la fuente productora (objeto o ser humano). Por ejemplo, si una cuerda es fina, el sonido también será fino y débil. La búsqueda de esta relación objeto-sonido es típica de los escritos aristotélicos (*De anima*, *De generatione animalium*), pero no nos centraremos en ello en nuestro trabajo.

A partir de esta teoría sobre la transmisión se desprende un modelo para explicar la altura del sonido: los impulsos más frecuentes transmiten sonidos más agudos; y al revés, los sonidos más graves se deben a impulsos menos frecuentes. La altura del sonido se debe, por tanto, a la diferente frecuencia con que se propagan esos impulsos sucesivos.

Entonces, cuando dos sonidos se producen simultáneamente, pueden presentar impulsos coincidentes, o no. Si esto ocurre, la percepción de ellos será más unitaria, como una mezcla uniforme, y podremos hablar de consonancia. Por otro lado, si sus

[82] *De audibilibus*, 803b. (BARKER, op. cit., 5).

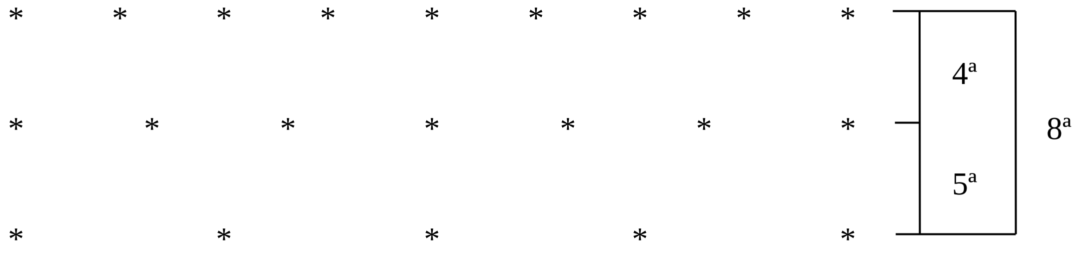
impulsos no coinciden en absoluto, se percibirán como dos entes separados y los impulsos de uno molestarán a los del otro, produciéndose en este caso la disonancia:

> Los impactos hechos en el aire por las cuerdas son muchos y separados, pero debido al pequeño tiempo entre ellos el oído es incapaz de detectar los huecos, y por ello el sonido nos parece único y continuo, como también ocurre con los colores. Puntos separados de color a menudo nos parecen unidos uno al otro cuando se mueven rápidamente. Lo mismo ocurre con las consonancias: como una serie de sonidos está incluida dentro de la otra, y sus finales ocurren a la vez, los sonidos intervinientes se escapan a nuestra percepción. Ya que en toda consonancia los impactos del aire que pertenecen a la nota más aguda ocurren más frecuentemente, debido a la rapidez del movimiento; pero el último de los sonidos [es decir, el último de los impactos del sonido agudo] golpea nuestro sentido del oído al mismo tiempo que el sonido del movimiento más lento[83].

El modelo de consonancia que se sobreentiende en este fragmento es el siguiente:

A sonidos más agudos les corresponde mayor frecuencia de impactos, o lo que es lo mismo, impactos más concentrados. Además, la relación que se establece entre las frecuencias de los impactos de dos sonidos consonantes es precisamente la proporción asociada desde la escuela pitagórica a esa consonancia. De esta manera los sonidos consonantes presentan ciertos impactos coincidentes al llegar a nuestro oído. El siguiente diagrama nos puede ayudar a comprender el modelo:

[83] *De audibilibus*, 804a. (BARKER, op. cit., 5).



Consideremos que el tiempo transcurre de izquierda a derecha y que los asteriscos representan los impactos que llegan al oído del oyente de sonidos que se hallan entre sí a intervalos de quinta, cuarta y octava. Mayor número de impactos (impactos más frecuentes en el tiempo) corresponden a un sonido más agudo. Por ejemplo, los sonidos intervinientes en la consonancia de la octava presentan impactos que coinciden de dos en dos en relación al sonido agudo. Es decir, cada dos impactos que llegan al oído del sonido agudo, el segundo coincide con los impactos del sonido grave. De esta manera los dos sonidos se mezclan en el oído y producen una única sensación, la consonancia. Como dice el texto: "como una serie de sonidos está incluida dentro de la otra, y sus finales ocurren a la vez, los sonidos intervinientes se escapan a nuestra percepción". En la consonancia de la quinta coincide un impacto cada dos del sonido grave y uno cada tres del agudo; mientras que en la consonancia de la cuarta coincide un impacto cada tres del sonido grave por uno cada cuatro del agudo.

Tal vez en el fragmento que acabamos de ver no esté demasiado claro este modelo sobre la percepción de la consonancia, pero ahora lo veremos también en otros textos que nos pueden ayudar a comprenderlo mejor.

En principio, la descripción del sonido a base de impulsos sucesivos que se propagan en el aire parece bastante próxima al comportamiento real del sonido: en la realidad el sonido se propaga como una onda longitudinal de presiones a una velocidad constante (para un determinado medio, en este caso el aire), y los sonidos más agudos se corresponden con un movimiento ondulatorio de mayor frecuencia –o lo que es lo mismo, de menor longitud de onda.

Pero la cuestión no es tan sencilla. Este texto peripatético ha planteado un grave problema a los estudiosos del tema, y la razón es la siguiente: En *De audibilibus* también aparece la antigua teoría de Arquitas-Platón que relacionaba la altura del sonido con la velocidad de transmisión. Esto aparece claramente expresado en el párrafo que hemos citado con anterioridad: “los impactos del aire que pertenecen a la nota más aguda ocurren más frecuentemente, debido a la rapidez del movimiento”, y también lo podemos observar en los siguientes fragmentos del texto:

> Cuando el tubo sonoro es corto el aire es expelido rápidamente y el impacto en el aire es más poderoso; y esa gente emite sonidos agudos debido a la rapidez con la que el aliento viaja[84].

> La rapidez del aliento hace la voz aguda[85].

El problema que plantean estas frases es cómo entiende la altura del sonido el autor de *De audibilibus*. En algunos momentos parece dar a entender que es la velocidad de transmisión lo que determina la altura, mientras que en otros momentos de su discurso parece ser la frecuencia de los impulsos que transmiten el sonido lo determinante. Diferentes estudiosos han defendido una teoría o la otra como la más evidente en este texto; pero todos ellos han considerado que las dos teorías suponían modelos de explicación completamente diferentes y que eran más o menos incompatibles entre sí. Para Gottschalk, es la teoría de la frecuencia de impulsos la predominante, y habría que pasar por alto las frases en las que se habla de la velocidad

[84] *De audibilibus*, 801a. (BARKER, op. cit., 5).

[85] Ibidem, 803a.

del aliento. Para Barker, al contrario, es la velocidad de transmisión lo que determina la altura según el autor de este texto peripatético.

Nosotros creemos que ambas teorías no son en realidad más que las dos caras de una misma moneda. Son dos aspectos de una única teoría que posiblemente comenzó en tiempos de Arquitas y que en este texto (y también en los *Problemata* y en *Sectio Canonis*) presenta su forma más evolucionada. Antes de intentar explicar cómo podemos unir estas dos teorías en una sola, pasemos a ver cómo es tratado el tema de la naturaleza del sonido en el otro escrito peripatético que hemos mencionado, los *Problemata* aristotélicos.

Problemata

El otro texto peripatético que estudia el comportamiento del sonido son los *Problemata* aristotélicos. Éstos consisten en una colección de cuestiones y respuestas cortas en torno a diferentes temas. Parece ser que fue compilada por estudiantes del Liceo durante y después de la época de Aristóteles, sobre todo a finales del siglo IV a. C. y a principios del siglo III a. C[86]. Los *Problemata* se centran en cuestiones de filosofía natural (*physiké*). Se estructuran en libros, cada uno de los cuales está dedicado a un tema concreto. Así, los libros XI y XIX presentan cuestiones sobre la producción, transmisión, altura y percepción del sonido, referidos, sobre todo, al sonido vocal musical.

En principio, la teoría sobre transmisión del sonido que domina en estos textos es el modelo de Arquitas-Platón y que Aristóteles también seguía: los sonidos más

[86] En un principio se atribuyó este escrito a Aristóteles, pero ahora se acepta comúnmente que no es ni siquiera de un único autor, por lo que lo más probable es que se deba a varios estudiantes del Liceo.

agudos se deben a movimientos más rápidos, y ellos mismos se transmiten más rápidamente a través del aire. Ésta es la teoría standard aristotélica y aparece implícita en todos los problemas que tratan el tema. Pongamos como ejemplo el problema número 3 del libro XI:

> Una voz grande ocurre cuando uno mueve mucho aire, una aguda cuando uno mueve el aire rápidamente, y una grave cuando uno mueve el aire despacio[87].

Pero en los *Problemata* también aparecen indicios de esa otra teoría de transmisión del sonido a base de impulsos sucesivos. Por ejemplo, en el problema 6 del libro XI, se plantea por primera vez una cuestión de vital importancia para comprender la naturaleza de la transmisión del sonido. Aparece la distinción entre el aire inicialmente puesto en movimiento por el objeto productor del sonido y el aire que llega a nuestro oído produciendo la sensación de oír. Según este problema, no se trata del mismo aire. Para explicar el movimiento del aire en la transmisión del sonido aparece la comparación con el movimiento de proyectiles a través del aire. Según la mecánica aristotélica, los proyectiles que son lanzados a través del aire se mantienen en él sin caerse porque el aire continúa impulsándolos hasta el final del recorrido. En el caso del sonido, las diferentes partículas sucesivas de aire son impulsadas por el aire que tienen adyacente. Los cuerpos lanzados al principio del recorrido son los mismos que llegan al final del recorrido; el aire que transmite el sonido, no:

> [...] el sonido es producido por aire en movimiento; y así como un sonido es producido inicialmente por aquello que mueve el aire, el aire debe hacer lo mismo y algún aire debe ser lo que mueve, y otro aire ser lo movido. Por esta razón el sonido es continuo, porque

[87] *Problemata*, lib. XI, 3. (BARKER, op. cit., 4.1).

continuamente el aire que causa el movimiento es sucedido por aire que causa movimiento, hasta que el movimiento se termina, que en el caso de cuerpos significa que se caen. En este caso esto ocurre cuando el aire ya no puede impulsar más al proyectil[88]; en el otro caso, cuando el aire ya no puede impulsar más al aire. Ya que el sonido continuo ocurre cuando el aire es impulsado por el aire, mientras que un proyectil viaja cuando el cuerpo es movido por el aire. Entonces, en el segundo caso es el mismo cuerpo el que viaja todo el recorrido hasta que cae, pero en el primer caso se trata de aire diferente en cada momento[89].

El procedimiento que describe el texto sería el siguiente: Pongamos como ejemplo de objeto productor del sonido una cuerda vibrante. Al ser puesta en movimiento, esta cuerda golpea el aire circundante y lo pone en movimiento. Este aire, a su vez, pone en movimiento al aire que tiene próximo, y así sucesivamente. La descripción no es tan buena como la que habíamos visto en *De audibilibus*, pero sin duda la idea es muy parecida.

En los *Problemata* también encontramos la asociación de altura del sonido a frecuencia de impulsos en el aire:

[...] el movimiento que produce el sonido agudo es también más rápido, y eso sería si el aliento que mueve el aire fuera a la vez compacto [*pyknon*] y estrecho. Porque una pequeña cantidad de aire es movido más fácilmente (y es una pequeña cantidad de aire lo que se mueve por algo estrecho), y lo que es compacto hace mayor número de impactos –los impactos que constituyen el sonido[90].

---

[88] La teoría aristotélica sobre el movimiento de proyectiles considera que es el aire el que mantiene al proyectil en movimiento hasta que cae.

[89] *Problemata*, lib. XI, 6. BARKER, op. cit., 4.2.

[90] *Problemata*, lib. XI, 19. BARKER, op. cit., 4.8.

El pasaje es algo confuso. Pero creo que se entiende claramente la concepción del sonido como una sucesión de impulsos (en este caso traducido por "impactos"). Si los impactos son más numerosos, más frecuentes, el sonido será más compacto (*pyknon*) y por tanto más agudo. Hay que prestar atención al hecho de que el texto utilice el término *pyknon* –que también podríamos traducir por "espeso", "junto"– para designar la cercanía temporal de los impactos entre sí[91]. Por otro lado también hay que fijarse en que en este texto, a pesar de estar hablando de la teoría que relaciona altura del sonido con frecuencia de impulsos sucesivos, la idea de la velocidad asociada a la altura sigue estando presente.

Por último, en los *Problemata* también nos encontramos con el modelo sobre la percepción de la consonancia basado en la coincidencia de impulsos:

> ¿Por qué es la antífona [*antiphonon*][92] más agradable que el unísono? ¿Es porque la antífona es la consonancia de la octava? La antífona surge cuando los niños se combinan con los hombres, cuyos sonidos difieren como lo hacen *nete* e *hypate*. Ahora, toda consonancia es más agradable que el unísono –ya hemos explicado por qué– y la octava es la más agradable de las

[91] La palabra *pyknon* también se utiliza en textos sobre harmónica en relación a un concepto completamente diferente al visto aquí. En la tradición de la harmónica aristoxénica se utiliza *pyknon* para designar intervalos pequeños en general, en los que las notas están muy próximas entre sí (comprimidas, juntas) (ver 2.3.1 *La harmónica platónica*). En otros textos, sobre todo helenísticos, el *pyknon* es específicamente la suma de los dos intervalos inferiores en los géneros cromático y enharmónico. Evidentemente, dentro de un tetracordio cromático o enharmónico el intervalo del *pyknon* es muy pequeño (comprimido) comparado con el intervalo superior (ver 2.4.3 *Sectio Canonis* y 2.5.2 *Ptolomeo*).

[92] *Antiphonon* es la consonancia de la octava (ver BARKER, op. cit., 4.24, nota 59).

consonancias, mientras que el sonido del unísono es simple. La gente *magadiza*[93] en la consonancia de octava porque de la misma manera que en los metros los pies exhiben la proporción de igual a igual, o de dos a uno, u otra, así las notas de una consonancia presentan una proporción entre sus movimientos. En el caso de las otras consonancias los finales de una nota o la otra están incompletos, acabando en el medio. Por esta razón no son igual de potentes; y como son desiguales, esa diferencia se presenta a nuestra percepción, igual que como pasa en los coros cuando alguien canta más fuerte que los demás al final. Sin embargo, *hypate* tiene el mismo final de los movimientos periódicos en sus notas: ya que el segundo soplo en el aire hecho por *nete* es *hypate*. Como acaban al mismo tiempo, aunque su efecto no sea el mismo, la función que realizan es única y común a los dos, como en el caso de las personas que tocan un acompañamiento subordinado a la canción. Aunque en algunas partes esta gente no toca las mismas notas que la melodía, sin embargo, si terminan en la misma nota, el placer que producen con el final es mayor que el dolor que causan con las diferencias antes del final, porque la nota común es más agradable después de las diferencias. *Magadizar* surge de los sonidos opuestos, y por eso se *magadiza* en la octava[94].

Este fragmento es sumamente interesante –y a la vez complejo– para el tema que nos ocupa por varias cuestiones que ahora veremos con detalle.

Por un lado, da a entender claramente ese modelo de la consonancia basado en la coincidencia de pulsos. Según el texto, la más agradable consonancia es la octava porque todos los impactos producidos por el sonido grave (*hypate*) coinciden con uno de cada dos del sonido agudo (*nete*): “[...] *hypate* tiene el mismo final de los movimientos periódicos en sus notas: ya que el segundo soplo en el aire hecho por *nete* es *hypate*”. Es decir, el final de los movimientos periódicos de la octava grave siempre

[93] “Magadizar” traduce lo que Barker designa como “magadize”. Según este autor, “magadizar” se hacía con un coro doble que cantaba la misma melodía en dos alturas diferentes, normalmente (o tal vez siempre) a la octava. Ver BARKER, op. cit., 4.24, nota 61.

[94] *Problemata*, lib. XIX, 39. BARKER, op. cit., 4.24.

coincide con alguno del sonido agudo. Esto no ocurre con las otras consonancias, ya que al no presentar tantas coincidencias en sus impactos los finales de sus movimientos periódicos coinciden mucho menos (ver diagrama en la página 114). Es de suponer que el texto considera que las proporciones que rigen la coincidencia de impactos en las otras consonancias son las que normalmente se asocian a ellas, 3/2 y 4/3.

Por otro lado, este texto nos da una idea de cómo podía ser un acompañamiento instrumental a la melodía vocal: el instrumento no hacía siempre la misma melodía que la voz, pero como terminaban en el mismo sonido esa igualdad final resolvía la tensión creada con las diferencias intermedias. Nos encontramos ante un fragmento escrito en el siglo IV a.C. en el que se afirma que la música griega no era estrictamente monofónica.

Es posible, según lo que narra el texto, que el acompañamiento instrumental consistiera en algún tipo de heterofonía con respecto a la voz, terminando ambos al unísono. Pero si tenemos en cuenta el gran hincapié que hace toda la teoría harmónica griega sobre la idea de mezcla de dos sonidos simultáneos en la consonancia, lo lógico es pensar que esos intervalos llamados consonantes se utilizasen no sólo melódicamente sino también armónicamente[95]. Por esta razón es posible que se utilizasen las consonancias de quinta y cuarta en determinados momentos del acompañamiento para crear ese efecto de diferencia, que resolvería con el unísono final. De hecho, creo que teorías sobre la percepción de sonidos simultáneos consonantes –como la de Platón y la de coincidencia de pulsos– sólo podrían aparecer en culturas musicales que utilizasen esas consonancias de manera armónica. No tendría sentido que una cultura musical estrictamente monofónica desarrollase todas esas disquisiciones sobre el fenómeno de

[95] Por *armónico*, sin *h*, me refiero al uso vertical de intervalos, a sonidos superpuestos. (No confundir con los términos *harmonía* y *harmónico*, con *h*, que a lo largo del trabajo estoy utilizando con los significados más ligados a los términos griegos ¡rmon…a y ¡rmonikh.)

consonancia, un fenómeno que se produce precisamente por la simultaneidad en el tiempo de sonidos diferentes.

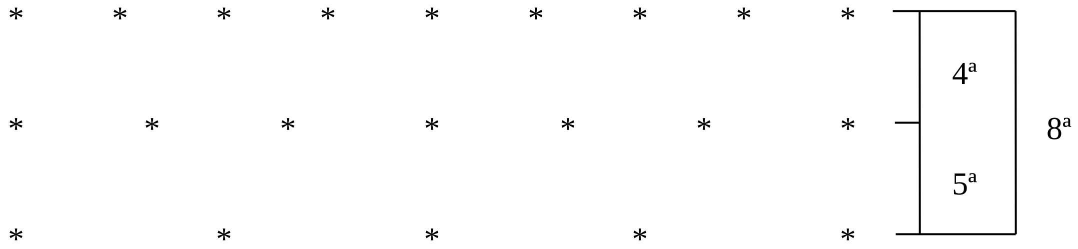
Hemos visto que tanto en *De audibilibus* como en los *Problemata* surge una nueva teoría en torno a la percepción de la consonancia, la teoría de coincidencia de pulsos, que aparece como consecuencia del nuevo modelo ondulatorio del sonido. Según este nuevo modelo, es la frecuencia de impulsos que transmiten el sonido por el aire lo que determina la altura del sonido. No obstante, ambos textos mantienen la antigua idea que asociaba velocidad de transmisión con altura del sonido. Para algunos estudiosos contemporáneos, estas dos teorías para explicar la altura del sonido son incompatibles.

En el caso de los *Problemata* esta incompatibilidad se podría resolver alegando que en su redacción intervinieron diferentes personas –cada una de las cuales defendería un modelo concreto[96]. Aun así, hay muchos momentos en los que aparecen las dos teorías dentro de una misma explicación. En *De audibilibus* el problema es mucho más complejo, ya que el texto parece deberse a un único autor.

Pero, ¿por qué considera Barker incompatibles las dos teorías? De fondo está una preconcepción actual en torno a la velocidad de transmisión del sonido.

Recordemos el diagrama que habíamos hecho sobre la coincidencia de impulsos en los intervalos consonantes:

[96] De hecho, en los *Problemata* aparece también un tercer modelo sobre la naturaleza del sonido, el que habla de la “forma” que adopta el aire al transmitir sonido.



Como habíamos dicho, el tiempo transcurre de izquierda a derecha, y los impulsos que coinciden en la misma vertical ocurren al mismo tiempo. Los sonidos más agudos presentan más impulsos por unidad de tiempo (son los que aparecen situados más arriba en la figura). Aunque no se diga explícitamente, un lector moderno entiende que en esta explicación se está presuponiendo que la velocidad de transmisión del sonido es constante y la misma para todos los sonidos, independientemente de su altura. Como consecuencia de ello los espacios entre impulso e impulso (lo que en terminología actual podríamos llamar longitudes de onda) son más pequeños en sonidos más agudos, mientras que la frecuencia de esos impactos es mayor.

Sin embargo, ese presupuesto no aparece en ninguno de los textos que hemos analizado. Todo lo contrario, en la gran mayoría de ellos se sigue manteniendo que los sonidos más agudos viajan más rápido que los graves. De hecho, la influencia de la velocidad de transmisión en el fenómeno de la altura del sonido parece claramente una constante del pensamiento en la Grecia Clásica sobre estos temas. Incluso aparecen las dos teorías en un mismo escrito, como ya vimos, planteando un problema a los estudiosos del tema.

El hecho es que la presunción de que la velocidad del sonido es constante (es decir, la misma para todos los sonidos) se debe a un prejuicio actual. Hoy en día se sabe que la velocidad del sonido es constante para cualquier frecuencia en un mismo medio, y por eso lo presupone Barker. Este hecho es el que hace incompatibles las dos teorías de las que hemos hablado, ya que en una la velocidad varía, mientras que en la otra parece no variar.

Pero nada nos impide formular un modelo alternativo que englobe a las dos teorías:

Tomemos como punto de partida el modelo basado en la velocidad del sonido. De hecho así ocurrió en la Grecia Clásica, ya que esta teoría parece ser la más antigua. Consideremos ahora que el sonido se transmite como una sucesión de impulsos a través del aire, pero sin olvidarnos de la antigua teoría de la velocidad de transmisión. El aire no se traslada, sino que son las idas y venidas de cada porción de aire las que van transmitiendo esos impulsos (como una onda longitudinal), sin embargo, los sonidos más agudos se transmitirán más rápidamente.

Vamos a tomar como constate no la velocidad de transmisión sino el espacio entre impulso e impulso. En términos modernos diríamos que lo que se mantiene constante en el movimiento vibratorio no es la velocidad de la onda sino la longitud de onda. Por consiguiente, en principio parecería que la frecuencia también se mantiene constante (ya que es inversamente proporcional a la longitud de onda). Sin embargo, si consideramos los impulsos que le llegarían a un hipotético receptor, vemos que, manteniendo la longitud de onda constante, un sonido más rápido haría llegar más impulsos por unidad de tiempo al receptor que un sonido más lento. En realidad, un sonido el doble de rápido que otro haría llegar el doble de impulsos por unidad de tiempo. Es decir, velocidad y frecuencia de llegada de impulsos son directamente proporcionales. Por consiguiente, al hablar de frecuencia en esta teoría creo que debemos referirnos a la frecuencia de llegada de impulsos a un receptor.

Mediante este modelo ambas teorías de explicación de la altura del sonido son perfectamente compatibles. La teoría de la frecuencia de los impulsos no sería más que un perfeccionamiento posterior de la teoría de la velocidad de transmisión. En la teoría más antigua no se especifica qué es lo que se mueve para transmitir el sonido por el aire –en algunos momentos parece que es incluso el mismo aire el que se transmite– mientras que en la teoría evolucionada el aire es un medio estático y elástico que se mueve ondulatoriamente a base de impulsos para transmitir el sonido; sin embargo, la antigua suposición de la velocidad variable de transmisión del sonido se mantiene.

Esta teoría peripatética de explicación del fenómeno de consonancia, la teoría de coincidencia de pulsos, es prácticamente la misma que volveremos a encontrar a comienzos de la revolución científica. Es muy curiosa la gran semejanza entre las descripciones de estas dos teorías tan separadas en el tiempo; pero aún más curioso me resulta que prácticamente ningún estudioso contemporáneo se haya percatado de ello. Más adelante (ver 4.4 *La revolución científica y la ciencia del sonido*) discutiremos ampliamente sobre la reformulación, ya a principios del siglo XVII, de esta teoría y los problemas que conlleva.

2.4.3 *Sectio Canonis*

Este pequeño tratado se escribió alrededor del año 300 a. C. y consta de una introducción y 20 proposiciones presentadas y argumentadas a la manera de teoremas. Normalmente se atribuye a Euclides, aunque se ha dudado de ello. Para algunos estudiosos ni siquiera sería obra de un solo autor[97].

[97] La traducción inglesa en la que nos hemos basado principalmente ha sido la que aparece en: BARKER, op. cit., 8, quien a su vez se basa en el texto recogido en: *Musici scriptores graeci*, C. von Jan, Leipzig, 1895.

Este texto no pertenece a lo que se ha llamado la escuela peripatética, más bien se trata de un escrito helenístico, sin embargo recoge, de manera algo más simplificada, la misma teoría ondulatoria de producción y transmisión del sonido que veíamos en *De audibilibus*.

En sí, este texto no aporta grandes innovaciones con respecto a la harmónica, sino que intenta recoger el conocimiento acumulado hasta entonces y presentarlo de manera sistemática. *Sectio Canonis* es, por tanto, perfectamente comparable a los *Elementos*[98], también de Euclides. En ellos el autor no aporta grandes conocimientos nuevos sobre aritmética y geometría, pero intenta presentar los ya conocidos con una metodología sistemática, partiendo de unos pocos axiomas que le permitan demostrar todos los teoremas posteriores. En *Sectio Canonis* ocurre algo similar.

El acercamiento general es pitagórico[99], en el sentido más matemático-aritmético del estudio de la harmónica. A partir de ese interés matemático el *Sectio Canonis* proporcionará una teoría aritmética de la consonancia que se podía vislumbrar ya en los escritos de Arquitas.

El título *Sectio Canonis* hace referencia a la cuestión fundamental del tratado, la división del *kanon* según las proporciones correctas de los intervalos. Por *kanon* se

---

[98] EUCLIDES, *The thirteen books of Euclid's elements*, traducción inglesa y comentarios de Sir Thomas Heath, 3 vols., Dover Publications, Inc., New York, 1956. Hay una traducción al castellano de los seis primeros libros: *Los seis libros primeros de la geometría de Euclides*, traducción al español por Rodrigo Zamorano, Sevilla, 1576. Facsímil, Ediciones Universidad de Salamanca, Salamanca 1999.

[99] Por "pitagórico" entendemos, tanto en este escrito como en los posteriores helenísticos, la tradición que se transmitió a la Edad Media y hasta nuestros días como "pitagórica", y que en realidad es una mezcla de posibles concepciones de la primitiva escuela pitagórica, ideas platónicas e interés científico-matemático por el estudio del universo, que en realidad no es estrictamente de origen pitagórico sino griego en general. (Ver: BURKERT, Walter, *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, op. cit).

entiende lo que en el mundo latino se llamaría posteriormente monocordio. Es un instrumento musical de estudio que consta de una cuerda tensada sobre un mástil con un puente móvil. En el mástil se indican las posiciones que debe adoptar el puente para conseguir las proporciones correctas de la longitud de la cuerda para cada intervalo.

Aunque ya hemos dicho que, en términos generales, el estudio que propone de la harmónica es matemático, también trata por encima los conocimientos de la época sobre la producción y transmisión del sonido, que en realidad están más próximos a un estudio físico del sonido. De esta manera, en la introducción del tratado se intentan explicar las causas físicas de la producción del sonido y de la altura relativa de unos sonidos frente a otros.

> Si hubiera calma y ningún movimiento, habría silencio. Y si hubiera silencio y nada se moviera, nada sería oído. Entonces, si algo va a ser oído, un impacto y movimiento debe producirse primero. Como todo sonido se produce cuando hay un impacto, y como es imposible que haya un impacto si no ha habido antes movimiento –y como de los movimientos algunos son más compactos [*pyknos*], otros más espaciados, y aquellos que son más compactos producen sonidos más agudos, mientras que los más espaciados producen sonidos más graves– ocurre que algunas notas deben ser más agudas, ya que se componen de movimientos más compactos y numerosos, mientras que otras serán graves, ya que se componen de movimientos más espaciados y menos numerosos[100].

Como vemos este párrafo recoge perfectamente la teoría peripatética en torno al sonido:

1. El sonido es causado por el impacto y el movimiento.

[100] *Sectio Canonis*, 148. BARKER, op. cit., 8.

2. Se da a entender una teoría ondulatoria del sonido. Éste se transmite a través del aire a base de sucesivos impactos. El aire, por tanto, es un medio elástico y estático que transmite un movimiento ondulatorio.

3. Sonidos agudos se corresponden con movimientos más numerosos y concentrados (*pyknos*), mientras que sonidos más graves surgen de movimientos más dispersos y menos numerosos. Es decir, los sonidos agudos se corresponden con una mayor frecuencia de impactos, y al revés.

Pero una vez dicho esto, el autor pasa directamente a justificar el estudio del sonido desde un punto de vista puramente matemático:

> Las notas que son más agudas de lo necesario son bajadas [*anienai*] mediante la substracción de movimiento y así alcanzan la altura necesaria, mientras que las que son demasiado graves son subidas [*epiteinein*] mediante la adición de movimiento y así alcanzan la altura necesaria. Por lo tanto debemos afirmar que las notas se componen de partes, ya que obtienen lo necesario mediante la adición y substracción. Ahora, de todas las cosas que se componen de partes se habla en términos de proporción entre ellas, así que de las notas también hay que hablar como de proporciones numéricas entre ellas[101].

Las notas musicales se pueden subir o bajar mediante la adición o sustracción de movimiento –tensando o destensando las cuerdas– ya que el movimiento que produce el sonido consta de diferentes partes (los diferentes impulsos de los que habla esta teoría del sonido). Como las notas constan de partes –las cuales se añaden o substraen

[101] *Sectio Canonis*, 149. En BARKER, op. cit., 8. Los verbos *anienai* y *epiteinein* se refieren a destensar y tensar las cuerdas, lo que en términos musicales equivale a bajar y subir la altura del sonido.

modificando la altura del sonido– las relaciones entre notas de diferente altura pueden ser expresadas como proporciones numéricas[102].

El autor de *Sectio Canonis* llega hasta aquí en cuanto a concesiones a la física del sonido se refiere. A partir de aquí se va a mover ya en un campo estrictamente matemático, abstracto. La teoría física sobre la consonancia (la teoría de coincidencia de pulsos) no es mencionada; en su lugar se hace especial hincapié en las propiedades aritméticas de esas proporciones consonantes, y a partir de ahí aparece lo que hemos denominado la teoría aritmética de la consonancia.

La consonancia es definida en términos de percepción y conlleva las ideas de mezcla homogénea y fusión que ya hemos visto en otras descripciones, como la de Platón:

> Entre las notas, algunas se reconocen como consonantes, otras como disonantes. Las consonantes producen una mezcla única a partir de las dos, las disonantes no[103].

A partir de esta idea de fusión en un único ente final (la consonancia) y de la teoría griega sobre proporciones, aparece una justificación aritmética del fenómeno de consonancia. *Sectio Canonis* parece ser el primer texto específico sobre harmónica en el que se menciona la teoría de la proporción griega para justificar el fenómeno de la consonancia. Las proporciones matemáticas según la aritmética griega, podían ser de tres tipos fundamentales, como ya vimos:

---

[102] En realidad, hoy en día la acústica funciona de una manera similar; la diferencia es que entonces no podían medir las partes que constituían cada sonido (es decir, la frecuencia) sino solamente las relaciones entre frecuencias, mientras que hoy en día definimos matemáticamente los sonidos concretos a partir de su frecuencia absoluta.

[103] *Sectio Canonis*, 149.

- *múltiples*: $\frac{n}{1}$.

- *epimóricas*: $\frac{n+1}{n}$, llamadas *superparticularis* posteriormente en la terminología latina.

- *epiméricas*: $\frac{n+m}{n}$, llamadas *superpartiens* posteriormente en la terminología latina[104].

El autor de *Sectio Canonis* defiende por tanto la utilización de la terminología de las proporciones para los intervalos musicales, ya que éstos se pueden describir como relaciones numéricas entre notas. Por otro lado, las proporciones múltiples y epimóricas se denominan en griego clásico mediante una única palabra (por ejemplo: doble 2/1, hemiólica 3/2, epitrítica 4/3, epogdoica 9/8, etc.) mientras que las epiméricas, no. Entonces, deduce el autor de *Sectio Canonis*, los intervalos consonantes –aquellos de los que surge una única unidad perceptiva a partir de dos sonidos– deben responder a proporciones múltiples o epimóricas, ya que éstas son las que se designan mediante una única palabra.

Ya desde la primitiva escuela pitagórica podíamos ver la asociación de estas proporciones (múltiples y epimóricas) al fenómeno de la consonancia; sin embargo, aquí nos encontramos ante la primera justificación explícita de la necesidad de este tipo de proporciones para los intervalos consonantes. No obstante, se trata de una justificación un tanto absurda. Además, no dice nada de por qué sólo ciertas proporciones múltiples y epimóricas, y no otras, se corresponden con intervalos consonantes. Por ejemplo, la proporción 5/4 es epimórica, pero no es considerada

[104] *n* y *m* son números naturales; y $m<n$.

consonante en la teoría musical griega. Otro problema es el que plantea la 8ª más 4ª, definida por la proporción 8/3, que tratará en profundidad Ptolomeo.

Después de esta introducción sobre las propiedades físicas y aritméticas del sonido y los intervalos consonantes, aparecen las diferentes proposiciones de que consta *Sectio Canonis*.

Proposiciones 1-9

Se refieren a cuestiones relacionadas con la teoría de las proporciones, puramente matemáticas, pero que posteriormente utilizará para las proposiciones relacionadas con los intervalos musicales. Entre ellas se encuentra la demostración de cómo una proporción epimórica no puede ser dividida con una media geométrica.

Proposiciones 10-16

Intenta demostrar las proporciones que se corresponden con cada intervalo fundamental del sistema harmónico con procedimientos puramente racionales. Para ello se basa, por un lado, en el principio fundamental de que todos los intervalos consonantes son múltiplos o epimóricos, y por otro, en las proposiciones matemáticas expuestas con anterioridad (proposiciones 1-9). Llega a la conclusión de que la 8º es doble, la 5ª es hemiólica (3/2), la 4ª es epitrítica (4/3) y el tono (diferencia entre 5ª y 4ª) es epogdoico (9/8).

También se refiere a la imposibilidad de dividir el tono en dos partes iguales, por ser una proporción epimórica. El hincapié en este hecho se debe probablemente a un interés por parte del autor del tratado en rebatir las enseñanzas de la escuela aristoxénica, que en esa misma época hablaba de mitades, tercios y cuartos de tono. Este tema también se convertirá en un lugar común de la tradición pitagórica.

Proposiciones 17-18

Se refieren a la manera de encontrar las proporciones de ciertos intervalos en el género enharmónico mediante la división del *kanon*. El intervalo superior del tetracordio enharmónico presentado es un ditono de proporción 81/64 y el *pyknon*[105] es el *leimma* de proporción 256/243, sin embargo no indica cómo dividir el *pyknon* en sus dos intervalos constituyentes, aunque se hace hincapié en la imposibilidad de dividir este intervalo en partes iguales. El tetracordio enharmónico propuesto en *Sectio Canonis* se basa, por tanto, en la escala metafísica del *Timeo*.

Proposiciones 19-20

Presentan la división del *kanon* para el género diatónico, tanto en las notas fijas como en las móviles, del sistema perfecto de doble octava. El género diatónico presentado es el del *Timeo*; consta de dos tonos de proporción 9/8 y del *leimma* (256/243). La división del *kanon* se hace utilizando sucesivamente las proporciones básicas de 8ª, 5ª, 4ª y tono.

[105] Los tetracordios enarmónicos y cromáticos se dividen en intervalo superior y *pyknon*, que es la unión de los dos intervalos inferiores.

2.5 LA HARMÓNICA HELENÍSTICA

Después del *Sectio Canonis* no conservamos ningún texto importante sobre harmónica hasta el primer siglo de nuestra era. De esta época tenemos, entre otros tratadistas, a tres grandes recopiladores de teoría musical griega: Nicómaco (finales del siglo I d. C.), Ptolomeo (siglo II d. C.) y Aristides Quintiliano (siglos II-III d. C.). Los tres son normalmente considerados como pertenecientes a esa corriente que podríamos denominar *neopitagorismo*.

Otros escritos sobre música del periodo helenístico son los tratados de Cleonides, Baquio y Gaudentio, los anónimos *Bellermann* y el tratado de Alipio. Pero de éstos, los cuatro primeros tienen un enfoque principalmente aristoxénico y el de Alipio se centra fundamentalmente en cuestiones de notación musical, por lo que no son relevantes para nuestro estudio.

En principio, los puntos principales que tienen en común los tres tratados *neopitagóricos* son:

- Proponen teorías recopilatorias. Aristides Quintiliano, principalmente, pero también Ptolomeo y Nicómaco, buscarán una exposición de todos los conocimientos sobre música y harmónica griegas que se tenían hasta la fecha. Esto dará lugar a tratados enormes (excepto el de Nicómaco, por las razones que veremos en su momento).

- Todos ellos proponen un acercamiento metafísico al tema de la consonancia: La harmonía de las esferas. Todos estos textos pertenecen a un movimiento de neopitagorismo-neoplatonismo que domina el pensamiento helenístico y que hará revivir enormemente el idealismo platónico. Los teóricos de esta época buscarán, basándose principalmente en el *Timeo* de Platón, una explicación metafísico-cósmica de los efectos de la música en el ser humano. Dentro de esa explicación está el tema de la harmonía de las esferas y de la harmonía del alma. La música real que hacen los hombres imita las estructuras de ese orden cósmico presente también en nuestra alma inmortal. Pero no todos los autores estarán de acuerdo a la hora de explicar este tema. Cada uno de ellos propondrá un modelo cósmico-musical completamente diferente.

- Acercamiento matemático. El pitagorismo que pretenden revivir estará basado no sólo en ese acercamiento metafísico, sino también en el matemático. Sobre todo Ptolomeo buscará una lógica matemática que de cabida a los diferentes sistemas musicales usados en la práctica. Este autor buscará una lógica matemática rigurosa que le permita describir numéricamente los géneros musicales.

- Acercamiento aristoxénico. Los tres tratados intentarán conjugar el acercamiento matemático con otros conceptos de origen puramente aristoxénico. El enfoque más matemático lo tendrá Ptolomeo, mientras que Aristides será el más aristoxénico.

El tratado de Aristides Quintiliano es tan extenso que un estudio en profundidad supondría demasiado para nuestro trabajo. Por otro lado, las teorías tratadas por Aristides no son, en su mayor parte, demasiado originales ni nos aportarían grandes novedades a nuestro tema central: el fenómeno de la consonancia y las teorías derivadas de él. Por ello, en nuestro estudio nos centraremos en los escritos de Nicómaco y Ptolomeo; el primero se puede considerar el origen (mediante su difusión a través de Boecio) de la gran tradición *pitagórica* de la Edad Media; el segundo, redescubierto a finales del siglo XV, se convirtió en la gran Autoridad sobre música para los defensores de la justa entonación.

2.5.1 Nicómaco

El único texto sobre música que se ha conservado de Nicómaco es el *Enchiridion*, probablemente escrito a principios del siglo II d. C. Es un pequeño tratado con forma de carta dirigida a una mujer. No se trata de un estudio en profundidad de las cuestiones harmónicas, sino de una primera aproximación al tema. El autor se refiere constantemente a una posterior ampliación más exhaustiva que escribiría tan pronto como tuviese tiempo, pero no se sabe nada de ella. Sin embargo, es muy probable que Boecio se basase en ese gran tratado perdido de Nicómaco para escribir su *De musica*. De hecho es probable que toda la parte primera del *De musica* de Boecio (libros I-IV) sea una traducción latina comentada del tratado de Nicómaco (ver capítulo sobre Boecio).

El *Enchiridion* es un texto breve, por lo que muchos temas sólo están tratados por encima, pero es interesante compararlo con los cuatro primeros libros de Boecio. De hecho, todo lo que comenta Nicómaco en el *Enchiridion* aparece con más profundidad en Boecio, y las teorías que se desprenden de los dos tratados parecen las mismas en todos los aspectos.

El estilo general es lo que se ha llamado pitagórico, por un lado utilizando la teoría de las proporciones y hablando de cuestiones de la acústica física (sin llegar a la rigurosidad matemática del *Sectio Canonis*) y por otro intentando relacionar los fundamentos de la harmonía musical con los que rigen el Universo. Pero podemos distinguir dos ramas de la tradición llamada pitagórica bastante diferenciadas: por un lado está la rama que sigue de cerca la metafísica de Platón y su "escala cósmica" del *Timeo,* de la que es parte este tratado; por otro está una vertiente más matemática, y no tan pegada a la metafísica platónica, que se puede ver en Arquitas, Euclides o Ptolomeo.

También se pueden encontrar importantes influencias aristoxénicas en las enseñanzas del tratado de Nicómaco, como el tratamiento de voz “continua” y “discreta”, o la descripción “cualitativa” de los géneros: Nicómaco habla de semitonos y *diesis* (la mitad de un semitono, según él), y aunque dice que dos semitonos iguales no pueden formar un tono, no lo demuestra ni propone proporciones para los semitonos y las *diesis*, posiblemente por la brevedad del tratado.

Física del sonido

Sobre la producción y transmisión del sonido nos dice Nicómaco:

> [...] El sonido es un impacto hecho en el aire que se mantiene ininterrumpido hasta el oído. Un impacto o exhalación fuerte, cayendo en el aire circundante y golpeándolo en muchas partes, da como resultado un sonido grande, un impacto débil produce un sonido pequeño [...]; y si es propulsado lentamente, el sonido que produce es grave; si es propulsado rápidamente, el sonido que produce es agudo[106].

La explicación es breve pero da a entender la teoría típica peripatética sobre la transmisión del sonido: el sonido se transmite como una serie de impactos sucesivos; además, los sonidos más rápidos son más agudos. En Boecio aparecerá la misma teoría explicada con mucho más detalle.

La consonancia es definida de la siguiente manera:

> Son consonantes cuando las notas [...] son diferentes en magnitud, pero cuando son producidas simultáneamente se mezclan una con la otra de tal manera que el sonido que producen es único

[106] NICOMACO, *Enchiridion*, cap. 4. (BARKER, op. cit., 10.)

> en forma, y parece un solo sonido. Son disonantes cuando los sonidos de las dos notas se oyen por separado y no se mezclan[107].

La idea fundamental en torno a la consonancia es que para que se produzca tiene que haber dos sonidos en principio distintos, pero que producidos simultáneamente se fundan en una sola sensación, como si fueran un solo sonido. En una disonancia los dos sonidos iniciales no se mezclan aunque sean producidos simultáneamente y se siguen percibiendo por separado. Nos volvemos a encontrar con la idea clásica de fusión o mezcla que se produce cuando dos sonidos son consonantes. Ya hemos comentado cómo esta idea nos puede hacer replantearnos el carácter monódico que tradicionalmente se asocia con la música griega; sobre todo teniendo en cuenta que no es una idea surgida en la época tardía del periodo helenístico, sino que es absolutamente evidente ya en la explicación a la consonancia física que propone Platón.

Las consonancias son, evidentemente, las de la *tetraktys* pitagórica, siendo la cuarta la más pequeña. Todos los intervalos menores que ella son considerados disonancias, como en toda la teoría harmónica griega. La cuarta es la primera de las consonancias, por debajo de ella todo son disonancias, por eso es de su división de donde surgen los géneros:

> Ya que la primera y más elemental consonancia es la cuarta, en un tetracordio y en la proporción 4/3, es naturalmente aquí donde se encuentran las diferencias entre los tres géneros de melodías[108].

---

[107] *Enchiridion*, op. cit., cap. 12.

[108] Ibidem, cap. 12.

Aritmética aplicada a la harmónica

En el pequeño tratado *Enchiridion* la teoría aritmética aparece como un breve comentario al *Timeo*. En el capítulo 8 Nicómaco describe los tres tipos de proporcionalidades como lo había hecho Platón, haciendo además especial hincapié en las propiedades musicales de los números 12/9/8/6, que se convierten en una segunda *tetraktys* pitagórica –ya hemos visto cómo en estos números la octava es dividida harmónica y aritméticamente en quinta y cuarta. Sin embargo, hay que tener presente que su gran tratado recopilatorio sobre aritmética[109] será una de las fuentes principales de aritmética griega para escritores latinos como Boecio.

Las referencias a Pitágoras y los pitagóricos son constantes. Aparece una cita de Filolao sobre las proporciones de las consonancias y del tono, y la formación del género diatónico a partir de dos tonos pitagóricos y un *leimma*. También aparece el “mito de la fragua”[110].

Harmonía de las esferas

En los tratados helenísticos de tradición pitagórica se proponen asociaciones concretas entre los astros celestes y determinados sistemas musicales. Nicómaco atribuye a los pitagóricos la relación de la Luna, Venus, Mercurio, Sol, Marte, Júpiter y Saturno con las siete notas de un sistema heptacordal de dos tetracordios conjuntos. Asocia astros más alejados a sonidos más graves.

[109] NICOMACO, *Introduction to Arithmetic*, translated by Martin Luther D’Ooge. “University of Michigan Studies. Humanistic Series”, XVI, Michigan, New York, 1926.

[110] Ver 2.2.5 *Los géneros en la escuela pitagórica* y 2.2.1 *Descubrimiento de las proporciones musicales*.

Ellos [los pitagóricos] dicen que todos los cuerpos que se mueven a través de un medio lo perturban en ondas, y por tanto deben producir ruidos diferentes entre sí por su magnitud y por el tipo de sonido, debiéndose esto a sus masas respectivas o a sus velocidades particulares o a las posiciones que van ocupando al hacer su recorrido –posiciones que pueden ser fácilmente cambiantes, o lo contrario, resistentes al cambio. Estas tres diferencias se pueden ver en el caso de los planetas, que difieren entre sí por su tamaño, su velocidad y su posición, y que se mueven a través del éter incesantemente y sin descanso. [...]

A partir del curso de Saturno, que es el más alejado con respecto a nosotros, se llamó *hypate* ["la más alta"] a la nota más grave de la octava, ya que lo que es más alejado está más alto[111]. A partir del curso de la luna, que es el más cercano de todos y circunda más cerca a la tierra, se tomó el nombre *neate* ["la más baja"]: ya que lo que es más cercano está más bajo. A partir de los cursos de aquellos que están al lado de [*para*] cada uno de éstos se llamó por un lado *parhypate* (a partir del que está debajo de Saturno, que es el de Júpiter) y por otro lado *paraneate* (a partir del que está por encima de la luna, que es el de Venus). A partir del curso del que está en el medio, el Sol, que es el cuarto desde cada extremo, se llamó *mese* ["medio"], que está colocado –al menos según la antigua práctica, dentro del heptacordio– a un intervalo de cuarta desde ambos extremos, de la misma manera que el Sol es el cuarto desde cada extremo entre los planetas y está en el medio. Sobre aquellos que están a cada lado del Sol, a partir del curso de Marte, al que se le ha asignado la esfera entre el Sol y Júpiter, se llamó *hypermese* ["encima de *mese*"], que también se conoce con el nombre de *lichanos*; y a partir del curso de Mercurio, que ocupa la region entre el Sol y Venus, se llamó *paramese* ["al lado de *mese*"]. De todo esto hablaremos con más precisión y con demostraciones diagramáticas y numéricas en el tratado que te he prometido a ti, la más noble de las mujeres y la mejor amante de la belleza; y explicaremos las razones por las que no oímos esta consonancia cósmica, que exhala, como nuestra rápida descripción puede dar a entender, un sonido completo que contiene toda la *harmonía*[112].

---

[111] Recordemos que la cuerda más grave era la que se colocaba más arriba en los instrumentos de cuerda griegos, tal y como ocurre hoy en día en la guitarra.

[112] *Enchiridion*, op. cit., cap. 3.

Toda la organización cósmico-musical de Nicómaco se correspondería con un sistema heptacordal de dos tetracordios conjuntos, como el tetracordio *meson* y el tetracordio *synemmenon*:

Luna	*Neate (synemmenon)*	
Venus	*Paraneate (synemmenon)*	Tetracordio
Mercurio	*Paramese (= trite synemmenon)*	*synemmenon*
Sol	*Mese*	
Marte	*Hypermese (= lichanos meson)*	Tetracordio
Júpiter	*Parhypate (meson)*	*meson*
Saturno	*Hypate (meson)*	

Esta asociación entre astros y notas musicales no puede en absoluto proceder de la primitiva escuela pitagórica. Más bien parece una reconstrucción primitivista surgida a partir del *Timeo*, como ahora veremos.

Según Barker[113] lo más común entre los escritores de la Antigüedad era asociar planetas más alejados con sonidos más agudos, por lo que la asociación que hace Nicómaco entre notas musicales y planetas sería extraña. Para este argumento, Barker pone como ejemplo a Ptolomeo, Aristides Quintilliano e incluso el mito de Er de Platón. Sin embargo, habría que señalar que, en primer lugar, Platón no asocia explícitamente ningún cuerpo celeste con ningún sonido concreto (ver 2.3.2), pero si tenemos en cuenta su idea de las velocidades relativas de los astros, y el hecho de que en las teorías acústicas se asociaban velocidades mayores a sonidos más agudos, entonces el relato de Nicómaco podría adaptarse más o menos a la descripción de Platón. De esta manera,

[113] BARKER, op. cit., p. 251, nota 20.

aquellos planetas que tenían velocidades relativas menores según la concepción de Platón (Saturno, Júpiter etc.), estarían asociados a sonidos más graves (*Hypate*, *parhypate* etc.).

La división del *kanon*

Los capítulos finales (cap. 11-12) son el culmen del pequeño tratado. En ellos se desarrolla la división del *kanon* en los tres géneros. El diatónico coincide en sus proporciones con la escala del *Timeo*. El cromático y el enharmónico derivan del diatónico de la escala del *Timeo*; aunque no son desarrollados en profundidad por la brevedad del tratado, las indicaciones que da Nicómaco son completamente coherentes con la exposición que hace Boecio de estos géneros (ver 2.6.5 *La división del monocordio*).

2.5.2 Ptolomeo

Ptolomeo[114] es, en numerosos estudios actuales, considerado *pitagórico* por su enfoque principalmente matemático del sonido musical y por su consideración de que un mismo orden debe regir tanto los fenómenos cosmológicos como los humanos y musicales. Ésta es la opinión de la mayoría de estudiosos de la teoría musical griega, y es recogida, por ejemplo, por Barker[115]. No obstante, su manera de tratar el tema se diferencia claramente de la de Nicómaco. De hecho, el mismo Ptolomeo contrapone

---

[114] PTOLOMEO, *Harmonics*, ed. I. Düring, Göteborg, 1930. En: BARKER, op. cit., 11. Seguiré principalmente esta traducción inglesa de Barker, pero también existe una versión en castellano: *Armónicas*, traducción de Demetrio Santos Santos, Miguel Gómez, Málaga, 1999.

[115] BARKER, op. cit. p. 270.

muchas de sus propias teorías a las de los por él llamados "pitagóricos", y esas teorías "pitagóricas" son claramente las que podemos encontrar tanto en el *Sectio Canonis* como en el neopitagorismo de Nicómaco[116].

Por otro lado, la tradición que se transmitió a la Edad Media como "pitagórica", a través de las enseñanzas de Boecio, es el neopitagorismo de Nicómaco[117]. Y precisamente fue el redescubrimiento de Ptolomeo a finales del siglo XV lo que desencadenó en cierta medida la "rebelión" que en el siglo XVI se produce contra las enseñanzas "pitagóricas" de Boecio[118]. Por todo ello tenemos que ser cautelosos a la hora de utilizar el término "pitagórico" refiriéndonos a estos autores helenísticos.

Ptolomeo trabajó en Egipto durante el siglo II d. C. Principalmente se le conoce por sus estudios sobre astronomía. El sistema cosmológico desarrollado en el *Almagesto*, geocéntrico y heredero del de Aristóteles, fue absolutamente dominante hasta la revolución copernicana. Su tratado de los *Harmónicos* no es quizás tan conocido, pero supone un documento esencial no sólo para la historia de la música, sino también para la historia de la ciencia occidental. De las explicaciones de Ptolomeo se desprende un método científico sistemático y riguroso para el estudio de la harmónica, que da como resultado un tratado coherente, con un espíritu muy distinto al carácter recopilatorio de otros escritos helenísticos y romanos.

[116] Las teorías neopitagóricas de Nicómaco están presentes en el *Enchiridion* y en la mayor parte del tratado de Boecio.

[117] Téngase en cuenta que los primeros cuatro libros del tratado de Boecio se pueden considerar una traducción del tratado perdido de Nicómaco. Ver 2.6 *Boecio*.

[118] Ver 4.2 *La oposición al monocordio de Ramos: Franchino Gafurio* y 4.3 *Fogliano, Zarlino y Salinas*.

Método científico de Ptolomeo

Para Ptolomeo, la harmónica es la ciencia que estudia los sonidos musicales en cuanto a sus diferencias de altura. Para ello, el harmónico (es decir, el estudioso de la ciencia harmónica) dispone de dos herramientas básicas: la razón y la percepción. La razón estudia el componente abstracto, las relaciones matemáticas que se establecen entre sonidos de diferente altura. La percepción es el oído musical que discierne las realidades musicales (intervalos, consonancias, sistemas etc.).

La harmónica de Ptolomeo, así definida, estaría relacionada con la harmónica pitagórica de Arquitas o con la de Platón; es una disciplina matemática que utiliza los procedimientos aritméticos necesarios para describir las diferentes alturas del sonido. Pero Ptolomeo pasa completamente por alto lo que hemos llamado la física del sonido (producción, transmisión y percepción del hecho sonoro y de la consonancia) y se dedica a describir matemáticamente los distintos sistemas musicales que, según él, se utilizaban en su época.

> El conocimiento harmónico es el poder que distingue las diferencias relacionadas con lo agudo y lo grave en los sonidos: el sonido es una modificación del aire que ha sido golpeado (esto es lo primero y más fundamental de las cosas oídas), y los criterios de la harmonía son el oído y la razón, aunque no de la misma manera. El oído se ocupa de la materia y la modificación, la razón de la forma y la causa, ya que es característico de los sentidos descubrir lo aproximado y tomar de otra parte lo que es exacto, mientras que es característico de la razón tomar de otra parte lo que es aproximado y descubrir lo exacto. Porque la materia está determinada y limitada sólo por la forma, y las modificaciones sólo por las causas de los movimientos, y como de éstas las primeras [es decir, la materia y las modificaciones] pertenecen a la percepción de los sentidos, y las segundas [es decir, la forma y las causas de los movimientos] a la razón, se sigue naturalmente que los conocimientos de los sentidos son determinados y limitados por los de la

> razón, primero proporcionándoles las distinciones que han percibido a grandes rasgos –al menos cuando se refiere a cosas que pueden ser percibidas por los sentidos– y siendo guiados por ellos hacia las distinciones que son exactas y aceptadas. Esto es porque es característico de la razón ser simple y no mezclada, y es por lo tanto autónoma y ordenada, y siempre es la misma en relación a las mismas cosas, mientras que la percepción siempre está implicada con materia multifacética y cambiante, por lo que debido a la inestabilidad de esta materia, ni la percepción de todo el mundo ni la de la misma persona permanece la misma cuando se dirige repetidamente a objetos en la misma condición; sino que necesita [...] de las enseñanzas de la razón[119].

El oído proporciona los datos empíricos, mientras que la razón da cuenta abstracta de ellos. El oído discierne si los intervalos son consonantes o disonantes, melódicos o no melódicos[120], y clasifica los sistemas musicales en términos de género, tono etc. La razón busca qué tipo de relaciones matemáticas se adecuan a esos datos empíricos que nos proporciona el oído.

Expliquemos con detenimiento todo esto. El principal objeto de la harmónica es describir con precisión los sistemas harmónicos que utiliza la música, y los sistemas harmónicos se describen fielmente utilizando las proporciones matemáticas (en este aspecto Ptolomeo es completamente pitagórico). Por lo tanto, la harmónica debe dar cuenta de las proporciones matemáticas que caracterizan a sistemas musicales "correctos".

Pero, ¿qué es un sistema musical "correcto"? Según Ptolomeo, es aquél que funciona a nivel sensorial –aquél que nuestro oído reconoce que suena bien– y que también funciona a nivel racional –es decir, que se acomoda a los presupuestos matemáticos inducidos a partir de la experiencia sensorial.

---

[119] PTOLOMEO, op. cit., lib. I, cap. 1.

[120] Ptolomeo propone una clasificación de los intervalos novedosa, de la que hablaremos posteriormente.

Podemos hablar entonces de un método científico riguroso seguido por Ptolomeo, en el que encontramos una conjunción de inducción y deducción. En principio hay un paso inductivo: se toman datos experimentales a través del oído musical –lo que podemos denominar el componente sensorial– y por inducción se formulan leyes matemáticas a partir de ellos –lo que podemos denominar el componente racional. Posteriormente, esas leyes matemáticas permiten, mediante la deducción, formular sistemas harmónicos válidos.

En realidad, este proceso es el que ha seguido toda la teoría musical griega desde el descubrimiento de las proporciones consonantes. En principio se descubren las proporciones de los intervalos musicales más identificables, las consonancias. Ésos son intervalos que todo el mundo puede identificar, además son fácilmente cuantificables, como ya hemos visto. Se sacan conclusiones matemáticas de las proporciones consonantes: todas ellas son múltiples o epimóricas y se relacionan entre sí con los tres tipos principales de medias matemáticas. Sin embargo, los intervalos menores no son tan fácilmente cuantificables; de hecho, ni siquiera son fácilmente identificables, ya que se pueden dar múltiples posibilidades, todas ellas válidas. Las mentes racionales de los teóricos griegos intentan dar forma matemática a esa indeterminación. Para ello aplican las leyes matemáticas encontradas por inducción a partir de las consonancias a la división del tetracordio. En concreto buscan proporciones epimóricas que, a ser posible, se relacionen entre sí con las medias matemáticas que ya conocemos. Es decir, las leyes matemáticas que sirven para las consonancias son aplicadas, mediante deducción, para la construcción de sistemas harmónicos en los que se divide también el intervalo de cuarta.

Sin embargo, este proceso, que podemos observar ya en las divisiones tetracordales de Arquitas (ver 2.2.5 *Los géneros en la escuela pitagórica*), nunca había sido tan explícito como lo es en el tratado de Ptolomeo. Este autor reconoce de entrada que el oído musical es el primer juez, a partir del cual tenemos que valorar los sistemas harmónicos. Sin embargo, como el oído no es absolutamente preciso, tenemos que apoyarnos en nuestra mente racional para poder determinar con precisión la forma matemática de los sistemas harmónicos.

Como todo método científico, también cuenta con un instrumental adecuado para la experimentación. El instrumento que conecta percepción con razón es, precisamente, el *kanon*. Ptolomeo propone una serie de reglas prácticas para la construcción de un *kanon* (monocordio) fiable que permita al estudioso de la harmónica encontrar datos correctos y precisos. El *kanon* en Ptolomeo es el aparataje indispensable para llevar a cabo los experimentos que proporcionarán al harmónico los datos empíricos. Por otro lado, también se trata del instrumento que permite testar y poner a prueba los hallazgos teóricos.

Clasificación de los intervalos

Hasta la época de Ptolomeo los intervalos se dividían simplemente en consonantes (*symphonía*) o disonantes (*diaphonía*). Sin embargo, nuestro autor idea un sistema de clasificación mucho más preciso y que tendrá una gran influencia en los teóricos occidentales posteriores. Según Ptolomeo, dos sonidos musicales pueden, en principio, formar un unísono (tener la misma altura musical) o tener diferente altura. Cuando dos sonidos tienen diferente altura Ptolomeo los clasifica en: equisonantes, consonantes o no consonantes, y melódicos o no melódicos[121].

[121] Hemos decidido traducir el término griego utilizado por Ptolomeo, *homophonía* [omofon...a] mediante la palabra “equisonancia”, de la misma manera que venimos traduciendo *symphonía* por

> La clase más perfecta son los equisonantes, después los consonantes y por último los melódicos. Ya que los intervalos de octava y doble octava difieren de los demás intervalos consonantes igual que éstos lo hacen de los melódicos, sería más apropiado llamarlos equisonantes. Definamos como equisonantes aquellos que, cuando suenan a la vez, crean en el oído la impresión de un único sonido, como hacen las octavas y los compuestos de octavas; definamos como consonantes los que están cercanos a los equisonantes, como las quintas y las cuartas y aquellos compuestos de éstas y de los equisonantes; y definamos como melódicos aquellos cercanos a las consonancias, como los tonos y otros de ese tipo[122].

Los intervalos más perfectos (después del unísono) son las equisonancias, es decir la octava y los múltiplos de la octava; después le siguen en perfección las consonancias, que son la quinta y la cuarta; por último se encuentran los intervalos melódicos, que son intervalos no consonantes pero utilizables musicalmente y que aparecen en los sistemas harmónicos correctos. En realidad, podemos entender que cada clase contiene a todas las clases superiores. Es decir, los melódicos son todos aquellos utilizados en música. De entre todos los melódicos hay algunos más perfectos, los consonantes, que están por tanto contenidos dentro de los melódicos. Por último, de entre los consonantes hay también algunos todavía más perfectos, los equisonantes, que están contenidos dentro de los consonantes.

"consonancia". Además, *homophonía* se traducirá en la Edad Media al latín como *equisonantia* (por Boecio, por ejemplo). "Melódico" traduce el término griego *emmele* [emmelh] que designa los intervalos no consonantes pero propios del sistema harmónico y utilizados de forma melódica en la música, como el intervalo de tono. Este término aparece en los tratados latinos como *concinnus*. Su contraposición es *ekmele* [ekmelh], intervalo extraño al sistema harmónico, traducido por nosotros como "no melódico" y en los tratados latinos como *inconcinnus*.

[122] PTOLOMEO, op. cit., lib. I, cap. 7.

Esta jerarquía interválica se corresponde con una jerarquía matemática, para la cual Ptolomeo sigue los preceptos pitagóricos, según él mismo dice. La mayor perfección se encuentra en la proporción de igualdad, que se corresponde con la unisonancia. Le sigue en perfección la proporción doble, en la que se establece la equisonancia de la octava. Los múltiplos de la octava serán por tanto múltiplos de la proporción doble. Después se encuentran las proporciones epimóricas, de las cuales las más sencillas (3/2 y 4/3) nos proporcionan las consonancias de quinta y cuarta. Consonantes son también los intervalos compuestos de las consonancias simples y las equisonancias. El resto de intervalos melódicos (más pequeños que la cuarta) deben encontrarse, por tanto, también en proporciones epimóricas, ya que, aun sin ser consonantes, son también intervalos musicales melódicos.

> De todo lo visto hasta ahora podemos resumir que el primer múltiplo y sus compuestos son equisonancias, los dos primeros epimóricos y los compuestos de éstos y las equisonancias son consonancias, y los epimóricos que vienen después del epitrítico son intervalos melódicos[123].

En todo esto podemos ver una aplicación práctica de la teoría aritmética de la consonancia. Las consonancias, fácilmente medibles y reconocibles, son múltiples o epimóricas, luego los intervalos menores, difícilmente medibles, también tienen que serlo. En realidad, esta aplicación práctica de la teoría aritmética de la consonancia es similar a la que podemos encontrar en otros pensadores anteriores, como Arquitas. Para la división de la cuarta, Arquitas intentaba encontrar proporciones epimóricas. Sin embargo, en el sistema de géneros de Arquitas las proporciones epimóricas se encontraban a veces entre sonidos no yuxtapuestos, o lo que es lo mismo, los sonidos yuxtapuestos del sistema no siempre formaban intervalos epimóricos; mientras que

[123] Ibidem, lib. I, cap. 7.

Ptolomeo considera que todos los intervalos definidos por sonidos yuxtapuestos (intervalos melódicos según su definición) deben encontrarse en proporciones epimóricas.

En realidad, la asociación que establece Ptolomeo entre grado de simplicidad matemática de la proporción y grado de consonancia del intervalo definido por esa proporción es una idea de claro origen pitagórico, como el propio Ptolomeo reconoce. Sin embargo, en este esquema aparece un problema, el grado de consonancia de la octava más cuarta. El intervalo de octava más cuarta es definido por la proporción 8/3, y esa proporción no es ni múltiple ni epimórica, por lo que, según el criterio de simplicidad matemática pitagórica, no sería una consonancia.

Sin embargo, Ptolomeo considera que el estudioso de la harmónica debe partir primeramente de la experiencia empírica musical, como hemos visto al hablar de su método científico. Y según él, el oído musical dicta que la octava más cuarta es consonante, a pesar de no encontrarse en una proporción múltiple o epimórica. Éste es uno de los puntos de confrontación entre el pensamiento de Ptolomeo y la teoría por él llamada pitagórica, que, como ya hemos dicho, parece ser la teoría defendida en esa época por neopitagóricos como Nicómaco.

La resolución a este problema la encuentra Ptolomeo limitándose al ámbito de una octava. La octava es para este autor el marco básico en el que se encuentra todo lo que debe considerar el harmónico. Todo lo que se halla más allá de la octava es una repetición de lo que ocurre dentro de ella. Por lo tanto, el criterio de la simplicidad matemática (la necesidad de encontrarse los intervalos harmónicos en proporciones múltiples o epimóricas) se limita también al ámbito de la octava. El intervalo de octava más cuarta no es más que el intervalo de cuarta ampliado por una octava que no cambia su condición de consonante. Por ello se equivocan, según Ptolomeo, los pitagóricos que niegan la consonancia de la octava más cuarta basándose en su no adecuación a la *tetraktys* de la década y en su proporción ni múltiple ni epimórica[124].

> La consonancia de la octava –cuyas notas no difieren en su función de una única nota– cuando es añadida a cualquier otro intervalo, siempre conserva inalterada la forma de ese intervalo, igual que le ocurre al número 10, por ejemplo, cuando es añadido a otros números menores que él[125].

> [...] es de esperar que llegue a los oídos la misma impresión de la octava más cuarta que de la cuarta sola, y que la impresión de la octava más quinta sea la misma que la de la quinta sola. Del hecho de que la quinta es consonante se deriva que la octava más quinta también lo sea, y del hecho de que la cuarta es consonante, que la octava más cuarta lo sea también. [...] Lo cual está de acuerdo con la mera percepción empírica[126].

La división del tetracordio: los géneros

Después de haber defendido la necesidad del harmónico de usar tanto la razón como la percepción para formular sistemas harmónicos válidos, y de haber organizado

---

[124] Para una discusión detallada del problema de la octava más cuarta en la teoría musical de la Antigüedad ver: BARBERA, C. André, "The consonant eleventh and the expansion of the musical tetractys: A study of ancient Pythagoreanism", *Journal of Music Theory*, 28 (1984), 191-223. La tesis principal de Barbera es que el problema consiste en una confrontación entre racionalismo y empirismo, "the octave plus fourth stands at the crease between rationalism and empiricism", y que es resuelto, también en la Antigüedad, mediante el solapamiento de las dos principales *tetraktys* musicales, la *tetraktys* de la década (1, 2, 3, 4) y la *tetraktys* musical 6, 8, 9, 12. Nosotros consideramos, sin embargo, que la principal resolución del problema de la octava más cuarta es la llevada a cabo por Ptolomeo al restringir la ley aritmética de la consonancia al ámbito de la octava.

[125] PTOLOMEO, op. cit., lib. I, cap. 6.

[126] Ibidem, lib. I, cap. 6.

los intervalos musicales en tres tipos, correspondientes a determinados tipos de proporciones, Ptolomeo aborda una de las principales cuestiones de su tratado: la división del tetracordio.

Ptolomeo es una fuente muy interesante para conocer las divisiones tetracordales de otros autores anteriores, ya que enumera y critica los géneros de Aristoxeno, Arquitas, Dídimo y Eratosthenes. Pero nosotros nos centraremos en el procedimiento de Ptolomeo para conseguir las suyas propias.

En sus divisiones del tetracordio según los tres géneros, Ptolomeo sigue una serie de leyes o principios básicos que son, como no podía ser de otra forma, de dos tipos, racionales y sensoriales:

1. Leyes racionales: son las leyes que dicta la razón.

- La principal ley racional deriva directamente de lo que hemos venido discutiendo hasta ahora: Los intervalos entre sonidos yuxtapuestos deben ser epimóricos.
- Además, la cuarta debe ser dividida en dos o tres intervalos epimóricos casi iguales.

> Para encontrar las posiciones y el orden de las cantidades, adoptamos como nuestro primario postulado y principio racional la tesis de que todos los géneros tienen la siguiente característica común: que en los tetracordios también, las notas yuxtapuestas siempre forman proporciones epimóricas entre ellas que dividen la cuarta en dos o tres partes casi iguales[127].

2. Leyes sensoriales: son las leyes que dicta el oído musical.

[127] Ibidem, lib. I, cap. 15. "En los tetracordios también" significa que ya en la división de la octava nos habíamos encontrado con este principio.

- En todos los géneros el intervalo grave es el menor de los tres intervalos (la cuarta se concibe siempre dividida con dos notas intermedias en tres intervalos).
- En los géneros con *pykna* (cromáticos y enharmónicos) la suma de los dos intervalos inferiores es más pequeña que el intervalo superior.
- En los géneros sin *pykna* (diatónicos) no hay ningún intervalo mayor a la suma de los otros dos.

> En segundo lugar, basándonos en la percepción común, adoptamos igualmente como propio de todos los géneros la tesis de que la magnitud más grave de las tres es más pequeña que las restantes; como propio de los géneros que tienen *pykna*, la tesis de que las dos magnitudes cercanas a la nota grave juntas son menos que la magnitud cercana a la nota aguda; y como propio de los géneros *apykna*, la tesis de que ninguna magnitud es mayor que las otras dos juntas[128].

A partir de estos principios Ptolomeo se dispone a dividir la cuarta. En primer lugar la divide en dos proporciones epimóricas, lo cual sólo se puede hacer de tres maneras diferentes:

- $\frac{4}{3} = \frac{5}{4} \cdot \frac{16}{15}$
- $\frac{4}{3} = \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{9}$
- $\frac{4}{3} = \frac{7}{6} \cdot \frac{8}{7}$

Para los géneros con *pykna* toma como intervalos superiores los más grandes en cada una de estas divisiones primarias; es decir, toma como intervalos superiores 5/4,

[128] Ibidem, lib. I, cap. 15.

6/5 y 7/6. Los intervalos inferiores los divide a su vez en dos intervalos epimóricos, de los cuales coloca el menor en el grave, como nos indica una de las leyes sensoriales.

La división de los intervalos epimóricos, tanto en los géneros con *pykna* como en los géneros diatónicos que veremos posteriormente, no la realiza hallando la media aritmética, como sería lo más sencillo, sino que el procedimiento que sigue Ptolomeo es el siguiente[129]. Halla dos medias aritméticas, en lugar de una, y toma aquella que forma proporciones epimóricas con ambos extremos. Por ejemplo, para dividir la proporción 8/7 multiplica ambos términos por tres, hallando 24/21. Las dos medias aritméticas que resultan son 22 y 23. 23 no forma proporciones epimóricas con ambos extremos, sin embargo 22 sí lo hace: 24/22=12/11 y 22/21. De esta forma, multiplicando por tres ambos extremos, hallando dos medias aritméticas y tomando la que le conviene, es como va dividiendo Ptolomeo todos los intervalos epimóricos.

Así resultan tres tipos de géneros con *pykna*; a dos de ellos los considera cromáticos mientras que al otro (el que tiene mayor diferencia entre el *pykna* y el intervalo superior) lo considera enharmónico:

[129] Los intervalos definidos por proporciones epimóricas no pueden dividirse en dos intervalos iguales mediante procedimientos aritméticos, ya que, como ya hemos mencionado a lo largo del presente capítulo, no se puede hallar una media geométrica entre los extremos de una proporción epimórica. Las otras dos medias matemáticas principales aplicables a la división de intervalos son la aritmética y la harmónica, que producen, como resultado de la división, los mismos intervalos.

Enharmónico

4/3	*mese*		
		5/4	
	lichanos meson		
		24/23	16/15
	parhypate meson		
		46/45	
	hypate meson		

Cromático *malakon*[130]
(“blando”)

4/3	*mese*		
		6/5	
	lichanos meson		
		15/14	10/9
	parhypate meson		
		28/27	
	hypate meson		

[130] Los términos *malakon* y *syntonon*, que podemos traducir por “blando” (o “relajado”) y “tenso” respectivamente, hacen referencia a la afinación de las dos notas intermedias del tetracordio. Si esas notas son más agudas (es decir, más cercanas a la nota superior del tetracordio), las cuerdas que las producen deberán estar más tensas, por lo que el género será *syntonon*, tenso. Si las notas intermedias son más graves (más cercanas a la nota inferior del tetracordio), las cuerdas estarán más relajadas y el género será *malakon*. En general los géneros enharmónicos y cromáticos son *malakon*, mientras que los diatónicos son *syntonon*, pero dentro de cada género se utilizan estas dos palabras también para designar las distintas afinaciones de las notas, más agudas o más graves, de tetracordios del mismo género.

Cromático *syntonon*
("tenso")

	mese		
		7/6	
	lichanos meson		
4/3		12/11	8/7
	parhypate meson		
		22/21	
	hypate meson		

Para los géneros sin *pykna* (los géneros diatónicos) Ptolomeo toma como intervalos superiores los más pequeños de las divisiones originarias (16/15, 10/9 y 8/7) mientras que los grandes los divide, con el procedimiento que hemos visto antes, en los dos intervalos inferiores. Sin embargo, la proporción 16/15 no es apta para ser el intervalo superior en el género diatónico, ya que entonces los intervalos resultantes inferiores (conseguidos mediante la división de 5/4) serían mayores que él, y una de las leyes sensoriales decía que el intervalo más pequeño de los tres tenía que ser el inferior. Por lo tanto, Ptolomeo forma géneros diatónicos solamente a partir de dos de las divisiones originales de la cuarta:

- $\frac{4}{3} = \frac{6}{5} \cdot \frac{10}{9}$
- $\frac{4}{3} = \frac{7}{6} \cdot \frac{8}{7}$

Así consigue:

Diatónico *malakon*
(“blando”)

	mese		
		8/7	
	lichanos meson		
4/3		10/9	
	parhypate meson		7/6
		21/20	
	hypate meson		

Diatónico *syntonon*
(“tenso”)

	mese		
		10/9	
	lichanos meson		
4/3		9/8	
	parhypate meson		6/5
		16/15	
	hypate meson		

Pero Ptolomeo incluye también otros géneros diatónicos conseguidos de otra manera. Para empezar, considera que el tono surgido como diferencia entre las dos consonancias de cuarta y quinta, el tono 9/8, debe tener su lugar como intervalo superior en algún tipo de género diatónico. Como en el diatónico tenso el tono 9/8 aparecía junto al intervalo 10/9, ahora lo coloca junto a otro intervalo, el 8/7, resultándole así como intervalo inferior el 28/27. Éste es el diatónico *toniaion* (“tónico”), porque ha sido creado a partir del tono 9/8.

Diatónico *toniaion*
(“tónico”)

	mese	
		9/8
	lichanos meson	
4/3		8/7
	parhypate meson	
		28/27
	hypate meson	

Hasta ahora, a excepción de este último diatónico conseguido con otros medios, Ptolomeo ha procedido dividiendo la cuarta inicialmente en dos intervalos epimóricos, uno de los cuales era a su vez dividido en dos. La otra forma de dividir la cuarta, que ya aparecía en la segunda ley racional antes mencionada, era hacerlo en tres intervalos epimóricos casi iguales. De esta forma obtiene Ptolomeo el diatónico *hemiolon* (“igual”):

Diatónico *hemiolon*
(“igual”)

	mese	
		10/9
	lichanos meson	
4/3		11/10
	parhypate meson	
		12/11
	hypate meson	

Por último menciona nuestro autor otro tipo de diatónico según el cual, siempre en palabras de Ptolomeo, afinan su instrumento muchos músicos prácticos. Llama a este género diatónico *ditoniaion* (“ditónico”), ya que se consigue mediante dos tonos 9/8 y un resto o *leimma*:

Diatónico *ditoniaion*
(“ditónico”)

	mese	
		9/8
	lichanos meson	
4/3		9/8
	parhypate meson	
		256/243
	hypate meson	

Éste es el diatónico que hemos encontrado ya en numerosas ocasiones a lo largo de nuestro estudio, el diatónico de Filolao, de la escala del *Timeo*, de *Sectio Canonis* y de Nicómaco. Según Ptolomeo, los músicos prácticos afinan las cuerdas de esta manera (seguramente porque es fácilmente realizable a base de quintas justas con el método de consonancia), pero en realidad cantan según el diatónico *syntonon*. Es decir, el diatónico *ditoniaion* no es más que una desviación incorrecta, pero de construcción sencilla, del correcto diatónico *syntonon*. La diferencia entre los dos es la afinación de la segunda nota empezando por el grave. En el diatónico *ditoniaion* esa nota se encuentra un poco más baja (exactamente un intervalo de 81/80) de lo que debería estar[131].

[131] Ptolomeo se para a discutir la diferencia de afinación entre el ditono formado por dos tonos 9/8 (de proporción 81/64) y el intervalo 5/4, que podemos encontrar tanto en el enharmónico como en el diatónico *syntonon* ($\frac{9}{8} \cdot \frac{10}{9} = \frac{5}{4}$). Llega a la conclusión de que esa diferencia es 81/80. Por esta razón, cuando en el siglo XVI los teóricos defensores de la justa entonación hablen de ese mismo intervalo (como diferencia entre el ditono pitagórico y la tercera mayor justa), lo llamarán comma sintónica.

Otras de las divisiones tetracordales que expone Ptolomeo son las de Dídimo. Estas divisiones se pueden considerar otra versión de la aplicación de la teoría aritmética de la consonancia a la división del tetracordio. En ellas podemos encontrar varios de los preceptos seguidos por Ptolomeo, como la división de la cuarta en dos intervalos epimóricos de los cuales uno a su vez es dividido en otros dos intervalos epimóricos, o la colocación del intervalo menor en el grave. Son un buen ejemplo de las múltiples posibilidades que da la teoría aritmética aplicada a la creación de sistemas musicales. Una misma teoría –procedente de la búsqueda de proporciones epimóricas en la división de la cuarta– dependiendo de cómo la interprete el teórico, puede dar como resultado sistemas de división de la cuarta completamente diferentes.

Divisiones tetracordales atribuidas a Dídimo por Ptolomeo:

Enharmónico

	mese		
		5/4	
	lichanos meson		
4/3		31/30	
	parhypate meson		16/15
		32/31	
	hypate meson		

Cromático

	mese		
		6/5	
	lichanos meson		
4/3		25/24	
	parhypate meson		10/9
		16/15	
	hypate meson		

Diatónico

mese
9/8
lichanos meson 5/4
4/3 10/9
parhypate meson
16/15
hypate meson

El factor cultural en las teorías de Ptolomeo

Ya hemos hablado del método científico seguido por Ptolomeo, mezcla de razón y percepción, y que podemos encontrar aplicado en la división del tetracordio. Pero en un momento de su discurso sobre los géneros aparece algo sorprendente para el estudioso actual. Ptolomeo parece introducir un tercer componente, ni racional ni sensorial, fundamental en la valoración de los sistemas harmónicos; un componente que podríamos llamar estético-cultural, que valora los sistemas harmónicos teniendo en cuenta su utilización real en la práctica musical de su momento. Este tercer componente aparece en el capítulo 16 del libro I, titulado: *Los géneros más familiares al oído. Cuántos son y cuáles son*. En este capítulo Ptolomeo discute cuáles son los géneros utilizados realmente en la música de su época, desechando directamente de la práctica musical, por ejemplo, al enharmónico por ser excesivamente *malakon* (ver nota 118).

Es decir, Ptolomeo parece tener en cuenta tres factores que determinan la valoración que se puede hacer de los sistemas harmónicos:

1. Factor sensorial: Es el que tiene en cuenta la percepción, el juicio del oído de una manera empírica. Es la primera herramienta de que dispone el harmónico. Su oído determina de entrada, a grandes rasgos, qué sistemas musicales son correctos.

2. Factor racional: Es el que tiene en cuenta la correcta construcción matemática de los sistemas harmónicos. En el proceso científico es posterior al juicio del oído, ya que las leyes matemáticas que deben regir los sistemas musicales son inducidas a partir de los datos experimentales del oído, pero su análisis es más preciso. La razón da forma definida a la percepción indefinida.

3. Factor estético-cultural: Es el que tiene en cuenta la utilización real o no de determinado sistema harmónico en la práctica musical.

Según Ptolomeo, los dos primeros métodos de análisis tienen que llegar a las mismas conclusiones. Es decir, un sistema harmónico matemáticamente bien construido será también un sistema "agradable" para el oído. Sin embargo, el tercer factor puede ser independiente. Un sistema harmónico "correcto" en cuanto a su construcción matemática y al juicio del oído, puede que no sea un sistema comúnmente utilizado en la práctica real de la música en la época de Ptolomeo. No obstante, todo sistema utilizado en la práctica debe ser "correcto" tanto sensorialmente como matemáticamente.

El proceso inductivo-deductivo completo, incluyendo este factor cultural, sería el siguiente:

Las leyes matemáticas son inducidas a partir de los datos experimentales; suponen una abstracción de datos concretos. Por lo tanto, los sistemas harmónicos que se deduzcan a partir de estas leyes matemáticas deberán ser sensorialmente correctos. Pero al mismo tiempo, esas leyes inducidas a partir de los datos experimentales permiten, mediante la deducción, reformular otros sistemas harmónicos también válidos que no habían sido reconocidos de entrada por el oído musical. Por ello, algunos de los sistemas harmónicos así conseguidos resultan extraños (que no desagradables) al oído musical. Son sistemas harmónicos válidos (suenan bien) pero, tal vez por no formar parte de la cultura musical de su época, resultan ajenos al oído musical.

Éste es el caso, como nos dice Ptolomeo, del diatónico *hemiolon*, conseguido mediante la división directa de la cuarta en tres intervalos, utilizando para ello dos medias aritméticas. Ptolomeo reconoce que el diatónico *hemiolon* es un sistema con una sonoridad extraña, pero agradable cuando te acostumbras a ella; debe serlo, ya que presenta un buen orden matemático. Refiriéndose a él dice Ptolomeo:

> [...] el carácter que resulta es bastante extraño y rústico, pero excepcionalmente agradable, sobre todo cuando nuestro oído se va acostumbrando a él, por lo que no deberíamos dejarlo de lado, tanto por el carácter especial de su melodía como por el buen orden de su división[132].

[132] PTOLOMEO, op. cit., lib. I, cap. 16.

2.6 BOECIO

De institutione musica[133] forma parte de una serie de tratados que Boecio escribió entre el año 500 y el año 506 dedicados a las cuatro disciplinas matemáticas, al *cuadrivium*. Estas disciplinas son la aritmética (la ciencia del número), la música (la ciencia de las proporciones), la geometría (la ciencia de las magnitudes fijas) y la astronomía (la ciencia de las magnitudes móviles). De la misma manera que Platón, en su *República*, aconsejaba el estudio de estas disciplinas a los gobernantes por su valor filosófico, Boecio las considera necesarias para el posterior estudio de la filosofía[134].

El tratado sobre astronomía no se ha conservado. Los otros tres se pueden considerar compilaciones y traducciones de escritos griegos. *De institutione aritmética* deriva directamente de Nicómaco, y el tratado sobre geometría probablemente también. *De musica* parece, a primera vista, una recopilación de diferentes fuentes, desde Nicómaco, pasando por Platón y Euclides para los libros I a IV, hasta Ptolomeo para el libro V.

Sin embargo, lo más probable es que los libros I a IV sean una traducción comentada de un texto perdido de Nicómaco[135], quien a su vez citaría a Platón y Euclides. De hecho, Boecio está continuamente atribuyendo diferentes teorías a

[133] BOECIO, Ancius Manlius Severinus, *De institutione musica libri quinque*, ed. Godofredus Friedlein, B. G. Teubner, Leipzig, 1867. De ahora en adelante citaremos esta obra como *De musica*.

[134] BOECIO, *De institutione aritmetica*, ed. Godofredus Friedlein, B. G. Teubner, Leipzig, 1867. *Boethian Number Theory. A translation of the* De institutione aritmetica, traducción inglesa de Michael Masi, Studies in Classical Antiquity, v. 6, Rodopi, Amsterdam, 1983. Lib. I, cap. 1.

[135] BOWER, C., "Boethius and Nicomachus: An Essay Concerning the Sources of *De institutione musica*", Vivarium, XVI, mayo 1978, 1-45.

Nicómaco; teorías que no aparecen explícitamente en el único texto que conservamos de él, el *Enchiridion*. No obstante, todo lo expuesto en los cuatro primeros libros del *De musica* es perfectamente coherente con el *Enchiridion*. En muchos casos lo que ocurre es que las teorías del *Enchiridion* son ampliadas y explicadas con mayor detalle en el *De musica*, pero el fondo de la cuestión parece ser el mismo. Por ello creo que debemos tomar los libros I al IV del tratado de Boecio como un documento bastante fiable del pensamiento harmónico de Nicómaco.

El libro V, a su vez, es una traducción comentada del primer libro de los *Harmónicos* de Ptolomeo; no obstante, está incompleto. Es posible que Boecio pretendiera traducir por completo ambos tratados (el de Nicómaco y el de Ptolomeo), pero, o bien no terminó su trabajo, o el resto del texto se ha perdido.

Al utilizar fuentes diversas Boecio cae en incongruencias y en una organización extraña de los conceptos. Antes de hablar concretamente sobre el concepto de consonancia en Boecio veamos en qué consisten cada uno de los libros de su tratado. El libro I es una introducción a los temas que tratará posteriormente con más profundidad. Comienza hablando del poder ético de la música sobre el alma humana y expone su famosa división de la música en mundana, humana e instrumental. Este tema ya no lo vuelve a tratar, pero se supone que tenía intención de hacerlo al traducir el tercer libro de los *Harmónicos* de Ptolomeo. El resto del libro lo dedica a una rápida aproximación al aspecto físico del sonido y el concepto de consonancia, las proporciones, los intervalos, los sistemas y los géneros. Boecio promete continuamente tratar estos temas con más profundidad más adelante. El libro II está dedicado al tema de las proporciones y proporcionalidades. Después de una rápida explicación matemática asigna determinadas proporciones a las consonancias. En el libro III asigna proporciones a los intervalos menores, no consonantes (al tono 9/8, y al *leimma* y *apotome* de la tradición pitagórica de Nicómaco).

El libro IV comienza con una traducción de la introducción del *Sectio Canonis*, que hace las veces de sumario de lo visto hasta entonces, y explica los dos tipos de notación musical griega (la vocal y la instrumental). A partir del capítulo 5 se expone el tema central de estos cuatro primeros libros: la división del monocordio en el sistema perfecto mayor. Todo lo visto anteriormente está al servicio de una exposición clara de este tema. El monocordio se divide en el género diatónico, cromático y enharmónico de una forma coherente con la breve explicación del *Enchiridion*, por lo que creo que estos géneros deben ser tomados como de Nicómaco. Por otro lado, el género diatónico (que coincide con la escala del *Timeo*) se convertirá para los teóricos medievales en el referente fundamental sobre afinación.

El libro V es una traducción del primer libro de los *Harmónicos* de Ptolomeo, por lo que vuelve a hablar de intervalos y géneros, exponiendo también los puntos de desacuerdo entre Ptolomeo, Aristoxeno y los pitagóricos.

Pasemos ahora a ver los diferentes aspectos que trata Boecio sobre el tema de la consonancia musical de uno en uno.

2.6.1 Definición de consonancia

La definición de consonancia que da Boecio está en la línea de las definiciones clásicas (ver Euclides y Nicómaco) y se basa en la cualidad sonora de esos intervalos especiales. Los sonidos consonantes se funden en uno solo, produciendo un resultado único, agradable y suave al oído. Los disonantes se escuchan como dos sonidos independientes y no agradables.

> Quotiens enim duo nervi uno graviore intenduntur simulque pulsi reddunt permixtum quodammodo et suavem sonum, duaeque voces in unum quasi coniunctae coalescunt; tunc fit ea, quae dicitur consonantia. Cum vero simul pulsis sibi quisque ire cupit nec permiscent ad aurem suavem atque unum ex duobus compositum sonum, tunc est, quae dicitur dissonantia.[136]

Esta definición es prácticamente igual que la que encontramos en el *Enchiridion*, y será muy importante para nuestro estudio porque numerosos tratados medievales la seguirán.

2.6.2 La teoría metafísica de la consonancia

Boecio recoge la tradición que procede de una época precientífica; la relacionada con la metafísica de la consonancia y con la idea de la harmonía de las esferas. Boecio nos dice:

> Quia non potest dubitari, quin nostrae animae et corporis status eisdem quodammodo proportionibus videatur esse compositus, quibus armonicas modulationes posterior disputatio coniungi copularique monstrabit[137].

Los intervalos musicales a cuyas proporciones se está refiriendo Boecio son, sin duda, los intervalos primeros y básicos que la harmónica llevaba tratando muchos años: la octava (2/1), la quinta (3/2), la cuarta (4/3), la octava más quinta (3/1) y la doble octava (4/1). De esta idea fundamental que relaciona las proporciones de los intervalos musicales con el orden tanto del cosmos como de nosotros mismos surge la famosa triple división que hace Boecio de la música.

---

[136] *De musica*, op. cit., lib. I, cap. 28, 220.

[137] Ibidem, lib. I, cap. 1, 186.

Música mundana, música humana, música instrumental

Para esta triple división de Boecio tenemos que entender el término “música” de una forma general: hace alusión no al arte sonoro, sino al orden matemático que rige el universo. Por lo tanto, dentro de este orden universal podemos encontrar el orden del cosmos y en especial el orden matemático que rige los cuerpos celestes, dando lugar a la *musica mundana*. Por otro lado está el orden interno que rige nuestro cuerpo y nuestra alma, lo que Boecio llama *musica humana*. Por último podemos encontrar ese orden en los intervalos musicales, ya que las propiedades físicas de los cuerpos sonoros que producen los intervalos musicales correctamente afinados se pueden cuantificar dando lugar a las proporciones musicales. Este último tipo de música es la *musica instrumentalis*.

Así describe Boecio los tres tipos de música:

> [...] musicae genera [...] Sunt autem tria. Et prima quidem mundana est, secunda vero humana, tertia, quae in quibusdam constituta est instrumentis, ut in cithara vel tibiis ceterisque, quae cantilenae famulantur. Et primum ea, quae est mundana, in his maxime perspicienda est, quae in ipso caelo vel compage elementorum vel temporum varietate visuntur. Qui enim fieri potest, ut tam velox caeli machina tacito silentique cursu moveatur? Etsi ad nostras aures sonus ille non pervenit, quod multis fieri de causis necesse est, non poterit tamen motus tam velocissimus ita magnorum corporum nullos omnino sonos ciere. [...] Humanam vero musicam quisquis in sese ipsum descendit intellegit. Quid est enim quod illam incorpoream rationis vivacitatem corpori misceat, nisi quaedam coaptatio et veluti gravium leviumque vocum quasi unam consonantiam efficiens temperatio? [138]

[138] Ibidem, lib. I, cap. 2, 187-188.

Para Boecio, en primer lugar fue creado el cosmos y los cuerpos celestes siguiendo unas determinadas proporciones. A semejanza de éste se creó al hombre, como unión de cuerpo y alma, que por lo tanto presenta las mismas proporciones que el cosmos. Por último, el hombre crea un arte sonoro que obligatoriamente debe respetar estas proporciones divinas.

La antigua idea de la harmonía de las esferas, que podemos retrotraer al pensamiento presocrático y a los primitivos pitagóricos, ha llegado a sistematizarse enormemente en Boecio con esta triple división.

Sin embargo, la realidad es bien distinta. Los intervalos consonantes son fácilmente cuantificables. Es relativamente fácil encontrar una ley matemática que relacione la altura del sonido con propiedades físicas como por ejemplo la longitud de una cuerda. De hecho es mucho más fácil cuantificar esto que cuantificar el movimiento de los cuerpos celestes (a excepción del Sol, la Luna y las estrellas fijas) o cuantificar otros hechos físicos, es decir, encontrar otras leyes de la física.

Parece ser que la ley acústica que relaciona altura del sonido con longitudes de cuerda es uno de los primeros logros de la ciencia, entendida como cuantificación de fenómenos naturales. De todas maneras, las proporciones que cuantificaban los intervalos musicales –y cuando hablo de intervalos musicales me refiero fundamentalmente a las consonancias 8ª, 5ª, 4ª,8ª más 5ª y doble 8ª– parecían tener una lógica interna aplastante: todos los intervalos consonantes presentaban relaciones numéricas sencillas, además el hecho de que una 5ª más una 4ª formaran una 8ª se reflejaba maravillosamente en los números (3/2 x 4/3 = 2/1).

Sin embargo, el año solar, los ciclos lunares y el movimiento de los planetas a lo largo del año, no parecían querer coincidir en una lógica matemática semejante. Y, por supuesto, pretender cuantificar la relación entre alma y cuerpo era algo totalmente fuera del alcance de la mano humana.

Por otro lado, era evidente el efecto emocional que producía escuchar música que utilizase esos intervalos consonantes. Por lo tanto, cuando los pensadores antiguos descubrieron las relaciones matemáticas existentes entre sonidos consonantes, creyeron haber encontrado la clave del universo, y dedujeron que esas mismas proporciones debían de ser las que rigiesen el comportamiento de todo el universo y del ser humano, aunque ellos no pudieran constatarlo.

La triple división de la música en *mundana*, *humana* e *instrumental* se convirtió en una constante de los tratados sobre música a lo largo de la Edad Media, sobre todo a partir del siglo XV. Pero Boecio no sólo aportó esta idea a la metafísica de la consonancia. También recogió dos de las principales asociaciones entre sistemas musicales y cuerpos celestes.

La harmonía de las esferas

En el capítulo 27 del libro I aparece la única referencia de Boecio al tema. En este capítulo se recogen dos de las muchas teorías que existen sobre el tema, la de Nicómaco y la de Cicerón. La asociación entre planetas y notas de un sistema musical que hace Nicómaco ya la hemos mencionado (ver 2.5.1 *Nicómaco*); no obstante, en el relato de Boecio Mercurio y Venus han intercambiado sus posiciones con respecto a su disposición en el *Enchiridion*. Los astros forman un sistema heptatónico de dos tetracordios conjuntos –el tetracordio *meson* y el *synemmenon*– en el que los planetas más alejados se corresponden con sonidos más graves en el siguiente orden: Saturno, Júpiter, Marte, Sol, Venus, Mercurio, Luna.

El sistema de Cicerón es representativo de la otra gran tradición neopitagórica sobre la harmonía de las esferas; la que asocia astros más alejados a sonidos más agudos.

Todo el sistema de Cicerón mencionado por Boecio sería como sigue:

Estrellas fijas	*mese*	
Saturno	*lichanos meson*	Tetracordio *meson*
Júpiter	*parhypate meson*	
Marte	*hypate meson*	
Sol	*lichanos hypaton*	Tetracordio *hypaton*
Venus	*parhypate hypaton*	
Mercurio	*hypate hypaton*	
Luna[139]	*proslambanomenos*	

2.6.3 Las teorías físicas de la consonancia

Boecio recopila, de manera breve, las distintas teorías sobre la producción, propagación y percepción del sonido que se desarrollaron en la Antigüedad.

[139] Otro recopilador latino que presenta una versión parecida pero distinta de esta asociación entre notas y planetas es Censorino (CENSORINO, *De die natali*, ed. Fridericus Hultsch, B. G. Teubner, Leipzig, 1867, 13). Su disposición es:

Estrellas fijas			
	St		
Saturno			
	St		
Júpiter		4ª	
	St		
Marte			
	T		
Sol			8ª
	T+St		
Venus			
	St		
Mercurio		5ª	
	St		
Luna			
	T		
Tierra			

Posiblemente gran parte –si no todo– de lo que narra sea una traducción del tratado perdido de Nicómaco al que nos hemos referido anteriormente. De esta manera presenta teorías que luego rebate en favor de otras atribuidas a Nicómaco.

Producción y propagación del sonido

Para explicar el aspecto físico del sonido, su producción, propagación y percepción, Boecio parte del concepto de consonancia. Este concepto se convierte, por tanto, en la base de la disciplina música para Boecio: La consonancia gobierna toda organización musical.

> Consonantia, quae omnem musicae modulationem regit, praeter sonum fieri non potest, sonus vero praeter quendam pulsum percussionemque non redditur, pulsus vero atque percussio nullo modo esse potest, nisi praecesserit motus. [...] Idcirco definitur sonus percussio aeris indissoluta usque ad auditum[140].

Para que se produzca la consonancia es necesaria la existencia de sonido. A su vez, el sonido es producido por la pulsación y la percusión, y éstas no pueden existir sin algún tipo de movimiento. Por lo tanto el sonido es una percusión del aire que se continúa hasta el oído. Esta definición de sonido, entendido como sucesivas pulsaciones que se transmiten a través del aire, se corresponde con la que habíamos visto en *Sectio Canonis*, *De audibilibus* y algunos de los *Problemata* aristotélicos. Como ya dijimos es una definición ondulatoria del sonido. Cada pulsación se propaga a través del medio estático (el aire) de manera longitudinal. Es decir, una porción de aire es empujada hacia

[140] *De musica*, op. cit., lib. I, cap. 3, 189.

delante. A su vez ésta empuja a la siguiente y retrocede volviendo a su posición original. De esta manera, una pulsación inicial se propaga hasta el oído.

De acuerdo con esta teoría ondulatoria, la altura del sonido se debe a la frecuencia de las pulsaciones que lo transmiten. Si el movimiento es más lento (*tardior*) y por tanto su frecuencia menor (*rarior*), el sonido producido es más grave; si, por el contrario, el movimiento es más rápido (*velocior*), su frecuencia será mayor (*spissior*, *frecuentius*) y el sonido producido más agudo. Además, Boecio asocia correctamente mayor frecuencia de vibración a mayor tensión de una cuerda que produzca el sonido:

> Motuum vero alii sunt velociores, alii tardiores, eorundemque motuum alii rariores sunt alii spissiores. [...] Et si tardus quidem fuerit ac rarior motus, graves necesse est sonos effici ipsa tarditate et raritate pellendi. Si vero sint motus celeres ac spissi, acutos necesse est reddi sonos. Idcirco enim idem nervus, si intendatur amplius, acutum sonat, si remittatur, grave. Quando enim tensior est, velociorem pulsum reddit celeriusque revertitur et frequentius ac spissius aerem ferit[141].

Pero, evidentemente, el sonido no es producido por una única pulsación del aire, sino por muchas sucesivas. Lo que ocurre es que éstas se suceden tan rápidamente que son percibidas como un continuo. Como ya hemos dicho, si las pulsaciones son más frecuentes, el sonido percibido es más agudo:

> Neque enim quotiens chorda pellitur, unus edi tantum putandus est sonus aut unam in his esse percussionem, sed totiens aer feritur, quotiens eum chorda tremebunda percusserit. Sed quoniam iunctae sunt velocitates sonorum, nulla intercapedo sentitur auribus et unus sonus sensum pellit

[141] Ibidem, lib. I, cap. 3, 189-190.

> vel gravis vel acutus, quamvis uterque ex pluribus constet gravis quidem ex tardioribus et rarioribus acutus vero ex celeribus ac spissis[142].

Para ilustrar esta idea de percepción de un continuo a base de fenómenos discontinuos, Boecio propone una comparación con el color: si pintamos a rayas rojas un cono y lo hacemos girar, nuestra vista percibirá un continuo rojo, porque la rapidez de sucesión de las rayas hace que nuestro ojo no las distinga como entes independientes. Esta idea del sonido compuesto por muchos sonidos o pulsos sucesivos aparecía también, claramente expuesto, en muchas de las fuentes clásicas que hemos visto anteriormente (*De audibilibus*, *Problemata*, *SectioCanonis*, Nicómaco). En *De audibilibus* también se compara el sonido con el color de la misma manera que lo hace Boecio. La comparación de la percepción del sonido con la percepción del color es muy típica de toda la tradición clásica. Se puede ver también en un pasaje de Aristóteles, aunque haciendo referencia a un aspecto diferente. (*De Sensu* 439b 19-440ª 4, Barker 3.11).

Una vez explicado esto es fácil ver que la altura del sonido depende de la cantidad de movimientos internos del aire, y que, por lo tanto, la relación entre lo agudo y lo grave puede ser expresada cuantitativamente, como relación entre cantidades numéricas. Ésta es la razón de que la ciencia harmónica dependa de la aritmética: los sonidos pueden ser comparados entre sí en cuanto a su altura mediante proporciones matemáticas que expresan la relación que existe entre la cantidad de movimiento de cada uno de los sonidos:

> Igitur quoniam acutae voces spissioribus et velocioribus motibus incitantur, graves vero tardioribus ac raris, liquet additione quadam motuum ex gravitate acumen intendi, detractione

[142] Ibidem, lib. I, cap. 3, 190.

vero motuum laxari ex acumine gravitatem. Ex pluribus enim motibus acumen quam gravitas constat. In quibus autem pluralitas differentiam facit, ea necesse est in quadam numerositate consistere. Omnis vero paucitas ad pluralitatem ita sese habet, ut numerus ad numerum comparatus.[143]

Por lo tanto, para estudiar la harmónica hay que aplicar los parámetros de estudio de la aritmética. Estos parámetros son el estudio de las proporciones y las proporcionalidades.

Esta manera que tiene Boecio de explicar la dependencia de la aritmética por parte de la harmónica es muy similar a la que presenta el *Sectio Canonis*. De hecho, en el primer capítulo del libro IV Boecio recapitula lo visto hasta el momento concerniente a la producción, transmisión y estudio del sonido y para ello inserta una traducción de la primera parte del *Sectio Canonis*. De esta manera vuelve a hablar de la necesidad del movimiento para producir sonido, de su naturaleza ondulatoria, de la relación entre frecuencia y altura, y de la relación entre altura del sonido y cantidad numérica que lleva a su estudio mediante procedimientos aritméticos (ver 2.4.3 *Sectio Canonis*).

Percepción del sonido y de la consonancia

En el libro I Boecio explica la teoría del *Timeo* de Platón (80a-b) sobre la percepción del sonido y la consonancia:

Plato autem hoc modo fieri in aure consonantiam dicit. Necesse est, inquit, velociorem quidem esse acutiorem sonum. Hic igitur cum gravem praecesserit, in aurem celer ingreditur, offensaque extrema eiusdem corporis parte quasi pulsus iterato motu revertitur. Sed iam segnior nec ita

[143] Ibidem, lib. I, cap. 3, 190.

> celeri ut primo impetu emissus cucurrit, quocirca gravior quoque. Cum igitur iam gravior rediens nunc primum venienti gravi sono similis occurrit, miscetur ei unamque ut ait consonantiam miscet[144].

Platón propone una teoría sobre la percepción de dos sonidos simultáneos que pueda explicar el fenómeno de la consonancia. El sonido más agudo de los dos, por viajar más rápido, llegaría antes al oído. Una vez dentro de nosotros produciría un movimiento interno. Este movimiento interno perdería velocidad con el tiempo, y así, al llegar el sonido grave más lento, ambos movimientos internos producidos por los dos sonidos serían similares.

Pero seguidamente en el texto de Boecio aparece la teoría de Nicómaco que contradice a la de Platón[145]. Nicómaco opina que la consonancia no se puede hacer de similares sino de disimilares, porque dos sonidos de la misma altura no producen una consonancia sino un unísono. En el concepto de consonancia, como ya vimos, es fundamental la idea de fusión de dos sonidos diferentes. Por lo tanto, no es válida la teoría de Platón que propone que los movimientos internos que nos producen dos sonidos consonantes sean similares. Esos movimientos internos deben ser distintos para que la explicación sea coherente con la teoría de los disimilares:

> Sed id Nicomachus non arbitratur veraciter dictum neque enim similium esse consonantiam sed dissimilium potius in unam eandemque concordiam venientium. Gravem vero gravi si misceatur, nullam facere consonantiam, quoniam hanc canendi concordiam similitudo non efficit, sed dissimilitudo, quae, cum distet in singulis vocibus copulatur in mixtis. Sed hinc potius Nicomachus fieri consonantiam putat: Non, inquit, unus tantum pulsus est, qui simplicem

---

[144] Ibidem, lib. I, cap. 30, 221.

[145] Esta teoría no aparece en ninguno de los textos conservados de Nicómaco. Se supone que está explicada en ese tratado perdido que dijimos que podría ser la fuente de Boecio.

> modum emittat vocis, sed semel percussus nervus saepius aerem pellens multas efficit voces. Sed quia haec velocitas est percussionis, ut sonus sonum quodammodo conprehendat, distantia non sentitur et quasi una vox auribus venit. Si igitur percussiones gravium sonorum commensurabiles sint percussionibus acutorum sonorum, ut in his proportionibus, quas supra retulimus, non est dubium, quin ipsa commensuratio sibimet misceatur unamque vocum efficiat consonantiam[146].

La teoría de Nicómaco sobre la percepción de la consonancia sería como sigue: El sonido es producido por sucesivas pulsaciones del aire. La altura del sonido depende de la frecuencia de dichas pulsaciones, por lo tanto un sonido más agudo se corresponde con mayor número de pulsaciones. Si las pulsaciones del sonido grave son conmensurables en el tiempo con las del sonido agudo, esta conmensurabilidad hace que los dos sonidos se fundan en una consonancia. En caso contrario –si las pulsaciones de ambos sonidos no son conmensurables en el tiempo– los dos sonidos no se funden, se perciben como entes separados y, por lo tanto, se produce una disonancia.

Las pulsaciones que transmiten el sonido, al llegar al oído pueden coincidir o no. Que el número de pulsaciones de dos sonidos sean conmensurables entre sí quiere decir que, para un espacio temporal determinado, la relación que se establece entre el número de pulsaciones de un sonido y el número de pulsaciones del otro sonido, es una relación de números sencillos (como 2 a 1, ó 3 a 2). La proporción de pulsaciones que coinciden al llegar al oído es exactamente esa relación. Dos sonidos serán por tanto consonantes si gran parte de sus pulsaciones coinciden; serán disonantes si ninguna o pocas pulsaciones coinciden. Nos encontramos ante la misma teoría sobre la percepción de la consonancia que ya hemos visto en *De audibilibus* y los *Problemata* aristotélicos, y es muy similar a la que posteriormente iniciaría la revolución científica en el campo de la acústica, la llamada teoría de coincidencia de pulsos.

---

[146] *De musica*, op. cit., lib. I, cap. 31, 221-222.

2.6.4 La teoría aritmética de la consonancia

El aspecto aritmético de la harmónica es donde Boecio hace el mayor hincapié. La aritmética es necesaria para poder llegar a la cuestión fundamental del tratado, que es, sin duda, la división del monocordio. Por ello, las teorías aritméticas en torno a la consonancia son las más tratadas y elaboradas en el *De musica*; bastante más que las metafísicas –a pesar de la relativa importancia que concede Boecio a la idea de la *musica mundana* y la *musica humana*– y mucho más que las físicas –que sólo son tratadas de manera circunstancial.

En el libro II de su tratado Boecio introduce una breve explicación de la aritmética necesaria para el estudio de la harmónica. No se detiene demasiado en ella porque nos dice que ya la ha tratado bastante en su escrito sobre aritmética. La aritmética utilizada por Boecio proviene claramente de las enseñanzas neopitagóricas de Nicómaco, de hecho, su *De institutione aritmetica* es fundamentalmente una traducción del escrito de Nicóamco sobre aritmética[147]. En el *De musica* Boecio recoge solamente la aritmética necesaria para el estudio de la harmónica. Para ello presenta cinco tipos de proporciones y los tres tipos de proporcionalidades o medias matemáticas de las que ya habían hablado Arquitas y Platón. El tratado de Nicómaco sobre aritmética presentaba diez medias matemáticas distintas, pero para la harmónica sólo consideran importantes las tres mencionadas.

---

[147] NICOMACO DE GERASA, *Introduction to Arithmetic*, translated by Martin Luther D'Ooge. "University of Michigan Studies. Humanistic Series", XVI, Michigan, New York, 1926.

BOECIO, *De institutione aritmetica*, ed. Godofredus Friedlein, B. G. Teubner, Leipzig, 1867. *Boethian Number Theory. A translation of the* De institutione aritmetica, traducción inglesa de Michael Masi, Studies in Classical Antiquity, v. 6, Rodopi, Amsterdam, 1983.

De los cinco tipos de proporciones mencionadas, tres son simples: el *multiplex*, el *superparticularis* y el *superpartiens*, que se corresponden con los tipos de proporciones griegas *múltiple*, *epimórica* y *epimérica* de las que hemos venido hablando hasta ahora. Los otros dos géneros: el *multiplex superparticularis* y el *multiplex superpartiens*, son compuestos, ya que son una especie de mezcla entre el *multiplex* y los otros dos tipos simples.

En el género múltiple el término mayor contiene al menor varias veces, sin que nada sobre, como el 4 contiene al 2, o el 9 al 3. Las proporciones del género múltiple responden a la forma general: $\frac{n}{1}$[148]. Dependiendo del valor de *n* aparecen varias subespecies de múltiples: si el mayor contiene al menor dos veces ($n = 2$) se llama doble, si tres veces ($n = 3$), triple etc. Así, la proporción 2 a 1 es múltiple doble y la 3 a 1 es múltiple triple. Por supuesto, la proporción no tiene por qué aparecer expresada en sus términos más simples. La proporción doble puede aparecer, por tanto, como 6 a 3.

En el género superparticular el término mayor contiene al menor una vez y alguna parte numerativa de éste. Las proporciones del género superparticular, en su expresión más sencilla, responden a la forma: $\frac{n+1}{n}$. Dependiendo del valor de *n* aparecen varias subespecies: si la parte numerativa es la mitad del término menor ($1 = n/2$; $n = 2$) , la proporción se denomina *sesquialtera*, como 3 a 2; si es la tercera parte ($n = 3$), *sesquitertia*, como 4 a 3; si es la cuarta parte, *sesquiquarta*, como 5 a 4; *sesquiquinta* es 6 a 5; *sesquisexta* es 7 a 6; *sesquiseptima* es 8 a 7; *sesquioctava* es 9 a 8 etc. Tampoco es necesario que las proporciones superparticulares aparezcan en sus términos más simples. La forma más sencilla de las proporciones superparticulares se

[148] Todas las variables que utilizaré para expresar los tipos de proporciones (*x, n, m)* son números naturales (enteros, positivos), además $n > 1$ y $m > 1$.

puede alterar multiplicando ambos términos por un mismo factor. Un ejemplo de ello sería la sesquiquinta expresada como 12 a 10.

En las proporciones superpartientes el término mayor contiene al menor una vez y un resto que es varias partes numerativas del menor. Éstas responden a la forma sencilla general: $\frac{n+m}{n}$ ($m<n$), que además puede ser modificada por un factor que afecte tanto al término mayor como al menor, como ocurría en las superparticulares. Dependiendo de los valores de n y m aparecen varias subespecies de superpartientes, que se denominan según el número de partes en que el término mayor excede al menor (el valor de m) y también según el valor del término menor (el valor de n). La proporción 5 a 3 es la *superbipartiens tertias*, porque $m = 2$ y $n = 3$; La proporción 8 a 5 es la *supertripartiens* ($m = 3$) *quintas* ($n = 5$); la 7 a 4 es *supertripartiens quartas* etc.

Las proporciones compuestas surgen de la combinación de las dos anteriores con la múltiple. La múltiple superparticular surge cuando el término mayor contiene al menor varias veces y una parte numerativa de éste. Responde a la forma $\frac{xn+1}{n}$, y al igual que las anteriores puede ser modificada multiplicando ambos términos por un factor común. Estas proporciones se denominan como las múltiples dependiendo del valor de x, y como las superparticulares dependiendo del valor de n. Así, la proporción 5 a 2 es *dupla* ($x = 2$) *sesquialtera* ($n = 2$); la 7 a 3 es *dupla sesquitertia*; la 7 a 2 es *triple sesquialtera* etc. Una proporción múltiple superparticular en estado no simple podría ser la *dupla sesquiquarta* expresada en los números 18 a 8; si la simplificamos tendremos 9 a 4, donde $n = 4$ y $x = 2$.

La múltiple superpartiente surge cuando el término mayor contiene al menor varias veces y un resto de varias partes numerativas del menor. Responde a la forma general $\frac{xn+m}{n}$ ($m<n$), (aunque, por supuesto, puede aparecer modificada por un

factor). La denominación depende de los valores de *n*, *m* y *x*. Así, la proporción 8 a 3 se denomina *dupla* (*x* = 2) *superbipartiens* (*m* = 2) *tertias* (*n* = 3). Esta misma proporción puede aparecer expresada en los números 16 a 6.

En principio Boecio considera que las proporciones múltiples son las que se corresponden con consonancias más perfectas: la octava y múltiplos de la octava. Le siguen en perfección la quinta y cuarta, que se corresponden con las proporciones superparticulares 3/2 y 4/3. El resto de proporciones (las superpartientes y las compuestas) están, en principio, excluidas de las consonancias.

Esto se corresponde con una clasificación de los tipos de proporciones. Las proporciones son desigualdades, y toda desigualdad proviene de la igualdad. Las proporciones múltiples son las más perfectas; son el primer tipo de desigualdad y derivan directamente de la igualdad. Les siguen en perfección las superparticulares, que derivan a su vez de las múltiples. Después de éstas vendrían el resto: las superpartientes, que derivan de las superparticulares, y por último las múltiples superparticulares y múltiples superpartientes.

La primera explicación que da Boecio sobre esta jerarquización aparece en el libro II, capítulos 4 y 5. En estos capítulos se refiere solamente a los tipos de proporciones simples, es decir, múltiples, superparticulares y superpartientes, que son los que interesan directamente para el estudio de la harmónica:

Las proporciones múltiples surgen directamente de la comparación entre la unidad y los números en su orden natural:

1	1	1	1	1
2	3	4	5	6

Las superparticulares se obtienen comparando entre sí los números según aparecen en esta serie natural, empezando por el 2. Así obtenemos la sesquialtera 3/2, la sesquitercia 4/3 etc. Las proporciones superpartientes se obtienen comparando números no sucesivos en esta serie natural de los números, empezando por el 3, de la siguiente manera: si empezando por el tres nos saltamos un número tenemos 5/3, si nos saltamos dos números tenemos 7/4, si nos saltamos tres números 9/5, y así sucesivamente.

De aquí, según Boecio, se desprende que las múltiples son superiores a las otras dos. La formación de la serie natural de los números surge directamente de la sucesión de múltiplos de la unidad. Las proporciones superparticulares les siguen en perfección porque los números de la serie no se comparan con la unidad sino entre ellos sucesivamente. Las superpartientes son las más imperfectas, no surgen ni de la comparación con la unidad ni entre números correlativos.

Es evidente que la noción pitagórica de perfección o superioridad en cuestiones numéricas implica la idea de simplicidad. Las proporciones son más simples y por tanto superiores cuanto menos se alejen de la noción de igualdad o unidad. La mayor perfección es la igualdad. Lo múltiple deriva directamente de la igualdad. A su vez lo superparticular deriva de lo múltiple y lo superpartiente deriva de lo superparticular.

Para demostrar cómo derivan unos tipos de proporciones de otros Boecio recurre a un procedimiento ciertamente cabalístico[149]:

Formemos una serie de tres números iguales (por ejemplo tres unos: 1, 1, 1). Las relaciones o proporciones que se establecen entre ellos son de igualdad. A partir de esta igualdad se consigue la multiplicidad de la siguiente manera: hagamos una nueva serie de números de manera que el primer término sea el primer número (1), el segundo

[149] *De musica*, op. cit., lib. II, cap. 7.

término sea el primero más el segundo (1+1=2) y el tercer término sea el primero más dos veces el segundo más el tercero (1+2x1+1=4):

1 2 4

Así obtenemos la proporción doble (2/1 y 4/2). Si a partir de esta serie procedemos igual obtendremos la proporción triple (3/1). A partir de ella obtendremos la cuádruple y así sucesivamente.

Las proporciones superparticulares se obtienen dándole la vuelta a la serie de las múltiples

4 2 1

y creando una nueva serie con el mismo procedimiento. Para el primer término de la nueva serie mantenemos el 4. Para el segundo sumamos el primer término y el segundo (4+2=6). Para el tercer término sumamos el primero, dos veces el segundo y el tercer término (4+2x2+1=9). Es decir, procedemos de la misma manera que anteriormente:

4 6 9

En esta nueva serie vemos que aparece la proporción sesquialtera (6/4=3/2 y 9/6=3/2). Si volvemos a aplicar el mismo proceso obtenemos:

9 6 4

9 (9+6) (9+6x2+4)

9 15 25

En esta serie aparece la proporción superpartiente 5/3 (15/9=5/3 y 25/15=5/3).

Pero si no cambiamos el orden de la serie de superparticulares tendremos esta otra serie:

4	6	9
4	(4+6)	(4+6x2+9)
4	10	25

en la que aparece la proporción múltiple superparticular (10/4=5/2 y 25/10=5/2).

De la misma manera, a partir de la serie de superpartientes, sin cambiar el orden, obtenemos la proporción múltiple superpartiente (24/9=8/3 y 64/24=8/3):

9	15	25
9	(9+15)	(9+15x2+25)
9	24	64

Si en lugar de partir de la proporción doble partimos de la triple obtendremos, por el mismo procedimiento, sucesivamente la proporción sesquitercia 4/3, la superpartiente 7/4, la múltiple superparticular 7/3 y la múltiple superpartiente 11/4.

Es interesante señalar que según este método, que posiblemente se debe a Nicómaco, la proporción doble 2/1 se relaciona directamente con la sesquialtera 3/2, y la proporción triple 3/1 con la sesquitercia 4/3.

Boecio trata así de demostrar un orden lógico de perfección dentro de las proporciones basado en la simplicidad, o dicho de otro modo, en la semejanza a la igualdad. A partir de la igualdad surge la primera y más inmediata proporción, la doble, a la que siguen todas las múltiples. Después están las superparticulares, empezando por la sesquialtera, la sesquitercia y así sucesivamente. A éstas la siguen las superpartientes y las múltiples superparticulares. Por último están las múltiples superpartientes.

De la misma manera podemos establecer un orden de prioridad dentro de los intervalos musicales. Las consonancias, que son los intervalos más perfectos, se corresponden con proporciones múltiples y superparticulares porque éstas son las más simples y perfectas de todas. Las superpartientes están, en principio, excluidas de las consonancias[150]:

> Obtinere igitur maiorem ad consonantias potestatem videtur multiplex, consequentem autem superparticularis. Superpartiens [-193-] vero ab armoniae concinentia separatur, ut quibusdam praeter Ptolemaeum videtur[151].

Pero, ¿por qué los intervalos consonantes sólo corresponden a proporciones múltiples y superparticulares? Para justificar esto Boecio presenta dos argumentos.

1. El primer argumento aparece en el capítulo VI del libro I, y es el siguiente:

Aquello que preserva mejor la simplicidad es más natural, y en términos musicales, es más consonante. Entonces, las proporciones que mejor conserven la cualidad discreta de la cantidad serán más apropiadas para la música.

> Ea namque probantur coaptationi consentanea, quae sunt natura simplicia. Et quoniam gravitas et acumen in quantitate consistunt, ea maxime videbuntur servare naturam concinentiae, quae discretae proprietatem quantitatis poterunt custodire[152].

Según la matemática neopitagórica transmitida por Nicómaco, la cantidad puede ser continua o discreta. La cantidad continua mide la magnitud, mientras que la discreta mide la multitud. La cantidad continua parte de un todo finito que se puede dividir

[150] El intervalo de 8ª más 4ª, de proporción 8/3, presenta un problema del que hablaremos después. Ver también 2.5.2 *Ptolomeo*.

[151] *De musica*, op. cit., lib. I, cap. 5, 192-193.

[152] Ibidem, lib. I, cap. 6, 194.

infinitamente, como una línea geométrica que puede ser dividida en un número infinito de segmentos. La cantidad discreta parte de una unidad mínima finita que puede ser aumentada mediante la adición hasta el infinito. El número es por tanto cantidad discreta, que puede aumentar infinitamente, mientras que la recta geométrica es cantidad continua y puede ser dividida infinitamente.

Lo múltiplo, al proceder desde la unidad finita hasta lo infinitamente grande a través de la multitud, corresponde a la cantidad discreta. Lo superparticular, sin embargo, corresponde a la cantidad continua. Las proporciones superparticulares se ven como la unidad más una parte. Por ejemplo, 3/2 es una manera de expresar 1+1/2. Por lo tanto, cuando los términos de la proporción superparticular aumentan, la parte que excede a la unidad decrece hasta el infinito. Así 4/3=1+1/3, 5/4=1+1/4 etc. Por esta razón la matemática pitagórica de Boecio considera que lo superparticular procede desde la unidad finita hasta la división infinita y se corresponde con la cantidad continua. No obstante, lo que excede a la unidad en la proporción superparticular es siempre *una* parte, es decir, *un* medio en la sesquialtera (3/2), *un* tercio en la sesquicuarta (4/3) etc. Para la idea de simplicidad tan importante en la metafísica pitagórica este concepto de singularidad es fundamental.

Sin embargo, lo superpartiente no conserva la cualidad discreta de lo múltiplo pero tampoco conserva esta singularidad de lo superparticular:

> Rursus multiplicitas omnis in integritate se continet. Nam duplum bis habet totum minorem, triplum item tertio continet totum minorem atque ad eundem modum cetera. Superparticularitas vero nihil integrum servat, sed vel dimidio superat, vel tertia vel quarta vel quinta; sed tamen divisionem singulis ac simplicibus partibus operatur. Superpartiens autem inaequalitas nec servat

integrum nec singulas adimit partes, atque idcirco secundum Pythagoricos minime musicis consonantiis adhibetur[153].

Por esta razón lo múltiplo es lo más perfecto y le sigue en perfección lo superpaticular; por último, lo superpartiente es imperfecto y según los pitagóricos no puede formar parte de los intervalos consonantes.

2. El segundo argumento, presentado en el capítulo XXIX del libro I, dice así:

Los intervalos consonantes tienen que corresponder a proporciones en las que los términos tengan una cierta conmensurabilidad entre sí, que presenten un factor común:

In his autem comparationibus gravitatis atque acuminis has consonantias necesse est inveniri, quae sibi commensuratae sunt, id est quae notam possunt communem habere mensuram[154].

Boecio prosigue explicando que en las proporciones múltiples el término menor es un factor del término mayor. Es decir, el término mayor es un múltiplo del menor. Por ejemplo, en la proporción doble 4/2, 4 es múltiplo de 2. En las proporciones superparticulares la diferencia entre los términos es un factor común de ambos. Es decir, al restarle al término mayor el menor obtenemos un número que es factor tanto del término mayor como del menor. Por ejemplo, en la proporción sesquialtera 6/4, 6 menos 4 es 2, y tanto 6 como 4 son múltiplos de 2. Esto no ocurre en las proporciones

[153] Ibidem, lib. I, cap. 6, 194.

[154] Ibidem, lib. I, cap. 29, 220.

superpartientes. Por ejemplo, en la proporción 5/3, 5 menos 3 es 2, y 2 no es factor ni de 3 ni de 5.

Esta sencillez característica de las proporciones múltiples y superparticulares les confiere un halo de divinidad: son las proporciones con que está construido el Universo, las mismas que cada uno de nosotros tiene presentes en su alma. Son las proporciones de la *musica mundana* y la *musica humana*, y por eso nos resultan agradables al oído, porque reconocemos su harmonía natural.

Sin embargo, varios problemas surgen para complicar esta aparente sencillez. Por un lado, Boecio ni siquiera se plantea por qué sólo algunas de las proporciones superparticulares y múltiples son consonantes y no todas. Las únicas que cuentan para Boecio son las que se encuentran dentro de la pitagórica *tetraktys* de la década: 1/2/3/4. Por lo que la consonancia mayor es la doble octava (4/1), no habiendo ninguna múltiple mayor que sea consonante; y la consonancia menor es la cuarta (4/3), no habiendo ninguna superparticular menor que sea consonante:

> Quocirca naturalis numerus ab unitate usque ad quaternarium disponatur: I. II. III. IIII. Igitur uni binarius comparatus proportionem duplicem facit et reddit diapason consonantiam eam, quae est maxima et simplicitate notissima. Si vero unitati ternarius comparetur, diapason ac diapente concordiam personabit. Quaternarius vero unitati comparatus quadruplam tenet bis scilicet diapason efficiens symphoniam. Quod si ternarius binario comparetur, diapente, si vero quaternarius ternario, diatessaron concinentiam supplet. Isque est horum ordo cunctis ad se invicem comparatis. Namque comparatio restat. Si quaternarium binario comparemus, cadet in duplicem proportionem, quam tenebat ad unitatem binarius comparatus. Itaque maxime distant soni in bis diapason, cum a se quadrupla intervalli demensione discedunt. Minimum vero inter se esse consonantes videntur soni, cum acutior graviorem tertia gravioris parte transcendit. Ac stat

deinceps concinentiarum modus, qui neque ultra quadruplam possit extendi, neque intra partem tertiam coartari[155].

Por otro lado está el problema de la octava más cuarta, una proporción superpartiente que sin embargo, según Ptolomeo, resulta consonante al oído.

El problema de la octava más cuarta

Este intervalo se corresponde con la proporción superpartiente 8/3, por lo que para Boecio no cuenta entre los intervalos consonantes pitagóricos[156], ya que ni se corresponde con una proporción superparticular o múltiple, ni se encuentra dentro de la *tetraktys*. No obstante, en la Antigüedad había sido defendido como consonante por Ptolomeo. Más adelante en su tratado, en el libro V, Boecio presenta también la postura de Ptolomeo, enfrentada en este aspecto a la de los pitagóricos, pero parece no decantarse por ninguna de las dos teorías. La postura de Boecio no queda en absoluto clara a este respecto. Después de haber leído su tratado uno no podría decir si Boecio estaba a favor o en contra de la admisión de la 8ª más 4ª entre las consonancias. Todo lo que argumenta parece más bien una recopilación de los dos puntos de vista,

---

[155] Ibidem, lib. II, cap. 18, p. 250

[156] Para Boecio, la teoría pitagórica es aquella que transmite Nicómaco; y la distingue frente a la teoría de Ptolomeo, que en muchos aspectos está enfrentada a ésta (como por ejemplo en el problema de la octava más cuarta o en la afinación de los distintos géneros). Pero es necesario que tengamos presente que el calificativo "pitagórico" en Boecio se refiere a ese neopitagorismo representado principalmente por Nicómaco. Cuando nosotros utilizamos la palabra en el contexto de Boecio lo hacemos con el significado que él le daba; en ningún caso nos referimos al auténtico pitagorismo de la primitiva escuela que ya discutimos en su momento.

posiblemente el de Nicómaco (en contra de la admisión de la 8ª más 4ª entre las consonancias) y el de Ptolomeo (a favor), sin decantarse por ninguno en particular.

2.6.5 La división del monocordio

El tema principal del *De musica*, expuesto en el libro IV, es la división del monocordio en los tres géneros. Es muy probable –como ya hemos comentado– que este cuarto libro de Boecio sea una traducción de la parte final del tratado perdido de Nicómaco; por lo tanto, la exposición de los géneros que aquí aparece sería la de Nicómaco. De hecho, las proporciones dadas para cada intervalo son coherentes con lo que aparece en el *Enchiridion*, aunque, como ya vimos, en aquel pequeño tratado no aparecían las proporciones de los intervalos menores cromáticos y enharmónicos.

La importancia de este tema es doble. Por un lado es la cuestión central del tratado, hacia la que está dirigida toda la discusión de los tres libros anteriores (sobre producción del sonido, aritmética etc.), que casi podríamos decir que no sirven más que para facilitar al lector la comprensión de la división del monocordio. Por otro lado, el género diatónico de Boecio se convirtió en referente absoluto sobre afinación para los teóricos medievales e incluso renacentistas, al menos hasta que se redescubrió el tratado de Ptolomeo.

Boecio (lib. IV, cap. 5) comienza explicando en qué consiste un monocordio, que es exactamente lo mismo que el *kanon* griego del que hablan Euclides o Ptolomeo, es decir, una cuerda tensada sobre un mástil en el que se marcan las longitudes correspondientes a cada intervalo. Sobre este monocordio va a marcar las longitudes que delimiten la división del sistema griego de doble octava. Por ello, nos aclara Boecio, los mayores números se corresponderán con longitudes más largas y por tanto con sonidos más graves. Esta aclaración es necesaria porque al hablar de la producción del sonido se habían asociado más pulsaciones del aire, y por tanto números mayores, a sonidos más agudos, al revés de como se hará para la división del monocordio[157].

Boecio delimita la doble octava en los números 9216 para la nota *proslambanomenos* y 2304 para la nota *nete hyperboleon*. Es decir, la cuerda completa mide 9216 unidades mientras que la nota *nete hyperboleon*, dos octavas más aguda que la cuerda completa, mide una cuarta parte de la cuerda completa (2304 unidades). Dividiendo la cuerda completa por la mitad obtendremos la nota *mese* que tiene 4608 unidades[158]. A partir de aquí, Boecio presentará la división de cada uno de los cinco tetracordios (*hypaton*, *meson*, *diezeugmenon*, *synemmenon*, *hyperboleon*) en los tres géneros. El procedimiento para las divisiones de cada tetracordio es exactamente el mismo; sólo cambian las longitudes asociadas a cada nota, que serán mayores en los tetracordios más graves.

Como ejemplo del procedimiento que sigue Boecio para dividir el monocordio según los tres géneros veamos el tetracordio *hyperboleon*[159]:

[157] Longitud de cuerda y frecuencia de vibración son inversamente proporcionales, por lo que los intervalos musicales se pueden expresar indistintamente como proporciones entre longitudes de cuerda o entre frecuencias de vibración. Evidentemente, en la época de Boecio no se podían medir las frecuencias de vibración, por lo que las proporciones se establecían entre longitudes de cuerda. Pero hay que tener presente que desde que surge la teoría de coincidencia de pulsos (en la escuela peripatética) ya intuían que esas mismas proporciones también se establecían entre las frecuencias de vibración.

[158] Éstas son las mismas cantidades que había utilizado Aristides Quintiliano para su división del monocordio.

[159] *Hyperboleon* es una variante que utiliza Boecio del término *hyperbolaion*.

Tetracordio *hyperboleon* diatónico

Tomemos una octava parte de 2304 (*nete hyperboleon*), esto es 288, y añadámosla a 2304. Así obtenemos la longitud 2592, que se encuentra en la proporción 9/8 con respecto a 2304, y que nos da la nota *paranete hyperboleon* diatónica. Tomemos ahora una octava parte de 2592 (*paranete* diatónica), esto es 324, y añadámosla a 2592. Así obtenemos la longitud 2916, que forma la proporción 9/8 con 2592, y que nos da la nota *trite hyperboleon* diatónica. La nota *nete diezeugmenon*, que delimita el tetracordio *hyperboleon* en el grave y se encuentra a distancia de cuarta (4/3) con respecto de *nete hyperboleon*, se hallará de la siguiente manera: tomemos una tercera parte de 2304, (*nete hyperboleon*), esto es 768, y añadámosla a 2304. Así conseguimos la longitud 3072, que forma la proporción 4/3 con 2304, y marca la nota grave del tetracordio *hyperboleon*. De esta manera, el resto que queda al sustraer dos tonos 9/8 de la cuarta 4/3 es el semitono menor[160] de proporción 256/243:

Notas	Longitudes de cuerda	Proporciones		
Nete hyperboleon	2304			
		9/8		
Paranete hyperboleon	2592		4/3	Tetracordio *hyperboleon* diatónico
		9/8		
Trite hyperboleon	2916			
		256/243		
Nete diezeugmenon	3072			

[160] Boecio llama normalmente semitono menor (*semitonus minor*) a lo que la mayoría de autores griegos llamaban *leimma*. En ocasiones Boecio utiliza la variante *limma*.

Como podemos observar, las proporciones que da Boecio para el diatónico son las de la escala cósmico-metafísica del *Timeo*. Ya dijimos que en la época clásica (siglos V-IV a. C.) esta manera de afinar se conseguía con el "método de consonancia" (ver 2.2.4 *Los géneros en la escuela pitagórica*), lo que facilitaba mucho las cosas a los músicos prácticos, ya que era una manera muy sencilla de conseguir todos los intervalos diatónicos. Sin embargo, vemos que en Boecio el procedimiento que se describe ya no sigue el "método de consonancia" (a base de quintas y cuartas sucesivas) sino que supone la división en ocho partes para obtener la proporción del tono 9/8. De todas maneras, esta forma de dividir la cuarta a partir del precepto metafísico basado en la utilización del tono como medida mínima subdivisoria, se perpetúa en el diatónico de Boecio.

Tetracordio *hyperboleon* cromático

Tanto el género cromático como el enharmónico de Boecio se basan absolutamente en el diatónico para hallar sus proporciones. Esto contrasta con los géneros de Ptolomeo, quien proponía cromáticos y enharmónicos independientes, cuyas proporciones no derivaban del diatónico, y que por tanto nos podían llevar a pensar que se aproximaban más a la práctica real.

En el género cromático Boecio mantiene la misma afinación diatónica para la nota *trite*, que queda con la longitud 2916, por lo que el intervalo inferior sigue siendo el *leimma* de proporción 256/243. Pero la longitud de la nota *paranete* cromática es hallada de una forma bastante peculiar.

Boecio halla la diferencia entre la *paranete* diatónica y la *nete hyperboleon*, y la divide entre dos. Después suma esa cantidad *d* a la *paranete* diatónica para hallar la nueva *paranete* cromática:

$$d = \frac{paranetediat - nete}{2} = \frac{2592 - 2304}{2} = 144 \text{, entonces}$$

$$paranetecrom = paranetediat + d = 2592 + 144 = 2736$$

El tetracordio cromático completo sería:

Notas	longitudes de cuerda	proporciones	
Nete hyperboleon	2304		
		19/16	Tetracordio *hyperboleon* cromático
Paranete hyperboleon	2736		
		81/76	
Trite hyperboleon	2916		
		256/243	
Nete diezeugmenon	3072		

El procedimiento para hallar la *paranete* cromática es sin duda extraño. Resulta sorprendente que Boecio no recurra simplemente a dividir el tono *trite – paranete* diatónica en *leimma* y *apotome*[161], cuando esa división del tono es la lógica siguiendo sus propios preceptos. No obstante, un análisis detallado nos muestra que este género cromático tiene una cierta lógica y que se puede explicar en términos de medias matemáticas. En realidad, lo que está haciendo Boecio es dividir aritméticamente el

[161] El *apotome*, también llamado *decisio* por Boecio, es el semitono mayor que resulta al restarle al tono el *leimma*: $\frac{9}{8} \div \frac{256}{243} = \frac{2187}{2048}$. Boecio habla de él en el lib.II, cap. 30 y en el lib. III, cap. 9.

tono superior del tetracordio y tomar la diferencia (*d*) que separa a la media aritmética (*a*) de los extremos (*paranete* diatónica y *nete*):

$$a = \frac{paranetediat + nete}{2};$$

$$d = paranetediat - a = paranetediat - \frac{paranetediat + nete}{2} = \frac{paranetediat - nete}{2} = 144$$

Por último suma esa diferencia *d* a la longitud de la *paranete* diatónica para hallar la *paranete* cromática, creando así una serie aritmética que se encuentra en los números más pequeños 16, 17, 18, 19:

diferencias	longitudes de cuerda	notas				
	2304	*nete*	16			
144						
	2448	(*a*)	17	tono 9/8		
144						19/16
	2592	*paranete* diatónica	18			
144					19/18	
	2736	*paranete* cromática	19	tono 9/8		
					81/76	
	2916	*trite*				≈ tono 9/8
				256/243		
	3072	*nete diezeugmenon*				

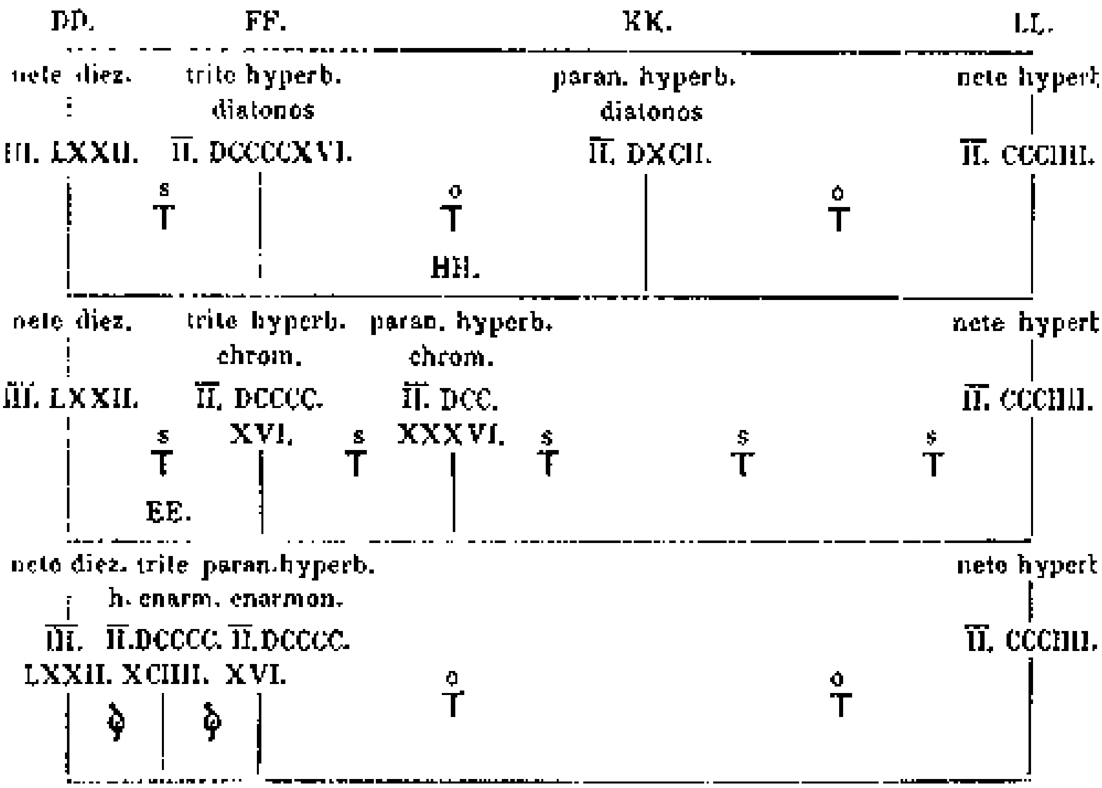
La proporción 19/18, fácil de conseguir aritméticamente como hemos visto, es ligeramente mayor que el *leimma* 256/243. De esta manera, el semitono *paranete* cromática–*trite* (81/76) es ligeramente más pequeño que el *apotome*. Por lo tanto, nos encontramos ante una aproximación aritmética sencilla de división del tono *paranete* diatónica–*trite*, en *leimma* y *apotome*. Y de esta manera, el intervalo *nete diezeugmenon*–*paranete* cromática es ligeramente menor que un tono 9/8.

Tetracordio *hyperboleon* enharmónico

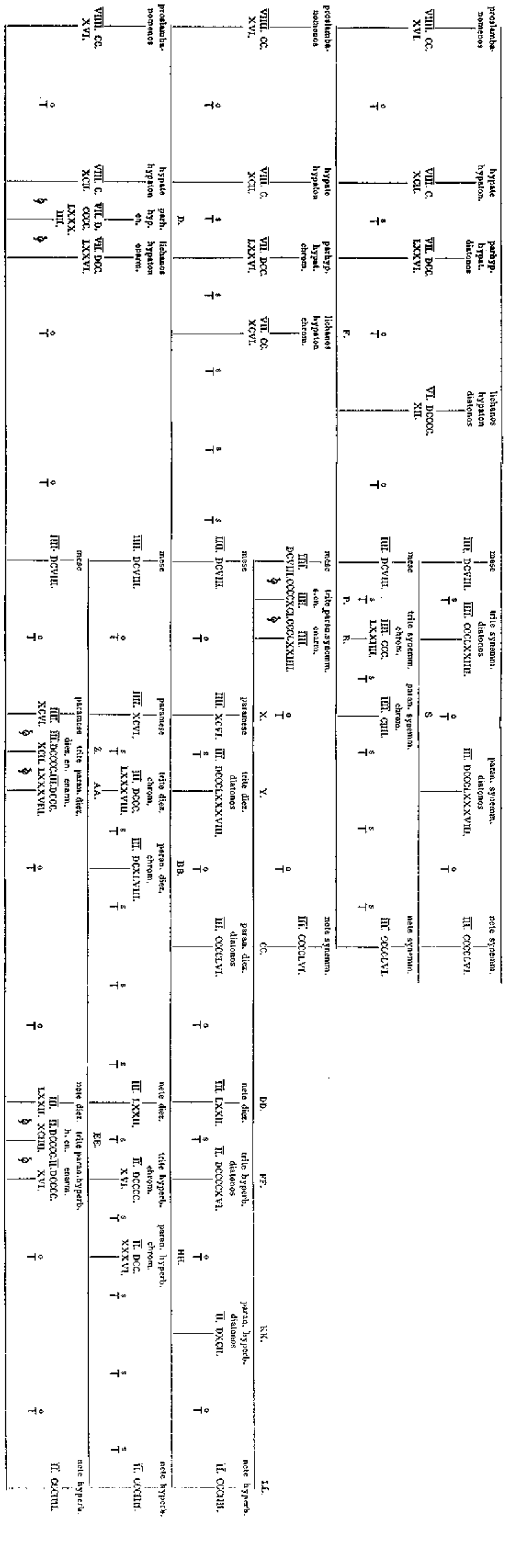
El género enharmónico vuelve a basarse en el diatónico para conseguir sus proporciones. Boecio toma la afinación de la nota que en el género diatónico (y en el cromático) sería *trite*, y la convierte en la *paranete* enharmónica. De esta manera deja un intervalo superior en el género enharmónico de exactamente dos tonos 9/8. Como vemos, el tono 9/8 continúa siendo el patrón de medida para subdividir el tetracordio. El *pyknon* es dividido con una media aritmética, que pasa a ser la nota *trite* enharmónica, en lo que Boecio llama dos *diesis*:

$$triteenhar = \frac{paraneteenhar. + netediezeug.}{2} = \frac{2916 + 3072}{2} = 2994$$

Diferencias	Notas	longitudes de cuerda	proporciones		
	Nete hyperboleon	2304			
			81/64(=9/8·9/8)		Tetracordio *hyperboleon* enharmónico
	Paranete hyperboleon	2916			
78			499/486		
	Trite hyperboleon	2994		256/243	
78			512/499		
	Nete diezeugmenon	3072			



Tetracordio *hyperboleon* en los tres géneros. BOECIO, *De musica*, lib. 4, cap. (Friedlein, 322).



Sistema de doble octava, con tetracordio *synemmenon* añadido, en los tres géneros. BOECIO, *De musica*, lib. 4, cap. 11. (Friedlein, apendix to 334).

3. LA CONSONANCIA EN LA EDAD MEDIA

En la Europa medieval hasta el siglo IX las principales autoridades sobre ciencia harmónica y música habían sido recopiladores latinos como Martianus Capella, los comentadores Calcidius y Macrobius, y primitivos escritores cristianos como Cassiodoro e Isidoro de Sevilla. Sin embargo, una vez redescubierto Boecio en el siglo IX, su *De musica* se convirtió en la fuente de información más extensa y detallada para los estudiosos medievales sobre la ciencia harmónica de la Antigüedad. Este redescubrimiento tuvo lugar en el contexto más amplio del renacimiento carolingio, época en la que se produjo un interés por la herencia pagana de la Antigüedad en cuestiones de literatura, ciencia y filosofía en la Europa dominada por los Francos.

Es en este momento también cuando se busca una unidad política, social y religiosa, lo que lleva a una serie de reformas en la iglesia. Surge el canto después llamado Gregoriano, para lo que se hace fundamental la clasificación de las melodías en los modos eclesiáticos. Este intento por sistematizar el canto lleva a los teóricos de la época a interesarse por la ciencia harmónica griega, recurriendo principalmente al *De musica* de Boecio. De esta época (siglo IX) son también los ejemplos escritos más antiguos de música polifónica en la Europa medieval: el tratado *Musica Enchiriadis* y un comentario a éste último llamado *Scolica Enchiriadis*, ambos basados en las teorías de Boecio.

La importancia para el pensamiento medieval musical del *De musica* de Boecio y de los tratados *Enchiriadis* se puede ver claramente en la tradición de los manuscritos. El *De musica* se conserva en más de ciento treinta manuscritos de entre los siglos IX y XV. Se han transmitido más de treinta copias completas del *Musica Enchiriadis*, de las cuales muchas están precedidas del *De musica* y en la mayoría le sigue el *Scolica*

Enchiriadis. Ningún texto musical, antes de los de Guido d'Arezzo a mediados del siglo XI, sobrepasará este número de copias[162].

La tradición clásica transmitida por Boecio en cuanto a la consonancia se puede organizar en tres grandes temas. Por un lado tenemos el gran tema de la metafísica de la consonancia, de la harmonía de las esferas del *Timeo* de Platón, y de las músicas mundana y humana de Boecio. Según esta teoría, la consonancia de la música sonora de los instrumentos musicales no es más que el reflejo de la verdadera consonancia divina de las esferas celestes.

Por otro lado está el aspecto más físico del sonido. Ya vimos cómo en la Grecia Clásica surgieron diversas teorías que intentaban describir físicamente la producción y transmisión del sonido y la percepción física de la consonancia. El sonido, que se transmitía como movimiento ondulatorio en el aire a base de pulsos, al llegar al oído producía esos mismos pulsos dentro de nosotros. Si los pulsos percibidos por el oído de dos sonidos diferentes eran conmensurables entre sí, entonces los sonidos eran consonantes. Estas teorías aún aparecían en el tratado de Boecio, aunque de manera casi testimonial.

Por supuesto, la conmensurabilidad hace referencia a una teoría aritmética de la consonancia que a su vez se justifica mediante la explicación metafísica de la harmonía de las esferas. Es decir, los diferentes temas teóricos ligados a la consonancia están íntimamente relacionados entre sí. El tercer aspecto es precisamente el de la aritmética aplicada a la ciencia harmónica. Cuáles son las proporciones conmensurables que dan lugar a sonidos consonantes –y que a su vez son las que rigen el universo– es algo que

[162] Ver: COHEN, David E., *Boethius and the* Enchiriadis *Theory: The Metaphysics of Consonance and the Concept of Organum*, Ph. D., Brandeis University, 1993, 4-7.

determina la aritmética. Además, es también la aritmética la que da lugar a los diferentes sistemas teóricos de afinación.

Además de estos tres temas que hemos expuesto, y que hacen referencia a la tradición sobre harmónica heredada de la teoría musical griega transmitida por Boecio, al hablar de la consonancia en los tratados medievales de la polifonía occidental tendremos que tener en cuenta otro aspecto que hasta el momento no había sido tan relevante. Este nuevo aspecto se puede intuir en los textos clásicos, pero su significado es totalmente distinto al que adquirirá en la época medieval. Me estoy refiriendo al tema de la ordenación de las consonancias por su grado de uso en la polifonía. En los textos clásicos es corriente el tema de la clasificación de las consonancias por su grado de perfección, atendiendo exclusivamente a sus características aritméticas. Esta manera de ordenación de las consonancias según sus propiedades aritméticas todavía se puede intuir en los tratados *Enchiriadis*, pero pronto desaparece y da lugar a una ordenación de los intervalos musicales absolutamente pragmática, determinada únicamente por su uso en la polifonía, y que puede estar (y de hecho estará en la mayoría de los casos) en desacuerdo con la ordenación aritmética. A lo largo de la Edad Media veremos cómo los intervalos obtendrán un grado de preferencia a la hora de ser utilizados verticalmente en la polifonía. La ordenación de los intervalos consonantes dará lugar a numerosas teorías, en muchos casos muy interesantes; además se convertirá en una constante de todos los tratados musicales medievales y de hecho será la línea conductora principal de nuestro discurso desde el siglo IX hasta el siglo XV.

A las tres consonancias básicas del pensamiento clásico (octava, quinta y cuarta) se les sumarán poco a poco también los intervalos de tercera y sexta. Al mismo tiempo, el intervalo de cuarta perderá su cualidad consonante. Estas importantes reformas empezarán a surgir en torno al año 1100, y su evolución no será en absoluto lineal. Por esta razón tendremos que ver cómo es tratado el tema en los escritos más significativos. Nos encontraremos con diferentes clasificaciones y teorías que expliquen la consonancia o disonancia de determinados intervalos. Algunas de ellas se basarán en presupuestos aritméticos, aunque las menos. La mayoría responderán al uso que de los intervalos hace la práctica polifónica.

Por otra parte, la admisión de terceras y sextas como intervalos consonantes responde a una progresiva aceptación, al menos en la práctica, de la afinación posteriormente llamada justa entonación. Este nuevo sistema de afinación suplantará al transmitido por Boecio como división diatónica del monocordio (también llamado afinación pitagórica). Pero su aceptación no será plena hasta que Ramos de Pareja lo formule de manera teórica en su *Musica practica* de 1482. Aún así, muchos teóricos seguirán defendiendo la afinación pitagórica hasta bien entrado el siglo XVI.

El capítulo sobre la Edad Media abarcará precisamente hasta la formulación teórica de la justa entonación. Consideramos este límite de suma importancia para nuestro tema; por ello lo tomamos como inicio del capítulo dedicado al Renacimiento.

El presente capítulo está dividido en tres partes. La primera está dedicada a los primeros escritos sobre polifonía y se centrará en las teorías de los tratados *Enchiriadis* y el *Micrologus* de Guido d'Arezzo. En esta época los intervalos llamados consonantes siguen siendo extrictamente los de la tradición clásica.

La segunda parte comienza con los primeros escritos que incluyen a las terceras dentro de los intervalos *biensonantes* aptos para el discanto. Los más antiguos textos son de finales del siglo XI, pero la mayoría ya pertenecen a los siglos XII y sobre todo XIII. Esta parte concluye con los tratados de la segunda mitad del siglo XIII, que siguen muy de cerca al de Juan de Garlandia. Son textos muy prácticos en los que aparece una gran profusión de categorías para clasificar no sólo los intervalos consonantes sino también los disonantes. La admisión de terceras y sextas como intervalos consonantes no es aún sistemática, pero se está creando el camino para que lo sea. En esta época la tradición metafísica de Boecio se pierde. No obstante, la teoría aritmética y sobre afinación pitagórica se conserva en algunos escritos. Por esta razón los intervalos de tercera y sexta plantean un grave problema teórico.

Por último está la tercera parte que comienza a principios del siglo XIV. En esta época los tratados prácticos ya han sistematizado completamente la consonancia de terceras y sextas y la disonancia de la cuarta. Pero a principios del siglo XIV también surge un movimiento humanístico que recupera la tradición clásica tanto metafísica como aritmética. Nos encontraremos por tanto con dos vertientes diferenciadas en la tratadística. Unos escritos continuarán la línea de los textos más prácticos del siglo XIII y no incluirán consideraciones metafísicas, por lo que la cuestión de los nuevos intervalos consonantes y de la disonancia de la cuarta no será ningún problema para ellos. Otros escritos más teóricos se adherirán a las teorías clásicas y no admitirán ni la disonancia de la cuarta ni la consonancia de terceras y sextas. Por último, un tercer grupo estará a medio camino entre las dos tendencias y generará teorías sumamente interesantes para conjugar ambos aspectos, el teórico y el práctico.

3.1 PRIMEROS TRATADOS SOBRE POLIFONÍA: SIGLOS IX-XI

Para nuestro estudio del concepto de consonancia nos interesan principalmente los escritos sobre polifonía, ya que en ellos, al tratarse la superposición de voces, este tema es mucho más comentado. Los tratados *Enchiriadis* se van a convertir en un punto central de nuestra discusión por varias razones fundamentales. Por un lado son los primeros escritos conservados sobre polifonía en Europa. Además son el primer fruto de peso surgido de ese interés carolingio por la ciencia harmónica griega transmitida a través de Boecio. En palabras de David E. Cohen, refiriéndose a la importancia de Boecio en el intento de sistematización de la música religiosa que se llevó a cabo durante el renacimiento carolingio:

> ... Boethius' *Musica* played a central role in this attempt, which bore its first really successful fruits in the theory of the *Enchiriadis* treatises[163].

Por último, los tratados *Enchiriadis*, junto con *Micrologus* de Guido (ca. 1050), son las únicas tres obras que contienen ejemplos y una discusión extensa de la primitiva práctica polifónica del organum paralelo y oblicuo.

Existen dos tesis doctorales que estudian la relación entre el concepto de consonancia en las fuentes clásicas y la teoría del organum que se desarrolla en los tratados *Enchiriadis*, la tesis doctoral de Amy Kusian Holbrook, *The Concept of Consonance in Greek Antiquity and its Application in the Earliest Medieval*

[163] COHEN, David E., op. cit., 3.

Descriptions of Polyphony,[164] y la de David E. COHEN, *Boethius and the* Enchiriadis *Theory: The Metaphysics of Consonance and the Concept of Organum*[165]. No obstante, estos estudios se centran principalmente en las cuestiones más metafísicas del concepto de consonancia, como orden del macrocosmos y del microcosmos. Nosotros observaremos también qué ocurre en estos primeros tratados sobre polifonía con otros aspectos de la teoría clásica harmónica.

Antes de ver pormenorizadamente las teorías sobre consonancia en la primera época de la polifonía medieval hagamos un breve comentario de lo que nos vamos a encontrar. En la primera época de la polifonía medieval –y en concreto en los tratados *Enchiriadis*– veremos una continuación de las teorías metafísicas, aunque se les dará menor relevancia de lo que habían tenido en Boecio. Por otro lado, observaremos que las teorías físicas sobre producción, transmisión y percepción del sonido no aparecen en absoluto. No son mencionadas ni siquiera por encima. Este tema deja de tener relevancia para los teóricos medievales. Es más, este tema se perderá casi por completo hasta el siglo XVI, al menos en los tratados occidentales[166].

Las cuestiones de la aritmética aplicada a la harmónica, y en concreto a la justificación del fenómeno de la consonancia, continuarán, aunque sufrirán

[164] HOLBROOK, Amy Kusian, *The Concept of Consonance in Greek Antiquity and its Application in the Earliest Medieval Descriptions of Polyphony*, Ph. D., University of Washington, 1983.

[165] COHEN, David E., op. cit.

[166] Hay que recordar que muchos teóricos medievales islámicos, como Al-Farabi o Ibn Sina (Avicenna), retomarán la teoría harmónica griega en numerosos escritos, traducidos al francés por Baron Rodolphe d'Erlanger en *La Musique Arabe*, 5 vols., Librairie Orientaliste Paul Geuthner, París, 1930, 1935, 1938, 1939, 1949. También se dará en el mundo islámico medieval una continuidad a los estudios sobre la ciencia del sonido (ver: HUNT, *Origins in Acoustics. The Science of Sound from Antiquity to the Age of Newton*, New Haven and London, Yale University Press, 1978). Pero nosotros no entraremos en este tema que desbordaría nuestras previsiones de trabajo.

modificaciones con respecto a lo transmitido por Boecio. El sistema de afinación descrito tanto en los tratados *Enchiriadis* como en Guido seguirá siendo el diatónico de Boecio (llamado por muchos estudiosos actuales sistema pitagórico). No obstante, en los tratados *Enchiriadis* este tipo de afinación choca frontalmente con el sistema tonal que se desprende de la notación *dasiana*.

Pero la cuestión más importante que tendremos que observar con detenimiento es la preferencia o no de unos intervalos sobre otros. Ya hemos dicho que este tema será recurrente en toda la teoría medieval musical y aquí nos servirá de inicio para el resto del capítulo.

3.1.1 Los tratados *Enchiriadis*

En los tratados *Musica Enchiriadis* y *Scolica Enchiriadis*[167], de mediados del siglo IX, se sigue definiendo la consonancia (*consonantia* o *symphonia*) como en la teoría musical clásica. La consonancia tiene lugar cuando sonidos distintos, al producirse simultáneamente, crean un resultado final *dulce*. Se reconocen tres consonancias simples, la octava, la quinta y la cuarta, de las que se componen las demás:

[167] *Musica et Scolica Enchiriadis una cum aliquibus tractatulis adiunctis*, ed. Hans Schmid, Bayerische Akademie der Wissenschaften, Veröffentlichungen der Musikhistorischen Kommission, Band 3, Bayerische Akademie der Wissenschaften, C. H. Beck, München, 1981.

Musica Enchiriadis and Scolica Enchiriadis, traducción inglesa, introducción y notas por Raymond Erickson, Yale University Press, New Haven and London, 1995.

Musica Enchiriadis, en: *Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum*, 3 vols., ed. Martin Gerbert, Typis San-Blasianis, St. Blaise, 1784; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 1:152-73.

> Est autem symphonia vocum disparium inter se iunctarum dulcis concentus.
>
> Symphoniae simplices ac primae sunt tres, quibus reliquae componuntur, ex quibus una est, quam diatessaron vocant, altera diapente, tertia diapason[168].

De la octava nos dicen que contiene a las otras dos. Se trata de la consonancia más perfecta de todas porque en ella las voces más que consonar *equisuenan*. La idea de considerar a la octava una *equisonancia* en vez de una consonancia ya había aparecido en Ptolomeo y fue posteriormente recogida por Boecio, de donde la toman estos tratados.

> Sic et Diapason, quod ex omnibus interpretatur, octavi ad octavum fit consonantia, duas (id est diatessaron et diapente) superiores in suo systemate continens. [...] In hac ergo non tam consonae voces, quam aequisonae dici possunt, et in ea vox denuo innovatur. [...] id est, octavum ad octavum, perfectam consonantiam reddere[169].
>
> Semper diapason spatium diatessaron ac diapente compleatur. [...] Sic namque maxima symphonia duabus completur minoribus. Porro maxima symphonia diapason dicitur, quod in ea perfectior exteris consonantia fiat, ut sive ab acutiore sive a graviore incipias, vox, quam octavo ordine in celsiorem vel humiliorem mutaveris ad primam vocem unisona habeatur, ita canendo[170].

Siguiendo por tanto las enseñanzas de Ptolomeo contenidas en Boecio, la octava es considerada una repetición del sonido grave. Es el intervalo básico de medida, y a partir de él es como si todo se repitiera. Es decir, la octava es una especie de microcosmos en el que está reflejado el todo en cuanto a cuestiones harmónicas. Por

---

[168] *Musica Enchiriadis*, en: Gerbert, *Scriptores* (GS) I, cap. 10, p. 160.

[169] Ibidem, cap. 10, p. 161.

[170] Ibidem, cap. 11, p. 163.

esta razón, cualquier intervalo consonante añadido a la octava no varía; conserva la misma cualidad. Se plantean dos analogías para explicar este tema. La primera de ellas es original: la octava es como la semana, a partir del octavo día todo vuelve a empezar.

> Sic enim in infinitum sonorum consequentia progreditur, ut ab unoquoque sono locis octavis renata, ut ita dicam, voce, ordo novus emergat, et dierum more octava sit, quae prima, prima quae octava[171].

La segunda analogía está tomada directamente de Boecio (quien a su vez la toma de Ptolomeo): la octava es como el número diez, que añadido a cualquier otro número lo conserva intacto. Así 2 más 10 es 12 y el 2 se conserva junto al 10.

> Etenim sicut denario numero qui fuerit additus, intra eum positus, integer inviolatusque servatur, cum in caeteris id ita minime eveniat, ita etiam in hac concinentia[172].

Así, a partir de las tres consonancias simples se forman otras compuestas, la octava más cuarta, la octava más quinta y la doble octava:

> Ex his quidem simplicibus aliae symphoniae componuntur, ut diapason et diatessaron, diapason et diapente, disdiapason[173].

Como vemos, el intervalo de octava más cuarta, rechazado de entre las consonancias por los neopitagóricos (Nicómaco) y defendido por Ptolomeo, es

---

171 Ibidem, cap.11, p. 163 .

172 Ibidem, cap. 11, pp. 163-164. Este pasaje aparece en BOECIO, *De Musica*. 5.10. La misma analogía se seguirá utilizando mucho tiempo después.

173 Ibidem, cap. 11, p. 161.

considerado consonante en este tratado. Aquí también se plantea la controversia y se alude a Boecio para defender la consonancia de este intervalo. La justificación que se da es la misma que ya habían empleado sucesivamente Ptolomeo y Boecio, y que hemos expuesto anteriormente. La octava se considera el patrón de medida, y por tanto, todos aquellos intervalos que se añadan a la octava conservan su misma cualidad.

Un aspecto curioso de estos tratados es que las consonancias se ordenan atendiendo a su perfección. Como ya se ha dicho, la octava es la más perfecta. Después de ella le sigue en perfección la quinta, y finalmente está la cuarta. Ésta última es la que más problemas presenta, ya que no todas las cuartas son consonantes; algunas, los tritonos, son disonantes:

> Igitur absolutissime in diapason symphonia maiore prae caeteris perfectione diversae ad invicem voces resonant. Secunda ab hac est symphonia diapente. At in diatessaron, quoniam non per omnem sonorum seriem quartis locis suaviter sibi phthongi concordant, ideo nec absolute ut in caeteris symphoniaca editur cantilena[174].

En ambos tratados se presenta el organum paralelo tanto a la quinta como a la cuarta. Pero el movimiento paralelo a base de cuartas presenta un problema en el sistema tonal descrito en los tratados *Enchiriadis*. Para poder entender este problema resumamos brevemente el peculiar sistema harmónico de estos tratados[175].

El sistema tonal consta de cuatro tetracordios sucesivos: el tetracordio de las graves, el de las finales, el de las superiores y el de las excelentes. Además se añaden

---

[174] Ibidem, p. 169.

[175] Solamente explicaré por encima el sistema. Para más información sobre el tema ver: *Musica Enchiriadis and Scolica Enchiriadis*, traducción inglesa, introducción y notas por Raymond Erickson, Yale University Press, New Haven and London, 1995.

dos notas más en el agudo, el *residuum*. Todos los tetracordios están formados de la misma manera: T-St-T. Y entre cada uno de ellos hay un tono de separación. Si tomamos el tetracordio de las finales como las notas re, mi, fa, sol (ya que, por definición, es el tetracordio en el que se encuentran las finales de los modos eclesiásticos), todo el sistema sería como sigue:

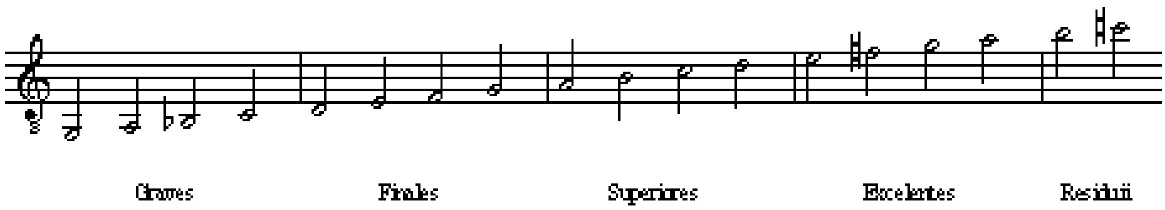


Figura 1. Sistema de la *daseia*.

Los símbolos situados sobre las notas son los signos de la *daseia* empleados como notación musical en estos tratados.

Como se puede ver fácilmente, la organización tonal de los tratados *Enchiriadis* presenta periodicidad en el intervalo de quinta. Por esta razón el organum a la quinta es perfectamente realizable. Es decir, moviéndonos a base de quintas paralelas por este sistema todas ellas serían perfectas. Sin embargo, tanto el organum a la cuarta como el canto simultáneo a la octava presentan dificultades, ya que no aparecen octavas y cuartas perfectas a lo largo de todo el sistema.

Hay que tener presente que el intervalo de octava es el más inmediatamente evidente para un cantor de la época (y de todas las época, en realidad). Es tan evidente que el autor (o autores) de estos tratados casi no se molesta en estudiar el canto paralelo en octavas; lo considera totalmente accesible. Simplemente recuerda que es el que se establece cuando cantan simultáneamente un hombre y un niño. Por esa razón no importa demasiado que el sistema tenga dificultades a la hora de expresar octavas perfectas. (Recuérdese además el énfasis que se pone en indicar la equisonancia de la octava y la repetición de intervalos que se da a partir de este intervalo básico.) Pequeñas indicaciones aquí y allá, como notación alfabética o recursos similares, le sirven al teórico para indicar la relación de octava entre dos voces. Así, aunque la *daseia* no permita escribir el movimiento paralelo de octava, este intervalo es tan fundamental que el cantor al interpretar altera las notas necesarias sin problemas.

Sin embargo, el organum a la cuarta sí que presenta verdaderos problemas. Por ello necesita unas reglas especiales que son explicadas con detenimiento. Si nos moviésemos indefinidamente por cuartas paralelas, se producirían infinidad de tritonos (siϕ-mi, fa-si, do-faσ, sol-doσ). Para que no se produzcan estas falsas relaciones de tritono, en ocasiones la voz organal a la cuarta inferior no debe bajar de la cuarta nota (la más aguda) de un tetracordio. Ésta es la regla principal que se propone, aunque hay otras secundarias que nos llevaría demasiado tiempo explicar con detenimiento. Aquí tenemos un ejemplo:

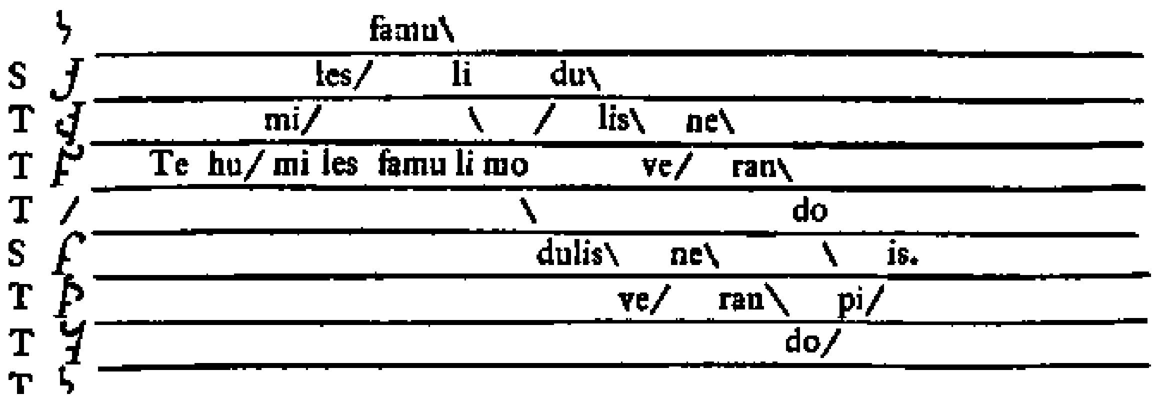


Figura 2. Organum a la cuarta, *Musica Enchiriadis*, GS I, p. 170.

Como vemos, para evitar el tritono fa-si la voz inferior empieza en la misma nota que la superior (sol, que es la nota superior del tetracordo de las finales) y no baja de ahí durante ocho notas. Después la voz principal desciende y la voz organal también baja, pero evitando el fa. Cuando la voz organal llega en su bajada hasta la nota más aguda del tetracordo de las graves (do), se detiene y no sigue bajando para evitar el tritono siϕ-mi.

Esto hace que el organum a la cuarta presente no solamente movimiento paralelo sino también movimiento oblicuo, que se puede dar tanto al final, al inicio o en partes intermedias de la pieza. Sin embargo, el organum a la quinta es perfectamente paralelo:

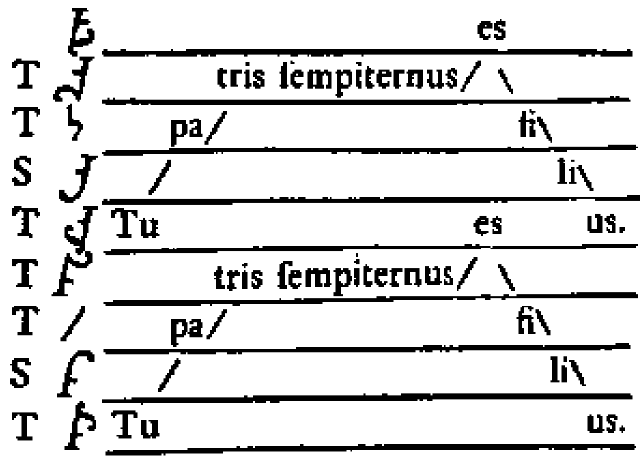


Figura 3. Organum a la quinta. *Musica Enchiriadis*, GS I, p. 163.

Tanto el organum a la quinta como el organum a la cuarta se pueden duplicar a la octava, y esta posibilidad es contemplada en ambos tratados.

Ya hemos señalado que ambos tratados presentan tanto el organum a la cuarta como a la quinta. Aparecen los dos tipos de duplicaciones a la octava a cuatro voces, con dos quintas y una cuarta o con dos cuartas y una quinta, en los dos tratados; y ambas posibilidades son igualmente concebidas. No se manifiesta ninguna preferencia por una u otra posibilidad en ninguno de los dos textos.

La única diferencia entre los dos tratados es cómo presentan la colocación de las voces organal y principal en los organa a cuatro voces. En *Musica Enchiriadis* los organa a cuatro voces duplican la voz principal en el grave y la organal en el agudo. Por ejemplo, un organum a la cuarta (con la voz organal una cuarta por debajo de la principal) presentará un intervalo de quinta en el grave, una cuarta en el medio y otra quinta en el agudo:

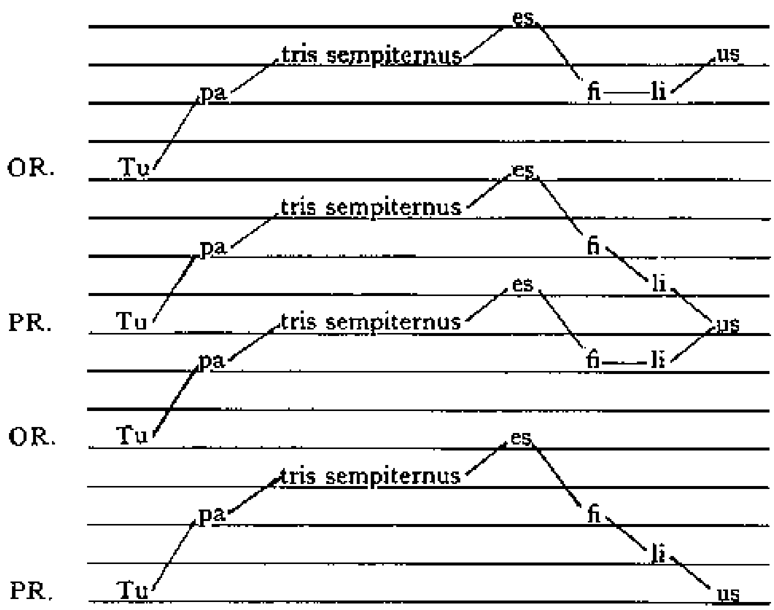


Figura 4. Organum a la cuarta duplicado a la octava. *Musica Enchiriadis*, ed. Hans Schmid, op. cit., p. 36

Partiendo de un organum a la quinta (con la voz organal una quinta por debajo de la principal) y duplicando las voces de la misma manera anteriormente descrita, obtendremos una cuarta en el grave, una quinta en el medio y una cuarta en el agudo:

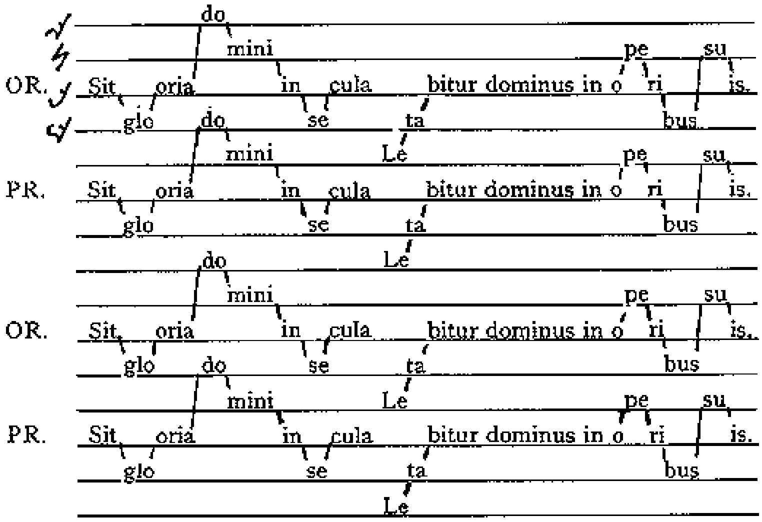


Figura 5. Organum a la quinta duplicado a la octava. *Musica Enchiriadis*, ed. Hans Schmid, p. 42.

En *Scolica Enchiriadis* los organa a cuatro voces presentan tanto la voz principal como la voz organal duplicadas en el agudo. Así, un organum a la cuarta a cuatro voces presentará una cuarta en el grave, una quinta en el medio y una cuarta en el agudo:

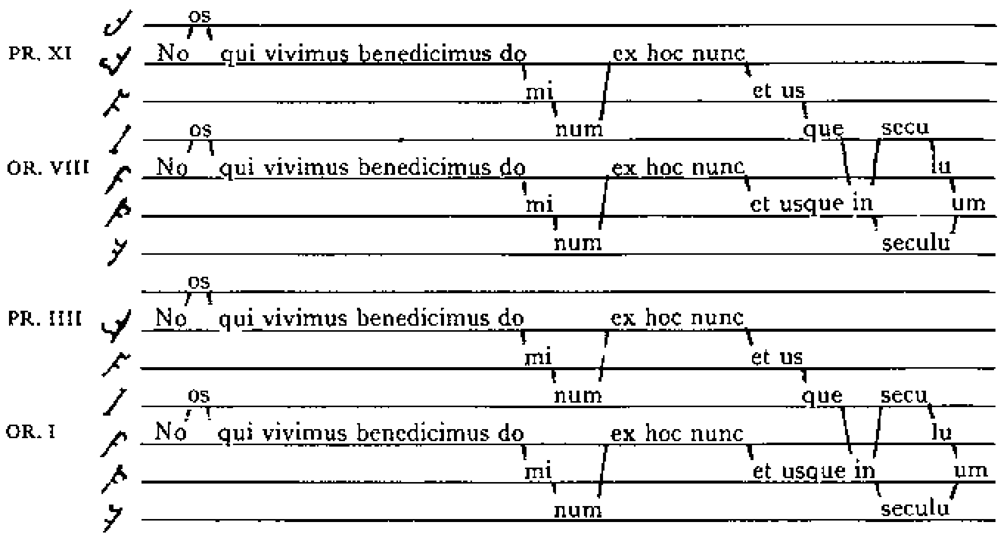


Figura 6. Organum a la cuarta duplicado a la octava. *Scolica Enchiriadis*, ed. Hans Schmid, p. 99.

Y un organum a la quinta a cuatro voces presentará una quinta en el grave, una cuarta en el medio y una quinta en el agudo:

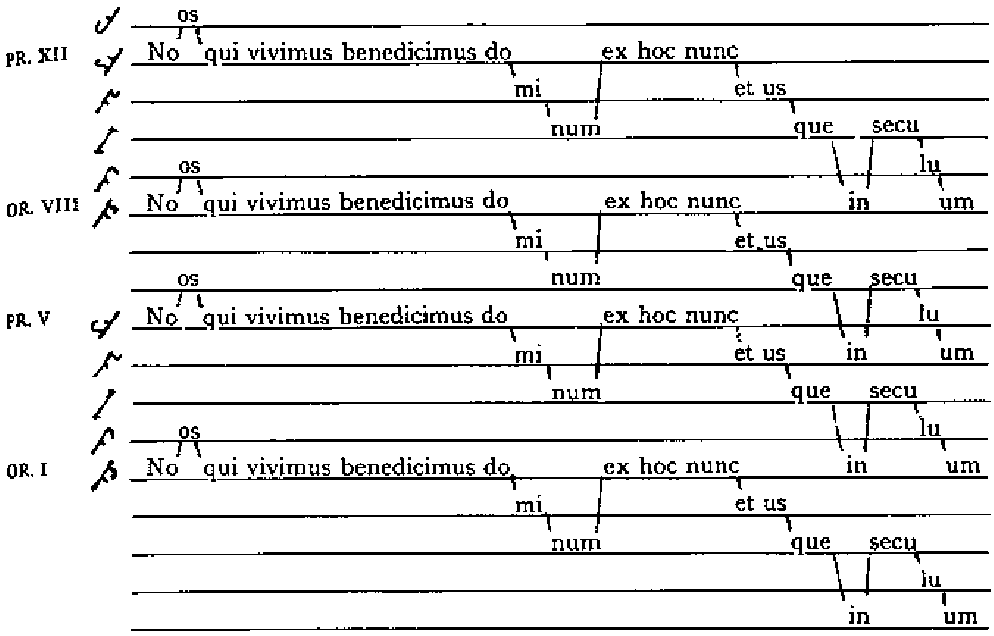


Figura 7. Organum a la quinta duplicado a la octava. *Scolica Enchiriadis*, ed. Hans Schmid, p. 95.

Por supuesto, ambos tratados presentan también la posibilidad de duplicar a la octava sólo una de las dos voces, consiguiendo un organum a tres voces.

Con lo que hemos expuesto hasta el momento nos puede surgir una pregunta: ¿Se puede hablar de igualdad de tratamiento para la cuarta y la quinta en estos tratados o una de las dos consonancias se prefiere a la otra?

Serge Gut, en su artículo “La Notion de Consonance chez les Théoriciens du Moyen Age”, hablando de la preferencia por uno u otro intervalo en estos tratados, nos dice:

(Refiriéndose al *Musica Enchiriadis*). L'organum a la quinte est présenté avant celui à la quarte, mais il est á peu près certain que ce dernier lui est préféré. En effet, l'auteur dit qu'il sonne *suave*; en outre, il est le seul à pouvoir être redoublé à l'octave. Il est bien précisé qu'à quatre voix, un seul intervalle de quinte est possible. Pour un ré voix principale, on doit écrire *la-ré-la-ré* et non *ré-la-ré-la*: la quarte reste l'intervalle privilégié.

Dans les *Scholia enchiriadis,* de même époque que la *Musica enchiriadis,* ont est frappé de voir que l'organum à la quinte est préféré à celui à la quarte. Il est non seulemente cité en premier, mais encore les redoublements à trois et quatre voix sont construits à partir de l'intervalle de quinte. Ainsi dans l'organum à quatre voix, ont a pour en la voix principale, un départ sur ré-la-ré-la (GS I, p.187). Il y a donc bien deux quintes et une quarte résultante, alors que dans la *Musica enchiriadis*, c'était le contraire qui se passait[176].

Según Gut, en el *Musica Enchiriadis* se prefiere el intervalo de cuarta, porque es el más tratado y porque al doblar las voces a la octava la cuarta es el intervalo privilegiado (en la disposición la-re-la-re). En cambio, siempre según Gut, el *Scolica Enchiriadis* prefiere el intervalo de quinta, ya que al doblar las voces a la octava es éste el intervalo privilegiado (en la disposición re-la-re-la). Pero los argumentos de Gut para defender su posición carecen de fundamento real, como ahora demostraremos.

Para poder estudiar la preferencia en estos tratados por un intervalo u otro –la quinta o la cuarta– para la práctica de la polifonía hay que tener en cuenta todos los factores que hemos venido señalando y que a continuación resumimos:

1. Ambos tratados proponen tanto el organum a la quinta como el organum a la cuarta.

---

[176] GUT, Serge, "La Notion de Consonance chez les Théoriciens du Moyen Age", *Acta Musicologica*, 48 (1976), 24-25. En el primer párrafo se refiere al *Musica Enchiriadis*. En el segundo párrafo se refiere al *Scolica Enchiriadis*.

2. Ambos tratados proponen la duplicación a la octava de los dos tipos de organa. La diferencia estriba en que para el *Musica Enchiriadis* un organum a la cuarta duplicado a la octava presenta la forma: quinta-cuarta-quinta, mientras que para *Scolica Enchiriadis* la forma de un organum a la cuarta duplicado a la octava es: cuarta-quinta-cuarta. Con el organum a la quinta duplicado a la octava ocurre lo mismo, para *Musica Enchiriadis* es: cuarta-quinta-cuarta y para *Scolica* es: quinta-cuarta-quinta.

3. En los dos tratados se utiliza un sistema tonal y un tipo de notación, la *daseia*, que favorecen absolutamente al intervalo de quinta sobre el de cuarta.

3. Al organum a la cuarta se le dedica más explicaciones en los dos tratados. Pero esto se debe seguramente a la dificultad que entraña evitar el tritono inherente al sistema tonal empleado, un sistema que favorece a la quinta sobre la cuarta.

4. En la clasificación de las consonancias que aparece en ambos tratados, la quinta está por delante de la cuarta.

Por estas razones creo que no se puede admitir de ningún modo la supuesta prevalencia de la cuarta sobre la quinta que S. Gut atribuye al *Musica Enchiriadis*. Si tuviésemos que decidir cual de los dos intervalos predomina sobre el otro, sería la quinta en ambos tratados.

El *Scolica Enchiriadis* es, en cierto aspecto, más técnico que el *Musica Enchiriadis*. En *Scolica* se trata la teoría de las proporciones y de las medias matemáticas –cosa que no aparecía en *Musica Enchiriadis*– siguiendo la tradición de los escritos clásicos sobre harmónica. Se mencionan los tipos de proporciones y las medias aritmética, harmónica y geométrica, y se relacionan con los intervalos musicales de octava, quinta, cuarta y tono. Atendiendo a estas proporciones, el sistema de afinación que se propone en *Scolica Enchiriadis* es el llamado pitagórico, transmitido por Boecio como sistema diatónico. Lo podemos ver en la siguiente figura:

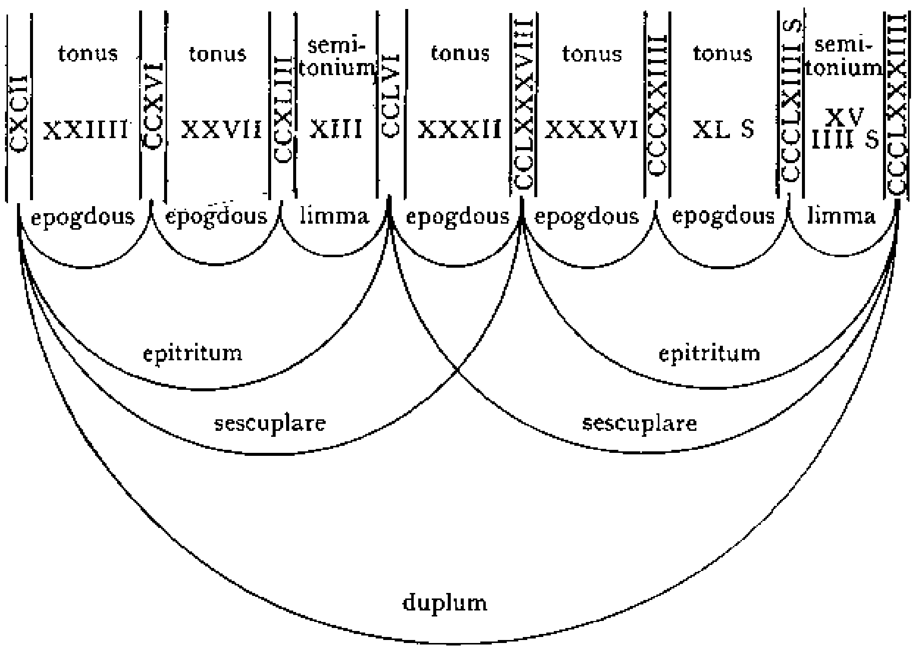


Figura 8. División del monocordio. *Scolica Enchiriadis*, ed. Hans Schmid, p. 137.

Para justificar el fenómeno de la consonancia, *Scolica Enchiriadis* alude a la tradicional asociación de intervalos consonantes con proporciones múltiples y superparticulares. Esto no es nada nuevo ya que aparece en los escritos más antiguos sobre harmónica de la Grecia Clásica y se transmite a través de Boecio. Sin embargo en *Scolica* se plantea un problema que estaba presente desde hacía mucho tiempo pero que nunca antes se había planteado: ¿Por qué las proporciones superparticulares más pequeñas que la sesquitertia no son consonantes? Para el autor de *Scolica* la solución está en que las proporciones sesquialtera y sesquitertia son conmensurables con la proporción doble, es decir, una sesquitertia y una sesquialtera forman una proporción doble[177]. Sin embargo las proporciones menores que éstas no son conmensurables ni con la doble ni con la triple ni con la cuádruple ni con la *sescuplo* (sic.)[178], por lo que no se las admite en música:

> Sola rursus sesquialtera ac sesquitertia intervalla cum duplis et quadruplis commensurata sunt, quibus similiter eorum intervalla complentur. Sesquiquartis vero ac sesquiquintis et reliquis decrescentibus intervallis nec cum duplo, nec cum triplo, nec cum quadruplo, nec cum sescuplo quidquam commensurationis est, et idcirco propter musicam seponuntur[179].

Como vemos, las proporciones justas de las terceras mayor (5/4) y menor (6/5) no sólo no son admitidas entre las proporciones consonantes, sino que ni siquiera son consideradas proporciones musicales[180]. Sin embargo, el autor de *Scolica* parece cometer un error al hablar de la inconmensurabilidad entre las proporciones sesquiquarta, sesquiquinta y sescuple.

De entrada nos encontramos con un problema de terminología: ¿Qué significa exactamente *sescuplo*? El término *sescuplo* aparece al final de una serie de proporciones múltiples: duplo, triplo, cuádruplo, *sescuplo*. Si tuviéramos como referencia sólo este

---

[177] Como por ejemplo los números 6-4-3. La sesquitertia 4/3 y la sesquialtera 6/4 (=3/2) forman la proporción doble 6/3 mediante la proporcionalidad harmónica expresada en los números 6-4-3.

[178] Sobre el significado del término sescuple en el *Scolica Enchiriadis* hablaremos más adelante.

[179] *Scolica Enchiriadis*, GS, p. 205.

[180] Es fundamental entender la diferencia entre intervalo musical e intervalo consonante. Todos los intervalos consonantes son musicales, es decir, forman parte del sistema musical o harmónico. Sin embargo, muchos intervalos musicales no son consonantes, como le ocurre al tono (9/8), que aunque forma parte indiscutible del sistema harmónico desde la Antigüedad, nunca es considerado un intervalo consonante. Esta distinción es la misma que hace Ptolomeo al hablar de intervalos consonantes, intervalos *emmele* (melódicos o musicales) e intervalos *ekmele* (no melódicos, no musicales).

párrafo, me inclinaría a pensar que el autor aquí se refiere a algún tipo de proporción múltiple mayor que la cuádruple, posiblemente la séxtuple. Sin embargo, en el diagrama en el que aparece la división del monocordio (ver figura anterior) parece hacer referencia a la proporción 3/2. En este diagrama aparecen los términos griegos *epogdous*, *leimma* y *epitritus*; el término latino *dupla*; y el término *sescuplare* refiriéndose, unívocamente, a la proporción que en griego se llamaría hemiólica y en latín sesquialtera (3/2).

Si en el párrafo citado anteriormente *sescuplo* quiere decir sesquialtera (3/2), entonces el autor está equivocado al hablar de la inconmensurabilidad entre esta proporción y las sesquiquarta (5/4) y sesquiquinta (6/5), ya que una sesquiquarta y una sesquiquinta forman una sesquialtera: 5/4x6/5=3/2. De hecho, esta conmensurabilidad es uno de los argumentos utilizados por los teóricos del siglo XVI para admitir estas proporciones en sus sistemas musicales. Mediante la proporcionalidad harmónica se puede dividir el intervalo de quinta, de proporción 3/2, en una tercera mayor justa (5/4) y una tercera menor justa (6/5) de la siguiente forma: 4/5/6.

Pero es probable que el autor no se refiera a la sesquialtera con el término *sescuplo*, y que sea el diagrama lo que está confundido. En ese caso siempre queda la duda de saber qué exactamente significa *sescuplo* y de donde surge el término, ya que éste es el único tratado en el que, al menos yo, lo he encontrado.

3.1.2 *Micrologus*

En *Micrologus*[181], el tratado de Guido d'Arezzo de mediados del siglo XI, se siguen considerando las tres consonancias básicas, octava, quinta y cuarta, que son designadas mediante el término griego *symphonía*. Para hablar de la consonancia de estos tres intervalos Guido recurre a la suavidad (*suavitate*) que se escucha al oírlos, y pone como ejemplo el organum a la cuarta con la voz organal duplicada al agudo, como en las notas La-Re-la. Al escucharse simultáneamente estas notas, se producen los tres intervalos consonantes: la cuarta La-Re, la octava La-la y la quinta Re-la.

> ...si organum per acutum .a. duplices, ut sit .A.D.a., resonabit .A. ad .D. diatessaron, ad .a. diapason; .D. vero ad utrumque .A.a., diatessaron et diapente; .a. acutum ad graviores diapente [-198-] et diapason. Et quia hae tres species tanta se ad organum societate ac ideo suavitate permiscent, ut superius vocum similitudines fecisse monstratae sunt symphoniae, id est aptae vocum copulationes dicuntur[182].

Para Guido la *vox principalis* sigue estando por encima de la *vox organalis*, y ésta última se puede doblar a la octava superior.

---

[181] D'AREZZO, Guido, *Guidonis Aretini Micrologus*, ed. Jos. Smits van Waesberghe, *Corpus Scriptorum de Musica (CSM)*, vol. 4, American Institute of Musicology, Rome, 1955.

[182] Ibidem, 197-198.

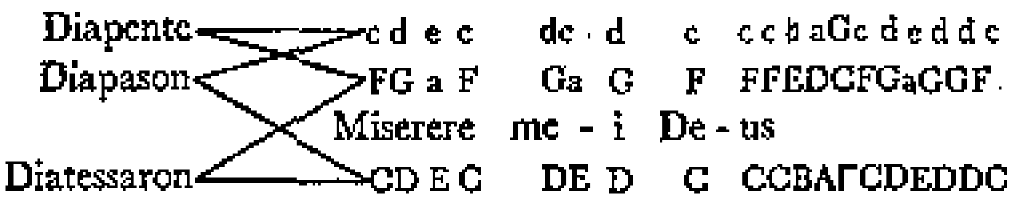


Figura 9. *CSM* IV, 198. Ejemplo de organum dulplicado a la octava.
La voz principal es la del medio, mientras que la voz organal es la inferior
y aparece duplicada una octava al agudo.

Sin embargo, Guido prefiere la dulzura (*mollis*) de la cuarta a la dureza (*durus*) de la quinta, por lo que rechaza a esta última para la polifonía. También rechaza la segunda menor. El intervalo fundamental es la cuarta, y los intervalos menores que ella son sólo de paso. Aún así existe, dentro de éstos últimos, una predilección por la tercera mayor y la segunda mayor frente a la tercera menor:

> Superior nempe diaphoniae modus durus est, noster vero mollis, ad quem semitonium et diapente non admittimus, tonum vero et ditonum et semiditonum cum diatessaron recipimus, sed semiditonus in his infimatum, diatessaron vero obtinet principatum[183].

En cuanto a aritmética y afinación, podemos encontrar un capítulo entero de su tratado (cap. 3, pp. 96-106) donde Guido explica pormenorizadamente la división del monocordio según la afinación de Boecio. Lo que ya no aparece en *Micrologus*, a diferencia de en *Scolica Enchiriadis*, es la justificación de la consonancia mediante la aritmética. Es decir, ya no se nombra la teoría según la cual las proporciones múltiples y superparticulares se corresponden con intervalos consonantes. Tampoco encontramos ninguna referencia a la metafísica de la consonancia. El tratado de Guido es mucho más práctico; comenta directamente aquello que tiene relevancia para la creación del

[183] Ibidem, 201-202.

organum y no se detiene en cuestiones más filosóficas. Como veremos a continuación, esto parece ser la tónica general de los tratados que vendrán después. Serán textos pragmáticos y en absoluto filosóficos.

Por el pasaje de *Micrologus* que hemos citado en último lugar anteriormente, a muchos autores les ha parecido claro que en Guido la consonancia preferida es la cuarta, por encima de cualquier otra. De esta manera Serge Gut[184] desarrolla una teoría en cuanto a la preferencia de la quinta o de la cuarta en la primitiva práctica polifónica. Para argumentar su teoría Gut se apoya también en un pequeño fragmento de principios del siglo X. Este fragmento es el llamado *De Organo* (Codex LII) de la biblioteca de la Catedral de Colonia. En él solamente se nombra el organum a la cuarta: "Diaphoniam seu organum constat ex diatessaron symphonia naturaliter dirivari."[185] No se especifica cómo debe ser el comienzo del organum, pero el final siempre es al unísono. Es decir, este tratado explica la práctica del organum a la cuarta con movimiento oblicuo (*occursus*) al final.

Gut considera que en estos tratados sólo se admite el organum a la cuarta y que Guido incluso considera a la quinta una disonancia. Además parte del hecho de que en estos tratados la *vox principalis* está en el agudo, mientras que la *vox* organa*lis* (la voz que se añade y por tanto secundaria) está en el grave. Por lo tanto,

> si du point de vue du phénomène des harmoniques, la quinte prend son appui naturel sur le son inférieur, la quarte –son reversement au sein de l'octave –prend appui sur le son supérieur; cette

[184] GUT, Serge, "La Notion de Consonance chez les Théoriciens du Moyen Age", op. cit.

[185] *Cologne Organum Treatise*, en: Hans Müller, ed., *Hucbalds echte und unechte Schriften über Musik*, B. G. Teubner, Leipzig, 1884, 79.

constatation justifierait donc l'utilisation de la quarte dans un organum avec *Cantus firmus* à l'aigu[186].

Según Gut, el fenómeno fisico-armónico junto con la disposición de la voz más importante en la parte superior de la polifonía, justificarían la preferencia de la cuarta sobre la quinta, y por tanto las enseñanzas de Guido y del *De organo*. La validez tanto de la cuarta como de la quinta para el organum en los tratados *Enchiriadis* sería consecuencia simplemente de la ignorancia de esta noción de sonido generador (*notion de son générateur*).

No obstante hay que hacer algunas consideraciones a la teoría de Gut. Por un lado no creo que se pueda decir que Guido considere a la quinta una disonancia. De hecho, al hablar de las *symphoniae* menciona explícitamente a la quinta y le otorga un caracter suave –"bien sonante"– al oído (ver supra). Por otro lado menciona un organum a tres voces en el que aparece la quinta. Sí que parece cierto que en Guido la preferencia es por la cuarta inferior y la quinta superior, lo que podría justificarse mediante la teoría de Gut. Pero, de todas maneras, cuando Guido se refiere a sus normas para el organum, parece referirse a una manera personal de hacer, frente a otra manera de hacer de otros músicos: "Superior nempe diaphoniae modus durus est, noster vero mollis."

---

[186] GUT, "La Notion...", op. cit., p. 33.

3.2 LA TEORÍA MUSICAL EN LOS SIGLOS XII-XIII

En un principio, tanto el primitivo organum paralelo como el posterior organum libre se basaban armónicamente en los intervalos de octava, quinta y cuarta[187]. No hay más que ver los tratados que hablan de cuestiones prácticas, como los *Enchiriadis* o *Micrologus*. Cuando el organum era a dos voces, los intervalos estructurales armónicos eran la quinta y la cuarta. Por supuesto había diferentes preferencias. Como hemos visto, Guido d'Arezzo prefería la cuarta a la quinta, pero ello no significa que en su época no se utilizase la quinta para el organum, simplemente él prefería la sonoridad de la cuarta.

Esta primitiva práctica musical era, por tanto, completamente coherente con la teoría sobre la consonancia que estaba en boga en la época, la teoría heredada de la Grecia Clásica. Octavas, quintas y cuartas –y las consonancias compuestas de octava más quinta, octava más cuarta y doble octava– eran los intervalos consonantes; eran los que correspondían a esas proporciones divinas; por esa razón eran los intervalos básicos de la práctica musical. Todos los demás intervalos no eran más que relleno de esa estructura musical básica. De hecho sus proporciones, a excepción del tono, eran sumamente extrañas; se podrían definir como matemáticamente disonantes. En la práctica sólo servían de paso para llegar a las consonancias.

Recordemos que el sistema de afinación que dan a entender tratados como *Scolica Enchiriadis* es el que posteriormente se ha llamado sistema pitagórico[188]. En

[187] Cuando digo armónicamente me refiero a la disposición vertical de las voces.

[188] No hay que olvidar que existen muchos sistemas de afinación diferentes propuestos por teóricos a los que podríamos llamar pitagóricos en la Antigüedad (como Arquitas, Filolao, Ptolomeo etc.).

este sistema las proporciones de los intervalos menores que la cuarta se definen en relación únicamente a la octava, la quinta y la cuarta.

De esta manera, el tono (9/8) es la diferencia entre quinta y cuarta: 3/2:4/3=9/8. Mediante el tono se divide el intervalo de cuarta. En una cuarta caben dos intervalos de tono y un resto o *leimma*. El ditono (81/64) es, como su nombre indica, dos tonos: 9/8x9/8=81/64. El *leimma* o semitono menor (256/243) es la diferencia entre cuarta y ditono: 4/3:81/64=256/243. El semitono mayor o *apotome* (2187/2048) será, por tanto, la diferencia entre un tono y un *leimma*: 81/64:256/243=2187/2048. El semiditono (32/27) consta de un tono y un *leimma*: 9/8x256/243=32/27, y es la diferencia entre la quinta y el ditono.

A pesar de ser éste el sistema de afinación teórico hasta finales del siglo XV, en la práctica aparecerán dos problemas que crearán una gran contradicción con este sistema. El primero de los problemas es la utilización de terceras y sextas como intervalos consonantes mucho antes de la formulación teórica de la justa entonación. El segundo problema es la utilización práctica del intervalo de cuarta como una disonancia con relación a la voz del bajo. Centrémonos primero en la cuestión de terceras y sextas.

3.2.1 El tratamiento de terceras y sextas

Pronto las terceras, tanto mayores como menores, se empezaron a utilizar de manera armónica, es decir, en disposición vertical; y no sólo como meros intervalos de paso, sino como elementos cada vez má importantes de la composición musical. No está claro si este fenómeno surgió primero en las islas Británicas y luego llegó hasta el

---

Por lo tanto, el nombre de pitagórico para este sistema en concreto y no para los demás me parece incoherente, pero lo utilizaré por estar muy extendida esta práctica.

continente, o si fue al revés; o lo que es más probable, si surgió más o menos a la vez en ambos lugares. Lo cierto es que pronto la música europea se encontró llena de terceras armónicas en lugares estructuralmente importantes, lo que no podía justificar la consideración de la tercera como una disonancia[189]. Más o menos al mismo tiempo a las sextas les ocurrió lo mismo.

Para abordar el tema de la consideración de las terceras y las sextas como consonantes tenemos que tener en cuenta dos aspectos fundamentales. Por un lado está el simple reconocimiento de que suenan bien, de que son auditivamente consonantes; por otro lado está la asociación de las terceras y sextas con sus proporciones justas: 5/4 para la tercera mayor, 6/5 para la tercera menor, 5/3 para la sexta mayor y 8/5 para la sexta menor.

Cuándo se empezaron a adoptar estas proporciones para los intervalos de tercera y sexta es algo que no está claro en absoluto. El primer teórico que los defendió como tales parece ser Ramos de Pareja a finales del siglo XV. Sin embargo es sorprendente ver que ya en el siglo XII se admite la similitud entre el intervalo de ditono, que por entonces se asociaba (al menos teóricamente) a su proporción pitagórica, y la proporción 5/4; de la misma manera se admite la similitud entre la tercera menor y la proporción 6/5. El primer escrito en que podemos constatar esto es inglés, lo que nos puede llevar a pensar en la conocida preferencia de la música inglesa por las terceras.

Este escrito es el tratado *Musica*[190] del siglo XII, de Theinredus Doverensis, quien define la consonancia de esta manera:

---

[189] Ver: GUT, Serge, *La tierce harmonique dans la musique occidentale. Origines et évolution*, Heugel & Cie., Paris, 1969.

[190] THEINREDUS DOVERENSIS, *Musica*, Oxford, Bodleian Library, Bodley 842 (S.C. 2575).

> Consoni sunt. qui si simul fiunt. musice racione concordant. Dissoni sunt qui si simul fiunt musice racione discordant[191].

Para este autor está claro que la consonancia de los intervalos musicales se basa en la racionalidad de sus proporciones matemáticas. Cuanto más simple sea la proporción matemática correspondiente a un intervalo, más consonante será dicho intervalo.

> Raciones autem musicarum consonanciarum hee sunt uniuersi generis arithmetici prima proporcio. in sonis consonissima. Quantoque magis ordo procedit; tanto magis a consonitus suauitate elongatur. Unde si cuius generis prima sonorum proporcio generalis distinccionis est. auditu eciam iudice consonorum est. Cuius progressionem quoque totam usque ad interrupcionem progressionis generalis distinccionis consonorum dici absolute nichil obstat[192].

El autor nos hace una lista de la racionalidad de las proporciones, que, aunque no lo diga expresamente, se podría corresponder con un orden de consonancia de los intervalos correspondientes. De esta manera, la primera proporción es la doble, a la que siguen el resto de múltiples por orden (triple, cuádruple...); después se encuentran las superparticulares empezando por la sesquialtera, a la que siguen la sesquitertia, la sesquiquarta etc.

---

[191] Ibidem, lib. I, f. 2r. Los signos de puntuación de esta cita y las que le siguen son los que aparecen en la transcripción del manuscrito del “Thesaurus Muiscarum Latinarum”.

[192] Ibidem, lib. I, f. 18r.

> Progressio proporcionum est. consequencia earum secundum ordinem ut multiplicis generis prima est dupla. Secunda. tripla. Tercia quadrupla. Quarta. quintupla. Superparticularis; prima est sexquealtera. secunda; sexquitercia. tercia; sexquequarta[193].

Las consonancias, en principio, son las seis de la tradición de Ptolomeo: la octava (2/1), la octava más quinta (3/1), la doble octava (4/1), la quinta (3/2), la cuarta (4/3) y la octava más cuarta (8/3):

> Sex igitur tam simpliciter consonancie sunt; scilicet diapason. diapason. cum diapente. Bis diapason. diapente. diatessaron. diapason. cum diatessaron. Que et generalissime conueniencie sunt. Et in omnibus [-f.20v-] generibus eodem ordine progrediuntur[194].

Sin embargo, al hablar de las proporciones de los intervalos musicales, primero expone las proporciones pitagóricas para todos ellos, incluso para las terceras (3ªM: 81/64, 3ªm: 32/27); pero después habla sobre la semejanza del ditono y la proporción 5/4 y el semiditono y la proporción 6/5. Según el autor, la diferencia es tan pequeña que casi no es perceptible al oído[195]. Por esta razón, aunque las terceras no sean auténticas consonancias, se admiten en el organum, porque son próximas a las proporciones sencillas 5/4 y 6/5. Las sextas también se admiten, aunque más las menores que las mayores, nos dice el texto:

---

[193] Ibidem, lib. I, f. 18v.

[194] Ibidem, lib. I, f. 20v.

[195] Esta diferencia entre ditono pitagórico (81/64) y tercera mayor justa (5/4) (o entre semiditono y tercera menor) es lo que posteriormente se llamó comma sintónica (81/80): 81/64:5/4=81/80. Sin embargo, muchos autores del siglo XVI defendieron precisamente lo contrario que Theinredus Doverensis, es decir, que el intervalo de comma sintónica es perfectamente perceptible al oído.

> Omnis namque generis; prima proporcio in sonis consonissima est. Et quanto magis [-f.20r-] a prima elongatur tanto minus consona inuenitur. nisi propinquitate alicuius consone proporcionis consona videatur. Ut ditonus qui sexquiquarte sonorum proporcioni que prima sequitur sexquiterciam adeo propinqu<u>s est. ut octogesima prima tantum parte maioris termini hic superet hanc. Quod auditu percipere difficile est. Vel sem<i>ditonus qui sexquiquinte sonorum proporcioni que secunda sequitur sexquiterciam adeo propinqu<u>s est. ut duabus tantummodo vicesimis quintis partibus minoris termini. hec superetur ab hoc. Quod auditus aut facile discernit.
>
> Quare tamen ditonus semiditonus admittantur in organa.
>
> Unde horum ditonus et semiditonus cum sibi condiuidentibus equisonas consonancias; propter equisonanciam cum consonancijs admittuntur in organa. hic quidem tamen cum diapente cum semitonio sepius propter consonioris proporcionis maiorem propinquitatem. hic vero cum diapente cum tono rarius; propter minus consone proporcionis minorem propinquitatem[196].

Tendremos que esperar hasta principios del siglo XIV para que se vuelva a hablar de esto. Es también un inglés, Walter Odington[197], quien vuelve a mencionar la similitud entre el ditono y la proporción 5/4 y el semiditono y la proporción 6/5. Según este autor, esta similitud hace que muchos consideren estos intervalos consonantes:

> Verumtamen quia vicinae sunt sesquiquartae et sesquiquintae habitudinibus quarum unitas facit differentiam, iccirco plurimos estimant consonas esse. Et si in numeris non reperiantur consoni, voces tamen [-71-] hominum sua subtilitate ipsos ducunt in mixturam suavem et penitus in consonum quandoque dulcedine nota fit suave et consonum, in vocis ruditate offendit auditum[198].

---

[196] Ibidem, lib. I, f. 19v-20r. Entre <> aparecen añadidos del transcriptor de letras que faltan en el original.

[197] ODINGTON, Walter, *Summa de speculatione Musicae*, ed. Frederick F. Hammond, *Corpus Scriptorum de Musica*, vol. 14, American Institute of Musicology Rome, 1970, 42-146.

[198] Ibidem, 70-71.

Pero la gran mayoría de escritos anteriores al siglo XV o no hablan de las proporciones de estos intervalos o, lo que es más normal, continúan transmitiendo la afinación pitagórica. Este hecho, sin embargo, no les impide plantear la cuestión de la consonancia auditiva de terceras y sextas. De hecho, los primeros escritos que reconocen que las terceras "suenan bien" datan de una época tan temprana como finales del siglo XI. Además, mucho antes de que las proporciones justas de estos intervalos sean admitidas más o menos sin reservas, nadie pondrá ya en duda la consonancia auditiva de terceras y sextas.

En el ***Tratado de Milán***, escrito en torno a 1100, podemos leer que la tercera mayor suena bien, aunque no se la mencione claramente entre las consonancias: "C et E erunt spectantes quasi dulcis fistula"[199]. No se especifica su proporción, pero lo más probable es que en esa época, al menos en el continente, se siga utilizando el sistema pitagórico de Boecio.

En este mismo escrito se proponen ejemplos a dos voces en los que se pueden ver terceras y sextas, aunque no son tan frecuentes como las quintas y cuartas. Uno de estos ejemplos es el versículo del Alleluia "Iustus ut palma", al que se le ha añadido una voz organal en el agudo:

[199] *Tratado de Milán*, Hans Heinrich Eggebrecht and Frieder Zaminer, eds., en: *Ad organum faciendum. Lehrschriften der Mehrstimmigkeit in nachguidonischer Zeit*, Neue Studien zur Musikwissenschaft, vol. 3, B. Schotts Söhne, Mainz, 1970, p. 113, (f. 60r).

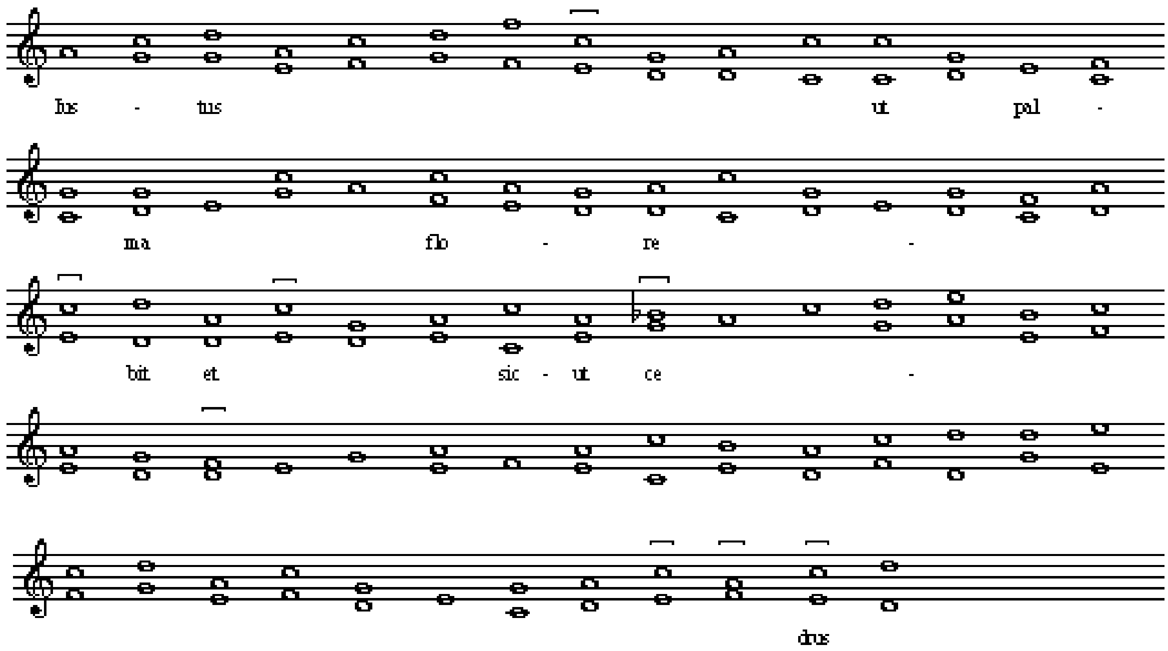


Figura 10. Versículo del Alleluia "Iustus ut palma".

Tratado de Milán, en *Ad organum faciendum*, op. cit., 149, (f. 48v).

Al canto llano se le ha añadido una voz organal en el agudo (en ocasiones ambas voces se cruzan).

En la figura anterior hemos señalado terceras y sextas armónicas mediante corchetes. Como se puede ver todas las terceras y sextas que aparecen son menores, por lo que podemos intuir una preferencia por estos intervalos sobre los mayores.

En otro escrito recogido en la misma recopilación (*Ad organum faciendum*) se sitúan por primera vez, de manera explícita, tanto a la tercera mayor como a la tercera menor entre las consonancias. No aparece una lista de consonancias como en otros tratados. Sin embargo, al hablar del organum se mencionan también las terceras (además de la quinta y la cuarta) como consonancias válidas para esta práctica:

> Organum est uox sequens precedentem sub celeritate diapente uel diatassaron uel dittoni uel semidittoni. quarum id est precedentis uel subsequentis fit copula aliqua decenti consonantia.

Diaphonia uocum disiunctio dicitur. quam nos organum uocamus. Disiuncte enim uoces ab inuicem concorditer dissonant uel dissonanter concordant <.> qua organizatores ita utuntur. quatinus per diapente uel diatessaron uel dittonum uel semidittonum discurrant. Facta igitur hac diffinitione natura uocum perspicienda est. Prima uox organi aut manebit coniuncta cum precedenti per diapason uel in eadem. aut manebit disiuncta pars aliquarum supradictarum quatuor consonantiarum[200].

En el ***Tratado de Montpellier*** (también recogido en *Ad organum faciendum*), de principios del siglo XII, al hablar de la práctica del organum no sólo se admiten las terceras sino también las sextas. Además se da a entender que el autor se refiere a ambos tipos de sexta, la mayor y la menor, lo que es algo sumamente moderno para la época:

Si quis ergo organum componere desiderat. duas ultimas uoces clausule prius eligat. et eas competenter cum cantu iungat. ut ex alia parte cum cantu ueniant. Postea primam uocem organi id est inceptionem ponat cum cantu uel inferius in diapason uel superius. uel in eadem uel in quinta / [f. 122v in marg.] uel in quarta. aliquando et in tertia uel sexta. In secunda autem uel septima uoce a cantu nunquam erit organum, quia male sonat. Medias autem uoces. inter primam et ultimas duas preelectas. ponat in quinta uel quarta uel tertia uel sexta. sed frequentius in quarta uel in quinta. quia pulcrius sonat[201].

El texto nos dice que las voces organales se pueden situar a la octava, la quinta o la cuarta; y a veces también a la tercera o sexta, pero nunca deben situarse a la segunda o séptima porque “suena mal” (*quia male sonat*), según este autor. De este fragmento de texto se desprende un orden de consonancia: la primera en ser nombrada es la octava, le

[200] *Ad organum faciendum*, op. cit., 159, (fol. 51r). Entre [ ] aparecen anotaciones escritas al margen del manuscrito. También aparecen entre [ ] los cambios de página.

[201] *Tratado de Montpellier*, en: *Ad organum faciendum*, op. cit., 187, (f. 122r-122v).

siguen la quinta y la cuarta. Estas tres son las consonancias principales. Las terceras y sextas también se pueden usar pero no es lo más normal; en otras palabras, son consonantes pero no tanto; son las consonancias que posteriormente serán llamadas imperfectas por muchos autores. Las segundas y séptimas no se pueden usar porque “suenan mal”, son disonancias.

La clasificación de los intervalos por su grado de consonancia es algo que ya se había hecho en los escritos de la Antigüedad. Pero algo plenamente típico de los escritos medievales es agrupar las consonancias en categorías de perfección. Estas categorías empiezan a aparecer en el siglo XIII. Ya hemos visto cómo en el *Tratado de Montpellier* está implícita una supremacía de la octava sobre la quinta y la cuarta, y a su vez de éstas sobre las terceras, pero no podemos hablar de una sistematización teórica consciente en este texto. Lo que aparece es más bien una serie de reglas prácticas surgidas de la experiencia, sin un trabajo teórico consciente. Sin embargo, en muchos escritos del siglo XIII el trabajo teórico en este sentido es evidente. Las consonancias (o *concordantias*, como comenzarán a llamarse en esta época) se empiezan a clasificar en perfectas, medias e imperfectas.

Johannes de Garlandia

El tratado *De mensurabili musica*[202] (ca. 1250) de Johannes de Garlandia, del siglo XIII, es uno de los primeros escritos medievales que presenta una clasificación de

[202] JOHANNES DE GARLANDIA, *De mensurabili musica*, en: Erich Reimer, *Johannes de Garlandia: De mensurabili musica*, kritische Edition mit Kommentar und Interpretation der

las consonancias en perfectas, medias e imperfectas. Pero antes de hablar de esto debemos abordar un problema de terminología que aparece aquí y en muchos escritos posteriores. En este tratado del siglo XIII nos encontramos con que la palabra latina *consonantia* no significa exactamente lo que ahora entendemos por ella, ni lo que había significado con anterioridad. Con esta palabra se comienzan a designar en el siglo XIII aquellos intervalos que Ptolomeo había calificado como melódicos (*emmele*), es decir, que se pueden utilizar en el canto. Por lo tanto, para este tratado, las *consonantiae* son todos los intervalos que forman parte del sistema harmónico: unísono, semitono, tono, tercera menor, tercera mayor, cuarta, tritono, quinta, sexta menor, sexta mayor, séptima menor, séptima mayor y octava.

De entre estos intervalos disponibles para el músico, algunos suenan bien al producirse simultáneamente los sonidos que los delimitan; esos son las *concordantias*. Los que no producen un sonido agradable son las *discordantias*:

> Sequitur de consonantiis in eodem tempore. Consonantiarum quaedam dicuntur concordantiae, quaedam discordantiae. Concordantia dicitur esse, quando duae voces iunguntur in eodem tempore, ita quod una vox potest compati cum alia secundum auditum. Discordantia dicitur contrario modo. Concordantiarum [-68-] triplex est modus, quia quaedam sunt perfectae, quaedam imperfectae, quaedam mediae[203].

En este párrafo encontramos los puntos básicos de la definición clásica de *symphonía* o *consonantia*, pero aplicados al término *concordantia*: simultaneidad temporal de los dos sonidos (*in eodem tempore*) y cualidad auditiva (*secundum*

Notationslehre, 2 vols., Beihefte zum Archiv für Musikwissenschaft, vols. 10-11, Steiner, Wiesbaden, 1972, 1:35-89 y 91-97.

[203] Ibidem, 67-68.

auditum). Solamente falta el pequeño matiz de diferenciabilidad entre los dos sonidos. Esto permite a Garlandia incluir al unísono dentro de las concordancias; aunque, en realidad, muchos autores menos cuidadosos mencionarán la diferenciabilidad entre los sonidos como parte de la definición de *concordantia* y al mismo tiempo incluirán al unísono entre los intervalos concordantes.

Las concordancias pueden ser perfectas, medias e imperfectas. Las perfectas son unísono y octava; las medias son quinta y cuarta; y las concordancias imperfectas son la tercera mayor y la tercera menor.

Las discordancias también pueden ser perfectas, medias e imperfectas atendiendo a su grado de disonancia. Las discordancias perfectas son totalmente disonantes mientras que las imperfectas se aproximan algo más a las consonancias, según nos dice Garlandia:

> Discordantiarum quaedam dicuntur perfectae, quaedam imperfectae, quaedam mediae. Perfectae dicuntur, quando duae voces iunguntur aliquo modo secundum compassionem vocum, ita quod secundum auditum una vox non potest compati cum alia, et tres sunt species, scilicet semitonium, tritonus, ditonus cum diapente.
>
> Imperfectae dicuntur, quando duae voces iunguntur, ita quod secundum auditum aliquo modo possunt compati, tamen non concordant secundum concordantiam, [-72-] / [V 22r in marg.] et sunt duae species, scilicet tonus cum diapente et semiditonus cum diapente.
>
> Mediae dicuntur, quando duae voces iunguntur, ita quod partim conveniunt cum perfectis, partim cum imperfectis secundum auditum, et sunt duae species, scilicet tonus et semitonium cum diapente[204].

[204] Ibidem, 71-72.

Discordancias perfectas son el semitono, el tritono y la séptima mayor. Discordancias medias son el tono y la sexta menor. Discordancias imperfectas son la sexta mayor y la séptima menor.

Garlandia clasifica por orden de concordancia todos los intervalos del sistema atendiendo a sus proporciones. Éstas se corresponden con la afinación pitagórica. Garlandia menciona expresamente el principio básico de la concordancia: cuanto más se acercan esas proporciones a la proporción de igualdad (es decir, a la unidad) más concordante es el intervalo. En realidad lo que quiere dar a entender es la noción, transmitida desde la antigüedad, de que cuanto menores sean los números implicados en la proporción de un intervalo más consonante será el intervalo.

El orden de los intervalos concordantes (y sus proporciones), colocados de mayor a menor grado de concordancia es, según Garlandia: unísono (1), octava (2), quinta (3/2), cuarta (4/3), ditono (81/64), semiditono (32/27).

> Sequitur de consonantiis, scilicet quae magis concordant et quae minus, et quae magis discordant et quae minus. Concordantiarum prima dicitur unisonus, quia procedit ab aequalitate, et ideo meliorem modum / [V 22v in marg.] habet concordantiae. [-73-] Secunda dicitur diapason, quia sumitur in dupla proportione. Tertia diapente, quia sumitur in sesquialtera proportione. Quarta diatesseron, quia sumitur in sesquitertia. Quinta dicitur ditonus, quia sumitur in minori superpartiente quam semiditonus, scilicet dicitur in 17 partiens 64. Sexta semiditonus dicitur, quia sumitur in minori superpartiente, scilicet 5 partiens 27. Unde regula: quae magis procedunt ab aequalitate, et magis concordant in sono. Et quae minus appropinquant aequalitati, et minus concordant, ergo et magis discordant secundum auditum[205].

Garlandia también clasifica todas las discordancias atendiendo a su mayor grado de disonancia, dando la proporción en que se encuentran: tritono (729/512), semitono

[205] Ibidem, 72-73.

(256/243), séptima mayor (486/256), sexta menor (128/81), sexta mayor (54/32), séptima menor (16/9), tono (9/8).

> [P 71va in marg.] Discordantiarum prima dicitur tritonus, quia magis dicitur perfecta discordantia, quia sumitur in maiori superpartiente, scilicet 217 partiens 512, sicut se habet 729 ad 512. Secunda dicitur semitonium et sumitur in tali proportione, sicut se habet <256 ad 243>, et dicitur 13 partiens 243. Tertia dicitur ditonus cum diapente et sumitur in tali proportione, <sicut> se habet <486 ad 256>, et vocatur 230 partiens 256. Quarta dicitur semitonium cum diapente et sumitur in tali proportione, sicut se habet 128 ad 81, et vocatur 47 partiens 81. Quinta dicitur tonus cum diapente et sumitur in proportione tali, sicut se habet 54 ad 32, et appellatur 22 partiens / [V 23r in marg.] 32. Sexta dicitur semiditonus cum diapente et sumitur in tali proportione, sicut se habet <16> ad 9, et dicitur 7 partiens 9. Septima dicitur tonus et sumitur in sesquioctava proportione ut [-74-] 9 ad 8. Et hoc sufficit ad praesens de consonantiis, sive discordantiis vel concordantiis, in numeris[206].

La clave de estas clasificaciones, como ya hemos dicho, parece encontrarse en la magnitud de los números que forman las proporciones. Cuanto mayores son los números que integran una proporción, mayor es su grado de disonancia; o al revés, cuanto menores son los números implicados en la proporción de un intervalo, mayor es su grado de consonancia. Sin embargo hay dos excepciones significativas. Por un lado tenemos el caso de las terceras: los números implicados en la proporción de la tercera mayor (81/64) son mayores que los implicados en la tercera menor (32/27) y no obstante Garlandia considera a la tercera mayor más consonante que a la menor. Por otro lado tenemos el caso de la séptima mayor (486/256), que debería cambiar su posición en la lista por la del semitono (256/243), es decir, la séptima mayor debería ocupar un lugar de mayor disonancia que el semitono.

[206] Ibidem, 73-74.

Es evidente que para Garlandia la tercera mayor suena "mejor" (es decir, más consonante) que la menor y no tiene ningún reparo en intercambiar sus posiciones, sin justificarlo además en absoluto. Sin embargo, hay que recordar que para otros autores es la tercera menor la más consonante, como ocurría en el *Tratado de Milán* y como veremos en el caso del Anónimo I. También es evidente que, tanto para Garlandia como para un oyente moderno, la séptima mayor no disuena tanto como el semitono. En esta ocasión nuestro autor también trueca sus posiciones sin dar ninguna explicación. Estos intercambios se deben, por tanto, a un intento de adecuar la teoría numérica de la consonancia al juicio del oído.

En el tratado de Garlandia, de mediados del siglo XIII, nos encontramos, por tanto, con la primera clasificación sistemática de la consonancia que contiene a las terceras. Es muy probable que este tratado se convirtiese en un punto de referencia para escritores posteriores. De hecho en el siglo XIII nos encontramos con muchos escritos que presentan una clasificación similar. Esta profusión de categorías para clasificar los intervalos según su consonancia va a ser un lugar común de los escritos del siglo XIII. Sin embargo ninguno llegará al extremo del tratado de Garlandia.

Anónimo I de Coussemaker

El Anónimo I de Coussemaker[207], también del siglo XIII, define la *concordia* en los términos que ya hemos visto desde la Antigüedad. Por un lado la definición hace referencia a la unitemporalidad y diferenciabilidad de los dos sonidos que forman parte

[207] ANÓNIMO I, *Tractatus de consonantiis musicalibus*, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 1:296-302.

de la *concordia*; por otro lado se menciona la cualidad auditiva de "suavidad" que surge de la *concordia*:

> Est enim concordia duorum sonorum, diversorum vel plurium in eodem tempore prolatorum se compatientium harmonia uniformiter suaviterque veniens ad auditum[208].

Las concordancias, como en el tratado de Garlandia, se dividen en perfectas, medias e imperfectas. Además, dentro de cada categoría también hay una jerarquía de concordancia (excepto en las perfectas, que están las dos al mismo nivel).

Concordancias perfectas son el unísono y la octava:

> Concordantia perfecta dicitur, quando plures voces simul prolate ita se compatiuntur secundum auditum, quod vix valet inter eas distinguere, et continet sub se duas consonantias, scilicet unisonum et diapason[209].

Concordancias medias son la quinta y la cuarta. La quinta es mejor que la cuarta porque, según nos dice el texto, se corresponde con una proporción de números mayores:

> Concordantie medie sunt quarum voces simul prolate meliorem faciunt harmoniam immediate tactis, non tamen tractam ut perfecte; et sunt due, scilicet: diapente et diatessaron. [...] Est enim diapente melior concordantia et dulcior quam diatessaron; nam in majori numerorum proportione fundatur[210].

[208] Ibidem, 297.

[209] Ibidem, 298.

[210] Ibidem, 299.

Consonancias imperfectas son la tercera mayor y la tercera menor. El autor nos dice que de estas dos consonancias la mejor es la tercera menor, en contra de lo que opinaba Garlandia. Esta preferencia por la tercera menor sobre la mayor ya la habíamos visto en el *Tratado de Milán*.

> Concordantie imperfecte sunt quarum voces simul tempore prolate differre multum ab auditu dinoscuntur, non tamen discordant. Et sunt due, scilicet: semiditonus et ditonus. [...] Est autem semiditonus consonantia melior ditono, maxime cum due voces dulciter simul proferantur[211].

Las discordancias también son clasificadas en este tratado. Las hay perfectas e imperfectas. Las perfectas son las más discordantes y son los intervalos de semitono, tritono, sexta menor y séptima mayor:

> Discordantiarum due sunt species: perfecta scilicet et imperfecta.
>
> Perfecta discordia est quando voces in eodem prolate tempore compati se non possunt secundum auditum. Et sunt quatuor scilicet: semitonium, tritonus, semitonium cum diapente, ditonus cum diapente[212].

Las discordancias imperfectas no son tan discordantes como las perfectas y son los intervalos de tono, sexta mayor y séptima menor.

> Discordia imperfecta est, quando due voces in eodem tempore prolate, secundum auditum quoddammodo se compati non possunt, sed discordant, et continent sub se tres consonantias, scilicet: tonum, tonum cum diapente, semiditonum cum diapente[213].

[211] Ibidem, 298.

[212] Ibidem, 299.

[213] Ibidem, 300.

Como vemos, en líneas generales el Anónimo I propone una clasificación similar a la de Garlandia. La principal diferencia estriba en la consideración de las terceras, ya que Garlandia prefería la mayor y el Anónimo I prefiere la menor.

Anónimo II de Coussemaker

En el Anónimo II[214] se vuelven a utilizar los términos de *consonantia* y *disonantia* con el significado habitual:

> Consonantia est diversorum sonorum sibimet permixtorum. Dissonantia dura collisio[215].

Las consonancias se dividen en perfectas, medias e imperfectas. Pero ahora se amplían las consonancias imperfectas, por primera vez, con la sexta mayor:

> Consonantiarum alie perfecte, alie imperfecte, alie medie. Perfecte sunt, ut unisonus et diapason. Imperfecte sunt ditonus et semiditonus, que sunt [-312-] bone veniendo a diapente in diapente, vel a diapente ad unisonum, et e converso, et tonus cum diapente, que est bona ante diapason.
>
> Medie sunt diatessaron et diapente.
>
> Alie species scilicet tonus, semitonium, tritonus, semitonium cum diapente vocantur dissonantie[216].

---

[214] ANÓNIMO II, *Tractatus de discantu,* en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 1:303-19.

[215] Ibidem, 311.

[216] Ibidem, 311-312.

Las disonancias son tono, semitono, tritono y sexta menor. Las séptimas, aunque no las nombra, se da por supuesto que también son disonancias.

Como vemos, la mayor diferencia que presenta este tratado con respecto a los dos anteriores es la consideración de la sexta mayor como consonante. Ya en el siglo XII teníamos ejemplos de tratados que admitían a la sexta en el organum (ver *Tratado de Milán* y *Tratado de Montpellier*), pero en el Anónimo II, por primera vez se nombra a la sexta mayor dentro de una clasificación sistemática de consonancia.

Franco de Colonia

En *Ars cantus mensurabilis*[217] (ca. 1280), de Franco de Colonia, se definen la *concordantia* y la *discordantia* en términos parecidos a los ya vistos, aludiendo a la coincidencia temporal y al juicio del oído. Pero Franco considera que la concordancia puede producirse entre más de dos voces, lo cual es algo novedoso:

> Concordantia dicitur esse quando duae voces vel plures in uno tempore prolatae se compati possunt secundum auditum. Discordantia vero e contrario dicitur, scilicet quando duae voces sic conjunguntur quod discordant secundum auditum[218].

La clasificación que hace de las concordancias en perfectas, medias e imperfectas y de las discordancias en perfectas e imperfectas es exactamente igual que la que ya hemos visto en el Anónimo I:

[217] FRANCO DE COLONIA, *Ars cantus mensurabilis*, ed. Gilbert Reaney and André Gilles, *Corpus Scriptorum de Musica*, vol. 18, American Institute of musicology, Rome, 1974, 23-82.

[218] Ibidem, 65.

> Concordantiarum tres sunt species, scilicet perfecta, imperfecta et media. Perfectae concordantiae dicuntur quando plures voces conjunguntur, ita quod una ab alia vix percipitur differre propter concordantiam. Et tales sunt duae, scilicet unisonus et dyapason.
>
> [...] Imperfectae dicuntur quando duae voces multum differre percipiuntur ab auditu, non tamen discordant. Et sunt duae, scilicet ditonus et semiditonus.
>
> [...] Mediae vero concordantiae dicuntur quando duae voces conjunguntur, meliorem concordantiam habentes quam praedictae, non tamen ut perfectae. Et sunt duae, scilicet diapente et diatessaron.
>
> Quare autem una concordantia magis concordat quam alia, planae musicae relinquatur.
>
> [...] Discordantiarum duae sunt species, perfecta et imperfecta. Perfecta discordantia dicitur quando duae voces sic conjunguntur quod se compati non possunt secundum auditum. Et sunt quatuor, scilicet semitonium, tritonus, ditonus cum dyapente, et semitonium cum dyapente.
>
> [...] Imperfectae discordantiae dicuntur quando duae voces se quodammodo compati possunt secundum auditum, sed discordant. Et sunt tres, scilicet tonus, tonus cum dyapente, et semiditonus [-68-] cum dyapente[219].

Anónimo XIII de Coussemaker

El Anónimo XIII[220] es un caso muy interesante dentro de los tratados del siglo XIII. Se trata del primer escrito en el que nos encontramos con una clasificación sistemática de la consonancia únicamente en perfectas e imperfectas. La categoría de consonancia media ya ha desaparecido y más adelante veremos qué ocurre con la quinta y la cuarta, intervalos que en otros escritos del XIII ocupaban esa categoría.

---

[219] Ibidem, 65-68.

[220] ANÓNIMO XIII, *Tractatus de discantu*, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 3.

Además, por primera vez se incluyen ambas sextas dentro de las consonancias imperfectas. Por estas razones y por las que veremos más adelante podemos afirmar que el Anónimo XIII constituye una nueva manera de abordar el problema de la consonancia, que a su vez se corresponde con una nueva estética musical.

3.2.2 Problema que plantea la consonancia de la cuarta

En el siglo XII la quinta y la cuarta se hallan al mismo nivel de importancia en el organum, igual que en siglos precedentes. Pero pronto la quinta se impondrá como intervalo fundamental de la polifonía, dejando a la cuarta totalmente de lado. Este hecho se puede constatar ya en algunos ejemplos de finales del siglo XII y se encuentra íntimamente relacionado con la adición sucesiva de voces a la polifonía.

La cuarta entonces pasará a ser un intervalo utilizado en la práctica como disonante cuando aparece entre cualquier voz superior y la voz del bajo. Sin embargo, aparecerá continuamente en formaciones consonantes como intervalo diferencial entre voces superiores. Es decir, aparecerá como consonante entre las voces agudas de composiciones a más de dos voces, complementando a la quinta dentro de la octava o formando, junto con la tercera, una sexta en relación al bajo.

Hay que dejar claro que la cuarta nunca es tratada como una disonancia auténtica, sólo es tal en relación al bajo, pero aparece continuamente entre las voces superiores, en todas las épocas de la polifonía occidental. Quiero hacer hincapié en esto porque en estudios modernos sobre el tema se habla de la controversia que aparece entre práctica y teoría a partir del siglo XIII[221]: gran parte de los teóricos musicales

---

[221] Ver, por ejemplo: GUT, Serge, "La Notion de consonance chez les Théoriciens du Moyen Age", op. cit.

continuarán clasificándola entre las consonancias, mientras que en la práctica, según estos estudios modernos, a partir del siglo XIII comenzará a usarse como una disonancia. Sin embargo, hay que matizar esta afirmación. Es cierto que la práctica musical a partir del siglo XIII comienza a evitar el uso del intervalo de cuarta entre una voz superior y la voz del bajo, o, si se usa ese intervalo de cuarta, se hace atendiendo a las mismas reglas prácticas de composición que rigen el uso de otros intervalos considerados disonantes –como la segunda o la sétima. Es decir, la cuarta con relación al bajo es una disonancia en la práctica. Pero la cuarta diferencial, colocada encima de otro intervalo considerado consonante, es utilizada siempre como una consonancia.

De todas maneras, el problema que plantea la cuarta con relación al bajo es evidente. Esto comenzará a reflejarse en los escritos a partir del siglo XIII. En aquellos que estén enfocados a la práctica se empezará a hablar de la cuarta como de una disonancia, mientras que los más teóricos se referirán a ella como consonancia. En muchas ocasiones incluso aparecerá mencionada tanto entre las consonancias como entre las disonancias dentro del mismo tratado.

A principios del siglo XIII, en el tratado anónimo ***Discantus positio vulgaris***[222] (ca. 1230-1240), aparece la primera clasificación de las consonancias que no nombra a la cuarta entre ellas:

> Inter concordantias autem tres sunt ceteris meliores, scilicet unisonus, diapente et diapason. Ceteri vero modi magis sunt dissonantiae quam consonantiae, tamen secundum magis et minus[223].

---

[222] *Discantus Positio Vulgaris*, en: Hieronymus de Moravia, *Tractatus de musica*, ed. S. M. Cserba, Freiburger Studien zur Musikwissenschaft, vol. 2, Pustet, Regensburg, 1935, 189-94.

[223] Ibidem, 190.

Sin embargo, en la mayoría de tratados de esta época (siglo XIII) la cuarta sigue siendo considerada una consonancia, al mismo nivel que la octava y la quinta (o al menos al mismo nivel que la quinta inmediatamente después de la octava). Esto ocurre, por ejemplo, en el tratado de Theinredus Doverensis: "Diapason prima vel minima vel consonissima equisonancia est. Diapente et diatessaron consonissime conueniencie in diuisione [-f.3v-] diapason."[224]

Durante el siglo XIII, como ya hemos señalado anteriormente, aparece una enorme profusión de categorías en la clasificación de intervalos según su consonancia. Lo más normal es que a la cuarta se la sitúe al mismo nivel que a la quinta, como consonancia media. Esto ocurre en numerosos ejemplos entre los que vale nombrar el tratado de Garlandia, el de Franco de Colonia o los anónimos I, II y IV (ver supra). En todos ellos unísono y octava son considerados consonancias perfectas mientras que cuarta y quinta son consonancias medias. Como ya vimos, todos ellos han admitido ya a las terceras como consonancias, aunque imperfectas; mientras que las sextas aún plantean problemas.

Sin embargo, la problemática de la cuarta pronto comienza a aparecer. Dos tratados de en torno a 1300 tratan a la cuarta de manera especial, aunque no la nombren directamente disonancia:

En el tratado ***Compendium Discantus***[225] no se encuentra ni entre las consonancias perfectas ni entre las imperfectas. En este tratado, las consonancias perfectas son aquellas que pueden aparecer por sí solas, como la octava o la quinta. Las imperfectas son aquellas que para aparecer necesitan forzosamente resolver en una

---

[224] Op. cit., lib. I, fol. 3r-3v.

[225] FRANCO [Ps.], *Compendium discantus*, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 1:154-56.

consonancia perfecta, como las terceras y la sexta mayor. De esta manera llama a la octava, el unísono y la quinta *consonantiae per se et perfectae*. Las terceras y la sexta mayor son *consonantiae per accidens*, mientras que la cuarta recibe una denominación especial, *consonantia perfecta et non per accidens*.

En el tratado ***Septem sunt species***[226] las consonancias perfectas son unísono, octava y quinta. Son perfectas porque pueden aparecer por sí solas. Ambas terceras, la cuarta y la sexta mayor son consonancias imperfectas, ya que para aparecer en la polifonía necesitan ser "perfeccionadas" mediante su resolución en una consonancia perfecta:

> Tres sunt perfecte, scilicet unisonus, diapason, diapente. Alie quattuor sunt imperfecte et volunt perfici per predictas tres, ita quod diatessaron semper perficitur per octavam recipiendo cum tribus aliis et aliter nichil valeret. Semiditonus et ditonus requirunt perfici per diapente cantu descendente, cantu ascendente per unisonum. Tonus cum diapente vult perfici per diapason...[227]

Las terceras son perfeccionadas resolviendo en quinta o unísono. La sexta es perfeccionada resolviendo en octava. La perfección de la cuarta se logra de otra manera: ocurre cuando la cuarta aparece sobre una quinta dentro de la octava, es decir, en una composición a tres voces.

---

[226] JOHANNES TORKESEY, *Septem sunt species*, en: Manfred Bukofzer, *Geschichte des englischen Diskants und des Fauxbourdons nach den theoretischen Quellen*, Sammlung musikwissenschaftlicher Abhandlungen, Band 21, Heitz, Strassbourg, 1936, 136-137.

[227] Ibidem.

Anónimo XIII

En el Anónimo XIII, del siglo XIII, se menciona claramente, por primera vez, a la cuarta entre las disonancias: "Les VI dissonans sont II secondes II quartes et II septimes"[228]. Las dos cuartas a las que se refiere el texto son la cuarta y el tritono. Las dos segundas son la mayor y la menor. Las dos séptimas también son la mayor y la menor. También se trata del primer escrito en el que se reconoce claramente la consonancia de ambos tipos de sexta, clasificándolas como consonancias imperfectas, como ya vimos. Este tratado es sumamente moderno para la época, ya que busca una sistematización de los intervalos que se adecue a la práctica musical y a la percepción sonora de la época. Esto justifica el tratamiento especial que merecen la cuarta y las sextas.

Ya hemos visto cómo en el siglo XII no existe una teoría musical sistemática sobre la consonancia. Los escritos que se conservan son reglas prácticas sin un trabajo teórico consistente. Sin embargo, desde mediados del siglo XIII nos encontramos con toda una serie de tratados en los que aparece una clasificación sistemática y organizada de la consonancia y la disonancia. Los intervalos no sólo se clasifican en consonantes y disonantes (o concordantes y discordantes, como se llaman en muchos tratados) sino que aparece una profusión de subcategorías como nunca antes (ni después) en la historia de la música occidental. Hay consonancias y disonancias perfectas, medias e imperfectas. El tratado de Garlandia parece haber sido el modelo para toda una serie de tratados posteriores. Podemos observar que a finales del siglo XIII estas subcategorías

[228] ANÓNIMO XIII, op. cit., 496.

se van reduciendo paulatinamente, hasta que en el siglo XIV sólo habrá consonancias perfectas o imperfectas y disonancias.

Según Sachs[229], las múltiples categorías en que se organizan los intervalos atendiendo a su consonancia en el siglo XIII se corresponden con su diferente utilización en la polifonía. La clasificación de las consonancias y disonancias en el siglo XIII está íntimamente relacionada con unas reglas de conducción de voces que empiezan a surgir a finales del siglo XIII en tratados como: *Septem sunt species*, *Species autem musicales*, *Compendium discantus* y el Anónimo II.

Estas reglas prácticas de conducción de voces indicarán cómo debe resolver cada intervalo armónico, es decir, cómo deben ser continuadas las voces de un intervalo armónico para resolver en otro intervalo armónico. Estas reglas son el origen de las normas del contrapunto en los siglos XIV y XV[230].

En líneas generales las consonancias perfectas (octava, unísono) y medias (quinta, cuarta) son estables y no necesitan resolver en ningún otro intervalo. Las consonancias imperfectas (terceras y en algunos casos sexta mayor) necesitan ser "perfeccionadas" mediante su resolución en una consonancia media o perfecta. Así las terceras necesitan resolver en unísono (ejemplo A) o quinta (ejemplo B) y la sexta mayor en octava (ejemplo C).

---

[229] SACHS, Klaus-Jürgen, *Der Contrapunctus im 14. und 15. Jahrhundert. Untersuchungen zum Terminus, zur Lehre und zu den Quellen*, Beihefte zum Archiv für Musikwissenschaft, herausg. von Hans Heinrich Eggebrecht (u. A.), Bd. XIII, Franz Steiner Verlag, Wiesbaden, 1974. Ver pp. 57-65.

[230] En este trabajo no nos detendremos a explicar este tema con profundidad. Sólo abordaremos aquello más relevante para nuestro tema, la consonancia. Para más información sobre el contrapunto en los siglos XIV y XV ver el estudio de Sachs citado anteriormente.

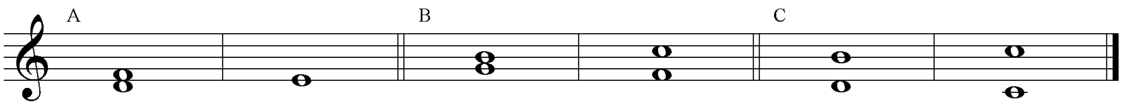


Figura. Resolución de las consonancias imperfectas (terceras y sexta mayor) en el siglo XIII.

Las disonancias siempre necesitan resolver en algún tipo de consonancia perfecta o media y dependiendo de cómo lo hagan serán a su vez perfectas, medias o imperfectas.

El sistema de Garlandia, por ejemplo, llama *perfectae discordantiae* (segunda menor, tritono, séptima mayor) a aquellas que resuelven mediante el movimiento oblícuo por semitono (una voz se mueve por semitono mientras la otra permanece quieta) en quinta, octava o unísono. Es decir, para Garlandia el tritono necesita resolver en quinta (ejemplo A), la segunda menor en unísono (ejemplo B), y la séptima mayor en octava (ejemplo C):

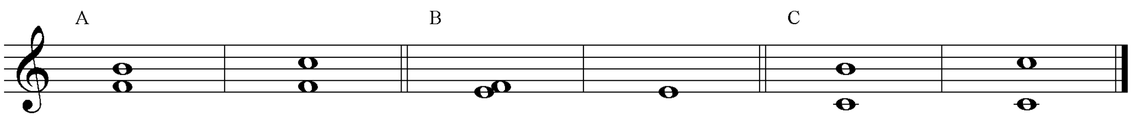


Figura. Resolución de las discordancias perfectas según Garlandia.

Las *mediae discordantiae* (segunda mayor, sexta menor) resuelven mediante movimiento contrario en cuarta. Así la segunda mayor resuelve en cuarta (ejemplo A) y la sexta menor también resuelve en cuarta (ejemplo B):

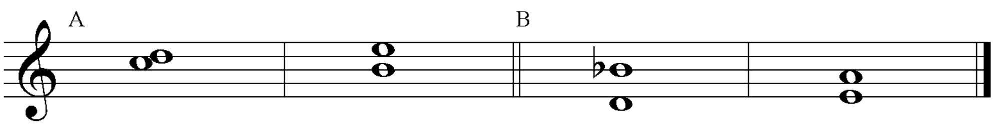


Figura. Resolución de las discordancias medias según Garlandia.

Las *imperfectae discordantiae* (sexta mayor, séptima menor) resuelven mediante movimiento contrario en quinta u octava. Así la sexta mayor resuelve en octava (ejemplo A) y la séptima menor en quinta (ejemplo B):

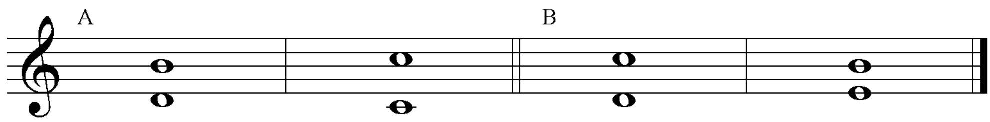
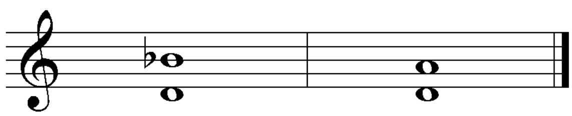


Figura. Resolución de las discordancias imperfectas según Garlandia.

En el tratado de Franco de Colonia, un poco posterior al de Garlandia, la cuarta ha pasado a tener menos importancia; por ello la categoría de *media discordantia* de Garlandia, que resolvía en cuarta, desaparece. Todas las disonancias que resuelven mediante movimiento contrario se agrupan en la categoría de *imperfectae discordantiae* (sexta mayor, séptima menor y segunda mayor). La sexta menor ya no resuelve mediante movimiento contrario sino con movimiento oblícuo en quinta, y por esta razón se incluye dentro de las *perfectae discordantiae* junto con segunda menor, tritono, séptima mayor y sexta menor:



Resolución de la sexta menor según Franco de Colonia.

A lo largo del siglo XIII la teoría musical parece irse alejarse del peso de la tradición. Por primera vez en la historia del pensamiento medieval sobre música los teóricos parecen dejarse llevar más por la práctica y la experiencia que por la razón y la tradición. Se buscan teorías que justifiquen y se adapten a la percepción sonora y a la práctica musical del momento. La música real comienza a llenarse de terceras armónicas –y en menor medida también de sextas– y la teoría refleja este hecho: se generaliza la aceptación de las terceras como intervalos consonantes (aunque imperfectos). Comienzan a aceptarse las sextas, en principio las mayores pero las menores pronto serán también introducidas entre las consonancias. La cuarta empieza a ceder terreno y a tener un tratamiento al margen del resto de consonancias. Como ya vimos, el Anónimo XIII incluso sitúa a la cuarta entre las disonancias, haciéndose ya eco de las nuevas tendencias polifónicas a más de dos voces que comenzaban a basarse principalmente en la quinta y en la tercera, dejando de lado la cuarta.

Todas estas nuevas sistematizaciones suponen, evidentemente, una tremenda ruptura con la tradición pitagórica de Boecio y la justificación del fenómeno de consonancia mediante la *tetraktys* o la teoría aritmética. ¿Por qué intervalos de proporción tan extraña como el ditono pitagórico (81/64) o el semiditono pitagórico (32/27) son consonantes? ¿Por qué un intervalo como la cuarta (4/3), de proporción tan simple, es disonante? A estas preguntas no podrán responder estos autores. Sus tratados son muy prácticos; ofrecen reglas para construir el contrapunto, para llevar las voces, para colocar intervalos armónicos sucesivos. Pero no buscan resolver problemas más elevados. Son tratados eminentemente musicales en el sentido artístico del término. Ni beben directamente de la tradición clásica (como todavía podíamos ver en los tratados *Enchiriadis*), ni se plantean problemas metafísicos o filosóficos. Son más bien manuales técnicos.

Ya vimos cómo en los tratados *Enchiriadis* la herencia boeciana era muy fuerte aún. Pero a partir de ese momento hemos presenciado un declive de la tradición clásica sobre ciencia harmónica hasta llegar casi a desaparecer en el siglo XIII. En cierta manera, podemos decir que la tradición de Boecio se ha llegado a perder a mediados del siglo XIII: se ha perdido la teoría de las proporciones clásicas, la harmonía de las esferas, la división boeciana de la música... Sin embargo, al mismo tiempo, la teoría musical ha ganado en pragmatismo; teóricos como Garlandia han abierto el camino hacia una nueva teoría mucho más cercana al hecho musical concreto, a la realidad musical. Tal vez ha sido necesario el olvido de los clásicos para abrir el camino de la aceptación de terceras y sextas como consonantes y para admitir el declive de la cuarta a la categoría de disonancia.

Aún así, todavía encontramos pequeños restos de esa antigua tradición aritmética aplicada a la harmónica. Garlandia sí menciona la teoría aritmética de la consonancia: proporciones más simples se corresponden con intervalos más consonantes. No obstante la aplicación que hace de esta teoría es bastante peculiar. Para él las consonancias lo son *por definición*, es decir, ninguna teoría aritmética justifica, por ejemplo, la consonancia de las terceras o la disonancia de las sextas. Su teoría aritmética sólo le sirve para justificar un orden dentro de cada categoría (es decir, dentro de las consonancias y dentro de las disonancias) y así poder decir que la quinta es más consonante que la cuarta porque los números constituyentes de su proporción son más pequeños que los de la cuarta. O decir que la séptima menor (16/9) es más disonante que el tono (9/8) por la misma razón. Pero si la teoría aritmética a la que alude Garlandia fuese aplicada por completo al conjunto de todos los intervalos musicales, nos encontraríamos con que el tono (9/8) debería sin duda ser más consonante que la tercera mayor (81/64), por poner un ejemplo, ya que los números que integran la proporción del tono son menores que los que integran la de la tercera mayor pitagórica. Sin embargo, tono y tercera mayor no se pueden comparar porque, *por definición,* la tercera es consonante, mientras que el tono es disonante. De todas maneras, el mismo Garlandia se salta su propia teoría cuando ésta no le combiene porque contradice lo que le revela su oído musical. En el fondo, la teoría aritmética sólo le sirve a Garlandia para dar un falso toque científico a sus argumentos, recurriendo a la matemática. La realidad es que sólo el juicio del oído sirve en esta época.

3.3 LA TEORÍA MUSICAL EN LOS SIGLOS XIV Y XV

3.3.1 La vertiente más práctica de la teoría musical: Una nueva clasificación sistemática de la consonancia

En el siglo XIV nos vamos a encontrar con una nueva manera de clasificar los intervalos consonantes. Esta nueva manera se podía ya intuir en algunos escritos tempranos como el Anónimo XIII y va a suponer, por un lado, la aceptación sin reservas de la consonancia no sólo de terceras sino también de sextas, y por otro el replanteamiento de la consonancia de la cuarta.

Esta nueva sistematización teórica es el reflejo de un cambio en el estilo musical, en el método de composición, y va a ser posible gracias a ese espíritu pragmático que impregnaba los tratados del siglo XIII. El nuevo estilo es el Ars Nova. En el siglo XIV surgen nuevas normas que regularán la polifonía y que permanecerán vigentes durante los siglos XIV y XV. Sachs relaciona estas nuevas normas de composición con el término *contrapunctus*, que así mismo comenzará a usarse y adquirirá su completo significado a lo largo del siglo XIV[231]. Para la formulación de las reglas del *contrapunctus* que permanecerán vigentes durante los siglos XIV y XV, Sachs conisidera cuatro fases sucesivas. A la hora de abordar la clasificación de la consonancia y disonancia, es decir, en el proceso de admisión de terceras y sextas

[231] SACHS, Klaus-Jürgen, *Der Contrapunctus im 14. und 15. Jahrhundert. Untersuchungen zum Terminus, zur Lehre und zu den Quellen*, Beihefte zum Archiv für Musikwissenschaft, herausg. von Hans Heinrich Eggebrecht (u. A.), Bd. XIII, Franz Steiner Verlag, Wiesbaden, 1974.

dentro de la categoría de consonancias imperfectas y la expulsión de la cuarta a la categoría de disonancia, también podemos tener en cuenta estas cuatro fases.

Las dos primeras fases son en realidad etapas previas, en las que las reglas aún no están formuladas pero en las que ya se pueden ver características compositivas que culminarán posteriormente. En estas dos fases engloba Sachs los tratados de mediados y finales del siglo XIII que ya hemos comentado anteriormente.

La primera fase estaría representada por Garlandia, Franco de Colonia y los demás tratados en los que por fin se admiten las terceras como consonancias imperfectas, mientras que quinta y cuarta son consonancias medias. Las sextas aún no han sido englobadas en las consonancias imperfectas.

La segunda fase consiste en la admisión también de la sexta mayor como intervalo consonante. El intervalo de cuarta conserva aún su categoría de consonancia pero comienza a plantear problemas. A esta fase pertenecen tratados como el Anónimo II y *Septem sunt species discantus principales*.

La fase tercera la componen aquellos tratados de principios del siglo XIV en los que la cuarta ya no aparece nombrada entre las consonancias. Un ejemplo lo constituye el *Compendium de discantu mensurabili* de Petrus dictus Palma ociosa.

Petrus dictus Palma ociosa

En su tratado *Compendium de Discantu*[232] (1336) todavía existe la categoría de consonancia media, aunque solamente la constituye el intervalo de quinta. Las

232 PETRUS DICTUS PALMA OCIOSA, *Compendium de discantu mensurabili*, en: Johannes Wolf, *Ein Beitrag zur Diskantlehre des 14. Jahrhunderts*, Sammelbände der Internationalen Musikgesellschaft 15 (1913-14): 505-34.

consonancias perfectas son unísono y octava. La sexta menor aún no ha sido admitida entre las consonancias imperfectas y esta categoría la constituyen ambas terceras y la sexta mayor.

> Istarum autem discantus [specierum] quaedam sunt perfectae, quaedam imperfectae et una media. Perfectae sunt unisonus et diapason et dicuntur perfectae, eo quod perfectam generant consonantiam et finalem. Imperfectae sunt semiditonus, ditonus, tonus cum diapente et dicuntur imperfectae, quia imperfectam generant consonantiam et infinalem. Et media est diapente, et dicitur media, eo quod mediocriter se habet inter species discantus superiores scilicet et inferiores, et est species finalis et est super omnes audientibus delectabilis et melodiosa. In natura autem specierum discantus praedictarum debet incipi seu fieri discantus praeterquam tantummodo in speciebus perfectis sive in media sicut in unisono, diapason et diapente[233].

Como podemos ver, la condición de perfección de las consonancias se debe a su cualidad sonora (*perfectam generant consonantiam*) pero también a su uso en la polifonía: el discanto debe comenzar y terminar sólo con las consonancias perfectas o medias.

Las disonancias son todos los demás intervalos, incluida la cuarta:

> [...] per dissonantias, videlicet per semitonium, tonum, diatessaron, tritonum, semitonium cum diapente, [semiditonum cum diapente] et ditonum cum diapente, de quibus dissonantiis per ordinem est videndum[234].

Por último tenemos la cuarta fase, en la que se completa la sistematización de la clasificación de los intervalos según su consonancia. Esta fase está compuesta por

[233] Ibidem, 512.

[234] Ibidem, 517.

aquellos tratados a partir del siglo XIV que han rechazado al intervalo de cuarta de entre las consonancias y que ya han admitido ambos tipos de sexta como intervalos consonantes. Esta clasificación va a ser la vigente (al menos en los tratados más prácticos) desde este momento hasta el siglo XVI. Un ejemplo clárisimo de este tipo de tratados es el de Philippe de Vitry, *Ars Contrapunctus*.

Philippe de Vitry

El pequeño tratado de Philippe de Vitry, *Ars contrapunctus*[235], sólo consta de unas cuantas nociones básicas sobre el contrapunto a dos voces. Describe cualitativamente los intervalos musicales, los clasifica y da reglas para la conducción de las voces.

Philippe de Vitry no menciona en absoluto la teoría de las proporciones aplicada a la harmónica ni habla de cuestiones de afinación. Se trata de un escrito puramente musical, técnico y muy práctico. Ni siquiera parece importarle el hecho de que no nombra ni el término *consonantia* ni el término *concordantia*. Simplemente menciona las trece especies en que consiste el canto, es decir, los trece intervalos que se encuentran a disposición del compositor para el contrapunto: unísono, semitono, tono, tercera mayor, tercera menor, cuarta, tritono, quinta, sexta mayor, sexta menor, séptima mayor, séptima menor y octava. Después afirma que de estas trece especies, tres son perfectas: unísono, quinta y octava; y cuatro son imperfectas: tercera mayor, tercera menor, sexta mayor y sexta menor. Las restantes seis son discordantes: semitono, tono,

[235] PHILIPPE DE VITRY, *Ars contrapunctus*, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 3:23-27.

tritono, cuarta y séptimas. El lector debe dar por supuesto que las especies perfectas e imperfectas son, por oposición a la discordantes, concordantes.

Al tratarse de un escrito eminentemente práctico, la clasificación de los intervalos en concordantes y discordantes sólo se atiene a razones puramente compositivas. No existe ninguna mención a la teoría aritmética o metafísica de la consonancia de la tradición boeciana. La concordancia es, por un lado, valorada auditivamente. Es decir, las perfectas lo son porque el sonido que se percibe de ellas es perfecto, mientras que las imperfectas no producen un sonido tan perfecto. Además, la clasificación en concordancias perfectas e imperfectas refleja el uso de los intervalos en el contrapunto. Así, las concordancias perfectas son aquellas con las que debe empezar y acabar el discanto, mientras que las imperfectas se intercalan entre las perfectas. Además las perfectas no pueden ser utilizadas seguidas, es decir, Philippe de Vitry nos plantea la prohibición de octavas y quintas paralelas. Las imperfectas sí pueden aparecer en serie. Las discordancias sólo pueden aparecer en los valores más cortos, en las subdivisiones múltiples de la semibreve.

> Istarum autem specierum tres sunt perfecte, scilicet unisonus, quinta et octava vel dyapente et dyapason. Et dicuntur perfecte, quia perfectum et integrum sonum important auribus audientium; et cum ipsis omnibus discantus debet incipere ac finiri; et nequaquam istarum specierum perfectarum debent sequi unam post aliam in discantu, in diversis lineis vel spatiis, id est quod duo unisoni, vel due quinte, vel due octave, nec due alie species perfecte sequi debent unam post aliam; sed bene in una linea vel spatio, ubi plures note reperiuntur. Due autem diverse species imperfecte aut tres aut etiam quatuor sequuntur unam post aliam, si necesse fuerit
>
> Quatuor autem predictarum specierum sunt imperfecte, scilicet ditonus, alio nomine tertia perfecta; tonus cum dyapente, alio nomine sexta perfecta; semiditonus, alio nomine tertia imperfecta; et semotonium cum dyapente, alio nomine sexta imperfecta. Et dicuntur imperfecte,

quia non tam perfectum sonum reddunt vel important, ut species perfecte, quia interponuntur speciebus perfectis in compositione.

Alie vero sex species, videlicet tonus, semitonium, dyatessaron, tritonus, ditonus cum dyapente, et semiditonus cum dyapente sunt discordantes. Et propter earum discordantiam ipsis non utimur in contrapuncto, sed bene eis utimur in cantu fractibili in minoribus notis, ut quando semibrevis vel tempus in pluribus notis dividitur, id est in tribus partibus; tunc una illarum trium partium potest esse in specie discordanti[236].

El tratado de Vitry es un claro ejemplo de teoría musical práctica, que sólo atiende a cuestiones compositivas y está alejado totalmente de la tradición boeciana. Es un texto que sigue en la línea de los tratados del siglo XIII, como el de Garlandia o el de Franco de Colonia, sólo que da un paso más allá que éstos. Su principal innovación consiste en la admisión sin reservas de ambos tipos de sexta dentro de las consonancias y su rechazo de la cuarta como disonante.

3.3.2 El humanismo incipiente y la recuperación de Boecio

Pero a principios del siglo XIV también nos vamos a encontrar con tratados sumamente distintos al de Vitry. Un neoplatonismo incipiente en varios ámbitos del saber, que aparecerá en Italia y se extenderá hacia otras partes de Europa, afectará también a la teoría musical. La tradición clásica de Boecio, que prácticamente se había perdido a mediados del siglo XIII, parece resurgir en esta corriente neoplatónica. Uno de los primeros ejemplos del primitivo humanismo musical lo encontramos en el tratado de Johannes de Grocheo, *De musica*, de principios del siglo XIV.

[236] Ibidem, 27.

Johannes de Grocheo

A principios del siglo XIV nos encontramos con un escrito peculiar. Se trata del *De musica* (ca. 1300) de Johannes de Grocheo[237]. Podemos decir que este escrito es uno de los primeros ejemplos de humanismo en la teoría musical. Como hemos visto hasta ahora, la tradición clásica transmitida por Boecio se ha ido difuminando a lo largo de la Edad Media y en el siglo XIII prácticamente se ha perdido. Grocheo representa un ejemplo muy temprano de la vuelta a las fuentes clásicas que constituye el humanismo en la teoría musical renacentista.

En Grocheo podemos encontrar, por primera vez en mucho tiempo, referencias a conceptos básicos de la teoría musical de la Antigüedad que se habían perdido. Retoma la metafísica pitagórico-platónica. El hombre es el microcosmos cuyas leyes deben imitar las leyes divinas que rigen el universo. De la misma manera las leyes musicales están hechas a semejanza del macrocosmos universal; así, igual que hay siete astros principales en el cielo (el Sol, la Luna y cinco planetas), existen siete notas que componen el sistema musical.

> Istorum autem opinioni assentimus dicendo, quod homo, ut ait Plato et Aristoteles, est quasi mundus, unde et microcosmus, id est minor mundus, ab eis dicitur. Unde et eius leges et operationes debent legem divinam, ut possibile est, penitus imitari. Ad diversitatem autem generationum et corruptionum totius [-45-] universi septem stellae cum earum virtutibus suffecerunt. Et ideo rationabile fuit ponere in arte humana septem principia, quae omnium

[237] JOHANNES DE GROCHEO, *De Musica*, en: Ernst Rohloff, *Der Musiktraktat des Johannes de Grocheo nach den Quellen neu herausgegeben mit Übersetzung ins Deutsche und Revisionsbericht*, Media latinitas *Musica*, vol. 2, Gebrüder Reinecke, Leipzig, 1943, 41-67.

diversitatum sonorum cum harmonia causae essent. Quae quidem causae concordantiae appellantur[238].

La referencia a los siete astros como modelo para los sonidos musicales proviene claramente del *Timeo* de Platón.

También menciona explícitamente la triple división Boeciana de la música en mundana, humana e instrumental, aunque se plantea el problema que supone la no sonoridad de las músicas mundana y humana.

> Unum autem genus dicunt de musica mundana, aliud vero de humana, sed tertium de instrumentali. Per mundanam musicam signant harmoniam ex motu corporum caelestium causatam, per humanam vero temperamentum complexionis in corpore humano existens propter optimam mixtionem elementorum in eo. Sed per instrumentalem signant illam, quae est de sonis instrumentorum sive naturalium sive artificialium.
>
> Qui vero sic dividunt, aut dictum suum fingunt, aut volunt Pythagoricis vel aliis magis quam veritati oboedire, aut sunt naturam et logicam ignorantes. Prius enim dicunt universaliter musicam esse scientiam de sono numerato. Corpora vero caelestia in movendo sonum non faciunt, quamvis antiqui hoc crediderint, nec findunt orbes secundum Aristotelem. Cuius imaginatio et possibilitas debet tradi in libro de theoria planetarum. Nec etiam in complexione humana sonus proprie reperitur. Quis enim audivit complexionem sonare?[239]

En este tratado el autor vuelve a una concepción científica del término música, evidentemente propiciada por las enseñanzas de Boecio. Esta concepción, típica de la ciencia harmónica de la Grecia Clásica, había desaparecido prácticamente a lo largo de la Edad Media y reaparece a principios del siglo XIV con textos como éste. La

---

[238] Ibidem, 44-45.

[239] Ibidem, 46.

definición que da Grocheo del término música es reveladora. La música es la ciencia o arte del sonido numerado.

> Dicamus igitur, quod musica est ars vel scientia de sono numerato, harmonice sumpto, ad cantandum facilius deputata. Dico autem scientiam, in quantum principiorum tradit cognitionem, artem vero, in quantum intellectum practicum regulat operando. De sono vero harmonico, quia est materia propria, circa quam operatur. Per numerum etiam eius forma designatur. Sed per cantare tangitur operatio, ad quam est proprie deputata[240].

Las tres ideas básicas de esta definición, “ciencia”, “sonido” y “número”, se convertirán en lugares comunes de la definición de “música” de aquí en adelante. De hecho nos las volveremos a encontrar en un concepto fundamental de la teoría musical del siglo XVI el *numerus sonorus*, del que hablaremos posteriormente (ver 4.3. *La revitalización de la faceta matemática de la harmónica: el* numerus sonorus *de Fogliano*).

Para Grocheo los términos *consonantia* y *concordantia* tienen un significado bien distinto al que tenían en el tratado de Garlandia. *Concordantia* se refiere a un intervalo melódico, mientras que *consonantia* tiene el pleno significado clásico, como traducción de *symphonía*.

> Principia autem musicae soleat consonantiae et concordantiae appellari. Dico autem concordantiam, quando unus sonus cum alio harmonice continuatur, sicut una pars temporis vel motus cum alia continua est. Consonantiam autem dico, quando duo soni vel plures simul uniti et in uno tempore unam perfectam harmoniam reddunt[241].

---

[240] Ibidem, 46.

[241] Ibidem, 42.

Evidentemente, para Grocheo las únicas consonancias son las de la tradición pitagórico-platónica: octava, quinta y cuarta, que se justifican mediante la aritmética pitagórica.

Para la mayoría de autores del siglo XIV, los intervalos que surgen de añadir la octava a cualquier intervalo consonante, siguen siendo consonantes; por esta razón consideran que las consonancias son infinitas, ya que la octava se puede añadir infinitas veces. Grocheo menciona este hecho, pero rechaza la consonancia de los intervalos compuestos ya que, según él, estos intervalos resultantes de añadir la octava a otras consonancias no se pueden definir mediante proporciones matemáticas adecuadas, como exige la aritmética pitagórica.

> Quidam autem vulgariter loquentes dixerunt esse consonantias infinitas, sed suae positionis nullam assignaverunt rationem. Alii autem rationabiliter loquentes tres consonantias esse asserunt, volentes per numeros sui dicti rationem ostendere, sicut magister Pythagoras, primus inventor, et Nicomachus arithmeticus et Plato studiosus, qui per mathematicam voluit naturalia demonstrare. Unde in libro, qui Timaeus intitulatur, numerum elementorum declaravit eo, quod inter duo cubica nisus est semper duo media proportionalia invenire. Et Boetius, ubi Latinus istos est sequens, in libro de proprietatibus harmonicis istas consonantias per numeros nisus est declarare[242].

No obstante resulta curioso que Grocheo no admita la consonancia de la doble octava (de proporción 4/1) y de la octava más quinta (de proporción 3/1), consonancias básicas de la harmónica griega y perfectamente justificables mediante la *tetraktys* y la aritmética pitagóricas.

[242] Ibidem, 43.

El sistema de afinación que se desprende del texto de Grocheo es, como no podía ser de otra manera, el transmitido por Boecio. Las terceras mayores, con su afinación de ditono pitagórico (81/64), resultan duras al oído; por esta razón, aunque Johannes de Grocheo reconoce que hay autores que las incluyen entre las consonancias (como Garlandia), él las rechaza. Las terceras menores y sextas ni siquiera las menciona.

> Ditonus autem est concordantia continens duos tonos. Quae sono praecedenti comparata sic ei proportionari videtur, sicut LXXXI ad LXIV. Haec autem ab aliquibus consonantia dicitur et in numero consonantiarum reponitur, puta a magistro J. de Garlandia. Quia tamen imperfecta est, eam dimisimus, et quia eius mixtio auribus dure sonat[243].

En el tratado de Grocheo, como hemos visto, se recupera la tradición metafísica griega de la consonancia y –al menos en intención– también la tradición aritmética. Las proporciones musicales lo son por semejanza de las proporciones divinas que rigen el Universo.

Pero este humanismo incipiente de principios del siglo XIV hace que se recuperen además otras cuestiones más olvidadas incluso que éstas.

---

[243] Ibidem, 45.

Walter Odington

En *De speculatione musice*[244] (principios del siglo XIV), Walter Odington hace mención a la teoría griega sobre la física del sonido, según la transmitió Boecio. Son sólo unas pocas líneas, pero las considero muy interesantes:

> Consonantia, nisi praecesserit sonus, fieri non potest, nec sonus sine pulsu vel flatu, pulsus vero non sine motu, quia si omnia sint immobilia ullos esse sonos necesse est. Patet igitur quod motus est causa consonantiae effectiva. Motus vero alii rariores sunt, alii spissiores, sicut patet [-63-] in omnibus mobilibus. Rari autem et tardi graves efficiunt sonos, spissi et celeres acutos. Sonus est percussio aeris indissoluta ad auditum. Sonorum alius vox, alius non. Sonus vox est hominum et aliorum animalium. Sonus non vox est aeris ictus, seu simile auditu, et procedit ex affectu corporis, quia sicut se habet corporis effectus, sic pulsus cordis motibus incitatur. Consonantia, symphonia, et harmonia idem sunt in his. Suntque acuti gravisque mixtura, suaviter uniformiterque auribus accidens, cuius contrarium sunt diaphonia et dissonantia. Gravitas est soni remissio, acumen vero eiusdem intentio[245].

Este párrafo, como podemos ver, es prácticamente un resumen del dedicado por Boecio al mismo tema (ver 2.6.3 *Las teorías físicas de la consonancia*). Menciona la necesidad de movimiento para que exista el sonido y por consiguiente la consonancia, con un discurso lógico exactamente igual al de Boecio. Pero lo que es más interesante es que reaparece la teoría clásica que relaciona la frecuencia del movimiento productor con la altura del sonido producido y que Boecio también incluía en su párrafo. Los movimientos menos frecuentes y más lentos (*rari et tardi*) producen sonidos graves; los

---

[244] ODINGTON, Walter, *De speculatione musice*, ed. Frederick F. Hammond, *Corpus Scriptorum de Musica*, vol. 14, American Institute of Musicology, Rome, 1970, 42-146.

[245] Ibidem, 62-63.

frecuentes y rápidos (*spissi et celere*) producen sonidos agudos. Esta teoría, que está en el origen de la ciencia acústica moderna, había pasado totalmente desapercibida durante siglos en el mundo medieval. Odington la recupera en un par de pequeñas frases, pero tendremos que esperar aún un largo tiempo para que las investigaciones científicas sobre el sonido vuelvan a retomar este camino.

Otro punto interesante del tratado de Odington lo constituye la referencia que hace a la similitud entre los intervalos de tercera y las proporciones 5/4 y 6/5. Esto ya lo hemos mencionado anteriormente (ver 3.2.1 *El tratamiento de terceras y sextas*). Vimos además cómo el primer escrito en el que se hablaba de esta semejanza era también inglés (Theinredus Doverensis, en su tratado *Musica*[246]), pero es necesario volver a hacer hincapié en este tema. Es muy probable que en el siglo XIV muchos músicos prácticos tendiesen de manera inconsciente hacia una afinación natural de las terceras y las sextas, es decir, hacia las proporciones 5/4, 6/5, 5/3 y 8/5. De hecho, si la gran mayoría de teóricos de la época ya consideraban consonantes estos intervalos, lo más lógico es pensar que en la práctica eran aproximaciones a esas proporciones que presentan picos de consonancia (ver 1.3.1 *La consonancia sensorial*) lo que se estaba utilizando –y probablemente se venían utilizando desde hacía tiempo– a pesar de que en la teoría todavía no se reconociesen. Por ello considero sumamente interesante que dos escritos ingleses planteen la posibilidad de estas proporciones mucho antes de que Ramos de Pareja las defienda definitivamente en 1482.

Este tema también nos hace plantearnos otra gran duda: ¿Desde cuándo se venían utilizando las proporciones justas de terceras y sextas (o al menos aproximaciones a ellas) en la música práctica? Tal vez es muy osado aventurar una hipótesis, pero yo creo que en el momento en el que aparecen mencionados por escrito

[246] THEINREDUS DOVERENSIS, *Musica*, Oxford, Bodleian Library, Bodley 842 (S.C. 2575).

los intervalos de tercera y sexta como consonancias, en la práctica ya se estaban utilizando próximas a sus justas proporciones, al menos en el entorno del teórico que escribe tal cosa.

Otro texto que en muchas cuestiones sigue las enseñanzas de Boecio es el *Lucidarium* (también de principios del siglo XIV) de Marchettus de Padua[247].

Marchettus de Padua

El *Lucidarium* es un tratado muy extenso dividido en dieciséis libros. En ellos trata desde las cuestiones más teóricas, de clara herencia Boeciana, a las más prácticas, aunque no necesariamente en este orden. Éstas últimas, las cuestiones prácticas, en ocasiones presentan incongruencias con respecto a las enseñanzas teóricas del propio tratado. Muy interesante es, por ejemplo, su propuesta de división del tono en cinco diesis y la composición de cada tipo de semitono, que no es coherente con la teoría de las proporciones pitagóricas de los intervalos musicales, como ahora veremos.

En el primer libro presenta una introducción general al estilo de la época. Narra el descubrimiento de Pitágoras de las proporciones de los intervalos musicales mediante el *mito de la fragua*. También menciona el tema de la *musica mundana* de Boecio, pero la llama *musica universalis*.

[247] MARCHETTUS DE PADUA, *Lucidarium*, en: *Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum*, 3 vols., ed. Martin Gerbert, Typis San-Blasianis, St. Blaise, 1784; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 3.

Define la música de la siguiente manera:

> Musica est ars spectabilis, cuius sonus in coelo et in terra modulatur. Item musica est scientia, quae in numeris, proportionibus, quantitatibus, mensuris, coniunctionibus et consonantiis consistit. Guido: musica est motus vocum per arsin et thesin, hoc est, per elevationem et depositionem[248].

El segundo libro está dedicado al tema práctico de la división del tono. Marchettus propone una teoría a este respecto muy curiosa. Según él, el tono se divide en cinco partes iguales (cinco *diesis*, como las llama). El tema de la división del tono pertenece para Marchettus a otro nivel distinto al de los intervalos mayores. Los intervalos mayores que el tono serán definidos de manera exacta, matemática, mediante proporciones, mientras que el tema de la división del tono lo aborda de manera cualitativa, sin dar una proporción para el intervalo de *diesis*.

El semitono enarmónico es, para Marchettus, el que se encuentra entre la-siϕ o entre si-do; es el menor y lo componen dos *diesis*. Marchettus sí propone una proporción para este semitono, 18/17, pero evidentemete 18/17 no son dos quintas partes de 9/8 sino algo más.

Es decir, $\left(\frac{18}{17}\right)^{\frac{5}{2}} > \frac{9}{8}$.

El semitono diatónico, según Marchettus, es el que se encuentra entre siϕ-si; es el mayor y lo componen tres *diesis*. Además nos propone la proporción 17/16 para este intervalo. Esta proporción tampoco son tres quintas partes de 9/8 sino algo menos.

---

[248] Ibidem, lib. V, 67.

Es decir, $\left(\frac{17}{16}\right)^{\frac{5}{3}} < \frac{9}{8}$.

Además de estos dos tipos de semitono, que aproximadamente se podrían corresponder con la afinación pitagórica, Marchettus habla también del semitono cromático (fa-faσ), formado por 4 *diesis*. Este semitono es completado por una *diesis* en movimientos melódicos ascendentes del tipo fa-faσ-sol.

Como vemos, para Marchettus el tipo de semitono más pequeño, que ni siquiera es llamado semitono, sino simplemente *diesis*, es el que se encuentra entre una nota sensibilizada y su resolución ascendente (faσ-sol). Esto se corresponde con una exageración de la afinación pitagórica, que ya de por sí presenta sensibles muy cercanas a su resolución.

No obstante es curioso que Marchettus defienda la división en cinco partes del tono y al mismo tiempo las proporciones 18/17 y 17/16 para los dos semitonos principales. La realidad es que las proporciones pitagóricas de los semitonos (256/243 y 2187/2048) se acercan más a esa división en cinco partes iguales –de las que dos corresponderían al semitono menor (256/243) y tres al mayor (2187/2048)– que las proporciones propuestas por Marchettus. Aún así, la división del tono en partes iguales (sean las que sean) es imposible mediante métodos aritméticos, que son los únicos que se utilizaban en esta época.

También resulta chocante que las sensibles con sostenido no sean consideradas igual que las que no lo tienen. Para Marchettus faσ es más próximo a sol que si a do, lo cual no tiene mucho sentido para la música de la época. De hecho, ésta será una de las críticas que le hará Prosdocimus de Beldemandis ya en el siglo XV[249].

A partir del tercer libro vuelve Marchettus a la teoría Boeciana relacionando los intervalos consonantes con sus proporciones. En esto sigue la tradición de Ptolomeo recogida en Boecio (aunque no lo menciona); nos dice que las consonancias son seis y que sus proporciones son 2/1, 3/2, 4/3, 3/1, 4/1 y 8/3:

> [...] species consonantiarum sunt sex, scilicet diatessaron, diapente, diapason, diapason diatessaron, diapason diapente, et bisdiapason[250].

En el libro sexto se pregunta por qué suena mejor la quinta que la cuarta. Para dar respuesta a esto primero alaba las cualidades del número cuaternario (la *tetraktys* de la década pitagórica): es el número de las cuatro estaciones, los cuatro elementos, los cuatro humores, las cuatro plagas, el *cuadrivium*... Además, en él, según Marchettus, están contenidas todas las consonancias. Sin embargo, esto último no es cierto si consideramos la octava más cuarta (8/3) consonante, pero Marchettus no se lo plantea.

El intervalo de cuarta, que es el más inmediato del número cuaternario por tener proporción 4/3, tiene que ser por tanto una consonancia perfecta; según Marchettus, se equivocan los que opinan que la cuarta y la quinta son consonancias medias, como hemos visto que era común a finales del siglo XIII.

---

[249] PROSDOCIMUS DE BELDEMANDIS, *Tractatus musice speculative*, D. Raffaello Baralli and Luigi Torri, "Il Trattato di Prosdocimo de' Beldomandi contro il Lucidario di Marchetto da Padova per la prima volta trascritto e illustrato," *Rivista Musicale italiana*, 20 (1913), 731-62.

[250] MARCHETTUS, op. cit., lib. III, cap. 1, 76.

> [...] et per hoc deflectitur error quorumdam dicentium, diatessaron diapente medias consonantias esse, unisonos autem et diapason perfectas[251].

Después alaba también las cualidades del número ternario: es el primer número perfecto y el origen de todos ellos por ser el primer número con principio, medio y fin. Es el número del *trivium*, de la Trinidad, de los tres tiempos (presente-pasado-futuro). Es un número masculino, impar, indivisible, y por todo ello es más perfecto que el número cuaternario, ya que éste último es par, divisible y femenino. Por lo tanto la quinta (3/2), el intervalo del número ternario, es mejor consonancia que la cuarta.

> Ex dictis immediate colligere possumus, quomodo hic ternarius numerus sit quaternario, qui est reducibilis ad binarium, perfectior, et per consequens consonantia, quae per divisionem ternariam in monocordio seu in aliis corporibus sonoris reperitur, quae est diapente; fit enim diapente sonus suavior et auditu amicabilior in suarum partium divisione ternaria, quam diatessaron in suarum partium quaternaria[252].

En todas estas cualidades de los números Marchettus está hablando de metafísica aritmética pitagórica, pero se equivoca al decir que el tres es el primer número perfecto. Según la matemática pitagórica los números perfectos son aquellos en los que la suma de sus factores es igual al número en sí. De esta manera el primer número perfecto es el seis: 6=1x2x3=1+2+3. Este argumento será precisamente uno de los utilizados por Prosdocimus de Beldemandis, un siglo después, para rebatir las teorías de Marchettus, así como por Zarlino, más de dos siglos después, para defender el *numero senario* (ver 4.3.3 *La metafísica de la consonancia: el* numero senario *de Zarlino*).

---

[251] Ibidem, lib. VI, cap. 2.

[252] Ibidem, lib. VI, cap. 3.

El libro sexto está dedicado a la teoría de la proporción, siguiendo las enseñanzas clásicas sobre el tema (posiblemente Boecio y Nicómaco). Presenta los diferentes tipos de proporciones: múltiples, superparticulares, superpartientes, múltiples superparticulares y múltiples superpartientes, y los relaciona con las proporciones de los intervalos consonantes.

Los siguientes libros tratan cuestiones más prácticas, como las propiedades y el uso que se debe hacer de los signos del bemol, del becuadro y del sostenido (llamado *diesis*) (libroVIII), los géneros (libro IX), la música mensural (libro X), los tonos, tropos o modos (libro XI), las pausas (libros XII y XIII) y las claves (libro XIV). Por último vuelve a cuestiones teóricas y presenta el sistema de tetracordos de doble octava griego con los correspondientes nombres de las notas (libro XV). Termina el tratado con una pequeña reflexión sobre la diferencia entre músico y cantor (libro XVI).

Como vemos, en este tratado nos encontramos con muchos temas de la tradición Boeciana: la disciplina música tiene un aspecto científico de estudio del número, la consonancia es justificada mediante la metafísica del número, se presenta la teoría de la proporción en profundidad, incluso se habla del sistema de tetracordos griego. Pero al mismo tiempo aparecen otras teorías más relacionadas con la práctica de su época como son la música mensural, los nuevos signos de la música ficta o las claves. Aparece hasta una nueva propuesta de división del tono en intervalos menores que parece surgir de la práctica de la afinación del momento pero que no se corresponde con la afinación pitagórica defendida en otras partes del tratado.

Sin embargo, Marchettus no es ningún matemático. La aritmética pitagórica sólo le sirve como justificación, pero en muchos casos parece no comprenderla. Ésta será la crítica principal que le haga Prosdocimus de Beldemandis.

Su división del tono en cinco partes iguales es totalmete injustificable mediante la matemática de la época. En ocasiones esta teoría se ha relacionado con la afinación del *archicembalo* de Vicentino[253] –ya que éste también propone la división del tono en cinco partes iguales– pero en Marchettus la afinación implícita es la pitagórica, mientras que en Vicentino es la justa entonación, por lo que ambos sistemas no tienen absolutamente nada que ver.

3.3.3 Boecio *versus* las nuevas consonancias: El tratado *Quatuor principalia musicae*

En un texto anónimo probablemente de principios del siglo XIV nos encontramos con una vertiente intermedia entre la corriente más humanística que recupera la tradición de Boecio (Grocheo y Marchettus) y la corriente práctica que sólo atiende a cuestiones compositivas (Vitry). Precisamente su carácter conciliador entre práctica y teoría hace que se trate de un escrito sumamente interesante, ya que pretende adaptarse a la realidad de la música de su momento pero también busca una sistematización y un razonamiento lógico que fundamente la teoría. Se trata de *Quatuor principalia musicae*.

Este tratado[254] está dividido en cuatro partes:

---

[253] VICENTINO, Nicola, *L'Antica Musica ridotta alla moderna prattica*, Roma, 1555. Facsímil por E. Lowinsky, Bärenreiter, Kassel, 1959.

[254] *Quatuor principalia musicae*, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 4:200-298.

1. Introducción y cuestiones filosóficas: divisiones de la música según Boecio en mundana, humana e instrumental. División entre música teórica y práctica. Diferencia entre músico y cantor.

2. Cuestiones harmónicas de afinación, división del monocordio, géneros, proporciones de los intervalos, todo ello siguiendo directamente a Boecio.

3. Canto llano.

4. Canto mensural según Franco de Colonia. El cuarto libro tiene una segunda parte que es donde aborda el tema de la clasificación de los intervalos según su grado de consonancia.

Como vemos, la tradición boeciana es recuperada en los dos primeros libros, mientras que los dos segundos son mucho más prácticos.

En el primer libro se remite a Boecio para hablar de las divisiones de la música:

> Unde scire debemus quod musica est liberalis scientia potestatem canendi subministrans, sed haec dividitur, quia alia est mundana, alia humana, alia instrumentalis[255].

De los tres tipos de música, la que estudia el músico es la instrumental, que a su vez se divide en harmónica, rítmica y métrica. Esta triple división de la música instrumental la volveremos a encontrar en numerosas ocasiones a lo largo del siglo XVI y también procede de la tradición de la Antigüedad, de tratados como el de Aristides Quintiliano.

> Instrumentalis vero musica est in discernendis et cognoscendis cantibus attributa. Et haec dividitur etiam, quia alia est armonica, alia rithmica, alia metrica[256].

---

[255] Ibidem, lib. I, cap. 5, 202.

[256] Ibidem, lib. I, cap. 6, 202.

La que se ocupa del sonido más directamente, es decir, de cuestiones relacionadas con la altura del sonido como son los intervalos musicales o las consonancias, es la harmónica. Igual que en los tratados de Johannes de Grocheo o de Marchettus de Padua, en *Quatuor principalia musicae* se recupera la concepción científica de la música, pero en este caso se especifica más y es solamente la harmónica (no toda la disciplina música) la que se considera la ciencia del sonido y del número.

> Armonica vero est illa quae discernit sonos in gravem et in acutum. [...] Et est armonica [...] scientia de numero relata ad sonos[257].

En este tratado también se habla de la diferencia entre músico y cantor y de la importancia de conocer ambas partes de la música, la teórica o especulativa y la práctica. En realidad está muy en la línea de la mayoría de tratados que le seguirán en los siglos XV y XVI, que también tratarán primero cuestiones más teóricas y metafísicas, como las divisiones de la música, y posteriormente cuestiones más prácticas.

Se presenta la teoría de Boecio sobre la naturaleza y propagación del sonido. Pero en realidad sólo hay que entenderlo como conocimiento teórico, transmitido por la autoridad, no como conocimiento real:

> Sonus secundum Boycium in musica sua, libro primo, capitulo secundo, est percussio aeris indissoluta usque ad auditum[258].

[257] Ibidem, lib. I, cap. 6, 202.

[258] Ibidem, lib. II, cap. 4, 207.

Como vemos, los dos primeros libros son totalmente boecianos, muy teóricos; en ellos se tratan temas metafísicos y de cuestiones harmónicas. El sistema de afinación propuesto es el pitagórico, con las explicaciones exactamente iguales a las de Boecio. Pero en los dos últimos libros se hacen patentes los problemas que presenta la música práctica, como es el caso de la consonancia de la cuarta y de las terceras y sextas. En estas cuestiones Boecio es tergiversado para acomodarlo a las teorías que se pretenden demostrar. Incluso se utilizan sus argumentos para demostrar la falta de concordia de la cuarta:

> Ista enim sunt contra eos qui dicunt diatessaron consonantiam per se esse concordiam; nam Boycius, libro secundo, capitulo 24, plane contra eos determinat, ut patebit inferius[259].

El hecho de utilizar las fuentes clásicas (principalmente Boecio) para formular teorías modernas es algo muy común en toda la teoría medieval y renacentista. Se recurre a Boecio para apoyarse en el argumento de autoridad, pero los conceptos se tergiversan y falsifican para acomodarlos a la nueva manera de pensar, que nada tiene que ver con Boecio. Aquí tenemos un ejemplo clarísimo aplicado, concretamente, al problema de la consonancia de la cuarta. Sobre esto hablaremos posteriormente con profundidad.

En *Quatuor principalia* la cuestión de la terminología plantea un problema mucho más grande que en otros tratados. En un principio, los significados que se dan a *consonantia* y *concordantia* en este tratado pueden parecer los mismos que ya habíamos visto en los tratados de mediados del siglo XIII, como el de Garlandia (ver 3.2 *La teoría*

[259] Ibidem, lib. I, cap. 12, 204.

musical en los siglos XII y XIII). Pero la realidad es que la diferencia de significado entre ambos términos es llevada a extremos inimaginables. Además, la cuestión de la terminología se convierte en un elemento clave para comprender el reconocimiento por parte de los teóricos del nuevo sistema harmónico de esta época. Ya hemos visto cómo este nuevo sistema, que se venía fraguando desde el siglo XIII, se basa en los intervalos de tercera (y de manera secundaria también en los de sexta), dejando a la cuarta de lado. Pero no es hasta el siglo XIV cuando la teoría musical reconoce estos hechos completamente.

Veamos cómo son tratadas estas cuestiones en *Quatuor principalia*. Para ello primero tendremos que explicar con cierto detenimiento la clasificación de intervalos que se hace en este tratado.

En el texto se nos muestran dos grupos de categorías independientes entre sí. Por un lado está la división en *consonantia*/*dissonantia*; por otro está la división en *concordantia*/*discordantia*. En principio, el significado actual de consonancia, con su implicación de hecho sonoro *biensonante*, está representado por la palabra *concordantia*, igual que lo estaba en el tratado de Garlandia y en los de sus seguidores. Por otro lado, la palabra *consonantia* alude a un concepto más metafísico, enlazado con la tradición pitagórica de Boecio.

En la contraposición *consonantia*/*concordantia* podemos observar, muy claramente, un ejemplo de intento teórico por conjugar dos mundos que están completamente separados en esta época: el mundo de la afinación y la metafísica pitagórica y el mundo de la música a base de terceras y sextas.

Las *consonantiae* se pueden dividir en perfectas e imperfectas. *Consonantiae perfectae* son aquellos intervalos básicos para la afinación del monocordio pitagórico, es decir, octava (2/1), quinta (3/2), cuarta (4/3) y tono (9/8). Sus proporciones son las más sencillas de todas las asociadas a los intervalos de la afinación pitagórica. Son los intervalos estructurales de este sistema de afinación, es decir, a partir de ellos se divide el monocordio pitagórico[260]. Como nos dice el propio texto:

> Ex praedictis consonantiis, quatuor perfectae consonantiae, diapason, diapenthe, diatessaron, ac tonus dici possunt, et ratio est quia per istas et nullas alias consonantias monocordum dividitur[261].

Además son los intervalos y las proporciones de la harmonía de las esferas de la tradición pitagórico-platónica.

Consonantiae imperfectae son aquellos intervalos que en la época en que se escribió este tratado eran ya parte fundamental del sistema harmónico, pero que no se correspondían con las proporciones claras y sencillas de los intervalos precedentes ni formaban parte del monocordio pitagórico. *Consonantiae imperfectae* son, por tanto, las terceras y sextas, tanto mayores como menores. Se trata de nuevos intervalos, que forman parte de un nuevo sistema harmónico y que ya no encajan con las enseñanzas clásicas de Boecio. Esta dicotomía la resuelve el autor de *Quatuor principalia* englobándolos dentro de las *consonantiae*, pero en una categoría inferior a los intervalos clásicos.

Como vemos, la clasificación atendiendo a la *consonantia* en este tratado es una valoración del intervalo teniendo en cuenta su participación o no dentro del sistema musical. Las *consonantiae perfectae* son aquellos intervalos consustanciales al monocordio pitagórico, las *consonantiae imperfectae* son los nuevos intervalos del

---

[260] Para la división del monocordio pitagórico medieval ver 2.6.5 *La división del monocordio* y 3.1.1 *Los tratados Enchiriadis*.

[261] *Quatuor principalia*, op. cit., lib. IV, parte II, cap. 12, 278.

sistema harmónico del siglo XIV. Las *dissonantiae* son aquellos intervalos que no forman parte consustancial ni del antiguo ni del nuevo sistema harmónico: semitono, tritono, séptima mayor y séptima menor.

Por otro lado, los intervalos también se clasifican atendiendo a la percepción sonora, en *concordantiae* y *discordantiae*. Este otro nivel de clasificación es independiente del nivel de *consonantia*, y así puede haber un intervalo que sea *consonantia* pero no *concordantia* y al revés. "... quia non omnis consonantia est concordantia, nec e contrario"[262]. De hecho las *consonantiae* pueden ser *concordantes* o *discordantes*:

> Praeterea ex praedictis consonantiis, aliae sunt consonantiae concordantes, aliae vero consonantiae discordantes. Consonantiae quippe concordantes sunt semiditonus, ditonus, diapenthe, tonus cum diapenthe ac diapason, quibus additur unisonus[263].

El nivel de *concordantia* se refiere a lo bien que se mezclan entre sí los dos sonidos del intervalo, y por tanto es sinónimo de nuestra consonancia. Las *concordantiae* son: unísono, tercera menor, tercera mayor, quinta, sexta mayor y octava.

De ellas, las *perfectae concordantiae* son la octava, la quinta y el unísono.

> Perfectae autem concordantiae sunt quae tam in elevando quam in deponendo constanter suas retinet proportiones quae sunt diapenthe et diapason, quibus additur unisonus propter suam perfectam concordantiam et licet in proportionibus non cadit, tamen est proportionum principium[264].

[262] Ibidem, lib. IV, parte II, cap. 17, 280.

[263] Ibidem, lib. IV, pate II, cap. 13, 278

[264] Ibidem, lib. IV, parte II, cap. 18, 280.

Las *imperfectae concordantiae* son las terceras y la sexta mayor.

> Praesertim imperfecta concordantia ab instabilitate sua merito denominatur, quae de loco movetur in locum, et per se inter nullas certas invenitur proportiones, tales enim sunt, semiditonus ditonus. Nam semiditonus et ditonus qui tertiam tenent vocem, diversimode variantur prout cantus ascendit et descendit, ut patet in Tertio principali, capitulo 14. Tonus vero cum diapente, semper habet fieri in sexta voce, sed sexta vox aliquando fit in diapente cum tono, et aliquando in diapente cum semitonio. Cum autem fuerit sexta [-281-] vox in tono cum diapente, dicitur imperfecta concordantia. Si autem fuerit semitonium cum diapente, dicitur discordantia imperfecta[265].

El texto nos explica que las *perfectae concordantiae* son aquellos intervalos cuyas proporciones permanecen inalteradas tanto al subir como al bajar la melodía, mientras que las *imperfectae concordantiae* varían y pueden ser mayores o menores dependiendo de si sube o baja la melodía. Esta explicación se refiere a las reglas de conducción de voces que se hacen patentes en el siglo XIV. Una quinta perfecta es siempre una quinta perfecta, mientras que una tercera armónica (vertical) debe ser mayor delante de una quinta y menor delante del unísono. Lo mismo le ocurre a la sexta, que delante de la octava debe ser mayor, pero delante de la quinta debe ser menor.

Por lo tanto, las *perfectae concordantiae* son los intervalos que formaban parte de las *perfectae consonantiae* y además son *concordantes*: octava, quinta y unísono. Las *imperfectae concordantiae* son los intervalos que forman parte de las *imperfectae consonantiae* y además son *concordantes*: terceras y sexta mayor.

---

[265] Ibidem, lib. IV, parte II, cap. 19, 280-281.

Las *discordantiae* también se dividen en *perfectae* e *imperfectae*. *Imperfectae discordantiae* son aquellos intervalos clasificados anteriormente como *consonantiae* pero que en la práctica se utilizan como disonancias: tono, cuarta, sexta menor. Son los intervalos que formaban parte de la división del monocordio pitagórico y por tanto tenían proporciones sencillas (tono 9/8, cuarta 4/3) pero que se usaban como disonancias; es también la sexta menor, un intervalo que en esta época ya formaba parte del nuevo sistema harmónico pero que tardó cierto tiempo en ser aceptada como una auténtica consonancia, aunque en otros tratados contemporáneos ya tenía la misma categoría que las terceras y la sexta mayor.

Por otro lado, las *perfectae discordantiae* son las disonancias absolutas, aquellos intervalos que ni presentan proporciones sencillas, ni forman parte del nuevo sistema harmónico, ni resultan agradables al oído: semitono, tritono, séptima menor y séptima mayor.

> Consonantiae vero discordantes sunt tres videlicet tonus, diatessaron et semitonium cum diapenthe. Istae dicuntur imperfectae discordantiae, ad differentiam dissonantiarum quae perfectae discordant; quae quidem dissonantiae, quatuor sunt species, scilicet semitonium, tritonus, semiditonus cum diapenthe et ditonus cum diapenthe.
>
> Unde perfecta discordantia dicitur, quando duae voces sic conjunguntur, quod se compati non possunt [-279-] secundum auditum. Imperfectae discordantiae dicuntur, quando duae voces conjunguntur sic quod quodammodo se compati possunt secundum auditum, sed discordant[266].

[266] Ibidem, lib. IV, parte II, cap. 13.

3.3.4 La clasificación de la consonancia en el siglo XV

A efectos prácticos, en el siglo XV la clasificación de las consonancias de Philippe de Vitry se ha impuesto por completo. Consonancias perfectas son octava (o unísono) y quinta. Son aquellas que producen una sensación de absoluta estabilidad, que no necesitan ser resueltas en ningún otro intervalo. Por esta razón son las únicas susceptibles de ser utilizadas para comenzar y terminar el contrapunto.

Consonancias imperfectas son terceras y sextas. Son intervalos que en el siglo XV ya son comúnmente aceptados entre las consonancias por producir una sensación de *biensonancia* en el oyente, pero que aún necesitan resolver en una consonancia perfecta al final de la composición, por lo que son consideradas imperfectas. Estas consonancias, al no producir todavía una sensación de estabilidad completa (ya que necesitan ser resueltas), no pueden usarse para comenzar o terminar el contrapunto.

Esto lo podemos observar, por ejemplo, en el tratado *Contrapunctus* de Prosdocimus de Beldemandis:

> Item sciendum quod combinationum consonantium quedam sunt perfecte et quedam imperfecte. Perfecte sunt sicut unisonus, quinta, et istis equivalentes, uti sunt octava, duodecima, et huiusmodi, et dicuntur perfecte quia perfectissimam consonantiam reddunt auribus humanis; imperfecte vero sunt sicut tercia, sexta, et istis equivalentes, uti sunt decima, tercia decima, et huiusmodi, et dicuntur imperfecte quia, licet consonantiam bonam reddant auribus humanis, non tamen perfectam sed imperfectam[267].

[267] PROSDOCIMUS DE BELDEMANDIS, *Contrapunctus*, ed. and trans. by Jan Herlinger, Greek and Latin Music Theory, vol. 1, University of Nebraska Press, Lincoln, 1984, p. 42.

Secunda regula est hec, quod contrapunctus nunquam incipi vel finiri debet nisi in combinationibus perfectis, scilicet in unisono vel in quinta maiori vel octava maiori vel in hiis equivalentibus, et ratio huius est quoniam [-60-] si auditor per armonias mulceri habet, oportet ipsum primitus admoveri per armonias dulciores et nature amicabiliores, que sunt consonantie perfecte superius nominate, et sic ipse preponende sunt[268].

La cuarta sigue siendo el intervalo ambivalente. Parece una consonacia, y así la clasificaban los "antiguos", pero cuando se utiliza en relación al bajo es usada como una disonancia. Debido a su proporción sencilla, los escritores más humanistas la consideran consonancia perfecta, pero todos los escritores (tanto teóricos como prácticos) dan reglas prácticas que la incluyen entre las disonancias.

Prosdocimus nos dice, refiriéndose a la cuarta:

[...] et quedam sunt dissonantes sive discordantes sive dissonantias auribus humanis resonantes, sicut sunt secunda, quarta, septima, et sibi equivalentes, uti sunt nona, undecima, quarta decima, et huiusmodi. [-40-] Scias tamen quod quarta et sibi equivalentes minus dissonant quam alie combinationes dissonantes, ymo quodammodo medium tenent inter consonantias veras et dissonantias, in tantum quod secundum quod quidam dicere voluerunt ab antiquis inter consonantias numerabantur[269].

Para Tinctoris también es problemática la clasificación de la cuarta. Parece una consonancia perfecta. De hecho así la clasifica en principio en su tratado sobre contrapunto:

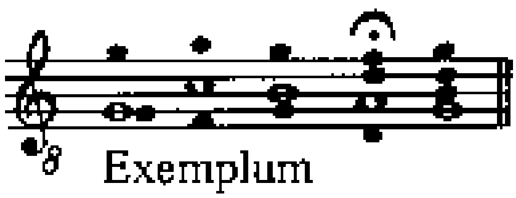
[268] Ibidem, 58-60.

[269] Ibidem, 38-40.

Insuper concordantiarum aliae perfectae sunt et aliae imperfectae. Perfectae sunt illae per quas tamquam principales et ad hoc magis aptas omnis cantus perfectiones constituuntur, ut sunt unisonus, diatessaron, diapente, diapason, diatessaron supra diapason, diapente supra diapason, bisdiapason, diatessaron supra bisdiapason, diapente supra bisdiapason, tridiapason. Imperfectae sunt per quas tamquam minus principales et ad hoc ineptas nulla cantus fit perfectio, cuiusmodi sunt semiditonus, ditonus, diapente cum semitonio, diapente cum tono ac caeterae ex eis et diapason aut bisdiapason compositae[270].

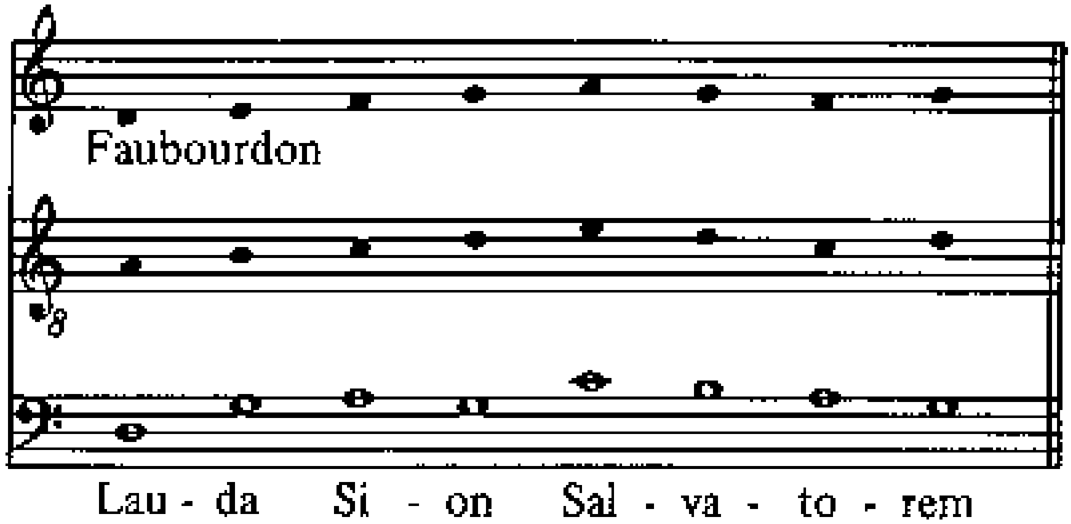
Sin embargo, unas páginas más allá nos dice que, aunque para los antiguos era una consonancia, por sí misma es discordante. Por ello, es rechazada para el contrapunto:

Constat itaque diatesseron hoc duobus tonis ac uno semitonio, quod licet apud veteres prima omnium concordantiarum ponatur; simpliciter tamen concordantia non est, immo per se emissa apud aures eruditas, quae, ut inquit Cicero, discrepantem concentum audire non possunt, intolerabiliter discordat. Unde fit ut a contrapuncto reiiciatur, nisi quando plures sunt puber librum [-27-] cantantes, unus eorum sub aliqua tenoris nota, quod frequenter in penultima fit, quintam assumat. Tunc enim alius supra eandem nota quartam accipere poterit quae mox post se proximiorem convenientioremque concordantiam requirit, ut patet in hoc exemplo:



[270] TINCTORIS, Johannes, *Liber de arte contrapuncti*, en: Johannis Tinctoris Opera theoretica, ed. Albert Seay, 3 vols. in 2, *Corpus Scriptorum de Musica*, vol. 22, American Institute of Musicology, Rome, 1975-78, 2:11-89, p. 16.

Porro per totum discursum cantus quem faubourdon vocant, quarta sola admittitur, ei saepe quinta ac saepius tertia supposita, quamvis quinta ipsi quartae subiuncta suaviorem concentum quam tertia efficiat, ut hic patet[271]:



Como vemos, la cuarta en relación al ténor sólo es admitida por Tinctoris en dos casos. Uno es cuando el tenor tiene por debajo una quinta, completando con la cuarta la octava, lo que suele ocurrir en el penúltimo acorde de una cadencia. El otro caso en que es admitida la cuarta sobre el ténor es en el fauxbourdon, en el cual se superpone a la tercera o a la quinta.

En esta época también se ha estandarizado la consideración de la octava como una repeteición del sonido grave. Por tanto, la ampliación de un intervalo mediante la adición de una octava no modifica las propiedades iniciales del intervalo, ni, por supuesto, su grado de consonancia.

[271] Ibidem, p. 27.

No obstante, no existe ninguna teoría sistemática que intente justificar la consonancia o no consonancia de los intervalos. La teoría aritmética que aparecía en Boecio, según la cual los intervalos consonantes correspondían a proporciones múltiples o superparticulares, no puede ser aplicada para los nuevos intervalos del sistema harmónico: terceras y sextas. Esto es así porque todavía durante el siglo XV se sigue considerando válido el sistema de afinación pitagórico, y en este sistema el ditono (81/64) y el semiditono (32/27) no tienen precisamente esas proporciones sencillas. Por otro lado, la utilización de la cuarta como una disonancia en su relación al bajo tampoco puede ser explicada con las teorías tradicionales.

Sin embargo, a lo largo del siglo XV la tradición clásica se va recuperando en ciertos aspectos. La ciencia harmónica vuelve a ser considerada una ciencia matemática del sonido musical, y las cuestiones aritméticas aplicadas a la harmónica (como la teoría de la proporción y de las medias matemáticas) aparecen ya en prácticamente todos los escritos sobre música.

4. LA CONSONANCIA EN EL RENACIMIENTO: LA JUSTA ENTONACIÓN Y EL COMIENZO DE LA CIENCIA DEL SONIDO

A lo largo de la Edad Media se ha hecho evidente un nuevo sistema harmónico basado en la octava, la quinta y las terceras. Los intervalos de tercera y sexta han pasado a ser considerados consonantes. Al mismo tiempo, el intervalo de cuarta se ha convertido en un intervalo problemático del sistema, ya que en la práctica es considerado disonante en relación a la voz del bajo. Sin embargo, la teoría musical ha quedado anclada en el sistema diatónico de Boecio. El nuevo sistema no posee una base teórica de la consonancia que lo fundamente, ni aritmética, ni metafísica, ni físicamente. Todas las teorías clásicas sobre la consonancia han dejado de tener sentido en el nuevo sistema.

En nuestro estudio hemos marcado el comienzo del Renacimiento en música precisamente en el momento en el que se da el primer paso para fundamentar teóricamente el nuevo sistema. Esta fundamentación teórica constará de varios pasos sucesivos, la mayoría de ellos vinculados a la recuperación de los textos clásicos sobre harmónica. Lo primero que ocurre, como no podía ser de otra manera, es la aceptación de las nuevas proporciones de las terceras (y sextas). A partir de la aceptación de esas proporciones se empezarán a aplicar las teorías aritméticas clásicas sobre la consonancia. Las teorías aritméticas darán lugar a una teoría metafísica de explicación de la consonancia. Por último se recuperarán también las teorías físicas.

El presente capítulo se estructura entonces de la siguiente manera:

- En principio hablaremos sobre el tratado de Ramos de Pareja y su gran aportación a la harmónica al defender, por primera vez en la historia de la música occidental, las proporciones “naturales” de las terceras y las sextas.

- A continuación expondremos los argumentos del principal detractor de Ramos, el italiano Franchino Gaffurio.

- Una vez que las nuevas proporciones han sido establecidas, veremos la recuperación de las teorías aritméticas y metafísica de la consonancia, aplicadas al nuevo sistema harmónico. Esta tarea la llevaron a cabo principalmente Fogliano, Zarlino y Salinas.

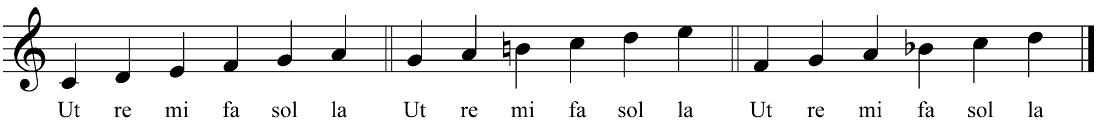
- Por fin, el comienzo de la revolución científica marcará un nuevo espíritu investigador también en cuestiones harmónicas y acústicas, lo que, junto con la recuperación de escritos fundamentales clásicos sobre la ciencia del sonido, motivará la reformulación de teorías físicas sobre la consonancia.

4.1 RAMOS DE PAREJA Y LA JUSTA ENTONACIÓN

4.1.1 Innovaciones del tratado de Ramos de Pareja

El tratado *Musica practica* (1482)[272] de Ramos de Pareja supone un antes y un después para la teoría de la música; y no precisamente por lo que él consideraba más innovador y rompedor de su teoría. *Musica practica* es un alegato en contra de la solmisación de Guido y sus seguidores. Hasta entonces la enseñanza práctica de la música se basaba en el sistema de la solmisación a partir de los hexacordos de Guido. Mediante las sílabas *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *sol*, *la* se aprendía a cantar. El semitono siempre debía estar colocado entre *mi* y *fa*, por lo que en determinadas notas de la melodía se producía el fenómeno de la mutación: se pasaba de un hexacordo a otro para que el semitono estuviese bien colocado. Este sistema tenía sentido en una época en la que la única alteración que podía ocurrir en la música era el si♭. Así, cuando se cantaba el semitono si-do, se utilizaba el hexacordo comenzando en la nota sol. Cuando aparecía el semitono la-si♭, el hexacordo comenzaba en fa; y cuando se cantaba el semitono mi-fa el hexacordo comenzaba en do:

[272] RAMOS DE PAREJA, Bartolomé, *Musica practica*, Baltasar de Hiriberia, Bolonia, 1482; Faksimile nach den Originaldrucken des Liceo musicale mit Genehmigung der Commune von Bologna, Publikationen der Internationalen Musikgesellschaft, Beihefte, Heft 2, Breitkopf und Härtel, Leipzig, 1901.



Pero en el siglo XV la música se había llenado de alteraciones subintelectas que la mutación de hexacordo ya no podía reflejar. Ramos analiza en profundidad el sistema de hexacordos, considerando los problemas que presenta, y llega a la conclusión de que la música de su época no se basa en el hexacordo sino en la octava, y que por lo tanto el sistema de solmisación debe reflejar este hecho. Para ello propone un nuevo sistema de solmisación con ocho sílabas que reflejen los ocho sonidos de la octava: *Psal-li-ter cum vo-ces is-tas*[273]. Ésta era, para Ramos, la exposición principal de su tratado.

Pero, sin duda, la gran aportación de Ramos para el futuro es el nuevo sistema de afinación que se desprende de su división del monocordio. Este nuevo sistema de afinación iba a revolucionar la concepción de consonancia de los teóricos posteriores; y se convertía, además, en la primera aceptación teórica de unas proporciones para las terceras (5/4 y 6/5) y sextas (5/3 y 8/6) que seguramente se aproximaban bastante a las que se venían utilizando en la práctica desde hacía tiempo.

[273] A pesar de la exposición de Ramos, el sistema de hexachordos se siguió utilizando mucho tiempo después, hasta que la tonalidad moderna se impuso. Para una explicación más detallada del sistema hexachordal y su aplicación en la música de finales del Renacimiento, ver: PIKE, Lionel, *Hexachords in Late-Renaissance Music*, Ashgate, Aldershot/Brookfield (USA)/Singapore/Sydney, 1997.

4.1.2 La "naturalidad" de la justa entonación

Habitualmente se considera a Ramos de Pareja el padre de lo que posteriormente se ha llamado justa entonación. En principio se denomina justa entonación a aquellos sistemas de afinación que utilizan las siguientes proporciones para sus intervalos: octava (2/1), quinta (3/2), cuarta (4/3), tercera mayor (5/4) y tercera menor (6/5)[274]. La justificación que actualmente se da para explicar la utilización de estos intervalos es que aparecen en la serie de parciales de un sonido armónico (o serie de armónicos). De esta manera se considera que la justa entonación es un sistema de afinación "natural", basado en los intervalos de la serie de armónicos.

Hasta Ramos de Pareja la teoría musical occidental sólo había hablado del sistema pitagórico de afinación, que también se basaba en intervalos presentes en la serie de armónicos, pero en menos que la justa entonación: la octava (2), la quinta (3/2) y la cuarta (4/3). Recordemos que en el sistema de Boecio, heredero directo del sistema griego, los únicos intervalos estructurales eran éstos, ya que todos los demás menores que la cuarta no eran más que relleno a la estructura fundamental. Por lo tanto, la gran novedad del sistema de Ramos es la inclusión de dos nuevos intervalos estructurales, las terceras en las proporciones 5/4 y 6/5.

Ya he mencionado que normalmente se asocia el sistema de la justa entonación a la idea de afinación "natural". De hecho el nombre que se le ha dado (justa entonación[275]) así lo refleja. A esta idea hay que oponer dos apreciaciones. Por un lado, la justa entonación no es el único sistema de afinación basado en intervalos presentes en

[274] Las sextas, como inversiones de las terceras dentro de la octava, tendrían las proporciones 5/3 y 8/5.

[275] En la literatura en inglés se denomina indistintamente *just intonation* y *natural intonation*.

la serie de armónicos. Hay que tener en cuenta que todos los sistemas musicales (de afinación, si se quiere) del mundo se basan, en mayor o menor medida, en intervalos que se pueden encontrar en la serie de armónicos. Para empezar, todos ellos consideran el intervalo de octava, que está formada por los dos primeros parciales de la serie, y además ésta es asimilada al unísono, como hemos visto innumerables veces hasta ahora en este trabajo. Parece ser que todos tienen también en cuenta la quinta, que está formada por el segundo y tercer parcial de la serie –y por lo tanto también la cuarta, que es su inversión dentro de la octava. Las escalas pentatónicas, por ejemplo, parecen originarse a partir de la división de la octava mediante quintas.

Por lo tanto, si entendemos que la "naturalidad" en un sistema de afinación es la utilización de intervalos presentes en la serie de armónicos, la innovación del sistema de la justa entonación no sería ser "natural" por basarse en intervalos de la serie –eso ya lo hacía la afinación pitagórica– sino incluir dos intervalos más: los definidos por las proporciones 5/4 y 6/5.

Sin embargo, por otro lado, la teoría de la serie de armónicos es más que cuestionable. ¿Realmente los sistemas musciales utilizan ciertos intervalos porque están presentes en la serie de armónicos, o existe otra razón de fondo? Evidentemente, la explicación última a esta pregunta no se puede encontrar, pero sí buscar. Lo único innegable es que los intervalos importantes estructuralmente en un sistema musical determinado tienen, para los músicos que utilizan ese sistema musical, una característica sonora especial, la consonancia. Cuando los dos sonidos que delimitan esos intervalos son producidos simultáneamente se produce un efecto concreto: los dos sonidos se mezclan entre sí mejor (presentan más consonancia sensorial, de la que hablábamos en el primer capítulo) que otros intervalos.

Sin embargo, esa característica sonora especial (la consonancia) no depende directamente de que el intervalo esté o no presente en la serie de armónicos, sino del nivel de aspereza o pulsaciones que presente la combinación de los dos sonidos teniendo en cuenta todas sus frecuencias parciales[276]. También es cierto que la gran mayoría de sonidos musicales presentan parciales armónicas, y eso determina de manera sustancial la presencia de aspereza en las combinaciones sonoras normalmente utilizadas en música. Determina de tal forma que, así como las frecuencias parciales de un único sonido armónico se encuentran entre sí en relaciones de números enteros (ya que, como vimos, $f_n = nf_1$), cuando dos sonidos distintos tengan frecuencias fundamentales que se encuentren entre sí en una relación de números enteros, presentarán parciales coincidentes. Esta coincidencia reducirá el grado de interacción, y por tanto de aspereza, entre parciales, por lo que el intervalo delimitado por los dos sonidos tendrá un grado de consonancia relativamente alto con respecto a los intervalos próximos a él. Pero no se puede afirmar que el grado de consonancia de un determinado intervalo sea consecuencia directa de su presencia en la serie de armónicos, sino que habría que decir que la presencia de parciales armónicas en los sonidos constituyentes del intervalo condiciona el grado de consonancia del intervalo.

Por todo lo expuesto podemos concluir que la justa entonación no es un sistema de afinación más "natural" que cualquier otro que exista en el mundo. Sin embargo, esto no significa afirmar que para la música polifónica medieval y renacentista sean igualmente válidas la afinación pitagórica y la justa entonación. No. En el momento en que los músicos consideran consonantes los intervalos de tercera y sexta, la realidad musical de afinación es que esos intervalos "tienden" a encontrarse en las proporciones

[276] Los términos "aspereza" y "pulsaciones" tienen aquí el significado que les otorgué en 1.3.1 *La consonancia sensorial*.

de la justa entonación, ya que es en esas proporciones donde se presentan picos de consonancia[277]; de la misma manera que cuando un sistema musical considera consonante el intervalo de quinta, ese intervalo "tiende" en la práctica a encontrarse en la proporción 3/2, que es donde se encuentra el pico de consonancia del intervalo llamado "quinta" por los músicos.

Digo "tienden" y no "son" por dos razones básicas. Para empezar, un sistema de afinación teórico es eso, teórico, y su consecución práctica siempre conlleva un cierto margen de error. Por otro lado, como discutiremos más delante, los intervalos básicos estructurales de la justa entonación (2/1, 3/2, 5/4, 6/5) presentan incompatibilidades entre sí que hacen que el sistema sea impracticable en la realidad musical, por lo que las proporciones justas de quinta y terceras se convierten en ideales de afinación no utilizables en la práctica. De todo esto hablaremos en el punto 4.1.4, pero antes veamos con detalle cómo divide Ramos su monocordio.

4.1.3 División del monocordio de Ramos

Algo sumamente curioso es que Ramos no se considera en absoluto un innovador en este aspecto. Él propone una nueva forma de dividir el monocordio que en principio está destinada a facilitar las cosas a los músicos prácticos, porque, según él, la manera de dividirlo de Boecio, aun siendo correcta, es demasiado compleja para un no iniciado en la materia:

[277] Ver las gráficas de consonancia sensorial de KAMEOKA/KURIYAGAWA expuestas en 1.3.1 *La consonancia sensorial*.

> Regulare monochordum numeris et mensura subtiliter a Boetio dividitur. Sed illud, sicut theoricis utile iocundumque est, ita cantoribus laboriosum intellectuque difficile. Verum quia utrisque satisfacere polliciti sumus, facillimam regularis monochordi divisionem [-5-] reddemus, quam non modico labore nemo nos arbitretur invenisse, quippe qui illam multis vigiliis antiquorum praecepta lectitantes et neotericorum vitantes errorem cum sudore repperimus. Et eam quilibet vix dum etiam mediocriter eruditus facile intelligere poterit[278].

De hecho, la explicación de Ramos para hallar los intervalos en el monocordio es realmente mucho más sencilla que la que encontramos en el tratado de Boecio (*De musica*, lib. IV, cap. 5). A partir de la cuerda inicial basta con hacer divisiones en dos o como mucho en tres partes para poder conseguir todos los sonidos, mientras que Boecio planteaba divisiones de la cuerda en nueve partes para hallar el tono (ver 2.6.5 *La división del monocordio*).

Tomemos una cuerda delimitada por las letras *a* y *q*. Consideremos, igual que hace Ramos, que el sonido de la cuerda al vibrar en toda su longitud es La grave[279]. En el punto medio de la cuerda colocamos la división *h*. A su vez, *ah* se divide en dos en el punto *d*, y *hq* se divide en dos en el punto *p*. *hp* queda dividida a la mitad en *l*. Dividiendo ahora la longitud total *aq* en tres partes hallamos los puntos *e* y *m*. De momento Ramos ha seguido exactamente los mismos pasos que Boecio en la división del monocordio. Hemos obtenido un sistema de doble octava delimitado por las

[278] RAMOS, op. cit., I, I, cap. 2, 4-5.

[279] Ramos presenta la división del monocordio en dos octavas: La1-la2-la3. Utiliza la notación alfabética *a-p*. Es decir, la primera octava es *a, b, c, d, e, f, g, h* y la segunda octava es *h*, (*i*), ν, *k, l, m, n, o, p*. Hay que tener en cuenta que para Ramos la letra *b* representa el si natural grave, mientras que el si natural agudo lo simboliza mediante ν. La letra *i* es el siϕ agudo. Nosotros, para la explicación que sigue utilizaremos la notación actual de los países latinos (do, re, mi, fa, sol, la, si, do) que no hay que confundir con el sistema de hexachordos de la época. Para reflejar las dos octavas representaré la octava grave mediante mayúsculas y la aguda mediante minúsculas. Así tendré La, una octava por encima estará la y otra octava por encima estará la’.

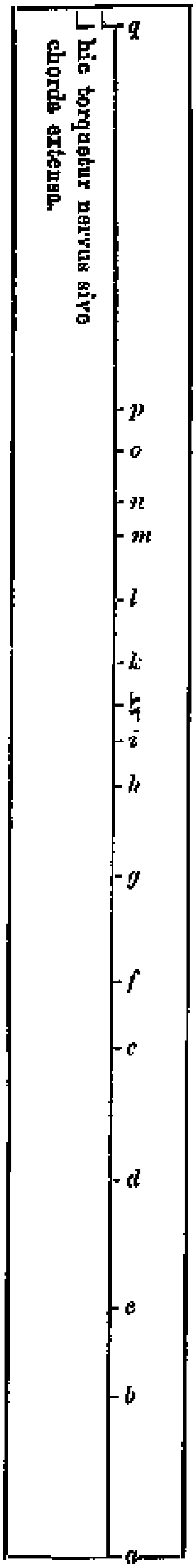
longitudes *aq* y *pq* (ya que la distancia *aq* es cuatro veces *pq*) que se corresponde exactamente con las notas fijas del sistema *Teleion* griego. Esta doble octava aparece dividida en dos octavas mediante el punto *h*, ya que $aq = 2hq$ y $hq = 2pq$. A su vez, cada una de las dos octavas se dividen en cuartas y quintas. *dq* es una cuarta más aguda que la cuerda completa, es, por tanto, la nota Re ($\frac{aq}{dq} = \frac{4}{3}$). *eq* es una quinta más aguda que la cuerda completa *aq*; es, por tanto, la nota Mi ($\frac{aq}{eq} = \frac{3}{2}$). Y el intervalo entre *dq* y *eq* es precisamente un tono pitagórico, $\frac{dq}{eq} = \frac{9}{8}$. Lo mismo ocurre en la octava superior: *hq* y *lq* delimitan la quinta la-re, *hq* y *mq* delimitan la cuarta la-mi, *lq* y *mq* delimitan el tono re-mi.

Llegados a este punto, Boecio halla el tono La-Si dividiendo la cuerda en nueve partes y tomando la división más próxima al punto *a*. De la misma manera va consiguiendo el resto de tonos que dividen las cuartas. De esta forma ya vimos cómo el sistema diatónico de Boecio daba lugar al tipo de afinación posteriormente llamada pitagórica, con sus características proporciones para el ditono y el semiditono.

A partir de aquí es donde se encuentra la gran innovación de la división del monocordio de Ramos. En lugar de hacer sucesivas divisiones en nueve partes, Ramos propone una nueva manera mucho más sencilla basada solamente en divisiones en dos y tres partes. *dh* se divide por la mitad en *f*. De esta forma conseguimos la nota Fa una tercera menor por encima de Re y una tercera mayor por debajo de la. El intervalo Re-Fa ya no es el semiditono pitagórico de proporción 31/27 sino que tiene proporción 6/5: $\frac{dq}{fq} = \frac{6}{5}$. De igual manera, la tercera mayor Fa-la ya no es un ditono pitagórico (81/64) sino que tiene proporción 5/4: $\frac{fq}{hq} = \frac{5}{4}$. Ramos ha dividido aritméticamente la quinta Re-la consiguiendo una tercera menor justa (6/5) en el grave y una tercera mayor justa (5/4) en el agudo.

Con iguales divisiones aritméticas Ramos va consiguiendo más notas que forman terceras menores en el grave y terceras mayores en el agudo. Hallando el punto medio entre *l* y *p* obtenemos *n*, donde colocaremos la nota fa (que forma una tercera menor con re y una tercera mayor con la’). De igual manera, hallando el punto medio entre *h* y *m* tendremos *k*, donde se encuentra la nota do (tercera menor la-do, tercera mayor do-mi); y duplicando la distancia *kq* obtendremos *c* en el punto medio entre *a* y *e*, donde está la nota Do formando una tercera menor con La y una tercera mayor con Mi. Dividiendo *eq* en tres tercios tomaremos la división más cercana a *e* y colocaremos el punto ν, que nos da la nota si. Duplicando ν*q* obtenemos el punto *b* (Si). En el punto medio entre *e* y ν colocaremos *g*, que nos dará la nota Sol una tercera menor por encima de Mi y una tercera mayor por debajo de Si. La nota sol agudo se hallará dividiendo por la mitad la longitud *gq*, en el punto *o*.

Hasta aquí hemos conseguido todos los sonidos naturales de la doble octava de La. Pero Ramos añade además una nota alterada, el siϕ. Para ello divide aritméticamente la octava Fa-fa hallando el punto medio entre *f* y *n*. En el punto *i* estará la división del monocordio para la nota siϕ, una cuarta por encima de Fa y una quinta por debajo de fa. La inclusión del siϕ se debe a que Ramos expone las notas correspondientes a todo el sistema griego *Teleion*, con el tetracordio *synemmenon* añadido, siguiendo así las fuentes clásicas.



Figura, División básica del monocordio de Ramos.

Ramos de Pareja, *Musica practica*, I, I, cap. 3, 5.

Sumatur itaque cuiusvis longitudinis nervus sive chorda, quae super lignum aliquid habens concavitatis extendatur; locus autem extremus, cui nervus alligatur, puncto a signetur. Alius locus e regione procul positus, quo nervus trahitur et torquetur, puncto q signetur. Quantitas autem q a, idest totius chordae longitudo, in duas partes dividatur aequales et aequae distantiae punctus h littera notetur. Dividemus iterum per medium quantitatem chordae h a et in medio divisionis d constituemus. Quantitas h d iterato secabitur et in sectionis medio f collocabitur. Idem quoque de alia chordae medietate faciendum intellige scilicet h q, quoniam in prima divisione loco medio p figurabitur; et in divisione h p aequaliter ab utraque distans ponatur littera l et inter l et p servata eadem intervallorum regula n immittatur. Quodsi f n per medium diviserimus, litteram i signabimus. Per hanc autem mediam divisionem ulterius ad partes minutiores, quousque alias divisiones fecerimus, non deveniemus. Sed totum a q per tria dividemus et a littera q mensurantes in fine trientis ponetur m et in besse e. Deinde e q per tria iterum dividatur et a littera q versus e venientes in besse signum [sqb] quadrum configetur (pagina 5) et quantitate [sqb] quadri et q duplicata signetur b. Sed iterum m h per medium secabimus et medium sectionis punctum k littera colorabimus. Quodsi quantitatem k q duplicemus, in fine duplicationis c ponemus; sed inter e et [sqb] quadrum aequalibus utrimque spatiis g situetur. Si autem g q in duo aequalia partiamur, o littera signabitur sicque totum monochordum legitima partitione divisum est, ut in subiecta figura cognoscis[280].

Ésta es la división básica del monocordio. Vamos a estudiar cuáles son las nuevas proporciones, distintas a las de la afinación de Boecio, que se desprenden de ella. Para esto centrémonos solamente en una octava[281]. Evidentemente la mayor parte

[280] RAMOS, op. cit., I, I, cap. 2, 5. [sqb]= ν.

[281] En realidad las dos octavas están divididas exactamente igual a excepción del siɸ añadido en la octava aguda, por lo que al hablar de un intervalo se presupone que tiene la misma proporción tanto en la octava grave como en la aguda. Para simplificar en ocasiones utilizaré abreviaturas para nombrar los intervalos de la justa entonación: 5ª=quinta justa de proporción 3/2; 4ª=cuarta justa de proporción 4/3; 3ªM=tercera mayor (5/4); 3ªm=tercera menor (6/5); 6ªM=sexta mayor (5/3); 6ªm=sexta menor (8/5); T=tono mayor (9/8), t=tono menor (10/9); St=semitono mayor, diatónico (16/15).

de las quintas y las cuartas siguen teniendo las proporciones 3/2 y 4/3 del monocordio de Boecio. De hecho es mediante esas proporciones como hemos conseguido muchos sonidos del sistema. Así, La-Mi, Siϕ-Fa, Do-Sol, Re-La, Mi-Si y Fa-Do son quintas justas de proporción 3/2 (con sus respectivas cuartas justas de proporción 4/3).

Como ya hemos visto, las terceras menores Re-Fa, La-Do, Mi-Sol y las mayores Fa-La, Do-Mi, Sol-Si, resultan de la división aritmética de las quintas justas correspondientes (estas quintas son Re-La, La-Mi y Mi-Si). Por lo tanto estas tres terceras menores están en la proporción 6/5, mientras que las tres mayores están en la proporción 5/4. La tercera mayor Siϕ-Re también está en la proporción 5/4.

Estas nuevas proporciones son reconocidas por Ramos:

> Verum in h d quantitatem medio secamus littera f sectionem configurantes. Quoniam *q d* vero 18 digitos habere monstratum est, [q] *f* quindecim esse digitorum indubitanter cognoscimus, quos si ad [q] *d* referamus, sesquiquintam habitudinem comprehendimus. Excedit enim 18. 15 ternario, qui quinta pars minoris est. Verum si ad [q] *h* comparetur, in sesquiquarta collatione esse deprehendimus. Et ex ista comparatione ditonus sive bitonus consonantia fit, ex illa vero semiditonus sive trihemitonium species generatur[282].

Pero éstos no son los únicos intervalos que se ven alterados por la nueva división de Ramos.

Las sextas también se encontrarán en otras proporciones al ser las inversiones de las terceras dentro de la octava. Las sextas menores La-Fa, Si-Sol, Re-Siϕ y Mi-Do son

---

[282] RAMOS, op. cit., III, II, cap. 3, 99. Ramos da a la longitud total de la cuerda veinticuatro unidades (dedos). Por ello la distancia dq son 18 dedos mientras que hq son 12.

las inversiones de las terceras mayores y estarán formadas por una 4ª justa y una tercera menor. La-Fa está formada por La-Re más Re-Fa. Si-Sol está formada por Si-Mi y Mi-Sol. Re-Siϕ está formada por Re-Fa más Fa-Siϕ. Mi-Do está formada por Mi-La más La-Do. La proporción de estas sextas menores es 8/5:

6ªm=4ª+3ªm, por lo tanto, $\frac{4}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{24}{15} = \frac{8}{5}$

Las sextas mayores Do-La, Fa-Re y Sol-Mi son las inversiones de las terceras menores y están formadas por una 4ª justa y una 3ª mayor. Do-La es Do-Mi más Mi-La. Fa-Re es Fa-La más La-Re. Sol-Mi es Sol-Si más Si-Mi. Por lo tanto, su proporción es 5/3:

6ªM=4ª+3ªM, entonces, $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$

Estas nuevas proporciones para las sextas también son reconocidas por Ramos:

> Quod si eiusdem [q] *f* ad [q] *a* fiat comparatio, supertripartiens quintas reperitur habitudo. Excedit enim 24 numerus numerum quindenarium in tres quintas minimi partes. Ex hac enim collatione diapente cum semitonio sive sexta minor aut hexas minor consonantia resonabit. Quod si eiusdem [q] *f* ad [q] *l* fecerimus relationem, (pagina 80) superbipartientem inter eas repperimus proportionem. Superatur enim novenarius a quindenario numero senario, qui ex duabus novenarii partibus integre conficitur. Ista autem habitudo sextam sive hexadem creat maiorem[283].

Los semitonos que hoy en día llamaríamos diatónicos, Si-Do, Mi-Fa y La-Siϕ, tienen proporción 16/15. Si-Do es igual a la 4ª Si-Mi menos la 3ª mayor Do-Mi. De la

[283] RAMOS, op. cit., III, II, cap. 3, 99.

misma manera Mi-Fa es igual a la 4ª Mi-La menos la 3ª mayor Fa-La; y La-Siϕ es igual a la cuarta Fa-siϕ menos la 3ª mayor Fa-la:

Entonces, 4ª-3ªM=St, es decir, $\frac{4}{3}:\frac{5}{4}=\frac{16}{15}$

Aparecen dos tipos de tono. El tono mayor (T) es el tono pitagórico surgido de la diferencia entre quinta y cuarta. Son mayores La-Si, Re-Mi, Fa-Sol y Siϕ-Do. Todos ellos tienen proporción 9/8. Pero también nos encontramos con otro tipo de tono que aparece como la diferencia entre la 3ª mayor justa (5/4) y el tono mayor (9/8). Son menores Do-Re y Sol-La. Do-Re es la diferencia entre la 3ªM Do-Mi y el tono mayor Re-Mi. Sol-La es la diferencia entre la 3ªM Sol-Si y el tono mayor La-Si. La proporción de este nuevo tono (t) será 10/9.

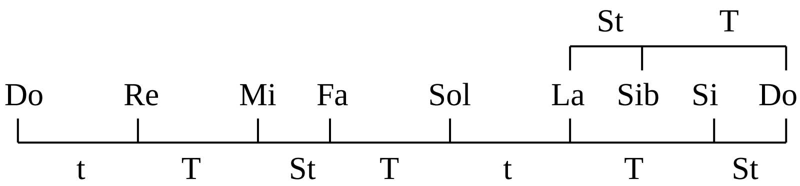
t=3ªM-T, es decir, $\frac{5}{4}:\frac{9}{8}=\frac{40}{36}=\frac{10}{9}$.

No obstante, Ramos nunca menciona este nuevo intervalo; se limita a hablar del tono pitagórico 9/8. Tampoco menciona en absoluto la nueva proporción del semitono diatónico. Es más, en este sistema el semitono cromático Siϕ-Si, surgido como la diferencia entre el tono mayor (9/8) y el semitono diatónico (16/15), tendría la proporción 135/128 (que Ramos tampoco menciona).

$$\frac{9}{8}:\frac{16}{15}=\frac{135}{128}$$

Este semitono, por tanto, es algo menor que el diatónico. Sin embargo, Ramos no duda en llamarlo *apotome*, con lo que asimila sus nuevos tipos de semitono a los *leimma* y *apotome* pitagóricos; pero ya hemos visto que no tienen nada que ver. De hecho, en el sistema pitagórico el menor de los dos semitonos era precisamente el *leimma* (el que se encuentra entre Mi-Fa), mientras que aquí es al revés.

Una octava del monocordio con las proporciones de los intervalos sucesivos sería como sigue:



A partir de aquí podemos observar las relaciones que se establecen entre los intervalos mayores y los tonos y semitonos. Esto nos será muy útil para valorar qué intervalos están en sus justas proporciones o no:

- 3ªM=T+t
- 3ªm=T+St
- 4ª=3ªM+St=T+t+St
- 5ª=3ªM+3ªm=4ª+T=T+T+t+St
- 6ªM=4ª+3ªM=T+T+t+t+St
- 6ªm=4ª+3ªm=T+T+t+St+St

Este sistema parece sencillo, pero presenta una problemática que ni siquiera Ramos tuvo en cuenta. Hay en él ciertos intervalos que deberían ser consonancias como la quinta, o la tercera y que sin embargo no se presentan en las proporciones correctas de dichos intervalos, debido, precisamente, a la incompatibilidad entre intervalos de que hablábamos antes (ver 4.1.2 *La "naturalidad" de la justa entonación*). Por ejemplo, el intervalo Sol-Re (que debería ser una quinta justa) no aparece en la proporción 3/2. Esto es fácil de ver en el diagrama anterior. Una quinta justa de proporción 3/2 debe estar compuesta por dos tono mayores, un tono menor y un semitono mayor. Pero Sol-Re está compuesta por dos tonos menores, uno mayor y un semitono mayor. Su proporción es $\frac{9}{8} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{16}{15} = \frac{40}{27}$. De la misma manera, Re-Sol (la inversión de Sol-Re dentro de la octava) tampoco está en su justa proporción. Está formada por dos tonos mayores y un semitono mayor: $\frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{15} = \frac{27}{20}$.

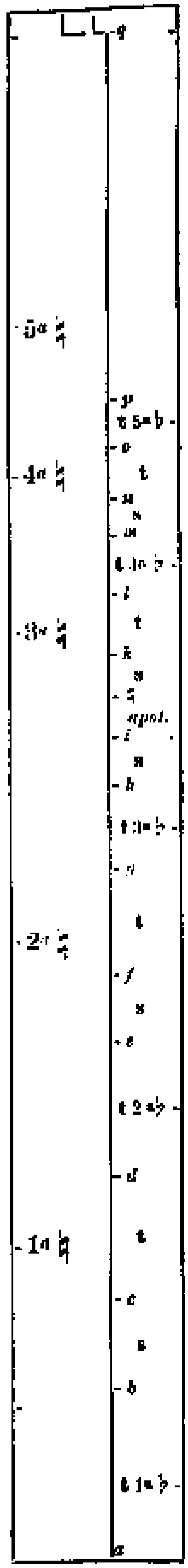
Los intervalos Si-Re y Sol-Siϕ, que deberían ser terceras menores, no están formados por un tono mayor y un semitono diatónico, sino por un tono menor y un semitono diatónico. Su proporción no es 6/5 sino 32/27.

$$\frac{10}{9} \cdot \frac{16}{15} = \frac{32}{27}$$

Es decir, los intervalos Si-Re y Sol-Siϕ son semiditonos pitagóricos, no terceras menores justas. Por consiguiente, los intervalos Re-Si y Siϕ-Sol tampoco serán sextas mayores justas (5/3), sino que se encontrarán en la proporción pitagórica 27/16.

$$\frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{10}{9} \cdot \frac{16}{15} = \frac{27}{16}.$$

Hasta ahora hemos visto la división básica del monocordio. En ella Ramos introduce sólo notas naturales más el siϕ de la octava aguda, que como ya dijimos correspondía a la segunda nota del tetracordio *synemmenon*. Pero posteriormente Ramos añade más sonidos a los ya conseguidos: el Siϕ grave y en las dos octavas Miϕ, Faσ, Laϕ y Doσ.



División del monocordio de Ramos con notas alteradas.

RAMOS DE PAREJA, *Musica practica*, I, II, cap. 5, 36.

El Siϕ grave no es más que una octava inferior al siϕ, por lo que lo consigue duplicando la distancia *iq* y encontrando así el punto que Ramos llama 1ºϕ. Dividiendo aritméticamente la octava Siϕ-siϕ encontramos el Miϕ. El 2ºϕ, como lo llama Ramos, se hallará entonces en el punto medio entre *i* y 1ºϕ. El 4ºϕ, que nos da miϕ una octava por encima de Miϕ, estará en el punto medio entre 2ºϕ y *q*. Es decir, el Miϕ está una quinta justa por debajo del siϕ, o una cuarta justa por encima del Siϕ. Dividiendo aritméticamente la octava Miϕ-miϕ encontramos laϕ; el 3ºϕ se hallará en el punto medio entre 2ºϕ y 4ºϕ. A su vez, el 5ºϕ (que nos da laϕ' una octava por encima de laϕ) estará en el punto medio entre 3ºϕ y *q*. Por lo tanto, laϕ está una cuarta justa por encima de Miϕ.

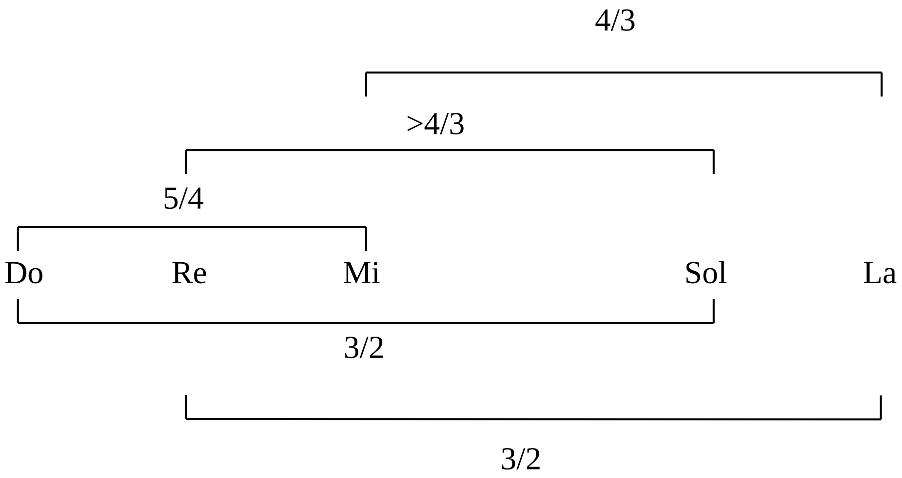
Los Faσ se encontrarán dividiendo la distancia *bq* en tres partes. En las dos partes contando desde *q* estará 2ºν (que nos da Faσ grave); en la primera parte desde *q* está 4ºν (que nos da faσ agudo). Es decir, el Faσ se encuentra exactamente a la distancia de quinta justa del Si. 3ºν, que nos da doσ agudo, estará colocado en los dos tercios de 2ºν*q*; mientras que 1ºν (Doσ grave) se hallará duplicando la distancia 3ºν*q*. Los Doσ estarán a distancia de quinta justa (o cuarta justa, según se mire) de los Faσ.

Veamos qué nuevos intervalos aparecen con estas notas. Para empezar, Do-Miϕ, Doσ-Mi, Fa-Laϕ y Faσ-La son semiditonos pitagóricos de proporción 32/27. Los intervalos Laϕ-Do, Miϕ-Sol, Re-Faσ y La-Doσ son ditonos pitagóricos de proporción 81/64. Es decir, todas las nuevas terceras (tanto mayores como menores) y sus correspondientes sextas, no están en la proporción justa sino en la pitagórica. Evidentemente, las quintas Miϕ-Siϕ, Laϕ-Miϕ, Si-Faσ y Faσ-Doσ son justas porque mediante esa proporción 3/2 es como hemos hallado las nuevas divisiones del monocordio.

4.1.4 Valoración de la afinación del monocordio de Ramos

El sistema de Ramos que hemos expuesto es una de las múltiples variantes que se pueden dar en la justa entonación. Las diferencias entre distintas variantes radican fundamentalmente en que los cuatro intervalos básicos del sistema de la justa entonación (octava, quinta, tercera mayor y tercera menor) no son compatibles entre sí; es decir, no todas las octavas, todas las quintas, todas las terceras mayores y todas las terceras menores pueden estar en sus justas proporciones dentro del mismo sistema. Como las octavas siempre se toman en su justa proporción en todos los sistemas de afinación, son el resto de intervalos los que no pueden ser todos justos. Por lo tanto cada diferente versión de la justa entonación escoge qué quintas y qué terceras prefiere justas.

Esta incompatibilidad entre terceras y quintas se puede ver fácilmente si consideramos, por ejemplo, la sucesión de cuatro quintas: Do-Sol-Re-La-Mi. Si afinamos estas cuatro notas dentro de la misma octava siguiendo el procedimiento de quintas sucesivas, nos encontramos con que el intervalo que se forma entre los extremos, Do-Mi, no se acomoda exactamente a la proporción 5/4, sino que es el ditono pitagórico de proporción 81/64 (81/64>5/4). Y al revés, si afinamos como tercera mayor justa el intervalo Do-Mi, las cuatro quintas que se forman para llegar a ese intervalo no pueden ser todas justas, sino que alguna (o todas ellas) tendrá que ser algo más pequeña que la quinta justa. La solución de Ramos, como hemos visto, es poner la tercera mayor justa entre Do-Mi y hacer la quinta Sol-Re más pequeña de lo normal (o lo que es lo mismo, la cuarta Re-Sol más grande de lo normal):



Sin embargo, el sistema de Ramos coloca relativamente pocas terceras justas, mientras que mantiene muchas quintas justas –todas las quintas entre notas alteradas son justas. Es decir, es un sistema que se encuentra en cierta manera a medio camino entre la justa entonación (caracterizada por las terceras justas) y la afinación pitagórica (caracterizada por las quintas justas). Según Barbour[284] y Goldáraz[285], la división del monocordio de Ramos, más que una auténtica justa entonación, es una mezcla de afinación pitagórica y justa. Las terceras más utilizadas son justas (Siϕ-Re, Fa-La, Do-Mi, Sol-Si y Re-Fa, La-Do, Mi-Sol) pero el resto (que son la mayor parte) son pitagóricas. Es un sistema que se podría ver como una adecuación práctica, buscando terceras justas, de la afinación pitagórica. De hecho el discípulo de Ramos que más defendió esta afinación, Spataro, la explicó como una especie de temperamento de la

[284] BARBOUR, J. Murray, *Tuning and Temperament: A Historical Survey*, Michigan State College Press, East Lansing, 1952; reprint Da Capo, New York, 1972, 4.

[285] GOLDÁRAZ GAÍNZA, J. Javier, *Afinación y temperamento en la música occidental*, Alianza Editorial, Madrid, 1992, 1998.

afinación pitagórica. De esta afirmación de Spataro surgió en el siglo XIX la idea totalmente falsa de que Ramos había propuesto el temperamento igual[286].

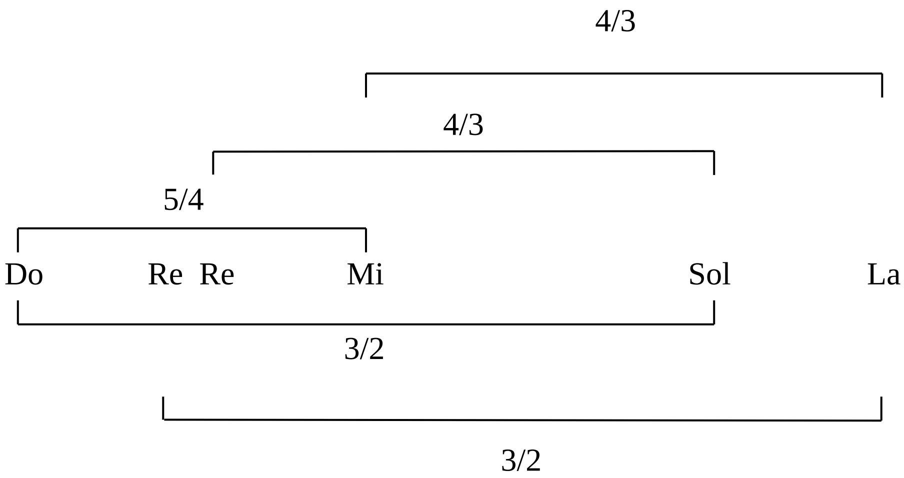
Además, todas las diferentes posibles versiones de la justa entonación son sistemas irregulares, es decir, afinaciones que presentan más de una quinta no justa, según la definición de Bosanquet seguida por Barbour y Goldáraz[287]. La afinación pitagórica, los temperamentos mesotónicos y los temperamentos iguales se consideran afinaciones regulares porque presentan solamente una (o ninguna) quinta irregular. La afinación pitagórica y el temperamento mesotónico presentan una única quinta diferente de las demás, normalmente entre Solσ-Miϕ (la quinta del lobo); el temperamento igual no presenta ninguna. En cambio el sistema de Ramos presenta las quintas falsas Sol-Re y Laϕ-Doσ, por lo que es un sistema irregular. Esto le ocurre a todos los sistemas de la justa entonación, debido a la incompatibilidad entre quintas y terceras.

Con posterioridad al tratado de Ramos, diferentes autores buscaron soluciones al problema de las incompatibilidades entre los intervalos de la justa entonación. Las soluciones fueron de dos tipos. Por un lado se duplicaron notas con el mismo nombre para obtener tanto terceras como quintas justas. Si seguimos con el ejemplo anterior, Do-Mi, veíamos que una de las cuatro quintas que formaban esa tercera no podía ser justa. En concreto, en el monocordio de Ramos la quinta Sol-Re era más pequeña de lo normal. Pero podemos duplicar la nota Re y colocar otro a distancia de quinta justa de

[286] BARBOUR, 4. Aunque esta idea ha sido corregida hace ya mucho tiempo, todavía se puede leer en manuales españoles sumamente actuales sobre acústica musical que se están utilizando en los conservatorios de toda España. Esto nos da una idea del desconocimiento entre los músicos y musicólogos españoles de figuras tan importantes de la historia de la música española como Ramos de Pareja.

[287] BARBOUR, op. cit., 4. GOLDÁRAZ, op. cit., 42.

Sol, manteniendo al mismo tiempo el primer Re a distancia de quinta justa con respecto a La:



Los dos Re así colocados forman el microintervalo que los teóricos del siglo XVI llamarán *comma sintónica,* que es la diferencia entre el ditono pitagórico y la tercera mayor justa, y que está definido por la proporción 81/80 (18/64:5/4=81/80). El nombre de *comma sintónica* le fue atribuido porque es la diferencia entre el ditono pitagórico y un tipo de ditono que surge en un género diatónico propuesto por Ptolomeo, y que éste autor llamó diatónico sintónico (ver 2.5.2, *Ptolomeo*).

De esta forma, mediante la duplicación de notas a distancia de *comma sintónica*, crea Francisco de Salinas lo que él llama su *sistema perfecto*[288], que no es más que llevar al límite las posibilidades de la justa entonación duplicando notas para obtener

[288] SALINAS, Francisco, *De musica libri septem*, Mathias Gastius, Salamanca, 1577. Lib. III, cap. 5-8. Para más información sobre el *sistema perfecto* de Salinas ver: GOLDÁRAZ GAÍNZA, J. Javier, *Afinación y temperamento en la música occidental*, Alianza Editorial, Madrid, 1992, 1998, pp. 33-63. Y GARCÍA PÉREZ, Amaya S., *El número sonoro: la matemática en las teorías armónicas de Salinas y Zarlino*, Caja Duero, Salamanca, 2003, cap. 3.

consonancias justas de tercera y quinta con respecto a todas las notas importantes del sistema, lo que le lleva a un sistema de 24 sonidos por octava.

No obstante, la duplicación de notas no es una solución práctica, por lo que los teóricos más importantes del siglo XVI –como Fogliano, Zarlino y Salinas– también recurrirán a otra solución, a la que hacíamos referencia anteriormente. Esta otra solución es el temperamento. Temperar consiste en desafinar controladamente las consonancias del sistema para que todas las quintas y todas las terceras se "aproximen" a sus proporciones justas. De esta forma surgen a lo largo del siglo XVI diferentes tipos de temperamentos mesotónicos y el temperamento igual de 12 semitonos por octava[289]. El de los temperamentos es un tema complejo que excedería los límites de nuestro trabajo, por lo que lo dejaremos de lado en nuestro discurso sobre la consonancia. Nos centraremos simplemente en esa afinación ideal e impracticable de la justa entonación.

4.1.5 *Disciplina musica*. La música como *scientia*

Ramos distingue entre lo que podríamos llamar una vertiente artística y una científica de la disciplina que nos ocupa. La buena colocación de los sonidos es la "harmonía", mientras que la razón teórica de esa concordancia, o su estudio, es la "música". Entonces, el término "música" adquiere un significado teórico, explicativo, de estudio del fenómeno; mientras que el término "harmonía" es la simple conjunción concordante de los sonidos. No es extraña la división en un concepto más teórico y otro más artístico; es algo que se venía haciendo desde la Antigüedad Clásica y que es absolutamente patente en los escritos de la escuela aristotélica. Lo extraño es la

[289] Para más información sobre el temperamento en el siglo XVI ver las ya citadas obras de GOLDÁRAZ, pp. 75-120, y GARCÍA, pp. 79-113.

selección de términos que hace Ramos. En la Antigüedad era la "ciencia harmónica" la que estudiaba la relación entre sonidos, mientras que la "música" era una idea mucho más vaga y con connotaciones artísticas. Sin embargo, durante la Edad Media esa distinción se pierde y la palabra "música" comienza a designar los dos aspectos: el científico y el artístico, aunque normalmente el científico pierde peso. Con el Humanismo la antigua tradición empieza a recuperarse y entre otras cosas se vuelve a la idea científica asociada al concepto de música, pero esta vez los términos no estarán tan claros y para algunos autores la ciencia será la "harmonía" mientras que para otros (como es el caso de Ramos) lo será la "música".

> Harmoniam atque musicam idem esse multi credunt, verum nos longe aliter sentimus. Ex quorundam enim musicorum sententiis longa investigatione collegimus harmoniam concordium vocum esse commixtionem, musicam vero ipsius concordiae rationem sive perpensam et subtilem cum ratione indaginem. Musica autem triplex est; nam alia mundana, alia humana, alia vero dicitur instrumentalis[290].

Desde Johannes de Grocheo nos encontramos con una definición científico-matemática asociada a la *scientia musica*. Las palabras clave de esa definición eran *sonus* y *numerus*, que, como dijimos, en el siglo dieciséis darán lugar a una idea bien definida, el *numerus sonorus*. Estas misma palabras las podemos encontrar en Ramos:

> Circa quorum accuratissimam practicae considerationem tria perscrutanda nobis occurrunt: vox scilicet, sonus atque numerus sive mensura[291].

[290] RAMOS, op. cit., I, I, cap. 1, 3.

[291] Ibidem, I, I, cap. 1, 3.

4.1.6 Clasificación de intervalos en consonantes y disonantes

En cuanto a la clasificación de los intervalos en consonantes y disonantes, en el tratado de Ramos podemos observar dos vertientes; una más práctica, basada en el contrapunto, que considera el intervalo de cuarta disonante; y otra más teórica que considera la cuarta consonante. Según la vertiente más práctica las consonancias son entonces unísono, tercera, quinta, sexta y octava. De ellas son perfectas unísono, quinta y octava, mientras que terceras y sextas son imperfectas. Según Ramos, la distinción en perfectas e imperfectas se debe a que las especies imperfectas pueden variar en un semitono y conservan la consonancia. Es decir, la tercera puede ser mayor o menor y tanto la una como la otra son consonantes; lo mismo le ocurre a las sextas. En cambio, la quinta y la octava no pueden ser variadas, sólo pueden ser justas.

> Ut autem inconsonum sciamus evitare, consonum vero eligere, dicemus discrepantes voces esse tres, videlicet secundam, quartam, [-63-] septimam; secunda vero maior aut minor, quia tonus aut semitonium; quarta similiter, quia diatessaron aut tritonus; septima eodem modo, quia heptas maior aut minor. Sed concordantes sunt unisonus, tertia, quinta, sexta, octava. [...]
>
> Est tamen unisonus in musica sicut unitas in arithmetica principium numerorum, fons et origo consonantiarum. Unisono igitur praetermisso dicemus species concordantes quatuor esse, scilicet: tertiam, quintam, sextam et octavam, quarum duae sunt perfectae, quinta scilicet et octava, imperfectae vero tertia et sexta. Imperfectae enim dicuntur, quoniam (pagina 52) variabiles sunt, quia per additionem semitonii vel subtractionem consonantiam non mutant, sed semper bene sonant, hoc est tertia ditonalis vel semiditonalis. Sed differt in hoc, quia illa dicitur maior, ista vero minor. Sic de sexta dicendum; diapente cum tono vel cum semitonio est maior minorve. Octava vero nec augmentum recipit nec decrementum, quin dissonet et discordet, quia semper quinque tonos et duo semitonia vult habere nec plus nec minus; ideoque perfectissima vocatur et aequisona, quia aeque videtur sonare cum prima sicut unisonus. Unde si vir cum puero psallat, in unisono videntur et tamen sunt in octava. Quinta vero si augmentum vel decrementum

recipiat semitonii, vel in sextae transit proprietatem vel in tritoni duritiem ac discrepantiam convertitur, qua propter perfecta quidem, sed non ut octava[292].

Sin embargo, también encontramos en otras partes del tratado la consideración más teórica de la cuarta como una consonancia, al mismo nivel que la quinta y la octava:

Ipsarum enim musicarum consonantiarun, quas symphonias [-96-] nominant, proportiones in hac paene sola medietate frequenter invenies. Ipsa enim symphonia diatessaron in epitrita proportione consistit ut est 4 ad 3, diapente consonantia in hemiolia proportione ut 6 ad 4. At ipsa omnium concordia diapason in dupla consistit ut 6 ad 3[293].

[...] nam in omnibus diatessaron est consonantia[294].

Como vemos el problema de la consonancia de la cuarta no está ni mucho menos resuelto. Ramos es precisamente uno de los autores que presentan, dentro del mismo escrito, la gran contradicción del intervalo de cuarta.

Ramos no hace alusión a la teoría aritmética de la consonancia, es decir, a la necesidad de proporciones superparticulares o múltiples y la simplicidad de la proporción como requisito para la consonancia, pero parece tenerlo en mente. De hecho, en muchas ocasiones hace referencia a un tratado teórico que pretendía escribir después de su *Musica practica*, donde incidiría sobre estas cuestiones más especulativas.

---

[292] Ibidem, II, I, cap. 1.

[293] Ibidem, III, II, cap. 2.

[294] Ibidem, III, II, cap. 1.

Sí que explica con cierto detenimiento la teoría de la proporcionalidad, definiendo correctamente las proporcionalidades aritmética, geométrica y harmónica, y hablando de la supremacía de la harmónica para las cuestiones musicales[295].

Veamos ahora tres ideas presentadas por Ramos que serán fundamentales para poder entender lo que ocurrirá con la ciencia harmónica y el concepto de consonancia en el siglo XVI. Nos referiremos a ellas sobre todo al hablar del maestro Salinas:

1. En primer lugar se considera que la octava es el marco de estudio del músico, porque todo intervalo añadido a la octava conserva las mismas propiedades; podríamos decir que es el mismo intervalo, sólo que uno suena más grave y otro más agudo. Esta idea no es en absoluto nueva, muchos tratadistas medievales ya la incluían tomándola de Boecio (quien a su vez la toma de Ptolomeo). Pero Ramos insiste en ello de manera especial. No lo toma como un concepto transmitido por la autoridad sino como un conocimiento real, del que está plenamente convencido.

2. Por otro lado, Ramos expone claramente la inversión de intervalos dentro de la octava y además la compara a la composición de intervalos con la octava. Así, si un intervalo y su composición con la octava son prácticamente iguales, un intervalo y su inversión dentro de la octava conservan muchas cualidades comunes, mientras que otras son contrarias. Las terceras y las sextas, como inversiones unas de otras, son todas consonancias imperfectas.

3. Sin embargo, con la quinta y su inversión, la cuarta, ocurre de otra manera: cuanto tiene la quinta de perfección tanto más se acerca la cuarta a la disonancia. Ramos compara esto con el hecho de que al invertir un intervalo mayor (por ejemplo una tercera mayor) obtenemos un intervalo menor (siguiendo con el mismo ejemplo, una

[295] Ibidem, III, II, cap. 1-2.

sexta menor). De esta manera, Ramos intenta dar un cierto cobijo teórico al tratamiento práctico de la cuarta como disonancia.

En los párrafos que cito textualmente a continuación aparecen estas ideas expuestas con claridad:

> intenderimus vel remiserimus, eandem speciem sine dubio procreabimus, quoniam saepe dictum est totum esse concentum diapason. Quidquid igitur de prima, et de eius octava similiter erit. Differt tamen in hoc, quia acutius aut gravius sonat. Erit igitur octava sicut fons, nona sicut secunda, decima veluti tertia, undecima sicut quarta, duodecima velut quinta, tertia decima sicut sexta. Sed decima quarta discrepat ut septima, decima quinta aequisonat sicut octava. Eodem modo a decima quinta usque ad vicesimam secundam faciendum est. Et sic tantum quatuor species sunt differentes consonae, quae per diapason augmentum saepius replicantur. Vocabuntur autem primae simplices, aliae compositae, tertiae decompositae, ut patet in figura.

> Itaque si species creans dissona est vel perfecta aut imperfecta, et procreata. Ista autem procreatio consonantiarum secundarum est; quandocunque est altior cantu plano species, a qua intenditur octava, vel sub eodem, quando remittitur. Sed quid, si fiat e converso, hoc est, si a specie inferiori intendatur diapason vel a superiori remittatur? Dicendum, quod a tertia sexta provenit et a sexta tertia et a quinta quarta; ideoque tertia et sexta eiusdem sunt condicionis, quoniam imperfectae. Sed quinta et quarta maxime conveniunt, de quo in theoricis nostris. Sed in hoc (pagina 53) volumine, quando de pluribus vocibus tractabimus, dicturum me polliceor. Ad praesens autem sit satis scire, quod quantum quinta habet perfectionis, tantum quarta ad dissonantiam accedit et a consonantiis recedit. Sicut, quando sexta ex tertia procreatur et e contra, si creans est maior, creata provenit minor et e converso, idem quoque de dissonantiis, quia a secunda septima formatur et e contra. Sed si maior est creans, erit minor creata et e contra[296].

[296] Ibidem, II, I, cap. 1.

Fijémonos bien es estas tres ideas: la octava como todo del estudio harmónico, la inversión de intervalos y la idea de la imperfección de la cuarta con respecto a la quinta. Serán fundamentales para la teoría de la consonancia que desarrollará Francisco Salinas un siglo después.

4.2 LA OPOSICIÓN AL MONOCORDIO DE RAMOS: FRANCHINO GAFFURIO

Muchos teóricos rebatieron la nueva división del monocordio de Ramos y se opusieron abiertamente a las nuevas proporciones de las terceras. Estos autores se basaban fundamentalmente en el principio de autoridad para defender la afinación pitagórica de Boecio. No obstante muchos de ellos, después de haber expuesto el sistema teórico de Boecio, daban reglas prácticas para la afinación que de manera no consciente buscaban la justa entonación de las terceras. Entre los principales detractores se encontraba Franchino Gaffurio; mientras que el máximo defensor de las proporciones de Ramos fue su discípulo Giovanni Spataro, quien acertadamente defendió las nuevas proporciones de su maestro frente a sus detractores.

4.2.1 Gaffurio como humanista y recopilador de fuentes clásicas

Como hemos dicho, Gaffurio fue uno de los mayores detractores de las nuevas proporciones de Ramos. Pero su importancia para la teoría musical radica, ante todo, en el carácter humanista de sus escritos. Según Palisca[297], Gaffurio es el escritor del siglo XV especializado en música que más se preocupó por estudiar las fuentes clásicas. Sin embargo, tenía el inconveniente de que no sabía leer griego, por lo que sólo le eran accesibles los textos traducidos al latín o italiano.

---

[297] Ver: PALISCA, *Humanism in Italian Renaissance Musical Thought*, Yale University Press, New Haven and London, 1985, cap. 9, 191-225.

Los textos clásicos fundamentales sobre música no habían sido traducidos todavía cuando Gaffurio escribió su primera obra teórica, *Theoricum opus musice discipline* (1480). Tampoco es demasiado evidente su conocimiento de las fuentes antiguas en una nueva versión revisada y ampliada, publicada bajo el nombre de *Theorica musice*[298] (1492). Sin embargo, es en esta época cuando Gaffurio ordenó la traducción de varios tratados clásicos importantes: Los *Harmónicos* de Ptolomeo, el *De musica* de Aristides Quintiliano, los *Harmónicos* de Brienio[299], la *Introducción* de Baquio y los tres anónimos conocidos como los anónimos *Bellermann*. El conocimiento de estas obras por parte de Gaffurio sí que es evidente en su última obra teórica, *De harmonia musicorum instrumentorum opus*, publicada en 1518[300].

Además escribió un tratado sobre cuestiones más prácticas de composición y contrapunto, *Practica musice* (1496)[301]. Aunque también estaba influido por los textos clásicos, este tratado nos interesa más como posible reflejo de la práctica musical del momento. Para nuestra discusión de Gaffurio nos centraremos en sus tres obras principales: *Theorica musice* (1492), *Practica musice* (1496) y *De harmonia musicorum instrumentorum opus* (1518).

---

[298] GAFFURIO, Franchino, *Theorica musice*, Ioannes Petrus de Lomatio, Milan, 1492; reprint ed., Broude Bros., New York, 1967. *The Theory of Music*, Traducción al inglés, introducción y notas por Walter Kurt Kreyszig, ed. por Claude Palisca, Yale University Press, New Haven, 1993.

[299] Brieno fue un teórico bizantino del siglo XIV, pero en tiempos de Gaffurio se le consideraba mucho más antiguo.

[300] GAFFURIO, Franchino, *De harmonia musicorum instrumentorum opus*, Gotardus Pontanus, Milan, 1518; reprint eds., Forni, Bologna, 1972; Broude Bros., New York, 1979. Aunque la obra fue publicada en 1518, parece ser que en 1500 ya existía una versión manuscrita que casi no sufrió modificaciones a pesar de los 18 años que pasaron hasta su publicación. Ver PALISCA, op. cit., 200-203.

[301] GAFFURIO, Franchino, *Practica musice*, Ioannes Petrus de Lomatio, Milan, 1496; reprint ed., Broude Bros., New York, 1979.

La obra teórica de Gaffurio es, en general, muy conservadora. Como tal, no aporta ideas nuevas importantes sobre los temas relevantes del momento. Sin embargo, Gaffurio es fundamental en el desarrollo de la teoría musical renacentista. Sus obras teóricas (*Theorica musice* y *De harmonia musicorum instrumentorum opus*) son enciclopédicas; en ellas intenta recopilar todo el saber (conocido) de la Antigüedad sobre temas musicales. En esto representa un precedente de lo que años más tarde hará Zarlino. En *Theorica musice*, Gaffurio todavía se basa fundamentalmente en Boecio, aunque introduce algunas ideas sobre la física aristotélica del sonido, procedentes sobre todo de las *Paráfrasis* de Themistius sobre el *De anima* de Aristóteles y, en menor medida, de los *Problemata* aristotélicos[302]. En *De harmonia* las fuentes se han ampliado enormemente debido, en su mayor parte, a las traducciones encargadas por él mismo. Para Palisca es precisamente este carácter enciclopédico y de interés por la Antigüedad lo más característico del humanismo musical.

Sus citas y comentarios –ante todo en *De harmonia*– sobre la obra de muchos autores griegos, se convirtieron en el punto de referencia sobre el tema para los escritores posteriores. Gaffurio fue el primero en dar a conocer, impresas y en latín, las divisiones tetracordales de Ptolomeo al mundo renacentista. Incluso después de la publicación de una traducción completa de los *Harmónicos* por Antonio Gogava en 1562, la exposición de Gaffurio seguía siendo la fuente principal sobre el tema. Otro ejemplo de su influencia posterior la vemos en su atribución errónea de los nombres de

[302] Gaffurio utiliza la traducción de este texto de Themistius (ca. 317-388 d. C.) hecha por Ermolao Barbaro y publicada en 1481. Los *Problemata* habían sido traducidos por Bartolomeo da Messina en el siglo XIII y Pietro d'Abano los había publicado, junto con un comentario, en 1475. Ver PALISCA, *Humanism*, op. cit., 199 y 231.

los tonos griegos a los modos eclesiásticos medievales. En esta cuestión le siguieron numerosos escritores posteriores, como Glareano[303].

4.2.2 Oposición al monocordio de Ramos

Gaffurio es un defensor a ultranza de la afinación pitagórica de Boecio. No obstante, también es el primer teórico en admitir que las nuevas proporciones de Ramos para las terceras ya habían sido propuestas por Ptolomeo y Dídimo. Como ya dijimos, Gaffurio manda traducir los *Harmónicos* de Ptolomeo. Las divisiones tetracordales que aparecen en los *Harmónicos* –incluidas las de Aristoxeno, Dídimo y Arquitas, además de las propias de Ptolomeo– son expuestas y debatidas en los capítulos 16-20 del libro II de *De harmonia*. Recordemos que Arquitas y Aristoxeno sí se habían conservado en el tratado de Boecio, muy bien conocido durante toda la Edad Media, pero la de Gaffurio es la primera alusión a Dídimo después de la época clásica. Las objeciones que Ptolomeo opuso a Aristoxeno, Arquitas y Dídimo son seguidas por Gaffurio más o menos fielmente, quien además incluye algunas propias[304].

De las divisiones tetracordales propuestas por Ptolomeo (y recogidas por Gaffurio) tres presentan proporciones que coinciden con las propuestas por Ramos para las terceras (5/4 y 6/5). Estas divisiones son:

---

[303] GLAREANO, Henricus, *Dodecachordon*, Henrichus Petri, Basle, 1547; reprint ed., Broude Bros., New York, 1967.

[304] En algunos momentos Gaffurio atribuye erróneamente a Ptolomeo objeciones a las divisiones tetracordales que son suyas propias. También se confunde en otros momentos, como cuando expone el género enharmónico en Dídimo, algo que no aparece en los *Harmónicos*. No obstante, en las cuestiones generales, que son las que nos interesan, Gaffurio es relativamente fiel a Ptolomeo. Para conocer más sobre las desviaciones entre Gaffurio y Ptolomeo ver: Palisca, *Humanism*, op. cit., 212-222.

- El diatónico sintónico, cuyas proporciones eran: 16/15, 9/8, 10/9. En esta división los dos intervalos superiores forman el intervalo definido por 5/4 (9/8x10/9=5/4).

- El cromático *malakon* (que Gaffurio llama *molle*), cuyas proporciones eran: 28/27, 15/14, 6/5. En esta división el trihemitono superior está definido por la proporción 6/5.

- El enharmónico, cuyas proporciones eran: 46/45, 24/23, 5/4. En esta división el ditono superior tiene proporción 5/4.

Las divisiones de Dídimo recogidas por Ptolomeo también presentan las proporciones justas de las terceras:

- El diatónico de Dídimo es: 16/15, 10/9, 9/8.

- El cromático de Dídimo es: 16/15, 25/24, 6/5.

Esta coincidencia entre las proporciones de la justa entonación y las de algunos tetracordios de Ptolomeo y Dídimo supondrá algo muy importante para los defensores de la justa entonación. Por primera vez podrán recurrir, en cierta manera, al criterio de autoridad citando a Ptolomeo, algo que hasta entonces estaba reservado exclusivamente a los defensores de la afinación pitagórica.

Volviendo a Gaffurio, resulta curioso que, después de haber explicado todo el razonamiento de Ptolomeo y las diferentes divisiones propuestas por él, Gaffurio se quede con la diatónica ditónica –es decir, con la diatónica de Boecio– a pesar de que Ptolomeo la consideraba una desviación de la más correcta diatónica sintónica.

Como vimos en el epígrafe dedicado a Ptolomeo (2.5.2), éste mencionaba también la división diatónica ditónica hecha a partir de dos tonos pitagóricos sucesivos y un leimma: 256/243, 9/8, 9/8[305]. Esta división era considerada una desviación imperfecta, ya que no cumplía la exigencia de superparticularidad en todos sus intervalos, de la división más perfecta diatónica sintónica. Era aceptable, según Ptolomeo, porque el intervalo superior difería muy poco (81/80) del correcto 10/9; lo mismo que difería el intervalo inferior 256/243, que no era superparticular, del intervalo correcto 16/15 que sí lo era.

Gaffurio también habla del parecido entre estas dos afinaciones, es decir, del parecido entre la afinación pitagórica y las proporciones defendidas por Ramos. Sin embargo, para Gaffurio es la afinación pitagórica la correcta. Las proporciones superparticulares de Ptolomeo y Ramos no son, para él, más que desviaciones matemáticamente bellas pero "metafísicamente" incorrectas.

Su convencimiento de la incorrección de las proporciones de Ramos se refleja en la crítica que le hace en el siguiente párrafo:

> Hinc falso arbitratus est Bartholomeus Ramis Hyspanus tertio tertii tractatus suae practicae circa finem qui integrum ditoni interuallum in chordotono sesquiquartae indifferenter ascribit dimensioni: [Iacobus fabri. in marg.] nam ut Iacobus faber inquit secunda tertii libri musicorum elementorum petitione Ditonus euenit inter serquitertiam et sesquiquartam medius: qui iccirco in duas sesquioctauas aequales diuiditur: ut hac probatione percipitur[306].

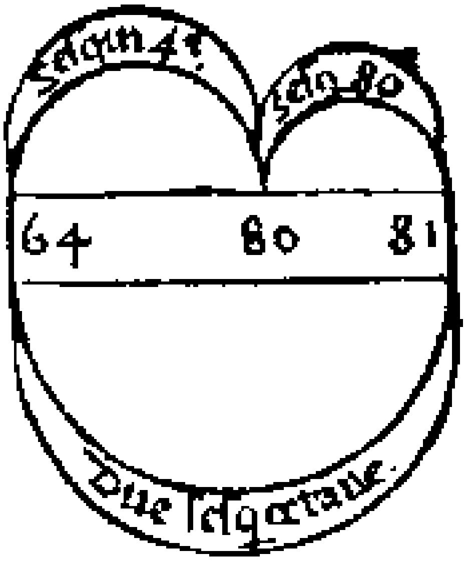
Gaffurio se dedica a comparar estos dos tipos de afinación exhaustivamente en el libro II de *De harmonia*, siempre tomando como modelo de perfección la afinación pitagórica. De esta manera compara la tercera mayor, la tercera menor, la sexta mayor y

---

[305] Ésta es la que se corresponde con la afinación diatónica, llamada posteriormente pitagórica, que transmite Boecio.

[306] GAFFURIO, *De harmonia*, op. cit., II, cap. 34.

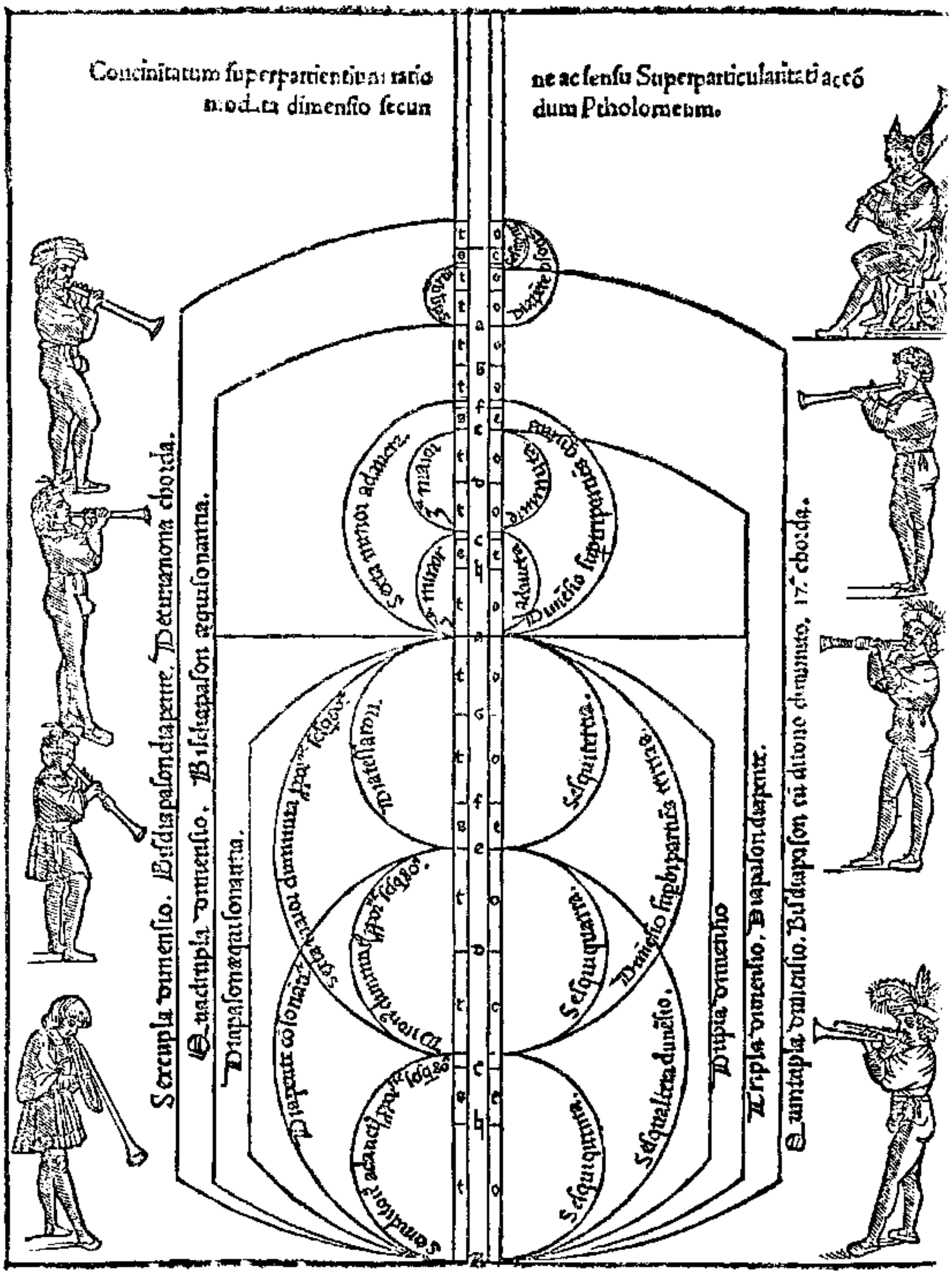
la sexta menor, llegando a la conclusión de que las proporciones de Ramos para todas ellas difieren de sus correctas proporciones pitagóricas en el intervalo definido por la proporción 81/80.



Comparación entre la proporción 5/4 (tercera mayor justa) y el ditono pitagórico de proporción 81/64.
El ditono pitagórico excede en 81/80 a la tercera mayor justa.

En el gráfico expuesto a continuación podemos ver un monocordio en el que las dimensiones de terceras y sextas según Ptolomeo –es decir, según la justa entonación– son comparadas con las dimensiones "correctas" (pitagóricas) de esos intervalos. El título del diagrama nos da una idea de la concepción de Gaffurio: *La dimensión de las consonancias superpartiens acomodada a través de la razón y la percepción a la superparticularidad, según Ptolomeo.*

Gafurius, De Harmonia Musicorum, f.LXIIIIv



Concinnitatum superpartientium ratione ac sensu Superparticularitati accommodata dimensio secundum Ptholomeum. (GAFFURIO, *De harmonia*, II, cap. 36).

Las consonancias superpartiens según la afinación pitagórica son terceras y sextas (en las proporciones 81/64, 32/27, etc.). La verdadera y correcta dimensión de estas consonancias es la pitagórica. Sin embargo, como nos dice Gaffurio, se pueden acomodar según la *razón* (*ratione*) y la *percepción* (*sensu*) a dimensiones superpaticulares. De esta manera el semiditono, en la proporción 6/5, se encuentra aumentado en 81/80 con respecto a su correcta dimensión (*semiditonus adauctus proportione sesquioctogesima*). El ditono, en la proporción 5/4, se encuentra disminuido en 81/80 con respecto a su correcta dimensión (*ditonus diminutio proportione sesquioctogesima*). La sexta menor, en la proporción 8/5, se encuentra aumentada en esa misma cantidad con respecto a su correcta dimensión (*sexta minor adaucta*) y la sexta mayor, en la proporción 5/3, también se encuentra disminuida en esa proporción con respecto a su correcta dimensión (*sexta maior diminuta proportione sesquioctogesima*).

El uso que Gaffurio hace de los términos *razón* y *percepción* en este título nos parece fundamental para comprender su concepción. Implícitamente, está insinuando que las proporciones superparticulares a las que se asemejan las consonancias de terceras y sextas están justificadas mediante la *razón* y la *percepción*; o lo que es lo mismo, son matemática y perceptivamente *bellas*. Las proporciones 5/4, 6/5, 5/3 y 8/5 presentan sencillez matemática, eso es evidente; pero además, la justificación de ellas que hace mediante la *percepción* casi la podríamos traducir con los términos *auditivamente consonantes*.

La justificación matemática se hace muy evidente en la gráfica presentada anteriormente y en el descubrimiento que en torno a ella hace Gaffurio. Nuestro autor se da cuenta de que dividiendo una cuerda en seis partes iguales, como en la gráfica, se consiguen, de grave a agudo, las siguientes consonancias: tercera menor (La-Do, 6/5), tercera mayor (Do-Mi, 5/4), cuarta (Mi-la, 4/3), quinta (la-mi, 3/2) y octava (mi-mi', 2/1), en la progresión aritmética 6, 5, 4, 3, 2, 1:

> His igitur ita deductis aperte perpicitur sesquiquintum spatium quod semiditono adaucto ascribitur si in grauiore chordotoni parte fuerit dimensum aequum erit spacio ditoni diminuti uidelicet sesquiquarto ei coniuncto in acutum atque diatessaron pariter spatium continuans coniunctim in acutum: inde diapente: postremo diapason erunt spatiis aequalia: quoniam cum longiores chordae maioribus numeris annotentur minor proportio ascribetur grauioribus sonis ut sit minor sesquiquinta inde sesquiquarta: tertio sesquitertia: quarto sesqualtera postremo dupla his scilicet numeris .6.5.4.3.2.1[307].

Lo que Gaffurio está exponiendo aquí es, precisamente, la especial propiedad de los números del 1 al 6 para contener las proporciones de las consonancias de Ramos. Y esto, en definitiva, no es más que el germen del *numero senario* de Zarlino, del que hablaremos posteriormente (ver 4.3.3 *La metafísica de la consonancia: el numero senario de Zarlino*). De esta manera y paradójicamente, Gaffurio –uno de los máximos detractores de las proporciones de la justa entonación– desarrolla un razonamiento en torno a los números 1 al 6 que se puede entender como un precedente del *numero senario* –concepto básico para la justificación de las proporciones de la justa entonación en la segunda mitad del siglo XVI. Y digo paradójicamente porque no deja de ser curioso que uno de los máximos detractores de las proporciones de la justa entonación constituya al mismo tiempo un precedente del concepto de *senario*, concepto éste íntimamente ligado a la justificación de las proporciones de la justa entonación.

A esta justificación matemática de las proporciones de Ramos por parte de Gaffurio hay que añadir también su discusión de las medias matemáticas. Además de

[307] Ibidem, II, 36.

las entonces muy conocidas medias aritmética, geométrica y harmónica, Gaffurio pone en relación por primera vez en occidente, después del tratado de aritmética de Nicómaco, otros tipos de medias matemáticas con la música. La primera de estas medias es llamada contraria a la harmónica[308] y divide la octava en tercera menor justa (6/5) y sexta mayor justa (5/3) en los números: 3, 5, 6. Sin embargo, una vez expuesta, Gaffurio no duda en decir que es inestable y vaga, ya que los intervalos que produce no son los correctos pitagóricos, sino que difieren de éstos en ese intervalo de 81/80.

> Rursus Tertia ipsa minor scilicet semiditoni spatium implens inter grauissimum sonum et medium (quanquam sensui assueta) excessiua est et superfluens: Nam sesquiquinta proportio semiditonum sesquioctogesima proportione [-f.LXXVIIIr-] supergreditur ut trigesimoquinto secundi pro ductum est. Media itaque huiusmodi Medietatis chorda quoniam et sextam maiorem praecise non implet et tertiam minorem excedit instabilis dicitur et uagans[309].

Aún sí, la presentación por parte de Gaffurio de esta media será importante para el desarrollo de la justa entonación. Zarlino volverá a hablar de ella, y para él sí será una media adecuada, ya que produce intervalos de la justa entonación.

En cuanto al otro término que señalamos anteriormente, *percepción* (*sensu*), hay que decir que la justificación mediante la percepción por parte de Gaffurio de las proporciones de la justa entonación no es tan evidente como la justificación matemática

---

[308] c es la media contraria a la harmónica entre x e y ($x > c > y$) si: $\frac{c-y}{x-c} = \frac{x}{y}$, y por tanto, $c = \frac{x^2 + y^2}{x+y}$. Recordemos que la media harmónica se definía como h, si: $\frac{x-h}{h-y} = \frac{x}{y}$.

[309] GAFFURIO, *De harmonia*, op. cit., III, cap. 8.

que acabamos de ver. De todas maneras, lo que sí es claro, es que Gaffurio admite la no utilización de las proporciones pitagóricas por parte de los músicos prácticos.

Gaffurio constata a menudo que, a la hora de afinar, los músicos prácticos temperan los intervalos pitagóricos. Es decir, no utilizan la afinación pitagórica exacta sino que la adecuan a la práctica. Esta adecuación se logra mediante el temperamento (*participata*) de ciertos intervalos. De esta manera podemos ver a Gaffurio afirmando que los organistas temperan las quintas disminuyendo ligeramente su tamaño:

> Tamen quinta ipsa (quod organistae asserunt) minimae ac latenits incertaeque quodammodo quantitatis diminutionem patienter sustinet quae quidem ab ipsis participata vocatur[310].

¿Qué ocurre cuando se disminuyen las quintas? Pues que las terceras se aproximan a su justa entonación. Por lo tanto, los músicos prácticos buscaban terceras más auditivamente consonantes que las pitagóricas. Éste, precisamente, será uno de los argumentos que utilizará Spataro para arremeter contra Gaffurio y su defensa del monocordio pitagórico. Si la afinación pitagórica fuese adecuada para la práctica, le dice Spataro a Gaffurio, los músicos no necesitarían temperar los intervalos. Esto ocurre, según Spataro, porque inconscientemente los músicos prácticos buscan las terceras justas de Ramos, no las pitagóricas.

Por otro lado, el mismo Gaffurio propone una división pitagórica del monocordio en el que ciertas terceras son más próximas a sus proporciones justas que las terceras pitagóricas. Gaffurio propone la colocación de la quinta del lobo entre las notas Si-Solф, y esto tiene consecuencias muy importantes.

---

[310] GAFFURIO, *Practica musice*, op. cit., III, cap. 3.

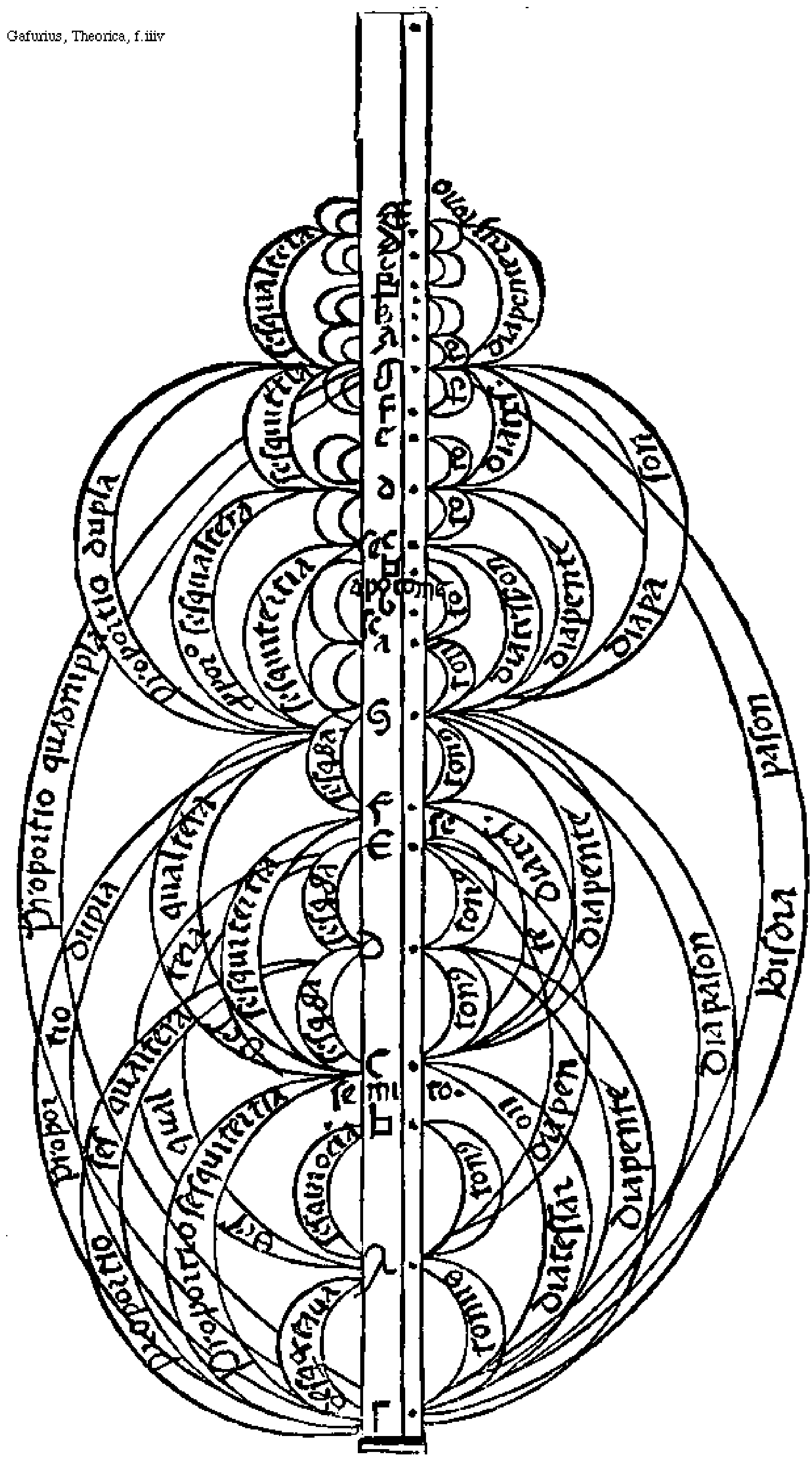
Gaffurio primero divide el monocordio en dos octavas, siguiendo la tradición clásica de Boecio, mediante los sonidos diatónicos. Después añade las notas alteradas. Las más comúnmente utilizadas en la época eran: Doσ, Miφ, Faσ, Solσ (a veces Laφ) y Siφ, como vimos, por ejemplo, en el caso de Ramos. Pero Gaffurio prefiere colocar solamente bemoles, y así añade las notas Siφ, Miφ, Laφ, Reφ y Solφ, todas ellas a partir de quintas justas. De esta manera la quinta del lobo, o falsa quinta, queda situada entre Si-Solφ[311].

Evidentemente, el Reφ era utilizado como Doσ, el Solφ como Faσ, y el Laφ como Solσ. Esto hace que aquellas terceras, tanto mayores como menores, que se formen entre estas notas alteradas y las naturales se acerquen mucho a la proporción justa. Es decir, las terceras La-Reφ, Reφ-Mi, Re-Solφ, Solφ-la, Mi-Laφ y Laφ-Si, que son relativamente bastante utilizadas, se aproximan mucho más a la proporción justa de la tercera mayor (5/4) y la tercera menor (6/5) que si el monocordio pitagórico hubiese sido afinado mediante Doσ, Faσ y Solσ.

---

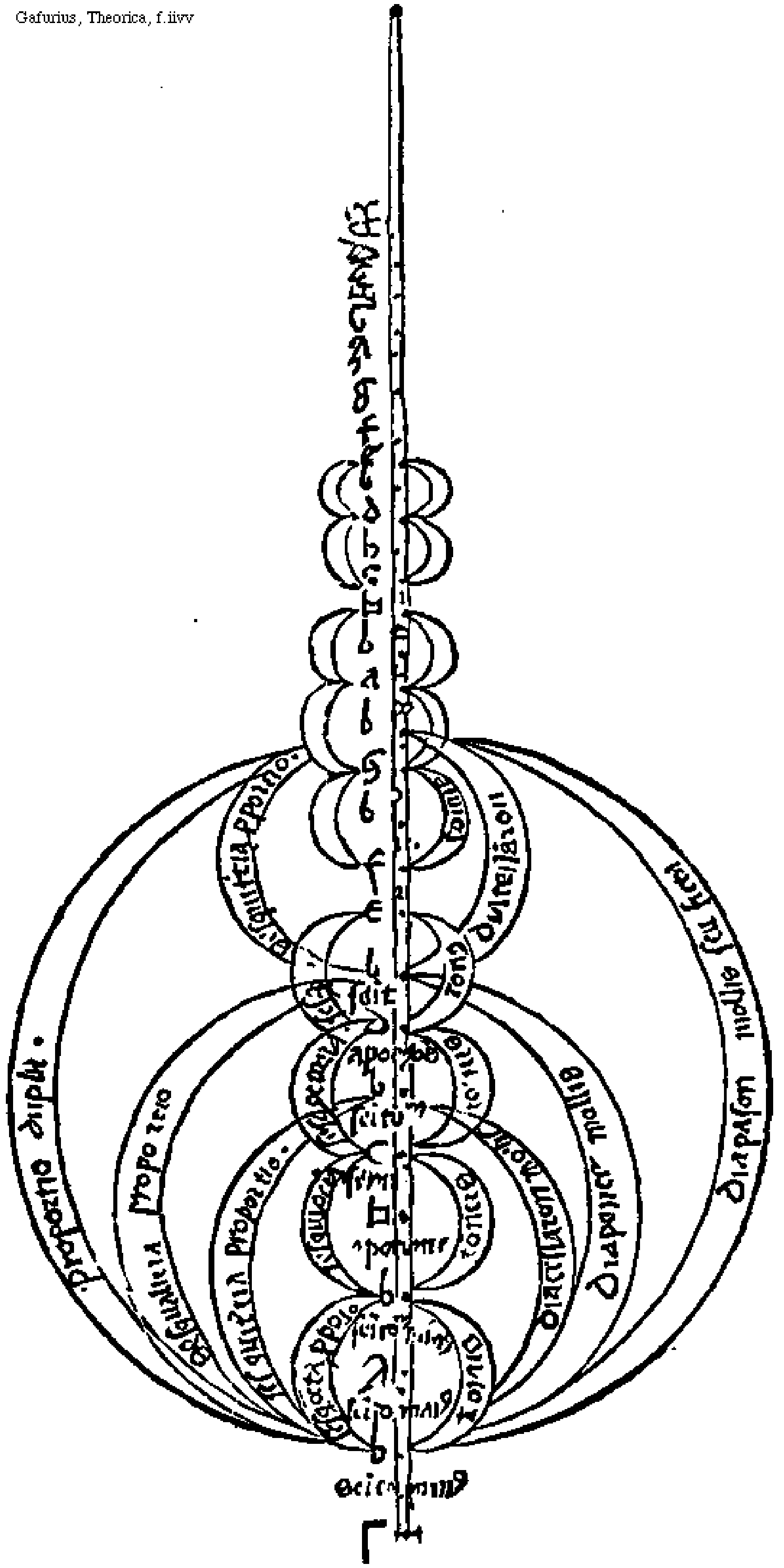
[311] Ver GOLDÁRAZ: *Afinación y temperamento*, op. cit., para una discusión más extensa de este tema.

Gafurius, Theorica, f.iiiv



División diatónica del monocordio. (GAFFURIO, *Theorica musice*, V, cap. 4).

Gafurius, Theorica, f.iivv



División del monocordio con notas alteradas. (GAFFURIO, *Theorica musice*, V, cap. 5)

A partir de todo lo expuesto anteriormente podríamos decir que Gaffurio defiende en términos teóricos, contra viento y marea, la afinación pitagórica. Pero a la hora de la verdad, por un lado admite la belleza matemática de las proporciones de Ramos; por otro lado, da cuenta del temperamento que sufren por parte de los músicos prácticos los intervalos pitagóricos; e incluso su propio monocordio busca, de manera inconsciente, terceras utilizables más próximas a las justas.

En estas condiciones le podríamos preguntar a Gaffurio: si las proporciones superparticulares de Ramos están justificadas mediante la razón y la percepción (*ratione ac sensu*), ¿qué es lo que impide que sean las verdaderas proporciones? ¿Por qué no son musicalmente correctas? ¿Por qué las auténticas proporciones de estas consonancias son las más complejas –y menos auditivamente consonantes– pitagóricas?

La respuesta sólo la podemos encontrar en la concepción metafísica eminentemente Platónica de Gaffurio. Esta concepción metafísico-musical de Gaffurio se refleja principalmente en cómo trata este autor el tema de la harmonía de las esferas. Gaffurio es un defensor convencido de la sonoridad harmónica de los cielos. El tema de la harmonía de las esferas ha sido ampliamente tratado por Palisca en el ya citado *Humanism in Italian Renaissance Musical Thought* (cap. 8), por lo que nosotros no lo abordaremos y nos limitaremos a remitimos a este estudio.

4.2.4 Clasificación de intervalos en consonancias y disonancias

Sobre la clasificación de los intervalos en consonantes y disonantes, podemos ver en Gaffurio dos versiones muy distintas y en cierta manera contradictorias entre sí, presentadas en *Theorica musice* y *Practica musice*. En su *Theorica musice*, el primero de los tres tratados importantes a los que nos estamos refiriendo, el asunto es abordado desde un punto de vista muy teórico y ligado a la tradición clásica de Boecio.

En su *Practica musice*, donde trata cuestiones más prácticas y propone reglas para la composición del contrapunto, habla en términos de *concordantia* y *discordantia*. Concordantes son los intervalos que se pueden utilizar armónicamente para el contrapunto, y por tanto, entre ellos incluye unísono, tercera, quinta y sexta, pero no la cuarta.

> At concordantiarum huiusmodi Aliae simplices et primariae: quae scilicet inter septem essentialiores et discretos sonos concipiuntur vt Vnisonus: tertia: quinta: et sexta. Aliae replicatae et secundariae vt octaua: decima: duodecima: et tertiadecima[312].

La cuarta merece un trato especial. Es una consonancia pero por sí sola es disonante.

> Diatessaron enim consonantia et si simplex ducta dissona sit: coniuincta tamen concordi commixtioni concordem efficit cum extremis medietatem: quasi harmonicae medietatis proxima sit et particeps[313].

Es decir, sólo se admite como consonancia cuando completa a otra consonancia en una composición a más de dos voces. La cuarta puede aparecer entre voces superiores si en el grave aparece una consonancia (quinta o tercera). Pero es una consonancia: "Diatessaron est consonantia quattuor sonis duos tonos et minus semitonium circumscribentibus ducta." (*Practica musice*, lib. I, cap. 5).

---

[312] GAFFURIO, *Practica musice*, op. cit., III, cap. 2.

[313] Ibidem, III, cap. 2.

Gaffurio se plantea este doble comportamiento de la cuarta en el capítulo sexto del libro III de *Practica music*e: *Quare Quarta inter medium sonum et acutiorem concordat: discordatque inter medium et grauiorem*. En principio, como ya hemos dicho, la cuarta es una consonancia, pero la realidad es que entre voces inferiores se utiliza como una disonancia. De esto es consciente Gaffurio e intenta dar una explicación que en sí no es demasiado importante, pero que debido a las fuentes que utiliza es muy significativa para nuestro estudio.

La explicación de Gaffurio para el doble comportamiento de la cuarta se basa en los *Problemata* aristotélicos[314], un texto clásico que había sido traducido por Bartolomeo da Messina en el siglo XIII y que Pietro d'Abano había publicado, junto con un comentario, en 1475[315]. Este texto es fundamental para el desarrollo de la teoría clásica de la consonancia basada en la coincidencia de pulsos, que ya vimos el hablar de la Antigüedad Clásica. Había pasado desapercibido para los teóricos musicales durante toda la Edad Media y la mención a él por parte de Gaffurio es la primera hecha por un músico occidental después de la época Clásica[316].

Según el problema aristotélico 19.21, cuando el cantor desafina en las notas agudas es menos desagradable que cuando lo hace en notas graves. La explicación que se da a este problema es que las disonancias en sonidos graves, al deberse a un movimiento más lento (se puede entender que con menor frecuencia de impactos en el oído), son más perceptibles que en sonidos agudos. Gaffurio deduce entonces, que la discordancia de la cuarta se escucha más entre sonidos graves que entre sonidos agudos,

[314] Ver 2.4.2 *La nueva teoría peripatética sobre el sonido y la consonancia*.

[315] PALISCA, *Humanism*, op. cit., cap. 3.

[316] Este argumento es utilizado por primera vez en *Theoricum opus music*e *discipline* (1480), una primera versión de *Theorica music*e. PALISCA, *Humanism*, op. cit., p. 196.

por lo que es tolerada entre las partes medias y agudas de la composición, pero no entre las graves.

> Namque acutiores soni velocioribus motibus generantur. Inde et grauioribus quos tardior educit motus debiliores sunt. vt primo secundi theoricae descripsimus. Qua re et ipsa velocitate debilior effecta in acutum latet discordantia quartae. Secus quum in grauioribus concipitur sonis: tunc enim nota est et ad aures iniucundam reddit sonoritatem: ob motuum tarditatem quam Boetius noster primo musicae grauioribus sonis asserit inesse: [Boetius, Aristoteles in marg.] Tarditas enim plus temporis naturaliter sibi vendicauit quam celeritas. hinc potest in grauioribus sonis amplius discordari: consequenterque discordantia percipi magis nota: quod Aristotelis est vigessimoprimo problemate partis harmonicae. Iccirco in grauibus ipsis sonis quartae huiusmodi discordiam contapunctus non sustinet[317].

Las terceras y sextas (y sus compuestas) son llamadas imperfectas, según Gaffurio, por la variedad que presentan entre su forma mayor y su forma menor. Las consonancias perfectas, al contrario, sólo pueden presentarse en una forma. Pero la verdadera razón de la clasificación en perfectas e imperfectas de Gaffurio se debe al uso que se hace de ellas en el contrapunto. Como vemos, Gaffurio sigue presentando la clasificación en consonancias perfectas e imperfectas atendiendo a razones puramente prácticas, de uso en la composición.

La primera regla para la composición del contrapunto que presenta nuestro autor es que éste debe comenzar con consonancias perfectas. Pero luego añade Gaffurio que esta regla no es obligatoria y propone ejemplos de cantilenas que comienzan en tercera o sexta. Esto quiere decir que hasta no hacía mucho tiempo esta regla era válida (comparar con Philippe de Vitry), pero que a finales del siglo XV las consonancias llamadas imperfectas estaban ganando terreno, y que ya podían, por ejemplo, comenzar

[317] GAFFURIO, *Practica musice*, op. cit., III, cap. 6.

el contrapunto. Otra regla impide que se sucedan varias consonancias perfectas de la misma especie (varias quintas o varias octavas). Tienen que ir intercaladas con concordancias imperfectas. Éstas últimas sí pueden aparecer en serie. Gaffurio también presenta reglas de conducción de voces al estilo de los tratados del siglo XIV.

Pero otro punto muy interesante para nuestro estudio es que, según Gaffurio, el contrapunto a dos voces sólo puede terminar en concordancia perfecta: unísono, quinta u octava:

> Prima enim regula est quod principia vniuscuiusque cantilenae sumantur per concordantias perfectas videlicet vel in vnisonum: vel in octauam: vel in quintamdecimam: seu etiam in quintam ac duodecimam: quas et si perfectae minime sint: ipsa tamen suauiore sonoritate perfectis ascribunt. Verum hoc primum mandatum non necessarium est: sed arbitrarium: namque perfectionem in cunctis rebus non principijs sed terminationibus attribuunt. Inde et imperfectis concordantijs cantilenarum exordia Plerique instituerunt.
>
> Secunda regula est quod duae perfectae species eiusdem generis non possunt consequenter et immediate simul ascendendo vel descendendo in cantilena consititui.
>
> Octaua et vltimam Regula est quod omnis Cantilena debet finiri et terminari in concordantia perfecta videlicet aut in vnisono vt Venetis mos fuit. aut in octaua aut in quintadecima: quod omnis musicorum scola frequentius obseruat gratia harmonicae mediocritatis perficiendae[318].

Las discordancias son segunda, cuarta y séptima. Cada una de ellas debe resolver correctamente en unísono, quinta y octava.

> [...] vel secunda quum ex tertia in vnisonum peruenitur: vel quarta quum in quintam prodeunt: vel septima quum ad aequisonantem octauam prosiliunt[319].

[318] Ibidem, III, cap. 3

[319] Ibidem, III, cap. 4.

Podemos deducir que las consonancias imperfectas (terceras y sextas), que en el siglo XIV estaban muy por debajo de las perfectas en cuanto a su capacidad de uso en el contrapunto, van adquiriendo nuevas posibilidades. Ya son capaces de comenzar una cantilena, aunque todavía no son capaces de terminarla.

En *Theorica musice* el tema de la clasificación de los intervalos es abordado desde un punto de vista muy distinto. Gaffurio cita la clasificación de Ptolomeo de los intervalos, tomando como fuente seguramente a Boecio, ya que por entonces todavía no disponía de la traducción de los *Harmónicos*. Los intervalos pueden ser unisonancias, equisonancias, consonancias, intervalos melódicos (*emmele*), disonancias e intervalos no melódicos (*ekmele*). Pero entre las consonancias no nombra a la cuarta y a la octava más cuarta, cosa que sí hacía Ptolomeo.

> Sed Phtolomeum coniunctarum uocum differentias hoc ordine legimus contractasse Voces inquit inter se uel unisonae sunt: [Phtolomeus in marg.] uel nonunisonae. Non unisonarum uocum Aliae quidem sunt aequisonae: Aliae consonae: Aliae emmeles: Aliae dissonae: Aliae exmeles. Vnisonae enim sunt quae unum atque eundem singilatim pulsae reddunt sonum: Equisonae autem sunt quae simul pulsae unum ex duobus atque simplicem quodammodo efficiunt sonum: ut est diapason et Bisdiapason. Consonae uero sunt quae compositum ac permistum sonum efficiunt et suauem ut diapente et diapasondiapente. Emmelles sunt quae cum consonae non sint recte tamen aptantur ad cantilenam: ut sunt quae consonantias iungunt. dissonae sunt que non permiscent sonos atque insuauiter feriunt sensum Exmelles uero sunt quae non recipiuntur in consonantiarum coniunctione[320].

Sin embargo, la cuarta sí aparece definida como consonancia en la mayoría de las ocasiones. Gaffurio se plantea el problema de la octava más cuarta. Según él no es

[320] GAFFURIO, *Theorica musice,* op. cit., II, cap. 2.

auditivamente consonante ya que tampoco presenta consonancia en su proporción, es decir –según el criterio de Boecio, aunque Gaffurio no lo mencione– la diferencia entre los términos de su proporción no es un factor de estos mismos términos[321]:

> Non igitur auribus consonat diapassondiatessaron: quia eiusdem proportionis terminorum differentia non est utrorumque mensura comunis[322].

Dicho en otras palabras, la proporción de la octava más cuarta no es ni múltiple ni superparticular. Y éste es un requerimiento básico para la consonancia, como nos dice Gaffurio citando el problema aristotélico 19.41:

> Ex multiplici itaque et Superparticulari musicas consonantias conduci atque procreari concludunt Pythagorici atque Platonici: [Pythagorici, Platonici in marg.] quibus et Aristotiles ipse quadragessimo primo problemate partis harmonicae assentire facile uidetur[323].

Pero Gaffurio también expone los argumentos a favor de la consonancia de octava más cuarta de Ptolomeo. Al final, el lector no sabe muy bien cual es la opinión de Gaffurio, porque, a pesar de reiterar que para el oído no es consonante, en el último párrafo del capítulo 5 del libro II parece admitir este intervalo en consideración:

> Ea igitur diapasondiatessaron obseruatione fere concinendo custodiemus: qua et diatessaron simplicem concentus obseruat[324].

---

[321] La proporción de la octava más cuarta es 8/3. 8-3=5 y 5 no es un factor ni de 8 ni de 3.

[322] GAFFURIO, *Theorica musice*, op. cit., II, cap. 5.

[323] Ibidem, IV, cap. 1.

[324] Ibidem, II, cap. 5.

De todas maneras, en ningún momento se menciona la consonancia o concordancia de terceras y sextas en *Theorica musice*.

En otros momentos del *Theorica musice* todavía se ven resquicios de esa concepción del término consonancia desde un punto de vista exclusivamente teórico y aritmético. En numerosas ocasiones, como en el párrafo citado a continuación, podemos observar cómo llama Gaffurio consonancia no sólo al intervalo de cuarta, sino incluso al tono pitagórico de proporción 9/8:

> EArum quae consonantias generant proportionum naturam aggredi operepreciu m est. Tres quidem sunt in Multiplici genere scilicet Dupla Tripla: et Quadrupla. Tresque in Superparticulari uidelicet Sesqualtera Sesquitertia et Sesquioctaua[325].

Evidentemente, en estas ocasiones el término consonancia no implica la noción de *biensonancia*, sino que hace referencia solamente a un concepto teórico de intervalo básico (y de proporción sencilla) del sistema pitagórico.

Hasta ahora hemos visto cómo aborda Gaffurio este tema desde dos puntos de vista fundamentales. El más teórico, el presentado en *Theorica musice*, utiliza los términos *consonantia*/*dissonantia*, y debido a su carácter teórico en ocasiones el tono 9/8 es incluido entre las consonancias. El más práctico, el presentado en *Practica musice*, utiliza los términos *concordantia*/*discordantia*, que se relacionan directamente con la percepción de *biensonancia*. Ésta es la misma idea que ya aparecía claramente en el caso del Anónimo *Quatuor principalia*, aunque, en principio, Gaffurio los separa en dos tratados diferentes.

Sin embargo, estos dos enfoques son englobados dentro de una teoría común de la consonancia en su último y más completo tratado, *De harmonia instrumentorum*. Hay

[325] Ibidem, III, cap. 8.

intervalos que son racionales según el arte y la naturaleza, es decir, que presentan proporciones matemáticas sencillas y además son agradables al oído. Éstos son las consonancias perfectas, las consonancias del sistema pitagórico: cuarta, quinta, octava, octava más quinta y doble octava:

> Rationabiliter iccirco diximus quoniam Aliae secundum naturam et artem proportionabiliter eueniunt ut diatessaron et diapente atque diapason ac reliquae habitudines: quae sonos in sonoro disponunt instrumento auribus bonam et suauem concordiam afferentes: et hae quidem excellentiores sunt atque perfectiores. sunt enim quinque diatessaron scilicet ac diapente: diapason: diapasondiapente et disdiapason. [Pythagoras in marg.] has quidem Pytharoras in malleorum examine rationabiliter considerauit quod ultimo primi theoricae nostrae traditum [-f.Vr-] est. Dicibiles enim sunt quoniam earum ratio dici potest[326].

Otros intervalos son racionales solamente según el arte. Presentan una proporción sencilla pero no son agradables al oído. Éste es el caso del tono de proporción 9/8:

> Tonus autem secundum artem proportionabiliter disponitur: quanquam auribus naturaliter sonoritate dissentiat: Epogdoa namque circinni dimensione in sonora chorda semper conducitur et ubique[327].

También hay intervalos racionales según la naturaleza pero irracionales según el arte. Éstos son las terceras y las sextas; suenan bien, pero no tienen proporciones sencillas. Son consonancias imperfectas:

---

[326] GAFFURIO, *De harmonia*, op. cit., I, cap. 3.

[327] Ibidem, I, cap. 3.

> Alie item sonorum commixtiones sunt: quae potius natura quam huiusmodi ratione conducuntur ut ditonus incompositus et trihemitonium incompositum: ac diapente cum tono: et diapente cum semitonio: quarum extremi soni cum minoris sint excellentie ac nullius admodum perfectionis quippe quae diastematica circinni circumdutione nullatenus sonoram proportionabiliter conueniunt chordam sese inuicem compatiuntur: aures imperfecta ac suspensa nutrientes melodia[328].

Como vemos, Gaffurio presenta una clasificación muy similar a la que vimos en *Quatuor principalia*, monstrando claramente el problema de adecuación entre el sistema pitagórico y el nuevo sistema harmónico basado en la tercera.

4.2.5 Recuperación de las teorías clásicas sobre producción y transmisión del sonido y sobre la percepción del fenómeno de consonancia

Gaffurio dedica los cuatro primeros capítulos del libro II de su *Theorica musice* a la física del sonido y a las teorías clásicas sobre la percepción de la consonancia. Esto es algo importantísimo ya que parece ser el primer autor postclásico occidental en recoger estas teorías, que habían pasado desapercibidas durante tanto tiempo para los estudiosos medievales.

En el II libro, capítulo 4, "*De formatione Consonantiae*", Gaffurio recopila las principales teorías clásicas en torno a la transmisión del sonido, así como sobre la percepción de la consonancia. El sonido es producido al ser golpeado el aire. Pero no es el aire lo que se mueve hacia el oído del oyente, sino que es simplemente el medio por el que se transmite el sonido en forma ondulatoria, como impulsos sucesivos. Para aclarar esto Gaffurio pone el ejemplo de las ondas producidas en el agua al tirar una

[328] Ibidem, I, cap. 3.

piedra. Ésta es la principal teoría de producción y transmisión del sonido en la Grecia Clásica, como ya vimos, y la principal expuesta por Gaffurio:

> [...] aerem primo insonantem non abiungi posuit ita ut ad auditum ipse accedat: sed proximum sibi et continuum aerem commouere: atque hunc subinde alium excitare: more quo in ipsis fluctibus cernitur: in quibus alter alterum trudit et pulsus obiter sequentem impellit. Quom enim paludibus uel quietis a quis iactum eminus saxum immergitur prius in paruissimum orbem undam colligit maioribus deinde orbibus undarum globos spargens: usque dum defatigatus motus ab eliciendis fluctibus conquiescat: semper enim posterior et maior undula diffunditur: sed si crescentibus undulis appossitum fuerit offendiculum: statim motus ille reuertitur et quasi ad centrum unde profectus fuerat eisdem undulis rotundatur. Ita quoque cum aer pulsus fecerit sonum pellit alium proximum et quodammodo rotundum fluctum aeris ciet: atque ita diffunditur et omnium circumstantium simul ferit auditum[329].

Gaffurio también expone la teoría corpuscular, material, defendida por los estoicos, por Demócrito y por Epicuro. No obstante esta segunda teoría parece no tener continuación, mientras que la primera da lugar a toda una teoría de la percepción de la consonancia musical.

A continuación Gaffurio recoge la famosa explicación de Platón del fenómeno de percepción de consonancia. El sonido más agudo llega antes al oído y produce en él un movimiento interno. Cuando el sonido más grave y lento entra en el oído, el movimiento anteriormente producido por el sonido agudo ya ha perdido velocidad y ambos movimientos se presentan como similares:

> [...] fit uero auribus ipsa consonantia secundum Platonem hoc modo: quom acutior sonus qui uelocior est grauem praecesserit in aurem celer ingreditur: offensaque extrema eiusdem corporis

[329] GAFFURIO, *Theorica musice*, op. cit., II, cap. 4.

> parte quasi pulsus iterato motu reuertitur: sed iam segnior nec ita celer ut primo impetu emissus aduenit: quo circa acutior ipse sonus nunc grauior rediens sono primum graui uenienti similis occurrit misceturque ei unam efficiens consonantiam[330].

Pero Nicómaco parece no estar de acuerdo y Gaffurio expone su opinión al respecto. La teoría de la percepción de la consonancia que Gaffurio atribuye a Nicómaco es la que aparece en Boecio. El sonido es visto como una sucesión de impulsos que se transmiten ondulatoriamente a través del aire. Los sonidos más agudos presentan un movimiento más rápido o frecuente, mientras que los más graves se corresponden a un movimiento más lento o menos frecuente. Al llegar esos impulsos al oído es donde se produce el fenómeno de percepción de consonancia. Si los impulsos de los dos sonidos son conmensurables entre sí, es decir, si gran parte de los impulsos coinciden, entonces el oído percibe esas coincidencias (ese orden interno) y los sonidos serán consonantes:

> Hinc itaque Nicomachus ipse fieri consonantiam putans inquit: non unus tantum pulsus est qui simplicem modum uocis emittit: sed semel percussus neruus saepius aerem pellens multas efficit uoces: Verum quia ea uelocitas est percussionis: ut sonus sonum quodammodo compraehendat: distantia non sentitur: et quasi una uox auribus uenit. Si igitur grauium sonorum percussiones sint acutorum percussionibus commensurabiles: ut in maleorum proportionibus: non est dubium quin ipsa commensuratio sibi inuicem commista unam efficiat uocum consonantiam[331].

A pesar de que Gaffurio expone estas teorías más científicas sobre la transmisión del sonido y la percepción de la consonancia, hay que pensar que el ánimo que le impulsó a ello es ante todo la acumulación del conocimiento, no el interés científico. El

[330] Ibidem, II, cap. 4.

[331] Ibidem, II, cap. 4.

carácter general de la obra de Gaffurio es, como ya dijimos, recopilatorio y enciclopédico. Presenta teoría contradictorias entre sí, por lo que en ocasiones es difícil saber qué es exactamente lo que Gaffurio pensaba al respecto. Sin embargo, algunas cuestiones sobre su pensamiento están muy claras. Desde luego él era un defensor a ultranza de la afinación y metafísica pitagóricas. Las verdaderas proporciones de las terceras y sextas eran las que se desprendían del monocordio pitagórico. Aunque, sin embargo, esto parece estar en contradicción con otras cuestiones expuestas también en sus tratados.

Como recopilador, los puntos más interesantes que expone Gaffurio son, por un lado, las divisiones tetradordales de Ptolomeo, que supondrán una excelente excusa para los defensores de la justa entonación, y por otro lado la teoría científica de la consonancia de coincidencia de pulsos. Esta teoría estaba presente en Boecio (quien dice tomarla de Nicómaco), por lo que, en principio, era accesible a todo el mundo durante toda la Edad Media. Sin embargo, no se le prestó atención hasta que Gaffurio lo hace. Es cierto que el tratamiento de Gaffurio es simplemente recopilatorio, pero indica un cierto cambio de interés en el mundo intelectual.

4.3 FOGLIANO, ZARLINO Y SALINAS

Las nuevas proporciones de Ramos tardaron algún tiempo en ser comúnmente aceptadas. En el siglo XVI muchos teóricos aún defendían las proporciones pitagóricas de Boecio, como Franchino Gaffurio –de quien hemos hablado ya ampliamente– o Pietro Aaron[332]. Sin embargo, la justa entonación fue encontrando su camino a través de los tratados de Fogliano, Zarlino y Salinas[333].

Al mismo tiempo se fueron recuperando los fundamentos teóricos clásicos de la ciencia harmónica griega, pero ahora aplicados al nuevo sistema harmónico en el que las terceras y las sextas, en las nuevas proporciones de Ramos, habían pasado a ser

---

[332] AARON, Pietro, *Toscanello in musica*, Venezia, 1539. Facsimile edition by Georg Frey, *Documenta musicologica* I, 29, Kassel, 1970.

----------------, *Libri tres de institutione harmonica*, Bononiae, In aedibus Benedicti Hectoris Bibliopolae Bononiensis, 1516; reprint ed., Broude Bros., New York, 1978.

[333] Los principales tratados de estos tres autores son:

FOGLIANO, Lodovico, *Musica theorica*, Io. Antonius et Fratres de Sabio, Venice, 1529; reprint ed., Forni, Bologna, 1970.

ZARLINO, Gioseffo, *Le Istitutioni harmoniche*, Francesco dei Franceschi Senese, Venecia, 1558.

-----------------, *Dimostrationi harmoniche*, Francesco dei Franceschi Senese, Venecia, 1571.

SALINAS, Francisco, *De musica libri septem*, Mathias Gastius, Salamanca, 1577. Biblioteca de la Universidad de Salamanca, 40317. *De musica*, facsímil por M. S. Kastner, Kassel, 1958. *Siete libros sobre la música*, Traducción española por Ismael Fernández Cuesta, Alpuerto, Madrid, 1983.

consonantes. Veamos por encima cuáles fueron los fundamentos sobre los que se basó el desarrollo de la justa entonación[334].

4.3.1 Las teorías aritméticas de la consonancia

Las teorías aritméticas de la proporción y la proporcionalidad, presentes en el tratado *De musica* de Boecio, se recuperan totalmente, ahora aplicadas a las nuevas proporciones de los intervalos. Recordemos que en el tratado de Boecio aparecían cinco tipos de proporciones y los tres tipos principales de medias matemáticas de la aritmética griega, ya expuestas en el fragmento de Arquitas del siglo V a. C[335].

De los cinco tipos de proporciones, recordemos los tres más importantes para la harmónica:

- Múltiple: $\frac{n}{1}$.

- Superparticular: $\frac{n+1}{n}$.

- Superpartiente: $\frac{n+m}{n}$. (n y m son números naturales en todas ellas y $m<n$).

[334] Una buena descripción del sistema de la justa entonación y su desarrollo desde Ramos hasta Salinas (e incluso más allá) la podemos encontrar en GOLDÁRAZ, *Afinación y temperamento*, op. cit., pp. 33-63. Ver también: BARBOUR, *Tuning and Temperament*, op. cit.

[335] Esta teoría de la proporción y la proporcionalidad la podemos encontrar en NICOMACO, *Introduction to Arithmetic*, op. cit., I, 23. BOECIO, *De musica*, op. cit., lib. I, cap. 31. GAFFURIO, *Theorica musice*, op. cit., III, 3. FOGLIANO, *Musica theorica*, op. cit., I, 4. ZARLINO, *Le istitutioni harmoniche*, (1558), op. cit., lib. I, cap. 36-40. SALINAS, *De musica*, op. cit., lib. I, cap. 21-25.

Además, en los escritos de la tradición pitagórica se había establecido la necesidad de proporciones múltiples o superparticulares (llamadas *epimóricas* en la terminología griega) para las consonancias. Esta teoría aritmética de la consonancia había aparecido por primera vez de manera explícita en *Sectio Canonis*, y desde entonces se había convertido en una constante de los escritos sobre ciencia harmónica de la Antigüedad (Nicómaco, Ptolomeo, Boecio). La teoría había dejado de tener sentido a lo largo de la Edad Media, cuando las terceras se habían convertido en consonancias pero sus proporciones continuaban siendo las nada sencillas proporciones pitagóricas.

Sin embargo, una vez que la terceras habían adoptado las nuevas proporciones de Ramos, que sí se adaptaban al requisito de la superparticularidad, la teoría volvía a tener sentido. En los tratados renacentistas de Fogliano, Zarlino y Salinas la volvemos a encontrar.

Por otro lado se recupera también la teoría de las medias matemáticas. Recordemos por encima cómo son las tres medias matemáticas principales. De todas maneras, las trataremos con más profundidad en 4.3.6 *La teoría de la consonancia de Salinas*.

Media aritmética

Tres números ($x > a > y$) en sucesión aritmética, responden a la forma:

$$x - a = a - y$$

Por lo tanto, la media aritmética entre dos números dados (x, y) es:

$$a = \frac{x + y}{2}$$

Media geométrica

Tres números ($x > g > y$) en sucesión geométrica, responden a la forma:

$$\frac{x}{g} = \frac{g}{y}; g^2 = xy; g = \sqrt{xy}$$

Por lo tanto, la media geométrica es:

$$g = \sqrt{xy}.$$

Como se ve, g será un número racional sólo en contadas ocasiones. No lo será nunca cuando pretendamos dividir los intervalos superparticulares de la justa entonación.

Media harmónica

Tres números ($x > h > y$) en sucesión harmónica responden a la forma:

$$\frac{x-h}{h-y} = \frac{x}{y}; y(x-h) = x(h-y); yx - yh = xh - xy; xh + yh = 2xy; h = \frac{2xy}{x+y}$$

Por lo tanto, la media harmónica es:

$$h = \frac{2xy}{x+y}.$$

Aunque éstas son las tres medias matemáticas principales aplicadas a la harmónica desde la Antigüedad Clásica, Zarlino incluye en su tratado *Dimostrationi harmoniche* de 1589 una más, la contraria a la harmónica (*contr'harmonica*). La proporcionalidad contraria a la harmónica había sido expuesta por Gaffurio (ver 4.2.2), quien la consideraba imperfecta por no conseguir intervalos pitagóricos. Sin embargo, este tipo de proporcionalidad permite dividir la octava en dos intervalos propios de la justa entonación, por lo que Zarlino también la trata.

Se saranno tre Quantità sonore ordinate l'una dopo l'altra di tal sorte, che tra le due minori si troui maggior proportione di quella, ch'è contenuta tra le due maggiori; & quella che si troua tra le due estreme, s'assimigli à quella ch'è posta tra le differenze, le quali sono tra la maggiore & la mezana, & tra questa & la minore; tal'ordine si dirà fatto secondo la proportionalità Contr'harmonica[336].

La proporcionalidad contraria a la harmónica consiste en hallar una media, de tal manera que las dos diferencias (entre el término mayor y el intermedio, y entre el intermedio y el menor) formen una proporción inversa a la proporción inicial (la formada por los extremos). Esto ocurre, por ejemplo, entre los números 6, 5, 3. Las dos diferencias (6-5 = 1 y 5-3 = 2) forman la proporción 1/2, que es inversa a la proporción entre los extremos (6/3 = 2/1).

Entonces, tres números ($x > c > y$) en sucesión contraria a la harmónica responden a la forma:

$$\frac{c-y}{x-c} = \frac{x}{y}; x(x-c) = y(c-y); x^2 - xc = yc - y^2; xc + yc = x^2 + y^2; c = \frac{x^2 + y^2}{x+y}$$

Por lo tanto, la media contraria a la harmónica es:

$$c = \frac{x^2 + y^2}{x+y}$$

Como vemos, esta proporcionalidad permite dividir la octava en una tercera menor justa y una sexta mayor justa: 6/5/3.

La proporcionalidad harmónica se convierte, en los escritos de Fogliano, Zarlino y Salinas, en el método fundamental para conseguir los intervalos de la justa entonación. Como veremos más adelante (ver 4.3.3, *La teoría de la consonancia de*

[336] ZARLINO, *Dimostrationi harmoniche*, (1589), op. cit., I, def. 14.

Salinas), la proporcionalidad harmónica permite hallar no sólo los intervalos de quinta y cuarta a partir de la octava (como ya habían descubierto en la Antigüedad) sino que también permite hallar la tercera mayor y la tercera menor justas a partir de la quinta.

4.3.2 La revitalización de la faceta matemática de la harmónica: el *numerus sonorus* de Fogliano

Como hemos visto, el humanismo revitaliza enormemente la faceta matemática de la harmónica. Esto se refleja claramente en el concepto de *numerus sonorus*, que, según Fogliano, constituye el objeto de estudio de la ciencia música (*mvsicae facvltatis svbiectvm*).

> Mvsicae facvltatis svbiectvm: Quod: Numerus sonorus: appellatur: nihil aliud est: nisi numerus partium sonori corporis: utputa: chordae: Quae numeri ac discreti accipiens rationem: nos certiores reddit de quantitate soni ab ea producti: Tantum enim esse iudicamus sonum: Quantus est: qui chordam metitur numerus: unde per numerum cognita secundum longitudinem quantitate chordae: cuius crassitudo ac densitas sit uniformis et regularis: statim possunt: a nobis soni secundum certas ac determinatas grauis et acuti proportiones adinuicem comparari: nam intensa chorda: in quinque partes aequales si forte signetur: eiusque portio: quae est: ut tria: et illa quae est: ut duo: per ponticulum distinctae: simul percutiantur: Tunc uere sciemus quod inde prouenientes soni sesquialtera commensurantur proportione: et hac eadem uia quascunque alias secundum acutum et graue sonorum differentias inuestigamus: Quibus differentiis in nostram cognitionem sic primo uenientibus: uarias postea de illis demonstramus passiones: Et quia haec omnia et quaecunque alia in musicis considerata: potissimum ad perfectam numeri sonori cognitionem diriguntur: ut uidebis: ideo non est haesitandum: quin recte: Numerus sonorus: musices ponatur subiectum: Ex cuius quidem positione contingit quod haec scientia dicatur media inter mathematicam et naturalem: nempe quantum ad sonum in illa sub ratione mensurati consideratum non abstrahit a motu: quia sonus absque motu neque esse neque intelligi potest:

> quum per motum definiatur: ut postea in materia de sono tibi constabit: Quamobrem Musica: ex parte soni: non dicitur: Mathematica: Sed Naturalis: ex parte uero numeri: in illa considerati: Qui proculdubio terminus est mathematicus: habens in musicis rationem mensurae: Dicitur: mathematica: et quia neutrum istorum seorsum et per se: sed ex illis aggregatum speculatur. Palam quod illa non est mere mathematica: nec mere naturalis: sed partim mathematica et partim naturalis: et per consequens inter utranque media: Amplius eandem arithmeticae subalternari dicimus: eo quod ab illa non modo subiecti sui partem accipit: idest numerum: Sed etiam principia et media suarum demonstrationum inde sibi construit Musica[337].

La música (entendida como ciencia harmónica) es, por tanto, subalterna de la aritmética, ya que utiliza los procedimientos de la aritmética para sus demostraciones. Al mismo tiempo, también es una ciencia intermedia entre la aritmética y la ciencia natural. En este texto, Fogliano entiende por *ciencia natural* la *física* aristotélica, es decir, la ciencia que estudia cualitativamente los seres reales, y el sonido, en este contexto, es entendido como objeto de estudio de la ciencia natural. En la idea de *numerus sonorus* Fogliano explicita esta intermedialidad entre la aritmética (*numerus*) y la ciencia natural (*sonus*).

El *numerus sonorus* es adoptado posteriormente por Zarlino, quien intenta conjugar en un mismo tratado un concepto tan científico y físico como es el *numerus sonorus* con la metafísica boeciana de la *musica mundana*. Por un lado, Zarlino entiende que el objeto de estudio de la música es el *numerus sonorus*, concepto indisolublemente asociado tanto al elemento matemático (*numerus*) como al sonoro (*sonorus*), pero por otro lado, considera que también deben llamarse música aquellos fenómenos que presentan solamente el elemento matemático, como el orden inherente al movimiento de los astros y otros fenómenos naturales que no presentan el elemento sonoro. La música,

[337] FOGLIANO, *Musica theorica*, op. cit., I, cap. 1.

según Zarlino, puede ser no sonora, admitiendo dentro de su definición las inaudibles músicas *mundana* y *humana* de Boecio.

Esta contradicción presente en la teoría de Zarlino es resuelta por el teórico Francisco de Salinas. El concepto de *numerus sonorus* adquiere su completo significado en las teorías de Salinas, con el rechazo definitivo de las músicas *mundana* y *humana*, y el requerimiento de la sonoridad a la hora de hablar de música[338].

4.3.3 La metafísica de la consonancia: El *numero senario* de Zarlino

La inclusión de las terceras como consonancias obliga a los tradistas del siglo XVI a buscar un nuevo marco metafísico de explicación de la consonancia. Zarlino es quien lleva a cabo tal empresa. En su tratado *Le Istitutioni harmoniche* (1558)[339] desarrolla un nuevo concepto matemático-metafísico, el *numero senario*, que hace referencia a los seis primeros números enteros: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Como dice Zarlino:

> [...] hauendo la Natura mirabilmente rinchiuso molte cose nel numero Senario, hà voluto ancora co l'istesso numero abbracciarne la maggior parte di quelle, che si ritrouano nella Musica[340].

Como vemos, el concepto de *numero senario* no es más que una amplificación de la *tetraktys* de la década pitagórica. Para el pitagórico Filolao (ver 2.2.2 *La metafísica de la consonancia*) el universo estaba organizado mediante la harmonía de

---

[338] Para una discusión más detallada sobre el concepto de *numerus sonorus* y la *musica mundana* en las teorías de Salinas y Zarlino, ver: GARCÍA PÉREZ, *El número sonoro*, op. cit., pp. 27-39.

[339] ZARLINO, *Le Istitutioni harmoniche*, (1558), op. cit..

[340] Ibidem, lib. I, cap. 14.

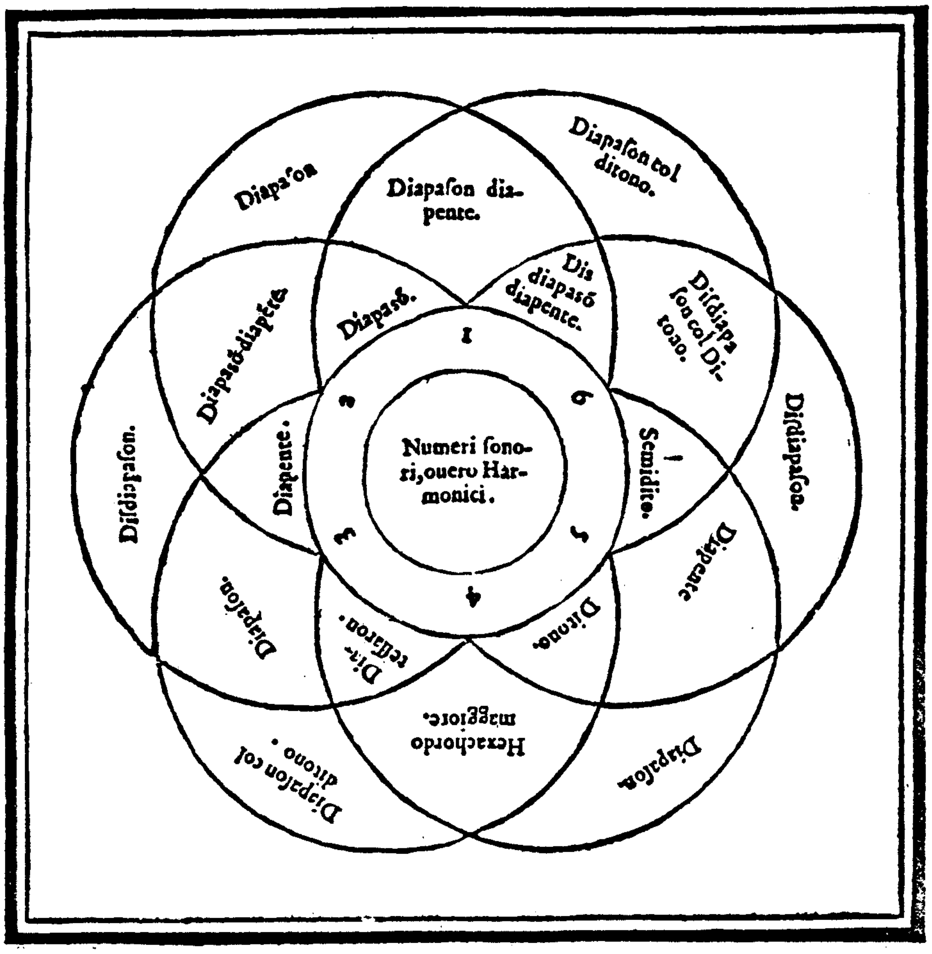
los números 1, 2, 3, y 4; para Zarlino, de manera parecida, la Naturaleza se organiza en torno a los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6, números que también rigen las cuestiones musicales. Al incluir los números 5 y 6 Zarlino puede justificar la consonancia de dos intervalos que para entonces habían alcanzado una importancia espectacular en el sistema harmónico de su época: las terceras.

Por otro lado, el número seis es el primer número perfecto según la aritmética pitagórica[341], lo cual justifica, según Zarlino, su preponderancia en la naturaleza. La música, por tanto, también se rige por esos mismos números del 1 al 6; las consonancias musicales son aquellas definidas por las proporciones que se establecen entre ellos:

> [...] egli è tra i numeri perfetti il primo; & contiene in se parti, che sono proportionate tra loro in tal modo; che pigliandone due qual si voglino, hanno tal relatione, che ne danno la ragione, o forma di vna delle proportioni delle musicali consonanze[342].

[341] Un número perfecto es aquél que es igual a la suma de sus factores: $6 = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 1 + 2 + 3$

[342] ZARLINO, *Le Istitutioni*, op. cit., lib. I, cap. 15.



El *numero senario* según Zarlino.

ZARLINO, *Le Istitutioni harmoniche* (1573), lib. I, cap. 15, p. 31.

La justificación de la consonancia mediante el concepto de *numero senario* es de índole metafísica: cuando nosotros percibimos relaciones sonoras entre los números del *numero senario*, nuestra alma, compuesta también mediante esas mismas proporciones, las reconoce y halla belleza en ellas.

Por otro lado, Zarlino propone una clasificación jerárquica de los intervalos consonantes dentro de la octava basándose en dos pilares básicos[343]:

1. El primer concepto básico utilizado por Zarlino es el *numero senario*, del que ya hemos hablado y que podría resumirse en lo siguiente:

Toda consonancia musical debe basarse en una proporción incluida entre los números del *senario*, y, a la inversa, toda proporción entre números del *senario* debe corresponder a una consonancia.

2. El segundo pilar en el que se apoya Zarlino para su clasificación de la consonancia es el siguiente concepto pitagórico tomado de Boecio:

El origen de toda proporción matemática es la igualdad. De la misma manera, el origen de toda consonancia es el unísono (cuya proporción es precisamente la igualdad). Cuanto más se parezca una proporción matemática a la igualdad, más consonante será el intervalo definido por ella.

Ambos puntos de partida definen la siguiente clasificación jerárquica de la consonancia dentro de la octava: El intervalo más consonante es el unísono (definido por la proporción 1/1), seguido de la octava (2/1), la quinta (3/2), la cuarta (4/3), la tercera mayor (5/4) y la tercera menor (6/5). Además, unísono, octava, quinta y cuarta son consonancias *perfectas*, mientras que ambas terceras son *imperfectas*.

Sin embargo, existía además otro requisito, del que ya hemos hablado, que debían cumplir las proporciones consonantes. Este requisito provenía también de la ciencia harmónica pitagórica transmitida por Boecio y era la necesidad de que dichas proporciones consonantes fuesen múltiples o superparticulares. Esto significa que

[343] En líneas generales podemos decir que en el siglo XVI los intervalos mayores que la octava se consideraban repeticiones de los intervalos menores, por lo que no aparecen tratados independientemente.

debían tener la forma $\frac{n}{1}$ (como 2/1, 3/1 etc.) o la forma $\frac{n+1}{n}$ (como 3/2, 4/3, 5/4 etc.). Este requisito era perfectamente válido para la octava, la quinta, la cuarta y las terceras, pero no funcionaba para los intervalos de sexta, cuyas proporciones en la justa entonación eran 5/3 (sexta mayor) y 8/5 (sexta menor).

La sexta mayor (5/3) y la sexta menor (8/5) eran consideradas consonancias *imperfectas* por Zarlino y por la gran mayoría de teóricos y músicos prácticos de la época desde hacía bastante tiempo, como ya hemos visto. Sin embargo, la sexta menor no encajaba en el *senario*, y ninguna de las dos cumplía el requisito de la superparticularidad (no atendían ni a la forma $\frac{n}{1}$ ni a $\frac{n+1}{n}$).

Como vemos, a mediados del siglo XVI nos encontramos con una clasificación de los intervalos consonantes más o menos admitida por todos los teóricos del momento: son consonancias *perfectas* la octava, la quinta y la cuarta, mientras que son consonancias *imperfectas* las terceras y las sextas. Zarlino incluso desarrolla un marco metafísico (el *numero senario*) de explicación de la consonancia que intenta englobar a estos intervalos. Sin embargo, surgen varios problemas. Por un lado, la clasificación teórica y el uso práctico no siempre acaban de encajar. Un ejemplo claro de ello es el caso de la cuarta: todas las reglas prácticas de composición de la época consideran a la cuarta una disonancia, por mucho que la teoría diga lo contrario. Por otro lado, los teóricos no son capaces de fundamentar bien el tema de la consonancia a partir de los presupuestos racionales del momento:

1. El *numero senario* de Zarlino no acaba de justificar la consonancia de la sexta menor (de proporción 8/5).

2. Las sextas, consideradas consonancias imperfectas por todos los músicos del momento, no atendían al criterio de superpaticularidad heredado de la harmónica pitagórica.

La búsqueda de una solución a estos problemas de adecuación entre teoría y práctica vendrá de manos del teórico burgalés Francisco de Salinas. En su tratado *De musica libri septem* (1577)[344] será consciente de estos problemas y creará una teoría sobre la consonancia que intentará resolverlos. Este teórico español conoce a la perfección los fundamentos racionales de la ciencia harmónica de su tiempo, ya que durante su larga estancia en Italia (donde vivió unos veinte años) estudió las teorías harmónicas de antiguos y contemporáneos. Salinas creará una teoría sobre la consonancia por un lado basada en los fundamentos teóricos propios de su tiempo y en conceptos "zarlinianos" como el *numero senario*, pero que al mismo tiempo será capaz de dar cuenta del uso práctico de los intervalos.

Antes de abordar la teoría de la consonancia de Salinas, debemos considerar dos cuestiones de las que ya hemos venido hablando a lo largo de los capítulos 3º y 4º de este trabajo: la consideración de terceras y sextas como consonancias imperfectas y el problema de la consonancia de la cuarta.

4.3.4 Terceras y sextas como consonancias *imperfectas*

Las proporciones 5/4, 6/5, 5/3 y 8/5 para las terceras y sextas habían sido propuestas por primera vez por Ramos de Pareja, en su tratado *Musica practica* de

[344] SALINAS, Francisco, *De musica libri septem*, op. cit.

1482[345], y hacia mediados del siglo XVI prácticamente todos los teóricos musicales las habían adoptado. Sin embargo, unos dos siglos antes de la formulación teórica de la justa entonación por parte de Ramos, las terceras y sextas ya eran clasificadas como consonancias, aunque se seguían asociando con las nada sencillas proporciones pitagóricas.

A partir del siglo XIII las terceras se incorporan, junto con octava, quinta y cuarta, al grupo de las consonancias. El tratado de Johannes de Garlandia (ca. 1250) [346] es un ejemplo temprano de esta nueva consideración de las terceras. Las sextas fueron incorporadas a las consonancias un poco después. Pero podemos considerar que a principios del siglo XIV ya se había establecido una clasificación sistemática de la consonancia que seguiría siendo usada por los teóricos musicales –al menos en lo que a terceras y sextas se refiere– desde entonces. Detengámonos un momento a considerar esta nueva clasificación de la consonancia, que podemos encontrar en el tratado de Philippe de Vitry *Ars contrapunctus*[347].

Ya hemos comentado que tanto las terceras como las sextas habían alcanzado el estatus de consonancia por esta época (principios del siglo XIV). Sin embargo, estos intervalos no se encontraban al mismo nivel que las quintas y octavas, ya que eran tratados como consonancias *imperfectas*. Entonces, y al menos hasta finales del siglo XV, las obras musicales solían empezar y terminar únicamente con los intervalos de

---

[345] RAMOS DE PAREJA, Bartolomé, *Musica practica*, op. cit., 98.

[346] JOHANNES DE GARLANDIA, *De mensurabili musica*, op. cit. Ver 3.2.1 *El tratamiento de terceras y sextas*.

[347] PHILIPPE DE VITRY, *Ars contrapunctus*, op. cit. Ver 3.2.1.

octava y quinta[348], por lo que estos intervalos eran los únicos considerados absolutamente estables en el sistema harmónico. Ésta es la razón por la que la teoría sistemática de la consonancia desarrollada a partir de finales del siglo XIII clasificaba estos intervalos (octava y quinta) como *perfectos*, mientras que terceras y sextas eran *imperfectas*. De hecho, la capacidad de octava y quinta para terminar el canto era la razón que argumentaban varios teóricos del momento para llamarlas *perfectas*:

> Et dicuntur perfecte, quia perfectum et integrum sonum important auribus audientium; et cum ipsis omnibus discantus debet incipere ac finiri [...] Quatuor autem predictarum specierum sunt imperfecte, scilicet ditonus, alio nomine tertia perfecta; tonus cum dyapente, alio nomine sexta perfecta; semiditonus, alio nomine tertia imperfecta; et semitonium cum dyapente, alio nomine sexta imperfecta. Et dicuntur imperfecte, quia non tam perfectum sonum reddunt vel important, ut species perfecte, quia interponuntur speciebus perfectis in compositione[349].

Como hemos dicho, terceras y sextas no tenían la capacidad de terminar una pieza musical, sino que requerían ser *perfeccionadas* mediante su resolución en una consonancia *perfecta*. Eran, por tanto, *imperfectas*:

> Semiditonus et ditonus requirunt perfici per diapente cantu descendente, cantu ascendente per unisonum. Tonus cum diapente vult perfici per diapason [...][350]

---

[348] Para un estudio en profundidad del uso de las terceras al final de la composición, ver: GUT, Serge, *La tierce harmonique dans la musique occidentale. Origines et évolution*, Heugel & Cie., Paris, 1969.

[349] PHILIPPE DE VITRY, *Ars contrapunctus*, op. cit., 27.

[350] JOHANNES TORKESEY, *Septem sunt species*, en: Manfred Bukofzer, *Geschichte des englischen Diskants und des Fauxbourdons nach den theoretischen Quellen*, Sammlung musikwissenschaftlicher Abhandlungen, Band 21, Heitz, Strassbourg, 1936, 136-37. Esto significa que

Quinta y octava seguían siendo llamadas *perfectas*, mientras que terceras y sextas seguían siendo llamadas *imperfectas*, a mediados del siglo XVI. No obstante, a principios del siglo XVI la tercera mayor ya había adquirido la capacidad de terminar una pieza musical[351]. Es decir, ya no necesitaba ser resuelta en ninguna consonancia *perfecta*. Esto se puede inferir (además de analizando la música de la época) a partir de un párrafo del tratado *Toscanello in musica* (1539), de Pietro Aaron. Este autor nos pide que subamos la tercera *final* en el modo de mi, de manera que cantemos la tercera mayor (con el solσ) en lugar de la tercera menor (con el solν). De esta manera está dando por supuesto que la tercera mayor *final* es algo normal en la composición.

> Delche e necessario segnare sotto a quella syllabe sol del sopradetto soprano, la figura diesis [σ], acio que quella decima minore del controbasso quale era alquanto dissonante, per essere diminuta di uno semituono maggiore, essendo sollevata al luogo suo si senta piu soave. Benche tal segno appresso gli dotti & pratichi cantori manco e di bisogno, ma sol si pone perche forse il mal pratico & non intelligente cantor, non darebbe pronuntia perfetta a tal positione over syllaba, perche essendo naturalmente dal mi & sol un semidittono, senza quel esso cantore non canterebbe altro que il suo proprio, se gia l'orecchio non gli dessi ajuto, come si vede in alcuni che questo molto bene fanno[352].

---

las terceras dispuestas verticalmente deben resolver en quinta si la voz grave se mueve hacia abajo, o en unísono si la voz grave se mueve hacia arriba (es decir, por movimiento contrario de las voces). Las sextas mayores verticales deben resolver en octava.

[351] Aunque el uso de terceras al final de una pieza aparece documentada (como una posibilidad excepcional) en algunos textos desde finales del siglo XIII, es en el siglo XVI cuando la práctica se convierte en algo común. Para más información ver: GUT, Serge, *La tierce harmonique...*, op. cit.

[352] AARON, Pietro, *Toscanello in musica*, op. cit., lib. II, cap. 20.

Esta nueva capacidad de la tercera mayor ya no encajaba con la denominación de *imperfecta*, porque esa palabra hacía referencia específicamente a la necesidad de resolución, y ésta –la resolución en una consonancia *perfecta*– ya no era necesaria.

La tercera mayor se había convertido en una pieza fundamental del sistema harmónico del siglo XVI. De hecho, su importancia era tal, que incluso el temperamento más comúnmente utilizado en la época –el temperamento mesotónico de 1/4 de comma– utilizaba terceras mayores en su justa proporción mientras que desajustaba las quintas[353]. La importancia y las posibilidades harmónicas que había adquirido la tercera mayor, reflejadas en su uso en el contrapunto y en el temperamento mesotónico, ya no eran coherentes con la calificación de consonancia *imperfecta*.

4.3.5 La consonancia de la cuarta

El caso de la cuarta era de otra índole. El intervalo de cuarta, con su proporción sencilla 4/3, siempre –desde la Antigüedad Clásica– había sido considerado una consonancia. Encajaba perfectamente en la *tetraktys* pitagórica. Pero desde inicios del siglo XIV (e incluso antes) la cuarta que aparecía entre una voz superior y el bajo era utilizada en la música práctica como una disonancia. De hecho, Philippe de Vitry la incluye en la categoría de disonancia junto con el tono, semitono, tritono y séptimas, rechazando así la clasificación clásica.

---

[353] Para más información sobre los temperamentos del siglo XVI expuestos por Zarlino y Salinas y los procedimientos matemáticos empleados en tal proceso, ver: GARCÍA PÉREZ, Amaya S., *El número sonoro*, op. cit.

> Alie vero sex species, videlicet tonus, semitonium, dyatessaron, tritonus, ditonus cum dyapente, et semiditonus cum dyapente sunt discordantes[354].

El humanismo hizo que los teóricos musicales volvieran a la antigua clasificación de la consonancia, en la que la cuarta compartía un status alto con la octava y quinta. Este humanismo se puede observar ya en algunos escritos de principios del siglo XIV –como los de Johannes de Grocheo o Marchetus de Padua[355]– pero se convierte en norma algún tiempo después. En el siglo XVI podemos encontrar a la cuarta nombrada entre las consonancias *perfectas* en los tratados de, por ejemplo, Vicentino[356] y Zarlino:

> Le Perfette sono l'Vnisono, la Quarta, la Quinta, la Ottaua, & le replicate [...] Le Imperfette sono la Terza, la Sesta & quelle che nascono da queste aggiunte alla Ottaua[357].

---

[354] PHILIPPE DE VITRY, *Ars contrapunctus*, op. cit., 27. Ver 3.2.2 *Problema que plantea la consonancia de la cuarta*.

[355] JOHANNES DE GROCHEO, *De musica*, en: ERNST ROHLOFF, *Der Musiktraktat des Johannes de Grocheo nach den Quellen neu herausgegeben mit Übersetzung ins Deutsche und Revisionsbericht*, Media latinitas musica, vol. 2, Gebrüder Reinecke, Leipzig, 1943, 41-67.

MARCHETTUS DE PADUA, *Lucidarium*, en: *Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum*, 3 vols., ed. Martin Gerbert, Typis San-Blasianis, St. Blaise, 1784; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 3: 64-121.

Ver 3.3.2 *El humanismo incipiente y la recuperación de Boecio*.

[356] VICENTINO, Nicola, *L'Antica musica ridotta alla moderna prattica*, Roma, 1555. Facsímil por E. Lowinsky, Bärenreiter, Kassel, 1959. *Ancient Music Adapted to Modern Practice*, traducción, introducción y notas por Maria Rika Maniates, ed. Claude Palisca, Yale University Press, New Haven and London, 1996.

[357] ZARLINO, *Le Istitutioni harmoniche*, op. cit., lib. III, cap. 6, 153.

Sin embargo, la cuarta continuó usándose como una disonancia en la música práctica cuando aparecía entre una voz superior y el bajo. Esta inestabilidad con respecto a la línea del bajo hizo que otros escritores del siglo XVI, como Pietro Aaron o Glareano, la incluyeran entre las disonancias a pesar de la simplicidad de su proporción.

> Disonantiae tres sunt: Secunda: Quarta: et Septima[358].

> Dissonantiae, quae auditum uehementer turbant offenduntque, sunt sex, Secunda, quarta, septima, nona, undecima, ac decimaquarta[359].

El problema de la clasificación de la cuarta radicaba, por un lado, en que no se trataba de una disonancia real en la música práctica. De hecho aparecía continuamente como consonancia entre voces superiores, tratada como un intervalo diferencial: encima de la quinta como su complemento dentro de la octava o encima de la tercera completando una sexta con respecto al bajo. Pero al mismo tiempo, la cuarta no era una consonancia con la categoría de la octava, la quinta, las terceras o incluso las sextas por la ya mencionada inestabilidad con respecto al bajo (lo que la obligaba a resolver como una disonancia), y ello a pesar de su simplicidad numérica. Éste será otro de los problemas que intentará resolver la teoría de la consonancia de Salinas.

4.3.6 La teoría de la consonancia de Salinas

Salinas fue un teórico muy interesado en combinar teoría y práctica de manera coherente. Era, de hecho, un gran organista. Por supuesto, muchos de los teóricos

[358] AARON, Pietro, *Libri tres de institutione harmonica*, op. cit., lib. III, cap. IV, f. 1-v.

[359] GLAREANO, Henricus, *Dodecachordon*, op. cit., lib. I, cap. 9, 26.

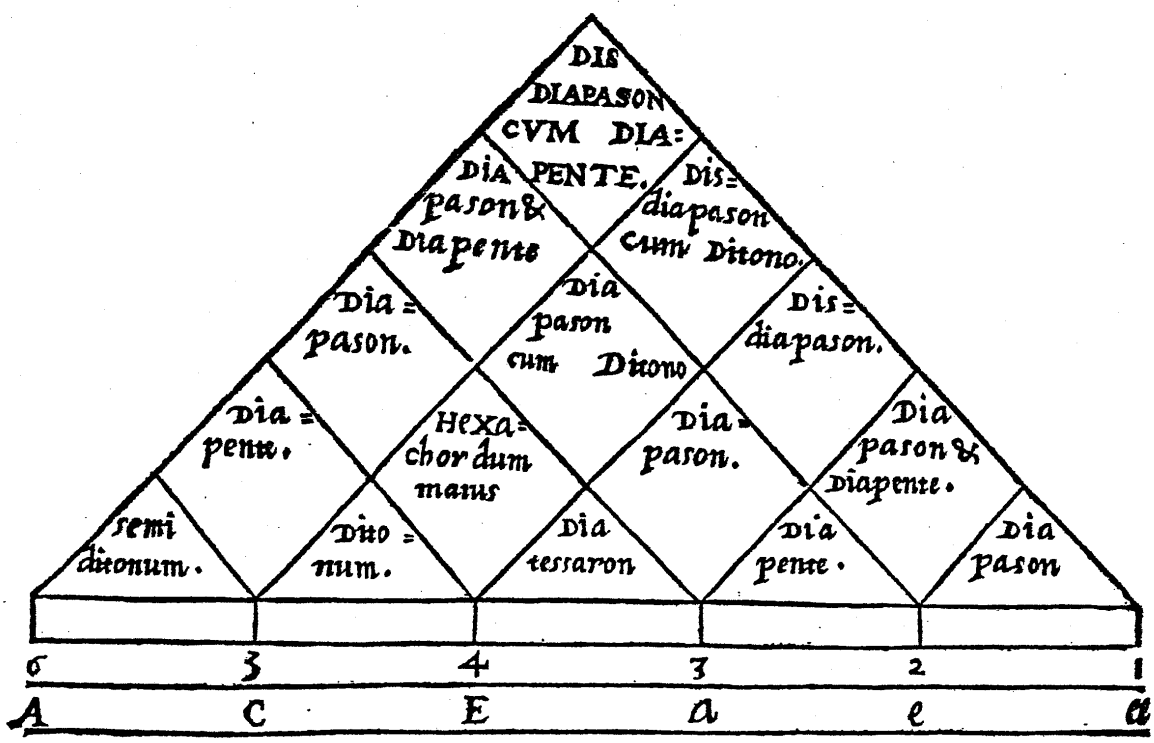
musicales de la época eran también grandes músicos prácticos, como lo fue Zarlino. Pero en la obra de Zarlino –como en la mayoría de escritos del momento– podemos encontrar dos acercamientos a la música claramente diferenciados y en ocasiones contradictorios entre sí: el acercamiento de un teórico harmónico y el acercamiento de un músico práctico. De hecho es muy difícil unificar las teorías de Zarlino sobre harmónica –a las que pertenece la teoría de la consonancia anteriormente expuesta– y sus reglas prácticas para la composición. Salinas, por el contrario, intentó crear una única teoría de la consonancia basada en los presupuestos racionales de su época, pero que al mismo tiempo pudiese abarcar la consideración práctica de terceras, sextas y cuarta. Para su teoría y clasificación de la consonancia, Salinas tiene en consideración tanto las reglas prácticas de composición usadas por los músicos de su época como los aspectos teóricos de la ciencia harmónica.

Para empezar, la música práctica le dicta que algunas consonancias son completamente estables y no necesitan resolver en ninguna otra consonancia; éstos son los intervalos que usan los músicos para terminar una composición, y por tanto son consonancias *perfectas*: octava (o unísono), quinta y tercera mayor. Otros intervalos son también consonancias, pero no son tan estables y no tienen la capacidad de terminar una composición, ya que necesitan resolver; éstas son las consonancias *imperfectas*: tercera menor, cuarta y ambas sextas. Pero la cuarta es un intervalo usado como consonancia sólo cuando aparece encima de otras consonancias (es decir, entre voces superiores). En relación al bajo es tratada como una disonancia. Esto significa que es sólo una consonancia resultante, no una verdadera consonancia. Por ello es más *imperfecta* que el resto de consonancias, ya que las demás pueden ser usadas como tal en relación directa con el bajo.

> Scire oportet etiam, ex consonantijs alias perfectas, alias imperfectas nominari. Et perfectas quidem eas dici, in quibus solis sine aliarum admistione cantus, aut modulatio duarum vocum terminari potest: quae sunt vnisonantiae, et omnes aequisonantiae, et ex consonantijs Diapente, et Ditonum, et quae ex illis cum Diapason componuntur: nam in quamlibet harum duo canentes possunt desinere, et cantilenam finire. Imperfectae vero vocantur illae, in quibus solis, et sine aliarum admistione cantus seu modulatio terminari non potest: quae sunt Diatessaron, et Semiditonum, et quae ex illis cum Diapason componuntur, et duo hexachorda: quoniam in fine cantus (vt dictum est) ab omnibus perfectio, quae idem est cum fine, solet desiderari. Sciendum est etiam Diatessaron imperfectiorem esse Semiditono [...][360]

Con esta clasificación en mente, Salinas intenta crear una explicación lógica y racional, basada en los conceptos teóricos harmónicos más importantes de mediados del siglo XVI. Para ello fundamenta su teoría de la consonancia en dos aspectos básicos: el concepto "zarliniano" de *numero senario* y la teoría clásica de proporción y proporcionalidad. Ya hemos comentado anteriormente lo que significa el *numero senario*.

[360] SALINAS, *De musica*, lib. II, cap. 16, 69.



El *numero senario* según Salinas.

SALINAS, *De musica*, lib. II, cap. 12, p. 62.

Veamos ahora en qué consiste la teoría clásica de la proporción y la proporcionalidad[361], que Salinas explica detalladamente en el primer libro de su tratado[362].

[361] Recordemos que los términos griegos para estos dos conceptos son logos (*logos*) y analogia (*analogía*). Algunos escritores medievales los traducen al latín por *ratio* y *proportio*; la mayoría, como Salinas, para conservar la misma raíz en las dos palabras, los traducen por *proportio* y *proportionalitas*; nosotros –siguiendo a estos últimos– hemos utilizado los términos castellanos “proporción” y “proporcionalidad” a lo largo de nuestro trabajo, para indicar respectivamente la relación entre dos cantidades matemáticas (proporción) y la relación entre tres cantidades matemáticas (proporcionalidad).

Proporción (*proportio* para Salinas, *proportione* para Zarlino) es la relación matemática entre dos cantidades comparables. Proporcionalidad (*proportionalitas* para Salinas, *proportionalità* para Zarlino) es la relación matemática entre tres cantidades comparables; y media matemática (*medietas* en latín, *medietà* en italiano) es la cantidad media de una proporcionalidad[363].

Como ya hemos comentado, en la matemática pitagórica las proporciones y proporcionalidades eran clasificadas en diferentes categorías[364]. Además, las consonancias debían corresponder a proporciones múltiples o superparticulares, según la harmónica pitagórica, y estas proporciones tienen la forma: $\frac{n}{1}$ y $\frac{n+1}{n}$ respectivamente. El tercer tipo de proporción con cierta importancia para la ciencia harmónica es la proporción superpartiente, que responde a la forma: $\frac{n+m}{n}$, (siendo

Además está el concepto de media matemática (*medietas*, mesa), que hace referencia al término medio de una proporcionalidad.

362 Las fuentes usadas por Salinas, Zarlino y la mayoría de teóricos musicales del Renacimiento para la aritmética pitagórica son:

BOECIO, Ancius Manlius Severinus, *De institutione aritmetica libri duo.* ed. Gottfred Friedlein, Leipzig, 1867. Repr. Minerva, Frankfurt, 1966. (*Boethian Number Theory. A translation of the De institutione aritmetica*, English translation by Michael Masi, Studies in Classical Antiquity, v. 6, Amsterdam: Rodopi, 1983).

NICÓMACO DE GERASA, *Introduction to Arithmetic*, translated by Martin Luther D'Ooge. University of Michigan Studies. Humanistic Series, XVI, Michigan, New York, 1926.

363 Para un estudio en profundidad de la matemática aplicada a la harmónica en los escritos de Salinas y Zarlino, ver: GARCÍA PÉREZ, A., *El número sonoro*, op. cit.

364 La teoría de las proporciones y de las medias matemáticas aplicadas a la harmónica comienza con Arquitas en el siglo V a. C., y es transmitida a la Edad Media a través de Nicómaco y Boecio, como ya hemos comentado a lo largo del estudio.

$m \neq 1, m < n$)[365]. Este último tipo es al que se acomodan las proporciones de las sextas (5/3 y 8/5). Existen más tipos de proporciones, pero estos tres son los fundamentales para la harmónica.

También existen muchos tipos de proporcionalidades, pero los más importantes son tres: proporcionalidad aritmética, proporcionalidad harmónica, proporcionalidad geométrica.

La proporcionalidad aritmética es la definida por tres números ($x > a > y$) de tal manera que las diferencias entre cada uno de los extremos y la media sean iguales:

$x - a = a - y$ (*a* es la media aritmética entre *x* e *y*).

La proporcionalidad geométrica es la definida por tres números ($x > g > y$) de tal manera que las proporciones que se establecen entre cada extremo y la media sean iguales:

$\frac{x}{g} = \frac{g}{y}$ (*g* es la media geométrica entre *x* e *y*).

En la proporcionalidad harmónica formada por tres números ($x > h > y$) ambas diferencias (la que se encuentra entre el extremo mayor y la media, y la que se encuentra entre la media y el extremo menor) deben formar una proporción igual a la proporción que se halla entre los extremos:

$\frac{x-h}{h-y} = \frac{x}{y}$ (*h* es la media harmónica entre *x* e *y*).

La teoría de la proporcionalidad permite a Salinas (y a todos los teóricos musicales desde la Antigüedad) dividir los intervalos musicales. Si tomamos la

[365] Tanto *m* como *n* son números enteros naturales. Hay que tener en cuenta que una proporción puede aparecer expresada en su forma más sencilla (por ejemplo 3/2) o con ambos términos multiplicados por un mismo factor (3/2=6/4=9/6), pero sigue siendo la misma proporción.

proporción que le corresponde a un intervalo (*x*/*y*) y, usando la teoría de la proporcionalidad, hallamos una media matemática entre los dos números que definen esa proporción –por ejemplo *x*/*h*/*y*– conseguimos dos nuevas proporciones –*x*/*h* y *h*/*y*– cada una de las cuales corresponde a un nuevo intervalo musical. Pero no todas las medias matemáticas son adecuadas para encontrar intervalos musicales correctos. La proporcionalidad geométrica divide los intervalos en dos partes iguales, y en la justa entonación esto sólo se da en los intervalos múltiplos de la octava. Así que no se puede utilizar para dividir la octava o intervalos menores que ella[366].

Sin embargo, la media harmónica es llamada así precisamente por su uso en la ciencia harmónica. Si tomamos la octava (2/1) y hallamos la media harmónica, la dividiremos en quinta y cuarta:

En los números 6/4/3 (que forman una proporcionalidad harmónica) tenemos la octava inicial (6/3=2/1) dividida en quinta (6/4=3/2) y cuarta (4/3) [367].

La proporcionalidad aritmética también puede ser aplicada en la ciencia harmónica. De hecho, la división de intervalos musicales mediante la proporcionalidad

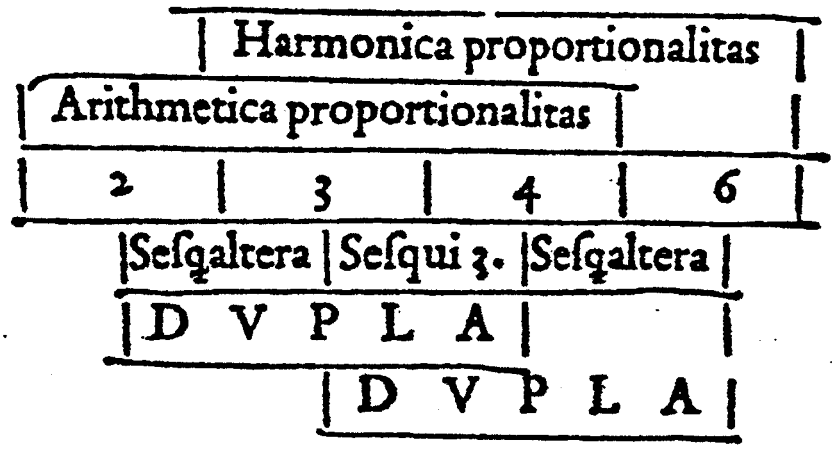
---

[366] Por ejemplo, la doble octava (4/1) se divide geométricamente en dos octavas en los números 4/2/1. Sin embargo, los intervalos superparticulares de la justa entonación no pueden ser divididos geométricamente mediante procedimientos numéricos con la proporcionalidad geométrica porque $\sqrt{x \cdot y}$ es siempre irracional cuando $x = y + 1$, es decir, cuando $\frac{x}{y}$ es superparticular. No obstante, la proporcionalidad geométrica es la que se debe utilizar para conseguir los intervalos menores que la octava en los diferentes temperamentos, ya que estos sistemas dividen intervalos en partes iguales. Para conseguir estos temperamentos son entonces necesarios otros métodos no numéricos que permitan hallar medias geométricas. Ver: GARCÍA PÉREZ, *El número sonoro*, op. cit., pp. 79-113.

[367] Recordemos que esta propiedad de la media harmónica ya era conocida por matemáticos pitagóricos como Arquitas, quienes, por esa razón probablemente, le dieron el nombre de “harmónica”.

aritmética produce los mismos intervalos nuevos que mediante la proporcionalidad harmónica. La octava se divide aritméticamente en los números 4/3/2:

4/2 –que es lo mismo que 2/1– es la octava original, y es dividida aritméticamente en una cuarta (4/3) y una quinta (3/2), exactamente los mismos intervalos que habían aparecido mediante la proporcionalidad harmónica, pero expresados en números diferentes.

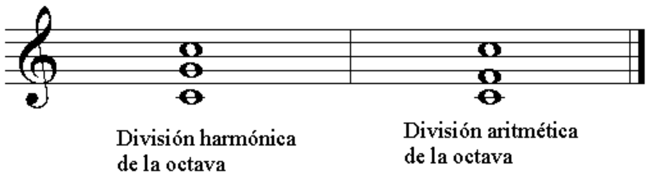


SALINAS, *De musica*, lib. I, cap. 23, p. 27.

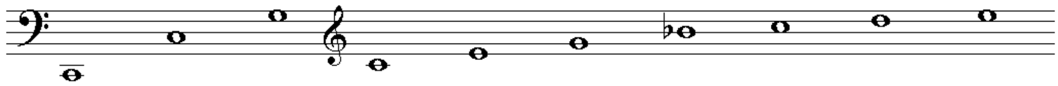
División aritmética de la proporción doble: 2/3/4.

División harmónica de la proporción doble: 3/4/6.

Luego, ¿cuál es la diferencia entre la división aritmética y al división harmónica de intervalos musicales? Si nos fijamos un poco vemos que, cuando dividimos la octava mediante la proporcionalidad harmónica, obtenemos la quinta en los números mayores (6/4), mientras que la cuarta aparece en los números menores (4/3). Por el contrario, cuando dividimos la octava mediante la proporcionalidad aritmética, obtenemos la cuarta en los números mayores (4/3) y la quinta en los menores (3/2). Y esto tenía una importancia enorme para los teóricos desde la Antigüedad, ya que la inmensa mayor parte de las veces se asociaban números a longitudes de cuerda[368].

Entonces, un número mayor representaba un sonido producido por una cuerda más larga, o lo que es lo mismo, un sonido más grave. Por lo tanto, la división harmónica de la octava colocaba la quinta en el grave, debajo de la cuarta, mientras que la división aritmética colocaba la cuarta debajo de la quinta:

Más aún, si asociamos números con longitudes de cuerda, la proporcionalidad harmónica es la que encontramos a lo largo de toda la serie de harmónicos de un sonido[369]:

[368] En el capítulo dedicado a la Antigüedad vimos cómo en la escuela peripatética se asociaban claramente números con rapidez de movimiento del sonido: se pensaba que sonidos más agudos viajaban más rápido y producían mayor frecuencia de pulsaciones, y por tanto, se correspondían con números mayores. Pero esta teoría desaparece por completo en la Edad Media. Durante toda la Edad Media y el Renacimiento los números se asocian a longitudes de cuerda, aunque en muchos casos los teóricos no lo digan expresamente. A principios del siglo XVII la altura del sonido se empezará a relacionar con la frecuencia de vibración –como veremos más adelante– y entonces números mayores corresponderán a sonidos más agudos. Hoy en día la acústica siempre representa altura del sonido mediante frecuencia de vibración.

[369] Si, por el contrario, asociamos números con frecuencia de vibración, será la proporcionalidad aritmética la que encontremos a lo largo de toda la serie de harmónicos.

longitud de cuerda	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10
frecuencia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Primeros diez harmónicos de la nota Do$_1$ y sus longitudes de cuerda y frecuencias relativas.

A mediados del siglo XVI aún no se conocía la existencia de la serie de harmónicos, pero se tenía una noción vaga de ella. Se sabía, por ejemplo, que la mejor disposición vertical de los intervalos era con los más grandes en el grave y los más pequeños en el agudo. Así, la mejor división de la octava era con la quinta en el grave y la cuarta en el agudo (justo como aparece en la serie de harmónicos, aunque todavía no la conocieran). Por lo tanto, el principal método de división de intervalos era la proporcionalidad harmónica. La proporcionalidad aritmética era sólo un método secundario.

Como nos dice Salinas:

> Sed relicta medietate Geometrica, quoniam illa vti non possumus in consonantijs, aut interuallis simplicibus diuidendis; dicimus tunc consonantias, aut interualla Arithmetice diuisa, [...] cum maiores consonantiae reperiuntur in acutioribus sonis, et minores in grauioribus, vt cum Diapason ita reperitur diuisa in Diapente, et Diatessaron, vt Diapente sit acutior, Diatessaron vero grauior. Harmonice autem tunc dicuntur esse diuisa, cum maiores consonantiae in grauioribus sonis, et minores in acutioribus reperiuntur: vt cum Diapente sic in Ditonum, et Semiditonum diuiditur, vt Ditonum sit ad grauius, Semiditonum ad acutius. [...] Dicitur autem Harmonica diuisio, quoniam illa praecipue vtimur in harmonia, Arithmetica vero ex accidenti: et consonantiae harmonice dispositae gratissimum efficiunt auribus concentum, Arithmetice vero ingratum prorsus, et insuauem[370].

[370] SALINAS, *De musica*, op. cit., lib. II, cap. 16.

Una vez que Salinas ha comentado la teoría de la proporcionalidad, comienza a presentar los diferentes intervalos que componen su sistema. Empieza por el intervalo de octava, y lo toma como intervalo básico y más perfecto del sistema. A partir de él produce sucesivas divisiones harmónicas[371].

La octava es dividida harmónicamente en quinta y cuarta, como ya vimos, en los números 6/4/3. De estos dos intervalos resultantes, uno puede ser dividido de nuevo harmónicamente y producir intervalos correctos (es decir, propios de la justa entonación) el otro no. La quinta, que es el intervalo más grave y mayor, es el que puede ser dividido harmónicamente, por lo que, según Salinas, es el más perfecto de los dos.

Tomando la quinta, Salinas la divide harmónicamente en tercera mayor y tercera menor. La quinta se divide harmónicamente en los números 15/12/10; la tercera mayor (15/12=5/4) es el intervalo grave, porque aparece en los números mayores; la tercera menor (12/10=6/5) es el intervalo agudo. De estos dos intervalos el más perfecto es, igual que antes, el que dividido harmónicamente produce intervalos correctos, es decir, la tercera mayor.

La tercera mayor puede ser dividida harmónicamente en tono mayor y tono menor. En los números 45/40/36 tenemos la tercera mayor original (45/36=5/4) dividida

---

[371] Según Salinas, todos los intervalos que el teórico harmónico debe considerar se hallan dentro de la octava. Los intervalos mayores que la octava no son más que repeticiones. Aunque éste era el pensamiento general entre los músicos en el siglo XVI, muchos teóricos continuaban explicando el sistema harmónico de doble octava, siguiendo así las fuentes clásicas (Ptolomeo, Boecio etc.) Salinas conocía el sistema griego de doble octava, pero, en un intento por adecuar la teoría a la práctica del momento, limita sus explicaciones a la octava, haciendo, además, mucho hincapié en ello:

"Veruntamen de his, quae sunt extra Diapason, non valde solicitus esse debet harmonicus; quoniam ex adiunctione Diapason cum simplicibus, componuntur, & potius repetite, quam nove." (SALINAS, *De musica*, op. cit., lib. II, cap. 15, p. 68).

en un tono mayor en el grave (45/40=9/8) y un tono menor en el agudo (40/36=10/9). Sin embargo, estos dos intervalos ya no son consonancias. La razón, según Salinas, es que ninguno de ellos puede ser dividido harmónicamente para producir intervalos correctos del sistema de la justa entonación. Por otro lado, ya hemos dicho que Salinas utiliza como límite entre consonancia y disonancia el *numero senario*, y los tonos no se acomodan a él.

Hasta ahora Salinas ha conseguido cinco consonancias: octava, quinta, cuarta, tercera mayor, tercera menor. La octava es el marco básico de la ciencia harmónica; es la consonancia más perfecta. A través de sucesivas divisiones harmónicas se han conseguido las otras cuatro consonancias.

De estas cinco consonancias son *perfectas* aquéllas que pueden ser divididas harmónicamente para conseguir más intervalos del sistema musical: octava, quinta y tercera mayor. Las otras dos –tercera menor y cuarta– no pueden producir más intervalos correctos del sistema mediante la división harmónica, y son, por tanto, *imperfectas*.

> Differunt etiam inter se, quoniam perfectae possunt diuidi in duas consonantias, aut harmonica interualla diuisione proxima ei, quae in duo aequa fieri potest; imperfectae vero non: vt Diapason in Diapente, et Diatessaron: Diapente in Ditonum, et Semiditonum; quae omnes sunt consonantiae: Ditonum vero in tonum maiorem, et minorem; quorum vtrumque harmonicum est interuallum[372].

Por otro lado, la *perfección* absoluta de la octava se va perdiendo a medida que nos alejamos de ella –es decir, a medida que vamos haciendo sucesivas divisiones harmónicas. Lo cual significa que la quinta conserva más *perfección* que la tercera

[372] SALINAS, op. cit., lib. II, cap. 16, 69.

mayor. Pero al mismo tiempo, cuanto más *perfecto* es uno de los intervalos que resultan de la división harmónica, más *imperfecto* será su complementario. Es decir, la cuarta, que acompaña a un intervalo muy *perfecto* (la quinta) en la primera división harmónica (la de la octava), pierde mucha *perfección* por ello y resulta ser más *imperfecta* que la tercera menor, ya que esta segunda es la complementaria, en la segunda división harmónica, de la tercera mayor –un intervalo no tan *perfecto* como la quinta.

> Sciendum est etiam Diatessaron imperfectiorem esse Semiditono, quamquam Diapente sit perfectior Ditono: quo plus enim a perfectissima Diapason perfectionis habet perfecta, eo plus imperfectionis habere debet eiusdem generis imperfecta; cuius etiam ratio videtur esse, quod maiori inter se inaequalitate distant Diapente, et Diatessaron, quam Ditonum, et Semiditonum; quare maiori distabunt etiam perfectionis et imperfectionis differentia[373].

Un orden jerárquico de la perfección de los intervalos consonantes no aparece explícitamente en el tratado de Salinas, pero está claramente implícito y sería el siguiente: octava, quinta, tercera mayor, tercera menor, cuarta. Salinas justifica este orden con los argumentos que hemos expuesto anteriormente.

Sin embargo, existen otras dos consonancias de las que todavía no hemos hablado: las sextas (5/3 y 8/5). La justificación de estas consonancias presentaba algunos problemas, como ya vimos: ninguna de las dos cumplía el requisito de superparticularidad (que Salinas también tiene presente) y la tercera menor no entraba en el *senario*. Pero Salinas se las ingenia para superar estos problemas.

[373] Ibidem, lib. II, cap. 16, 69.

Por un lado argumenta que las sextas no son intervalos simples del sistema (como eran el resto de consonancias), sino compuestos[374]. Por esta razón ni se encuentran dentro del *senario,* ni son superparticulares, ni pueden ser hallados mediante el sistema de división harmónica. Sólo se pueden encontrar a partir de la suma de otros intervalos simples:

La sexta mayor (5/3) está compuesta de cuarta y tercera mayor: $\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}=\frac{5}{3}$

La sexta menor (8/5) está compuesta de cuarta y tercera menor: $\frac{4}{3}\cdot\frac{6}{5}=\frac{8}{5}$

> Diatessaron componitur intra Diapason cum Ditono, et Semiditono: et ex Diatessaron cum Ditono fit hexachordum maius, siue Sexta maior, vt Practici vocant; ex Diatassaron autem cum Semiditono fit hexachordum minus, siue sexta minor[375].

Por otro lado, Salinas reconoce que las sextas son diferentes al resto de consonancias (ya que no son intervalos simples), pero –y éste es un argumento sumamente interesante– se parecen bastante a las terceras y por esa razón son consonantes como ellas. La sexta mayor es comparable a la tercera menor porque se aproxima a la octava de la misma manera que la tercera menor se aproxima al unísono. Por otro lado, la sexta menor es comparable a la tercera mayor, ya que se separa de la octava igual que la tercera mayor se separa del unísono. Implícitamente Salinas está

[374] Este argumento ya había sido expuesto por Zarlino.

[375] SALINAS, op. cit., lib. II, cap. 15, 68.

hablando de la inversión de intervalos dentro de la octava, y de cómo el intervalo invertido tiene características similares al no invertido[376].

> [...] et de duobus hexachordis, quae sunt intra Diapason, considerare debebit, quod quamuis sint diuersae ab alijs consonantijs, simile tamen est maius hexachordum Semiditono, quia propinquius est Diapason, vt Semiditonus vnisonantiae; et hexachordum minus simile Ditono, quia remotius est a Diapason, vt Ditonus ab vnisonantia[377].

Entonces, las sextas son consonancias *imperfectas*: en la práctica no pueden ser utilizadas para terminar una composición porque necesitan resolver en otra consonancia *perfecta*. Desde el punto de vista teórico no se trata de intervalos simples, básicos del sistema, sino que son compuestos, lo que implica que no son una parte esencial del sistema harmónico. Sin embargo se parecen a las terceras (son su inversión dentro de la octava) por lo que deben ser más *perfectas* que la cuarta.

En el orden jerárquico de la consonancia de Salinas, las sextas deben colocarse inmediatamente después de la tercera menor. Todo el orden sería como sigue: octava, quinta, tercera mayor, tercera menor, sextas, cuarta. De éstas, octava, quinta y tercera mayor son *perfectas*, mientras que el resto son *imperfectas*.

---

[376] La inversión de intervalos es una idea muy moderna para la época, ya que tiene que ver mucho con el concepto de acorde, algo totalmente ajeno al pensamiento musical del momento. WIENPAHL, Robert W., ("Zarlino, the Senario, and Tonality", *Journal of the American Musicological Society*, XII (1950), pp. 27-41) considera que Salinas es el primer teórico en mencionar la inversión de intervalos dentro de la octava. Sin embargo, este argumento sobre la similitud entre terceras y sextas por ser unas las inversiones de las otras dentro de la octava había aparecido ya en el tratado de Ramos de Pareja (*Musica practica*, op. cit., parte II, trat. I, cap. 1, 63), así que no se trata de ninguna idea nueva de Salinas.

[377] SALINAS, op. cit., lib. II, cap. 15, 68.

Con esta teoría de la consonancia musical Salinas es capaz de argumentar, mediante los presupuestos teóricos de la ciencia harmónica de su época, un orden de consonancia que se adecua perfectamente a las exigencias prácticas:

- Por un lado justifica la consonancia *perfecta* de la tercera mayor, algo que no ha hecho ningún otro teórico ni anterior ni posterior, a pesar de la evidencia práctica de la importancia de este intervalo en el sistema harmónico occidental a partir del siglo XVI.

- Por otro lado justifica el mayor grado de *imperfección* de la cuarta (aun siendo una consonancia) con respecto al resto de consonancias, terceras y sextas incluidas. Y resuelve así el problema de clasificación de la cuarta.

4.4 LA REVOLUCIÓN CIENTÍFICA Y LA CIENCIA DEL SONIDO

Como ya hemos dicho, los *Problemata* aristotélicos habían sido traducidos al latín en el siglo XIII y publicados en 1475. Gaffurio parece ser el primer teórico musical en mencionarlos de algún modo. Otro texto clásico fundamental para la ciencia del sonido era el peripatético *De audibilibus*. Gogava lo traduce al latín (se pensaba por entonces que era obra de Aristóteles) y se publica, junto con otros escritos clásicos sobre música (como el de Ptolomeo, el de Aristoxeno etc.) en 1562[378].

Por esa misma época en que fue traducido *De audibilibus* aparecen los primeros escritos sobre la ciencia del sonido de la Europa renacentista.

4.4.1 Los primeros pasos de Fracastoro y Benedetti

Con Girolamo Fracastoro y Giovanni Battista Benedetti comienza a recuperarse la ciencia del sonido, perdida desde los escritos peripatéticos *Problemata* y *De audibilibus*. Hasta entonces no se había hecho ningún avance significativo en esta materia. Fracastoro investiga el comportamiento ondulatorio del aire al transmitir sonido en *De sympathia et antipathia rerum liber unus* (Venecia, 1546). Según Fracastoro, todos los objetos materiales tienden a volver a su posición natural cuando son desplazados de ella o perturbados. Esta idea, claramente aristotélica, le sirve a Fracastoro para describir cómo se comporta el aire: algo que ha sido comprimido (*condensata*) tiende a volverse rarefacto (*rarefacta*) y al revés, algo que ha sido dispersado tiende a condensarse, como le ocurre al aire que ha sido perturbado por un

[378] Ver: PALISCA, *Humanism*, op. cit., p. 133.

objeto productor de sonido. El sonido, por tanto, consiste en una secuencia de condensaciones y rarefacciones de las partículas del aire. Esta descripción del sonido se acomoda bastante bien a la idea de una onda de presiones longitudinal, y le permite a Fracastoro explicar también el fenómeno de vibración simpática al unísono (llamado también fenómeno de resonancia)[379].

Benedetti

El siguiente paso en la ciencia del sonido de esta época lo da el matemático-músico Giovanni Battista Benedetti. En una carta de en torno a 1563 dirigida al compositor Cipriano de Rore, y publicada posteriormente en *Diversarum speculationum mathematicorum & physicorum liber* en 1585, se plantea el problema de la naturaleza de la consonancia. Para Benedetti está claro que el fenómeno de consonancia se debe a la coincidencia de las ondas de los sonidos consonantes. El movimiento ondulatorio que transmite el sonido se puede ver como sucesivas percusiones en el aire; cuantas más percusiones coincidan, más consonante será el sonido.

> Nec alienum mihi videtur a proposito instituto, speculari modum generationis ipsarum simplicium consonantiarum; qui quidem modus fit ex quadam aequatione percussionum, seu aequali concursu undarum aeris, vel conterminatione earum[380].

Entonces, dependiendo del número de percusiones que coincidan, el intervalo será más o menos consonante. De esta manera, el intervalo más consonante será el unísono, después la octava, la quinta, la cuarta etc.

---

[379] Ver: PALISCA, *Humanism*, op. cit., pp. 254-257.

[380] BENEDETTI, *Diversarum...*, p. 283. En: PALISCA, *Humanism*, op cit., p. 258.

Por otro lado, Benedetti asume –sin decirlo explícitamente– que longitud de cuerda y frecuencia de vibración son inversamente proporcionales, ya que da por supuesto que las proporciones que se establecen entre el número de vibraciones (o percusiones) son las mismas (invertidas) que las que surgen de las longitudes de cuerda.

Las descripciones de Benedetti son breves y poco precisas. Pero tanto el modelo ondulatorio del sonido como la teoría que describe para explicar el fenómeno de consonancia se parecen mucho a los que encontrábamos en los escritos peripatéticos (ver 2.4.2 *La nueva teoría peripatética sobre el sonido y la consonancia*). De hecho es probable que este autor, que estaba bien formado en el modelo de ciencia aristotélico, conociera tanto los *Problemata* como *De audibilibus*, ya redescubiertos en aquella época, aunque nunca los menciona. No olvidemos que ambos textos se consideraban por entonces obra de Aristóteles, y, en palabras de Palisca:

> For Benedetti, as for so many of his contemporaries, Aristotle's work were a point of departure, and often the renewed investigation of problems found there led to fresh insights[381].

4.4.2 La teoría de coincidencia de pulsos: Galileo Galilei

Pero el primero que formuló con rigor y precisión la teoría física de la consonancia que hemos llamado de coincidencia de pulsos fue Galileo[382]. El trabajo de Galileo, tanto en astronomía como en el desarrollo de la física mecánica, es el más claro paso de la ciencia aristotélica, que había dominado el pensamiento científico durante

381 PALISCA, *Humanism*, op. cit., p. 158.

382 Las teorías acústicas de Galileo son tratadas en WALKER, D. P., *Studies in musical science in the late Renaissance*, The Warburg Institute, London, 1978, pp. 27-33; y COHEN, H. F., *Quantifying Music*, Reidel Publishing Company, Dordrecht / Boston / Lancaster, 1984, pp. 85-97.

toda la baja Edad Media (incluido el Renacimiento), a la ciencia moderna. Su actitud es profundamente renovadora, experimental, sin prejuicios previos, y con ella sienta las bases de la ciencia tal y como se entiende hoy en día: para Galileo lo científico es la matematización de la realidad experimental.

Sus mayores avances en mecánica fueron sin duda la ley de inercia, y las leyes de caída libre y de movimiento de proyectiles, todas ellas desarrolladas en los *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno à due nuove scienze attenenti alla Mecanica & i Movimenti locali*[383], publicados en 1638.

En esta misma obra, como parte final de su discurso sobre el movimiento periódico de los péndulos (jornada I), Galileo discute el movimiento harmónico que produce el sonido musical. Los péndulos tienen un periodo determinado que depende exclusivamente de su longitud, y que no puede ser variado por mucho que se quiera; ése es su movimiento "natural":

> Prima d'ogni altra cosa bisogna avvertire che ciaschedun pendolo ha il tempo delle sue vibrazioni talmente limitato e prefisso, che impossibil cosa è il farlo muover sotto altro periodo che l'unico suo naturale[384].

Además, si un péndulo se pone en movimiento con sucesivos impulsos muy débiles pero bien colocados –es decir, que coincidan temporalmente con su periodo– se podrá conseguir que el movimiento sea vuelva muy amplio, aunque en principio los

---

[383] GALILEI, Galileo, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*, en: *Opere*, 2 vol., Rizzoli & C. Editori, Milano-Roma, 1938, II. (*Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, traducción de Javier Sádaba Garay, introducción y notas de Carlos Solís Santos, Editora Nacional, Madrid, 1981).

[384] GALILEI, op. cit., 191.

pequeños impulsos fuesen débiles. De la misma manera se produce el fenómeno de la resonancia sonora. El movimiento harmónico de, por ejemplo, una cuerda, sólo puede darse en una frecuencia determinada. Si esa cuerda se va impulsando poco a poco con esa frecuencia, al final se conseguirá un movimiento vibratorio amplio. Así, cuando dos cuerdas están afinadas al unísono y una de ellas es puesta en movimiento produciendo un sonido, los sucesivos impulsos que esa cuerda transmite al aire (es decir, la onda longitudinal de presiones) van poniendo también en movimiento a la otra cuerda, hasta que al final el movimiento conseguido es lo suficiéntemente grande como para ser escuchado.

> Esempio che dichiara ‘l mio intento non meno acconciamente di quel che questa mia premesa si accomodi a render la ragione del maraviglioso problema della corda della cetera o del cimbalo, che muove e fa realmente sonare quella non solo che all’unisono gli è concorde, ma anco all’octava e alla quinta. Toccata, la corda comincia e continua le sue vibrazioni per tutto ‘l tempo che si sente durar la sua risonanza: queste vibrazioni fanno vibrare e tremare l’aria che gli è appreso, i cui tremori e increspamenti si distendono per grande spazio e vanno a urtare in tutte le corde del medesimo strumento, ed anco di altri vicini: la corda che è tesa all’unisono con la tocca, essendo disposta a far le sue vibrazioni sotto ‘l medesimo tempo, comincia al primo impulso a muoversi un poco; e sopraggiugnendogli il secondo, il terzo, il ventesimo e piú altri, e tutti ne gli aggiustati e periodici tempi, riceve finalmente il medesimo tremore che la prima tocca, e si vede chiarissimamente andar dilatando le sue vibrazioni giusto allo spazio della sua motrice[385].

Pero no sólo resuenan las cuerdas afinadas al unísono, dice Galileo, también lo hace la afinada a la quinta o a la octava, e incluso cualquier objeto cuya frecuencia

---

[385] GALILEI, op. cit., 191-192.

natural de vibración coincida con la del sonido producido por la cuerda. No obstante, en el texto sólo se discute la resonancia de dos cuerdas al unísono[386].

Galileo busca las proporciones naturales de las consonancias. Pero no le basta con la explicación tradicional que sólo tiene en cuenta la longitud de la cuerda, ya que él es plenamente consciente de que si son otras las magnitudes que se tienen en cuenta, también son otras las proporciones resultantes:

> [...] imperò che stetti lungo tempo perplesso intorno a queste forme delle consonanze, non mi parendo che la ragione che comunemente se n'aducce da gli autori che sin qui hanno scritto dottamente della musica, fusse concludente a bastanza. Dicono essi, la diapason, cioè l'ottava, esser contenuta dalla dupla, la diapente, che noi diciamo la quinta, dalla sesquialtera, etc.; perché, distesa sopra il monocordo una corda, sonandola tutta e poi sonandone la metá, col mettere un ponticello in mezzo, si sente l'ottava, e se il ponticello se meterá al terzo di tutta la corda, toccando l'intera e poi li due terzi, ci rende la quinta; per lo che l'ottava dicono esser contenuta tra 'l due e l'uno, e la quinta tra il tre e 'l dua. Questa ragione, dico, non mi pareva concludente per poter assegnar iuridicamente la dupla e la sesquialtera per forme naturali della diapason e della diapente: e 'l mio motivo era tale. Tre sono le maniere con le quali noi possiamo inacutire il tuono a una corda: l'una è lo scorciarla; l'altra, il tenderla piú, o vogliam dir tirarla; il terzo è l'assottigliarla. Ritenendo la medesima tiratezza e grossezza della corda, se vorreno sentir l'ottava, bisogna scorciarla la metá, cioè toccarla tutta, e poi mezza: ma se, ritenendo la medesima lunghezza e grossezza, vorremo farla montare all'ottava col tirarla piú, no basta tirarla il doppio piú, ma ci bisogna il quadruplo, sí che se prima era tirata dal peso d'una libbra, converrá attaccarvene quattro per inacutirla all'ottava: e finalmente se, stante la medesima lunghezza e tiratezza, vorremo una corda che, per esser piú sotile, renda l'ottava, sará necessario che ritenga solo la quarta parte della grossezza dell'altra piú grave. E questo che dico dell'ottava,

[386] Quien sí debate, en esta mísma época, sobre la resonancia de cuerdas afinadas según proporciones sencillas, es Mersenne en: *Harmonicorum libri*, Paris, 1635, prop. 27, pp. 65-68.

cioè che la sua forma presa dalla tensione o dalla grossezza della corda è in duplicata proporzione di quella che si ha dalla lunghezza, intendasi di tutti gli altri intervalli musici[387].

De esta manera describe Galileo tres formas de cambiar la altura del sonido producido por una cuerda en vibración. La primera es variando la longitud de la cuerda; la segunda manera es variando la tensión a que se somete la cuerda; la tercera manera es variando el grosor de la cuerda (más adelante explicará Galileo que en esta tercera manera lo que determina la altura del sonido es el peso de la cuerda, y si el material es el mismo, esto equivale al grosor de la cuerda). La primera manera da como resultado las proporciones que tradicionalmente se asocian a los intervalos musicales. Pero las dos últimas no producen las mismas proporciones matemáticas: para que se produzca la octava aguda una cuerda debe ser sometida a cuatro veces más tensión o debe ser cuatro veces más ligera (delgada). Las proporciones consonantes de octava, quinta y cuarta teniendo en cuenta la tensión o el peso son: $\frac{2^2}{1}, \frac{3^2}{2^2}, \frac{4^2}{3^2}$, es decir, el cuadrado de las proporciones que surgen al comparar entre sí las longitudes. Esta idea, que por fin resolvía los errores tantas veces repetidos del *mito de la fragua* y otros textos del estilo, ya era conocida por su padre, el músico Vincenzo Galilei[388].

Pero para Galileo lo que determina las proporciones de los intervalos musicales no debe ser ni la longitud, ni la tensión, ni el peso, sino la frecuencia de vibración:

Ma seguitando il primo proposito, dico che non è la ragion prossima ed immediata delle forme de gl'intervalli musici la lunghezza delle corde, non la tensione, non la grossezza, ma sí bene la proporzione de i numeri delle vibrazioni e percosse dell'onde dell'aria che vanno a ferire il

[387] GALILEI, op. cit., 193-194.

[388] PALISCA, *Humanism*, op. cit., 270.

> timpano del nostro orecchio, il quale esso ancora sotto le medesime misure di tempi vien fatto tremare[389].

En esta época todavía no se podía medir la frecuencia de vibración del sonido audible. Aún así, Galileo estaba convencido de que frecuencia de vibración y longitud de cuerda eran inversamente proporcionales, es decir, que las proporciones de las consonancias teniendo en cuenta la frecuencia de vibración eran las mismas (invertidas) que las que surgen teniendo en cuenta la longitud de cuerda[390].

Para demostrar esto propone dos supuestos experimentos. El primero consiste en hacer sonar un vaso lleno de agua mediante el rozamiento del dedo en el borde. Cuando se produce un sonido se pueden ver ondas en el agua. Según Galileo, alguna vez le ha ocurrido que ha sonado la octava aguda en lugar del sonido grave, y entonces ha visto cómo las ondas del agua se dividían a la mitad y se hacían el doble. Por ello deduce que la frecuencia de vibración de la octava aguda es doble que la de la grave, y que la proporción de la octava es correctamente 2/1:

> [...] e meglio ancora si vedrá l'istesso effetto fermando il piede del bicchiere nel fondo di qualche vaso assai largo, nel quale sia dell'acqua sin presso all'orlo del bicchiere; ché parimente, facendolo risonare con la confricazione del dito, si vedrano gl'increspamenti nell'acqua regolatissimi, e con gran velocitá spargersi in gran distanza intorno al bicchiere: ed io piú volte mi sono incontrato, nel fare al modo detto sonare un bicchiere assai grande e quasi pieno d'acqua, a veder prima le onde nell'acqua con estrema egualitá formate, ed accadendo tal volta

---

[389] GALILEI, op. cit., 197.

[390] Esta idea parece haber sido una constante en la ciencia del sonido desde que aparece la teoría ondulatoria en la escuela peripatética. También se sobreentiende en los escritos de Benedetti. Sin embargo, ni en la Grecia Clásica, ni Benedetti, ni Galileo pudieron probarlo realmente (sobre los experimentos al respecto de Galileo hablaremos a continuación).

che ‘l tuono del bicchiere salti un’ottava piú alto, nell’istesso momento ho visto ciascheduna delle dette onde dividersi in due; accidente che molto chiaramente conclude, la forma dell’ottava esser la dupla[391].

El otro experimento que narra consiste en rascar con un escarpelo una plancha de latón. Cuenta Galileo que un día que estaba limpiando con un escarpelo una plancha de latón, el raspado produjo un silbido claro. Cada vez que sonaba la plancha quedaban encima de ella rayas paralelas a distancias iguales. Después de mucho probar, Galileo consiguió sonidos a distancia de quinta; contó entonces las rayas producidas y vio que el sonido agudo había dejado 45 rayas en el mismo espacio donde el grave había dejado 30. Por lo tanto, la frecuencia de vibración del sonido agudo se encontraba en la proporción 3/2 con respecto al grave:

Raschiando con una scarpello di ferro tagliente una piastra d’ottone per levarle alcune macchie, nel muovervi sopra lo scarpello con velocitá, sentii una volta e due, tra molte strisciate, fischiare e uscirne un sibilo molto gagliardo e chiaro; e guardando sopra la piastra, veddi un lungo ordine di virgolette sottili, tra di loro parallele e per egualissimi intervalli l’una dall’altra distanti. Tornando a raschiar di nuovo piú e piú volte, m’accorsi che solamente nelle raschiate che fischiavano lasciava lo scarpello le ‘ntaccature sopra la piastra; ma quando la strisciata passava senza sibilo, non restava pur minima ombra di tali virgolette. Replicando poi altre volte lo scherzo, strisciando ora con maggiore ed ora con minor velocitá, il sibilo riusciva di tuono or piú acuto ed or piú grave; ed osservai, i segni fatti nel suono piú acuto esser piú spessi, e quelli del piú grave piú radi, e tal volta ancora, secondo che la strisciata medesima era fatta verso’l fine con maggior velocitá che nel principio, si sentiva il suono andarsi inacutendo, e le virgolette si vedeva esser andate inspessendosi, ma sempre con estrema lindura e con assoluta equidistanza segnate; ed oltre a ciò, nelle strisciate sibilanti sentivo tremarmi il ferro in pugno, e per la mano scorrermi certo rigore: ed in somma si vede e sente fare al ferro quello per appunto che facciamo

[391] GALILEI, op. cit., 192-193.

> noi nel parlar sotto voce e nell'intonar poi il suono gagliardo, che, mandando fuora il fiato senza formare il suono, non sentiamo nella gola e nella bocca farsi movimento alcuno, rispetto però ed in comparazione del tremor grande che sentiamo farsi nella laringe ed in tutte le fauci nel mandar fuora la voce, e massime in tuono grave e gagliardo. Ho anco tal volta tra le corde del cimbalo notatone due unisone alli due sibili fatti strisciando al modo detto, e de i piú differenti di tuono, de i quali due precisamente distavano per una quinta perfetta; e misurando poi gl'intervalli delle virgolette dell'una e dell'altra strisciata, si vedeva, la distanza che conteneva quarantacinque spazzi dell'una, contenere trenta dell'altra, quale veramente è la forma che si attribuisce alla diapente[392].

No obstante, ninguno de estos dos experimentos parece ser real. Más bien se trataría de experimentos mentales, tan típicos de Galileo también en otras cuestiones[393]. Por lo tanto, la relación inversa entre longitud de cuerda y frecuencia de vibración no es demostrada por Galileo, quien, sin embargo, la toma como verdadera.

A partir del supuesto de que frecuencia de vibración y logitud de cuerda son inversamente proporcionales, Galileo formula la que se considera la primera teoría científica sobre la percepción de la consonancia, la teoría de coincidencia de pulsos:

> Fermato questo punto, potremo per avventura assegnar assai congrua ragione onde avvenga che di essi suoni, differenti di tuono, alcune coppie siano con gran diletto ricevute dal nostro sensorio, altre con minore, ed altre ci feriscano con gradissima molestia; che è il recar la ragione delle consonanze piú o men perfette e delle dissonanze. La molestia di queste nascerá, credo io, dalle discordi pulsazioni di due diversi tuoni che sproporzionatamente colpeggiano sopra 'l

[392] GALILEI, op. cit., 195-196.

[393] Ver: WALKER, *Studies in musical science*, op. cit., p. 28-30, donde Walker discute los problemas físicos de ambos experimentos y su más que probable origen exclusivamente "mental". Ver también: DOSTROVSKY, Sigalia, "Early Vibration Theory: Physics and Music in the Seventeenth Century", *Archive for History of Exact Sciences*, 14 (1975), 180.

nostro timpano, e crudissime saranno le dissonanze quando i tempi delle vibrazioni fussero incommensurabili; per una delle quali sará quella quando di due corde unisone se ne suoni una con tal parte dell'altra quale è il lato del quadrato del suo diametro: dissonanza simile al tritono o semidiapente. Consonanti, e con diletto ricevute, saranno quelle coppie di suoni che verranno a percuotere con qualche ordine sopra 'l timpano; il qual ordine ricerca, prima, che le percosse fatte dentro all'istesso tempo siano commensurabili di numero, acciò che la cartilagine del timpano non abbia a star in un perpetuo tormento d'inflettersi in due diverse maniere per acconsentire ed ubbidire alle sempre discordi battiture: sará dunque la prima e piú grata consonanza l'ottava, essendo che per ogni percossa che dia la corda grave su 'l timpano, l'acuta ne dá due, tal che amendue vanno a ferire unitariamente in una sí, e nell'altra no, delle vibrazioni della corda acuta, sí che di tutto 'l numero delle percosse la metá s'accordano a battere unitamente[394]

El fenómeno de consonancia depende entonces de cómo lleguen a nuestro tímpano los pulsos (*le precosse*) que transmiten distinos sonidos. Si esos pulsos coinciden en parte, el oído no será molestado con muchos movimientos diferentes, los sonidos se mezclarán mejor y se percibirán como consonantes. Si, por el contrario, los pulsos de los dos sonidos coinciden poco o nada (como en el caso de intervalos definidos por proporciones inconmensurables) la sensación será de disonancia. Teniendo en cuenta que las proporciones que se establecen entre la frecuencia de un sonido (o lo que es lo mismo, los pulsos que lo transmiten) son inversas a las que se establecen entre longitudes de cuerda, el intervalo más consonante será la octava, ya que uno de cada dos pulsos del sonido agudo coincidirá con todos los pulsos del sonido grave[395].

---

[394] GALILEI, op. cit., 197-198.

[395] Comparar esta descripción de Galileo con las que encontramos en *De audibilibus* y los *Problemata* aristotélicos (2.4.2).

Una variante más mecanicista de la teoría de coincidencia de pulsos se puede encontrar en los escritos de Beeckman y Descartes[396]. Estos autores defienden una teoría corpuscular del sonido (el sonido se transmitiría como una serie de corpúsculos de aire que viajarían desde el objeto productor hasta el oyente, en lugar de como una onda longitudinal)[397]. Pero el fenómeno de consonancia también se debería a la coincidencia en las llegadas de los corpúsculos a nuestro tímpano. En el fondo se trata de la misma teoría de la consonancia, aunque no parta de la misma teoría sobre la transmisión del sonido.

Consecuencias de la teoría de coincidencia de pulsos

Esta teoría se considera el origen de todas las teorías modernas sobre el tema, y el desencadenante de toda una serie de investigaciones en torno a la ciencia del sonido. En palabras de Cohen, esta teoría sería incluso el punto de partida de la ciencia acústica:

> Another important function of the coincidence theory was that it naturally gave rise to a search for hosts of new facts, such as the quantitative determination of the frequency of a musical note; the various factors that influence change of pitch; tone production in pipes and drums, and so on. In other words, *the coincidence theory of consonance became the origin of the science of acoustics* [...][398]

---

[396] DESCARTES, Renatus, *Compendium musicae,* 1618. Traducción al inglés: *Excellent Compendium of Musick*, London, 1653. Facsimile, Ann Arbor, Michigan/London, 1979. Para Beeckman ver: COHEN, *Quantifying Music*, op. cit., p. 115-161.

[397] De hecho Beeckman consideraba que el objeto productor de sonido, la cuerda en movimiento, por ejemplo, seccionaba el aire en pequeños corpúsculos, los cuales viajaban hasta el oído. Ver: COHEN, *Quantifying Music*, op. cit., p. 120-123.

[398] COHEN, *Quantifying Music*, op. cit., 96.

Sin embargo la teoría presenta toda una serie de problemas que hay que analizar con cuidado. Para empezar es necesario tener presente que se trata de una teoría que evalúa (mejor o peor) exclusivamente la consonancia sensorial o *biensonancia* (como la hemos llamado en este estudio) pero no la consonancia dentro de un marco estético. Esto es evidente si tenemos en cuenta los siguientes aspectos:

1. Según esta teoría los intervalos dejan de ser estrictamente consonantes o disonantes y se colocan en una gradación de mayor a menor consonancia. La gradación coloca los intervalos dependiendo del número de coincidencias que presenten: 2/1, 3/2, 4/3, 5/4, 6/5, 7/6, 8/7 etc.[399] Por lo tanto no hay un límite claro entre consonancia y disonancia, e intervalos no utilizados en la práctica, como los definidos por proporciones que contienen al 7 (7/4, 7/5, 7/6 etc.) tienen un grado bastante alto de consonancia según esta teoría. En realidad, así, aproximadamente, es como se evalúa actualmente la consonancia sensorial (como una gradación y no como una separación entre consonancias y disonancias), pero esto, evidentemente, chocaba con la práctica musical del momento, para la cual ciertos intervalos eran consonantes y otros disonantes, dependiendo del uso que se les daba en la polifonía.

2. De hecho, podríamos hacer una escala de valoración de consonancia que se adaptase a la idea de Galileo, aunque él mismo no crea ninguna. Para colocar los intervalos podemos multiplicar los dos números que determinan su proporción: cuanto

[399] Es interesante comparar este paso de un número finito y determinado de consonancias –que podíamos encontrar en las teorías sobre la consonancia del siglo XVI, como el *numero senario*– a la gradación infinita de consonancia que se desprende de la teoría de consonancia de Galileo, con el paso del universo finito medieval al nuevo modelo de Galileo del cosmos. Incluso el universo de Copérnico, ya heliocéntrico, era todavía considerado finito y relativamente pequeño; mientras que el universo de Galileo se convierte en algo, si no infinito, sí al menos inabarcable.

menor sea el número resultante, mayor será el grado de consonancia[400]. De esta manera obtendríamos el siguiente orden para los intervalos menores que la octava:

Intervalo (ordenado por grado decreciente de consonancia)	**Proporción**	**Producto**
Unísono	1/1	1
Octava	2/1	2
Quinta	3/2	6
Cuarta	4/3	12
sexta mayor	5/3	15
tercera mayor	5/4	20
tercera menor	6/5	30
sexta menor	8/5	40

Como vemos, este orden no coincide con la valoración práctica de la época del grado de consonancia, ya que:

- La cuarta es un intervalo relativamente muy consonante según esta teoría, lo cual no concordaba con la práctica, como ya hemos visto. (Aunque sí concuerda con los estudios actuales sobre consonancia sensorial –ver 1.3.1).

- Tampoco concordaba con la práctica la colocación de terceras y sextas: la tercera mayor era, en la práctica, considerada más consonante que las sextas, aunque esta teoría decía lo contrario.

[400] Este procedimiento para valorar la consonancia había sido descrito por Benedetti, aunque con un propósito numerológico y no físico.

Estos dos problemas citados tienen que ver con el aspecto estético-cultural que también interviene en el fenómeno de la consonancia musical, que ya debatimos en 1.3, y que esta teoría no tiene en cuenta.

Los tres escritos fundamentales que existen sobre la ciencia del sonido en la revolución científica –los ya citados de Walker, Cohen y Dostrovsky– y que discuten los problemas de la teoría de coincidencia de pulsos, son conscientes de este problema estético, pero ninguno de ellos parece caer en la cuenta de cuál es la verdadera cuestión: la sensación de consonancia musical no depende exclusivamente de factores físicos sino que también depende de factores estéticos más o menos arbitrarios, como ya hemos comentado, y la teoría de coincidencia de pulsos sólo pretende describir el aspecto físico del sonido. Entonces, este problema estético no es un problema de la teoría en sí, si consideramos que ésta evalúa exclusivamente la consonancia sensorial.

4.4.3 Marin Mersenne

Quien sí se planteó los problemas estéticos que surgen de la teoría de coincidencia de pulsos, y que hemos mencionado con anterioridad, fue el monje francés Marin Mersenne. Sus conclusiones al respecto son muy interesantes, como más adelante veremos.

Cohen sugiere que la ciencia del sonido, o acústica, surgió en la revolución científica a partir del acercamiento experimental al problema de la consonancia[401]. A grandes rasgos estamos de acuerdo con la afirmación de Cohen, aunque más tarde discutiremos si se puede considerar "experimental" el origen de la teoría de coincidencia de pulsos. El fenómeno de la consonancia, y la búsqueda de una teoría

[401] COHEN, *Quantifying Music*, op. cit. p. 96 y p. 100.

científica que dé cuenta de él, se puede considerar el origen de la moderna ciencia acústica. Con Galileo todavía esta ciencia no ha hecho más que asomar la cabeza. En realidad, poco de lo expuesto por Galileo en torno al sonido se puede considerar innovador si nos retrotraemos a las teorías sobre la física del sonido en la escuela peripatética; casi todo estaba ya dicho[402].

Quien va a iniciar verdaderamente la acústica experimental a partir de la teoría de coincidencia de pulsos es el monje francés Marin Mersenne. Mersenne va a investigar experimentalmente desde la velocidad del sonido –que por primera vez se empieza a considerar relativamente constante para todas las frecuencias[403]– hasta la formulación matemática exacta de lo que se conoce como la ley de Mersenne: la frecuencia del sonido producido por una cuerda vibrante es inversamente proporcional a la longitud de la cuerda y a la raíz cuadrada del grosor de la cuerda, y también es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la tensión de la cuerda:

$v \approx \frac{1}{l}\sqrt{\frac{F}{\sigma}}$ (*v* es la frecuencia, *l* es la longitud, *F* es la tensión, *s* es el área de la sección).

---

[402] En los *Problemata* y *De audibilibus* podemos encontrar tanto la teoría de transmisión del sonido a base de pulsos (producidos por una onda logitudinal) como la teoría de consonancia a base de la coincidencia de esos pulsos.

[403] Recordemos que en la teoría de coincidencia de pulsos en la Antigüedad Clásica las diferencias de frecuencia de cada sonido dependían de las diferencias de velocidad de propagación. Mersenne establece en 453 m/s la velocidad del sonido normal, independientemente de intensidad o frecuencia, y en 162 m/s la del eco.

Aunque estas relaciones son las mismas que Galileo también comenta, Mersenne lleva a cabo toda una serie de experimentos para demostrarlo, e incluso para encontrar las desviaciones al comportamiento ideal[404]. En realidad, todas estas magnitudes mencionadas fueron medidas con precisión por Mersenne excepto la frecuencia de vibración. La relación que Mersenne establece entre la frecuencia y el resto de magnitudes se debe más a la misma convicción de Galileo, que dio lugar a la teoría de coincidencia de pulsos, que a una realidad experimental[405].

Con sus experimentos, Mersenne también descubrió la existencia de sobretonos armónicos y fue capaz de distinguir los cinco primeros[406]. Por otro lado, se dió cuenta del fenómeno de pulsaciones que aparecen cuando hay ligeras desviaciones en la afinación de una consonancia. Estas pulsaciones –no confundir con los pulsos de los que venimos hablando, que transmiten el sonido y que hacen referencia a la onda longitudinal– son los cambios de amplitud que se producen cuando dos sonidos tienen frecuencias lo suficientemente próximas, pero no iguales, y son las responsables del fenómeno de disonancia sensorial, aunque esto, por supuesto, no lo sabía Mersenne[407]. Pero este autor es consciente de que medir el número de pulsaciones por unidad de

[404] COHEN, *Quantifying Music*, op. cit., 101.

[405] Mersenne incluye en *Harmonie Universelle* (1636), lib. 1, p. 157, un argumento debido a Beeckman que intenta demostrar la relación inversa existente entre frecuencia de vibración y longitud de cuerda $\nu \approx \frac{1}{l}$. Ver DOSTROVSKY, pp. 184-185.

[406] Ya en los escritos peripatéticos se hace mención a que el sonido grave “contiene” de alguna manera a su octava aguda.

[407] Ver 1.3.1 *La consonancia sensorial*.

tiempo podría ayudar para la desafinación deliberada, es decir, para el temperamento[408], aunque él mismo no lleva a cabo tal empresa.

Todas estas cuestiones, y muchas más, son recogidas en su inmenso tratado *Harmonie Universelle*[409].

La formulación de Mersenne de la teoría de coincidencia de pulsos es prácticamente igual a la de Galileo. En el pequeño sumario de la *Harmonie Universelle*, colocado después del índice, y llamado *Abregé de la Musique Speculative*, podemos encontrar los puntos principales de la ciencia del sonido y la teoría de coincidencia pulsos tal y como los entendía Mersenne:

> Article I. Le son n'est autre chose qu'un battement d'air, que l'oüye apprehende lors qu'elle en est touchée. Or les deux principales proprietez du son consistent dans la force & dans les qualitez que nous appellons *grave & aigu*. Sa force est d'autant plus grande qu'il est fait par vn batement d'air plus violent: & ce batement est d'autant plus violent, que l'on frappe vne plus grande quantité d'air en mesme temps.
>
> Quant à sa gravité, ellle est d'autant plus grande, qu'il se fait par des batements plus tardifs; & par consequent il est d'autant plus aigu qu'il se fait par des batements plus vites; par exemple s'il se fait vn son dans vn temps donné par 50 batements, & vn autre son en vn temps égal par 100 batements, ce dernier son sera deux fois plus aigu que le premier.

---

[408] De hecho, éste es el método utilizado hoy en día para conseguir el temperamento igual.

[409] MERSENNE, Marin, *Harmonie Universelle*, (Paris 1636), édition facsimilé de l'exemplaire conservé à la Bibliothèque des Arts et Métiers et annoté par l'Auteur, introduction par Francois Lesure, Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), Paris, 1963. Sobre la ciencia del sonido en Mersenne sólo existe un estudio monográfico, aunque no es demasiado completo: LUDWIG, Helmut, *Marin Mersenne und seine Musiklehre*, Halle (Saale), 1934. Por otro lado, lo tratan por encima H. F. COHEN, op. cit. (pp. 97-114) y DOSTROVSKY, op. cit.

II. Lors que deux ou plusieurs sons se font ensemble & en mesme temps, on les appelle Consonans, quand'ils s'accordent bien, & qu'ils plaisent à l'ouye & à l'esprit. Or la raison de ces accords se prend de l'vnion desdits sons, de sorte qu'ils sont des accords d'autant plus doux, qu'ils ont leur vnion plus estroite & plus grande, comme l'on espreuue à l'Vnisson, à l'Octaue, au Diapente, &c.

L'Vnisson est l'vnion ou le meslange de deux sons faits par vn nombre égal de batements d'air; L'Octaue est le meslange de deux sons, dont le plus grave est fait par vn batement, & le plus aigu para deux; & le Diapente est le mélange [sic] de deux, dont le plus grave se fait par deux batements, & le plus aigu para trois.

Toutes les simples Consonances sont comprises & expliquées par les 6 premiers nombres 1, 2, 3, 4, 5 & 6 car l'Octaue est d'vn à 2, la Quinte de 2 à 3, la Quarte ou le Diatessaron de 3 à 4, le Diton ou la Tierce majeure de 4 à 5, & la mineure de 5 à 6. Or ils representent le nombre & la comparaison de leurs batements.

III. L'Octaue est la plus douce de toutes, apres l'Vnisson; parce que ses batements s'vnissent plus souuent ensemble: car le premier batement du son aigu s'vnit auec la premiere partie du batement du son grave, & le second batement auec la derniere partie: où ses batements s'vnissent de 2 coups en 2 coups: ceux de la Quinte de 3 coups en 3 coups, &c.

Et lors que l'vnion est égale de la part du son aigu, & inégale de la part du grave, la Consonance qui vnit également ses sons de la part de l'vn & de l'autre est plus douce: para exemple les batements de la Quinte s'vnissent de 3 coups en 3 coups, à l'égard du son aigu, & de 2 en 2 à l'égard du grave. Mais la Douziesme vnit ses sons à chaque coup, à l'égard du grave: c'est pourquoy elle est puls douce.

IV. Puisque le poids ne peut faire monter vne chorde à l'Octaue, s'il n'est quadruple, l'on peut dire que le son aigu de l'Octaue est 4 fois plus pesant que le son grave. Mais quand les chordes sont differents en longueur, & d'égale grosseur et matiere, le poids qui doit faire monter la chorde 2 fois plus longue à l'Octaue, doit estre Octuple, parce que le quadruple met seulement la chorde double à l'Vnisson de la souzdouble; & puis le quadruple la fait monter à l'Octaue.

> V. L’on peut dire que 230 toises sont la propre mesure des sons droits; puis qu’ils font ce chemin dans le temps d’vne seconde, soit que le vent fauorise, où qu’il soit contraire, & que les sons soient forts ou foibles: & que 162 toises sont la mesure des sons reflechis, puis qu’vne syllabe prononcée le plus viste que l’on peut, va frapper la muraille éloignée de 81 toises, & puis il reuient à l’oreille dans le temps d’vne seconde minute. Or si le son se fait par des cercles semblables à ceux qui se font sur l’eau, il est certain que l’émotion de l’air qui porte le son, est 1870 fois plus aisé à mouuoir, plus liquide, moins resistant & plus leger que l’eau.

Pero Mersenne, al contrario que Galileo, es plenamente consciente de los problemas estéticos que la teoría presenta y los discute ampliamente en el *Livre Premier des Consonances* de su tratado. Llega a la conclusión de que la realidad física –según él descrita mediante la teoría de coincidencia de pulsos– y la realidad estética –determinada por el uso en la práctica musical– son dos realidades diferentes e irreconciliables. Por ello, Mersenne elabora dos tablas diferentes de ordenación de las consonancias menores que la octava. Una de las tablas representa el orden de consonancia según la física del sonido, es decir, lo que nosotros hemos denominado consonancia sensorial, y es el que se desprende de la teoría de coincidencia de pulsos. La otra es una tabla estética, donde aparecen las consonancias ordenadas según se perciben dentro del contexto musical; es lo que nosotros hemos llamado consonancia musical:

Consonancia sensorial	Consonancia musical
[Unísono]	[Unísono]
Octava	Octava
Quinta	Quinta
Cuarta	Tercera mayor
Sexta mayor	Tercera menor
Tercera mayor	Sexta mayor
Tercera menor	sexta menor
Sexta menor	Cuarta

MERSENNE, *Harmonie Universelle*,

“Livre Premier des Consonances”, prop. 32, corol. 2, p. 82.

Como podemos observar, la ordenación estética de las consonancias que lleva a cabo Mersenne se corresponde perfectamente con la que un tiempo atrás había propuesto Salinas, por lo que podemos tomarla como modelo bastante próximo de la realidad musical a finales del siglo XVI y principios del XVII. La ordenación de la consonancia sensorial, sin embargo, es la que se desprende de la teoría de coincidencia de pulsos.

Además de los problemas estéticos que Mersenne intenta resolver, esta teoría también da lugar a otro problema de índole más grave: tanto Galileo como Mersenne establecen una gradación de consonancia que en el fondo parte de la teoría aritmética clásica de la consonancia: los intervalos más consonantes son aquellos cuyos sonidos presentan más coincidencias en sus pulsos. Por lo tanto, la octava de proporción 2/1 será el más consonante de todos, después le seguirá el intervalo de proporción 3/2, luego el de proporción 4/3, etc. Por otro lado estarán los intervalos que presentan muy pocas coincidencias, como el tono 9/8 o el semitono 16/15. Por último, serán los más disonantes de todos, aquellos intervalos definidos por proporciones de números inconmensurables entre sí (es decir, por números irracionales), como por ejemplo $\frac{\sqrt{2}}{1}$ (intervalo que se corresponde a un tritono del temperamento igual). Los sonidos que componen estos últimos intervalos presentan pulsos que no coincidirán *jamás*, de lo que se percata Galileo, y por tanto, según él, son las máximas disonancias:

> Crudissime saranno le dissonanze quando i tempi delle vibrazioni fussero incommensurabili[410].

Pero entonces nos podemos preguntar, ¿qué pasa con los intervalos temperados? Ya hemos comentado cómo el temperamento da como resultado que varias (si no todas) las consonancias se desajustan de sus justas proporciones y se establecen en números irracionales. No obstante, una quinta temperada, según el temperamento igual o cualquiera de los temperamentos mesotónicos, es claramente mucho más auditivamente consonante que el intervalo definido por la proporción racional 9/8. Lo mismo podemos decir de las terceras o la cuarta temperada.

Este problema, que hoy en día sí puede ser explicado, ni siquiera se lo plantearon estos pensadores, ya que la respuesta, evidentemente, supone la reformulación total de la teoría de coincidencia de pulsos.

Para los intervalos definidos por proporciones de números sencillos la gradación de Mersenne de la consonancia sensorial arroja resultados relativamente próximos a los de los estudios modernos sobre el tema. No hay más que comparar con los gráficos de Kameoka y Kuriyagawa expuestos en 1.3.1 *La consonancia sensorial*. Sin embargo,

[410] GALILEI, op. cit., 197.

para los intervalos cuyas proporciones no son racionales, la teoría de coincidencia de pulsos no funciona en absoluto. Si nos fijamos en las gráficas citadas vemos que un intervalo que se aproxime a una quinta de proporción 3/2 se va acercando al pico de consonancia de esa quinta. Cuanto más se aproxime, más consonancia sensorial presentará. Y desde luego, un intervalo lo suficientemente próximo al pico de consonancia de, siguiendo con el ejemplo, la quinta, será mucho más consonante que otro cuya proporción sea exactamente la de los números sencillos 9/8. Es decir, el temperamento puede rebajar el grado de consonancia de un intervalo, pero no tanto. Este problema también se le puede plantear a la teoría metafísica del *senario*, pero no estaba en las manos de los pensadores de esta época su resolución.

Los problemas que plantea esta teoría y que hemos mencionado hasta ahora (la no división consonancia/disonancia, la gradación de las consonancias, la inconmensurabilidad) han sido comentados por los ya citados Cohen[411] y Dostrovsky, aunque según nuestro punto de vista, estos autores no consiguen resolverlos satisfactoriamente. Creo que nosotros hemos dado al menos las bases para poder abordarlos y comprenderlos mejor en su contexto.

Sin embargo, la teoría de coincidencia de pulsos también plantea otro problema no menos importante, y que ha pasado desapercibido incluso para los estudiosos actuales: para que los pulsos que transmiten los dos sonidos consonantes coincidan, ambos sonidos deben estar en fase, es decir, si son emitidos desde el mismo lugar, deben serlo exactamente al mismo tiempo, porque si no los pulsos no coincidirían jamás[412]. Esto, evidentemente, es algo prácticamente imposible de conseguir, y

[411] COHEN, *Quantifying Music*, op. cit. pp. 96-97.

[412] Hoy en día se sabe que la sensación de consonancia sensorial no depende en absoluto de la fase en que se encuentre cada sonido.

sorprende que la mente privilegiada de Galileo no lo tuviera en cuenta. Por supuesto, la resolución de este problema implicaría, de la misma manera que el problema de la inconmensurabilidad, la reformulación total de la teoría.

De todas maneras, y a pesar de todos los problemas expuestos, la teoría de coincidencia de pulsos supuso una verdadera revolución en la física del sonido. Normalmente se atribuye su condición de revolucionaria al hecho de que se base, supuestamente, en la experimentación[413]. No obstante, ya hemos visto que el origen de la teoría no tiene nada de experimental. Ni Benedetti ni Galileo midieron de hecho la frecuencia de vibración de los sonidos audibles, y Mersenne sólo lo intentó para frecuencias no audibles muy graves, por lo que todas sus discusiones se basan en conjeturas intuitivas, bastante acertadas –es cierto que longitud de cuerda y frecuencia de vibración son inversamente proporcionales– pero al fin y al cabo conjeturas. Tampoco era innovadora la teoría en sí. La encontramos formulada prácticamente en los mismos términos en la escuela peripatética. Luego, ¿cuál es, según mi punto de vista, lo revolucionario de la teoría de coincidencia de pulsos?

Para responder a esta pregunta tenemos que volver a una cuestión que hemos estado tratando a lo largo de todo el trabajo. Ya hemos mencionado cómo las teorías que surgen para explicar el fenómeno de consonancia se pueden agrupar en tres grandes tipos:

1. Un tipo son las que hemos llamado aritméticas. A partir del descubrimiento de las proporciones musicales en la escuela pitagórica los pensadores se van dando cuenta de las características aritméticas que presentan ciertas magnitudes de los cuerpos productores de sonidos consonantes, y sacan conclusiones. En general, las teorías aritméticas se limitan a determinar qué tipo de relaciones matemáticas deben

[413] Esta es la opinión de, por ejemplo, COHEN, op. cit.

establecerse para que se produzcan intervalos consonantes (y a veces incluso generalizan también a otros tipos de intervalos no consonantes).

2. A partir de este descubrimiento aritmético surgen las teorías metafísicas de la consonancia. Éstas son aquellas que intentan responder al porqué del asunto. ¿Por qué son consonantes los intervalos definidos por determinadas proporciones? A grandes rasgos estas teorías suelen defender que esas proporciones son consonantes porque son las relaciones matemáticas con que dios ha construido el mundo y nuestra propia alma humana. A este grupo pertenecen tanto las teorías clásicas sobre la *tetraktys* y la harmonía de las esferas como la explicación metafísica del *senario* que nos proporciona Zarlino.

3. Por otro lado están las teorías físicas sobre la consonancia. Éstas también parten, en cierta medida, de los descubrimientos aritméticos, pero no buscan el porqué sino el cómo. ¿Cómo funciona el sonido, y nuestro oído, para que aquellos sonidos producidos por objetos cuyas magnitudes físicas responden a ciertas proporciones suenen consonantes? Éstas teorías son las únicas con espíritu realmente científico. Porque científico es precisamente lo que no da cuenta del *porqué* sino del *cómo*, lo que no intenta *explicar* sino *describir* con precisión.

Estas dos categorías en que hemos dividido las teorías explicativas de la consonancia –la metafísica y la física– se pueden ver en todos los ámbitos del conocimiento. Por un lado está el conocimiento metafísico o religioso, por otro el conocimiento científico. Y estos dos tipos de conocimiento no tienen porqué estar reñidos entre sí, ya que cada uno da respuesta a preguntas filosóficas distintas. Las teorías metafísicas responden al *porqué*; buscan una causa última, que, a mi parecer, sólo se puede encontrar en la fe. Las teorías físicas, científicas, se limitan a responder al *cómo*; crean modelos matemáticos que se acomodan, más o menos, a la realidad experimental, e intentan, por tanto, describir el mundo material en el que vivimos.

Pongamos un ejemplo de lo que quiero decir: El modelo de Newton de la gravitación universal, un paradigma de teoría científica. Esta teoría no explica, sólo describe el hecho y lo cuantifica mediante un modelo que parece coincidir con la realidad. Cuando posteriormente se descubrió que ese modelo no se ajustaba al cien por cien de los casos reales se buscó otro más preciso que alcanzara a describir más casos. Así surge la teoría de la relatividad general, que tampoco explica, sino que describe con más precisión. Ninguno de estos modelos es capaz de decir *por qué* existe un campo gravitacional. Lo único que hacen es describir matemáticamente el comportamiento de ese campo creando un modelo: el primero un modelo de fuerzas, el segundo un modelo geométrico. El hecho es que las masas se atraen entre sí. Nosotros podremos matematizar esa atracción con más o menos precisión, pudiendo así predecir el comportamiento de cualesquiera masas; pero la *razón* de que esa atracción ocurra no parece estar al alcance de la mano del hombre. Todo lo que podremos llegar a saber es *cómo*, de qué manera, ocurre.

Y precisamente, lo revolucionario de la teoría de coincidencia de pulsos es su espíritu científico; el hecho de que por primera vez después de muchos siglos, se plantee un modelo que describa el comportamiento del sonido para así poder ver cómo funciona el fenómeno de consonancia. El porqué se deja de lado y el cómo se convierte en la pregunta fundamental a la que intenta responder el modelo científico de la teoría de coincidencia de pulsos.

Conectando con lo que acabo de comentar, me gustaría discutir una reflexión del ya citado Cohen a la teoría de coincidencia de pulsos. A los problemas que presenta esta teoría, Cohen añade uno más:

As if all this were not enough, the coincidence theory suffered from one more defect [...]. For what precisely was the connection between the regularity with which the eardrum was struck by the vibrations generated by the consonant intervals, and the musical beauty perceived by the human soul? Or, formulated differently, did not the coincidence theory leave completely unexplained what happens in between the eardrum being subjected "to a perpetual Torment of bending itself two different Ways, in Submission to the ever disagreeing Percussion", and the experience of dissonance wihin us? [...] But Galileo chose to ignore the gap, in that he apparently considered the mode of affection of the eardrum a suffucient explanation of human auditory sense experience. In doing so he left it to other scientists to find out whether the coincidence theory of consonance was able to fill the gap[414].

Es evidente que la teoría de coincidencia de pulsos no puede conectar el modelo físico del comportamiento del sonido que describe con la sensación del alma humana; es decir, no puede responder al porqué ni dar una causa final del fenómeno. Pero, como ya he comentado anteriormente, eso, precisamente, es lo que hace que la teoría sea científica y no metafísica. De hecho, ni ésta ni ninguna otra teoría científica sobre el tema es capaz de dar esa respuesta. Las únicas teorías que pueden conectar esos dos mundos son las metafísicas, las del tipo: *hallamos belleza musical porque esas proporciones son con las que Dios ha creado el universo y nuestra alma*. Las teorías metafísicas (como el *senario*) pueden responder perfectamente al porqué, pero, evidentemente, no nos aportan ningún conocimiento sobre el mundo material en el que vivimos.

---

[414] COHEN, H. F., *Quantifying Music*, op. cit., 96.

El modelo de la teoría de coincidencia de pulsos no era del todo correcto[415] –hoy sabemos que la percepción de consonancia no depende de la coincidencia en fase de las ondas sonoras, sino de otros fenómenos acústicos– pero el espíritu era el idóneo para permitir el avance en ese campo a los científicos posteriores. Por otro lado, esta teoría incentivó increíblemente la experimentación en el campo de la física acústica, aunque ella misma no procediese de la experimentación.

Para terminar nuestro estudio sobre las teorías en torno a la consonancia, me gustaría apuntar una idea, aunque no la trataremos en profundidad.

La cuestión es que, a pesar del nacimiento de la ciencia del sonido y de la teoría de coincidencia de pulsos, el interés metafísico, la búsqueda del porqué último al fenómeno de la consonancia, no se acaba por completo con la revolución científica. El gran físico Kepler, a principios del siglo XVII, sigue creyendo en una versión particular de la teoría metafísica de la consonancia. Y es precisamente buscando esa harmonía de las esferas como llega a la formulación de sus tres famosas leyes científicas –hoy en día aún vigentes– que describen el movimiento de los planetas alrededor del Sol[416]. Es decir, la idea inicial que motiva las investigaciones científicas de Kepler sobre el cosmos es una idea puramente metafísica: es la idea clásica de la harmonía de las

[415] No obstante, hay autores actuales que dan todavía mucha importancia a esta teoría, como WHITCOMB, Benjamin Dwight, *The Coincidence Theory of Consonance: A Re-evaluation Based on Modern Scientific Evidence*, Ph. D., University of Texas at Austin, 1999. Este autor considera que la vigencia de esta teoría es mucho mayor de lo que se piensa: todas las teorías actuales sobre consonancia sonora derivarían directamente, según Whitcomb, de la teoría de coincidencia de pulsos.

[416] KEPLER, Johannes, *Harmonices Mundi Libri V*, 1619; en: *Gesammelte Werke*, ed. Max Caspar, VI, Munich, 1940. Sobre la teoría de la consonancia de Kepler ver: WALKER, op. cit., 34-62.

esferas. Algo que no tiene nada de científico en sí también puede motivar la investigación científica, porque, como ya he dicho, esos dos niveles de conocimiento no parecen ser incompatibles. Una cuestión es la realidad física que el científico intenta estudiar, conocer y describir; otra es la creencia religiosa que da sentido (según el creyente) a lo que la ciencia describe.

5. CONCLUSIONES

CLASIFICACIÓN DE LAS TEORÍAS EN TORNO A LA CONSONANCIA

A grandes rasgos podemos decir que las teorías en torno a la consonancia que han ido apareciendo durante la época en que hemos centrado el trabajo corresponden a dos tipos fundamentales:

1. Unas son **teorías musicales**, que desarrollan, por ejemplo, clasificaciones de intervalos por su grado de consonancia y disonancia para después poder determinar leyes prácticas para la composición musical. Este tipo de teorías son las que más encontramos en toda la época medieval, en que los tratadistas elaboran complejas clasificaciones de consonancia y disonancia, perfección e imperfección, que intentan sistematizar todos los tipos de intervalos a disposición del músico. Pero son muy comunes a lo largo de toda la historia de la teoría musical.

2. Las otras son **teorías explicativas**, que intentan describir, dar una razón o explicar el fenómeno de consonancia, más o menos al margen de sus implicaciones o su uso musicales. Ello nos puede llevar a pensar que se trata, en principio, de teorías científicas en torno al fenómeno de consonancia sonora. Sin embargo, hemos observado que no todas ellas son científicas en el sentido actual del término “ciencia”.

Porque la ciencia, en cualquier ámbito, no estrictamente en el musical o psicoacústico, no es capaz de “explicar”, si por “explicar” entendemos dar una razón que justifique que un hecho ocurra. La ciencia sólo puede describir cuantitativamente, es decir, crear modelos matemático-físicos que se ajusten a la realidad, para así poder, de alguna manera, predecir un cierto comportamiento.

Dentro de las teorías explicativas nos encontramos, por tanto, con algunas que sí podemos denominar científicas, ya que proponen modelos sobre el comportamiento del sonido y la consonancia. Pero también hay otras que intentan dar una *razón* al fenómeno de la consonancia, convirtiéndose así en teorías metafísicas. Por otro lado hemos encontrado teorías que, aunque en principio parecen ser explicativas, al mismo tiempo son usadas de manera práctica en la construcción de sistemas musicales concretos, por lo que se encuentran a medio camino entre los dos tipos que hemos propuesto anteriormente, las musicales y las explicativas. Éstas últimas son teorías aritméicas.

LA CONSONANCIA EN LA ANTIGÜEDAD CLÁSICA

El hecho fundamental que sucede en la Antigüedad, y que va a determinar tanto el origen de la ciencia del sonido como todas las diferentes teorías en torno al fenómeno de la consonancia, es el descubrimiento de las llamadas *proporciones musicales* o, dicho con más propiedad, las *proporciones consonantes*. Es decir, el descubrimiento de que ciertas magnitudes físicas fácilmente medibles (como la longitud de cuerdas vibrantes) guardan relaciones matemáticas sencillas cuando los sonidos producidos guardan relaciones musicales especiales. Este hecho, atribuido constantemente a Pitágoras o a su escuela, aunque muy probablemente conocido con anterioridad, supuso el punto de partida de toda una disciplina científica en el mundo clásico: la harmónica. Además, posiblemente contribuyó en gran medida a una concepción metafísica del número.

A partir de este descubrimiento se desarrollaron tres grandes líneas de discusión en torno al fenómeno de consonancia: las teorías aritméticas, las teorías metafísicas y las teorías físicas. Los tres tipos de teorías tienen un origen común: la constatación experimental de que los intervalos musicales consonantes (es decir, con unas características sonoras especiales y fácilmente reconocibles por todos) correspondían a determinadas relaciones matemáticas entre las longitudes de cuerdas vibrantes que produjesen esos intervalos.

Dado que en la Grecia Clásica la música se regía por los intervalos naturales de octava, quinta y cuarta –siendo todos los intervalos menores que la cuarta en cierta manera indeterminados– fueron precisamente esos intervalos los que establecieron el pensamiento en torno a la consonancia. De esta manera, las consonancias se asociaron indisolublemente a las proporciones 2/1, 3/2, 4/3, 3/1, 4/1, todas ellas formadas entre números del 1 al 4. La asociación directa de las consonancias a estas proporciones, alejándose del hecho empírico originario, se constata claramente en las narraciones cuasimitológicas y físicamente imposibles que describen precisamente el descubrimiento de esas proporciones por parte de Pitágoras (como el *mito de la fragua*).

Quiero decir con esto que, por ejemplo la octava, llegó a caracterizarse simplemente por la relación matemática 2/1, y no por el hecho físico originario (es decir, por la relación 2/1 *entre las longitudes de dos cuerdas productoras de sonidos a distancia de octava*). Y esto es de mucha relevancia, ya que no todas las magnitudes físicas se comportan de la misma manera, y por tanto no se relacionan entre sí según las mismas relaciones matemáticas; las longitudes de cuerda se relacionan entre sí con las proporciones anteriormente citadas, pero no ocurre lo mismo con, por ejemplo, la tensión a la que se someten las cuerdas o el grosor de las mismas.

No obstante, la condición de consonancia se asoció indisolublemente a las que se establecieron como *proporciones consonantes*: 2/1, 3/2, 4/3, 3/1 y 4/1, al margen completamente del hecho físico real. No deja de ser curioso que partiendo de un dato empírico y experimental se llegase a tal grado de abstracción.

El sistema musical en la Antigüedad es eminentemente melódico. Sin embargo, la importancia que los pensadores de la época dan al fenómeno de consonancia, es decir, al fenómeno que ocurre cuando ciertos sonidos son percibidos *simultáneamente*, nos puede hacer replantearnos el carácter exclusivamente monódico. Si tan importante es la consonancia de sonidos simultáneos, es muy probable que en la música se utilizara algún tipo de heterofonía basada precisamente en la utilización vertical de esos intervalos consonantes.

Hablemos ahora de los tres tipos de teorías, o tres maneras de abordar la cuestión de la consonancia. Como nuestro discurso a lo largo de este capítulo ha sido histórico, hagamos ahora un discurso sistemático complementario –organizado en torno a los tres tipos de teorías– que pueda ayudarnos a visualizar mejor el tema.

Las teorías aritméticas

Una vez establecidas las proporciones consonantes nos encontramos con la primera teoría aritmética de la consonancia, que se puede resumir en lo siguiente: las consonancias son aquellos intervalos musicales que se corresponden con proporciones entre números del 1 al 4. Esta afirmación, que podemos encontrar en fragmentos atribuidos a pitagóricos como Filolao, se complementa con otras dos afirmaciones; una de ellas es expuesta por Arquitas; la otra no podremos encontrarla de manera explícita hasta *Sectio Canonis*, pero sin embargo aparece claramente implícita también en las teorías de Arquitas. La afirmación de Arquitas es que las proporciones consonantes se relacionan entre sí mediante tres tipos de proporcionalidades matemáticas: la aritmética, la harmónica y la geométrica. Por otro lado, la afirmación de *Sectio Canonis* es que las consonancias se dan obligatoriamente en proporciones múltiples o epimóricas.

El hecho es que entre los números 1 al 4 sólo se dan proporciones múltiples (2/1, 3/1 y 4/1) y epimóricas (3/2 y 4/3), y que esas proporciones se relacionan entre sí con, y sólo con, esos tres tipos de proporcionalidades, por lo que estas dos últimas afirmaciones carecerían de todo valor si no fuera por un desarrollo posterior de la teoría aritmética.

Las tres facetas de la teoría aritmética que hemos visto hasta ahora corresponden a un interés por *explicar* y *dominar* el fenómeno de consonancia. Así, los teóricos griegos tenían un marco estable y firme de explicación y control del fenómeno de la consonancia. Sin embargo, al mismo tiempo se encontraban ante un grave problema: no podían controlar fácilmente el resto de intervalos, no consonantes pero sí musicales, menores que la cuarta. De hecho, en la práctica musical parecía darse un amplio rango de posibilidades para esos intervalos *menores*; e incluso los teóricos más prácticos, como Aristoxeno, describían, de una manera cualitativa, una gran variedad de géneros distintos. Este descontrol no encajaba en absoluto con la mente racional que se estaba gestando en la Grecia Clásica. El control sobre estos intervalos *indefinidos* era necesario.

Para ello, pensadores con Arquitas, Dídimo o Ptolomeo idearon distintos sistemas que, en realidad, no son más que extrapolaciones de la teoría –en origen *explicativa*– aritmética.

Evidentemente, la *tetraktys* de la década no permitía una ampliación de intervalos, por lo que esa condición quedó completamente al margen. Sin embargo, las otras condiciones aritméticas de los intervalos consonantes podían ser utilizadas para construir nuevos intervalos; nuevos intervalos que, al compartir esas condiciones, participarían en parte de la musicalidad de las consonancias. De esta manera, muchos teóricos griegos (como Arquitas, Platón, Nicómaco o Ptolomeo, entre otros) construyeron sistemas de afinación de división de la cuarta en los que se intentaban aplicar los siguientes criterios:

1. Utilización de proporciones epimóricas. (Las proporciones múltiples daban como resultado intervalos mayores que la octava, por lo que no servían para dividir el tetracordio).

2. Utilización de las proporcionalidades aritmética y harmónica. (Las proporciones epimóricas no se podían dividir geométricamente, por lo que la proporcionalidad geométrica quedó al margen en la división tetracordal).

Estos dos criterios, aplicados de distintas maneras, dieron como resultado divisiones tetracordales tan diferentes entre sí como las de Arquitas, Platón, Ptolomeo o Dídimo, entre otros.

De esta manera, una teoría en principio *explicativa* del fenómeno de consonancia –ya que su intención primera era describir *cómo* debían ser, matemáticamente hablando, los intervalos consonantes– y surgida de un hecho físico experimental, se transformó en una teoría práctica, generadora de sistemas musicales.

Este proceso transformador de una teoría originariamente pasiva-explicativa en otra activa-generativa es, en realidad, muy similar al funcionamiento de la ciencia moderna, y lo podríamos describir como una conjunción de procesos inductivos y deductivos. El hecho físico experimental proporciona datos empíricos. A partir de estos datos se inducen leyes matemáticas que se corresponden con el hecho experimental. Por último, mediante deducción, se aplican esas leyes matemáticas a otros hechos no constatados experimentalmente. Se abstrae y se considera que si esa ley ha probado su eficacia en el hecho experimental concreto, debe ser válida también para otros hechos similares. Evidentemente, la cuestión es determinar qué significa *similar* en este contexto. Para los pensadores clásicos es claro que los intervalos no consonantes pero musicales (melódicos en términos Ptolemaicos) eran *similares*, de alguna manera, a las consonancias, por lo que se les podía aplicar la ley matemática que había probado su validez con las consonancias.

Este paso que se produce en la teoría aritmética de su faceta pasiva-explicativa a su faceta activa-generativa es fundamentalmente evidente en el tratado de Ptolomeo, quien, por primera vez, intenta conjugar la razón y la percepción, y las convierte en herramientas fundamentales del estudioso de la harmónica, desarrollando así un método científico a mi parecer de muchísima importancia en la historia del pensamiento científico. Hasta entonces los únicos que habían dado importancia a la percepción en el estudio de la harmónica eran los seguidores de Aristoxeno, totalmente ajenos al estudio matemático del sonido. Ptolomeo parte de un estudio matemático que podríamos calificar de "pitagórico", pero critica precisamente a los neopitagóricos de su época por anclarse a los dictados de la razón, sin tener en consideración el elemento sensorial.

Por otro lado, Ptolomeo es el primer teórico de la historia de la música en percatarse del papel que juega el elemento cultural a la hora de juzgar los sistemas musicales. Este elemento es hoy en día fundamental en el estudio de la consonancia musical (ver 1.3.3 *La consonancia musical*). Como discutimos en el primer capítulo, el fenómeno de consonancia musical no sólo depende de un factor físico-acústico, sino que también es esencial la formación cultural del oído musical del oyente. Sin embargo, la importancia del elemento cultural es algo que no volverán a tener en cuenta, de manera consciente, los teóricos del sonido hasta Marin Mersenne a principios del siglo

XVII. Y, de hecho, habrá que esperar a los estudios sobre la consonancia de Helmholtz (1863) para encontrar una verdadera teoría de la consonancia en la que el factor cultural juegue un papel relevante.

A pesar de la riqueza teórica sobre sistemas de afinación que podemos encontrar en la Antigüedad, será sólo el diatónico expuesto por Boecio, de claro origen neopitagórico (a través de Nicómaco), el que predominará como sistema teórico durante la Edad Media. El diatónico de Boecio, el mismo que podemos encontrar desde la escala de Filolao, pasando por el *Timeo*, *Sectio Canonis* y Nicómaco, se convertirá en el sistema de afinación teórico (que no práctico, como más adelante veremos) que dominará la teoría musical europea hasta finales del siglo XV.

Las teorías metafísicas

El establecimiento de las *proporciones consonantes* llevó también hacia otro camino de explicación de la consonancia. Un camino que pretendía dar respuesta a la siguiente pregunta filosófica: ¿Por qué son consonantes ciertas proporciones y no otras? Y una respuesta al porqué último, se trate del tema que se trate, sólo puede venir de la metafísica. De esta forma surgió la explicación metafísica de la *tetraktys* de la década, que posteriormente llevó a las distintas versiones de la harmonía de las esferas (como la de Platón o las más explícitas helenísticas). Todas las diferentes versiones de teorías que podemos llamar metafísicas se dejan resumir en lo siguiente: ciertas proporciones son consonantes porque son las mismas proporciones con que está construido todo el universo, nuestra propia alma incluida.

Diferentes versiones de la teoría metafísica se pueden ver en la primitiva escuela pitagórica, en la metafísica Platónica o en tratados helenísticos y romanos, como los de

Nicómaco, Aristides Quintiliano, Ptolomeo o Boecio. La recopilación que lleva a cabo Boecio, con su triple división de la música en mundana, humana e instrumental, se convertirá en el referente sobre el tema en la Europa Medieval.

Las teorías físicas

Estas teorías están íntimamente ligadas al desarrollo de la ciencia del sonido y, por supuesto, al omnipresente descubrimiento de las *proporciones consonantes*. Por teoría física me refiero a toda teoría que intenta crear un modelo sobre el comportamiento del sonido que pueda describir físicamente el fenómeno de la consonancia.

El primer vestigio que conservamos relacionado con el origen de la ciencia del sonido es el mencionado fragmento de Arquitas, en el que por primera vez se asocia velocidad de transmisión a altura del sonido, todavía de una forma algo vaga. En esa misma línea se encuentra el pensamiento de Platón en torno al sonido, quien, además, elabora la primera teoría física sobre la consonancia.

Pero es en la escuela peripatética donde aparece una verdadera ciencia del sonido, y una teoría física elaborada y de entidad sobre el fenómeno de consonancia. Según el modelo expuesto en *De audibilibus* y los *Problemata*, el sonido se transmite ondulatoriamente a través del aire como una serie de pulsaciones sucesivas. Cuando las pulsaciones de dos sonidos diferentes golpean coincidentemente nuestro oído, los dos sonidos se mezclan en una sola sensación, produciendo el fenómeno de consonancia. Si las pulsaciones coinciden poco o nada, la sensación será de disonancia. Esta nueva teoría física de la transmisión del sonido y de la consonancia no es más que una evolución posterior de la anterior teoría de transmisión de Arquitas. Los sonidos que se transmiten más rápidamente harán llegar más impulsos por unidad de tiempo al oído. Así, la antigua idea de que la velocidad de transmisión varía de unos sonidos a otros, se mantiene en la nueva teoría.

Esta teoría física de la consonancia fue recopilada en el tratado de Boecio (quien la tomó de Nicómaco), por lo que, en principio, era accesible al mundo medieval. Sin embargo, todo el interés por la física del sonido se pierde durante la Edad Media en Europa, y no se recupera hasta finales del siglo XVI.

LA CONSONANCIA EN LA EDAD MEDIA

El sistema de Boecio como marco teórico de afinación

Boecio se convierte en la gran autoridad sobre música durante la Edad Media. Recordemos que la teoría musical que recoge el tratado de Boecio no es más que una recopilación de teoría musical griega helenística. En concreto podemos afirmar que Boecio recoge, traducidos al latín, el tratado perdido de Nicómaco y el primer libro de los *Harmónicos* de Ptolomeo.

No obstante, según avanzamos a lo largo de la música medieval, podemos observar cómo se va estableciendo un sistema harmónico que nada tiene que ver con el de la tradición griega. Para empezar, en la Europa medieval aparece un nuevo fenómeno musical desconocido como tal en la Antigüedad Clásica, la polifonía. Aunque ya hemos discutido el problema de la consideración puramente monódica de la música griega –recordemos la importancia de la simultaneidad de sonidos en la definición griega de la consonancia, lo que nos obliga a pensar que esa simultaneidad se daba también en la práctica musical, por lo que ésta no sería estrictamente monódica– sin embargo, el nuevo fenómeno de la polifonía se diferencia claramente de la simple simultaneidad sonora en que ahora los intervalos armónicos (verticales) se consideran formados por *diferentes* melodías superpuestas, y no por adornos a una *única* melodía.

En un primer momento, las relaciones interválicas entre esas diferentes melodías se regían por el mismo sistema de consonancias que hemos visto en la Antigüedad. Si nos limitamos al ámbito de una octava, intervalo patrón de toda la música occidental, los intervalos consonantes eran octava, quinta y cuarta. El resto de intervalos que dividían la octava, o lo que es lo mismo, los intervalos menores que la cuarta, no eran más que un relleno a esa estructura fundamental. Por lo tanto, en principio el sistema harmónico era bastante similar al que nos habíamos encontrado en la Antigüedad. Pero una diferencia estaba clara; ahora ya sólo se utilizaban intervalos menores[417] relativamente grandes y parecidos de tamaño entre sí, es decir, intervalos que cualitativamente podríamos llamar tonos y semitonos. En este primitivo sistema polifónico medieval no se habla jamás de tercios o cuartos de tono, que sí aparecían en los sistemas griegos. Y los tonos y semitonos del sistema medieval se intercalan de tal manera que nunca aparezcan dos semitonos seguidos.

Todo esto se traduce en que se toma el diatónico de Boecio como marco harmónico y de afinación, que atiende a lo que acabamos de explicar, y se olvidan por completo los otros géneros del sistema musical griego expuestos por Boecio. El diatónico de Boecio (llamado actualmente por muchos autores sistema pitagórico) va a permanecer como sistema de afinación teórico durante toda la Edad Media hasta finales

[417] Por *intervalos menores* me refiero no a aquellos definidos por sí mismos, como la octava, quinta o cuarta, sino a los menores –y que sirven de relleno– al intervalo definido por sí mismo más pequeño. En este caso, el intervalo definido por sí mismo más pequeño es la cuarta, pero en otros sistemas harmónicos ese intervalo puede ser otro.

del siglo XV. Y precisamente su sustitución teórica por un nuevo sistema es el hecho que hemos tomado como referencia en este trabajo para marcar el paso al Renacimiento en música.

Sin embargo, que la teoría musical medieval continúe defendiendo el sistema diatónico de Boecio no quiere decir que la práctica musical siga atendiendo a ese sistema. De hecho se va a ir gestando un nuevo sistema harmónico y de afinación, cuyas primeras muestras las podemos encontrar en una época tan temprana como principios del siglo XII.

Gestación de un “nuevo” sistema harmónico: la incorporación de las terceras

El nuevo sistema que se empieza a gestar en la Edad Media se basará en los intervalos de octava, quinta, tercera mayor y tercera menor, es decir, en los intervalos que presentan picos de consonancia en 2/1, 3/2, 5/4 y 6/5 (ver gráficas de 1.3.1 *La consonancia sensorial*).

Esto nos lo indica tanto el uso de estos intervalos en la música práctica, como el reconocimiento por parte de los teóricos del momento de la consonancia sonora de las terceras (y de sus inversiones dentro de la octava, las sextas).

Ya en fragmentos de finales del siglo XI y principios del XII podemos ver un tratamiento diferente de las terceras, que se empiezan a considerar biensonantes (*tratado de Milán*, *tratado de Montpellier*), aunque todavía no aparecen en una clasificación sistemática de la consonancia. A lo largo del siglo XIII en muchos escritos (de los cuales el fundamental es el de Johannes de Garlandia) comienzan a proliferar categorías de consonancia y disonancia. La terceras primero, y poco después las sextas, se incorporan a la categoría de consonancias imperfectas. A principios del siglo XIV, en tratados como el de Philippe de Vitry, la nueva clasificación de las consonancias se ha establecido por completo: la octava y la quinta son consonancias perfectas, las terceras y sextas son consonancias imperfectas. Y todo esto a pesar de que la teoría sigue defendiendo el sistema de afinación pitagórico, en el que estos intervalos se alejan mucho de sus respectivos picos de consonancia.

El decaimiento de la cuarta con respecto al bajo

Al mismo tiempo que las terceras se empiezan a convertir en intervalos fundamentales y estructurales del sistema, la cuarta comienza a decaer en su uso con respecto a la voz grave de la composición.

El decaimiento de la consonancia de la cuarta con respecto al bajo se puede explicar, en alguna medida, como consecuencia directa de dos procesos que se producen en la gestación del nuevo sistema harmónico: por un lado la incorporación de las terceras como intervalos estructurales del sistema; por otro lado la progresiva adición de voces superpuestas en la práctica polifónica.

La progresiva adición de voces en la polifonía obliga a los compositores a utilizar cada vez más las terceras –ya que son más versátiles– en detrimento de la cuarta. La quinta se empieza a concebir como dos terceras superpuestas –una mayor y otra menor– por lo que la cuarta deja de tener cabida en el sistema y se convierte en un intervalo diferencial. Eso no quiere decir que se convierta en disonante, de hecho aparece continuamente entre voces superiores tratada como una consonancia, pero ya no tiene cabida en relación al bajo, donde empiezan a dominar las terceras. La tercera se convierte en el intervalo constitutivo del sistema. En los siglos XV y XVI esto es ya plenamente patente.

La inestabilidad de la cuarta con respecto al bajo hace que su clasificación como consonancia sea problemática, por lo que muchos escritores comprometidos con la práctica la considerarán una disonancia. Esto último tampoco está totalmente de acuerdo con la realidad musical del momento, ya que, como hemos dicho, la cuarta aparece continuamente como consonancia entre voces superiores de la composición. No obstante, su uso con respecto al bajo se restringe en favor de las terceras.

Estas evidentes innovaciones harmónicas que se producen en la música polifónica a lo largo de la Edad Media con respecto al sistema pitagórico transmitido por Boecio son adoptadas por la gran mayoría de tratadistas musicales, como ya hemos comentado. Sin embargo, desde principios del siglo XIV asistimos a un humanismo incipiente, un redescubrimiento de Boecio, que hará que varios teóricos vuelvan a la clasificación pitagórica clásica de la consonancia, apartándose completamente –al menos en cuestiones harmónicas– de la práctica musical de su momento. Éste es el caso de Johannes de Grocheo –y en menor medida de Marchetus de Padua– quien basa ampliamente sus escritos en el tratado de Boecio, y considera que las únicas consonancias son las de la tradición clásica: la octava, la quinta y la cuarta.

Terminología

Un tema importante que hemos discutido a lo largo del capítulo es el de la terminología. En un primer momento (tratados *Enchiriadis* y *Micrologus*, por ejemplo) se utiliza la palabra latina *consonantia* como traducción de la griega *symphonía*, tal y como había hecho Boecio. Sin embargo, en el siglo XIII la palabra que designa en la mayoría de tratados la cualidad biensonante de dos sonidos es *concordantia*. *Consonantia* pasa a significar, en algunos textos, todos los intervalos propios del sistema, es decir, todos los intervalos que en términos Ptolemaicos llamaríamos melódicos. De esta manera, de entre todas las *consonantiae* algunas son *concordantes*, mientras que otras son *discordantes*. Pero la cuestión terminológica no está en absoluto unificada en esta época, y en otros textos encontramos acepciones completamente diferentes de estos términos. En el tratado de Grocheo, por ejemplo, los significados están cruzados con respecto a la norma, y entonces los intervalos melódicos son llamados *concordantia*, mientras que *consonantia* mantiene el significado clásico de *symphonía*.

Un caso muy interesante de uso de la terminología lo constituye el tratado anónimo de principios del siglo XIV *Quatuor Principalia*. En este texto, *consonantia* hace referencia a la participación de los intervalos en el sistema harmónico. De esta manera, *consonantiae perfectae* son los intervalos matemáticamente sencillos del sistema pitagórico: octava 2/1, quinta 3/2, cuarta 4/3 y tono 9/8. *Consonantiae imperfectae,* sin embargo, son los nuevos intervalos del nuevo sistema harmónico, que no presentan esa sencillez matemática: terceras y sextas. Este significado peculiar de la palabra *consonantia* se contrapone al de biensonancia del término *concordantia*. Las *concordantiae*, a su vez, se dividen en *perfectae* (octava, quinta) e *imperfectae* (terceras, sexta mayor) igual que ocurría en la mayoría de tratados de su época. De esta manera, el anónimo escritor de este texto cuenta con dos dicotomías –*consonantia*/*disonantia* y *concordantia*/*discordantia*– que le permiten conjugar el mundo del diatónico de Boecio (caracterizado por las proporciones sencillas) con el nuevo mundo harmónico basado en la tercera. Así, de entre las *consonantiae* algunas serán *concordantes* (octava, quinta, terceras, sexta mayor) y otras *discordantes* (tono, cuarta y sexta menor).

Situación de las teorías clásicas de la consonancia en el "nuevo" sistema harmónico de la práctica musical

Finalmente, en el siglo XV, se impone una clasificación de la consonancia musical basada completamente en la práctica musical, en el uso que se hace de cada uno de los intervalos. Esta clasificación, que podíamos encontrar ya en escritos enfocados a la práctica en el siglo XIV, como *Ars contrapunctus* de Philippe de Vitry, es la siguiente:

- Son consonancias perfectas aquellos intervalos con los que se puede comenzar y terminar la composición, los intervalos más consonantes y estables de todo el sistema: octava y quinta.

- Son consonancias imperfectas los intervalos con una cierta cualidad biensonante pero que no permiten al compositor empezar o terminar una composición, como las terceras y las sextas. Estas consonancias imperfectas necesitan ser resueltas en la mayor perfección de la quinta y la octava.

- La cuarta es disonancia con respecto al bajo, tiene el mismo tratamiento que la segunda o la séptima. Sólo es admitida como consonante cuando se coloca encima de la quinta o la tercera (es decir, como intervalo diferencial).

- El resto de intervalos son disonancias, son intervalos de paso, que necesitan ser preparados y resueltos debidamente por su "inadecuada" cualidad sonora.

Sin embargo, este nuevo sistema no puede en absoluto ser justificado mediante ninguna de las teorías sobre la consonancia que habían aparecido en la Antigüedad. Las teorías aritméticas, metafísicas y físicas han dejado de tener sentido en un sistema en el que hay consonancias que responden a proporciones matemáticas extrañas y en absoluto simples.

Éste es el sistema que hereda Ramos de Pareja, teóricamente fundamentado en la afinación del monocordio diatónico de Boecio, con una clasificación de la consonancia totalmente sujeta a la práctica musical, pero sin ninguna base teórica de justificación del fenómeno de consonancia: ni aritmética, y, por tanto, ni metafísica ni física.

LA JUSTA ENTONACIÓN Y EL COMIENZO DE LA CIENCIA DEL SONIDO

En el Renacimiento podemos ver una progresiva búsqueda de fundamentación teórica del nuevo sistema harmónico. En realidad, lo que hemos llamado "nuevo sistema harmónico" ya era evidente en los escritos musicales desde el siglo XIII, cuando Johannes de Garlandia admite a ambas terceras entre las consonancias. Sin embargo, hemos visto que ese nuevo sistema no iba acompañado de una fundamentación teórica. Los teóricos seguían defendiendo el sistema de afinación pitagórico, en el que la consonancia de terceras y sextas no tenía ninguna cabida, ni aritmética, ni metafísica, ni física.

Adopción de las nuevas proporciones de terceras y sextas

El nuevo sistema era aquel en el que tanto la tercera mayor como la tercera menor (y, por tanto, las correspondientes sextas) se habían convertido en consonancias básicas y estructurales del sistema. Si observamos nuestras gráficas actuales de percepción de consonancia, vemos que los picos de consonancia más próximos a lo que cualitativamente llamamos tercera mayor, tercera menor, sexta mayor y sexta menor, se encuentran en las proporciones 5/4, 6/5, 5/3 y 8/5 (ver 1.3.1 *La consonancia sensorial*). Por lo tanto, el primer paso que observamos en la fundamentación teórica de la consonancia de terceras y sextas es la admisión de esas nuevas proporciones. Esto lo lleva a cabo Ramos de Pareja, cuyo tratado *Musica practica* supuso una verdadera conmoción en la intelectualidad musical del momento.

Muchos detractores de Ramos criticaron su rechazo a las proporciones de Boecio; el principal de todos ellos fue Gaffurio, un defensor a ultranza de las enseñanzas de Boecio. Sin embargo, fue el mismo Gaffurio quien proveyó a los partidarios de la justa entonación con uno de sus principales argumentos a la hora de defender el nuevo sistema: Gaffurio introdujo en sus tratados partes importantes de los *Harmónicos* de Ptolomeo, quien propone divisiones tetracordales que se acomodan a la justa entonación. A partir de entonces, el desarrollo de la justa entonación que se llevó a cabo a lo largo del siglo XVI en los escritos de Fogliano, Zarlino y Salinas, tomó como argumento de autoridad a Ptolomeo.

Pero aquí hay que aclarar una cuestión. Aunque en su momento Ptolomeo sirvió como argumento a los defensores de la justa entonación, nosotros debemos distanciarnos y estudiar el tema desde fuera. Es cierto que *algunas* divisiones tetracordales de Ptolomeo se acomodan a las proporciones de la justa entonación; lo que no es cierto en absoluto es que el sistema harmónico que estaba proponiendo Ptolomeo se asemeje en lo más mínimo al sistema renacentista de la justa entonación. Ptolomeo no es más que una excusa para los defensores de la justa entonación, ya que no tienen nada que ver los sistemas musicales-harmónicos de la Antigüedad y del Renacimiento. Las proporciones 5/4 y 6/5 aparecen en algunas divisiones tetracordales de Ptolomeo por su simplicidad numérica, pero no son intervalos estructurales ni consonantes en esa época. Sin embargo, en el siglo XVI, el sistema harmónico se basa en las terceras como intervalos estructurales y consonantes del sistema. En el sistema de Ptolomeo las proporciones 5/4 y 6/5 son una de las múltiples posibilidades; en la justa entonación, por el contrario, las terceras tienen que aparecer "obligatoriamente" en esas proporciones. Las terceras renacentistas son intervalos fundamentales del sistema, que han ido ganando terreno hasta encontrarse prácticamente al mismo nivel de la quinta (al mismo tiempo que la cuarta ha perdido su lugar en el sistema). En las afinaciones de Ptolomeo las proporciones 5/4 y 6/5 no son más que rellenos matemáticamente bellos de las cuartas, verdaderos intervalos estructurales fundamentales.

Pronto estas nuevas proporciones fueron aceptadas por la mayoría de teóricos musicales, lo que demuestra que realmente se adaptaban a lo que se hacía en la práctica. Si hubo reacios (como Gaffurio), es muy probable que se debiera en gran parte a las incompatibilidades propias del sistema, a la necesidad de temperamento. Si esas nuevas proporciones no se podían utilizar tal cual en la práctica y el temperamento era necesario, entonces, ¿para qué formular un nuevo sistema? La afinación pitagórica, tan teóricamente perfecta y apoyada por la autoridad, también podía ser temperada y dar unos buenos resultados sonoros. Parecía que no tenía sentido entonces hablar de un nuevo sistema de afinación que en la realidad era impracticable.

Pero se equivocaban los reacios. Las nuevas proporciones de Ramos no son el capricho matemático de un teórico. Son las proporciones donde se encuentran los picos de consonancia de los intervalos de tercera mayor y tercera menor. Esas proporciones parecían ser, para muchos, un ideal deseable pero inalcanzable, que debido a la imperfección de la materia no podía existir como tal en el mundo real. Y en parte tenían razón, ya que debido a las incompatibilidades entre octava, quinta y terceras, el temperamento era necesario. Pero, como hemos dicho, éste no es el tema de nuestra discusión en este trabajo.

Recuperación de las teorías aritméticas de la consonancia

La aceptación de las nuevas proporciones de las terceras permite a los teóricos renacentistas aplicar las teorías aritméticas griegas de la consonancia. La necesidad pitagórica de utilización de proporciones múltiples o superparticulares vuelve a tener sentido en un sistema en el que las consonancias de las terceras se colocan en las proporciones superparticulares 5/4 y 6/5. También se recupera plenamente la teoría sobre medias matemáticas. Los tres tipos de medias matemáticas musicales establecidas en la Antigüedad, las medias aritmética, harmónica y geométrica, se utilizan ahora para definir el nuevo sistema. De hecho, los nuevos intervalos de tercera se consiguen dividiendo la quinta mediante la proporcionalidad harmónica. Esto hace que esta proporcionalidad se convierta en el paradigma de la justa entonación.

Por otro lado, la renovada faceta matemática de la ciencia harmónica se refleja perfectamente en el concepto de *numerus sonorus*, establecido como objeto de estudio de la disciplina música por Fogliano en 1529.

El marco metafísico de la consonancia: el *numero senario*

El tercer paso en la fundamentación teórica del nuevo sistema es crear un marco metafísico de explicación de la consonancia. Esta tarea la lleva a cabo el italiano Zarlino, quien en *Le Istitutione harmoniche* de 1558 propone el concepto de *numero senario*. El *numero senario*, que hace referencia a los seis primeros números, no es más que la ampliación de la pitagórica *tetraktys* de la década, y proporciona un marco metafísico de consonancia para ambas terceras (de proporciones 5/4 y 6/5).

Sin embargo, surgen algunos problemas al intentar encajar el sistema práctico con este nuevo marco teórico de explicación de la consonancia.

El nuevo marco teórico se puede resumir en lo siguiente:

- Requerimieno de la superparticularidad. Los intervalos harmónicos en general, pero principlamente las consonancias, deben encontrarse en proporciones superparticulares. La simplicidad numérica de la proporción establece un orden jerárquico de consonancia.

- *Numero senario*. Las consonancias deben encontrarse en proporciones entre los seis primeros números.

- Proporcionalidad harmónica. Las consonancias deben obtenerse principalmente mediante la proporcionalidad harmónica.

Pero la realidad práctica se opone a la teoría en estas cuestiones:

- Las terceras, principalmente las mayores, se han convertido en intervalos fundamentales en la práctica, podríamos decir que en consonancias perfectas, ya que desde principios del siglo XVI pueden usarse para terminar una composición.

- Sin embargo, la cuarta, a pesar de su simplicidad numérica, se encuentra por debajo del resto de consonancias en un orden jerárquico de la consonancia musical.

- Las sextas son consonancias de pleno derecho en la práctica. Sin embargo, la sexta menor no encaja en el *numero senario*, y ninguna de las dos cumple el requisito de superparticularidad.

Es el teórico Francisco Salinas quien intenta llevar a cabo la conjunción de las dos realidades, la teórica y la práctica, con la original teoría de la consonancia que hemos tratado en este trabajo. A partir de los presupuestos de la ciencia harmónica de su época (la superparticularidad, la utilización de la proporcionalidad harmónica etc.) y del *numero senario* de Zarlino, consigue justificar un orden estético de consonancia que años después también propondría el científico francés Marin Mersenne. Este orden, de mayor a menor consonancia, es el siguiente: (Unísono), octava, quinta, tercera mayor, tercera menor, sexta mayor, sexta menor, cuarta.

Ciertamente, la justificación de Salinas es cabalística y carece de todo método científico, pero no por ello deja de ser de mucho valor: Salinas parte de su oído musical empírico, que le dicta un orden de consonancia estética, y lo intenta justificar, como sea, con los procedimientos racionales propios de su época. Y es precisamente la enorme importancia que concede Salinas al criterio de la percepción, por encima absolutamente del criterio de autoridad e incluso por encima del criterio de la razón, lo que hace que su pensamiento sea de gran modernidad para la época.

El inicio de la moderna ciencia del sonido

Por último asistimos desde finales del siglo XVI a una recuperación del interés por el aspecto físico, científico, de la consonancia. Ese interés había existido en la escuela peripatética de la Antigüedad, donde se había formulado una teoría de la consonancia basada en la descripción del funcionamiento mecánico del sonido. Otra teoría realmente muy similar (prácticamente la misma), la que hemos denominado teoría de coincidencia de pulsos, se puede intuir en los escritos de Bendetti, y es desarrollada ampliamente por Galileo y Mersenne entre otros.

Según estos científicos, el sonido se transmite como una onda longitudinal de presiones, que puede verse como una serie de pulsos sucesivos; y la frecuencia del movimiento ondulatorio es inversamente proporcional a la longitud de la cuerda vibrante, por lo que las proporciones de los intervalos consonantes siguen siendo las mismas de la tradición aunque tengamos en cuenta las frecuencias y no las longitudes de cuerda. Estos dos supuestos son la base de la teoría de coincidencia de pulsos, y, aunque correctos, no proceden de la constatación empírica debido a los escasos medios técnicos de que disponían en la época. A pesar de ello, esta teoría supuso el inicio de la ciencia acústica como tal, e incentivó enormemente la experimentación en este campo.

La teoría de coincidencia de pulsos, tal y como la exponen Galileo y Mersenne, dice que cuando dos sonidos distintos son percibidos simultáneamente, los pulsos que transmiten ambos sonidos pueden coincidir en ciertos momentos (entonces serán consonantes) o coincidir poco o nada (entonces serán disonantes). Ésta es una teoría científica, que propone un modelo sobre el comportamiento del sonido para describir el fenómeno de consonancia. Sin embargo, es una teoría que tiene en cuenta exclusivamente el componente físico del aspecto de consonancia, es decir, que evalúa solamente la consonancia sensorial, y no la musical. Por ello, Mersenne propone dos gradaciones diferentes de consonancia: una física, según la teoría de coincidencia de pulsos, y otra estética, según el uso musical de los intervalos (esta segunda es la que coincide con la de Salinas).

La teoría de coincidencia de pulsos presenta además otro problema que no han tenido en cuenta ni sus primeros formuladores ni los estudiosos actuales del tema: para que los pulsos de dos sonidos consonantes coincidan, sus movimientos ondulatorios deben estar en fase; esto no ocurre normalmente, sin que por ello dejen de ser sonidos consonantes. Por otro lado, los intervalos temperados de los diferentes temperamentos que se utilizaban en la época se encontraban en proporciones irracionales, y, sin embargo, su cualidad consonante no desaparecía por completo. Éstos son los dos problemas principales de la teoría de coincidencia de pulsos; su resolución implicaría la reformulación completa de la teoría. A pesar de ello, esta teoría supuso el inicio de la moderna ciencia del sonido, ya que incentivó increíblemente la experimentación acústica.

6. BIBLIOGRAFÍA

6.1 FUENTES PRIMARIAS

AARON, Pietro, *Toscanello in musica*, Venezia, 1539. Facsimile edition by Georg Frey, *Documenta musicologica* I, 29, Kassel, 1970.

----------------, *Libri tres de institutione harmonica*, Bononiae, In aedibus Benedicti Hectoris Bibliopolae Bononiensis, 1516; reprint ed., Broude Bros., New York, 1978. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

ANÓNIMO I, *Tractatus de consonantiis musicalibus*, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 1:296-302. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

ANÓNIMO II, *Tractatus de discantu*, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 1:303-19. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

ANÓNIMO XIII, *Tractatus de discantu*, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 3. En:

“Thesaurus Musicarum Latinarum”, Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

ARISTÓTELES, *De coelo*, traducción inglesa por J. L. Stocks, Oxford, 1953.

-----------------, *Física*, Introducción, traducción y notas de Guillermo R. de Echandía, Gredos, Madrid, 1995.

-----------------, *Metafísica*, traducción española de Patricio de Azcárate, introducción de Miguel Candel, Espasa Calpe, Madrid, 1943-1995.

-----------------, *Política,* traducción al español de Pedro Simón de Abril, Ediciones Orbis, Barcelona, 1985.

ARISTIDES QUINTILIANO, De Musica, ed. R. P. Winnington-Ingram, Leipzig, 1963. En: BARKER, Andrew, *Greek Musical Writings*, vol. II, *Harmonic and Acoustic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, cap. 12.

-----------------, *Sobre la música*, traducción española, introducción y notas por Luis Colomer y Begoña Gil, Editorial Gredos, Madrid, 1996.

BERMUDO, J., *Declaración de instrumentos musicales*, Osuna, 1555.

BOECIO, Ancius Manlius Severinus, *De institutione musica*, Cambridge, Trinity College, R.15.22 (944). En: “Thesaurus Musicarum Latinarum”, Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

-----------------, *De institutione musica libri quinque*, ed. Godofredus Friedlein, B. G. Teubner, Leipzig, 1867. En: “Thesaurus Musicarum Latinarum”, Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

----------------, *De institutione aritmetica*, ed. Godofredus Friedlein, B. G. Teubner, Leipzig, 1867.

-----------------, *Boethian Number Theory. A translation of the* De institutione aritmetica, traducción inglesa de Michael Masi, Studies in Classical Antiquity, v. 6, Rodopi, Amsterdam, 1983.

-----------------, *Fundamentals of Music*, traducción al inglés, introducción y notas por Calvin M. Bower, ed. Claude Palisca, Yale Univ. Press, New Haven and London, 1989.

CENSORINO, *De die natali*, ed. Fridericus Hultsch, B. G. Teubner, Leipzig, 1867. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

CIRUELO, Pedro, *Cursus quatuor Mathematicarum Artium Liberalium*, Salamanca, 1526. Biblioteca de la Universidad de Salamanca, sig. 12908.

COLOGNE ORGANUM TREATISE, en: Hans Müller, ed., *Hucbalds echte und unechte Schriften über Musik*, B. G. Teubner, Leipzig, 1884, 79. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

D'AREZZO, Guido, *Micrologus*, ed. Jos. Smits van Waesberghe, *Corpus scriptorum de musica*, vol. 4, American Institute of Musicology, Rome, 1955. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

----------------, *Micrologus*, traducción al francés y comentarios por Marie-Noël Colette y Jean-Christophe Jolivet, Éditions ipmc, Paris, 1993.

DESCARTES, Renatus, *Excellent Compendium of Musick*, London, 1653. Facsimile, Ann Arbor, Michigan/London, 1979.

DISCANTUS POSITIO VULGARIS, en: Hieronymus de Moravia, *Tractatus de musica*, ed. S. M. Cserba, Freiburger Studien zur Musikwissenschaft, vol. 2, Pustet, Regensburg, 1935, 189-94. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

EUCLIDES, *Los seis libros primeros de la geometría de Euclides*, traducción al español por Rodrigo Zamorano, Sevilla, 1576. Facsímil, Ediciones Universidad de Salamanca, Salamanca 1999.

----------------, *The thirteen books of Euclid's elements*, traducción inglesa y comentarios de Sir Thomas Heath, 3 vols., Dover Publications, Inc., New York, 1956.

FABER STAPULENSIS, Jacobus, *Elementa musicalia*, Joannes Higmanus et Volgangus Hopilius, Paris, 1496. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

FOGLIANO, Lodovico, *Musica theorica*, Io. Antonius et Fratres de Sabio, Venice, 1529; reprint ed., Forni, Bologna, 1970. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

FRANCO DE COLONIA, *Ars cantus mensurabilis*, ed. Gilbert Reaney and André Gilles, *Corpus scriptorum de musica*, vol. 18, American Institute of musicology, Rome, 1974, 23-82. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

FRANCO [Ps.], *Compendium discantus*, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 1:154-56. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

GAFFURIO, Franchino, *Theorica musice,* Ioannes Petrus de Lomatio, Milan, 1492; reprint ed., Broude Bros., New York, 1967. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

----------------, *The Theory of Music*, Traducción al inglés, introducción y notas por Walter Kurt Kreyszig, ed. por Claude Palisca, Yale University Press, New Haven, 1993.

----------------, *Practica musice*, Ioannes Petrus de Lomatio, Milan, 1496; reprint ed., Broude Bros., New York, 1979. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

---------------, *De harmonia musicorum instrumentorum opus*, Gotardus Pontanus, Milan, 1518; reprint eds., Forni, Bologna, 1972; Broude Bros., New York, 1979. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

GALILEI, Galileo, *Discorsi e dimostrationi matematiche intorno a due nuove scienze*, en *Opere*, 2 vol., Rizzoli & C. Editori, Milano-Roma, 1938, II.

----------------, *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*, traducción de Javier Sádaba Garay, introducción y notas de Carlos Solís Santos, Editora Nacional, Madrid, 1981.

GLAREANO, Henricus, *Dodecachordon*, Henrichus Petri, Basle, 1547; reprint ed., Broude Bros., New York, 1967. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

HUYGENS, Christiaan, *Le cycle harmonique*, Rotterdam, 1691. *Novus cyclus harmonicus* (Leiden 1724) with Dutch and English translations edited by Rudolf Rasch, The Diapason Press, Utrecht, 1986.

JOHANNES DE GARLANDIA, *De mensurabili musica*, en: Erich Reimer, *Johannes de Garlandia: De mensurabili musica, kritische Edition mit Kommentar und Interpretation der Notationslehre*, 2 vols., Beihefte zum Archiv für Musikwissenschaft, vols. 10-11, Steiner, Wiesbaden, 1972, 1:35-89 y 91-97. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

JOHANNES DE GROCHEO, *De musica*, en: *Der Musiktraktat des Johannes de Grocheo nach den Quellen neu herausgegeben mit Übersetzung ins Deutsche und Revisionsbericht*, Ernst Rohloff, *Media latinitas musica*, vol. 2, Gebrüder Reinecke, Leipzig, 1943. En: “Thesaurus Musicarum Latinarum”, Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

JOHANNES DE MURIS, *Ars contrapuncti*,en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 3:59-68. En: “Thesaurus Musicarum Latinarum”, Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

----------------, *Ars discantus*, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 3:68-113. En: “Thesaurus Musicarum Latinarum”, Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

JOHANNES TORKESEY, *Septem sunt species*, en: Manfred Bukofzer, *Geschichte des englischen Diskants und des Fauxbourdons nach den theoretischen Quellen*, Sammlung musikwissenschaftlicher Abhandlungen, Band 21, Heitz, Strassbourg, 1936, 136-137. En: “Thesaurus Musicarum Latinarum”, Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

KEPLER, Johannes, *Harmonices Mundi Libri V*, 1619; en: *Gesammelte Werke*, ed. Max Caspar, VI, Munich, 1940.

----------------, *Kosmische Harmonie*, herasgegeben und übertragen von W. Harburger, Insel Verlag, Leipzig, 1925.

MARCHETTUS DE PADUA, *Lucidarium*, en: *Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum*, 3 vols., ed. Martin Gerbert, Typis San-Blasianis, St. Blaise, 1784; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 3:70-76. En: “Thesaurus Musicarum Latinarum”, Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

MERSENNE, Marin, *Harmonie Universelle*, (Paris 1636), édition facsimilé de l’exemplaire conservé à la Bibliothèque des Arts et Métiers et annoté par l’Auteur, introduction par Francois Lesure, Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), Paris, 1963.

MUSICA ENCHIRIADIS, en: *Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum*, 3 vols., ed. Martin Gerbert, Typis San-Blasianis, St. Blaise, 1784; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 1:152-73. En: “Thesaurus Musicarum Latinarum”, Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

MUSICA ET SCOLICA ENCHIRIADIS una cum aliquibus tractatulis adiunctis, ed.Hans Schmid, Veröffentlichungen der Musikhistorischen Kommission, Band 3, Bayerische Akademie der Wissenschaften, C. H. Beck, München, 1981. En: “Thesaurus Musicarum Latinarum”, Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

MUSICA ENCHIRIADIS AND SCOLICA ENCHIRIADIS, traducción inglesa, introducción y notas por Raymond Erickson, Yale University Press, New Haven and London, 1995.

NICÓMACO DE GERASA, *Enchiridion*, ed. C. Von Jan, *Musici scriptores graeci*, Leipzig, 1895. En: BARKER, Andrew, *Greek Musical Writings*, vol. II, *Harmonic and Acoustic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, cap. 10.

----------------, *Introduction to Arithmetic*, translated by Martin Luther D'Ooge, University of Michigan Studies, Humanistic Series, XVI, Michigan, New York, 1926.

ODINGTON, Walter, *Summa de speculatione musicae*, ed. Frederick F. Hammond, *Corpus scriptorum de musica*, vol. 14, American Institute of Musicology Rome, 1970, 42-146. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

PETRUS DICTUS PALMA OCIOSA, *Compendium de discantu mensurabili*, en: Johannes Wolf, *Ein Beitrag zur Diskantlehre des 14. Jahrhunderts*, Sammelbände der Internationalen Musikgesellschaft 15 (1913-14): 505-34. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

PHILIPPE DE VITRY, *Ars contrapunctus*, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 3:23-27. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

PLATÓN, *La República*, traducción de Patricio de Azcárate, Espasa Calpe, Madrid, 1941-1995.

----------------, *Diálogos VI: Filebo, Timeo, Critias*, traducciones, introducciones y notas por Mª Ángeles Durán y Francisco Lisi. Editorial Gredos, 1992.

PORFIRIO, *Commentary on Ptolemy's Harmonics*, ed. I. Düring, Göteborg, 1932.

PROSDOCIMUS DE BELDEMANDIS, *Contrapunctus*, ed. and trans. by Jan Herlinger, Greek and Latin Music Theory, vol. 1, University of Nebraska Press, Lincoln, 1984, pp. 26-94. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

---------------, *Tractatus de Contrapuncto*, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 3:193-99. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

---------------, *Tractatus musice speculative*, D. Raffaello Baralli and Luigi Torri, "Il Trattato di Prosdocimo de' Beldomandi contro il Lucidario di Marchetto da Padova per la prima volta trascritto e illustrato," *Rivista musicale italiana*, 20 (1913), 731-62. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

PTOLOMEO, *Harmonics*, ed. I. Düring, Göteborg, 1930. En: BARKER, Andrew, *Greek Musical Writings*, vol. II, *Harmonic and Acoustic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, cap. 11.

----------------, *Armónicas*, traducción de Demetrio Santos Santos, Miguel Gómez, Málaga, 1999.

QUATUOR PRINCIPALIA MUSICAE, en: *Scriptorum de musica medii aevi nova series a Gerbertina altera*, 4 vols., ed. Edmond de Coussemaker, Durand, Paris, 1864-76; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963, 4:200-298. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

RAMOS DE PAREJA, Bartolomé, *Musica practica*, Baltasar de Hiriberia, Bolonia, 1482; Faksimile nach den Originaldrucken des Liceo musicale mit Genehmigung der Commune von Bologna, Publikationen der Internationalen Musikgesellschaft, Beihefte, Heft 2, Breitkopf und Härtel, Leipzig, 1901. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

----------------, *Música práctica*, Traducción del latín al español por José Luis Moralejo, Madrid, 1977.

SALINAS, Francisco, *Francisci Salinae Burguensis Abbatis Sancti Pancratii de Rocca Scalegna in regno Neapolitano, et in Academia Salmanticensi Musicae Proffesoris, de Musica libri Septem, in quibus eius doctrinae veritas tam quae ad Harmoniam, quàm quae ad Rhythmum pertinet, iuxta sensus ac rationis iudicium ostenditur, et demonstratur*, Mathias Gastius, Salamanca, 1577. Biblioteca de la Universidad de Salamanca, 40317.

-----------------, *De musica*, facsímil por M. S. Kastner, Kassel, 1958.

-----------------, *Siete libros sobre la música*, Traducción española por Ismael Fernández Cuesta, Alpuerto, Madrid, 1983.

SECTIO CANONIS, ed. C. von Jan, *Musici scriptores graeci*, Leipzig, 1895. En: BARKER, Andrew, *Greek Musical Writings*, vol. II, *Harmonic and Acoustic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, cap. 8.

SCOLICA ENCHIRIADIS, en: *Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum*, 3 vols., ed. Martin Gerbert, Typis San-Blasianis, St. Blaise, 1784; reprint ed., Olms, Hildesheim, 1963. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

STOQUERUS, Gaspar, *De musica verbali libri duo,* traducción al inglés por Albert G. Rotola, University of Nebraska Press, Lincoln, 1988.

THEINREDUS DOVERENSIS, *Musica*, Oxford, Bodleian Library, Bodley 842 (S.C. 2575). En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

TINCTORIS, Johannes, *Liber de arte contrapuncti, Proportionale musices, Complexus effectum musices*, en Opera theoretica II, *Corpus Scriptorum de Musica*, vol. 22, American Institute of Musicology, 1975. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

TRATADO DE MILÁN, Hans Heinrich Eggebrecht and Frieder Zaminer, eds., en: *Ad organum faciendum. Lehrschriften der Mehrstimmigkeit in nachguidonischer Zeit,* Neue Studien zur Musikwissenschaft, vol. 3, B. Schotts Söhne, Mainz, 1970. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

TRATADO DE MONTPELLIER, Hans Heinrich Eggebrecht and Frieder Zaminer, eds., en: *Ad organum faciendum. Lehrschriften der Mehrstimmigkeit in nachguidonischer Zeit,* Neue Studien zur Musikwissenschaft, vol. 3, B. Schotts Söhne, Mainz, 1970. En: "Thesaurus Musicarum Latinarum", Universidad de Indiana (www.music.indiana.edu/tml).

VICENTINO, Nicola, *L'Antica musica ridotta alla moderna prattica*, Roma, 1555. Facsímil por E. Lowinsky, Bärenreiter, Kassel, 1959.

-----------------, *Ancient Music Adapted to Modern Practice,* traducción, introducción y notas por Maria Rika Maniates, ed. Claude Palisca, Yale University Press, New Haven and London, 1996.

VITRUBIO, *Los diez libros de arquitectura*, traducido por José Ortiz y Sanz, Madrid, 1787.

ZARLINO, Gioseffo, *Le Istitutioni harmoniche,* Francesco dei Franceschi Senese, Venecia, 1558. En "Music treatises", "Thesaurus Musicarum Italicarum" (CD-ROM), facsimile and transcription edited by Frans Wiering

Department of Computer and Arts Utrecht University, Netherlands, 1997.

----------------, *Istitutioni harmoniche*, Francesco dei Franceschi Senese, Venecia, 1589. En “Music treatises”, “Thesaurus Musicarum Italicarum” (CD-ROM), facsimile and transcription edited by Frans Wiering Department of Computer and Arts Utrecht University, Netherlands, 1997.

----------------, *Dimostrationi harmoniche*, Francesco dei Franceschi Senese, Venecia, (1571), 1589. En “Music treatises”, “Thesaurus Musicarum Italicarum” (CD-ROM), facsimile and transcription edited by Frans Wiering Department of Computer and Arts Utrecht University, Netherlands, 1997.

----------------, *Sopplimenti musicali*, Francesco dei Franceschi Senese, Venecia, 1588. En “Music treatises”, “Thesaurus Musicarum Italicarum” (CD-ROM), facsimile and transcription edited by Frans Wiering Department of Computer and Arts Utrecht University, Netherlands, 1997.

----------------, *Istitutioni harmoniche*, Francesco dei Franceschi Senese, Venecia, 1573.

6.2 FUENTES SECUNDARIAS

ASSELIN, P. Y., *Musique et tempérament*, Éditions Costallat, Paris, 1985.

ÁLVAREZ PÉREZ, J. M., "El organista Francisco Salinas. Nuevos datos a su biografía", *Anuario Musical* XVIII (1963), p. 21-37.

BARBERA, C. André, "Arithmetic and geometric division of the tetrachord", *Journal of Music Theory*, 21 (1977), 294-323.

-----------------, *The Euclidean division of the canon: Greek and Latin sources*, University of Nebraska Press, Lincoln, 1991.

-----------------, "The consonant eleventh and the expansion of the musical tetractys: A study of ancient Pythagoreanism", *Journal of Music Theory*, 28 (1984), 191-223.

BARBOUR, J. Murray, *Tuning and Temperament: A Historical Survey*, Michigan State College Press, East Lansing, 1952; reprint Da Capo, New York, 1972.

BARKER, Andrew, *Greek Musical Writings*, vol. II, *Harmonic and Acoustic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989.

-----------------, "Aristotle on Perception and Ratios", *Phronesis* 26 (1981a), 248-266.

BÉLIS, Annie, *Aristoxène de Tarente et Aristote, le traité d'harmonique*, Klincksieck, Paris, 1986.

BERGER, Karol, *Theories of Chromatic and Enharmonic Music in late XVIth-Century in Italy*, Ann Arbor, Michigan, 1980.

----------------, *Musica ficta, theories of accidental inflections in vocal poliphony from Marchetto de Padova to Gioseffo Zarlino*, Cambridge University Press, Cambridge, 1987.

BERNHARD, Michael [Mitverf.], *Rezeption des antiken Fachs im Mittelalter*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1984. (*Geschichte der Musiktheorie*; Bd. 3).

BIELITZ, M., *Musik in der Antike*, *Texte zur Vorlesung Wintersemester 1994/95*, Musikwissenschafliches Seminar der Universität Heidelberg, 1995.

BOUGERET, G., “Coexistence des systèmes d’ hauteur à la fin du XVIem siècle”, *Anuario Musical*, XLI (1986), pp. 147-170.

BOWER, Calvin M., “Boethius and Nicomachus: An Essay Concerning the Sources of *De Institutione Musica*”, *Vivarium*, 16 (1978), pp. 1-45.

BURKERT, Walter, *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, translated by Edwin L. Minar Jr., Harvard University Press, Cambridge (Massachusetts), 1972.

CHADWICK, Henry, *Boethius. The consalions of music, logic, theology and philosophy*, Oxford University Press, New york, 1981.

CHAILLEY, Jacques, *L'Imbroglio des Modes*, Leduc, Paris, 1960.

CHARTIER, Yves, *L'Oeuvre musical d'Hucbald de Saint-Amand: les compositions et le traité de musique*, Éditions Bellarmin, Montreal, 1995.

CHRISTENSEN, Thomas (ed.), *The Cambridge History of Western Music Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.

COHEN, David E., *Boethius and the* Enchiriadis *Theory: The Metaphysics of Consonance and the Concept of Organum*, Ph. D., Brandeis University, 1993.

COHEN, H. F., *Quantifying Music*, Reidel Publishing Company, Dordrecht/Boston/Lancaster, 1984.

COUSSEMAKER, Edmond de, (ed.), *Scriptorum de musica medii aevi novam seriem a Gerbertina alteram collegit nuncque primum edidit*, 4 vols., Paris, 1864, 1867, 1869, 1876.

CROMBIE, Alistair C., *Science, optics and music in medieval and early modern thought*, The Humbledon Press, London and Ronceverte, 1990.

-----------------, "Mathematics, Music and Medical Science", *XIIe Congrès International d'Histoire des Sciences*, Paris, 1968. Actes, tomo I B, Discours et Confernces Colloques, Albert Blanchard, Paris, 1971.

DAHLHAUS, Carl, “Ein Vergessenes Problem der antiken Konsonanztheorie”, *Festschrift für Walter Wiora zum 30. Geburtstag Dezember 1966*, Herausg. Ludwig Finscher und Christoff-Hellmut Mahling, Bärenreiter, Kassel/Base/Paris/London/New York, 1967.

DANIELS, Arthur Michael, *The De musica libri septem of Francisco de Salinas*, Ph. D., University of California, 1962.

----------------, “Microtonality and Mean-tone Temperament in the Harmonic System of Francisco Salinas”, *Journal of Music Theory* 9, (1965), 2-51.

DICKS, D. R., *Early Greek Astronomy to Aristotle*, Cornell University Press, Ithaca, New York, 1970.

DIELS, Hermann/KRANZ, Walther, *Die Fragmente der Vorsokratiker*, Weidmannsche Verlagsbuchhandlung, Berlin, 1961.

DOSTROVSKY, Sigalia, “Early Vibration Theory: Physics and Music in the Seventeenth Century”, *Archive for History of Exact Sciences*, 14 (1975), 169-218.

DUCHEZ, M. E., “Jean Eriugène premier lecteur du *De institutione musica* de Boèce?” en: *Eriugena: Studien zu seinen Quellen*, ed. Werner Beierwaltes, Carl Winter Universitätsverlag, Heidelberg, 1980.

EBERLEIN, Roland, *Die Entstehung der tonalen Klangsyntax*, Peter Lang, Europäischer Verlag der Wissenschaften, Frankfurt am Main, 1994.

EGGEBRECHT, Hans Heinrich [Mitverf.], *Die mittelalterliche Lehre von der Mehrstimmigkeit*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1984. (*Geschichte der Musiktheorie*; Bd. 5).

ESPINOSA MAESO, R., "El abad Francisco Salinas, organista de la catedral de León", *Boletín de la Real Academia Española* XIII (1926), pp. 186-193.

FEND, Michael, *Zarlinos Theorie des Tonsystems. Das erste und zweite Buch der* Istitutioni harmoniche *von Gioseffo Zarlino. Übersetzung, Kommentar, Nachwort*, Verlag Peter Lang, Bern, 1989.

GARCÍA FRAILE, Dámaso, "Salinas, catedrático de la Universidad de Salamanca", *Homenaje a Kastner*, Lisboa, 1990, pp. 433-462.

GARCÍA HOURCADE, Juan Luis, *La rebelión de los astrónomos. Copérnico y Kepler*, Nivola libros y ediciones, Madrid, 2000.

GARCÍA PÉREZ, Amaya S., "El temperamento en las teorías musicales de Salinas y Zarlino: uso y aplicación del *mesolabio*", *Revista de Musicología*, vol. XXV, 2002, nº2.

----------------, *El número sonoro: la matemática en las teorías armónicas de Salinas y Zarlino*, Caja Duero, Salamanca, 2003.

GERBERT, Martin, (ed.), *Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum. Ex variis Italiae, Galliae et Germaniae codicibus manuscriptis collecti et nunc primum publica luce donati*, 3 vols., Sankt-Blasien, 1784.

GEVAERT, Fr. Aug., *Histoire et théorie de la musique de l'antiquité*, 2 vols., Gante, 1875. Reimpresión, Hildesheim, 1965.

GODWIN, Joscelyn, *Harmonies of Heaven and Earth*, Thames and Hudson, London, 1987.

GOLDÁRAZ GAÍNZA, J. Javier, "Aristógenes en la teoría musical del Renacimiento: Fundamentos de ciencia armónica y medición de intervalos", en *Revista de Musicología*, XII/1 (1989), pp. 23-46.

-----------------, *Matemáticas y música en los tres primeros libros del* De musica *de Francisco Salinas*, tesis doctoral, Universidad de Educación a Distancia, Madrid, 1991.

-----------------, *Afinación y temperamento en la música occidental*, Alianza Editorial, Madrid, 1992, 1998.

GOTTSCHALK, H. B., "The *De Audibilibus* and Peripatetic Acoustics", *Hermes*, 96 (september 1968), 435-460.

GÜNTER, U.; FINSCHER, L.; DEAN, J., *Modality in the music of the fourteeth and fifteenth centuries* (*Modalität in der musik des 14. und 15. jahrhunderts*), Hänssler-Verlag, Neuhausen-Stuttgart, 1996.

GUT, Serge, *La tierce harmonique dans la musique occidentale. Origines et évolution*, Heugel & Cie., Paris, 1969.

----------------, "La Notion de consonance chez les Théoriciens du Moyen Age", *Acta Musicologica*, 48 (1976), 20-44.

GUTHRIE, Kenneth Sylvan, *The Pythagorean Sourcebook and Library*, Phanes Press, Michigan, 1987.

HEATH, Thomas, *A history of Greek mathematics*, 2 vol., Dover Publications, New York, Inc., 1981.

HELMHOLTZ, H. v., *Die Lehre von den Tonempfindungen als Physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*, Verlag F. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1913. (1ª ed. 1863).

HIRTLER, Eva, *Die Musik als Scientia mathematica von der Spätantike bis zum Barock*, Europäische Hochschulschriften: Reihe 36, Musikwissenschaft, Bd. 137, Peter Lang, Frankfurt am Main, 1995.

HOLBROOK, Amy Kusian, *The Concept of Consonance in Greek Antiquity and its Application in the Earliest Medieval Descriptions of Polyphony*, Ph. D., University of Washington, 1983.

HUNT, Frederick Vinton, *Origins in Acoustics. The Science of Sound from Antiquity to the Age of Newton*, New Haven and London, Yale University Press, 1978.

JUDD, Cristle Collins, *Reading Renaissance Music Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.

KAMEOKA, A. & KURIYAGAWA, M., “Consonance theory, part I: Consonance of dyads”, *Journal of the Acoustical Society of America,* Vol. 45 (1969), No. 6, pp. 1451-1459.

----------------, “Consonance theory, part II: Consonance of complex tones and its computation method”, *Journal of the Acoustical Society of America,* Vol. 45 (1969), No. 6, pp. 1460-1469.

KASSLER, Jamie C., “Music as a Model in Early Science”, *History of Science,* 20 (1982), 103-139.

KELLEHER, John Emil, *Zarlino's* Dimostrationi Harmoniche *and demonstrative methodologies in the sixteenth century,* Ph. D., Columbia University, 1993.

KLEIN, Jacob, *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*, Dover Publications, Inc., New York, 1992.

KORNERUP, Thorvald, *Das Tonsystem des Italieners Zarlino,* Copenhague, 1930.

LEÓN TELLO, F. José, *Estudios de Historia de la Teoría Musical*, CSIC, Madrid, 1962.

LINDLEY, Mark, *Lutes, viols and temperaments*, Cambridge University Press, Cambridge, 1984.

LIPPMAN, Edward A., "Helenic Conceptions of Harmony", *Journal of the American Musicological Society*, 16 (1963), 3-35.

-----------------, "The place of music in the system of liberal arts", *Aspects of Medieval and Renaissance Music*, Norton, New York, 1966.

LITCHFIELD, Malcolm, "Aristoxenus and empiricism: a reevaluation based on his theories", *Journal of Muic Theory*, 32/1 (1988), P. 51-73.

LOWINSKY, Edward E., *Music in the Culture of the Renaissance and Other Essays*, vol. II, The University of Chicago Press, Chicago and London, 1989.

-----------------, "Gasparus Stoquerus and Francisco de Salinas", *Journal of the American Musicological Society* 16 (1963), pp. 241-243.

LUDWIG, Helmut, *Marin Mersenne und seine Musiklehre*, Buchdruckerei des Weisenhauses G.m.b.H., Halle (Saale), 1934.

MANDELBAUM, M. Joel, *Multiple division of the octave and the tonal resources of the 19-tone temperament*, Ph. D., Indiana University, 1961.

MARKOVITS, Michael, *Das Tonsystems der abendländischen Musik im frühen Mittelalter,* Publikationen der Schweizerischen musikforschenden Gesellschaft, Serie II vol. 30, Verlag Paul Haupt, Bern und Stuttgart, 1977.

MARTÍNEZ AÑÍBARRO, M., *Intento de un diccionario biográfico y bibliográfico de autores de la provincia de Burgos,* Madrid, 1889.

MATHIESEN, Thomas J., "Aristides Quintilianus and the harmonics of Manuel Bryennius", *Journal of Music Theory,* 27 (1983), pp. 31-49.

MEYER, Christian, *Les traités de musique,* Brepols, Turnhout-Belgium, 2001.

MOYER, Ann E., *Musica scientia: musical scholarship in the Italian Renaissance*, Ithaca/Cornell University Press, London, 1992.

OTAOLA, Paloma, *El humanismo musical en Francisco Salinas,* Newbook Ediciones, Pamplona, 1997.

-----------------, "La música como ciencia en los teóricos españoles del Renacimiento: Juan Bermudo (1555) y Francisco Salinas (1577)", en: *Anuario Musical*, 54 (1999), p. 131-148.

-----------------, "Instrumento perfecto y sistemas armónicos microtonales en el siglo XVI: Bermudo, Vicentino y Salinas", *Anuario Musical,* 49 (1994), pp. 127-158.

-----------------, *Tradición y modernidad en los escritos musicales de Juan Bermudo*, Edition Reichenberger, Kassel, 2000.

PALISCA, Claude V., “Salinas, Francisco de”, *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*, 11, Kassel, 1963, pp. 1302-1306.

----------------, *Humanism in Italian Renaissance Musical Thought,* Yale University Press, New Haven and London, 1985.

----------------, “*Francisco de Salinas (1513-1590) as humanist*”, Actas del Congreso Internacional España en la música de Occidente, Madrid, 1987, pp. 165-170.

----------------, *Studies in the History of Italian Music and Music Theory,* Clarendon Press, Oxford, 1994.

PIKE, Lionel, *Hexachords in Late-Renaissance Music*, Ashgate, Aldershot/Brookfield (USA)/Singapore/Sydney, 1997.

PLOMP, R. & LEVELT, W.J.M., “Tonal consonance and critical bandwidth”, *Journal of the Acoustical Society of America,* Vol. 38, pp. 548-560 (1965).

---------------, “Musical Consonance and Critical Bandwith”, en: *Proc. Int. Congr. Acoust.*, 4, Copenhagen, 1962, 55.

POTIRON, Henry, *Boèce, théoricien de la musique grècque*, Bloud & Gay, Paris, 1961.

RIGDEN, John S., *Physics and the Sound of Music,* John Wiley & Sons, Inc., New York, 1977-1985.

ROBLEDO, Luis, “La música en el pensamiento humanista español”, en: *Revista de Musicología,* XXI 2 (1998), pp. 385-429.

ROEDERER, Juan G., *Introduction to the Physics and Psychophysics of Music*, Springer Verlag, New York/Berlin/Heidelberg, 1973-1975.

SACHS, Klaus-Jürgen, *Der Contrapunctus im 14. und 15. Jahrhundert. Untersuchungen zum Terminus, zur Lehre und zu den Quellen*, Beihefte zum Archiv für Musikwissenschaft, herausg. von Hans Heinrich Eggebrecht (u. A.), Bd. XIII, Franz Steiner Verlag, Wiesbaden, 1974.

SACHS, C., *The Wellsprings of Music*, La Haya, 1962.

STUMPF, Carl, "Geschichte des Consonanzbegriffes", *Abhandlungen der philosophisch-philologischen Classe der königlich bayerischen Akademie der Wissenschaften*, Bd. 21, München, 1901.

SUNDBERG, Johan, *The Science of musical Sounds*, Academic Press, Inc., San Diego, 1973-1991.

TERHARDT, E., "Ein psychoakustisches begründetes Konzept der Musikalischen Konsonanz", *Acustica*, vol. 36 (1976/77), pp. 121-137.

VON BÉKÉSY, G., *Experiments in Hearing*, McGraw-Hill Book Co., New York, 1960.

WALKER, D. P., *Studies in musical science in the late Renaissance*, The Warburg Institute, London, 1978.

WEST, M. L., *Ancient Greek Music*, Oxford University Press, New York, 1992.

WHITCOMB, Benjamin Dwight, *The Coincidence Theory of Consonance: A Re-evaluation Based on Modern Scientific Evidence*, Ph. D., University of Texas at Austin, 1999.

WIENPAHL, Robert W., “Zarlino, the Senario, and Tonality”, *Journal of the American Musicological Society*, XII (1950), pp. 27-41.

WINNINGTON-INGRAM, R. P., “Aristoxenus and the intervals of Greek music”, *Classical Quaterly*, 26 (1932), 195-208.

ÍNDICE ONOMÁSTICO