facultad de economía y empresa

VNiVERSiDAD D SALAMANCA
CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

Universidad de Salamanca

Facultad de Economía y Empresa

Grado en Economía

Curso 2020/2021

SOBRE CONTRIBUCIONES A BIENES PÚBLICOS

Realizado por la estudiante: Lucía Hernando Tamayo

Tutelado por la Profesora: Emma Moreno García

Salamanca, doce de julio de dos mil veintiuno

Universidad de Salamanca

Facultad de Economía y Empresa

Grado en Economía

Curso 2020/2021

SOBRE CONTRIBUCIONES A BIENES PÚBLICOS

Realizado por la estudiante: Lucía Hernando Tamayo

Tutelado por la Profesora: Emma Moreno García

Salamanca, doce de julio de dos mil veintiuno

ÍNDICE

ÍNDICE DE CUADROS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

RESUMEN

Este trabajo fin de grado se centra en el estudio de provisión de bienes públicos, haciendo uso de la teoría de juegos no cooperativos. Para ello, se describen los trabajos pioneros de Bergstrom, Blume y Varian (1986) y de Andreoni (1990), que contemplan contribuciones privadas y permiten abordar cuestiones de altruismo. Se extiende el análisis a situaciones donde la financiación procede también de impuestos al consumo que se suman a las potenciales contribuciones privadas. Finalmente, se ha elaborado una encuesta sobre los mecanismos de provisión considerados y se presentan e interpretan los resultados de las respuestas obtenidas.

1. INTRODUCCIÓN

En el artículo *The pure theory of public expenditure*, publicado en 1954, Samuelson definió un bien público como "aquel que todos disfrutan en común en el sentido de que el consumo de cada individuo de tal bien no conduce a ninguna resta del consumo de ese bien de cualquier otro individuo". Desde entonces, en economía consideramos que un bien público se caracteriza por las propiedades de no rivalidad (el consumo por parte de una persona no afecta ni limita el acceso al resto) y no exclusión (no se puede impedir a nadie su disfrute).

La exigencia conjunta y total de no rivalidad y no exclusión en el consumo dificulta el encontrar bienes que sean *puramente públicos*. Sin embargo, podemos considerar bienes de uso colectivo con un alto grado tanto de no rivalidad como de no exclusión. Estos tipos de bienes a veces reciben en la literatura el nombre de bienes cuasipúblicos o bienes públicos impuros. En este trabajo, aunque en ocasiones nos referiremos a este último tipo de bienes, abusando del lenguaje, usamos siempre la terminología de "bienes públicos" o bienes de uso colectivo.

Por otro lado, atendiendo a diversos criterios podríamos establecer otras clasificaciones de aquellos bienes que permiten un uso colectivo. Por ejemplo, podemos distinguir entre bienes públicos de consumo local en los casos en los que solo se benefician los próximos a determinado lugar geográfico, como es el caso de una farola de una calle cualquiera; y otros considerados globales, como la capa de ozono.

Son varias las disciplinas que contemplan el estudio de bienes públicos. Por ejemplo, cabe señalar que según el artículo 5.1 de la ley 33/2003, de 3 de noviembre, del Patrimonio de las Administraciones Públicas “son bienes y derechos de dominio público los que, siendo de titularidad pública, se encuentren afectados al uso general o al servicio público, así como aquellos a los que una ley otorgue expresamente el carácter de demaniales”.[1]

En este trabajo, nos centramos en el análisis de provisión de bienes públicos haciendo uso de la teoría económica y de la teoría de juegos. Para precisar, nos basamos en los artículos de Bergstrom, Blume y Varian (1986) y de Andreoni (1990) sobre contribuciones privadas a bienes públicos.[2] De este modo, presentamos diferentes modelos que consideran soluciones no cooperativas, mediante el equilibrio de Nash, y que permiten abordar cuestiones de estática comparada y de altruismo.

El resto del documento se organiza como sigue. En la sección 2, se apuntan algunas observaciones sobre el problema del polizón y la tragedia de los comunes. En la sección 3, se describen los modelos que se consideran en los dos trabajos previamente citados. En la sección 4, contribuimos con una extensión en la que el mecanismo de financiación se compone de impuestos al consumo y aportaciones privadas. En la sección 5, se exponen los resultados de una encuesta realizada en conexión con los temas previamente abordados. Para terminar, en la sección 6, se incluyen las principales conclusiones del trabajo.

2. ALGUNAS OBSERVACIONES SOBRE BIENES PÚBLICOS Y COMUNES

Las características de los bienes públicos y de uso colectivo inducen un análisis particular sobre su provisión, mantenimiento y financiación. En esta sección presentamos algunas observaciones al respecto. Por ejemplo, el hecho de que sea imposible excluir al consumo o utilización de un bien puede llevar a la falta de incentivos individuales a pagar dicho bien esperando que otros lo hagan, lo que conduce al conocido problema de *free-rider* o polizón. Por otra parte, la imposibilidad de exclusión no implica que todos los individuos hagan el mismo uso de ellos; por ende, la distribución del nivel de utilización o consumo del bien

[1] BOE-A-2003-20254. https://www.boe.es/eli/es/l/2003/11/03/33

[2] Estos artículos son de los más citados de los respectivos autores, y el número de citas por año presenta homogeneidad (Google Scholar).

público puede afectar al bienestar de los consumidores.

2.1. El problema del *free-rider* y el dilema del prisionero

Hume fue el primero en describir este fenómeno en la mitad del siglo XVIII. Decía que la ganancia por la cooperación de cientos de ciudadanos para trabajar juntos por el bien común fracasaría por el incentivo individual de "librarse del problema y gastos, y. . . poner toda la carga sobre los demás" (Hume 1961, p. 478).

Hay gente que puede temer mostrar su interés por un determinado bien público, pensando que tendrá que costear su provisión. Independientemente de cuál sea la razón de no revelar las verdaderas preferencias, se envía una señal incorrecta a los proveedores de estos bienes. Como se comenta en el texto de Grunberg, Kaul y Stern (1999, p. 6 y 7), esto deriva en que la oferta y demanda no alcanzan un equilibrio, la oferta de bienes públicos está mal abastecida y las asignaciones de recursos son inferiores al óptimo. Se apunta así, la necesidad de algún mecanismo adicional, que incluya alguna cooperación.

Desde la teoría de juegos, el dilema del prisionero muestra cómo la solución no cooperativa de equilibrio de Nash resulta en una situación ineficiente. De este modo, se ilustran situaciones en las que dos o más partes llegan a situaciones "peores" a las que podrían haber llegado si hubiesen cooperado. La falta de comunicación y habilidad de llegar a una estrategia en beneficio común puede llevar a resultados subóptimos.

En el caso de bienes públicos, podemos considerar el siguiente ejemplo que aparece en el libro de Hal R. Varian (1992, p. 490). Dos personas, que comparten piso, están planteándose comprar un televisor. Cada una valora dicho televisor en 100$; el coste del mismo es de 150$ y deciden de manera independiente si comprarlo o no, sabiendo que ninguno de ellos puede excluir al otro de su consumo. El siguiente cuadro muestra la matriz de pagos de este juego.

		J2	
		Comprar	No Comprar
J1	Comprar	$-50 \quad -50$	$-50 \quad 100$
	No Comprar	$100 \quad -50$	$0 \quad 0$

Cuadro 2.1: Equilibrio de Nash *vs.* eficiencia

La mejor opción para cada uno, independientemente de la decisión del otro, es optar por no comprar, actuando como polizón. El equilibrio de Nash de este juego es que ambos decidan no comprar, y es equilibrio en estrategias dominantes. Esto lleva a la no provisión del bien, a pesar de ser ineficiente.

2.2. *La tragedia de los comunes*

Hardin (1968), en su ensayo *The Tragedy of the Commons*, aborda el problema de sobreutilización de los bienes de uso común. Para ilustrarlo, refiere un ejemplo de pastores que comparten pastos, bajo un sistema que les obliga a aumentar su rebaño sin límite, lo que conduce al pastoreo excesivo y degradación de la tierra.

Elinor Ostrom ha sido la primera mujer en recibir el Premio Nobel de Economía, que compartió en 2009 con Oliver E. Williamsom. La Academia Sueca destacó sus contribuciones al estudio de la gobernanza económica y, en especial, al análisis de los bienes compartidos. La idea principal de su obra se basa en que no existe nadie mejor para la gestión sostenible de un recurso de uso común que los propios implicados. Lo novedoso de su teoría radica en que existe una forma colectiva de uso y explotación sostenible de los bienes comunales que no está sujeta a la lógica de la tragedia de los comunes.

Una solución que propone al problema de sobreutilización de los bienes comunes es "incrementar las capacidades de los participantes para cambiar las reglas coercitivas del juego a fin de alcanzar resultados distintos a las despiadadas tragedias" (Ostrom, 2011, p. 44). Además, defiende que la ausencia de propiedad individual no supone libre acceso ni falta de regulación. Esto se debe a que los bienes comunes pueden ser administrados de manera efectiva cuando no son considerados *tierra de nadie* y existen interesados que interactúan para conservar la rentabilidad sostenible a largo plazo de esos bienes. La explicación está en la ausencia de exclusión, contenida en su definición de *recurso de uso común*: "sistema de recursos naturales o creados por el hombre, lo suficientemente grande como para volver costoso (aunque no imposible) excluir a beneficiarios potenciales" (Ostrom, 2011, p. 77).

Las aportaciones de Ostrom van más allá de los análisis convencionales de bienes públicos y privados, argumentando que la administración del gobierno central o los derechos de propiedad privada no son la única manera de evitar la tragedia de los bienes comunes.

Muestra que las formas de explotación comunal pueden proporcionar mecanismos de autogobierno que garantizan equidad en el acceso, control democrático y que proporcionan, a su vez, protección y vitalidad al recurso compartido.

3. SOBRE CONTRIBUCIONES PRIVADAS A BIENES PÚBLICOS

En esta sección, se presentan los modelos que se formalizan en los trabajos pioneros de Bergstrom, Blume y Varian (1986), y de Andreoni (1990). Ambos se consideran contribuciones fundamentales en economía pública, se centran en el análisis de financiación de bienes públicos mediante contribuciones privadas y han generado una gran cantidad artículos en diferentes áreas.

3.1. *El modelo de Bergstrom, Blume y Varian*

Bergstrom, Blume y Varian (1986), BBV, proponen un juego no cooperativo, que estudia las contribuciones voluntarias de un bien privado a la provisión de un bien público. Para ello, consideran una economía con un bien público, un bien privado y n consumidores. Cada consumidor i se caracteriza por una dotación inicial de riqueza R_i, y una función de utilidad U_i que representa sus preferencias por el consumo privado y el bien público. Los individuos deciden que parte de su riqueza entregan como contribución al bien público. De este modo, las donaciones individuales agregadas determinan la cantidad total que se obtiene de dicho bien. Para precisar, el juego analizado en el trabajo de BBV, que denotamos por $\mathcal{G}$, se define como sigue:

- Los jugadores son los n consumidores.
- El conjunto de estrategias de cada jugador i es $S_i = \{g_i \in \mathbb{R}_+ | g_i \leq R_i\} = [0, R_i]$.
- La función de pagos del jugador i viene dada por $\Pi_i(g_1, \ldots, g_n) = U_i(R_i - g_i, G)$, donde $G = \sum_{i=1}^{n} g_i$.

Así, $\mathcal{G} \equiv (S_i, \Pi_i, i = 1, \ldots, n)$. Dado un perfil de estrategias g, escribimos $g = (g_i, g_{-i})$, donde g_{-i} denota las estrategias de todos los jugadores salvo el i.

Un equilibrio de Nash de $\mathcal{G}$ es un vector de contribuciones $g^* = (g_1^*, \ldots, g_n^*)$, tal que $\Pi_i(g^*) \geq \Pi_i(g_i, g_{-i}^*)$ para todo $g_i \in [0, R_i]$ y todo jugador i.

Dicho de otro modo, g^* es un equilibrio de Nash si para cada i, se tiene que g_i^* resuelve el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \max_{g_i} \quad & U_i(x_i, g_i + G_{-i}^*) \\ s.a. \quad & x_i + g_i = R_i \\ & g_i \geq 0 \end{aligned}$$

donde $G_{-i}^* = \sum_{j \neq i} g_j^*$.

BBV demuestran la existencia de equilibrio de Nash, y obtienen resultados de estática comparada, referentes al impacto que tienen en el equilibrio modificaciones de las distribuciones de renta entre los participantes.

Al ser el equilibrio de Nash una solución no cooperativa, no es sorprendente que no pueda garantizarse la eficiencia. De hecho, el equilibrio considerado por BBV no siempre es eficiente, como muestra el siguiente ejemplo.

Ejemplo 1 (No eficiencia). Consideremos dos consumidores, 1 y 2, que tienen preferencias por el consumo de un bien privado y un bien público, representadas por las funciones de utilidad $U_1(x_1, G) = x_1 G^2$ y $U_2(x_2, G) = x_2 G$, respectivamente. Ambos individuos tienen la misma renta $R_1 = R_2 = 1$.

El problema a resolver por el individuo 1 y 2, respectivamente, es el siguiente:

$$\max_{g_1 \in [0,1]} (1 - g_1)(g_1 + g_2)^2, \qquad \max_{g_2 \in [0,1]} (1 - g_2)(g_1 + g_2)$$

Las condiciones de primer orden conducen a las funciones de reacción dadas por:

$$g_1 = \frac{2 - g_2}{3}, \qquad g_2 = \frac{1 - g_1}{2}$$

El punto de corte de ambas funciones de mejor respuesta determina el equilibrio de Nash dado por el perfil de estrategias $(g_1^*, g_2^*) = (3/5, 1/5)$. Se obtiene una contribución total al bien público $G^* = 4/5$ y los consumos privados son $x_1^* = 2/5$ y $x_2^* = 4/5$. Así, en equilibrio se tiene que $U_1^* = U_1(2/5, 4/5)$ y $U_2^* = U_2(4/5, 4/5)$. Sin embargo, si cada consumidor aumentan su contribución privada al bien público en $1/10$, la cantidad de bien público generada pasa a ser igual a 1 y su utilidad se ve aumentada. Precisamente,

$U_1(3/10,1) = 3/10 > U_1^* = 2^5/5^3$ y $U_2(7/10,1) = 7/10 > U_2^* = 4^2/5^2$. Por tanto, concluimos que el equilibrio de Nash no es eficiente, ya que encontramos una situación posible en la que ambos participantes mejoran.

Por otro lado, podemos preguntarnos cómo cambia el equilibrio cuando aumenta el número de participantes. El ejemplo que sigue ilustra la intuición de que, cuando el número de contribuyentes aumenta, las contribuciones individuales son cada vez más pequeñas pero todos mejoran. Es decir, en este caso, aumentar la economía conllevaría una mejora paretiana y ello se debe fundamentalmente a la presencia de un bien público.

Ejemplo 2 (Equilibrio y número de contribuyentes). Consideremos dos tipos de consumidores, 1 y 2. Las preferencias de los del tipo 1 por el consumo de bien público y bien privado vienen representadas por la función de utilidad $U_1(x_{1j}, G) = x_{1j}^{\alpha} G$ y las del tipo 2 por $U_2(x_{2j}, G) = x_{2j}^{\beta} G$. El individuo 1 tiene una renta R_1 y el 2 una renta R_2. Supongamos una sucesión de economías réplicas donde el número de participantes es 2r, con r consumidores de cada uno de los tipos, indexados por ij con $i = 1, 2$ y $j = 1, 2, \ldots, r$.

Los problemas de optimización de $1j$ y $2j$ son los siguientes:

$$\max_{g_{1j}} (R_1 - g_{1j})^{\alpha} (g_{1j} + G_{-1j}), \quad \max_{g_{2j}} (R_2 - g_{2j})^{\beta} (g_{2j} + G_{-2j})$$

donde $G_{-hj} = \sum_{ij \neq hj} g_{ij},\ h = 1, 2$. Así, la funciones de reacción de $1j$ y $2j$ son:

$$g_{1j} = \max \left\{ 0, \frac{R_1 - \alpha \sum_{ij \neq 1j} g_{ij}}{1 + \alpha} \right\}, \quad g_{2j} = \max \left\{ 0, \frac{R_2 - \beta \sum_{ij \neq 2j} g_{ij}}{1 + \beta} \right\}.$$

En un equilibrio simétrico se tiene que todos los de un mismo tipo contribuyen lo mismo. Denotando por g_i la contribución de los del tipo $i = 1, 2$, se deduce:

$$g_1 = \max \left\{ 0, \frac{R_1 - \alpha r g_2}{1 + \alpha r} \right\}, \quad g_2 = \max \left\{ 0, \frac{R_2 - \beta r g_1}{1 + \beta r} \right\}$$

Entonces, en equilibrio obtenemos que para cualquier consumidor $1j$:

$$x_{1j}^*(r) = \frac{\alpha r (R_1 + R_2)}{1 + \alpha r + \beta r}, \qquad g_{1j}^* = g_1^*(r) = \max \left\{ 0, \frac{(1 + \beta r) R_1 - \alpha r R_2}{1 + \alpha r + \beta r} \right\}$$

Y para cada consumidor $2j$:

$$x_{2j}^*(r) = \frac{\beta r (R_1 + R_2)}{1 + \alpha r + \beta r}, \qquad g_{2j}^* = g_2^*(r) = \max \left\{ 0, \frac{(1 + \alpha r) R_2 - \beta r R_1}{1 + \alpha r + \beta r} \right\}$$

Así, si $R_1 > R_2$, la diferencia $R_1 - R_2$ es positiva y, por tanto, la contribución al bien público de los individuos del tipo 1 ($g_1^*(r)$) será cada vez mayor a medida que aumenta el número de consumidores (r). A su vez, la diferencia $R_2 - R_1$ es negativa y, por tanto, la contribución al bien público de los individuos del tipo 2 ($g_2^*(r)$) será cada vez menor a medida que aumenta el número de consumidores (r) hasta que, para un r determinado, sea cero. Cabe puntualizar también que, en este caso, cuanto mayor sea β (parámetro que mide el grado de preferencia por el bien privado), menor será el r a considerar para que los individuos de tipo 2 no contribuyan de manera privada a la financiación del bien público.

Esto nos lleva a que solo contribuirán los dos tipos de individuos cuando tengan la misma renta. Si no fuera así, se tendría que o bien $g_2^*(r) = 0$, o bien $g_1^*(r) = 0$ para r suficientemente grande.

Cuando $R_1 = R_2 = \bar{R}$, la cantidad de bien publico en equilibrio es $G(r) = \dfrac{2r\bar{R}}{1 + r(\alpha + \beta)}$. Vemos así que, a medida que aumenta el número de individuos (cuanto mayor es r), la contribución individual al bien público es menor y, sin embargo, la cantidad total de bien público generado es cada vez mayor y converge a $\frac{\bar{R}}{\alpha+\beta}$. De este modo, en la sucesión de equilibrios, cada uno domina paretianamente al al anterior.

3.2. *Modelo de Andreoni*

Andreoni (1990) propone una extensión del juego no cooperativo planteado por BBV. Para ello, estudia contribuciones voluntarias a la provisión de un bien público cuando cada consumidor valora, además del bien público generado, su propia contribución individual. Esto lleva a la noción que se conoce como altruismo impuro. Además, plantea variantes del modelo de altruismo impuro con subsidios, es decir, incluye también la financiación pública mediante impuestos para la provisión de bienes públicos.

Para precisar, Andreoni considera una economía con un bien público, un bien privado y n consumidores. Cada consumidor i se caracteriza por una dotación inicial de riqueza R_i, y una función de utilidad U_i que representa sus preferencias por el consumo privado, el bien público, y su contribución individual. El juego analizado, que denotamos por $\mathcal{G}_{\mathcal{A}}$, viene por tanto definido así:

- Los jugadores son los n consumidores.

- El conjunto de estrategias de cada jugador i es $S_i = \{g_i \in \mathbb{R}_+ | g_i \leq R_i\} = [0, R_i]$.

- La función de pagos del jugador i viene dada por $\Pi_i(g_1, \ldots, g_n) = U_i(R_i - g_i, G, g_i)$, donde $G = \sum_{i=1}^{n} g_i$.

El hecho de que g_i sea una variable explícita en las preferencias de los consumidores implica que las respectivas contribuciones individuales tienen propiedades de bien privado. Es decir, los individuos no solo contribuyen al bien público por un motivo altruista puro, sino que también son movidos por una razón egoísta. A este segundo motivo Andreoni lo llama "warm-glow giving" e introduce la idea de altruismo impuro.

Un equilibrio de Nash del juego $\mathcal{G}_{\mathcal{A}} \equiv (S_i, \Pi_i, i = 1, \ldots, n)$ es un vector de contribuciones $g^* = (g_1^*, \ldots, g_n^*)$, tal que $\Pi_i(g^*) \geq \Pi_i(g_i, g_{-i}^*)$ para todo $g_i \in [0, R_i]$ y todo jugador i. Dicho de otro modo,g^* es un equilibrio de Nash si para cada i, se tiene que g_i^* resuelve el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \max_{g_i} \quad & U(x_i, g_i + G_{-i}^*, g_i) \\ s.a. \quad & x_i + g_i = R_i \\ & G_{-i} + g_i = G \\ & g_i \geq 0 \end{aligned}$$

donde $G_{-i}^* = \sum_{j \neq i} g_j^*$.

Teniendo en cuenta las restricciones, el problema anterior puede escribirse en función de G del siguiente modo: $\max_G U_i(R_i + G_{-i} - G, G, G - G_{-i})$. Resolviendo, se obtiene $G = f_i(R_i + G_{-i}, G_{-i})$ o, lo que es lo mismo, $g_i = f_i(R_i + G_{-i}, G_{-i}) - G_{-i}$.

El primer argumento de la función de reacción f_i o mejor respuesta de i viene de la dimensión de bien público que aparece en la función de utilidad, mientras que el segundo argumento de f_i viene de la dimensión de bienes privados. De este modo, la derivada de f_i respecto al primer argumento, que denotamos por $f_{i\alpha}$, refleja la propensión marginal a donar por motivos altruistas. Sin embargo, la derivada de f_i respecto al segundo argumento, que denotamos por f_{ie}, es la propensión marginal a donar por motivos egoístas.

Suponiendo que g_i y x_i son bienes normales, es decir, aumentan con la renta, se tiene que el equilibrio de Nash es único. Además si $0 \leq f_{i\alpha} + f_{ie} \leq 1$ el equilibrio de Nash es estable.

Con estos supuestos, Andreoni define el índice normalizado de altruismo como $\alpha_i = \frac{f_{i\alpha}}{f_{i\alpha}+f_{ie}}$, con las siguientes propiedades:

- Si $f_{ie} = 0$ entonces $\alpha_i = 1$, dado que se tiene altruismo puro.
- Si $f_{ie} + f_{i\alpha} = 1$, entonces $\alpha_i = f_{i\alpha}$, que resulta del egoísmo puro.
- Si $f_{ie} > 0$, se verifica que $f_{i\alpha} < \alpha_i < 1$, dada la presencia de altruismo impuro.

En el siguiente modelo que plantea Andreoni existe un subsidio (s_i) a las contribuciones privadas que es financiado a través de la recaudación de impuestos (t_i). Por ello, además de la contribución privada, existe una contribución pública a los bienes públicos.

El suministro conjunto del bien público es $Y = G + T$, donde T es la recaudación fiscal del gobierno dad por $T = \sum\limits_{i=1}^{n}(t_i - s_i g_i)$.

La función de utilidad de cada individuo será $U_i(x_i, Y, g_i)$ y la contribución individual total al bien público es $y_i = g_i(1 - s_i) + t_i$.

Teniendo en cuenta que $x_i + y_i = R_i$, equivalentemente $x_i + Y = R_i + Y_{-i}$, el problema a resolver es el siguiente: $\max\limits_{Y}\ U_i\left(R_i + Y_{-i} - Y, Y, \frac{Y-Y_{-i}-t_i}{1-s_i}\right)$.

Al igual que BBV, Andreoni hace análisis de estática comparada considerando redistribuciones de renta para ver cómo éstas afectan al equilibrio.

4. FINANCIACIÓN PÚBLICA Y PRIVADA DE BIENES PÚBLICOS

En esta sección extendemos el modelo de BBV de modo que, junto a las contribuciones privadas, existe una financiación pública vía impuestos para la provisión de un bien público.[3]

Consideramos un modelo donde existe un bien público, un bien privado y n consumidores. Al igual que en BBV cada consumidor i tiene una renta R_i y una función de utilidad U_i que representa sus preferencias por el consumo privado y el bien público. Cuando el individuo i consume x_i del bien privado, paga en impuestos una cantidad $tx_i > 0$, que se dedica a financiar el bien público, siendo $t \in (0, 1)$ el parámetro que define el impuesto. De este modo, si i decide contribuir privadamente $g_i \in [0, R_i]$ al bien público, consume $x_i = \frac{R_i - g_i}{1+t}$

[3] Agradezco a David Bogajo, compañero de promoción, sus comentarios en una clases de Modelización económica, asignatura optativa de cuarto curso. De aquella idea procede la formalización que aquí se presenta.

de bien privado y en total dedicaría $g_i + tx_i$ a la provisión del bien público. Así, la oferta total de bien público, G_t, es la suma de las donaciones de todos los individuos más la suma de la contribución vía impuesto de esos individuos.

A continuación precisamos el juego, que denotamos por $\mathcal{G}_t$.

- Los jugadores son los consumidores: $1, \ldots, n$.
- Conjuntos de estrategias: $S_i = \{g_i \in \mathbb{R}_+ | g_i \leq R_i\} = [0, R_i],\ i = 1, \ldots, n.$
- Funciones de pagos: dado un perfil de estrategias $g = (g_1, \ldots, g_n)$, la función de pagos de i es $\Pi_i^t(g) = U_i(x_i(t), G_t)$, donde $G_t = \sum_{i=1}^{n} g_i + t \sum_{i=1}^{n} x_i(t)$, siendo $x_i(t) = \frac{R_i - g_i}{1+t}$.

Así, $\mathcal{G}_t \equiv (S_i, \Pi_i^t, i = 1, \ldots, n)$.

Un equilibrio de Nash es un vector de contribuciones $g^* = (g_1^*, \ldots, g_n^*)$, tal que $\Pi_i^t(g^*) \geq \Pi_i^t(g_i, g_{-i}^*)$ para todo $g_i \in [0, R_i]$ y todo jugador i.

Así, g^* es un equilibrio de Nash si para cada $i,\ g_i^*$ resuelve el problema siguiente:

$$\begin{aligned} \max_{g_i} \quad & U(x_i, G_{t,-i}^* + g_i + tx_i) \\ s.a. \quad & (1+t)x_i + g_i = R_i, \\ & 0 \leq g_i \leq R_i \end{aligned}$$

donde $G_{t,-i}^* = \sum_{j \neq i} g_j^* + tx_j^*$, con $x_j^* = \frac{R_j - g_j^*}{1+t}$.

Proposición 4.1. *Si $g^* \gg 0$ es un equilibrio de Nash del juego $\mathcal{G}$, existe $\hat{t}$ tal que para cada $t \leq \hat{t}$, hay un equilibrio de Nash del juego $\mathcal{G}_t$ que conduce al mismo resultado.*

Prueba. Sea $g^* = (g_1^*, \ldots, g_n^*)$ equilibrio de Nash de $\mathcal{G}$. Estas contribuciones resultan en consumos privados $x_i^* = R_i - g_i^*$ y una cantidad de bien público $G^* = \sum_{i=1}^n g_i^*$. Como $g^* \gg 0$, se tiene que $x_i^* < R_i$ para todo i. Por tanto, podemos considerar $\hat{t}$ tal que $x_i^* \leq \frac{R_i}{1+\hat{t}}$ para todo individuo i. Para cada $t \leq \hat{t}$, consideremos el perfil de estrategias g_t dado por las contribuciones privadas $g_{t,i} = (1+t)g_i^* - tR_i$. Nótese que $R_i - g_{t,i} = (1+t)x_i^*$ y $G_t = t\sum_{i=1}^n x_i^* + \sum_{i=1}^n g_{t,i} = G^*$. Para terminar la prueba, basta ver que g_t es un equilibrio de Nash del juego $\mathcal{G}_t$. Para ello, supongamos que algún jugador j tiene incentivos en cambiar su estrategia a g_j, esto es $\Pi_j^t(g_{t,-j}, g_j) = U_j(x_j, G_{t,-j} + tx_j + g_j) > \Pi_j^t(g_t) = U_j(x_i^*, G^*)$,; donde $x_j = \frac{R_j - g_j}{1+t}$. Entonces, considerando $\tilde{g}_j = \frac{t(R_j - g_j)}{1+t} + g_j = \frac{tR_j + g_j}{1+t}$ se llega a que $\Pi_j(g^*_{-j}, \tilde{g}_j) > \Pi_j(g^*)$, lo que contradice el hecho de que g^* sea equilibrio de Nash de $\mathcal{G}$.

■

El siguiente ejemplo prueba que la interioridad de g, es decir, $g^* \gg 0$, es una condición necesaria en el resultado anterior.

Ejemplo 3. Consideramos una economía con dos consumidores, 1 y 2, cuyas rentas son $R_1 = 1$ y $R_2 = 2$, respectivamente. Ambos individuos tienen la misma función de utilidad Cobb-Douglas dada por $U(x, G) = xG$, donde x es el consumo de bien privado y G el bien público generado.

Dado el impuesto $t \in [0, 1)$, el problema del individuo i consiste en maximizar su función de utilidad x_iG sujeto a que $1 + t$ por la cantidad de bien privado x_i más su contribución privada g_i al bien público no supere su renta R_i. Como las preferencias son monótonas, esta restricción se da con igualdad. La cantidad total de bien público generado es la suma de lo que contribuyen ambos individuos al bien público más el impuesto por la suma de las cantidades que destinan dichos individuos al consumo de bien privado, es decir, $G = g_1 + g_2 + t(x_1 + x_2)$.

Por tanto, el problema para cada i es el siguiente:

$$\begin{aligned} \max_{g_i} \quad & x_iG \\ s.a. \quad & (1+t)x_i + g_i = R_i \\ & G = g_1 + g_2 + t(x_1 + x_2) \end{aligned}$$

Incluyendo las restricciones en la función objetivo, el problema a resolver es:

$$\max_{g_i} \left(\frac{R_i - g_i}{1+t}\right)\left(g_1 + g_2 + t\left(\frac{3 - g_1 - g_2}{1+t}\right)\right)$$

Las condiciones de primer orden nos llevan a las funciones de mejor respuesta dadas por:

$$g_1 = \frac{1 - g_2 - 3t}{2}, \quad g_2 = \frac{2 - g_1 - 3t}{2}$$

Se deduce que el equilibrio de Nash es $g^*(t) = (g_1^*(t), g_2^*(t)) = \left(0, 1 - \frac{3}{2}t\right)$, que conduce a los consumos de bien privado $x_1^*(t) = \frac{1}{1+t}$ y $x_2^*(t) = \frac{2+3t}{2(1+t)}$, respectivamente. Así, el bien público generado es igual a $G^*(t) = g_1^*(t) + g_2^*(t) + t(x_1^*(t) + x_2^*(t)) = \frac{3t+2}{2(1+t)}$.

Por tanto, en este caso, el individuo 1 decide no contribuir nada de forma privada a la oferta del bien público. Sin embargo, debido a la existencia del impuesto, y a diferencia del modelo de BBV, su contribución al bien público acaba siendo estrictamente positiva.

Cuando $t = 0$, tenemos el modelo de BBV, donde el equilibrio es $g^* = (g_1^*, g_2^*) = (0, 1)$, los consumos de bien privado son $x_1^* = 1$ y $x_2^* = 1$, y el bien público generado es $G^* = g_1^* + g_2^* = 1$. El individuo 1 dedicará también toda su renta al bien privado, pero no se ve obligado a contribuir al bien público como sucede en el caso con impuesto $t > 0$.

El bien público generado es estrictamente creciente en t. En consecuencia, no existe $\hat{t}$ tal que para cada $t \leq \hat{t}$, hay un equilibrio de Nash del juego con impuestos $\mathcal{G}_t$ que conduzca al mismo resultado que para el juego $\mathcal{G}$ sin impuestos. Comprobamos así que $g^* \gg 0$ es condición necesaria en el resultado anterior.

5. PREGUNTANDO SOBRE LA CONTRIBUCIÓN A BIENES PÚBLICOS

El análisis teórico que se incluye en este trabajo fin de grado, se amplía y complementa con la elaboración y estudio de una encuesta (ver anexo). El inicio se conforma por una serie de preguntas personales (sexo, edad, situación actual y rama de estudios) con el fin de identificar características generales de los encuestados. El objetivo es tratar de argumentar sobre cómo reaccionarían las personas ante la idea de contribuir a un bien público de forma privada. El cuestionario se formula de manera simple y sencilla, para facilitar la participación y la sinceridad en las respuestas. Así, se plantean cuatro cuestiones que pretenden conocer si la potencial contribución individual depende o no de la renta disponible, si cambiaría en el caso de que una institución pública financiase parte del bien de uso colectivo, y en qué medida los individuos adoptan un comportamiento altruista.

Una vez elaborado el cuestionario en Google, se ha difundido un link por e-mail y por WhatsApp, solicitando la participación online. Se consiguió en un plazo de un mes que 1114 persones realicen la encuesta. Los siguientes cuadros muestra algunas características de los participantes.

Sexo	
Mujeres	Hombres
63 %	37 %

Edad			
<18 años	entre 18-30 años	entre 31-60 años	>60 años
2 %	76 %	20 %	2 %

Cuadro 5.1: Sexo y grupos de edad.

Situación actual				
Trabajando	Estudiando	Trabajando y estudiando	Paro	Jubilado
27 %	57 %	13 %	2 %	1 %

Cuadro 5.2: Situación profesional.

Campo de formación			
Ciencias	Ciencias sociales	Humanidades	No estudio
40 %	45 %	14 %	1 %

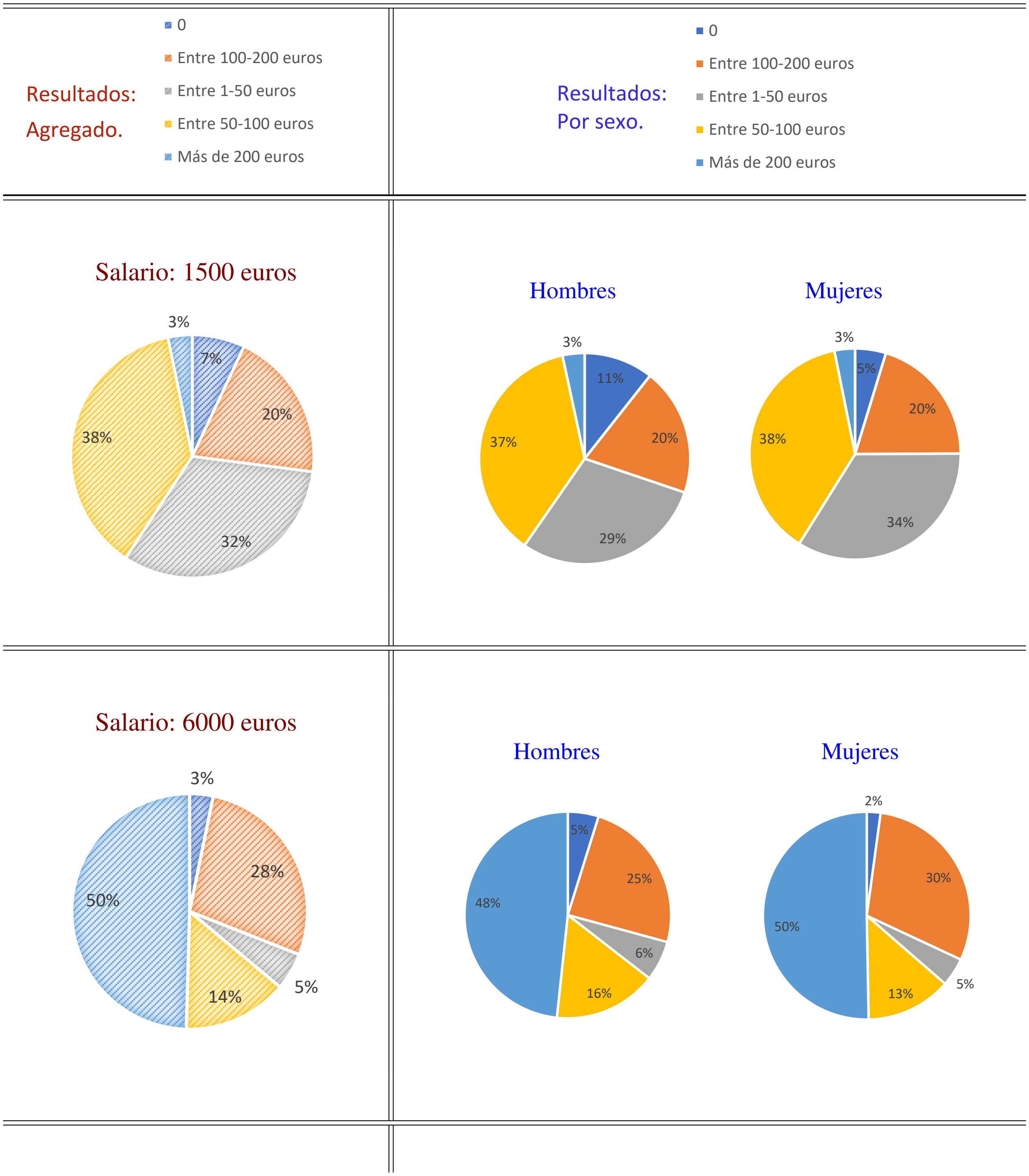
Cuadro 5.3: Rama de la educación.

Trabajo	
Por cuenta ajena	27 %
Autónomo	4 %
Funcionario público	10 %
No trabajo	59 %

Estudios en curso			
No estudio	18 %	Grado	60 %
Formación básica	2 %	Máster	6 %
Formación profesional	9 %	Oposición	2 %
Cursos	1 %	Doctorado	2 %

Cuadro 5.4: Tipo de trabajo o estudios en curso, en su caso.

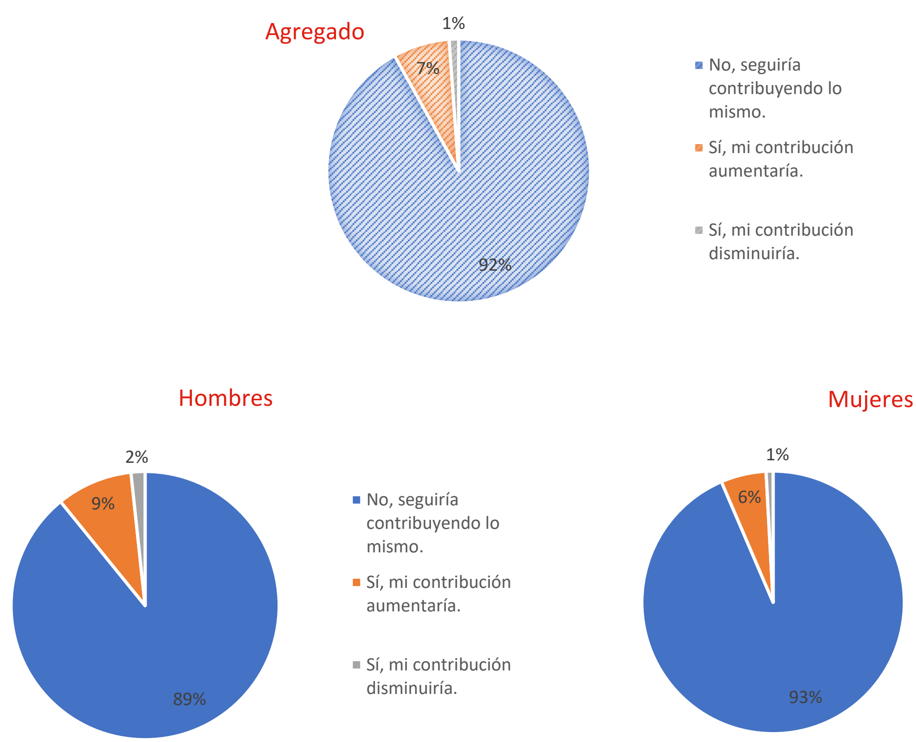
A continuación se presenta una recapitulación de los resultados obtenidos en las diferentes preguntas que forman el cuestionario (véase en el anexo). Para ello, se hace uso de un conjunto de gráficos circulares que muestran las contribuciones privadas que estarían dispuestos a ofrecer en cada uno de los casos, a nivel agregado y diferenciando por sexo.



Gráficos 5.1: Resultados agregados y por sexo en función del salario.

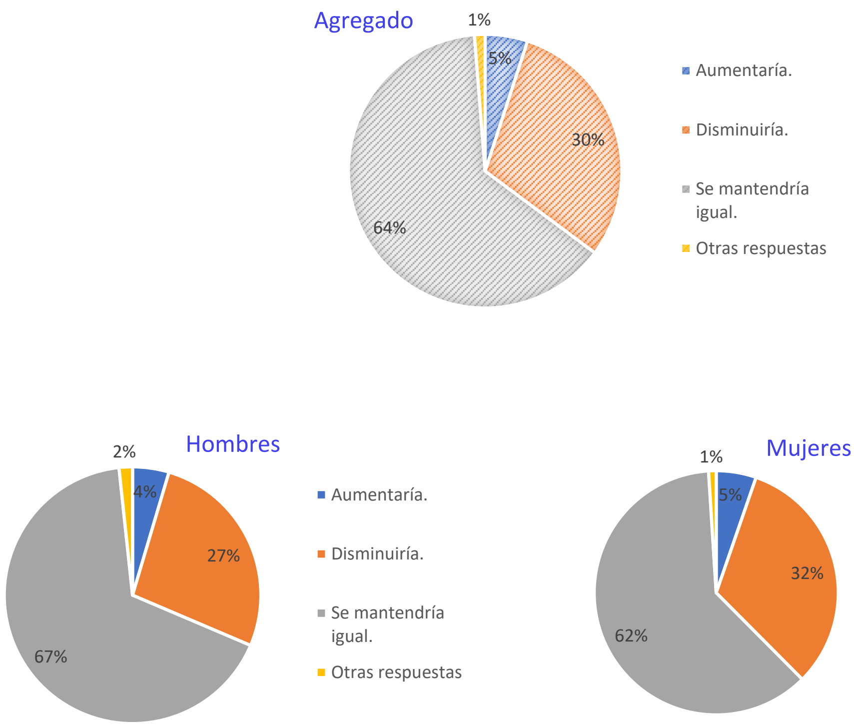
De la información que se recoge en esta colección de Gráficos 5.1, podemos extraer varias conclusiones. Se aprecia cómo a medida que aumenta la renta, aumenta la disposición a contribuir al bien público de los participantes. Además, la disposición a contribuir en el caso de las mujeres es sensiblemente mayor que la de los hombres. Esto se ve reflejado especialmente en los intervalos extremos, es decir, en los casos en que no están dispuestos a contribuir y en el que se decide contribuir más de doscientos euros.

Por otro lado, los siguientes gráficos permiten hacer alguna observación sobre si los individuos presentan o no un comportamiento altruista, en el sentido propuesto por Andreoni. Se trata de la situación en la que se pregunta si se cambiaría o no la contribución privada caso que dichas contribuciones individuales se diesen a conocer a todos y cada uno de los participantes. Se puede deducir que un porcentaje elevado de los encuestados es gente muy altruista, con un grado de altruismo mayor en el caso de las mujeres.



Gráficos 5.2: Resultados agregados y por sexo del grado de altruismo.

Por último, se presenta la situación en la que una institución pública financia parte del bien uso colectivo. Vemos que, en su mayoría, la distribución de contribuciones apenas se ve alterada.



Gráficos 5.3: Resultados agregados y por sexo en caso de cofinanciación pública.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos analizado algunas cuestiones sobre financiación privada de bienes públicos. Para ello, hemos presentado los modelos pioneros de Bergstom, Blume y Varian (1986) y de Andreoni (1990). Basándonos en estos trabajos clásicos, contribuimos con la aportación de un modelo mixto que contempla una financiación del bien público con dos componentes, dado que a las potenciales contribuciones privadas suma la financiación que procede de recaudación de impuestos derivados del consumo del bien privado.

En el estudio del modelo de BBV hemos podido observar que, dado que el equilibrio de Nash es una solución no cooperativa, no podemos garantizar la eficiencia en el sentido de

Pareto. Además, hemos construido un ejemplo que ilustra, de acuerdo con lo que la intuición nos sugiere, que a medida que el número de contribuyentes aumenta, las contribuciones individuales son cada vez más pequeñas pero, a pesar de ello, todos los participantes mejoran. Por ende, el incremento de la economía se traduce en una mejora paretiana.

Respecto al modelo de Andreoni hemos visto que, al considerar la contribución individual al bien público como una variable explícita en las preferencias, dichas aportaciones individuales pasan a tener propiedades de bienes privados. Esto conduce al concepto de altruismo impuro; los individuos se mueven también por motivos egoístas.

El modelo que hemos propuesto, está en conexión con el modelo de BBV. Concretamente hemos demostrado que, dado un equilibrio de Nash interior de contribuciones privadas *a la BBV*, existe un límite al tipo de impuesto, de manera que siempre que los impuestos no superen dicha cota, se consigue el mismo resultado mediante el sistema propuesto este trabajo, que combina contribuciones privadas y públicas mediante impuestos al bien de consumo privado.

El estudio que hemos realizado, se complementa con una encuesta. Con las respuestas obtenidas, hemos podido observar cómo la disposición a contribuir a la financiación del bien público depende de la renta, aumentando a medida que ésta crece, especialmente en el caso de las mujeres. También vemos que la mayoría de los encuestados responden a un comportamiento altruista, ya que no cambian su contribución en el caso de que se hiciera pública, y además dicha contribución no se ve apenas alterada por el hecho de que una institución pública financie parte del bien. Finalmente, cabe señalar que el análisis de la encuesta es reducido, pero abre diversas líneas para profundizar y extender los resultados obtenidos. Una de ellas podría ser el estudio por grupos de edad para ver posibles diferencias de comportamiento en función de dichos tramos.

BIBLIOGRAFÍA

Andreoni, J. (1990). Impure altruism and donations to public goods: a theory of warm-glow giving. *Economic Journal* 100: 464-477.

Bergstrom, T., Blume, L., Varian, H.R. (1986). On the private provision of public goods. *Journal of Public Economics* 29: 25-49.

Grunberg, I., Kaul, I., Stern, M.A. (Eds) (1999). *Defining global public goods. Global public goods: international cooperation in the 21st century*. Oxford University Press.

Hardin, G. (1968). The Tragedy of the Commons. *Science* 162: 1243-1248.

Hume, D (1961). *A treatise of human nature*. Garden City, NJ: Dolphin Books.

Ostrom, E. (2011). *El gobierno de los bienes comunes. La evolución de las Instituciones de acción colectiva*. 2ª ed. Fondo de Cultura Económica.

Samuelson, P. (1954). The Pure Theory of Public Expenditure. *The Review of Economics and Statistics* 36(4): 387-389.

Varian, H.R. (1992). *Análisis microeconómico*. 3ª ed. Antoni Bosch Editor.

ANEXO

Formulario TFG Lucía Hernando

Se le invita a participar en un cuestionario para la elaboración de un estudio para un trabajo fin de grado.

La participación es totalmente voluntaria. La información que facilite será totalmente anónima.

Todas las respuestas son obligatorias.

Gracias por la participación.

*Obligatorio

PERSONALES

Las preguntas de esta sección se refieren a las características demográficas y sociales de la población, es decir: sexo, edad, ocupación y estudios.

1. Sexo *

Marca solo un óvalo.

- Mujer
- Hombre
- Otro: ______________________

2. Edad *

Marca solo un óvalo.

- <18 años
- Entre 18-30 años
- Entre 31-60 años
- > 60 años

3. Situación actual *

Marca solo un óvalo.

- Trabajando
- Estudiando
- Estudiando y trabajando
- Otro: ______________________

4. En caso de estar estudiando... *

Marca solo un óvalo.

- Formación básica
- Formación Profesional
- Grado
- Máster
- Doctorado
- No estudio
- Otro: ______________________

5. Rama de la educación *

Marca solo un óvalo.

- Ciencias
- Ciencias sociales
- Humanidades
- Otro: ______________________

6. En caso de estar trabajando... *

Marca solo un óvalo.

- Por cuenta propia (autónomo)
- Por cuenta ajena
- Funcionario público
- No trabajo

A continuación vamos a presentar una situación hipotética seguida de una serie de preguntas que debe contestar con total sinceridad.

Suponga que en su barrio se ha decidido construir un centro cívico, cuyo coste es de un millón de euros. Dicho coste se sufraga por las propias familias que allí viven mediante contribuciones privadas voluntarias.

Este centro estará dotado de pabellón, biblioteca, ludoteca, sala de informática, salón de actos y salas multiusos. Una vez construido, podrá ser utilizado por todos los vecinos, sin excepción alguna (e independientemente de la contribución de cada uno).

Todos los residentes trabajan. Sumando el salario de todos ellos se superan los mil millones de euros mensuales.

El pago que decida hacer de forma privada cada vecino se hace solo una vez, antes de mediados de año.

7. Si su salario es de 1.500 euros mensuales ¿Cuánto estaría dispuesto a contribuir? *

Marca solo un óvalo.

- 0
- Entre 1-50 euros
- Entre 50-100 euros
- Entre 100-200 euros
- Más de 200 euros

8. ¿Y si su salario es de 6.000 euros mensuales? *

Marca solo un óvalo.

- 0
- Entre 1-50 euros
- Entre 50-100 euros
- Entre 100-200 euros
- Más de 200 euros

9. Si su contribución fuera pública (es decir, el resto de vecinos conocen la suma de su contribución), ¿cambiaría su respuesta? *

Marca solo un óvalo.

- Sí, mi contribución aumentaría.
- Sí, mi contribución disminuiría.
- No, seguiría contribuyendo lo mismo.

10. Imagine ahora que una Institución Pública decide financiar el 20% de la obra. ¿Cómo cambiaría su contribución? *

Marca solo un óvalo.

- Se mantendría igual.
- Aumentaría.
- Disminuiría.
- Otro: ______________________