

VNiVERSiDAD D SALAMANCA

**Puesta en marcha de una práctica de disco
parabólico y motor Stirling**

**Start-up of a parabolic dish and Stirling engine
practice**

Sara Hidalgo Campos

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Física

Curso 2021-2022

Dirigido por

Dr. D. Antonio González Sánchez

Dra. Dña. María Jesús Santos Sánchez

Dña. Judit García Ferrero

Salamanca, 4 de julio de 2022

Universidad de Salamanca
Departamento de Física Aplicada

**Puesta en marcha de una práctica de disco parabólico y motor
Stirling**

Start-up of a parabolic dish and Stirling engine practice

D. Antonio González Sánchez, Dña. María Jesús Santos Sánchez y Dña. Judit García Ferrero, del Departamento de Física Aplicada de la Universidad de Salamanca, autorizan la presentación del Trabajo de Fin de Grado titulado "*Puesta en marcha de una práctica de disco parabólico y motor Stirling*", realizado bajo su dirección por Sara Hidalgo Campos.

En Salamanca, a 4 de julio de 2022

Fdo.: Sara Hidalgo Campos

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Sara', with a long horizontal stroke extending to the right.

Fdo.: Antonio González Sánchez

Fdo.: María Jesús Santos Sánchez

Fdo.: Judit García Ferrero

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'Judit', with a large, decorative flourish at the beginning.

Resumen

La cuestión energética actualmente se manifiesta como un gran desafío científico y tecnológico ante la gran demanda y las consecuencias ambientales y socio-económicas. En este contexto, las energías renovables representan una parte fundamental de la solución de este reto.

El presente trabajo tiene como finalidad la puesta en marcha de dos equipos experimentales de dos motores Stirling, uno de combustión y otro solar. Este tipo de motor recibe su nombre en honor el ingeniero que lo diseñó en 1816, Robert Stirling y sigue un ciclo termodinámico que consta de dos procesos isócoros y dos isotermos. En la actualidad, el motor Stirling está cobrando mayor relevancia puesto que ofrece simultáneamente una alta eficiencia junto con bajas emisiones de productos de combustión, pues se caracteriza por una combustión externa en el caso del motor Stirling de combustión y libre de emisiones, en el caso del motor Stirling solar. Tras la puesta en marcha de dichos equipos, se pretende tomar una serie de medidas iniciales con el fin de crear un protocolo de operación, así como unos guiones de prácticas.

Con respecto a la práctica experimental del motor Stirling de combustión, se dispone de un motor tipo cilindro-pistón del modelo *Phywe systeme GMBH* cuya fuente de calor procede de la combustión de alcohol y se pretenden realizar tres experiencias: calibración del sensor de presión, cálculo del trabajo neto mediante el diagrama PV en el osciloscopio y cálculo de la potencia eléctrica efectiva.

Con respecto a la práctica experimental del motor Stirling solar, se dispone de un motor acoplado en una parábola solar de concentración del modelo *Ventus*. Este tipo de tecnología se enmarca dentro de la energía termosolar generada mediante concentración solar (CSP). Su funcionamiento se basa en la concentración de la radiación solar (gracias a la parábola) en el foco caliente del émbolo de desplazamiento del motor Stirling. Mediante esta práctica se pretende calcular la potencia eléctrica.

A partir de todas estas prácticas, el objetivo final de este TFG es construir un protocolo de ejecución y unos guiones de ambas prácticas experimentales para su posterior realización. Ambos guiones constan de la siguiente estructura: objetivos, material, fundamento teórico, método experimental y resultados, para que los alumnos futuros sean capaces de reproducir estos experimentos comprendiendo asimismo el fundamento termodinámico. Se pretende que dichas prácticas experimentales se puedan implementar en ciertas asignaturas del Grado de Física.

Palabras clave: Motor Stirling, ciclos de potencia, energía termosolar, Termodinámica, Termotecnia.

Abstract

The energy issue currently manifests itself as a great scientific and technological challenge in the face of great demand and the environmental and socio-economic consequences. In this context, the renewable energies represent a fundamental part of the solution to this challenge.

The purpose of this work is to set up a couple of experimental sets of Stirling engines, one combustion and one solar. This type of engine gets its name from honor the engineer who designed it in 1816, Robert Stirling, and follows a thermodynamic cycle that consists of two isochoric and two isothermal processes. At present, the Stirling engine is getting greater relevance as it simultaneously offers high efficiency, together with low emissions of combustion products, since it is characterized by external combustion in the case of the engine combustion and emission-free in the case of the solar Stirling engine. After the start-up of both sets, it is intended to take a series of initial measures in order to create an operation protocol, as well as some laboratory scripts.

Regarding the experimental practice of the Stirling combustion engine, there is a cylinder-piston engine type of the *Phywe systeme GMBH* model whose heat source comes from the combustion of alcohol in order to carry out three experiences: calibration of the pressure sensor, calculation of the net work through the PV diagram in the oscilloscope and calculation of the effective electrical power.

About the experimental practice of the solar Stirling engine, there is a coupled engine to a solar concentration parabola, model Ventus. This type of technology is framed within solar thermal energy generated by Concentrated Solar Power (CSP). It is based on the concentration of solar radiation (thanks to the parabola) in the hot spot of the displacement piston of the Stirling engine. Through this practice it is intended to calculate the electrical power output.

From all these practices, the main objective of this Final Degree Project is to build a protocol of execution and some laboratory scripts of both experimental practices for their later realization. Both of them are meant to have the following structure: objectives, material, theoretical bases, experimental method and results, so that future students will be able to reproduce all these experiments comprehending those thermodynamical bases. It is intended that such experimental practices can be implemented in certain subjects of the Physics Degree.

Keywords: Stirling engine, power cycles, solar thermal energy, Thermodynamics, Thermotechnics

Índice general

Resumen/Abstract	7
1. Introducción	11
1.1. Motivación	11
1.2. Objetivos	12
1.3. Fundamento teórico	13
1.3.1. Ciclo de Carnot	13
1.3.2. Ciclo Brayton	16
1.3.3. Ciclo Ericsson	24
2. Equipo Stirling con combustión	29
2.1. Fundamento termodinámico	29
2.1.1. Ciclo Stirling ideal	29
2.1.2. Motor Stirling real	35
2.2. Puesta a punto del equipo	37
2.2.1. Calibración del sensor de presión	39
2.2.2. Cálculo del trabajo del motor: ciclo PV en el osciloscopio	41
2.2.3. Potencia eléctrica efectiva	43
2.3. Medidas y resultados experimentales	44
2.3.1. Calibración del sensor de presión	44
2.3.2. Cálculo del trabajo: ciclo PV en el osciloscopio	45
2.3.3. Potencia eléctrica efectiva	48
3. Equipo Stirling solar	53
3.1. Fundamento teórico	53

3.1.1. Contexto tecnológico	53
3.1.2. Sistemas de disco parabólico con motor Stirling	55
3.2. Puesta a punto del equipo	57
3.2.1. Potencia eléctrica efectiva	59
3.3. Medidas y resultados experimentales	59
Conclusiones/conclusions	61
A. Guiones de prácticas del Motor Stirling	69
A.1. Guión de prácticas del Motor Stirling de combustión	70
A.1.1. Objetivos	70
A.1.2. Material	70
A.1.3. Fundamento teórico	72
A.1.4. Método experimental	80
A.1.5. Resultados	85
A.2. Guión de prácticas del Motor Stirling solar	90
A.2.1. Objetivos	90
A.2.2. Material	90
A.2.3. Fundamento teórico	92
A.2.4. Método experimental	96
A.2.5. Resultados	96
Bibliografía	98
Índice de figuras	101
Índice de tablas	105

1 | Introducción

1.1. Motivación

La energía es un sector estratégico, debido a su elevada demanda, que está experimentando una auténtica revolución tecnológica orientada hacia un nuevo modelo de producción, gestión y utilización sostenible que minimice sus afecciones ambientales, tanto a escala regional como nacional, europea y planetaria. Esta elevada demanda es debida a que los principales sectores implicados (industrial, generación de energía eléctrica y transporte) han incrementado su consumo significativamente en las últimas décadas.

Por ello, en los últimos tiempos la transición energética está teniendo un gran protagonismo y precisamente, las energías renovables se han convertido en la principal solución técnica para alcanzar dicha transición energética. Además, acontecimientos internacionales, como la actual guerra entre Rusia y Ucrania, ponen de manifiesto la necesidad de los países de alcanzar la independencia energética. Dentro de dicha revolución, la utilización del Sol como fuente energética y la energía termosolar están jugando un papel muy relevante.

De acuerdo a los informes de la Agencia Internacional de la Energía (IEA), se pretende reducir la emisión de gases de efecto invernadero, concretamente un 50% los niveles de dióxido de carbono para 2050. Esta propuesta requiere de un esfuerzo inversor sustancial en energías renovables. La energía termosolar generada mediante concentración solar (*Concentrating Solar Power*, CSP) es una de las propuestas con grandes perspectivas de crecimiento (en el apartado 3 del presente trabajo se exponen las tecnologías más importantes de las CSP). La IEA ha previsto que para el 2050 la CSP tendrá una cuota del 11%, como ilustra la fig. 1.1 [Coco Enríquez, 2017]. Este 11% ocupado por energía termosolar, correspondería un 9,6% a origen solar y un 1,7% a calderas de respaldo de origen fósil o biomasa.

Cabe señalar, que una de las ventajas de la CSP frente a la tecnología fotovoltaica reside en el almacenamiento térmico a gran escala. Respecto al almacenamiento, la tecnología fotovoltai-

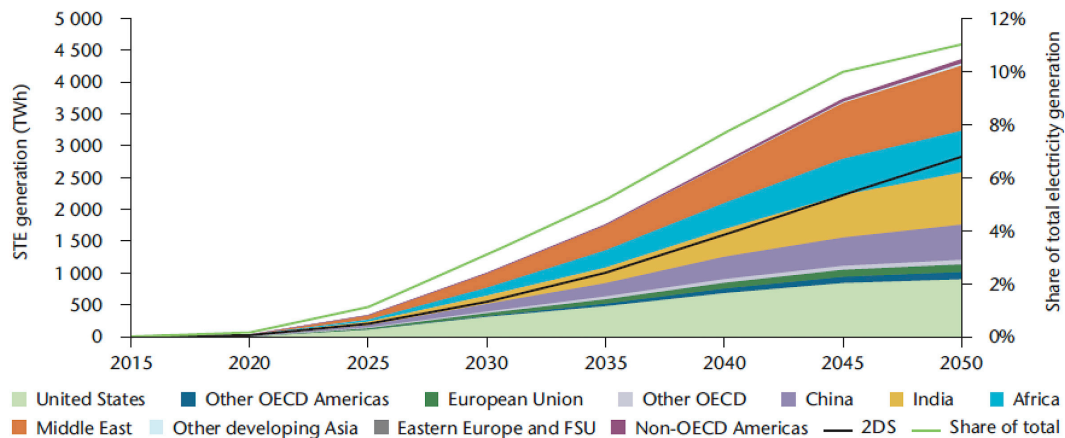


FIGURA 1.1: Estimación regional para el año 2050 sobre la producción de electricidad mediante energía termosolar generada mediante concentración solar [Mohammadi and Khorasanizadeh, 2019].

ca solamente permite almacenamiento a pequeña escala mediante baterías químicas, las cuales son altamente contaminantes. Por otro lado, otro hecho atractivo de la CSP es que puede ser alimentada por una caldera de combustible (fósil o renovable) para respaldar aquellas ocasiones en las que la demanda eléctrica aumente y no haya radiación solar. Asimismo, otra diferencia que presentan estas tecnologías solares reside en que las células fotovoltaicas aprovechan tanto la radiación difusa como directa, mientras que la CSP solamente aprovechan la directa.

Por todo ello, es de gran relevancia que el alumnado de grados técnicos y científicos, como es el Grado de Física, dispongan de un acercamiento a este sector mediante campos de la física como la Termodinámica Aplicada, la Física Electrónica y la Física de los Convertidores Energéticos, tanto desde el punto de vista teórico como desde el punto de vista experimental. Como se trata de un sector tecnológico clave y puntero con repercusiones actuales en la industria y en el contexto socio-económico, es imprescindible, para una comprensión global, complementar el fundamento teórico con prácticas experimentales con el objetivo de ver su utilidad más práctica y su viabilidad comercial.

1.2. Objetivos

En el marco de las investigaciones sobre generación de energía mediante plantas solares de concentración se han comprado recientemente dos equipos de laboratorio que constan de motor Stirling, uno de ellos montando en un reflector parabólico que concentra la luz solar para producción de energía eléctrica a partir de radiación solar. Este equipo da una visión clara del funcionamiento de este tipo de generadores eléctricos cada vez más extendidos.

El trabajo consiste en la puesta en marcha de dichos equipos y la realización de una serie de medidas iniciales, así como la creación de un protocolo de operación y un manual de uso.

Objetivos:

- En primer lugar, documentación de los dos dispositivos experimentales: motor Stirling con combustión y motor Stirling con disco parabólico. Documentación del formalismo termodinámico de los ciclos que subyacen al motor Stirling y funcionamiento del motor Stirling según las dos tecnologías (combustión y solar).
- Puesta en marcha de los equipos de laboratorio.
- Realización de una serie de medidas iniciales.
- Creación de un protocolo de operación y un manual de uso.
- Por último, la elaboración de los guiones de las prácticas para los dos equipos.

Además de la bibliografía específica indicada en el último capítulo del presente documento, este Trabajo de Fin de Grado tiene un carácter transversal, aunando conocimientos de distintas áreas impartidas en el Grado de Física, tales como Termodinámica I, Termodinámica II, Laboratorio de Termodinámica, Métodos Numéricos, Física Computacional y Convertidores Energéticos.

1.3. Fundamento teórico

Para comprender tanto la Termodinámica como los ciclos que subyacen al motor Stirling es necesario entender el ciclo de Carnot, cuyo rendimiento térmico es el máximo posible y el ciclo Brayton, propio de las plantas de turbinas de gas que puede incorporar mecanismos que mejoran el rendimiento, tales como la refrigeración, el recalentamiento y la regeneración. Precisamente, en el caso en el que el número de etapas de refrigeración y recalentamiento llega a ser indefinidamente grande surge el ciclo Ericsson.

1.3.1. Ciclo de Carnot

De acuerdo con el Segundo Principio de la Termodinámica, es imposible que una máquina térmica que funciona entre dos focos térmicos tenga un rendimiento del 100%. La cuestión entonces de cuál sería el rendimiento máximo posible para esta máquina fue planteada por un ingeniero francés en 1824, Sadi Carnot, antes de que se hubieran establecido siquiera el Primer Principio o el Segundo Principio de la Termodinámica. Carnot determinó que una máquina reversible es la máquina más eficiente que puede operar entre dos focos térmicos determinados. Este resultado es conocido como el teorema de Carnot [Tipler and Mosca, 2005].

Una máquina térmica reversible que funciona cíclicamente entre dos focos térmicos, T_H , el foco caliente (del inglés *hot*) y T_C , el foco frío (del inglés *cold*), se denomina máquina de Carnot

y su ciclo es el ciclo de Carnot. Se trata de un ciclo reversible entre dos focos solamente. Para que las transferencias de calor sean reversibles deben realizarse isotérmicamente, por ello, la absorción de calor del foco caliente, T_H , es un proceso isoterma. El siguiente proceso debe ser una expansión adiabática cuasiestática hasta la temperatura más baja del foco frío, T_C . Seguidamente, se cede calor isotérmicamente al foco frío. Finalmente, tiene lugar una compresión adiabática cuasiestática hasta alcanzar la temperatura más alta del foco caliente. El ciclo de Carnot consta, pues, de los cuatro procesos reversibles siguientes:

- En el proceso $1 \rightarrow 2$ tiene lugar una absorción isoterma y cuasiestática de calor, Q_{12} , de un foco caliente T_H . Al tratarse de un proceso isoterma, la temperatura inicial y final coinciden, $T_1 = T_2 = T_H$.
- En el proceso $2 \rightarrow 3$ tiene lugar una expansión adiabática y cuasiestática desde la temperatura T_2 hasta una temperatura más baja, T_3 . Como se trata de un proceso adiabático, entonces $Q_{23} = 0$.
- En el proceso $3 \rightarrow 4$ se realiza una cesión isoterma y cuasiestática de calor, Q_{34} , a un foco frío T_C . Al tratarse de un proceso isoterma, la temperatura inicial y final coinciden, $T_3 = T_4 = T_C$.
- En el proceso $4 \rightarrow 1$ tiene lugar una compresión adiabática y cuasiestática desde la temperatura T_4 hasta el estado original a temperatura T_1 . Como se trata de un proceso adiabático, entonces $Q_{41} = 0$.

La fig. 1.2 ilustra el ciclo de Carnot que consiste en dos procesos isotermos alternados con dos adiabáticos. Durante cada paso se realiza trabajo sobre el gas o es realizado por este. El trabajo resultante durante el ciclo se representa por el área sombreada. Se considera que todos los procesos son reversibles y todos los pasos son cuasiestáticos.

Para calcular el rendimiento de una máquina de Carnot se elige como sustancia de trabajo un gas ideal y como todos los ciclos de Carnot poseen el mismo rendimiento, independientemente de la sustancia de trabajo, el resultado será válido de modo general. El rendimiento, η , se define como el cociente entre el trabajo realizado y el calor absorbido del foco caliente:

$$\eta \equiv \frac{|W|}{Q_{\text{abs}}} = \frac{Q_{12} - Q_{34}}{Q_{12}} = 1 - \frac{Q_{34}}{Q_{12}} \quad (1.1)$$

Por tanto, el objetivo para obtener el rendimiento es hallar el cociente Q_{12}/Q_{34} .

1. Calor absorbido, Q_{12} .

Como ya se ha expuesto, el calor Q_{12} se absorbe durante la expansión isoterma del estado 1 al estado 2. Al tratarse de un proceso isoterma a temperatura T_H , la variación de la energía interna será nula y según el Primer Principio de la Termodinámica, ec. (1.2), el calor absorbido, Q_{12} , coincidirá con el trabajo realizado por el gas:

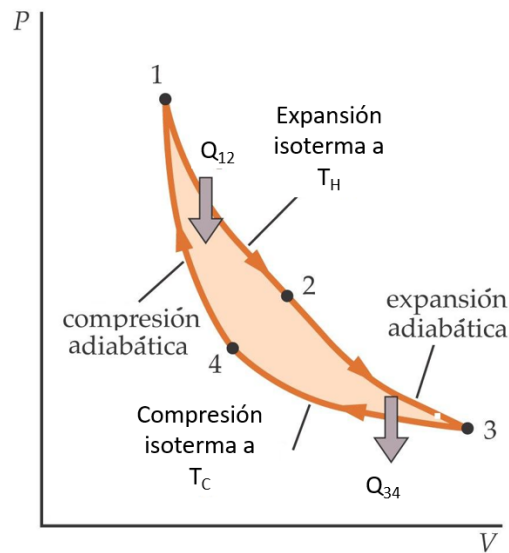


FIGURA 1.2: Representación en un diagrama PV del ciclo Carnot indicando los procesos y los calores intercambiados en los procesos 1-2 y 3-4 [Tipler and Mosca, 2005].

$$\Delta U = Q + W \quad (1.2)$$

$$Q_{12} = -W_{12} \rightarrow Q_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_H}{V} dV = nRT_H \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT_H \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (1.3)$$

2. Calor cedido, Q_{34} .

De manera análoga, para el calor cedido al foco frío, Q_{34} , es igual al trabajo realizado sobre el gas durante la compresión isoterma a temperatura T_C desde el estado 3 al 4. Este trabajo presenta el mismo valor absoluto que el realizado por el gas si se expande del estado 4 al 3. Luego, el calor cedido será:

$$Q_{34} = W_{34} \rightarrow Q_{34} = - \int_{V_3}^{V_4} P dV = - \int_{V_3}^{V_4} \frac{nRT_C}{V} dV = -nRT_C \int_{V_3}^{V_4} \frac{dV}{V} = -nRT_C \ln \frac{V_4}{V_3} = nRT_C \ln \frac{V_3}{V_4} \quad (1.4)$$

El cociente entre estas dos cantidades:

$$\frac{Q_{34}}{Q_{12}} = \frac{T_C \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_H \ln \frac{V_2}{V_1}} \quad (1.5)$$

Aplicando la ecuación de las adiabáticas a los procesos $2 \rightarrow 3$ y $4 \rightarrow 1$ se obtienen las siguientes relaciones:

$$T_H V_2^{\gamma-1} = T_C V_3^{\gamma-1} \quad (1.6)$$

$$T_H V_1^{\gamma-1} = T_C V_4^{\gamma-1}, \quad (1.7)$$

donde γ es el coeficiente adiabático y se define como el cociente entre el calor específico a calor constante y el calor específico a volumen constante, $\gamma = C_p/C_v$.

Dividiendo la ec. (1.6) y la ec. (1.7):

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4} \quad (1.8)$$

$$\frac{Q_{34}}{Q_{12}} = \frac{T_C \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_H \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_C}{T_H}$$

Finalmente, se obtiene que el rendimiento de Carnot, η_C , es:

$$\boxed{\eta_C = 1 - \frac{T_C}{T_H}} \quad (1.9)$$

Ante este resultado se puede concluir que el rendimiento solo depende las temperaturas de los focos y por ello, es igual para todo fluido de trabajo. Es un resultado importante, pues más adelante se estudiará que los ciclos Ericsson y Stirling presentan este mismo rendimiento térmico. El rendimiento de Carnot es la máxima eficiencia térmica para cualquier motor térmico, que solamente se puede alcanzar teóricamente. Dicha eficiencia aumenta cuanto menor sea el cociente entre temperaturas T_C/T_H .

El rendimiento de Carnot establece un límite superior de posibles rendimientos y, por tanto, es muy útil conocerlo. Por ejemplo, el mejor rendimiento obtenido entre focos térmicos a 373 K y 273 K es del 26,8%. Consecuentemente, se ha de reconocer que una máquina que funciona entre esas temperaturas con un rendimiento del 25% es una máquina muy buena [Tipler and Mosca, 2005].

1.3.2. Ciclo Brayton

La finalidad de un ciclo de potencia de gas es convertir la energía en forma de calor, que recibe de una fuente, en trabajo mecánico, que a su vez, puede ser convertido en corriente eléctrica a través de un generador. Estos ciclos utilizan generalmente aire como sistema de trabajo.

En su versión más sencilla el ciclo de potencia de gas puede presentar dos configuraciones diferentes que se muestran en la fig 1.3.

La fig. 1.3(a) corresponde a un ciclo de potencia de gas (aire) abierto a la atmósfera. Se toma aire de la atmósfera a la entrada del compresor (punto 1); después se hace pasar por una cámara de combustión (punto 2) donde el oxígeno del aire se utiliza para la reacción de combustión, de manera que el calor necesario se produce dentro del ciclo (se utiliza el propio fluido de trabajo);

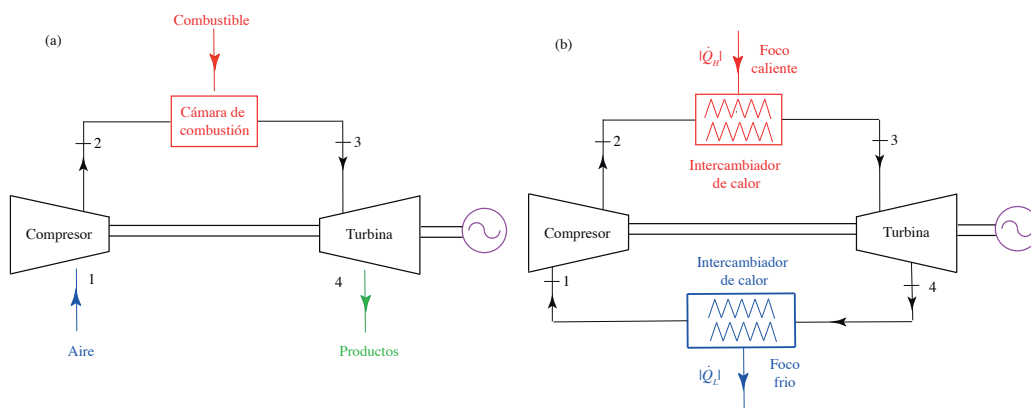


FIGURA 1.3: Ciclos de potencia para gas: (a) ciclo abierto a la atmósfera y (b) ciclo cerrado a la atmósfera.

seguidamente los productos de combustión se expanden en la turbina (punto 3) generando trabajo y finalmente los productos se devuelven a la atmósfera (punto 4). Por tanto, se trata de un proceso de combustión interna.

La fig. 1.3(b) corresponde a un ciclo de potencia de gas cerrado a la atmósfera. La diferencia entre ambos casos reside en que esta reacción de combustión tiene lugar fuera de los dispositivos que componen el ciclo, y el gas (aire) absorbe calor en el proceso 2-3 a través de un intercambiador de calor. Por ello, en este caso se dice que se trata de un ciclo de potencia de combustión externa, pues el fluido de trabajo no se utiliza en la reacción de combustión.

Desde un punto de vista termodinámico (en cuanto a la conversión de calor en trabajo), ambos ciclos son equivalentes. Por esta razón, el siguiente estudio se centrará en el análisis termodinámico de la fig. 1.3(a), pues el objetivo será evaluar la conversión del calor absorbido de una fuente externa, Q_{23} , en trabajo neto, W , y esta conversión es la misma en ambas configuraciones.

De este modo, el ciclo de potencia de un ciclo Brayton reversible, representado en la fig. 1.3(b) está constituido por:

- En el proceso $1 \rightarrow 2$, que tiene lugar en el compresor (C), el aire absorbe energía en forma de trabajo $W_C = W_{12}$, aumentando su presión de un valor P_1 a un valor P_2 ($P_2 > P_1$). Se puede considerar que este proceso $1 \rightarrow 2$ es adiabático, $Q_{12} = 0$.
- En el proceso $2 \rightarrow 3$, que tiene lugar en el primer intercambiador de calor (IC1), el aire absorbe energía en forma de calor $Q_{\text{abs}} = Q_{\text{IC1}} = Q_{23}$, aumentando su temperatura de un valor T_2 a un valor T_3 ($T_3 > T_2$). Por tanto, se puede considerar que en este proceso $W_{23} = 0$. Si además, esta absorción de calor es reversible el proceso $2 \rightarrow 3$ es isóbaro $P_{\text{IC1}} = P_2 = P_3 = \text{cte}$.
- En el proceso $3 \rightarrow 4$, que tiene lugar en la turbina (T), el aire cede energía en forma de trabajo $W_T = W_{34}$, disminuyendo su presión desde un valor P_3 a un valor P_4 ($P_3 > P_4$). Por

tanto, se puede considerar que este proceso es adiabático, $Q_{34} = 0$.

- En el proceso $4 \rightarrow 1$, que tiene lugar en el IC2, el aire cede energía en forma de calor $Q_{ced} = Q_{IC2} = Q_{41}$, disminuyendo su temperatura desde un valor T_4 a un valor T_1 ($T_1 < T_4$). Por tanto, se puede considerar que en este proceso $W_{41} = 0$. Si además, esta absorción de calor es reversible, el proceso $4 \rightarrow 1$ es isóbaro $P_{IC2} = P_4 = P_1 = cte.$

En la fig. 1.4 se representa en un diagrama PV y en un diagrama TS el ciclo reversible ideal que describe los procesos del ciclo de potencia de la fig. 1.3. Este ciclo fue propuesto en 1870 por G.B. Brayton y por ello recibe el nombre de Ciclo Brayton reversible.

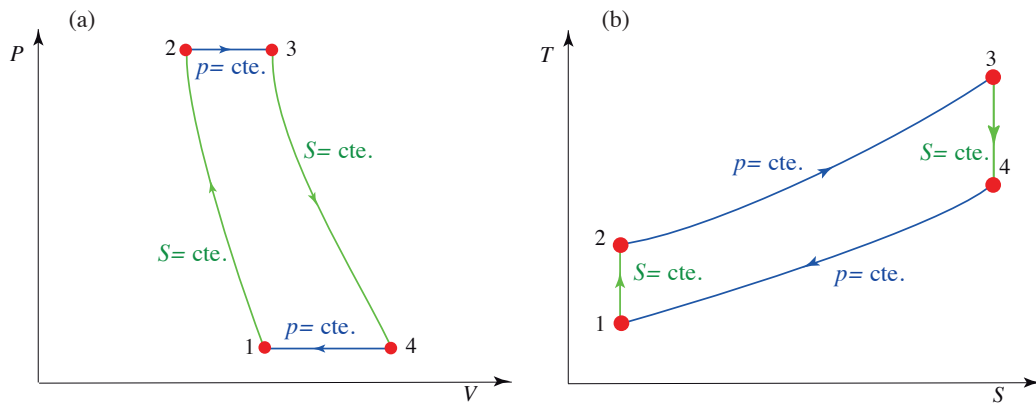


FIGURA 1.4: Ciclo Brayton reversible que consta de dos isóbaras y dos adiabáticas. Figura (a): diagrama PV indicando los calores y trabajos involucrados y las magnitudes constantes en cada proceso. Figura (b): diagrama TS indicando las magnitudes constantes en cada proceso.

Para el Ciclo Brayton reversible se definen los siguientes parámetros:

- Relación de presiones, que es el cociente entre la presión máxima y la presión mínima:

$$r_p = \frac{P_{max}}{P_{min}} \quad (1.10)$$

donde $P_{max} = P_2$ y $P_{min} = P_1$.

- Relación entre temperaturas, que es el cociente entre la temperatura mínima y la temperatura máxima:

$$\tau = \frac{T_{min}}{T_{max}} \quad (1.11)$$

donde $T_{max} = T_3$ y $T_{min} = T_1$.

Cabe resaltar que en los estados 2 y 4 se va a añadir la letra *S* (del inglés *static*) para indicar que los procesos en el compresor y turbina son reversibles (es decir, cuasiestáticos, infinitamente lentos y sin fricciones).

Para los procesos adiabáticos se utiliza la ecuación de las adiabáticas de manera que:

$$T_1^\gamma P_1^{1-\gamma} = T_{2S}^\gamma P_2^{1-\gamma} \quad (1.12)$$

$$T_{4S}^\gamma P_4^{1-\gamma} = T_3^\gamma P_3^{1-\gamma} \quad (1.13)$$

A partir de la ec. (1.12) se obtiene:

$$\frac{T_{2S}}{T_1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} \equiv r_p^{(\gamma-1)/\gamma} \equiv a \quad (1.14)$$

Y a partir de la ec. (1.13) y teniendo en cuenta que $P_3 = P_2$ y $P_1 = P_4$:

$$\frac{T_3}{T_{4S}} = \left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} \equiv r_p^{(\gamma-1)/\gamma} \equiv a \quad (1.15)$$

Por tanto, utilizando la ec. (1.14) y la ec. (1.15) se obtiene que:

$$\frac{T_{2S}}{T_1} = \frac{T_3}{T_{4S}} = r_p^{(\gamma-1)/\gamma} \equiv a \quad (1.16)$$

Si ahora se divide la ec. (1.12) entre la ec. (1.13) y se tiene en cuenta que $P_3 = P_2$ y $P_1 = P_4$:

$$\frac{T_1^\gamma P_1^{1-\gamma}}{T_{4S}^\gamma P_4^{1-\gamma}} = \frac{T_{2S}^\gamma P_2^{1-\gamma}}{T_3^\gamma P_3^{1-\gamma}} \Rightarrow \frac{T_1}{T_{4S}} = \frac{T_{2S}}{T_3} \cdot \frac{T_1}{T_1} = \frac{T_{2S}}{T_1} \cdot \frac{T_1}{T_3} \quad (1.17)$$

A partir de la ec. (1.14) junto con $\tau = \frac{T_1}{T_3}$ y sustituyendo en la ec. (1.17) se obtiene que:

$$\frac{T_1}{T_{4S}} = \frac{T_{2S}}{T_3} = \tau r_p^{(\gamma-1)/\gamma} = \tau a \quad (1.18)$$

Los procesos $2S \rightarrow 3$ y $4S \rightarrow 1$ tienen lugar a presión constante, puesto que $C_p > 0$, luego se cumple que $T_{2S} < T_3$ (pues en el proceso $2S \rightarrow 3$ el aire absorbe calor) y del mismo modo, $T_{4S} > T_1$ (pues en el proceso $4 \rightarrow 1$ el aire cede calor).

Por tanto, se verifica de la ec. (1.18):

$$1 > \frac{T_1}{T_{4S}} = \frac{T_{2S}}{T_3} = \tau r_p^{(\gamma-1)/\gamma} = \tau a \quad (1.19)$$

A continuación, se calcularán los calores y trabajos que intervienen en el proceso con el fin de obtener la expresión del rendimiento.

1. Calor absorbido, Q_{abs} .

El proceso de absorción de calor en el primer intercambiador de calor (proceso $2S \rightarrow 3$) tiene lugar a presión constante:

$$Q_{abs} = Q_{2S,3} = C_p (T_3 - T_{2S}) = C_p T_3 \left(1 - \frac{T_{2S}}{T_3} \right) \quad (1.20)$$

Utilizando la ec. (1.18) y considerando $\tau a < 1$:

$$Q_{abs} = Q_{2S,3} = C_p T_3 (1 - \tau a) > 0 \quad (1.21)$$

2. Calor cedido, Q_{ced} .

En el proceso de cesión de calor en el segundo intercambiador de calor (proceso $4S \rightarrow 1$) tiene lugar una cesión de calor a presión constante:

$$Q_{ced} = Q_{4S,1} = C_p (T_1 - T_{4S}) = C_p T_3 \left(\frac{T_1}{T_3} - \frac{T_{4S}}{T_3} \right) \quad (1.22)$$

Utilizando la ec. (1.16), la definición de τ y considerando $\tau a < 1$:

$$Q_{4S,1} = C_p T_3 \left(\tau - \frac{1}{a} \right) = C_p T_3 \left(\frac{\tau a - 1}{a} \right) < 0 \quad (1.23)$$

3. Trabajo neto del ciclo, W .

Al completar un ciclo cerrado, la energía interna final coincide con la inicial, luego la variación de la energía interna es nula. Por otro lado, el aire solo intercambia energía en forma de calor en los procesos $2S \rightarrow 3$ y $4S \rightarrow 1$; aplicando el Primer Principio de la Termodinámica se obtiene:

$$0 = \Delta U = W + Q_{2S,3} + Q_{4S,1} \Rightarrow -W = Q_{2S,3} + Q_{4S,1} \quad (1.24)$$

donde W es el trabajo neto del ciclo. Si se sustituyen los calores de la ec. (1.21) y de la ec. (1.23) en esta expresión:

$$-W = C_p T_3 (1 - \tau a) + C_p T_3 \left(\frac{\tau a - 1}{a} \right) \quad (1.25)$$

Sacando como factor común el término $(1 - \tau a)$ y teniendo en cuenta que: $\tau a < 1$, $a > 1$ y consecuentemente, $1/a < 1$, se obtiene:

$$|W| = -W = C_p T_3 \left(1 - \frac{1}{a} \right) (1 - \tau a) > 0 \quad (1.26)$$

4. Rendimiento del ciclo, η .

El rendimiento del ciclo, como ya se ha presentado, se calcula:

$$\eta \equiv \frac{|W|}{Q_{\text{abs}}} \quad (1.27)$$

Sustituyendo el calor absorbido de la ec. (1.21) y el trabajo neto de la ec. (1.26), se obtiene:

$$\eta \equiv \frac{|W|}{Q_{\text{abs}}} = \frac{-W}{Q_{23}} = 1 - \frac{1}{a} = 1 - r_p^{(1-\gamma)/\gamma} \quad (1.28)$$

Se aprecia que el rendimiento es una función que depende de dos parámetros: la relación de presiones, r_p y el coeficiente adiabático, γ .

La expresión del trabajo neto del Ciclo Brayton ideal en función del rendimiento máximo de Carnot, η_C , quedaría, por lo tanto:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \tau \quad (1.29)$$

$$\tau = 1 - \eta_C$$

El rendimiento del ciclo Brayton ideal, calculado en la ec. (1.28), como ya se ha expuesto, solamente depende de dos parámetros. Con respecto a r_p , el ciclo Brayton ideal predice un aumento monótono de rendimiento hasta un máximo que se alcanza asintóticamente. En cuanto a γ , el rendimiento disminuye a medida que también lo hace γ de un modo bastante apreciable. Este comportamiento se aprecia en la fig. 1.5, realizada con el programa Mathematica®.

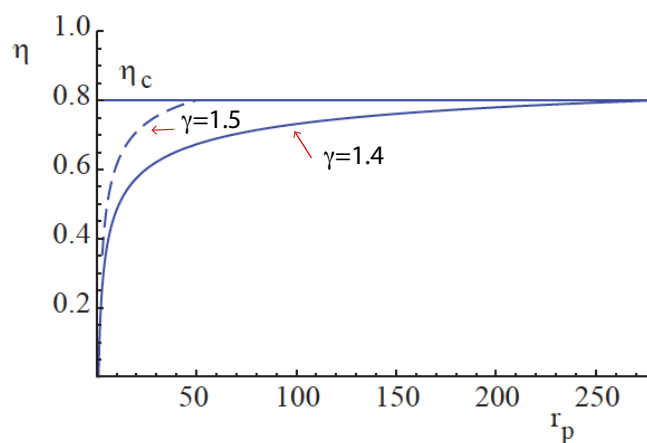


FIGURA 1.5: Rendimiento de un ciclo Brayton ideal, η , en función de la relación de presiones, r_p , para distintos valores del coeficiente adiabático, γ (para $\gamma=1.4$ y $\gamma=1.5$) comparado con el límite superior posible, el rendimiento de Carnot, η_C [Wolfram Mathematica, 2022].

Al Ciclo Brayton ideal se le pueden añadir una serie de mejoras con el fin de incrementar el trabajo neto (potencia) y el rendimiento. En la fig. 1.6 se muestra un esquema de una planta de potencia de gas con dos etapas de compresión con refrigeración intermedia y con dos etapas de expansión con calentamiento intermedio junto con un regenerador. Es decir, la compresión se

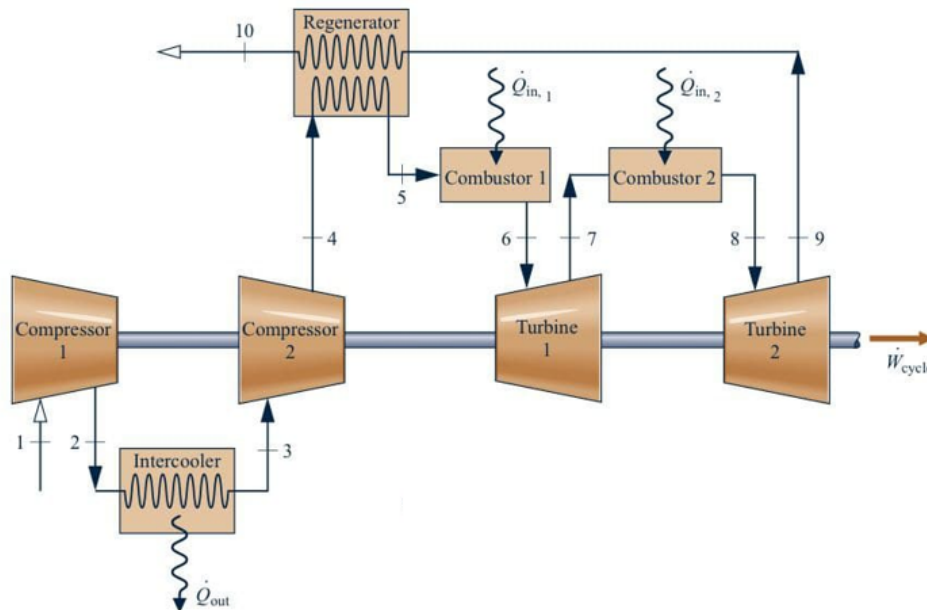


FIGURA 1.6: Esquema de una planta de potencia de gas con dos etapas de compresión con refrigeración intermedia y con dos etapas de expansión con calentamiento intermedio y con regenerador [Moran and Shapiro, 2007].

realiza en dos etapas que tienen lugar en el compresor 1 y en el compresor 2 (procesos 1 → 2 y 3 → 4 respectivamente), con un enfriamiento intermedio que ocurre en un intercambiador de calor que suele denominarse *intercooler* (proceso 2 → 3 en el que se cede un calor por unidad de tiempo \dot{Q}_{out}). A continuación, el aire entra en el regenerador, *regenerator* (intercambiador de calor cuya función es precalentar el aire antes de entrar al *combustor* o cámara de combustión), por lo que el aire absorbe calor en el proceso 4 → 5. Seguidamente, el aire entra en el *combustor 1* (proceso 5 → 6), en donde absorbe un calor $\dot{Q}_{in,1}$ (este proceso es equivalente a una absorción de calor en un intercambiador). Posteriormente, la expansión del gas se realiza en dos etapas que tienen lugar en la turbina 1 y en la turbina 2 (procesos 6 → 7 y 8 → 9 respectivamente), con un recalentamiento intermedio en el *combustor 2* (proceso 7 → 8 en el cual se absorbe un calor $\dot{Q}_{in,2}$, que es equivalente a una absorción de calor en un intercambiador). A la salida de la turbina (punto 9), el aire entra en el regenerador, con el fin de aprovechar el calor residual del aire y cede calor a la línea fría (proceso 9 → 10), es decir, el aire se calienta antes de entrar en la cámara de combustión, lo que permite una disminución del combustible. Finalmente, si se trata de un ciclo de combustión interna, el aire se cede a la atmósfera y se vuelve a tomar aire a la entrada del

compresor 1 (punto 1); mientras que si se trata de un ciclo de combustión externa, a la salida del regenerador (punto 10), el aire entra en un intercambiador de calor en donde cede calor al exterior hasta recuperar el estado que tiene a la entrada del compresor 1 (punto 1).

Gracias a esta serie de dispositivos se logra un aumento del área del ciclo en un diagrama PV, lo que implica un incremento del trabajo neto (potencia), pero no necesariamente supone un aumento del rendimiento, pues si la configuración de la planta de potencia es como la de la fig. 1.6, entonces existen dos procesos donde se absorbe calor del exterior (*combustor 1 y 2*) y en ese caso, el denominador de la expresión del rendimiento (el calor absorbido), aumenta. La forma de evitar que dicho denominador aumente demasiado, requiere la utilización de un regenerador, en el que la línea fría absorba de la línea caliente la máxima cantidad de calor posible. De este modo, se podría reducir considerablemente el calor absorbido en el *combustor 1*, y con ello, reducir el calor total por unidad de tiempo absorbido del exterior. Consecuentemente, la utilización de una configuración con expansión en dos etapas y recalentamiento intermedio, es especialmente adecuada en el caso de que se utilice un regenerador [Moran and Shapiro, 2007].

Un ciclo Brayton abierto con regeneración se muestra en la fig. 1.7. Esta figura ilustra el caso de un ciclo abierto, en el ciclo cerrado el esquema sería análogo. La idea fundamental es conectar un regenerador entre la salida de la turbina y la salida del compresor, antes de la cámara de combustión.

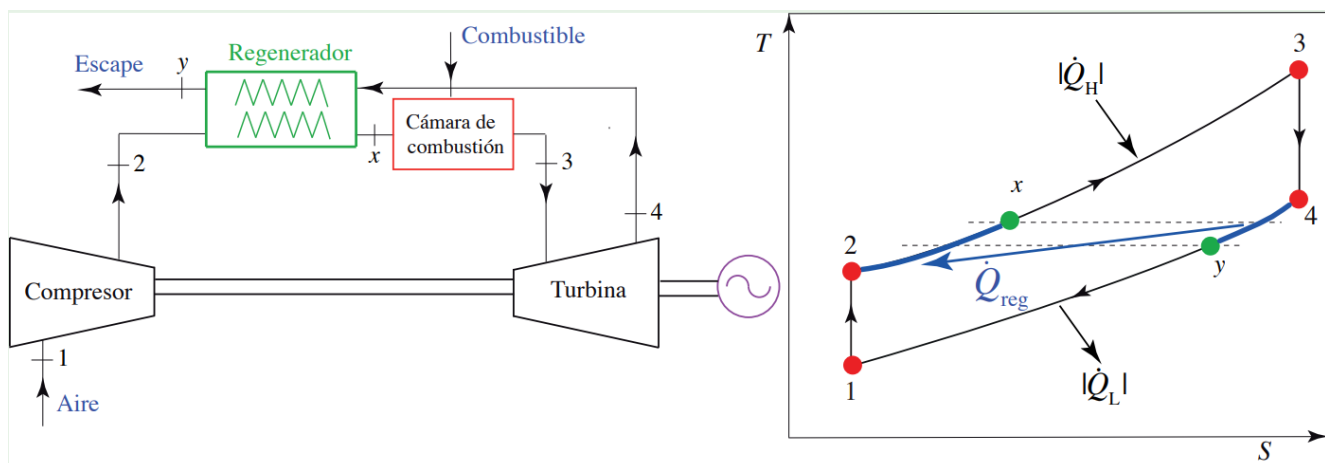


FIGURA 1.7: Ciclo Brayton abierto con regeneración: a la derecha, esquema de los elementos y a la izquierda diagrama TS, indicando los calores intercambiados.

El regenerador permite elevar la temperatura del gas desde 2 hasta x y la cámara de combustión tiene que quemar el suficiente combustible como para elevarla, a su vez, desde x hasta 3. De este manera, habría, en principio, un ahorro en la absorción de calor, puesto que desde 2 hasta x se utiliza calor residual de los gases de escape. Por tanto, en x el gas tendría una temperatura T_x , que sería la temperatura que alcanzaría el gas fresco después de pasar por el regenerador; mientras que en el punto y , la temperatura sería T_y y correspondería con la temperatura de los

gases de escape cuando abandonen el regenerador.

1.3.3. Ciclo Ericsson

Siguiendo el mismo procedimiento multietapa, presentado previamente en la fig. 1.6, se puede seguir dividiendo la compresión en más etapas introduciendo entre cada una de ellas una etapa de refrigeración intermedia, e igualmente se puede seguir dividiendo la expansión en más etapas introduciendo entre cada una de ellas una etapa de recalentamiento intermedia. En la fig. 1.8 (izda.) se muestra un ciclo reversible regenerativo con múltiples etapas de recalentamiento y refrigeración, de forma que al final de cada etapa de refrigeración se lleva el gas a la temperatura T_C de la primera etapa, mientras que al final de cada etapa de recalentamiento se lleva al gas a la temperatura T_H de la primera etapa de la turbina. Es decir, entre los puntos 1 y 2 se puede observar cómo cada una de las etapas de compresión intermedias (líneas casi verticales, serían verticales en el caso de que las compresiones fueran ideales, esto es, adiabáticas y reversibles) va seguida de un proceso de refrigeración (líneas inclinadas, que siguen a cada línea casi vertical y que llevan al gas de nuevo a una temperatura T_C). De igual modo, entre los puntos 3 y 4 el proceso de expansión se realiza en varias etapas y se puede observar cómo cada una de las etapas de expansión intermedias (líneas casi verticales) va seguida de un proceso de calentamiento (líneas inclinadas, que siguen a cada línea casi vertical y llevan al gas de nuevo a una temperatura T_H). La curva isóbara que une los puntos 2 y 3 representa el proceso de absorción de calor de la corriente fría de gas (procesos en el regenerador y en el *combustor*) y la curva isóbara que une los puntos 4 y 1 corresponde al proceso de cesión de calor (en el regenerador) para volver a las condiciones del punto 1.

En el límite de un número infinito de etapas de recalentamiento y de refrigeración la combinación de los procesos isoentrópicos e isobáricos $1 \rightarrow 2$ y $3 \rightarrow 4$ se convierten en dos procesos isotermos a temperaturas T_C y T_H , respectivamente, mientras que los procesos isóbaros $2 \rightarrow 3$ y $4 \rightarrow 1$ tienen lugar en el regenerador a presión constante. El ciclo límite obtenido se denomina ciclo Ericsson, en honor a su inventor, el ingeniero sueco John Ericsson y se representa en la fig. 1.8 (dcha.) su diagrama TS.

En la fig. 1.8(dcha.) se presenta el esquema básico de un motor Ericsson. Como puede apreciarse, el regenerador permite que el calor absorbido en el proceso isóbaro $2 \rightarrow 3$ se obtenga íntegramente del calor cedido en el proceso isóbaro $4 \rightarrow 1$.

En los procesos isotermos (procesos $1 \rightarrow 2$ y $3 \rightarrow 4$) la variación de la energía interna es nula según el Primer Principio de la Termodinámica. De manera que en el proceso $1 \rightarrow 2$, la temperatura se mantiene constante: $T_1 = T_C = T_2 \implies \Delta U = 0 \implies W_{12} = -Q_{12}$. Según la expresión del trabajo: $W_{12} = -\int_1^2 P dV$ y al tratarse de un gas ideal: $P = nRT/V$:

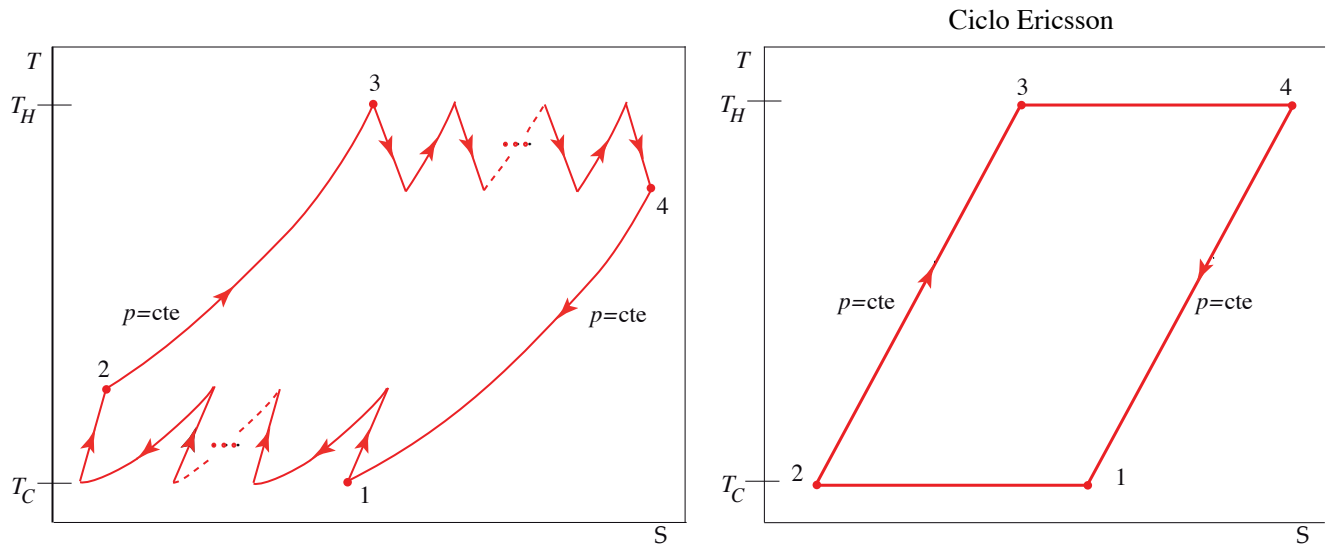


FIGURA 1.8: Representación de un ciclo reversible regenerativo con múltiples etapas de recalentamiento y refrigeración (izda.) y el diagrama TS del ciclo Ericsson (dcha).

$$W_{12} = - \int_1^2 nRT_C \frac{dV}{V} \implies W_{12} = -nRT_C \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (1.30)$$

En este proceso el volumen disminuye, luego $V_2 < V_1 \implies W_{12} > 0$ y como $W_{12} = -Q_{12} > 0 \implies Q_{12} < 0$.

Análogamente, para el proceso $3 \rightarrow 4$, la temperatura se mantiene constante: $T_3 = T_4 = T_H \implies \Delta U = 0 \implies W_{34} = -Q_{34}$. Utilizando la definición de trabajo y la expresión de gases ideales:

$$W_{34} = - \int_3^4 nRT_C \frac{dV}{V} \implies W_{34} = -nRT_H \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \quad (1.31)$$

Al tratarse de una expansión, $V_4 > V_3 \implies W_{34} < 0$ y como $W_{34} = -Q_{34} < 0 \implies Q_{34} > 0$.

En los procesos isóbaros (procesos $2 \rightarrow 3$ y $4 \rightarrow 1$) el calor específico a presión constante es aproximadamente un valor constante, $c_p \simeq cte$. En el proceso $2 \rightarrow 3$ el fluido realiza el siguiente trabajo:

$$W_{23} = - \int_{V_2}^{V_3} P dV = -P_2(V_3 - V_2) = -nR(T_H - T_C) \quad (1.32)$$

Al incrementar la temperatura, $T_H > T_C \implies T_H - T_C > 0 \implies W_{23} < 0$.

Análogamente, para el proceso $4 \rightarrow 1$ se realiza el trabajo:

$$W_{41} = - \int_{V_4}^{V_1} P dV = -P_1(V_1 - V_4) = -nR(T_C - T_H) \quad (1.33)$$

En este caso, disminuye la temperatura, luego $T_C < T_H \Rightarrow T_C - T_H < 0 \Rightarrow W_{23} > 0$.

A continuación, se calculan los calores y trabajos del ciclo con el fin de obtener el rendimiento.

1. El trabajo total del ciclo, W .

Para determinar el trabajo del ciclo, se deben sumar los trabajos correspondientes a cada etapa (ec. (1.30), ec. (1.31), ec. (1.32), ec. (1.33)):

$$W = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} \Rightarrow \quad (1.34)$$

$$W = -nRT_C \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - nR(T_H - T_C) - nRT_H \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) - nR(T_C - T_H) \Rightarrow \quad (1.35)$$

$$W = +nRT_C \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) - nRT_H \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \quad (1.36)$$

2. El calor absorbido, Q_{abs} .

$$Q_{abs} = Q_{34} = nRT_H \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \quad (1.37)$$

3. El rendimiento del ciclo Ericsson, η .

Puesto que el ciclo es reversible y todo el calor es absorbido y cedido isotérmicamente, el rendimiento será:

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_{abs}|} = \frac{-W}{Q_{abs}} = \frac{nRT_H \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) - nRT_C \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}{nRT_H \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)} \quad (1.38)$$

$$\eta = 1 - \frac{T_C \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}{T_H \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)} \quad (1.39)$$

Teniendo en cuenta que se trata de un gas ideal:

- 1 \rightarrow 2 Proceso isoterma $T_1 = T_2 \Rightarrow P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1}$
- 2 \rightarrow 3 Proceso isóbar $P_2 = P_3$
- 4 \rightarrow 1 Proceso isóbar $P_4 = P_1$

- 3 \longrightarrow 4 Proceso isoterma $T_3 = T_4 \Rightarrow P_3 V_3 = P_4 V_4 \Rightarrow \frac{V_4}{V_3} = \frac{P_3}{P_4} = \frac{P_2}{P_1}$

Entonces se cumple que: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$, con lo que obtenemos la expresión final del rendimiento de un ciclo Ericsson:

$$\boxed{\eta_C = 1 - \frac{T_C}{T_H}} \quad (1.40)$$

es decir, el mismo rendimiento que un motor de Carnot que opere entre las temperaturas T_C y T_H .

Aunque por cuestiones económicas y de tamaño el motor Ericsson es prácticamente inviable, sirve para mostrar cómo podría utilizarse un regenerador en un ciclo para aumentar el rendimiento.

2 | Equipo Stirling con combustión

2.1. Fundamento termodinámico

Los ciclos Ericsson y Stirling tienen un interés teórico especial, pues son ejemplos de ciclos que experimentan el mismo rendimiento térmico que el ciclo de Carnot. Sin embargo, en los últimos años se ha estudiado un motor real del tipo cilindro-pistón que opera con un ciclo regenerativo cerrado cuyo funcionamiento es similar al ciclo Stirling. Este motor real recibe el nombre de motor Stirling en honor al ingeniero que lo diseñó en 1816, Robert Stirling. En la actualidad, este motor ofrece la oportunidad de obtener una alta eficiencia sumado a la reducción de emisiones de productos de combustión. Esto último se debe a que la combustión tiene lugar externamente y no dentro del cilindro como sucede en los motores de combustión interna (ya sean de chispa o de compresión). En el motor Stirling, la energía se transfiere al fluido de trabajo mediante el calor generado en la combustión, mientras el combustible se mantiene separado de los productos de combustión y precisamente esta es la razón por la que se denomina motor de combustión externa.

El motor Stirling se trata de un motor térmico, de aire caliente, de ciclo cerrado regenerativo de combustión externa. Dicho motor, se acciona mecánicamente y puede trabajar como bomba de calor y como máquina frigorífica, es decir, pone de manifiesto la reversibilidad de los procesos termodinámicos. Cabe destacar que el ciclo Stirling, al igual que el ciclo de Carnot y de Brayton, son ciclos reversibles cuando se tratan de ciclos ideales.

2.1.1. Ciclo Stirling ideal

El ciclo Stirling utiliza un regenerador en su esquema básico y se compone de dos procesos isócoros alternados con dos procesos isotermos, y se representa en la fig. 2.1 su diagrama PV.

- En el proceso $1 \rightarrow 2$ el aire a temperatura constante, T_C , absorbe energía en forma de trabajo W_{12} , aumentando su presión de un valor P_1 a un valor P_2 ($P_2 > P_1$). Asimismo, se cede un

calor al exterior, Q_{12} .

- En el proceso $2 \rightarrow 3$ el aire a volumen constante, $V_2=V_3=\text{cte}$, absorbe energía en forma de calor $Q_{\text{abs}} = Q_{23}$, aumentando su temperatura de un valor T_2 a un valor T_3 ($T_3 > T_2$). Como el volumen es constante, en este proceso no se realiza trabajo $W_{23} = 0$.
- En el proceso $3 \rightarrow 4$ el aire a temperatura constante, T_H , cede energía en forma de trabajo W_{34} , disminuyendo su presión desde un valor P_3 a un valor P_4 ($P_3 > P_4$). Asimismo, el gas absorbe calor del exterior, Q_{34} .
- En el proceso $4 \rightarrow 1$ el aire a volumen constante, $V_4=V_1=\text{cte}$, cede energía en forma de calor $Q_{\text{ced}} = Q_{41}$, disminuyendo su temperatura desde un valor T_4 a un valor T_1 ($T_1 < T_4$). Al tratarse de un proceso isócoro, no se realiza trabajo en este proceso $W_{41} = 0$.

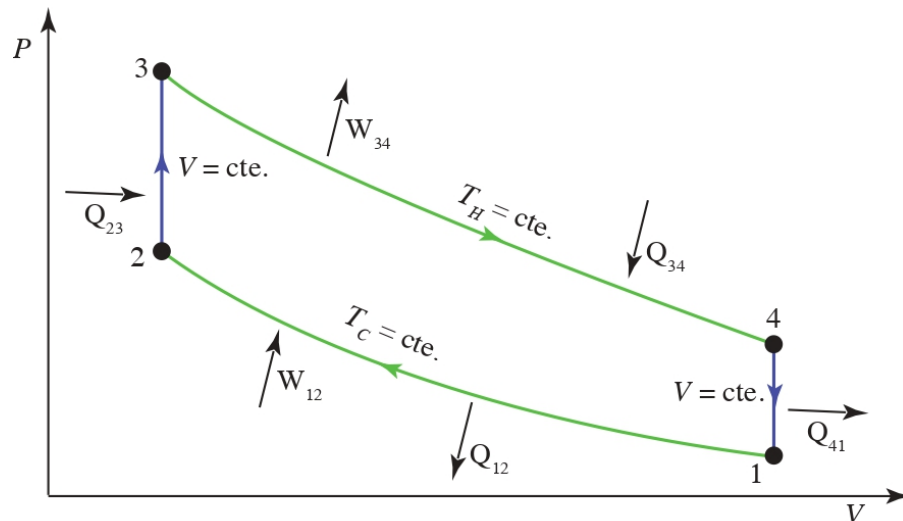


FIGURA 2.1: Representación en un diagrama PV del ciclo Stirling, indicando los calores y trabajos que intervienen en cada proceso y las magnitudes constantes en cada proceso.

Un regenerador ideal permite que el calor cedido en el proceso $4 \rightarrow 1$ sea íntegramente absorbido en el proceso $2 \rightarrow 3$. Al ser todo el calor absorbido y cedido mediante procesos isotermos su rendimiento viene dado también por:

$$\eta = 1 - \tau \quad (2.1)$$

coincidiendo, por tanto, con el de los ciclos de Carnot y de Ericsson. En el siguiente desarrollo matemático se estudiará cómo llegar a esta expresión para el rendimiento.

Antes de comenzar con la solución analítica del ciclo Stirling es necesario definir varios parámetros:

- Relación de compresión, que es el cociente entre el volumen máximo del ciclo, V_1 , y el volumen mínimo, V_2 :

$$r = \frac{V_1}{V_2} \quad (2.2)$$

- Relación de temperaturas, como se expuso en el ciclo Brayton, $\tau = \frac{T_C}{T_H}$, siendo T_C = temperatura fría y T_H = temperatura caliente.
- Coeficiente adiabático, como se estudió en el ciclo de Carnot, $\gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow \gamma \cdot C_v = C_v + nR \Rightarrow nR = (\gamma - 1)C_v$, donde n es el número de moles y R es la constante de los gases.

En los procesos isotermos (procesos $1 \rightarrow 2$ y $3 \rightarrow 4$), como el fluido se trata de un gas ideal se cumple que la variación de la energía interna es nula y por el Primer Principio de la Termodinámica:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow W = -Q \quad (2.3)$$

En el proceso $1 \rightarrow 2$, se realiza un trabajo sobre el gas:

$$W_{12} = -Q_{12} = -nRT_C \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -(\gamma - 1)C_v T_C \cdot \ln\left(\frac{1}{r}\right) \Rightarrow \quad (2.4)$$

$$W_{12} = (\gamma - 1)C_v T_C \frac{T_H}{T_H} \cdot \ln(r) = (\gamma - 1)C_v T_H \tau \cdot \ln(r) \Rightarrow \quad (2.5)$$

El trabajo se realiza sobre el gas, luego será positivo, mientras que el calor se cede al exterior y será negativo:

$$W_{12} = C_v T_H (\gamma - 1) \tau \cdot \ln(r) > 0 \Rightarrow Q_{12} < 0 \quad (2.6)$$

En el proceso $3 \rightarrow 4$, el gas realiza un trabajo:

$$W_{34} = -Q_{34} = -nRT_H \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = -nRT_H \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \quad (2.7)$$

Como el trabajo lo realiza el gas será negativo, mientras que el calor se absorbe del exterior y será positivo:

$$W_{34} = -(\gamma - 1)C_v T_H \cdot \ln(r) < 0 \Rightarrow Q_{34} > 0 \quad (2.8)$$

En los procesos isócoros (procesos $2 \rightarrow 3$ y $4 \rightarrow 1$) el volumen es constante y consecuentemente el trabajo es nulo $W = 0$.

En el proceso $2 \rightarrow 3$, el calor absorbido del exterior será:

$$Q_{23} = C_V (T_H - T_C) = C_V T_H \left(1 - \frac{T_C}{T_H}\right) \implies Q_{23} = C_V T_H (1 - \tau) > 0 \quad (2.9)$$

Como es un proceso isócoro, el trabajo será nulo:

$$W_{23} = 0 \quad (2.10)$$

En el proceso $4 \rightarrow 1$, el calor cedido al exterior será:

$$Q_{41} = C_V (T_C - T_H) = C_V T_H \left(\frac{T_C}{T_H} - 1\right) \implies Q_{41} = C_V T_H (\tau - 1) < 0 \quad (2.11)$$

El trabajo en este proceso también es nulo:

$$W_{41} = 0 \quad (2.12)$$

A continuación se determinarán tanto el calor como el trabajo total que intervienen en el ciclo (fig. 2.1) y finalmente el rendimiento.

1. Calor absorbido, Q_{abs} .

Como se ha expuesto, se absorbe calor en los procesos $2 \rightarrow 3$ y $3 \rightarrow 4$, luego el calor absorbido total será la suma de la ec. (2.9) y de la ec. (2.8):

$$|Q_{abs}| = Q_{23} + Q_{34} \implies \begin{cases} Q_{23} = C_V T_H (1 - \tau) \\ Q_{34} = (\gamma - 1) C_V T_H \cdot \ln(r) \end{cases} \quad (2.13)$$

$$|Q_{abs}| = Q_{23} + Q_{34} = C_V T_H [(1 - \tau) + (\gamma - 1) \cdot \ln(r)] \implies \quad (2.14)$$

$$|Q_{abs}| = C_V T_H [(\gamma - 1) \cdot \ln(r) + 1 - \tau] \quad (2.15)$$

2. Calor cedido, Q_{ced} .

Se cede calor en los procesos $1 \rightarrow 2$ y $4 \rightarrow 1$, luego el calor cedido total será la suma de la ec. (2.6) y de la ec. (2.11):

$$|Q_{ced}| = (-Q_{12}) + (-Q_{41}) \implies \begin{cases} -Q_{12} = C_V T_H (\gamma - 1) \tau \cdot \ln(r) \\ -Q_{41} = -C_V T_H (\tau - 1) < 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

$$|Q_{ced}| = (-Q_{12}) + (-Q_{41}) = C_V T_H [(\gamma - 1) \tau \cdot \ln(r) - (\tau - 1)] \implies \quad (2.17)$$

$$|Q_{ced}| = C_V T_H [(\gamma - 1) \tau \ln(r) + 1 - \tau] \quad (2.18)$$

3. Trabajo en el proceso, W .

Como en los procesos isócoros el trabajo es nulo, el trabajo total será la suma de los trabajos de los procesos $1 \rightarrow 2$ y $3 \rightarrow 4$ (ec. (2.6) y ec. (2.8)):

$$|W| = -W = -W_{12} - W_{34} \Rightarrow \begin{cases} -W_{12} = -c \cdot T_H(\gamma - 1)\tau \ln(r) \\ -W_{34} = (\gamma - 1)C_V T_H \ln(r) \end{cases} \quad (2.19)$$

$$|W| = -C_V T_H(\gamma - 1)\tau \ln(r) + (\gamma - 1)C_V T_H \ln(r) \Rightarrow \quad (2.20)$$

$$|W| = C_V T_H(\gamma - 1) \ln(r)[1 - \tau] \quad (2.21)$$

Por otro lado, el trabajo en el ciclo cumple:

$$|W| = |Q_{\text{abs}}| - |Q_{\text{ced}}| \quad (2.22)$$

4. Rendimiento del ciclo, η .

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_{\text{abs}}|} = \frac{C_V T_H(\gamma - 1) \ln(r)[1 - \tau]}{C_V T_H[(\gamma - 1) \ln(r) + 1 - \tau]} = \frac{(\gamma - 1) \ln(r)(1 - \tau)}{(\gamma - 1) \ln(r) + 1 - \tau} \quad (2.23)$$

En el caso de regeneración se alcanza el rendimiento de Carnot, ec. (2.1). Para ello, la relación de compresión, r , debe tender a infinito, $r \rightarrow \infty$:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \eta = \frac{\infty}{\infty} \quad (\text{indeterminación})$$

Aplicando el teorema de L'Hôpital para resolver la indeterminación:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \eta = \frac{(1 - \tau)(\gamma - 1)(1/r)}{0 + (\gamma - 1)(1/r)} = \frac{(1 - \tau)(\gamma - 1)(1/r)}{(\gamma - 1)(1/r)} = 1 - \tau$$

Es decir:

$$\boxed{\eta = 1 - \tau = \eta_C} \quad (2.24)$$

Por tanto, el ciclo Stirling en estas condiciones presenta el mismo rendimiento que el ciclo de Carnot y el ciclo Ericsson.

En la fig. 2.2 se muestra la representación gráfica del rendimiento de ciclo Stirling en función de la relación de compresión para los parámetros: $\gamma = 1,4$ y $\tau = 0,4$. Se puede observar que a medida que aumenta la relación de compresión, r , lo hace también el rendimiento, η , presentando un comportamiento asintótico en torno a $0,4$, que sería su valor máximo.

Como se ha visto, el ciclo Stirling se compone de dos procesos isotermos ($3 \rightarrow 4$ y $1 \rightarrow 2$) alternados con dos procesos isócoros ($2 \rightarrow 3$ y $4 \rightarrow 1$), como se muestra en el diagrama PV . Estos

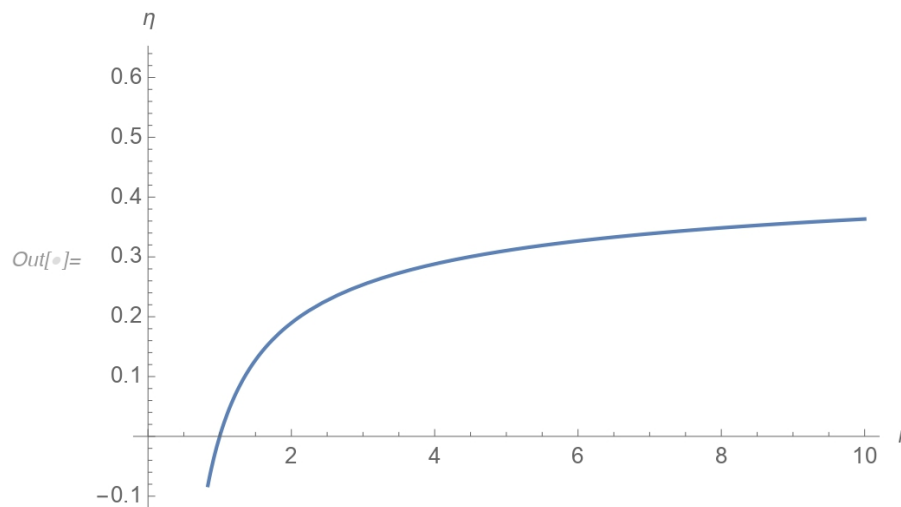


FIGURA 2.2: Representación del rendimiento, η , frente a la relación de compresión del ciclo Stirling, r . Para valores de los parámetros: $\gamma = 1,4$ y $\tau = 0,4$.

procesos se identifican con el movimiento del pistón del motor, como muestra el esquema de la fig. 2.3.

- Proceso 2 \rightarrow 3: el aire a volumen constante absorbe calor de la fuente externa Q_{23} . Por lo que aumenta la temperatura del fluido de trabajo de T_C a T_H .
- Proceso 3 \rightarrow 4: como consecuencia el aire se expande (a $T_H = \text{cte.}$), moviendo el émbolo de desplazamiento lateralmente, de modo que gira el volante y el cigüeñal, con lo que asciende el émbolo de trabajo hacia arriba, permitiendo al aire que se desplace al recinto inferior.
- Proceso 4 \rightarrow 1: el aire, que se halla ahora en la cámara inferior, se enfría en contacto con el ambiente, es decir cede calor Q_{41} a volumen constante; y lógicamente, desciende su temperatura de T_H a T_C .
- Proceso 1 \rightarrow 2: debido a ello el aire se contrae, (a $T_C = \text{cte.}$), baja el émbolo de Trabajo, lo que obliga al aire a ascender al recinto superior, donde en contacto con la fuente externa de calor, se repite el ciclo de nuevo.

Como se ha expuesto previamente, cada proceso del diagrama PV se asocia con un movimiento del pistón, de manera que el motor funciona siguiendo este ciclo termodinámico, por lo que se conoce como motor Stirling. La fig. 2.3 se muestran los émbolos de trabajo (el que se sitúa en vertical) y de desplazamiento (el que se sitúa en horizontal) formando un ángulo recto. El émbolo de trabajo va encajado con precisión en el tubo vertical, mientras que el émbolo de desplazamiento se encarga al mismo tiempo de la función de regenerador imprescindible para el funcionamiento de un motor Stirling: enfría el gas caliente que circula, almacena su energía y la transfiere de nuevo al gas frío de retorno.

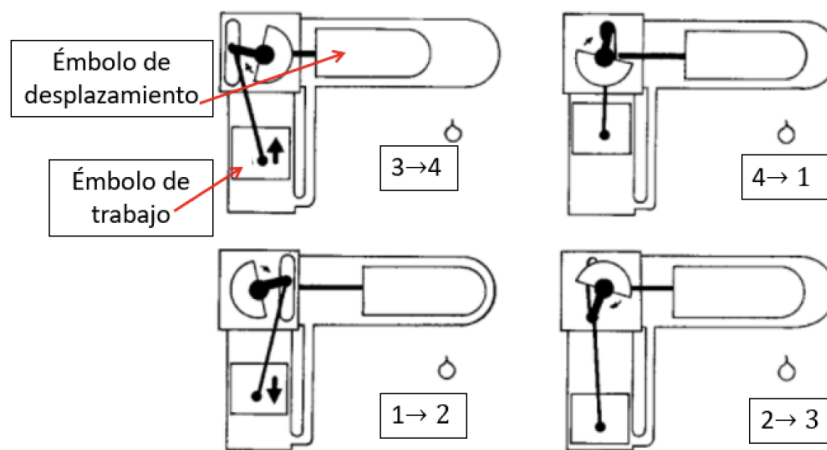


FIGURA 2.3: Motor Stirling: movimiento de un pistón asociado a cada etapa del ciclo Stirling. Tomado de [Wood, 1982].

2.1.2. Motor Stirling real

El ciclo ideal Stirling que se ha descrito en el apartado anterior implica las siguientes idealizaciones:

1. Se considera una transferencia de calor al fluido perfecta, sin fricción, desde un foco infinito a temperatura caliente, T_H , y una transferencia de calor desde el fluido a un foco infinito a temperatura fría, T_C .
2. Además, se toma una eficiencia del 100% del regenerador, es decir, el calor cedido en el proceso $4 \rightarrow 1$ es íntegramente absorbido en el proceso $2 \rightarrow 3$. Este concepto se define como regenerador ideal, y es aquel en el que el fluido caliente transfiere todo el calor posible al fluido que pretende calentar. Esto solamente se logra si el área de intercambio y el tiempo de contacto son infinitamente grandes.
3. Por último, se considera un movimiento discontinuo de dos pistones de manera que uno permanece estacionario mientras el otro se mueve, excepto en los procesos $2 \rightarrow 3$ y $4 \rightarrow 1$, en los cuales ambos pistones se mueven simultáneamente para mantener constante el volumen.

A continuación, se presenta un caso real de un motor Stirling (*Phywe systeme GMBH*) cuya fuente de calor procede de una combustión (también podría proceder de radiación solar como se estudiará en el apartado 3) de alcohol para quemar (fig. 2.4). Una versión similar llevada al terreno práctico fue desarrollada por *Philip Research Laboratories, the Netherlands*, con la posterior

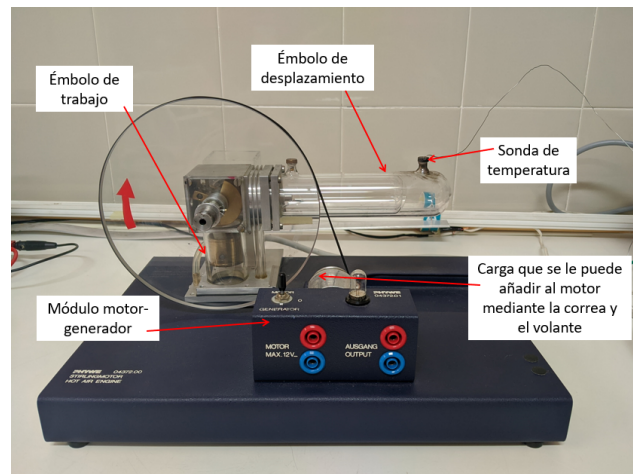


FIGURA 2.4: Motor Stirling real Phywe Systeme GMBH, Robert-Bosch-Breite.

colaboración de *General Motors Research Laboratories* [Wood, 1982] y consistía en dos pistones operando bajo un mecanismo de biela-manivela unidos por un dispositivo con forma de rombo.

Con un motor Stirling real, el diagrama PV presenta notables diferencias con respecto al caso ideal, pues ahora toma una forma elipsoidal como se puede apreciar en la fig. 2.5. El trabajo por unidad de masa del ciclo viene determinado por el área del diagrama PV.

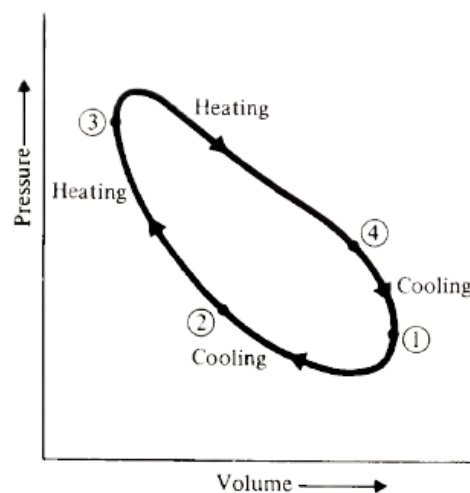


FIGURA 2.5: Diagrama PV de un motor Stirling real. Tomado de [Wood, 1982].

Otro aspecto del motor Stirling real por combustión son los posibles fluidos de trabajo que se podrían utilizar para su funcionamiento. Podría ser el hidrógeno, pues presenta una eficiencia térmica alta debida a sus pequeñas pérdidas por fricción (su masa atómica es de 1,008 uma). Asimismo, es una sustancia que transfiere bien el calor. Sin embargo, el hidrógeno se difunde a través de paredes metálicas, luego se debe añadir constantemente hidrógeno. Por ello, una alternativa posible sería el helio, con una masa atómica de 4,003 uma. Respecto al combustible que genera el calor sería posible desde una fuente renovable (como la radiación solar) hasta una

fuente tradicional de origen fósil (gas natural, carbón o petróleo). En el motor de la fig. 2.4 el fluido de trabajo es el aire y el combustible, alcohol para quemar.

Para concluir, cabe señalar que la combustión externa y la consecuente transferencia de calor proporciona una respuesta más lenta que la que podría ofrecer un motor de combustión interna (los cuales además presentan un tamaño menor). Sin embargo, los motores de combustión externa tienen ciertas ventajas: reducen los residuos contaminantes que se liberan a la atmósfera y presentan una eficiencia térmica mayor.

2.2. Puesta a punto del equipo

Para el desarrollo de la práctica del motor Stirling de combustión se dispone del siguiente material (ver fig. 2.6):

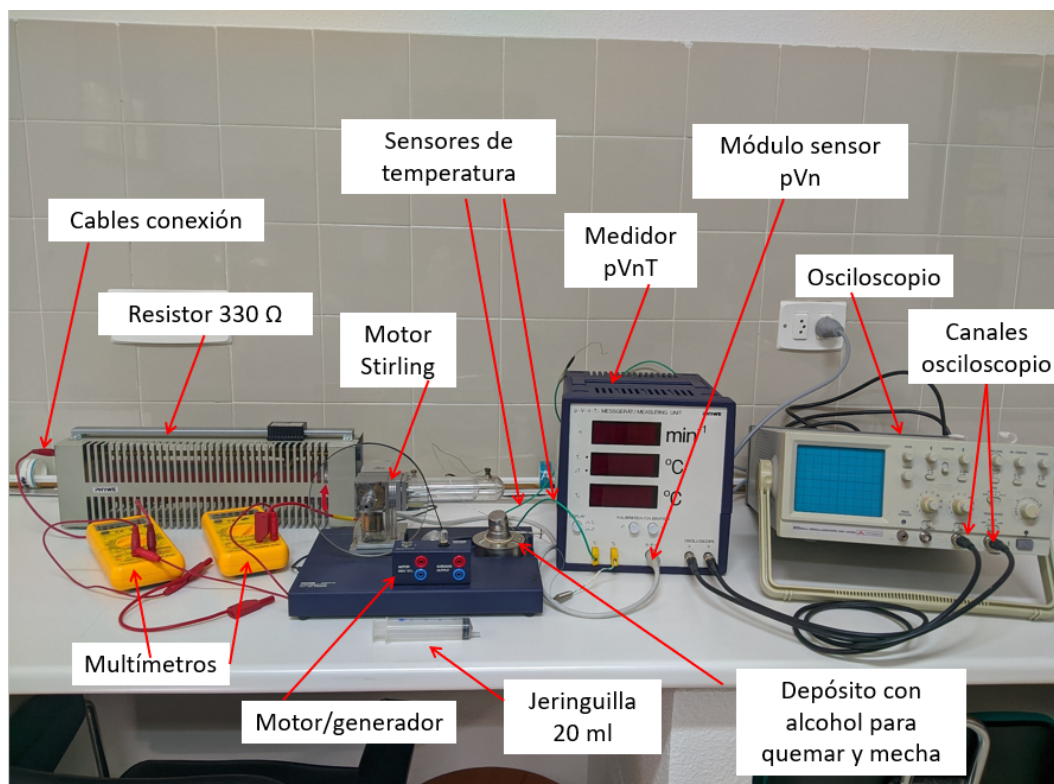


FIGURA 2.6: Material completo del equipo experimental del motor Stirling de combustión.

- Motor Stirling transparente sobre una placa base azul.
- Motor/generador.
- Módulo sensor pVn.
- Aparato de medida pVnT.

- Jeringuilla 20 ml.
- Resistencia 330 Ω .
- Dos multímetros.
- Osciloscopio con dos canales.
- Alcohol para quemar.
- Mechero.
- Sensores de temperatura.
- Cables de conexión.

Respecto al módulo motor/generador, cabe señalar que posee dos poleas de cuerda de diferente tamaño (ver fig. 2.7), con las cuales se puede añadir carga al motor y demostrar la influencia de la relación de cambio en la potencia y velocidad de giro del motor Stirling. Para unir el módulo motor/generador al volante se emplea una correa.

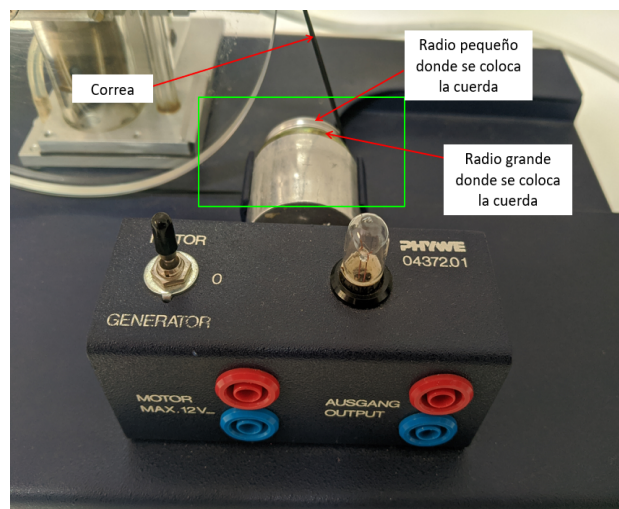


FIGURA 2.7: Detalle del radio grande y radio pequeño del motor/generador para añadir carga al volante mediante una correa, en el equipo del motor Stirling de combustión.

Además, el módulo motor/generador presenta un interruptor mediante el cuál puede seleccionarse entre funcionamiento como motor o como generador (ver fig. 2.8):

- En la posición cero del interruptor, el generador no tiene acoplada ninguna carga (fig. 2.8 de la derecha).

- En el modo motor, se aplica una tensión continua a los conectores hembra de entrada. En paralelo, existen dos conectores hembra de salida a los cuales se puede conectar una resistencia variable (fig. 2.8 del centro).
- En el modo generador se enciende la lámpara de incandescencia. Al igual que en el motor, en paralelo al portalámparas existen dos conectores hembra de salida (fig. 2.8 de la izquierda).



FIGURA 2.8: Distintas formas de funcionamiento del módulo del equipo del motor Stirling de combustión: la figura de la izquierda representa la posición cero (sin ninguna carga), la figura central representa funcionamiento modo motor y la figura de la derecha, el funcionamiento modo generador (lámpara incandescente encendida).

Para la puesta a punto del equipo se llevarán a cabo los siguientes pasos:

1. Calibración del sensor de presión.
2. Cálculo de la energía total producida por el motor a través de la determinación del área del ciclo PV en el osciloscopio.
3. Evaluación de la potencia eléctrica de salida como función de la frecuencia de rotación.

2.2.1. Calibración del sensor de presión

El sensor de presión debe ajustarse de manera que el diagrama PV pueda ser evaluado cuantitativamente con la ayuda de un osciloscopio, por ello el primer paso debe ser la calibración del mismo. En esta primera parte de la práctica se requiere el siguiente material (fig. 2.9):

- Motor (sin activar) con el tubo flexible retirado y conectado a la jeringuilla (ver fig. 2.10).
- Osciloscopio conectado únicamente al canal 1.
- Medidor pVnT conectado al motor y al osciloscopio (a este último mediante el sensor de presión).

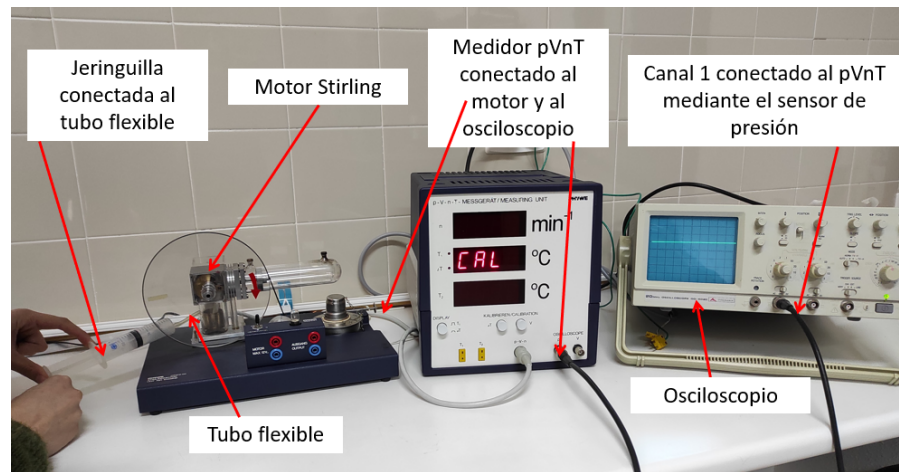


FIGURA 2.9: Elementos necesarios para llevar a cabo la calibración del equipo del motor Stirling de combustión.

- Jeringuilla conectada al tubo flexible para introducir/extraer aire.

En primer lugar, para la calibración del motor Stirling, se retira el tubo flexible de la base del motor y se introduce aire mediante la jeringuilla (fig. 2.10).

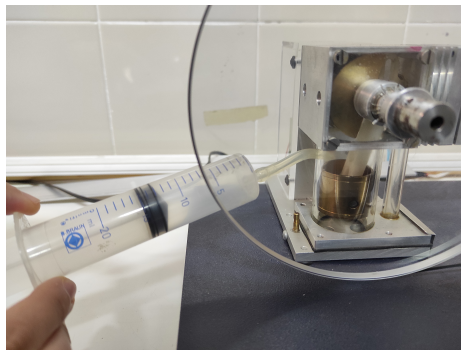


FIGURA 2.10: Detalle del proceso de calibración del motor Stirling de combustión. Extracción e introducción de aire mediante la jeringuilla.

En segundo lugar, se configura el osciloscopio pues el voltaje correspondiente a la presión atmosférica, p_0 , se determina con este dispositivo. Este último debe operar solamente con el canal 1 (en la escala de tiempo en milisegundos) en DC y en modo Y-t, con la escala Y colocada como se muestra en la fig. 2.11.

Posteriormente, se realiza una fase de compresión y otra de expansión. En la primera, se parte de un volumen de 20 ml en la jeringuilla y se disminuye hasta 15 ml, por lo que se introduce aire al motor; mientras que en la segunda, se comienza de un volumen de 15 ml y se aumenta hasta los 20 ml, es decir, se extrae aire del motor.

La presión, que se corresponde con el voltaje, se muestra en el osciloscopio como una línea recta horizontal (se aprecia en la fig. 2.9) y varía a través del incremento isoterma (o disminución

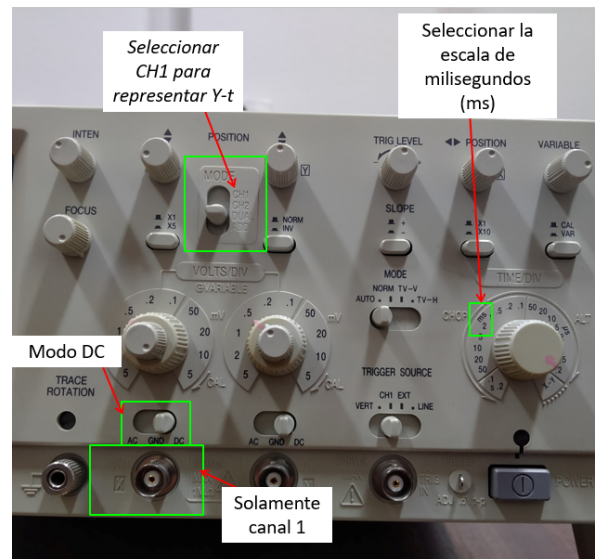


FIGURA 2.11: Detalle del proceso de calibración: configuración del osciloscopio con el canal 1, modo DC en Y-t en milisegundos.

isoterma) del volumen de la jeringuilla. Como se trata de una expansión o compresión isoterma, según la Ley de los Gases Ideales:

$$p \cdot V = \text{constante} \quad (2.25)$$

donde V se va controlando con la jeringuilla, por lo tanto basta calcular dicha constante para el primer caso (en el cual la presión es conocida, pues se trata de la presión atmosférica y se puede medir mediante un barómetro disponible en el laboratorio y en la práctica presente se trata de $p_0 = 703 \text{ mmHg} = 937,25 \text{ hPa}$) para determinar las presiones del resto de medidas.

2.2.2. Cálculo del trabajo del motor: ciclo PV en el osciloscopio

En esta sección se calculará la energía producida por el motor. Para ello, se necesita visualizar el ciclo PV en el osciloscopio, pues como se ha indicado previamente, el área de dicho ciclo se corresponde con el trabajo realizado por el motor Stirling. En esta segunda parte de la práctica el material que se requiere (fig. 2.12) es:

- Motor funcionando con el tubo flexible colocado en su posición original.
- Osciloscopio conectado con los dos canales.
- Medidor pVnT conectado al motor y al osciloscopio (a este último mediante el sensor de presión y de volumen).
- Quemador con la base llena de alcohol.

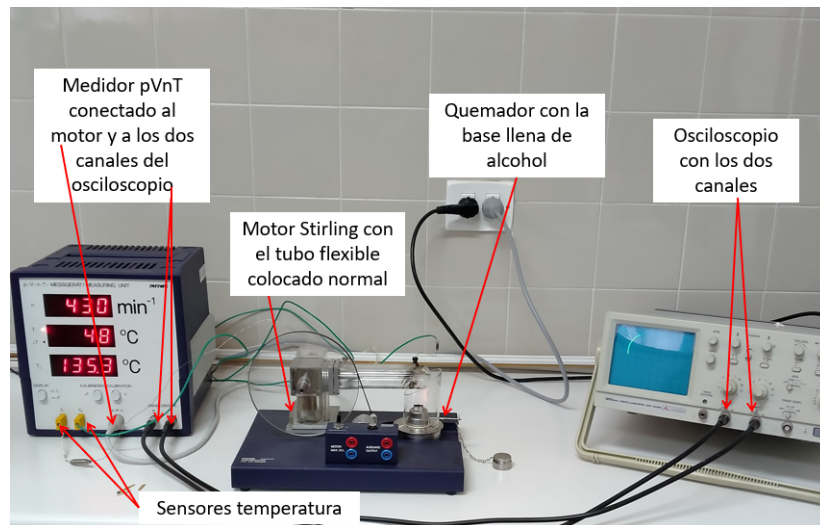


FIGURA 2.12: *Equipo experimental para calcular el trabajo del ciclo mediante el ciclo PV (mostrado en el osciloscopio).*

Ahora el osciloscopio debe operar en el modo XY (fig. 2.13(izda.)), con las escalas calibradas (0,5 V/div la escala X y 0,2 V/div la escala Y). Se coloca el quemador debajo del cilindro de cristal y se observa la temperatura en el medidor pVnT. Cuando la diferencia de temperatura entre T_1 y T_2 sea de 80 °C aproximadamente, se aporta un ligero empujón al volante para que el motor comience a funcionar. Tras un periodo corto de tiempo, se deberían alcanzar las 900 rpm y precisamente a partir de ese momento se debería mostrar en la pantalla del osciloscopio el ciclo PV (fig. 2.13(dcha.)).

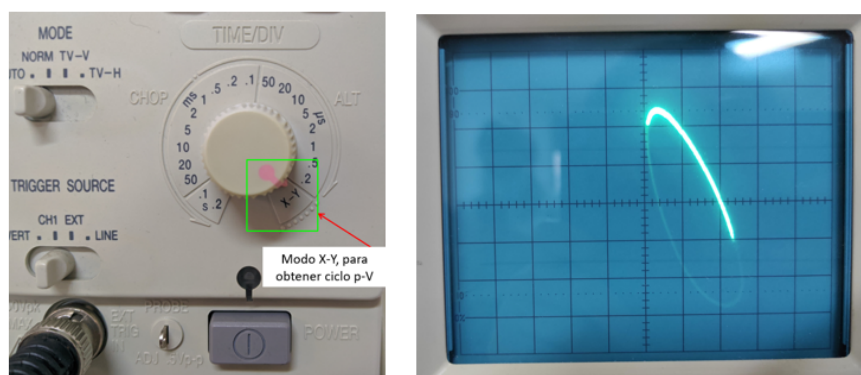


FIGURA 2.13: *Figura de la izquierda: detalle del osciloscopio: modo X-Y para el proceso de cálculo del trabajo mediante el área del ciclo PV (del propio osciloscopio). Figura de la derecha: ciclo PV real en el osciloscopio.*

Se aprecia que el ciclo PV toma una forma elipsoidal (como se estudió en el fundamento termodinámico en la fig. 2.5), a diferencia del ciclo teórico que supone dos isócoras (dos líneas verticales) y dos isothermas.

Antes de tomar cualquier medida, se espera hasta que las temperaturas T_1 y T_2 y la frecuencia de rotación sean prácticamente constantes. Asimismo, la temperatura más baja debe tomar un valor en torno a 70°C .

El objetivo de esta parte es tomar la curva del osciloscopio para poder determinar el área de dicha curva, que se corresponde con el trabajo neto y a partir de él, obtener la potencia del motor.

2.2.3. Potencia eléctrica efectiva

En esta sección se calculará la potencia efectiva eléctrica del motor Stirling. Para ello, el material que se requiere (fig. 2.14) es:

- Motor funcionando con el tubo flexible colocado en su posición original.
- Medidor pVnT conectado al motor.
- Quemador con la base llena de alcohol.
- Dos multímetros (uno se usará como amperímetro y otro como voltímetro).
- Resistencia variable.
- Cables para conectar el motor, la resistencia y los multímetros.

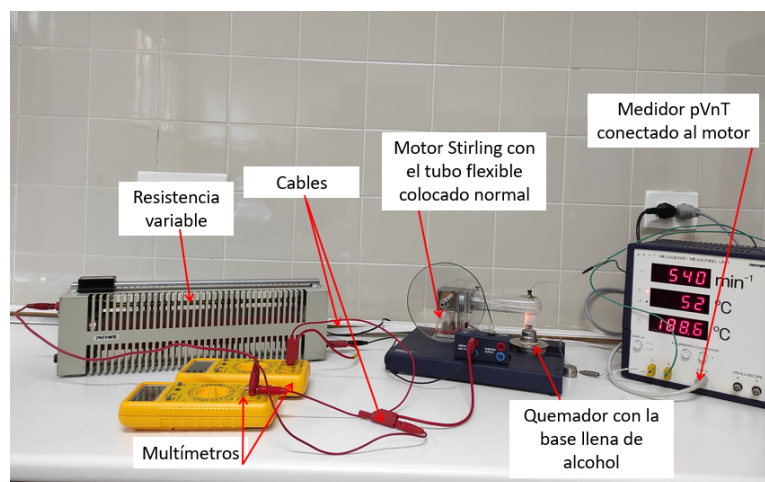


FIGURA 2.14: Equipo experimental para obtener la potencia eléctrica en el motor Stirling de combustión.

El módulo motor/generador se emplea en el modo motor, pues no interesa en esta parte su papel como generador (esto se utiliza para encender la lámpara incandescente). Por tanto, se utilizan los conectores de la parte izquierda correspondiente al motor para conectarlo en serie con la resistencia variable. También se conecta en serie el amperímetro y por último, se conecta

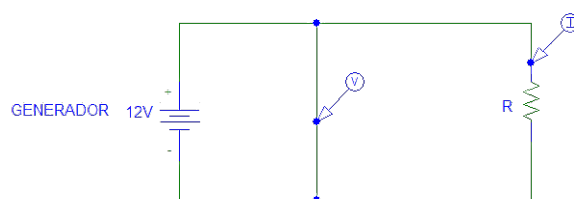


FIGURA 2.15: Esquema del circuito eléctrico que permite calcular la potencia desarrollada por el motor.

en paralelo el voltímetro (fig. 2.15). En este caso, ambos multímetros se configuran para corriente continua.

Antes de tomar cualquier medida, el motor Stirling sin carga (es decir, sin la correa conectada al módulo motor/generador) debe tener aproximadamente la misma frecuencia de rotación y las mismas temperaturas que presentaba al principio de la sección del diagrama PV.

Posteriormente, la correa se coloca alrededor del volante en las dos posiciones distintas: para el radio grande y para el radio pequeño. Con el equipo conectado, se procede a tomar las medidas: se varía la resistencia y se miden los valores de intensidad, I ; diferencia de potencial, ϑ ; las temperaturas, T y la frecuencia de rotación, rpm . Por tanto, se puede calcular la potencia eléctrica, P_e , como:

$$P_e = \vartheta \cdot I \quad (2.26)$$

Estas medidas se realizan para el radio pequeño y posteriormente para el radio grande.

2.3. Medidas y resultados experimentales

2.3.1. Calibración del sensor de presión

El sensor de presión mide la presión relativa con respecto a la presión atmosférica, p_0 . La variación del volumen en la jeringuilla permite calcular la variación de la presión, asumiendo que el cambio se da durante un proceso isoterma con lo que se verifica que el producto de la presión por el volumen del gas debe permanecer constante, $pV = cte$.

Al inicio, para el volumen V_0 , la presión es igual a la presión atmosférica, p_0 . El volumen del tubo flexible conectado al tubo se puede considerar despreciable ($V_{tubo} \approx 0,2 \text{ ml}$).

La tabla 2.1 muestra las medidas obtenidas para la calibración del motor Stirling, con las indicaciones especificadas en el apartado previo (2.2.1).

Para la expansión se parte de 15 ml y para la compresión de 20 ml, con un incremento entre medidas de 1 ml. Para el primer valor tanto de la expansión como de la compresión se calcula

TABLA 2.1: Medidas del proceso de calibración: salida de la sonda de presión en voltaje, ϑ , como función de la presión, p , y volumen de la jeringuilla, V .

Compresión			Expansión		
V (ml)	p (hPa)	ϑ (V)	V (ml)	p (hPa)	ϑ (V)
20	937,25	0	15	937,25	0
19	986,58	0,10	16	878,68	-0,8
18	1041,39	0,30	17	826,99	-0,31
17	1102,65	0,45	18	781,04	-0,47
16	1171,57	0,70	19	739,94	-0,60
15	1249,67	0,90	20	702,94	-0,72

la constante, pues se puede medir la presión atmosférica (en la presente práctica se trata de $p_0 = 937,25$ hPa):

$$\text{Expansión} \rightarrow PV = cte. \quad \Rightarrow 15\text{ml} \cdot 937,25\text{hPa} = 14058,8 \text{ hPa} \cdot \text{ml} = cte. \quad (2.27)$$

$$\text{Compresión} \rightarrow PV = cte. \quad \Rightarrow 20\text{ml} \cdot 937,25\text{hPa} = 18745,10 \text{ hPa} \cdot \text{ml} = cte. \quad (2.28)$$

Mediante estas constantes junto con los valores del volumen, se puede calcular la presión para el resto de medidas. Por otro lado, las medidas del voltaje, ϑ , se miden desde el osciloscopio (con las los ejes bien escalados), donde se aprecia una línea recta horizontal. A modo de ejemplo, para la medida de un volumen de 19 ml en la compresión (cuya constante calculada en la expresión (2.28) es 18745,10 hPa) se obtiene una presión de:

$$p(19\text{ml}) = 18745\text{hPa} \cdot \text{ml}/19\text{ml} = 986,58 \text{ hPa} \quad (2.29)$$

Si se representa el voltaje, ϑ , frente a la presión, p , (fig. 2.16 y fig. 2.17) existe un comportamiento lineal entre ambas magnitudes, lo que demuestra una correcta calibración: el voltaje se mide en el osciloscopio mediante la sonda de presión del medidor pVnT, luego debe ser proporcional a la presión que existe. Presentan un comportamiento prácticamente lineal como muestran los coeficientes de regresión, R , pues son muy próximos a la unidad ($R^2 = 0,9962$ para la compresión y $R^2 = 0,9968$ para la expansión, ver tabla 2.2). A partir de la gráfica 2.18 se extrae la pendiente de la recta: 0,002954 V/hPa, luego es el valor que relaciona el voltaje con la presión. Por tanto, el resultado que se obtiene de todo este proceso es: 337,98 hPa/V y será necesario para el cálculo de la potencia en el siguiente apartado.

2.3.2. Cálculo del trabajo: ciclo PV en el osciloscopio

Para determinar el trabajo del motor Stirling de combustión se configura el osciloscopio como modo DC en los canales XY, de manera que el eje X se corresponde con el volumen y el eje Y, con la

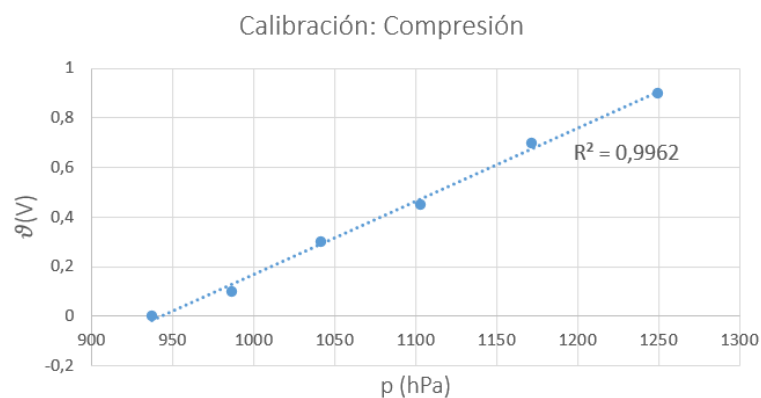


FIGURA 2.16: Curva característica del sensor de presión: representación del voltaje, ϑ , frente a la presión, p , para la compresión del motor Stirling de combustión.

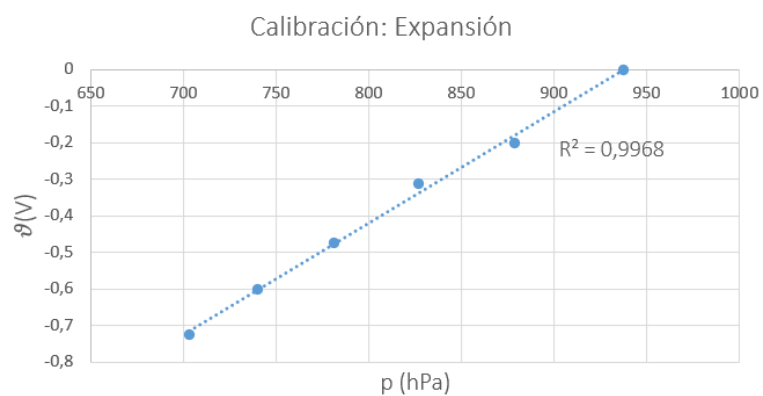


FIGURA 2.17: Curva característica del sensor de presión: representación del voltaje, ϑ , frente a la presión, p , para la expansión del motor Stirling de combustión.

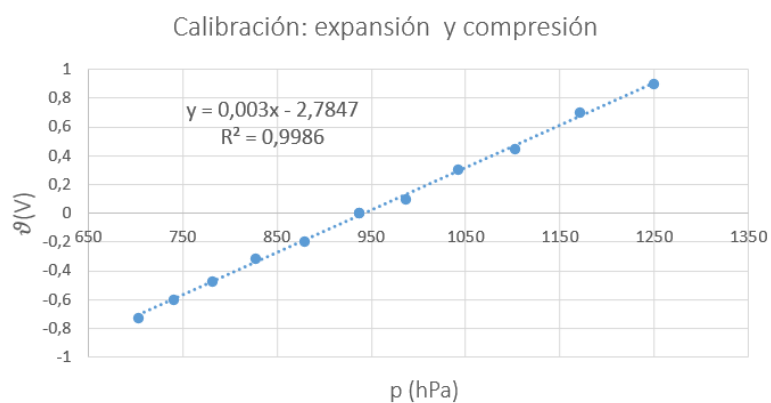


FIGURA 2.18: Curva característica del sensor de presión: representación del voltaje, ϑ , frente a la presión, p , para la expansión y compresión del motor Stirling de combustión.

R^2	Fase
0,9962	Compresión
0,9968	Expansión

TABLA 2.2: Coeficientes de regresión de la calibración (voltaje frente a la presión) tanto en la expansión como en la compresión. Reflejan el comportamiento lineal entre el voltaje y la presión en la práctica experimental del motor Stirling de combustión.

presión. Cabe resaltar que para otros motores Stirling, el diagrama PV puede mostrar una forma diferente. Esto es debido a que la superficie del ciclo depende de la potencia térmica suministrada y de la fricción del motor.

Otro aspecto destacable sería que el diagrama PV de un motor varía en función de si este está sometido a una carga exterior o no. Experimentalmente se observa que la diferencia de presiones mayor se da en el caso del motor con carga exterior, lo que corresponde con una variación de temperaturas mayor en el motor Stirling. De hecho, la superficie del ciclo PV incrementa en torno a un 10%-20%.

Para calcular el trabajo neto del ciclo se pone en marcha el motor con el fin de visualizar su ciclo PV en el osciloscopio, el cual se debe configurar con la escala X del osciloscopio (volumen) en $0,5 \text{ V/div}$ y la escala Y (presión) en $0,2 \text{ V/div}$. A partir de los datos proporcionados por el fabricante del motor, se conoce la correspondencia entre voltaje y volumen: $2,4 \text{ cm}^3/\text{V}$, y a partir de la calibración del sensor de presión, se determinó la relación entre voltaje y presión: $337,98 \text{ hPa/V}$. Entonces, para cada escala se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Volumen} \Rightarrow \Delta V \equiv \Delta x &= 2,4 \frac{\text{cm}^3}{\text{V}} \cdot 0,5 \frac{\text{V}}{\text{div}} = 1,2 \text{ cm}^3/\text{div} \\ \text{Presión} \Rightarrow \Delta P \equiv \Delta y &= 337,98 \frac{\text{hPa}}{\text{V}} \cdot 0,2 \frac{\text{V}}{\text{div}} = 67,59 \text{ hPa/div} \end{aligned} \quad (2.30)$$

donde *div* hace referencia a cada división del osciloscopio.

Por tanto, el área de cada diferencial será:

$$\text{Area}_{\text{dif}} = \Delta P \cdot \Delta V = 1,2 \frac{\text{cm}^3}{\text{div}} \cdot 67,59 \frac{\text{hPa}}{\text{div}} = 81,1152 \frac{\text{cm}^3 \cdot \text{hPa}}{\text{div}^2} = 8,11152 \frac{\text{mJ}}{\text{div}^2} \quad (2.31)$$

Para obtener el trabajo neto del ciclo, basta determinar el área que abarca el mismo. Para ello, se toma una fotografía del ciclo mostrado en el osciloscopio y se utiliza el programa *Inkscape* (ver fig. 2.19) para determinar dicho área. A partir de la herramienta disponible para medir trayectos se determina un área del ciclo de: $A_{\text{ciclo}} = 19,65 \text{ cm}^2$. Por tanto, se puede obtener el trabajo a partir del área de cada diferencial, A_{dif} , y del área total del ciclo, A_{ciclo} :

$$W = 19,65 \text{ div}^2 \cdot 8,11152 \frac{\text{mJ}}{\text{div}^2} = 0,1594 \text{ J} \quad (2.32)$$

Cabe resaltar que el programa *Inkscape* proporciona el área en unidades de cm^2 (se puede seleccionar otra unidad de longitud) y para que sea correcta la equivalencia entre cm^2 y div^2 realizada en la ec. (2.32), se debe añadir una cuadrícula en *Inkscape* de manera que cada división de la cuadrícula se corresponda con un centímetro. Así, si se coloca la imagen del osciloscopio sobre dicha cuadrícula y se hacen coincidir las diez divisiones de la fotografía y las del programa, cada división del osciloscopio se corresponderá con un centímetro de *Inkscape*.

Para obtener la potencia del motor a partir del trabajo, se mide el valor de las revoluciones por minuto del medidor: 498 min^{-1} , obteniéndose una potencia:

$$P = \frac{498 \text{ vueltas/min} \cdot 0,1594 \text{ J}}{60 \text{ s/min}} = 1,32 \text{ W} \Rightarrow \boxed{P = 1,32 \text{ W}} \quad (2.33)$$

Se trata de un valor con sentido y realista, pues en la ficha técnica del motor, proporcionada por el fabricante, aparece que el motor presenta una potencia de aproximadamente 1 W.

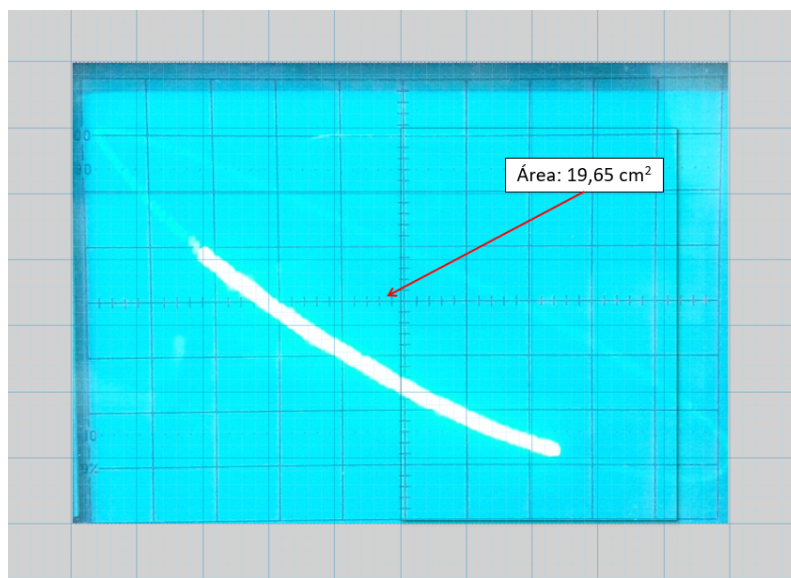


FIGURA 2.19: Diagrama PV con su área medida en el programa *Inkscape*, en la práctica del motor Stirling de combustión.

2.3.3. Potencia eléctrica efectiva

Los valores de la corriente eléctrica, I , y del voltaje, ϑ , debidos a la resistencia variable, se miden mediante los multímetros. Las medidas de las temperaturas T_1 y T_2 y las revoluciones por minuto, rpm , se toman desde el medidor pVnT. A partir de la intensidad y del voltaje se calcula la potencia eléctrica:

$$P_e = \vartheta I \quad (2.34)$$

La tabla 2.3 muestra estas medidas para la carga con radio grande, mientras que la tabla 2.4 muestra las medidas para el radio pequeño ¹.

TABLA 2.3: Medidas para el proceso del cálculo de la potencia eléctrica para radio grande: rpm, temperaturas, T_1 y T_2 ; intensidad, I ; voltaje, ϑ ; resistencia, R y potencia eléctrica, P_e .

rpm (min^{-1})	T_1 (°C)	T_2 (°C)	I (mA)	ϑ (V)	R (Ω)	P_e (mW)
844,00	88,00	183,00	Valores sin carga transmitida en la correa			
760,00	90,00	183,00	30,80	10,60	344,16	326,48
750,00	90,00	183,40	33,30	10,05	301,80	334,67
747,00	91,00	183,60	36,40	9,85	270,60	358,54
741,00	91,00	183,40	40,60	9,48	233,50	384,89
702,00	93,00	183,00	42,60	8,66	203,29	368,92
650,00	93,00	183,00	51,40	7,71	150,00	396,29
594,00	91,00	183,40	59,50	6,60	110,92	392,70
582,00	90,00	183,20	65,80	5,88	89,36	386,90
514,00	88,00	183,00	76,30	4,33	56,75	330,38
451,00	88,00	182,80	96,50	2,34	24,25	225,81
343,00	85,00	183,00	112,40	0,18	1,60	20,23

TABLA 2.4: Medidas para el proceso de cálculo de la potencia eléctrica para radio pequeño: rpm, temperaturas, T_1 y T_2 ; intensidad, I ; voltaje, ϑ ; resistencia, R y potencia eléctrica, P_e .

rpm (min^{-1})	T_1 (°C)	T_2 (°C)	I (mA)	ϑ (V)	R (Ω)	P_e (mW)
737	87	183,2	Valores sin carga transmitida en la correa			
484	84	183,2	29,3	10,08	344,03	295,34
454	83	183	32,8	9,22	281,1	302,42
430	83	183,4	36,9	8,4	227,64	309,96
390	84	183	40,5	7,32	180,74	296,46
370	82	183	47,1	6,65	141,19	313,22
284	82	183	53	5	94,34	265
222	81	183	45	3,65	81,11	164,25

Si se representa la potencia eléctrica, P_e , frente al número de revoluciones por minuto, rpm, se observa que la potencia máxima se alcanza para una frecuencia de rotación intermedia y tras este valor máximo, la potencia disminuye con el aumento de la frecuencia de rotación (ver fig. 2.20 y 2.21), es decir, presentan forma de parábola invertida.

Cabe resaltar que la forma de parábola invertida se aprecia especialmente para el caso de radio grande puesto que se tomaron más medidas. Esto significa que ambas curvas presentan

¹Estas medidas se tomaron unos meses antes que el resto de medidas debido a problemas técnicos del equipo experimental.

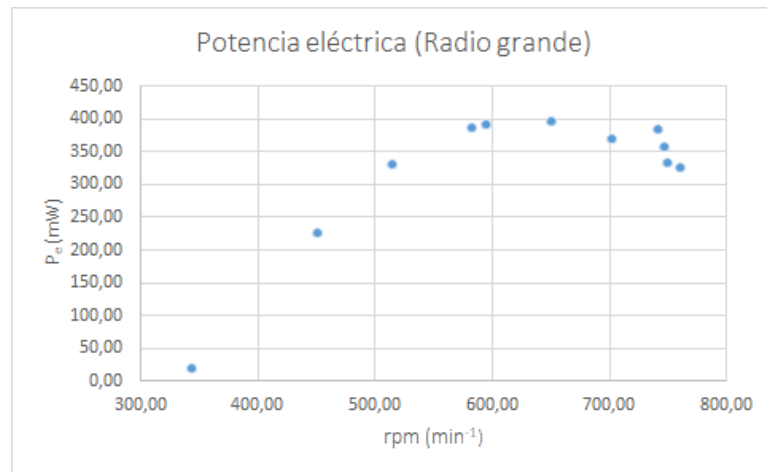


FIGURA 2.20: Potencia eléctrica, P_e , frente a revoluciones por minuto, rpm, para el radio grande.

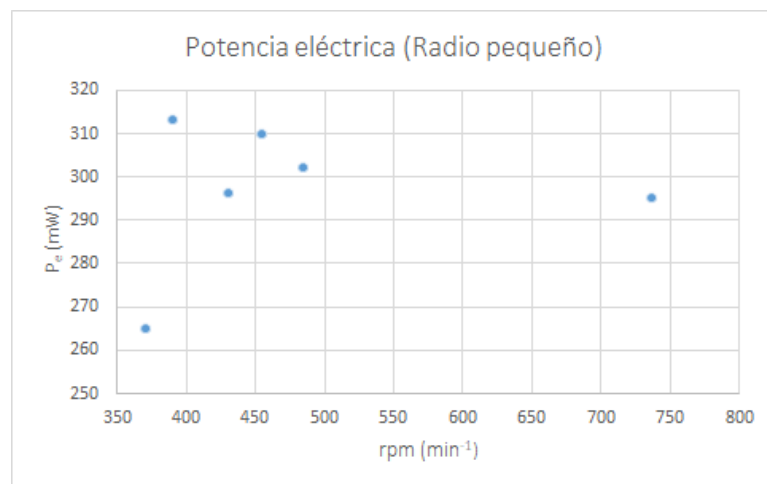


FIGURA 2.21: Potencia eléctrica, P_e , frente a revoluciones por minuto, rpm, para el radio pequeño.

valores máximos y para valores de revoluciones por minuto mayores, la potencia decrece. Consecuentemente, estos valores máximos dan lugar a valores óptimos de la velocidad angular. Particularizando con nuestro datos, para el caso de radio grande se obtiene que la potencia eléctrica máxima es $P_e = 396,29$ mW para 650 rpm; mientras que en el caso de radio pequeño la máxima potencia eléctrica es $P_e = 313,22$ mW para 370 rpm. Estos valores máximos se recogen en la tabla 2.5. En ambas situaciones, para valores superiores e inferiores de estas revoluciones por minuto la potencia eléctrica disminuye.

Este comportamiento de la potencia de parábola invertida frente a las revoluciones por minuto no es particular del motor Stirling. Por ejemplo, el ciclo Otto irreversible, propio de los motores de combustión interna de gasolina, presenta un comportamiento similar al representarla potencia, P , frente a la velocidad angular del cigüeñal, ω , como se ilustra en la fig. 2.22. La fig. 2.22 se ha obtenido con valores aproximadamente realistas de un motor de gasolina mediante el programa

P_e máxima (mW)	rpm (min^{-1})	Tipo de radio
396,29	650	Radio grande
313,22	370	Radio pequeño

TABLA 2.5: Valores máximos obtenidos de potencia eléctrica efectiva, P_e , con sus correspondientes revoluciones por minuto, rpm, para radio grande y radio pequeño en el motor Stirling de combustión.

Mathematica®.

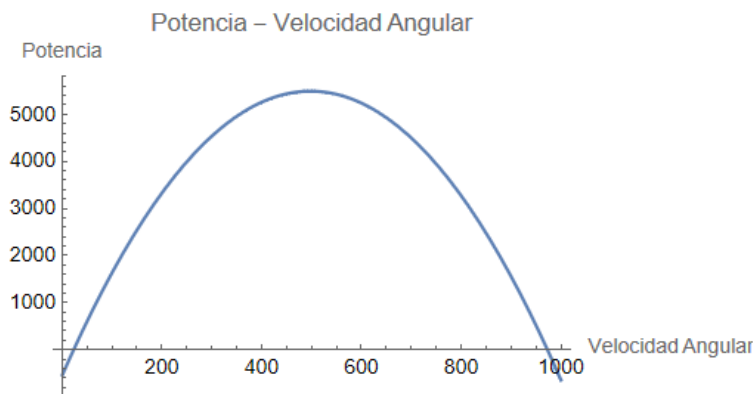


FIGURA 2.22: Potencia frente a la velocidad angular en un ciclo Otto irreversible que presenta un comportamiento de parábola invertida al igual que el motor Stirling de combustión.

3 | Equipo Stirling solar

3.1. Fundamento teórico

3.1.1. Contexto tecnológico

Las centrales solares de concentración (CSP) consisten en el empleo de la radiación solar sobre la superficie terrestre para el calentamiento de un fluido, que posteriormente se hará pasar por una etapa de turbina.

Cabe resaltar la relevancia de la radiación solar, pues posee una elevada calidad termodinámica al ser el resultado de procesos que tienen lugar en la superficie del Sol a una temperatura equivalente de cuerpo negro visto desde la Tierra a 5777 K. La radiación solar en su trayectoria hacia la Tierra interacciona con la atmósfera, sufriendo un proceso de absorción y otro de difusión como se muestra en la fig. 3.1.

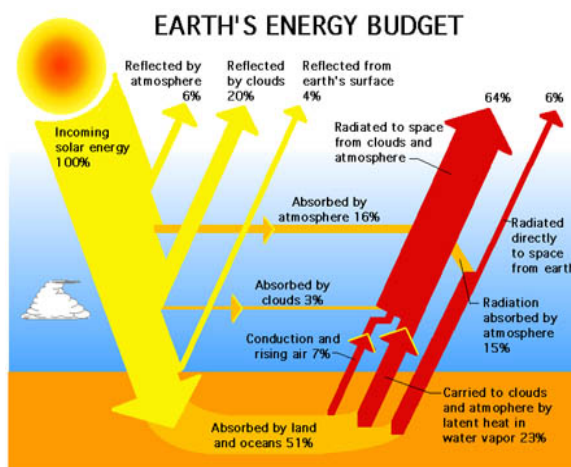


FIGURA 3.1: Balance energético de la radiación solar que llega a la Tierra. Se representan los flujos incidentes, absorbidos y reflejados [NASA, 2004].

A nivel del suelo, la cantidad de energía decrece hasta alrededor de $1120\text{-}1000\text{ W/m}^2$ y consta de un 44% de luz visible, un 3% de luz ultravioleta y el resto, de radiación infrarroja. Un aspecto importante de la radiación es que hay dos tipos: directa y difusa. Solamente la directa puede ser concentrada mediante colectores de las plantas termosolares. En la fig. 3.2 se muestra la distribución de la irradiación solar directa incidente (*Direct Normal Irradiance, DNI*) en la superficie terrestre. Se trata de un parámetro fundamental a la hora de diseñar plantas termosolares.

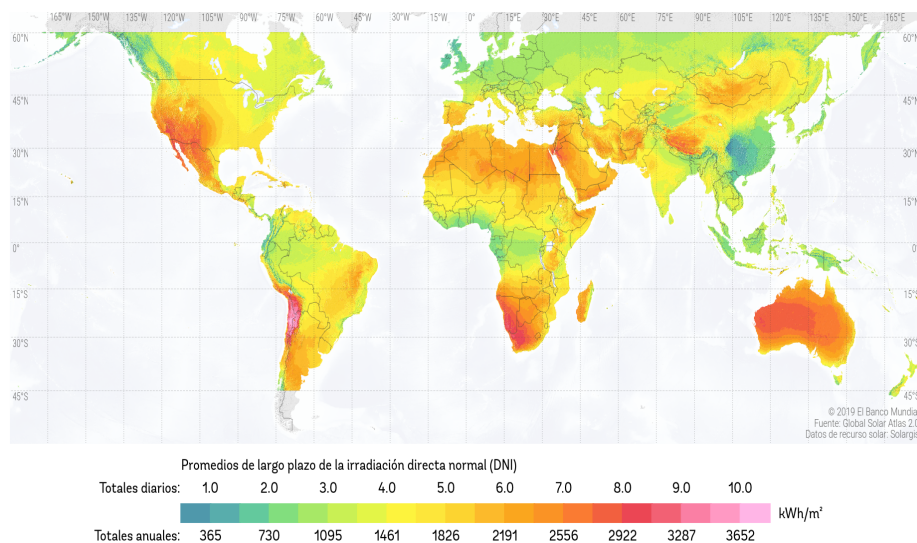


FIGURA 3.2: Mapa mundial de la distribución de la irradiación solar directa (DNI) [Solargis, 2017].

La producción de electricidad mediante centrales termosolares requieren de diseños de sistemas de concentración que representan, a gran tamaño, geometrías que se aproximan a la del concentrador parabólico ideal, con el fin de lograr mayores densidades de flujo y con ello, temperaturas más elevadas. Habitualmente se usan concentradores solares por reflexión para alcanzar las temperaturas requeridas en los ciclos termodinámicos. Hasta la fecha se han desarrollado cuatro tipos diferentes de tecnologías de CSP (ver fig. 3.3) en las plantas termosolares dependiendo del sistema de captación y concentración solar:

- **Concentradores cilindro-parabólicos:** se caracterizan por presentar un foco lineal con seguimiento en un solo eje. Se trata de la tecnología más extendida.
- **Sistemas de torre o de receptor central:** consisten en un campo de heliostatos que siguen la posición del Sol en todo momento (mediante elevación y acimut). De esta manera, orientan el rayo reflejado hacia el foco colocado en la parte superior de una torre. Este tipo de plantas representa un porcentaje significativo de las futuras instalaciones.
- **Discos parabólicos:** en este caso se trata de pequeñas unidades independientes (que se suelen agrupar en granjas) con reflector parabólico habitualmente conectado a un motor Stir-

ling, que precisamente se coloca en el foco. Este tipo de tecnología está empezando a entrar en fase comercial.

- **Reflectores Fresnel de foco lineal:** consisten en un conjunto de espejos planos y un receptor lineal, el cual se coloca en la línea focal. Los primeros sistemas de este tipo fueron utilizados en aplicaciones de generación de potencia en la década de los noventa por parte de la compañía Solarmundo (Bélgica).

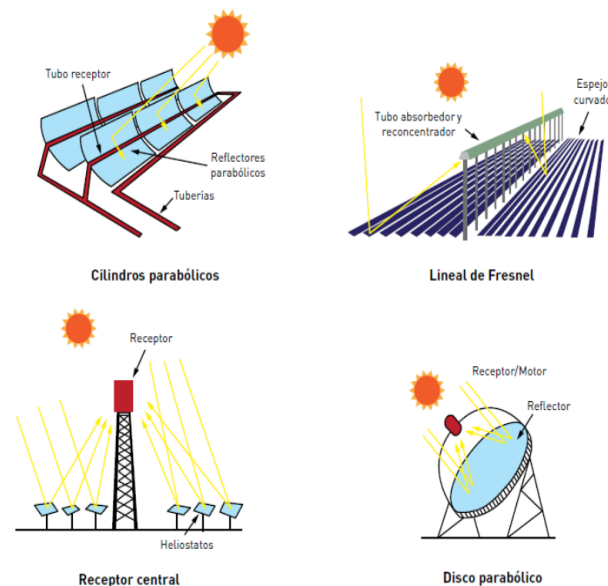


FIGURA 3.3: Configuraciones de los sistemas de concentración solar por reflexión utilizados en centrales eléctricas termosolares [Amor Gutiérrez, 2018].

3.1.2. Sistemas de disco parabólico con motor Stirling

Esta tecnología consiste en un reflector parabólico en forma de disco que concentra los rayos solares en un receptor situado en el punto focal de un disco (donde se sitúa un motor Stirling). La radiación concentrada en un punto se absorbe en el receptor para calentar un fluido o un gas (como el aire) a unos 750 °C. Este gas caliente se utiliza para generar electricidad en un motor Stirling o incluso en una micro-turbina.

Los sistemas discos-Stirling han demostrado la mayor eficiencia de conversión de radiación solar en energía eléctrica, con valores máximos del 25% y hasta un 30% de promedio diario en unidades de 7 a 25 kW. Debido a la curvatura parabólica del concentrador y a la baja relación distancia focal/diámetro ($f/D = 0,6$), se pueden lograr altas relaciones de concentración (incluso por encima de 3000) y consecuentemente, se alcanzan temperaturas muy altas de operación (entre 650 y 800 °C), dando lugar a eficiencias en el motor Stirling del orden del 30-40% [Romero Álvarez, 2001].

Se utilizan habitualmente dos métodos para la transferencia de la radiación solar al gas de trabajo. En el primero, se ilumina directamente un panel de tubos por el interior de los cuales circula el gas que suele ser helio, hidrógeno o aire. En el segundo método, se utiliza el concepto de tubo de calor o *heat pipe*, donde se vaporiza un metal líquido (normalmente sodio) que posteriormente se condensa en la superficie de los tubos, sobre los cuales circula el gas de trabajo y vuelve a fluir de nuevo al absorbedor.

Como trayectoria comercial de este tipo de tecnología solar se puede decir que comenzó en Enero de 2010, cuando *Stirling Energy Systems* y *Tessera Solar* llevaron a cabo la primera planta basada en la tecnología Stirling, *Maricopa Solar* (Arizona) de 1,5 MW, demostrando su funcionamiento (fig. 3.4). Posteriormente, en 2011, *Tessera Solar* vendió sus dos principales proyectos, el proyecto Imperial con 709 MW y el proyecto Calico con 850 MW a AES Solar y K.Road, respectivamente. En 2015 *Rispasso Energy*, una empresa de Suecia, llevó a cabo un proyecto de discos Stirling en el desierto de Kalahari en Sudáfrica, proporcionando una eficiencia energética del 34% [Coco Enríquez, 2017].



FIGURA 3.4: Disco parabólico con motor Stirling, proyecto Maricopa, Arizona [Stirling Energy Systems, 2009].

Para comprender mejor estos fenómenos, se presenta en el siguiente apartado un equipo experimental de una parábola solar con un motor Stirling (el modelo *Ventus* de la sección de ciencia experimental). Consiste en un motor Stirling, un anillo negro absorbente, un volante de diámetro $d = 70$ mm, un espejo parabólico de diámetro $d = 470$ mm y un trípode. Mediante el funcionamiento del equipo motor/generador Stirling se pone de manifiesto la transformación de energía térmica en energía mecánica y posteriormente, en energía eléctrica. Esta última conversión se refleja mediante un bombilla que se ilumina cuando el equipo funciona modo generador.

El motor Stirling puede operar en tres modos distintos: como motor térmico, como bomba de calor y como máquina frigorífica. El motor-generador integrado cuenta con un interruptor que permite seleccionar una lámpara (modo generador) o las cargas externas (modo motor), o alimentando con energía eléctrica para operar como bomba de calor o como máquina frigorífica, de acuerdo con la dirección de la rotación del motor Stirling.

Respecto al material, tanto el cilindro de desplazamiento como el pistón de desplazamiento están hechos de un vidrio resistente al calor, mientras que el volante grande es de un material acrílico.

3.2. Puesta a punto del equipo

Para el desarrollo de la práctica del motor Stirling solar se dispone del siguiente material (ver fig. 3.5):

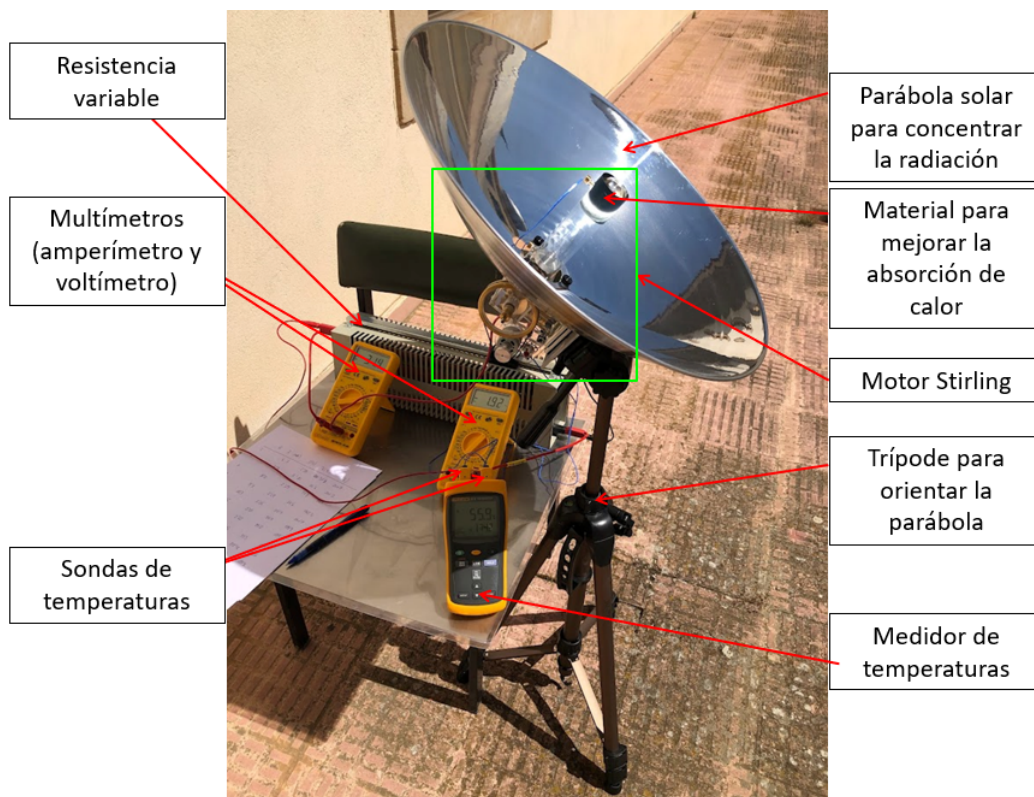


FIGURA 3.5: Material completo del equipo experimental del motor Stirling solar.

- Motor Stirling.
- Parábola solar.
- Medidor de temperaturas.
- Trípode para orientar la parábola.
- Material negro para mejorar la absorción de radiación.
- Sensores de temperatura.

- Resistencia variable 330 Ω .
- Dos multímetros.
- Cables de conexión.

El motor Stirling acoplado a la parábola (cuadrado verde de la fig. 3.5) se detalla en la fig. 3.6. En la fig. 3.6 (dcha.) se muestra la parábola solar (se orienta mediante el trípode) que tiene como objetivo concentrar los rayos de sol en el foco caliente, donde se localiza un material negro que ayuda a absorber el calor y aumentar la temperatura de dicho foco. Al final del émbolo de desplazamiento, se encuentra el foco frío. Ambos focos tienen una sonda de temperatura. En la fig. 3.6 (izda.) se observa la parte trasera de la parábola, donde se localiza el émbolo de trabajo junto con la correa y el interruptor.

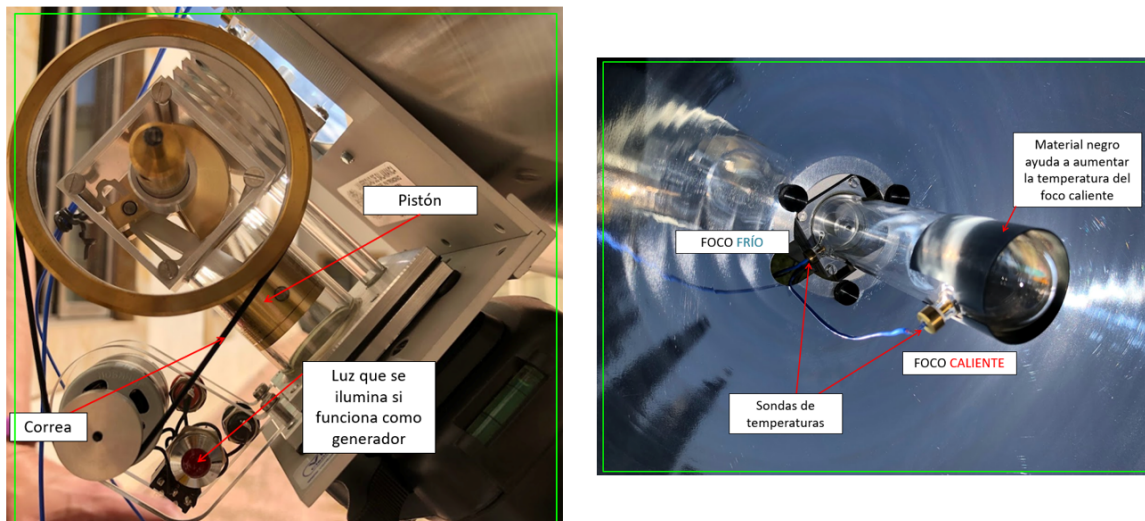


FIGURA 3.6: Detalle del motor Stirling del equipo solar. A la izquierda se muestra la parte trasera del motor: pistón en el émbolo de trabajo, correa y led. A la derecha se muestra la parte delantera del motor: pistón en el émbolo de desplazamiento, material negro, parábola y sondas de temperatura.

De manera análoga al módulo motor/generador del equipo Stirling de combustión, el motor del equipo solar presenta un interruptor que permite seleccionar entre funcionamiento como motor o como generador (fig. 3.7).

- En la posición cero del interruptor, el generador no tiene acoplada ninguna carga.
- En el modo motor, se aplica una tensión continua a los conectores hembra de entrada. En paralelo, existen dos conectores hembra de salida a los cuales se puede conectar una resistencia variable. Con este funcionamiento la luz está apagada (fig. 3.7 del centro).

- En el modo generador se enciende la luz (fig. 3.7 de la derecha) cuando el motor está funcionando.

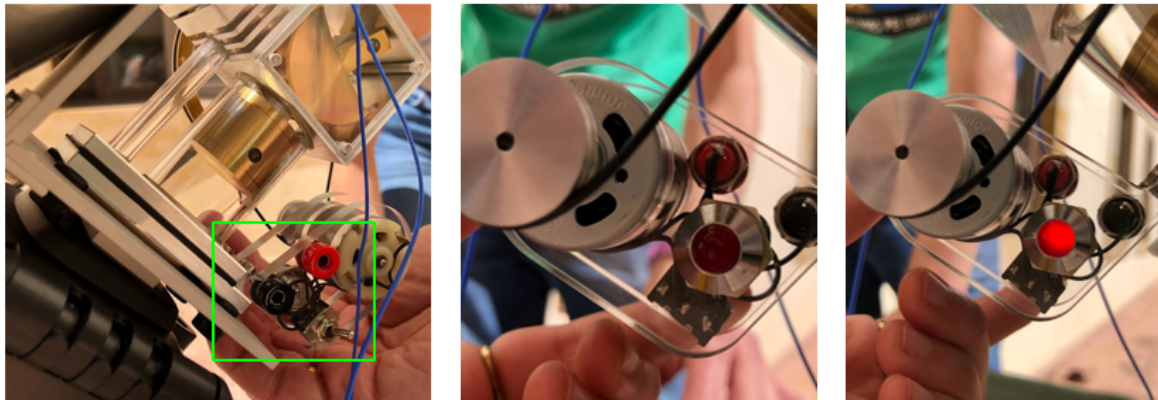


FIGURA 3.7: Distintas formas de funcionamiento del módulo del motor Stirling del equipo solar: la figura de la izquierda muestra el interruptor, la figura central muestra el funcionamiento como motor (luz apagada) y la figura de la derecha muestra el funcionamiento como generador (luz encendida).

3.2.1. Potencia eléctrica efectiva

En esta sección se calculará la potencia efectiva eléctrica del motor Stirling del equipo solar. Para ello, el material que se requiere es el que se muestra en la fig. 3.5. El módulo motor/generador se emplea en el modo motor, pues no interesa en esta parte su papel como generador (esto se utiliza para encender la luz). Por tanto, se utilizan los conectores, los cuales se localizan junto al interruptor, para conectarlo en serie con la resistencia variable. También se conecta en serie el amperímetro y por último, se conecta en paralelo el voltímetro (mismo circuito que la fig. 2.15). En este caso, ambos multímetros se configuran para corriente continua. Respecto a la correa, esta se coloca alrededor del volante y se procede a tomar las medidas: se varía la resistencia y se miden los valores de intensidad, I ; diferencia de potencial, ϑ (cada magnitud con su correspondiente multímetro) y las temperaturas, T_1 y T_2 (con el medidor de temperaturas). Por tanto, se puede calcular la potencia eléctrica, P_e , como:

$$P_e = \vartheta I \quad (3.1)$$

3.3. Medidas y resultados experimentales

Los valores de la corriente eléctrica, I , y del voltaje, ϑ , debidos a la resistencia variable, se miden mediante los multímetros; mientras que las medidas de las temperaturas T_1 y T_2 se obtienen del medidor de temperaturas. A partir de la intensidad y del voltaje se calcula la potencia eléctrica:

$$P_e = \vartheta I \quad (3.2)$$

Los valores de la intensidad, I ; voltaje, ϑ ; temperaturas, T_1 y T_2 y potencia eléctrica P_e se recogen en la tabla 3.1.

TABLA 3.1: Medidas para el proceso de cálculo de la potencia: temperaturas T_1 y T_2 ; intensidad de corriente, I ; voltaje, ϑ y potencia eléctrica, P_e .

T_1 (°C)	T_2 (°C)	I (mA)	ϑ (V)	R (Ω)	P_e (mW)
53,20	175,40	6,60	2,23	337,88	14,72
54,00	175,00	7,20	2,25	312,50	16,20
54,90	176,00	7,90	2,24	283,54	17,70
56,40	179,80	8,90	2,26	253,93	20,11
56,20	177,60	10,10	2,22	219,80	22,42
55,90	173,20	11,70	2,19	187,18	25,62
56,30	169,40	13,80	2,16	156,52	29,81
56,80	171,80	16,90	2,11	124,85	35,66
57,20	171,00	22,00	2,16	98,18	47,52
57,00	169,00	32,00	1,93	60,31	61,76

Se aprecia un comportamiento lineal entre la potencia eléctrica y la intensidad. Asimismo, la potencia va aumentando según va disminuyendo la resistencia (ver fig. 3.8). Esto se puede interpretar de manera que, como los valores del voltaje son prácticamente constantes, entonces en estas condiciones la expresión $P = V^2/R$ toma la forma de $P = cte/R$ y, por tanto, a mayor resistencia, menos potencia. Por otro lado, cuanto menor resistencia, mayor intensidad de corriente y consecuentemente, más potencia tiene que entregar el motor.

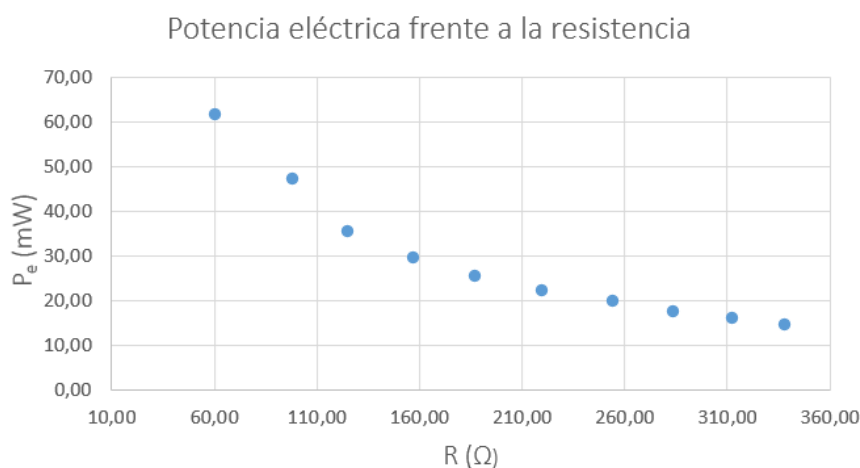


FIGURA 3.8: Potencia eléctrica, P_e , frente a la resistencia, R , en el motor Stirling solar.

Conclusiones

El objetivo principal del presente Trabajo de Fin de Grado ha sido poner en funcionamiento y realizar unas medidas iniciales de dos equipos experimentales de motores Stirling: un motor Stirling de combustión y otro motor Stirling montado en una parábola solar de concentración. El fin último de la puesta en marcha de dichos equipos ha consistido en la creación de un protocolo de operación y un manual de uso, así como la elaboración de los guiones de las prácticas para los dos equipos.

Equipo de combustión del motor Stirling

Respecto a la práctica experimental del motor Stirling de combustión se han realizado tres experiencias: calibración del sensor de presión; cálculo del trabajo y de la potencia a partir visualización del ciclo PV y cálculo de la potencia eléctrica.

1. Calibración del sensor de presión.

Es fundamental realizar este primer paso previamente para poder evaluar posteriormente el diagrama PV cuantitativamente. Se han tomado medidas (tanto para una fase de compresión como de expansión) de volumen, V , y voltaje, ϑ , a partir de las cuales se han obtenido diferentes valores de presión, p (todos estos valores están recogidos en la tabla 2.1). A partir de estos valores, se han representado el voltaje, ϑ , frente a la presión, p tanto para los datos de la compresión como para los datos de la expansión (fig. 2.16 y fig. 2.17). Se puede apreciar en ellas un comportamiento lineal entre ambas magnitudes, como corresponde a la curva característica del sensor de presión. Una manera de comprobar el comportamiento lineal es mediante el coeficiente de regresión, pues cuanto más cercano a la unidad sea, mayor comportamiento lineal. En las gráficas resultantes se obtienen $R^2 = 0,9962$ para la compresión, y $R^2 = 0,9968$ para la expansión (tabla 2.2). El comportamiento lineal entre

ambas magnitudes se debe a que el voltaje se mide en el osciloscopio mediante la sonda de presión del medidor pVnT, por tanto, la presión existente y el voltaje han de ser proporcionales.

2. Cálculo de la potencia del motor a partir del diagrama PV.

Tras llevar a cabo la calibración, se ha puesto a funcionar el motor con el fin de visualizar su ciclo PV en el osciloscopio. Este ciclo real presenta notables diferencias respecto al ideal y toma una forma elipsoidal. A partir del resultado de la calibración del sensor de la presión, de los datos del fabricante y del área del ciclo calculada en el programa *Inkscape*, se ha obtenido un trabajo neto del ciclo de $W = 0,159 \text{ J}$ y una potencia de $P = 1,32 \text{ W}$. Se trata de un resultado realista si se compara con el valor proporcionado en la ficha técnica del motor.

3. Potencia eléctrica efectiva.

La última sección correspondiente al motor Stirling de combustión tenía como finalidad calcular la potencia eléctrica efectiva. Para ello, se ha llevado a cabo el montaje del circuito de la fig. 2.15 y se han tomado medidas de las revoluciones por minuto, rpm ; temperaturas, T_1 y T_2 , voltaje, ϑ , e intensidad, I , según se ha ido variando la resistencia, R . Por tanto, la potencia eléctrica se ha calculado mediante el producto del voltaje y de la intensidad. Todos estos datos se recogen en la tabla 2.3 para el caso de la carga del motor correspondiente al radio grande y en la tabla 2.4 para el radio pequeño. A partir de estos valores, se han representado, para los dos casos, la potencia eléctrica, P_e , frente a las revoluciones por minuto, rpm (fig. 2.20 y fig. 2.21). Se aprecian en ambas una forma de parábola invertida. Esto significa que ambas curvas presentan valores máximos y por tanto, la potencia se minimiza en los extremos de las revoluciones por minuto. Por tanto, estos valores máximos dan lugar a valores óptimos de la velocidad angular. Para el caso de radio grande se obtiene que la potencia eléctrica máxima es $P_e = 396,29 \text{ mW}$ para 650 rpm; mientras que en el caso de radio pequeño la máxima potencia eléctrica es $P_e = 313,22 \text{ mW}$ para 370 rpm.

Equipo solar del motor Stirling

Respecto a la práctica experimental del motor Stirling solar se ha calculado la potencia eléctrica. Para ello, se ha montado el circuito de la fig. 2.15 y se han tomado las medidas de las temperaturas, T_1 y T_2 , voltaje, ϑ , e intensidad, I , según se ha ido variando la resistencia, R . A partir de la intensidad y del voltaje se calcula la potencia eléctrica. Todos estos valores se recogen en la tabla 3.1 y se puede observar que la potencia eléctrica aumenta a medida que la intensidad también lo hace, mientras que la resistencia va disminuyendo.

A partir de todas estas experiencias, se ha creado un protocolo de operación y unos guiones de prácticas que se han aunado en el anexo A. En la sección A.1 se ha recogido el guión de prácticas relacionadas con el motor Stirling de combustión y en la sección A.2 se ha recogido el guión de prácticas relacionadas con el motor Stirling solar. Ambos guiones presentan la siguiente estructura: objetivos, material, fundamento teórico, método experimental y resultados, con el fin de que los futuros alumnos sean capaces de reproducir estas prácticas siguiendo estos guiones, comprendiendo tanto el fundamento teórico que subyace como el método experimental y los resultados que se esperan obtener.

Con la idea de implementar y ejecutar dichas prácticas experimentales en alguna asignatura del Grado de Física actual, lo más idóneo sería que los alumnos del curso de cuarto de la optativa de Física de Convertidores Energéticos pudieran reproducir estos experimentos con el fin de visualizar de manera práctica el ciclo termodinámico aplicado a un motor Stirling, cuya finalidad última reside en obtener energía eléctrica. Actualmente, dicha asignatura no tiene ninguna hora dedicada al laboratorio, y podría ser muy productivo que la teoría se pudiera complementar con estas prácticas experimentales. Asimismo, ciertas partes de las experiencias se podrían incluir como una práctica adicional en el Laboratorio de Termodinámica del segundo curso.

Trabajos a futuro

Como trabajos futuros posibles a realizar siguiendo los resultados del presente trabajo destacarían:

- a) Obtención de las revoluciones por minuto, rpm , en la práctica del motor Stirling solar con el fin de representar la potencia eléctrica, P_e , frente a dichas revoluciones por minuto, rpm . De esta forma, se podrían comparar las gráficas resultantes con las representaciones obtenidas en el motor Stirling de combustión, que presentaban una forma de parábola invertida como ya se ha descrito. Este apartado se podría llevar a cabo mediante un dispositivo que se pudiera acoplar al motor Stirling capaz de cuantificar las vueltas que realiza el motor.
- b) Cálculo del rendimiento térmico del motor Stirling de combustión. Para ello sería necesario, además del trabajo neto calculado en el presente trabajo, el calor consumido. En el equipo experimental disponible se corresponde con la cantidad de alcohol para quemar (es el combustible de nuestro motor) que se consume. Se necesitaría conocer el volumen de alcohol consumido en un tiempo determinado y el poder calorífico del mismo. Asimismo, en este cálculo, para lograr resultados realistas, se deberían modelizar las irreversibilidades más importantes, tales como la pérdida en la transferencia

de calor desde la llama al foco caliente del motor.

Conclusions

The main objective of this Final Degree Project has been to put into operation and make some initial measurements of two experimental types of Stirling engines: a Stirling combustion engine and a Stirling solar engine which is mounted on a concentrating solar parabola. The ultimate goal of setting up these teams has been to create a protocol of operation and a user manual, as well as the elaboration of the scripts of the practices for the two teams.

Stirling combustion engine set

Regarding the experimental practice of the Stirling combustion engine, three experiences have carried out: pressure sensor calibration; calculation of work and power from PV diagram cycle and calculation of electrical power.

1. Pressure sensor calibration.

It is essential to carry out this first step beforehand in order to be able to evaluate quantitatively the PV diagram later. Measures have been taken (both for a compression phase and expansion) of volume, V , and voltage, ϑ , from which have been obtained different pressure values, p (all these values are collected in table 2.1). Using these values, the voltage, ϑ , has been plotted vs the pressure, p for both the compression as for expansion data (fig. 2.16 and fig. 2.17). It can be appreciated a linear behavior between both magnitudes, as corresponds to the characteristic curve of the pressure sensor. A way to check the behavior linear is through the regression coefficient, since the closer it is to unity, more linear behavior. In the resulting graphs, $R^2 = 0.9962$ is obtained for the compression, and $R^2 = 0.9968$ for expansion (table 2.2). The linear behavior between both magnitudes is due to the fact that the voltage is measured in the oscilloscope with the pressure probe of the pVnT meter, therefore, the existing pressure and the voltage must be proportional.

2. Calculation of the engine power from the PV diagram.

After carrying out the calibration, the engine has been started in order to visualize its PV cycle on the oscilloscope. This real cycle presents notable differences from the ideal one and takes an ellipsoidal shape. Starting with the pressure sensor calibration result, from the manufacturer's data and the calculated cycle area in the Inkscape program, it has been obtained a net cycle work of $W = 0,159 \text{ J}$ and a power of $P = 1,32 \text{ W}$. It is a realistic result when it is compared with the value provided in the technical data sheet of the engine.

3. Effective electrical power.

The last section regarding to the Stirling combustion engine was intended to calculate the effective electrical power. For this, the fig. 2.15 circuit has been assembled and measurements have been taken of the revolutions per minute, rpm ; temperatures, T_1 and T_2 , voltage, ϑ , and intensity, I , as the resistance, R , has been varied. Therefore, the electrical power has been calculated by the product of voltage and current. All these data are collected in table 2.3, for the case of the corresponding large radius engine load and in table 2.4 for the small radius. From these values, represented, for both cases, the electrical power, P_e the revolutions P_e minute, rpm (fig. 2.20 and fig. 2.21). A form of inverted parabola can be seen in both. This means that both curves have maximum values and get minimized for the extreme revolution per minute, rpm , so power decreases. Therefore, these maximum values rise optimum angular velocity data. For the case of large radius the maximum electrical power is $P_e = 396,29 \text{ mW}$ for 650 rpm; while in the case of small radius the maximum electrical power is $P_e = 313,22 \text{ mW}$ for 370 rpm.

Stirling solar engine set

Regarding the experimental practice of the solar Stirling engine, the electrical power has been calculated. For this, the circuit of fig. 2.15 and measures have been taken to the temperatures, T_1 and T_2 , voltage, ϑ , and intensity, I , as the resistance has been varied. From the electrical current and voltage, the electrical power is calculated. All these values are collected in table 3.1 it can be seen that the electrical power increases as that the intensity also does, while the resistance decreases.

From all these experiences, an operation protocol and some laboratory scripts have been unified in annex A. In section A.1 the laboratory script of the practices according to the Stirling combustion engine and section A.2 has collected do the labotaroty script related to the solar Stirling engine. Both laboratory scripts presents the following structure: objectives, material, theoretical bases, experimental method and results, so that future students are able to reproduce these practices following these scripts, understanding both of the underlying theoretical bases and the

experimental method and expected results.

With the idea of implementing and executing cited experimental practices in some subject of the current Physics Degree, the most ideal point would be for fourth-year students to study Physics of Energy Converters optional subject. In this way, they could reproduce these experiments in order to visualize in a practical way the thermodynamic cycle applied to a engine Stirling, whose ultimate purpose is to obtain electrical energy. Currently, this subject does not have any hours dedicated to the laboratory, and it could be very productive to them that the theory could be complemented with these experimental practices. Also, certain parts of the experiences could be included as an additional practice in the Laboratory of Second year thermodynamics.

Future work

As possible future works to be carried out following the results of the present work it would be remarkable:

1. Obtaining the revolutions per minute, rpm , in practice of the Stirling solar engine in order to plot the electrical power, P_e , vs cited revolutions per minute, rpm . In this way, the resulting graphs could be compared with the plotted graphs obtained in the Stirling combustion engine, which presented a form inverted parabola as already described. This section could be done using a device that could be twined to the Stirling engine capable of quantifying the revolutions made by the engine.
2. Calculation of the thermal efficiency of the Stirling combustion engine. For this it would be necessary, in addition to the net work calculated in the present work, the heat consumed. In the available experimental equipment it corresponds to the amount of alcohol for burning (it is the fuel of our engine) that is consumed. It is needed to know the volume of alcohol consumed within a given time and the calorific value. Also, in this calculation, to achieve realistic results, it should be modeled the most important irreversibilities, such as loss on heat transfer from the flame to the hot spot of the engine.

A | Guiones de prácticas del Motor Stirling

A.1. Guión de prácticas del Motor Stirling de combustión

A.1.1. Objetivos

1. Calibración del equipo (sensor de presión).
2. Determinación del trabajo realizado por el motor y la potencia mediante el ciclo PV.
3. Determinación de la potencia eléctrica.

A.1.2. Material

Para el desarrollo de la práctica del motor Stirling de combustión se dispone del siguiente material (ver fig. A.1):

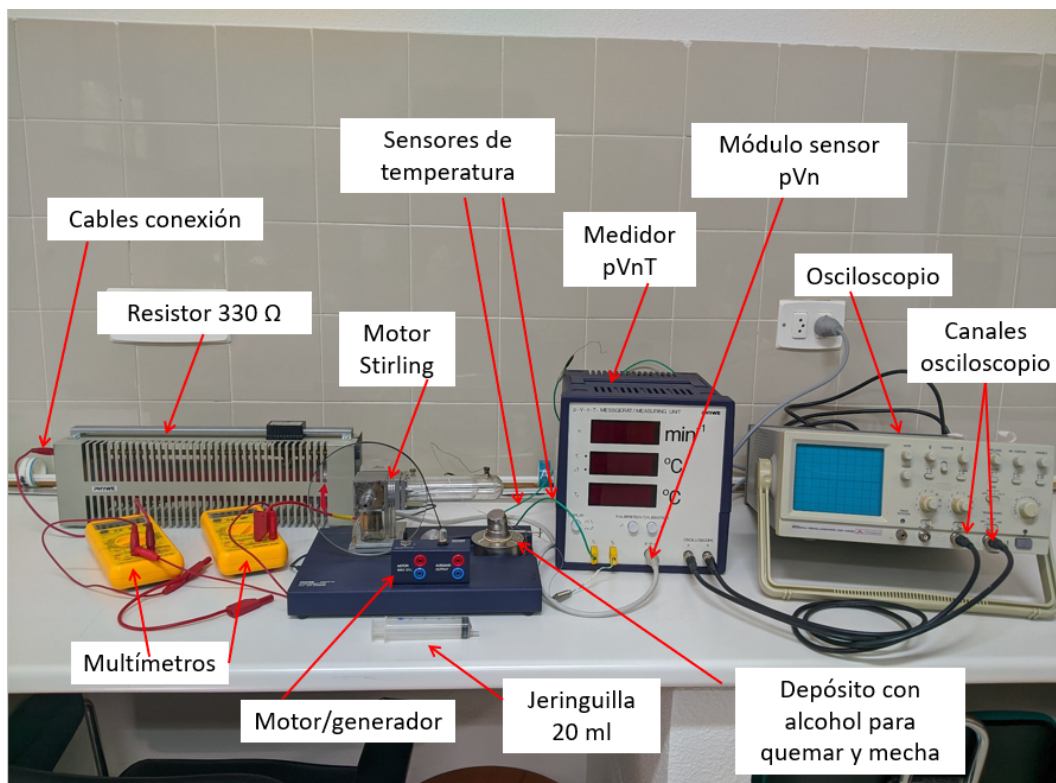


FIGURA A.1: Material completo del equipo experimental del motor Stirling de combustión.

- Motor Stirling transparente sobre una placa base azul.
- Motor/generador.
- Módulo sensor pVn.
- Aparato de medida pVnT.

- Jeringuilla 20 ml.
- Resistencia 330 Ω .
- Dos multímetros.
- Osciloscopio con dos canales.
- Alcohol para quemar.
- Mechero.
- Sensores de temperatura.
- Cables de conexión.

Respecto al módulo motor/generador, cabe señalar que posee dos poleas de cuerda de diferente tamaño (ver fig. A.2), con las cuales se puede añadir carga al motor y demostrar la influencia de la relación de cambio en la potencia y velocidad de giro del motor Stirling. Para unir el módulo motor/generador al volante se emplea una correa.

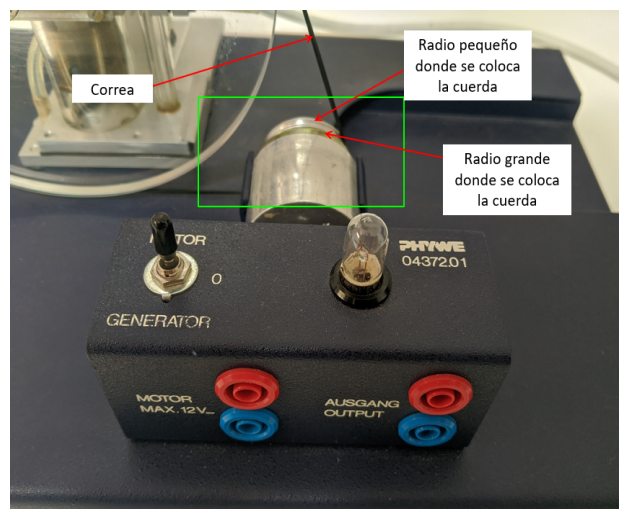


FIGURA A.2: Detalle del radio grande y radio pequeño del motor/generador para añadir carga al volante mediante una correa, en el equipo del motor Stirling de combustión.

Además, el módulo motor/generador presenta un interruptor mediante el cuál puede seleccionarse entre funcionamiento como motor o como generador (ver fig. A.3), así:

- En la posición cero del interruptor, el generador no tiene acoplada ninguna carga (fig. A.3, izquierda).

- En el modo motor, se aplica una tensión continua a los conectores hembra de entrada. En paralelo, existen dos conectores hembra de salida a los cuales se puede conectar una resistencia variable (fig. A.3, centro).
- En el modo generador se enciende la lámpara de incandescencia. Al igual que en el motor, en paralelo al portalámparas existen dos conectores hembra de salida (fig. A.3, derecha).



FIGURA A.3: *Distintas formas de funcionamiento del módulo del equipo del motor Stirling de combustión: la figura de la izquierda representa la posición cero (sin ninguna carga), la figura central representa funcionamiento modo motor y la figura de la derecha, el funcionamiento modo generador (lámpara incandescente encendida).*

Para la puesta a punto del equipo se llevarán a cabo los siguientes pasos:

1. Calibración del sensor de presión.
2. Cálculo de la energía total producida por el motor a través de la determinación del área del ciclo PV en el osciloscopio.
3. Evaluación de la potencia eléctrica de salida como función de la frecuencia de rotación.

A.1.3. Fundamento teórico

Los ciclos Ericsson y Stirling tienen un interés teórico especial, pues son ejemplos de ciclos que experimentan el mismo rendimiento térmico que el ciclo de Carnot. Sin embargo, en los últimos años se ha estudiado un motor real del tipo cilindro-pistón que opera con un ciclo regenerativo cerrado cuyo funcionamiento es similar al ciclo Stirling. Este motor real recibe el nombre de motor Stirling en honor al ingeniero que lo diseñó en 1816, Robert Stirling. En la actualidad, este motor ofrece la oportunidad de obtener una alta eficiencia sumado a la reducción de emisiones de productos de combustión. Esto último se debe a que la combustión tiene lugar externamente y no dentro del cilindro como sucede en los motores de combustión interna (ya sean de chispa o de

compresión). En el motor Stirling, la energía se transfiere al fluido de trabajo mediante el calor generado en la combustión, mientras el combustible se mantiene separado de los productos de combustión y precisamente esta es la razón por la que se denomina motor de combustión externa.

El motor Stirling se trata de un motor térmico, de aire caliente, de ciclo cerrado regenerativo de combustión externa. Dicho motor, se acciona mecánicamente y puede trabajar como bomba de calor y como máquina frigorífica, es decir, pone de manifiesto la reversibilidad de los procesos termodinámicos. Cabe destacar que el ciclo Stirling, al igual que el ciclo de Carnot y de Brayton, son ciclos reversibles cuando se tratan de ciclos ideales.

Ciclo Stirling ideal

El ciclo Stirling utiliza un regenerador en su esquema básico y se compone de dos procesos isócoros alternados con dos procesos isoterms, y se representa en la fig. A.4 su diagrama PV.

- En el proceso $1 \rightarrow 2$ el aire a temperatura constante, T_C , absorbe energía en forma de trabajo W_{12} , aumentando su presión de un valor P_1 a un valor P_2 ($P_2 > P_1$). Asimismo, se cede un calor al exterior, Q_{12} .
- En el proceso $2 \rightarrow 3$ el aire a volumen constante, $V_2=V_3=\text{cte}$, absorbe energía en forma de calor $Q_{\text{abs}} = Q_{23}$, aumentando su temperatura de un valor T_2 a un valor T_3 ($T_3 > T_2$). Como el volumen es constante, en este proceso no se realiza trabajo $W_{23} = 0$.
- En el proceso $3 \rightarrow 4$ el aire a temperatura constante, T_H , cede energía en forma de trabajo W_{34} , disminuyendo su presión desde un valor P_3 a un valor P_4 ($P_3 > P_4$). Asimismo, el gas absorbe calor del exterior, Q_{34} .
- En el proceso $4 \rightarrow 1$ el aire a volumen constante, $V_4=V_1=\text{cte}$, cede energía en forma de calor $Q_{\text{ced}} = Q_{41}$, disminuyendo su temperatura desde un valor T_4 a un valor T_1 ($T_1 < T_4$). Al tratarse de un proceso isócoro, no se realiza trabajo en este proceso $W_{41} = 0$.

Un regenerador ideal permite que el calor cedido en el proceso $4 \rightarrow 1$ sea íntegramente absorbido en el proceso $2 \rightarrow 3$. Al ser todo el calor absorbido y cedido mediante procesos isoterms su rendimiento viene dado también por:

$$\eta = 1 - \tau \quad (\text{A.1})$$

coincidiendo, por tanto, con el de los ciclos de Carnot y de Ericsson. En el siguiente desarrollo matemático se estudiará cómo llegar a esta expresión para el rendimiento.

Antes de comenzar con la solución analítica del ciclo Stirling es necesario definir varios parámetros:

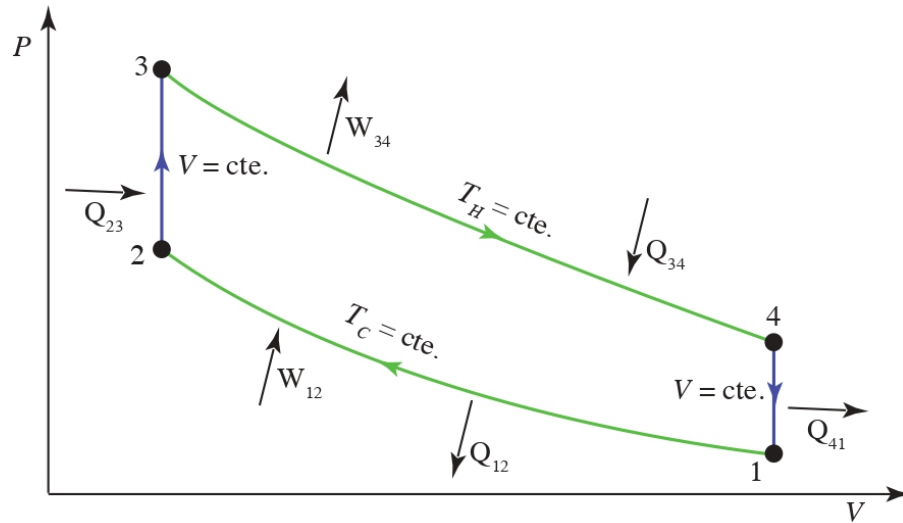


FIGURA A.4: Representación en un diagrama PV del ciclo Stirling, indicando los calores y trabajos que intervienen en cada proceso y las magnitudes constantes en cada proceso.

- Relación de compresión, que es el cociente entre el volumen máximo del ciclo, V_1 , y el volumen mínimo, V_2 :

$$r = \frac{V_1}{V_2} \quad (\text{A.2})$$

- Relación de temperaturas, que se define como la temperatura mínima entre la temperatura máxima:

$$\tau = \frac{T_C}{T_H} \quad (\text{A.3})$$

siendo T_C = temperatura fría y T_H = temperatura caliente.

- Coeficiente adiabático, que se define como $\gamma = \frac{c_p}{c_v} \Rightarrow \gamma \cdot c_v = c_p + NR \Rightarrow NR = (\gamma - 1)c_v$, donde N es el número de moles y R es la constante de los gases.

En los procesos isotermos (procesos $1 \rightarrow 2$ y $3 \rightarrow 4$), como el fluido se trata de un gas ideal se cumple que la variación de la energía interna es nula y por el Primer Principio de la Termodinámica:

$$\Delta U = 0 \Rightarrow W = -Q \quad (\text{A.4})$$

En el proceso $1 \rightarrow 2$, se realiza un trabajo sobre el gas:

$$W_{12} = -Q_{12} = -NRT_C \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -(\gamma - 1)c_v T_C \cdot \ln\left(\frac{1}{r}\right) \Rightarrow \quad (\text{A.5})$$

$$W_{12} = (\gamma - 1)c_v T_C \frac{T_H}{T_H} \cdot \ln(r) = (\gamma - 1)c_v T_H \tau \cdot \ln(r) \Rightarrow \quad (\text{A.6})$$

El trabajo se realiza sobre el gas, luego será positivo, mientras que el calor se cede al exterior y será negativo:

$$W_{12} = c_V T_H (\gamma - 1) \tau \cdot \ln(r) > 0 \implies Q_{12} < 0 \quad (\text{A.7})$$

En el proceso 3 \rightarrow 4, el gas realiza un trabajo:

$$W_{34} = -Q_{34} = -NRT_H \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = -NRT_H \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \quad (\text{A.8})$$

Como el trabajo lo realiza el gas será negativo, mientras que el calor se absorbe del exterior y será positivo:

$$W_{34} = -(\gamma - 1)c_V T_H \cdot \ln(r) < 0 \implies Q_{34} > 0 \quad (\text{A.9})$$

En los procesos isócoros (procesos 2 \rightarrow 3 y 4 \rightarrow 1) el volumen es constante y consecuentemente el trabajo es nulo $W = 0$.

En el proceso 2 \rightarrow 3, el calor absorbido del exterior será:

$$Q_{23} = c_V (T_H - T_C) = c_V T_H \left(1 - \frac{T_C}{T_H}\right) \implies Q_{23} = c_V T_H (1 - \tau) > 0 \quad (\text{A.10})$$

Como es un proceso isócoro, el trabajo será nulo:

$$W_{23} = 0 \quad (\text{A.11})$$

En el proceso 4 \rightarrow 1, el calor cedido al exterior será:

$$Q_{41} = c_V (T_C - T_H) = c_V T_H \left(\frac{T_C}{T_H} - 1\right) \implies Q_{41} = c_V T_H (\tau - 1) < 0 \quad (\text{A.12})$$

El trabajo en este proceso también es nulo:

$$W_{41} = 0 \quad (\text{A.13})$$

A continuación se determinarán tanto el calor como el trabajo total que intervienen en el proceso (fig. 2.1) y finalmente el rendimiento.

1. Calor absorbido, Q_{abs} .

Como se ha expuesto, se absorbe calor en los procesos 2 \rightarrow 3 y 3 \rightarrow 4, luego el calor absorbido total será la suma de la ec. (A.10) y de la ec. (A.9):

$$|Q_{abs}| = Q_{23} + Q_{34} \implies \begin{cases} Q_{23} = c_V T_H (1 - \tau) \\ Q_{34} = (\gamma - 1)c_V T_H \cdot \ln(r) \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

$$|Q_{\text{abs}}| = Q_{23} + Q_{34} = c_V T_H [(1 - \tau) + (\gamma - 1) \cdot \ln(r)] \implies \quad (\text{A.15})$$

$$|Q_{\text{abs}}| = c_V T_H [(\gamma - 1) \cdot \ln(r) + 1 - \tau] \quad (\text{A.16})$$

2. Calor cedido, Q_{ced} .

Se cede calor en los procesos $1 \rightarrow 2$ y $4 \rightarrow 1$, luego el calor cedido total será la suma de la ec. (A.7) y de la ec. (A.12):

$$|Q_{\text{ced}}| = (-Q_{12}) + (-Q_{41}) \Rightarrow \begin{cases} -Q_{12} = c_V T_H (\gamma - 1) \tau \cdot \ln(r) \\ -Q_{41} = -c_V T_H (\tau - 1) < 0 \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

$$|Q_{\text{ced}}| = (-Q_{12}) + (-Q_{41}) = c_V T_H [(\gamma - 1) \tau \cdot \ln(r) - (\tau - 1)] \implies \quad (\text{A.18})$$

$$|Q_{\text{ced}}| = c_V T_H [(\gamma - 1) \tau \ln(r) + 1 - \tau] \quad (\text{A.19})$$

3. Trabajo en el proceso, W .

Como en los procesos isócoros el trabajo es nulo, el trabajo total será la suma de los trabajos de los procesos $1 \rightarrow 2$ y $3 \rightarrow 4$ (ec. (A.7) y ec. (A.9)):

$$|W| = -W = -W_{12} - W_{34} \Rightarrow \begin{cases} -W_{12} = -c \cdot T_H (\gamma - 1) \tau \ln(r) \\ -W_{34} = (\gamma - 1) c_V T_H \ln(r) \end{cases} \quad (\text{A.20})$$

$$|W| = -c_V T_H (\gamma - 1) \tau \ln(r) + (\gamma - 1) c_V T_H \ln(r) \implies \quad (\text{A.21})$$

$$|W| = c_V T_H (\gamma - 1) \ln(r) [1 - \tau] \quad (\text{A.22})$$

Por otro lado, el trabajo en el ciclo cumple:

$$|W| = |Q_{\text{abs}}| - |Q_{\text{ced}}| \quad (\text{A.23})$$

4. Rendimiento del ciclo, η .

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_{\text{abs}}|} = \frac{c_V T_H (\gamma - 1) \ln(r) [1 - \tau]}{c_V T_H [(\gamma - 1) \ln(r) + 1 - \tau]} = \frac{(\gamma - 1) \ln(r) (1 - \tau)}{(\gamma - 1) \ln(r) + 1 - \tau} \quad (\text{A.24})$$

Para llegar a la expresión del rendimiento, ec. (A.1), la relación entre volúmenes, r , debe tender a infinito $r \rightarrow \infty$:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \eta = \frac{\infty}{\infty} \text{ Indeterminación}$$

Aplicando el teorema de L'Hôpital para resolver la indeterminación:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \eta = \frac{(1 - \tau)(\gamma - 1)(1/r)}{0 + (\gamma - 1)(1/r)} = \frac{(1 - \tau)(\gamma - 1)(1/r)}{(\gamma - 1)(1/r)} = 1 - \tau$$

Es decir:

$$\boxed{\eta = 1 - \tau = \eta_c} \tag{A.25}$$

Por tanto, el ciclo Stirling presenta el mismo rendimiento que el ciclo de Carnot y el ciclo Ericsson.

En la fig. A.5 (realizada con el programa Mathematica®) se muestra la representación gráfica del rendimiento de ciclo Stirling en función de la relación de presiones para los parámetros: $\gamma = 1,4$ y $\tau = 0,4$. Se puede observar que a medida que aumenta la relación entre volúmenes, r , lo hace también el rendimiento, presentando un comportamiento asintótico en torno a 0,4, que sería su valor máximo.

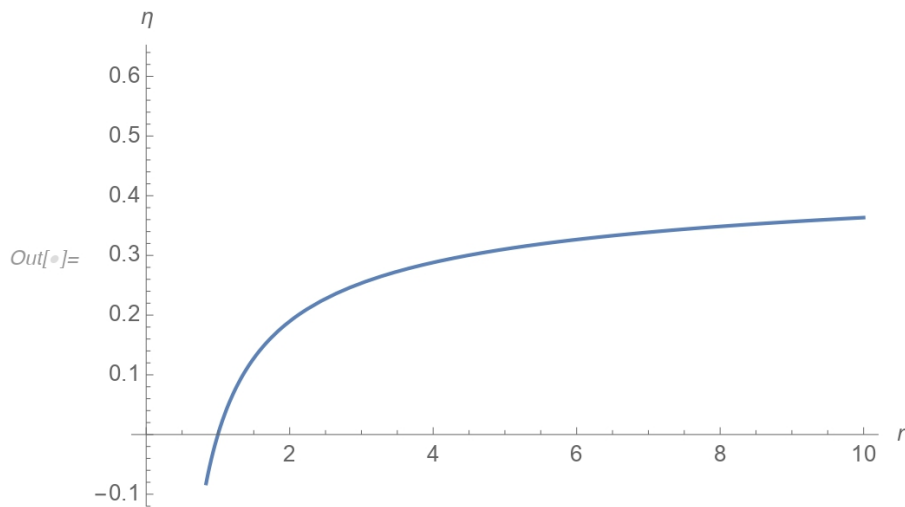


FIGURA A.5: Representación del rendimiento, η , frente a la relación entre volúmenes del ciclo Stirling, r . Para valores de los parámetros: $\gamma = 1,4$ y $\tau = 0,4$ [Wolfram Mathematica, 2022].

Se compone de dos procesos isotermos ($3 \rightarrow 4$ y $1 \rightarrow 2$) alternados con dos procesos isócoros ($2 \rightarrow 3$ y $4 \rightarrow 1$), como se muestra en el diagrama PV . Un regenerador ideal permite que el calor cedido en el proceso $4 \rightarrow 1$ sea íntegramente absorbido en el proceso $2 \rightarrow 3$. La idea clave del motor Stirling reside en que cada proceso del diagrama PV se asocia con un movimiento del pistón del motor que funciona siguiendo este ciclo termodinámico, como muestra el esquema de la fig. A.6:

- Proceso 2 → 3: el aire a volumen constante absorbe calor de la fuente externa Q_{23} . Por lo que aumenta la temperatura del fluido de trabajo de T_C a T_H .
- Proceso 3 → 4: como consecuencia el aire se expande (a $T_H = \text{cte.}$), moviendo el “émbolo de desplazamiento” lateralmente, de modo que gira el volante y el cigüeñal, con lo que asciende el “émbolo de Trabajo” hacia arriba. Permitiendo al aire que se desplace al recinto inferior.
- Proceso 4 → 1: el aire, que se halla ahora en la cámara inferior, se enfría en contacto con el ambiente, es decir cede calor Q_{41} a volumen constante; y lógicamente, desciende su temperatura de T_H a T_C .
- Proceso 1 → 2: debido a ello el aire se contrae, (a $T_C = \text{cte.}$), baja el “émbolo de Trabajo”, lo que obliga al aire a ascender al recinto superior, donde en contacto con la fuente externa de calor, se repite el ciclo de nuevo.

Como se ha expuesto previamente, cada proceso del diagrama PV se asocia con un movimiento del pistón, de manera que el motor funciona siguiendo este ciclo termodinámico, por lo que se conoce como motor Stirling (fig. A.6). Asimismo, en la fig. A.6 se muestran los émbolos de trabajo (el que se sitúa en vertical) y de desplazamiento (el que se sitúa en horizontal) formando un ángulo recto. El émbolo de trabajo va encajado con precisión en el tubo vertical, mientras que el émbolo de desplazamiento se encarga al mismo tiempo de la función de regenerador imprescindible para el funcionamiento de un motor Stirling: enfría el gas caliente que circula, almacena su energía y la transfiere de nuevo al gas frío de retorno.

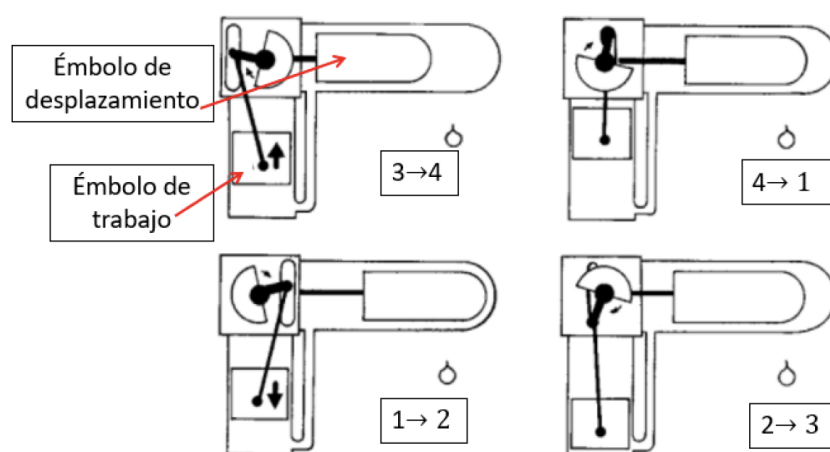


FIGURA A.6: Motor Stirling: movimiento de un pistón asociado a cada etapa del ciclo Stirling PV [Wood, 1982].

Ciclo Stirling real

El ciclo ideal Stirling que se ha descrito en el apartado anterior implica importantes idealizaciones:

1. Se considera una transferencia de calor al fluido perfecta, sin fricción, desde un foco infinito a temperatura caliente, T_H , y una transferencia de calor desde el fluido a un foco infinito a temperatura fría, T_C .
2. Además, se toma una eficiencia del 100% del regenerador, es decir, el calor cedido en el proceso $4 \rightarrow 1$ es íntegramente absorbido en el proceso $2 \rightarrow 3$. Este concepto se define como regenerador ideal, y es aquel en el que el fluido caliente transfiere todo el calor posible al fluido que pretende calentar. Esto solamente se logra si el área de intercambio y el tiempo de contacto son infinitamente grandes.
3. Por último, se considera un movimiento discontinuo de dos pistones de manera que uno permanece estacionario mientras el otro se mueve, excepto en los procesos $2 \rightarrow 3$ y $4 \rightarrow 1$, en los cuales ambos pistones se mueven simultáneamente para mantener constante el volumen.

A continuación, se presenta un caso real de un motor Stirling (*Phywe systeme GMBH*) cuya fuente de calor procede de una combustión (también podría proceder de radiación solar se estudiará en el apartado 3) de alcohol para quemar (fig. A.7). Una versión similar llevada al terreno práctico fue desarrollada por *Philip Research Laboratories, the Neterlands*, con la posterior colaboración de *General Motors Research Laboratories* [Wood, 1982] y consistía en dos pistones operando bajo un mecanismo de biela-manivela unidos por un dispositivo con forma de rombo.

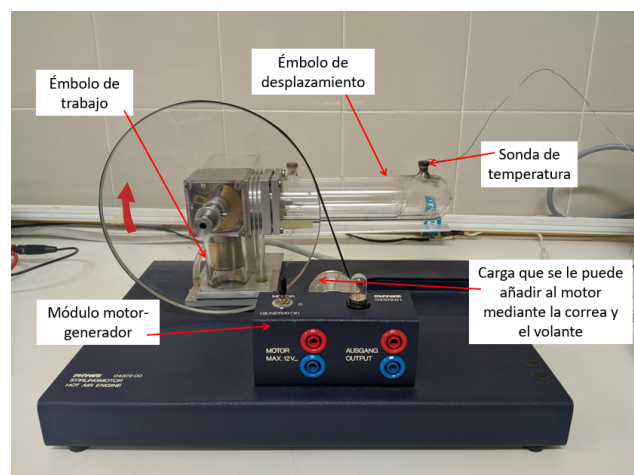


FIGURA A.7: Motor Stirling real Phywe Systeme GMBH, Robert-Bosch-Breite.

Con un motor Stirling real, el diagrama PV presenta notables diferencias con respecto al caso ideal, pues ahora toma una forma elipsoidal como se puede apreciar en la fig. A.8. El trabajo por unidad de masa del ciclo viene determinado por el área del diagrama PV.

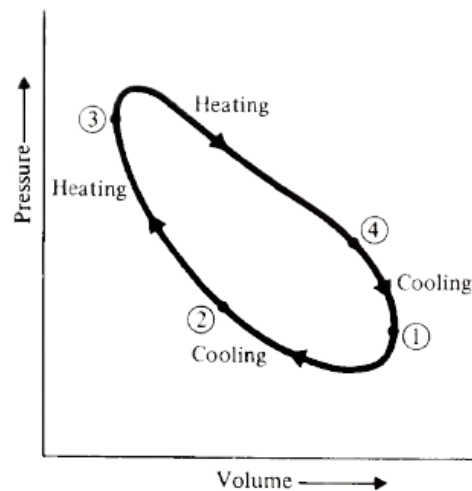


FIGURA A.8: Diagrama PV de un motor Stirling real [Wood, 1982].

Otro aspecto del motor Stirling real por combustión son los posibles fluidos de trabajo que se podrían utilizar para su funcionamiento. Podría ser el hidrógeno, pues presenta una eficiencia térmica alta debido a sus pequeñas pérdidas por fricción (su masa atómica es de 1,008 uma). Asimismo, es una sustancia que transfiere bien el calor. Sin embargo, el hidrógeno se difunde a través de paredes metálicas, luego se debe añadir constantemente hidrógeno. Por ello, una alternativa posible sería el helio, con una masa atómica de 4,003 uma. Respecto al combustible que genera el calor sería posible desde una fuente renovable (como la radiación solar) hasta una fuente tradicional de origen fósil (gas natural, carbón o petróleo). En el motor de la fig. A.7 el fluido de trabajo es el aire y el combustible, alcohol para quemar.

Para concluir, cabe señalar que la combustión externa y la consecuente transferencia de calor proporciona una respuesta más lenta que la que podría ofrecer un motor de combustión interna (los cuales además presentan un tamaño menor). Sin embargo, los motores de combustión externa tienen ciertas ventajas: reducen los residuos contaminantes que se liberan a la atmósfera y presentan una eficiencia térmica mayor.

A.1.4. Método experimental

Calibración del sensor de presión

El sensor de presión debe ajustarse de manera que el diagrama PV pueda ser evaluado cuantitativamente con la ayuda de un osciloscopio, por ello el primer paso debe ser la calibración del mismo. En esta primera parte de la práctica se requiere el siguiente material (fig. A.9):

- Motor (sin activar) con el tubo flexible retirado y conectado a la jeringuilla (ver fig. A.10).
- Osciloscopio conectado únicamente al canal 1.
- Medidor pVnT conectado al motor y al osciloscopio (a este último mediante el sensor de presión).
- Jeringuilla conectada al tubo flexible para introducir/extraer aire.

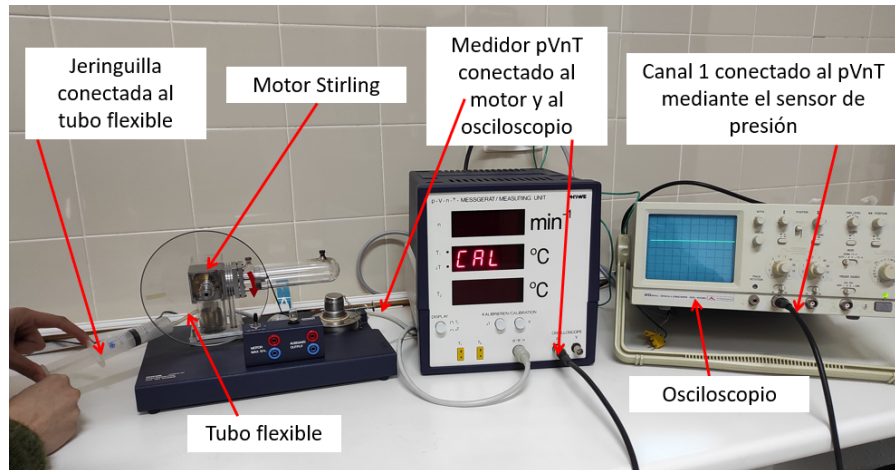


FIGURA A.9: Elementos necesarios para llevar a cabo la calibración del equipo del motor Stirling de combustión.

En primer lugar, para la calibración del motor Stirling, se retira el tubo flexible de la base del motor y se introduce aire mediante la jeringuilla (fig. A.10).

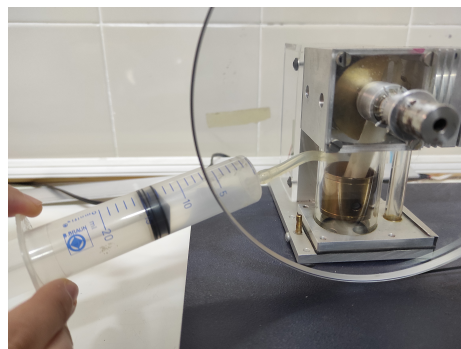


FIGURA A.10: Detalle del proceso de calibración del motor Stirling de combustión. Extracción e introducción de aire mediante la jeringuilla.

En segundo lugar, se configura el osciloscopio pues el voltaje correspondiente a la presión atmosférica, p_0 , se determina con este dispositivo. Este último debe operar solamente con el canal 1 (en la escala de tiempo en milisegundos) en DC y en modo Y-t, con la escala Y colocada como se muestra en la fig. A.11.

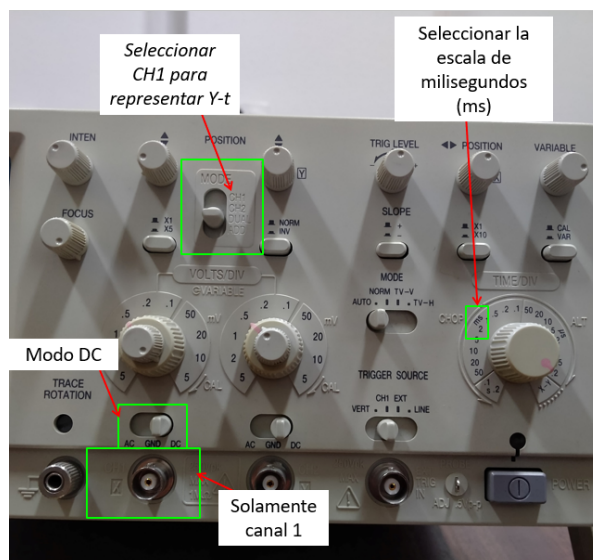


FIGURA A.11: Detalle del proceso de calibración: configuración del osciloscopio con el canal 1, modo DC en Y-t en milisegundos.

Posteriormente, se realiza una fase de compresión y otra de expansión. En la primera, se parte de un volumen de 20 ml en la jeringuilla y se disminuye hasta 15 ml, por lo que se introduce aire al motor; mientras que en la segunda, se comienza de un volumen de 15 ml y se aumenta hasta los 20 ml, es decir, se extrae aire del motor.

La presión, que se corresponde con el voltaje, se muestra en el osciloscopio como una línea recta horizontal (se aprecia en la fig. A.9) y varía a través del incremento isoterma (o disminución isoterma) del volumen de la jeringuilla. Como se trata de una expansión o compresión isoterma, según la Ley de los Gases Ideales:

$$p \cdot V = \text{constante} \quad (\text{A.26})$$

donde V se va controlando con la jeringuilla, por lo tanto basta calcular dicha constante para el primer caso (en el cual la presión es conocida, pues se trata de la presión atmosférica y se puede medir con un barómetro en el laboratorio) para determinar las presiones del resto de medidas.

Cálculo del trabajo del motor: ciclo PV en el osciloscopio

En esta sección se calculará la energía producida por el motor. Para ello, se necesita visualizar el ciclo PV en el osciloscopio, pues como se ha indicado previamente, el área de dicho ciclo se corresponde con el trabajo realizado por el motor Stirling. En esta segunda parte de la práctica el material que se requiere (fig. A.12) es:

- Motor funcionando con el tubo flexible colocado en su posición original.

- Osciloscopio conectado con los dos canales.
- Medidor pVnT conectado al motor y al osciloscopio (a este último mediante el sensor de presión y de volumen).
- Quemador con la base llena de alcohol.

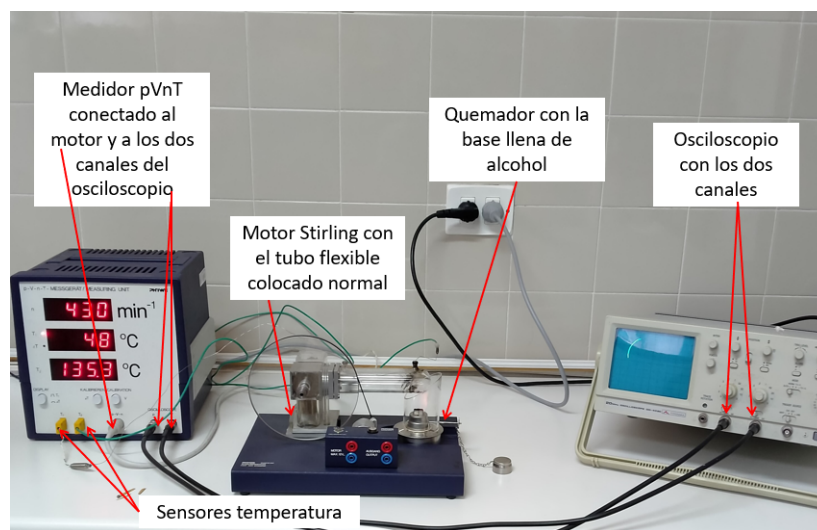


FIGURA A.12: *Equipo experimental para calcular el trabajo del ciclo mediante el ciclo PV (mostrado en el osciloscopio).*

Ahora el osciloscopio debe operar en el modo XY (fig. A.13(izda.)), con las escalas calibradas (0,5 V/div la escala X y 0,2 V/div la escala Y). Se coloca el quemador debajo del cilindro de cristal y se observa la temperatura en el medidor pVnT. Cuando la diferencia de temperatura entre T_1 y T_2 sea de 80 °C aproximadamente, se aporta un ligero empujón al volante para que el motor comience a funcionar. Tras un periodo corto de tiempo, se deberían alcanzar las 900 rpm y precisamente a partir de ese momento se debería mostrar en la pantalla del osciloscopio el ciclo PV (fig. A.13(dcha.)).

Se aprecia que el ciclo PV toma una forma elipsoidal (como se estudió en el fundamento termodinámico en la fig. A.8), a diferencia del ciclo teórico que supone dos isócoras (dos líneas verticales) y dos isoterms.

Antes de tomar cualquier medida, se espera hasta que las temperaturas T_1 y T_2 y la frecuencia de rotación sean prácticamente constantes. Asimismo, la temperatura más baja debe tomar un valor en torno a 70 °C.

El objetivo de esta parte es tomar la curva del osciloscopio para poder determinar el área de dicha curva, que se corresponde con el trabajo neto y a partir de él, la potencia del motor.

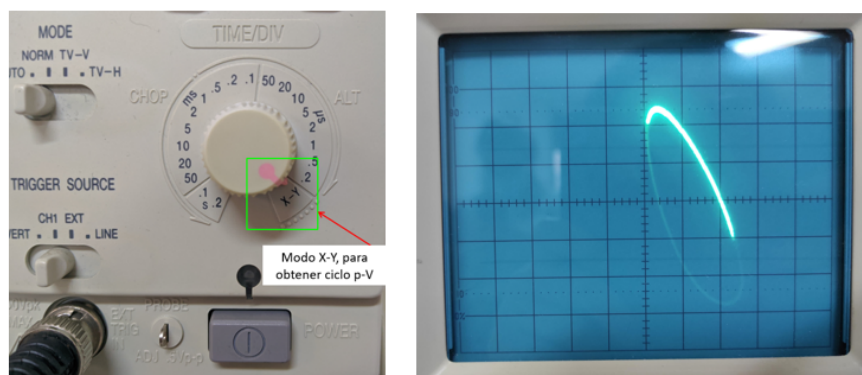


FIGURA A.13: Figura de la izquierda: detalle del osciloscopio: modo X-Y para el proceso de cálculo del trabajo mediante el área del ciclo PV (del propio osciloscopio). Figura de la derecha: ciclo PV real en el osciloscopio.

Potencia eléctrica efectiva

En esta sección se calculará la potencia efectiva eléctrica del motor Stirling. Para ello, el material que se requiere (fig. A.14) es:

- Motor funcionando con el tubo flexible colocado en su posición original.
- Medidor pVnT conectado al motor.
- Quemador con la base llena de alcohol.
- Dos multímetros (uno se usará como amperímetro y otro como voltímetro).
- Resistencia variable.
- Cables para conectar el motor, la resistencia y los multímetros.

El módulo motor/generador se emplea en el modo motor, pues no interesa en esta parte su papel como generador (esto se utiliza para encender la lámpara incandescente). Por tanto, se utilizan los conectores de la parte izquierda correspondiente al motor para conectarlo en serie con la resistencia variable. También se conecta en serie el amperímetro y por último, se conecta en paralelo el voltímetro (fig. A.15). En este caso, ambos multímetros se configuran para corriente continua.

Antes de tomar cualquier medida, el motor Stirling sin carga (es decir, sin la correa conectada al módulo motor/generador) debe tener aproximadamente la misma frecuencia de rotación y las mismas temperaturas que presentaba al principio de la sección del diagrama PV.

Posteriormente, la correa se coloca alrededor del volante en las dos posiciones distintas: para el radio grande y para el radio pequeño. Con el equipo conectado, se procede a tomar las medidas:

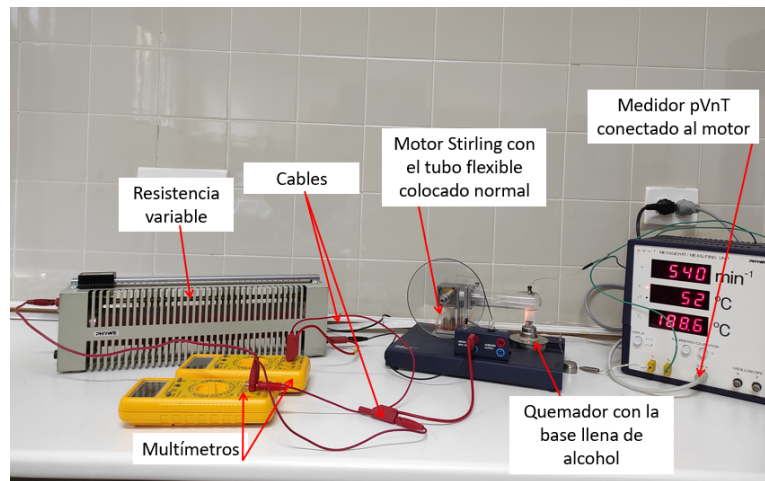


FIGURA A.14: Equipo experimental para obtener la potencia eléctrica.

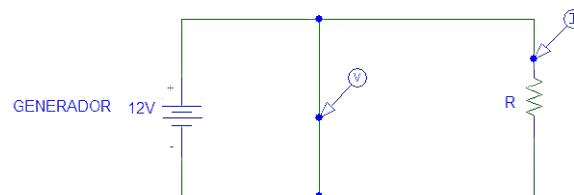


FIGURA A.15: Esquema del circuito eléctrico que permite calcular la potencia desarrollada por el motor.

se varía la resistencia y se miden los valores de intensidad, I ; diferencia de potencial, ϑ ; las temperaturas, T y la frecuencia de rotación, rpm . Por tanto, se puede calcular la potencia eléctrica, P_e , como:

$$P_e = \vartheta I \quad (\text{A.27})$$

Estas medidas se realizan para el radio pequeño y posteriormente para el radio grande.

A.1.5. Resultados

Calibración del sensor de presión

- Complete la tabla A.1 con las medidas de presión y voltaje.
- Represente gráficamente la diferencia de tensión, ϑ , frente a la presión, p y obtener de la pendiente la relación entre ambas magnitudes.
- Compruebe que tiene un comportamiento lineal.

El sensor de presión mide la presión relativa con respecto a la presión atmosférica, p_0 . La variación del volumen en la jeringuilla permite calcular la variación de la presión, asumiendo que el cambio se da durante un proceso isoterma con $pV = cte$.

Al inicio, para el volumen V_0 la presión es igual a la presión atmosférica, p_0 . Cabe resaltar que el volumen del tubo flexible conectado al tubo se puede considerar despreciable ($V_{tubo} \approx 0,2$ ml).

TABLA A.1: Medidas del proceso de calibración: salida de la sonda de presión en voltaje, ϑ , como función de la presión, p , y volumen de la jeringuilla, V .

Compresión			Expansión		
$V(\text{ml})$	$p(\text{hPa})$	$\vartheta(V)$	$V(\text{ml})$	$p(\text{hPa})$	$\vartheta(V)$
20			15		
19			16		
18			17		
17			18		
16			19		
15			20		

Para la expansión se parte de 15 ml y para la compresión de 20 ml, con un incremento de 1 ml. Para el primer valor tanto de la expansión como de la compresión se calcula la constante, pues se conoce la presión atmosférica que hay en ese momento en el laboratorio (se mide con el barómetro disponible):

$$p_0 = \quad \text{hPa} \quad (\text{A.28})$$

$$\text{Expansión} \rightarrow PV = \text{constante} \rightarrow \text{constante} = \quad \text{hPa} \cdot \text{ml} \quad (\text{A.29})$$

$$\text{Compresión} \rightarrow PV = \text{constante} \rightarrow \text{constante} = \quad \text{hPa} \cdot \text{ml} \quad (\text{A.30})$$

Mediante estas constantes junto con los valores del volumen, se puede calcular la presión para el resto de medidas. Por otro lado, las medidas del voltaje, ϑ , se miden desde el osciloscopio (con las los ejes bien escalados), donde se aprecia una línea recta horizontal.

Si se representa el voltaje, ϑ , frente a la presión, p , existe un comportamiento lineal entre ambas magnitudes, lo que demuestra una correcta calibración: el voltaje se mide en el osciloscopio mediante la sonda de presión del medidor pVnT, luego debe ser proporcional a la presión que existe.

A partir de la pendiente de la representación de la presión frente al voltaje (se deben representar todos los valores, tanto los de compresión como los de expansión) se obtiene la relación entre la presión y el voltaje necesaria para el cálculo del trabajo:

$$\text{Relación} = \quad \text{hPa/V} \quad (\text{A.31})$$

Cálculo del trabajo: ciclo PV en el osciloscopio

- Pon en funcionamiento el motor y visualice el ciclo PV en el osciloscopio.
- Tome una fotografía del ciclo y calcule el área con el programa *Inkscape*.
- Calcule el trabajo y la potencia del motor.

El osciloscopio se configura como modo DC en los canales XY, de manera que en el eje X se corresponde con el volumen y en el eje Y con la presión. De manera que teniendo en cuenta:

- Escala X (volumen): 0,5 V/div.
- Escala Y (presión): 0,2 V/div.
- Dato del fabricante: 2,4 cm³/V.
- Resultado calibración A.31.
- Área calculada con el programa *Inkscape* (ver fig. A.16).

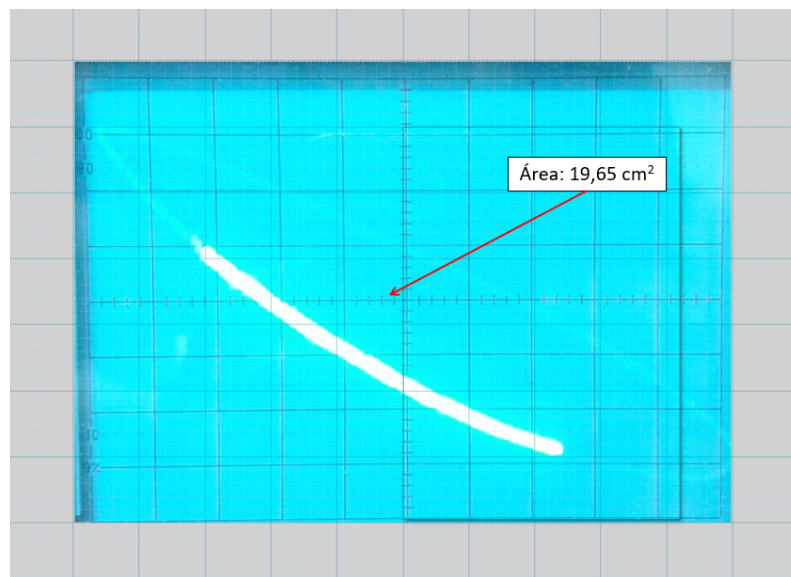


FIGURA A.16: Diagrama PV con su área medida en el programa *Inkscape*, en la práctica del motor Stirling de combustión.

Entonces, a partir del dato del fabricante y del resultado de la calibración:

$$\begin{aligned}
 \text{Volumen} \Rightarrow \Delta V \equiv \Delta x &= 2,4 \frac{\text{cm}^3}{\text{V}} \cdot 0,5 \frac{\text{V}}{\text{div}} = 1,2 \text{ cm}^3/\text{div} \\
 \text{Presión} \Rightarrow \Delta P \equiv \Delta y &= \frac{\text{hPa}}{\text{V}} \cdot 0,2 \frac{\text{V}}{\text{div}} = \text{hPa}/\text{div}
 \end{aligned}
 \tag{A.32}$$

donde *div* hace referencia a cada división del osciloscopio.

Por tanto, el área de cada diferencial, A_{dif} será:

$$A_{dif} = \Delta P \cdot \Delta V = 1,2 \frac{\text{cm}^3}{\text{div}} \cdot \frac{\text{hPa}}{\text{div}} = \frac{\text{cm}^3 \cdot \text{hPa}}{\text{div}^2} = \frac{\text{mJ}}{\text{div}^2} \quad (\text{A.33})$$

Para obtener el trabajo neto del ciclo, basta determinar el área que abarca el mismo. Para ello, se toma una fotografía del ciclo mostrado en el osciloscopio y se utiliza el programa *Inkscape* (ver fig. A.16) para determinar dicho área. A partir de la herramienta disponible para medir trayectos se determina el área del ciclo (debe ser aproximadamente de $A_{ciclo} = 20 \text{ cm}^2$). Por tanto, se puede obtener el trabajo a partir del área de cada diferencial, A_{dif} , y del área total del ciclo, A_{ciclo} .

$$W = A_{dif} \cdot A_{ciclo} \Rightarrow \boxed{W = J} \quad (\text{A.34})$$

Para obtener la potencia del motor a partir del trabajo es necesario además el valor de las revoluciones por minuto del medidor, *frec*, obteniéndose una potencia, P :

$$P = \frac{\text{frec} \cdot W}{60\text{s/min}} \Rightarrow \boxed{P = W} \quad (\text{A.35})$$

El resultado para la potencia del motor debe ser aproximadamente 1 W.

Potencia eléctrica efectiva

- Complete las tablas A.2 y A.3 con las medidas de revoluciones por minuto, temperaturas, intensidad, voltaje y resistencia.
- Calcule la potencia eléctrica como el producto del voltaje por la intensidad.
- Represente potencia eléctrica, P_e , frente a revoluciones por minuto, *rpm*.
- Se repiten todos los apartados para dos casos: radio grande y radio pequeño.

Los valores de la corriente eléctrica, I , y del voltaje, ϑ , debidos a la resistencia variables, se miden mediante los multímetros. Las medidas de las temperaturas T_1 y T_2 y las revoluciones por minuto se toman desde el medido pVnT.

A partir de la intensidad y del voltaje se calcula la potencia eléctrica:

$$\boxed{P_e = \vartheta I} \quad (\text{A.36})$$

Si se representa la potencia eléctrica, P_e , frente al número de revoluciones por minuto, *rpm*, se observa que la potencia máxima se alcanza para una frecuencia de rotación intermedia y tras este valor máximo, la potencia disminuye con el aumento de la frecuencia de rotación.

TABLA A.2: Medidas para el proceso del cálculo de la potencia eléctrica para radio grande: rpm , temperaturas, T_1 y T_2 ; intensidad, I ; voltaje, ϑ ; resistencia, R y potencia eléctrica, P_e .

$rpm(\text{min}^{-1})$	T_1 (°C)	T_2 (°C)	$I(\text{mA})$	$\vartheta(\text{V})$	$R(\Omega)$	$P_e(\text{mW})$

TABLA A.3: Medidas para el proceso de cálculo de la potencia eléctrica para radio pequeño: rpm , temperaturas, T_1 y T_2 ; intensidad, I ; voltaje, ϑ ; resistencia, R y potencia eléctrica, P_e .

$rpm(\text{min}^{-1})$	T_1 (°C)	T_2 (°C)	$I(\text{mA})$	$\vartheta(\text{V})$	$R(\Omega)$	$P_e(\text{mW})$

A.2. Guión de prácticas del Motor Stirling solar

A.2.1. Objetivos

1. Puesta a punto del equipo solar: orientación de la parábola y funcionamiento del motor tanto en modo motor como modo generador.
2. Determinación de la potencia eléctrica.

A.2.2. Material

Para el desarrollo de la práctica del motor Stirling solar se dispone del siguiente material (ver fig. A.17):

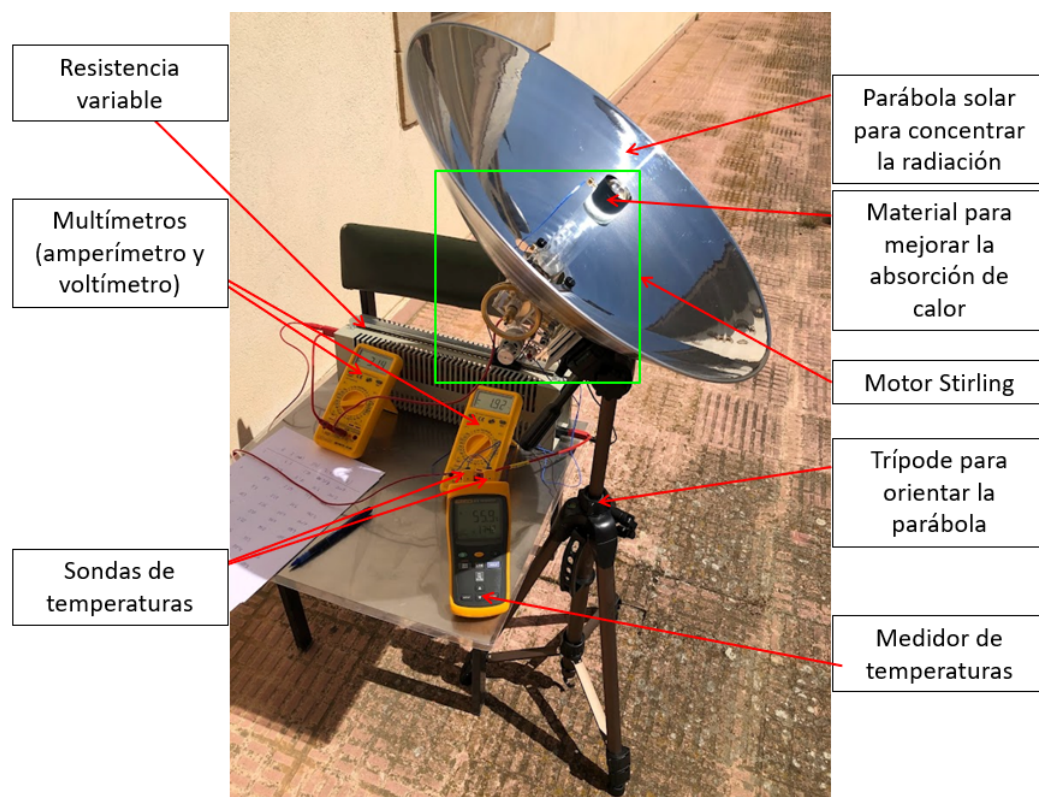


FIGURA A.17: Material completo del equipo experimental del motor Stirling solar.

- Motor Stirling.
- Parábola solar.
- Medidor de temperaturas.
- Trípode para orientar la parábola.

- Material negro para mejorar la absorción de radiación.
- Sensores de temperatura.
- Resistencia variable 330Ω .
- Dos multímetros.
- Cables de conexión.

El motor Stirling acoplado a la parábola (cuadrado verde de la fig. A.17) se detalla en la fig. A.18. En la fig. A.18(dcha.) se muestra la parábola solar (se orienta mediante el trípode) que tiene como objetivo concentrar los rayos de sol en el foco caliente, donde se localiza un material negro que ayuda a absorber el calor y aumentar la temperatura de dicho foco. Al final del émbolo de desplazamiento, se encuentra el foco frío. Ambos focos tienen una sonda de temperatura. En la fig. 3.6(izda.) se observa la parte trasera de la parábola, donde se localiza el émbolo de trabajo junto con la correa y el interruptor.

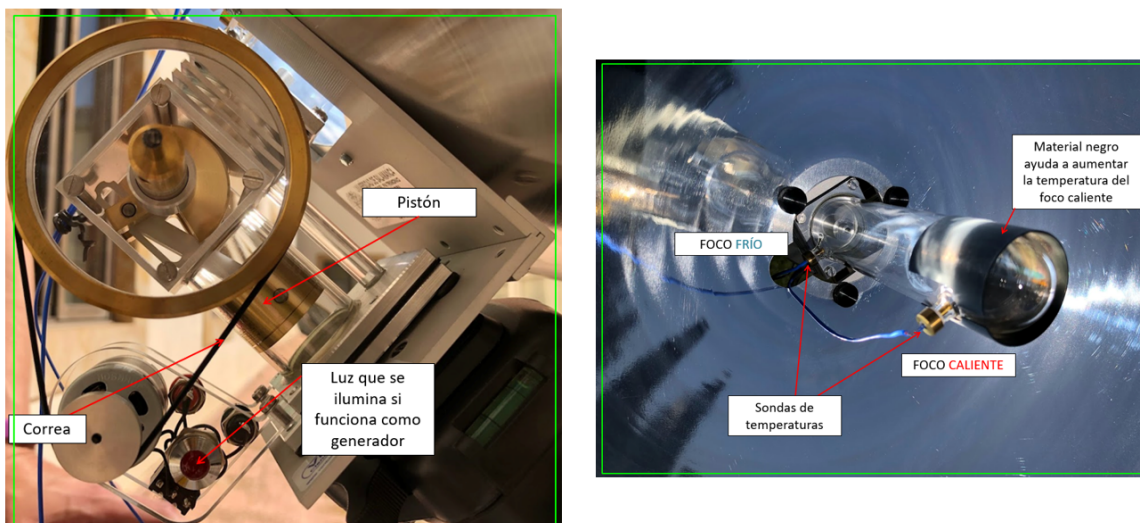


FIGURA A.18: Detalle del motor Stirling del equipo solar. A la izquierda se muestra la parte trasera del motor: pistón en el émbolo de trabajo, correa y led. A la derecha se muestra la parte delantera del motor: pistón en el émbolo de desplazamiento, material negro, parábola y sondas de temperatura.

De manera análoga al módulo motor/generador del equipo Stirling de combustión, el motor del equipo solar presenta un interruptor que permite seleccionar entre funcionamiento como motor o como generador (fig. A.19).

- En la posición cero del interruptor, el generador no tiene acoplada ninguna carga.

- En el modo motor, se aplica una tensión continua a los conectores hembra de entrada. En paralelo, existen dos conectores hembra de salida a los cuales se puede conectar una resistencia variable. Con este funcionamiento la luz está apagada (fig. A.19 del centro).
- En el modo generador se enciende la luz (fig. A.19 de la derecha) cuando el motor está funcionando.

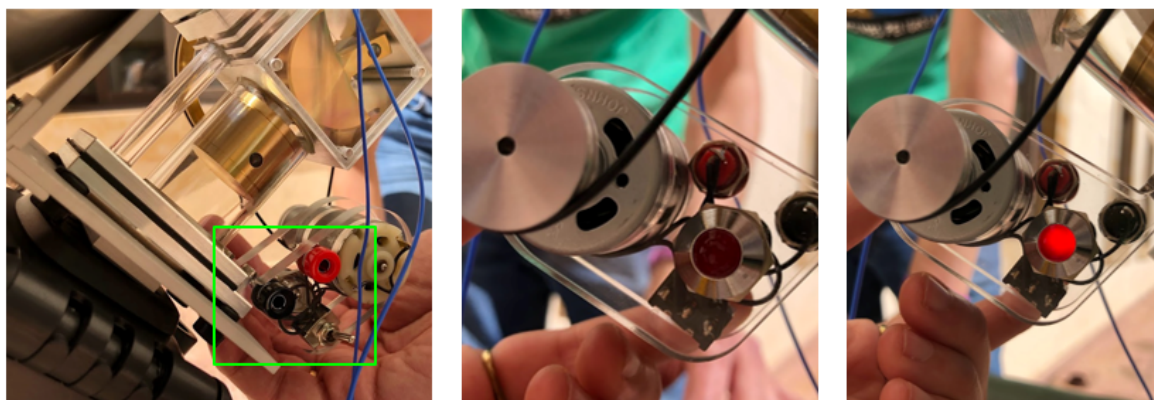


FIGURA A.19: Distintas formas de funcionamiento del módulo del motor Stirling del equipo solar: la figura de la izquierda muestra el interruptor, la figura central muestra el funcionamiento como motor (luz apagada) y la figura de la derecha muestra el funcionamiento como generador (luz encendida).

A.2.3. Fundamento teórico

Contexto tecnológico

Las centrales solares de concentración (CSP) consisten en el empleo de la radiación solar sobre la superficie terrestre para el calentamiento de un fluido, que posteriormente se hará pasar por una etapa de turbina.

Cabe resaltar la relevancia de la radiación solar, pues posee una elevada calidad termodinámica al ser el resultado de procesos que tienen lugar en la superficie del Sol a una temperatura equivalente de cuerpo negro visto desde la Tierra a 5777 K. La radiación solar en su trayectoria hacia la Tierra interacciona con la atmósfera, sufriendo un proceso de absorción y otro de difusión como se muestra en la fig. A.20.

A nivel del suelo, la cantidad de energía decrece hasta alrededor de 1120-1000 W/m² y consta de un 44% de luz visible, un 3% de luz ultravioleta y el resto, de radiación infrarroja. Un aspecto importante de la radiación es que hay dos tipos: directa y difusa. Solamente la directa puede ser concentrada mediante colectores de las plantas termosolares. En la fig. A.21 se muestra la distribución de la irradiación solar directa incidente (*Direct Normal Irradiance*, DNI) en la superficie terrestre. Se trata de un parámetro fundamental a la hora de diseñar plantas termosolares.

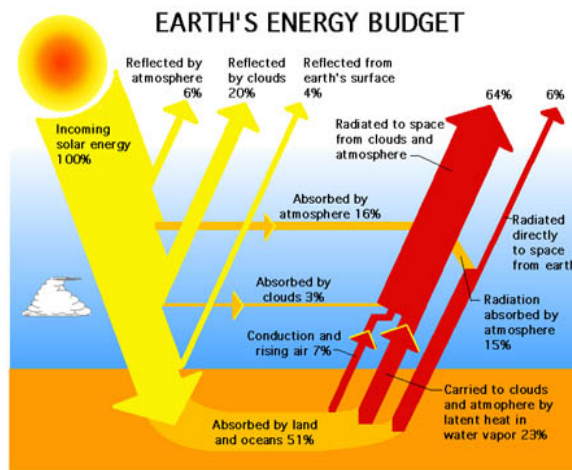


FIGURA A.20: Balance energético de la radiación solar que llega a la Tierra. Se representan los flujos incidentes, absorbidos y reflejados [NASA, 2004].

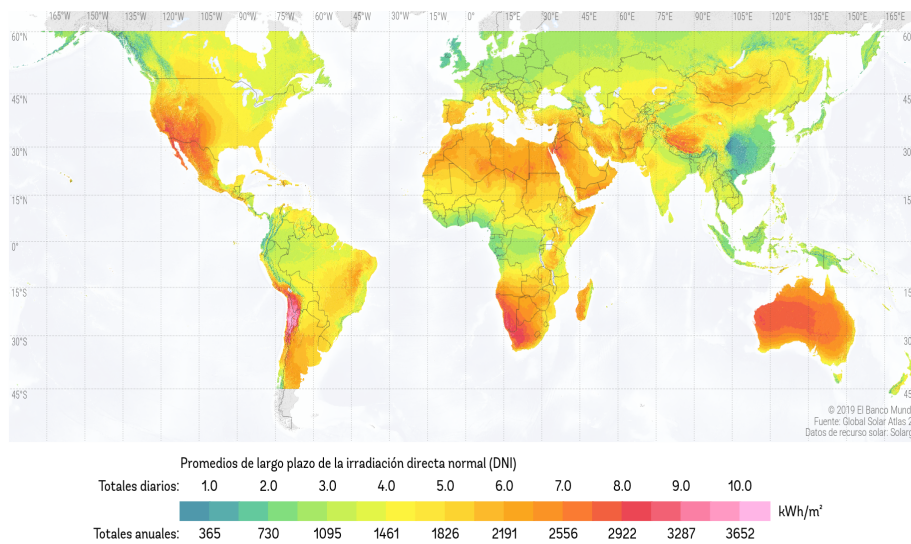


FIGURA A.21: Mapa mundial de la distribución de la irradiación solar directa (DNI) [Solargis, 2017].

La producción de electricidad mediante centrales termosolares requieren de diseños de sistemas de concentración que representan, a gran tamaño, geometrías que se aproximan a la del concentrador parabólico ideal, con el fin de lograr mayores densidades de flujo y con ello, temperaturas más elevadas. Habitualmente se usan concentradores solares por reflexión para alcanzar las temperaturas requeridas en los ciclos termodinámicos. Hasta la fecha se han desarrollado cuatro tipos diferentes de tecnologías de CSP (ver fig. A.22) en las plantas termosolares dependiendo del sistema de captación y concentración solar:

- Concentradores cilindro-parabólicos: se caracterizan por presentar un foco lineal con seguimiento en un solo eje. Se trata de la tecnología más extendida.
- Sistemas de torre o de receptor central: consisten en un campo de helióstatos que siguen la

posición del Sol en todo momento (mediante elevación y acimut). De esta manera, orientan el rayo reflejado hacia el foco colocado en la parte superior de una torre. Este tipo de plantas representa un porcentaje significativo de las futuras instalaciones.

- **Discos parabólicos:** en este caso se trata de pequeñas unidades independientes (que se suelen agrupar en granjas) con reflector parabólico habitualmente conectado a un motor Stirling, que precisamente se coloca en el foco. Este tipo de tecnología está empezando a entrar en fase comercial.
- **Reflectores Fresnel de foco lineal:** consisten en un conjunto de espejos planos y un receptor lineal, el cual se coloca en la línea focal. Los primeros sistemas de este tipo fueron utilizados en aplicaciones de generación de potencia en la década de los noventa por parte de la compañía Solarmundo (Bélgica).

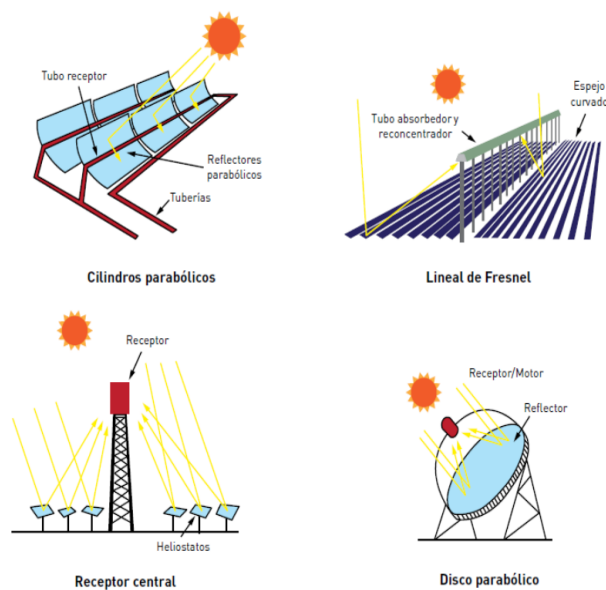


FIGURA A.22: Configuraciones de los sistemas de concentración solar por reflexión utilizados en centrales eléctricas termosolares [Amor Gutiérrez, 2018].

Sistemas de disco parabólico con motor Stirling

Esta tecnología consiste en un reflector parabólico en forma de disco que concentra los rayos solares en un receptor situado en el punto focal de un disco (donde se sitúa un motor Stirling). La radiación concentrada en un punto se absorbe en el receptor para calentar un fluido o un gas (como el aire) a unos 750°C . Este gas caliente se utiliza para generar electricidad en un motor Stirling o incluso en una microturbina.



FIGURA A.23: Disco parabólico con motor Stirling, proyecto Maricopa, Arizona [Stirling Energy Systems, 2009].

Los sistemas discos-Stirling han demostrado la mayor eficiencia de conversión de radiación solar en energía eléctrica, con valores máximos del 25% y hasta un 30% de promedio diario en unidades de 7 a 25 kW. Debido a la curvatura parabólica del concentrador y a la baja relación distancia focal/diámetro ($f/D = 0,6$), se pueden lograr altas relaciones de concentración (incluso por encima de 3000) y consecuentemente, se alcanzan temperaturas muy altas de operación (entre 650 y 800 °C), dando lugar a eficiencias en el motor Stirling del orden del 30–40% [Romero Álvarez, 2001].

Se utilizan habitualmente dos métodos para la transferencia de la radiación solar al gas de trabajo. En el primero, se ilumina directamente un panel de tubos por el interior de los cuales circula el gas que suele ser helio, hidrógeno o aire. En el segundo método, se utiliza el concepto de tubo de calor o *heat pipe*, donde se vaporiza un metal líquido (normalmente sodio) que posteriormente se condensa en la superficie de los tubos, sobre los cuales circula el gas de trabajo y vuelve a fluir de nuevo al absorbedor.

Como trayectoria comercial de este tipo de tecnología solar se puede decir que comenzó en enero de 2010, cuando *Stirling Energy Systems* y *Tessera Solar* llevaron a cabo la primera planta basada en la tecnología Stirling, *Maricopa Solar* (Arizona) de 1,5 MW, demostrando su funcionamiento (fig. A.23). Posteriormente, en 2011, *Tessera Solar* vendió sus dos principales proyectos, el proyecto Imperial con 709 MW y el proyecto Calico con 850 MW a AES Solar y K.Road, respectivamente. En 2015 *Rispasso Energy*, una empresa de Suecia, llevó a cabo un proyecto de discos Stirling en el desierto del Kalahari en Sudáfrica, proporcionando una eficiencia energética del 34% [Coco Enríquez, 2017].

Para comprender mejor estos fenómenos, se presenta en el siguiente apartado un equipo experimental de una parábola solar con un motor Stirling (el modelo *Ventus* de la sección de ciencia experimental). Consiste en un motor Stirling, un anillo negro absorbente, un volante de diámetro

$d = 70$ mm, un espejo parabólico de diámetro $d = 470$ mm y un trípode. Mediante el funcionamiento del equipo motor/generador Stirling se pone de manifiesto la transformación de energía térmica en energía mecánica y posteriormente, en energía eléctrica. Esta última conversión se refleja mediante un bombilla que se ilumina cuando el equipo funciona modo generador.

El motor Stirling puede operar en tres modos distintos: como motor térmico, como bomba de calor y como máquina frigorífica. El motor-generador integrado cuenta con un interruptor que permite seleccionar una lámpara (modo generador) o las cargas externas (modo motor), o alimentando con energía eléctrica para operar como bomba de calor o como máquina frigorífica, de acuerdo con la dirección de la rotación del motor Stirling.

Respecto al material, tanto el cilindro de desplazamiento como el pistón de desplazamiento están hechos de un cristal resistente al calor, mientras que el volante grande es de un cristal acrílico.

A.2.4. Método experimental

En esta sección se calculará la potencia efectiva eléctrica del motor Stirling del equipo solar. Para ello, el material que se requiere es el que se muestra en la fig. A.17. El módulo motor/generador se emplea en el modo motor, pues no interesa en esta parte su papel como generador (esto se utiliza para encender la luz). Por tanto, se utilizan los conectores, los cuales se localizan junto al interruptor, para conectarlo en serie con la resistencia variable. También se conecta en serie el amperímetro y por último, se conecta en paralelo el voltímetro. En este caso, ambos multímetros se configuran para corriente continua. Respecto a la correa, esta se coloca alrededor del volante y se procede a tomar las medidas: se varía la resistencia y se miden los valores de intensidad, I ; diferencia de potencial, ϑ (cada magnitud con su correspondiente multímetro) y las temperaturas, T_1 y T_2 (con el medidor de temperaturas). Por tanto, se puede calcular la potencia eléctrica, P_e , como:

$$P_e = \vartheta I \quad (\text{A.37})$$

A.2.5. Resultados

Los valores de la corriente eléctrica, I , y del voltaje, ϑ , debidos a la resistencia variable, se miden mediante los multímetros, mientras que las medidas de las temperaturas T_1 y T_2 se obtienen del medidor de temperaturas. A partir de la intensidad y del voltaje se calcula la potencia eléctrica mediante (A.37).

- a. Complete la tabla A.4 con los valores de la intensidad, I ; voltaje, ϑ ; temperaturas, T_1 y T_2 y potencia eléctrica P_e .

b. Represente potencia eléctrica, P_e , frente a la resistencia, R .

TABLA A.4: Medidas para el proceso de cálculo de la potencia: temperaturas T_1 y T_2 ; intensidad de corriente, I ; voltaje, ϑ y potencia eléctrica, P_e .

T_1 (°C)	T_2 (° C)	I (mA)	ϑ (V)	R (Ω)	P_e (mW)

Bibliografía

- [Amor Gutiérrez, 2018] Amor Gutiérrez, C. (2018). *Estudio de viabilidad de sistemas de conversión de la energía de las olas en la costa de Cantabria*. PhD thesis, Escuela Politécnica de Ingeniería de Minas y Energía, Universidad de Cantabria.
- [Coco Enríquez, 2017] Coco Enríquez, L. (2017). *Nueva generación de centrales termosolares con colectores solares lineales acoplados a ciclos supercríticos de potencia*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Madrid.
- [Mohammadi and Khorasanizadeh, 2019] Mohammadi, K. and Khorasanizadeh, H. (2019). The potential and deployment viability of concentrated solar power (csp) in iran. *Energy Strategy Reviews*.
- [Moran and Shapiro, 2007] Moran, M. J. and Shapiro, H. N. (2007). *Fundamentals of Engineering Thermodynamics*. Wiley.
- [NASA, 2004] NASA (2004). https://www.nasa.gov/audience/forstudents/5-8/features/F_The_Role_of_Clouds.html.
- [Romero Álvarez, 2001] Romero Álvarez, M. (2001). *Energía solar termoeléctrica*. CIEMAT.
- [Solargis, 2017] Solargis (2017). Solar resource data. *The World Bank*.
- [Stirling Energy Systems, 2009] Stirling Energy Systems (2009). <https://www.alamy.es/imagenes/stirling-energy-systems.html>.
- [Tipler and Mosca, 2005] Tipler, P. and Mosca, G. (2005). *Física para la ciencia y la tecnología*. 5ª edición, volumen 1. Reverté.

[Wolfram Mathematica, 2022] Wolfram Mathematica (2022). <https://www.wolfram.com/mathematica/>.

[Wood, 1982] Wood, B. D. (1982). *Applications of Thermodynamics*. Addison Wesley.

Índice de figuras

1.1. Estimación regional para el año 2050 sobre la producción de electricidad mediante energía termosolar generada mediante concentración solar.	12
1.2. Representación en un diagrama PV del ciclo Carnot indicando los procesos y los calores intercambiados en los procesos 1-2 y 3-4	15
1.3. Ciclos de potencia para gas: (a) ciclo abierto y (b) cerrado	17
1.4. Ciclo Brayton reversible.	18
1.5. Rendimiento de un ciclo Brayton ideal, η , en función de la relación de presiones, r_p , para distintos valores del coeficiente adiabático, γ (para $\gamma=1.4$ y $\gamma=1.5$) comparado con el límite superior posible, el rendimiento de Carnot, η_C	21
1.6. Esquema de una planta de potencia de gas con dos etapas de compresión con refrigeración intermedia y con dos etapas de expansión con calentamiento intermedio y con regenerador.	22
1.7. Ciclo Brayton abierto con regeneración: a la derecha, esquema de los elementos y a la izquierda diagrama TS, indicando los calores intercambiados.	23
1.8. Representación de un ciclo reversible regenerativo con múltiples etapas de recalentamiento y refrigeración (izda.) y el diagrama TS del ciclo Ericsson (dcha).	25
2.1. Representación en un diagrama PV del ciclo Stirling, indicando los calores y trabajos que intervienen en cada proceso y las magnitudes constantes en cada proceso.	30
2.2. Representación del rendimiento, η , frente a la relación de compresión del ciclo Stirling, r . Para valores de los parámetros: $\gamma = 1,4$ y $\tau = 0,4$	34
2.3. Motor Stirling: movimiento de un pistón asociado a cada etapa del ciclo Stirling PV.	35
2.4. Motor Stirling real Phywe Systeme GMBH, Robert-Bosch-Breite.	36
2.5. Diagrama PV de un motor Stirling real.	36
2.6. Material completo del equipo experimental del motor Stirling de combustión.	37

2.7. Detalle de las poleas del motor Stirling de combustión.	38
2.8. Distintas formas de funcionamiento del módulo del motor Stirling de combustión.	39
2.9. Elementos necesarios para llevar a cabo la calibración del equipo del motor Stirling de combustión.	40
2.10. Detalle del proceso de calibración del motor Stirling de combustión. Extracción e introducción de aire mediante la jeringuilla.	40
2.11. Detalle del proceso de calibración: configuración del osciloscopio con el canal 1, modo DC en Y-t en milisegundos.	41
2.12. Equipo experimental para calcular el trabajo del ciclo mediante el ciclo PV (mostrado en el osciloscopio).	42
2.13. Figura de la izquierda: detalle del osciloscopio: modo X-Y para el proceso de cálculo del trabajo mediante el área del ciclo PV (del propio osciloscopio). Figura de la derecha: ciclo PV real en el osciloscopio.	42
2.14. Equipo experimental para obtener la potencia eléctrica en el motor Stirling de combustión.	43
2.15. Esquema del circuito eléctrico que permite calcular la potencia desarrollada por el motor.	44
2.16. Curva característica del sensor de presión: representación del voltaje, ϑ , frente a la presión, p , para la compresión del motor Stirling de combustión.	46
2.17. Curva característica del sensor de presión: representación del voltaje, ϑ , frente a la presión, p , para la expansión del motor Stirling de combustión.	46
2.18. Curva característica del sensor de presión: representación del voltaje, ϑ , frente a la presión, p , para la expansión y compresión del motor Stirling de combustión.	46
2.19. Diagrama PV con su área medida en el programa <i>Inkscape</i> , en la práctica del motor Stirling de combustión.	48
2.20. Potencia eléctrica, P_e , frente a revoluciones por minuto, rpm, para el radio grande.	50
2.21. Potencia eléctrica, P_e , frente a revoluciones por minuto, rpm, para el radio pequeño.	50
2.22. Potencia frente a la velocidad angular en un ciclo Otto irreversible que presenta un comportamiento de parábola invertida al igual que el motor Stirling de combustión.	51
3.1. Balance energético de la radiación solar que llega a la Tierra.	53
3.2. Mapa mundial de la distribución de la irradiación solar directa.	54
3.3. Configuraciones de los sistemas de concentración solar por reflexión.	55
3.4. Disco parabólico con motor Stirling, proyecto Maricopa, Arizona.	56
3.5. Material completo del equipo experimental del motor Stirling solar.	57
3.6. Detalle del motor Stirling del equipo solar.	58
3.7. Distintas formas de funcionamiento del módulo del motor Stirling del equipo solar.	59
3.8. Potencia eléctrica, P_e , frente a la resistencia, R , en el motor Stirling solar.	60
A.1. Material completo del equipo experimental del motor Stirling de combustión.	70

A.2. Detalle de las poleas 71

A.3. Distintas formas de funcionamiento del módulo del equipo del motor Stirling de combustión 72

A.4. Representación en un diagrama PV del ciclo Stirling, indicando los calores y trabajos que intervienen en cada proceso y las magnitudes constantes en cada proceso. 74

A.5. Representación del rendimiento, η , frente a la relación entre volúmenes del ciclo Stirling, r . Para valores de los parámetros: $\gamma = 1,4$ y $\tau = 0,4$ 77

A.6. Motor Stirling: movimiento de un pistón asociado a cada etapa del ciclo Stirling PV. 78

A.7. Motor Stirling real Phywe Systeme GMBH, Robert-Bosch-Breite. 79

A.8. Diagrama PV de un motor Stirling real. 80

A.9. Elementos necesarios para llevar a cabo la calibración del equipo del motor Stirling de combustión. 81

A.10. Detalle del proceso de calibración del motor Stirling de combustión. Extracción e introducción de aire mediante la jeringuilla. 81

A.11. Detalle del proceso de calibración: configuración del osciloscopio con el canal 1, modo DC en Y-t en milisegundos. 82

A.12. Equipo experimental para calcular el trabajo del ciclo mediante el ciclo PV (mostrado en el osciloscopio). 83

A.13. Figura de la izquierda: detalle del osciloscopio: modo X-Y para el proceso de cálculo del trabajo mediante el área del ciclo PV (del propio osciloscopio). Figura de la derecha: ciclo PV real en el osciloscopio. 84

A.14. Equipo experimental para obtener la potencia eléctrica. 85

A.15. Esquema del circuito eléctrico que permite calcular la potencia desarrollada por el motor. . 85

A.16. Diagrama PV con su área medida en el programa *Inkscape*, en la práctica del motor Stirling de combustión. 87

A.17. Material completo del equipo experimental del motor Stirling solar. 90

A.18. Detalle del motor Stirling del equipo solar. A la izquierda se muestra la parte trasera del motor: pistón en el émbolo de trabajo, correa y led. A la derecha se muestra la parte delantera del motor: pistón en el émbolo de desplazamiento, material negro, parábola y sondas de temperatura. 91

A.19. Distintas formas de funcionamiento del módulo del motor Stirling del equipo solar: la figura de la izquierda muestra el interruptor, la figura central muestra el funcionamiento como motor (luz apagada) y la figura de la derecha muestra el funcionamiento como generador (luz encendida). 92

A.20. Balance energético de la radiación solar que llega a la Tierra. Se representan los flujos incidentes, absorbidos y reflejados. 93

A.21. Mapa mundial de la distribución de la irradiación solar directa (DNI). 93

A.22. Configuraciones de los sistemas de concentración solar por reflexión utilizados en centrales eléctricas termosolares.	94
A.23. Disco parabólico con motor Stirling, proyecto Maricopa, Arizona.	95

Índice de tablas

2.1. Medidas del proceso de calibración: salida de la sonda de presión en voltaje, ϑ , como función de la presión, p , y volumen de la jeringuilla, V	45
2.2. Coeficientes de regresión de la calibración (voltaje frente a la presión) tanto en la expansión como en la compresión. Reflejan el comportamiento lineal entre el voltaje y la presión en la práctica experimental del motor Stirling de combustión.	47
2.3. Medidas para el proceso del cálculo de la potencia eléctrica para radio grande: rpm, temperaturas, T_1 y T_2 ; intensidad, I ; voltaje, ϑ ; resistencia, R y potencia eléctrica, P_e	49
2.4. Medidas para el proceso de cálculo de la potencia eléctrica para radio pequeño: rpm, temperaturas, T_1 y T_2 ; intensidad, I ; voltaje, ϑ ; resistencia, R y potencia eléctrica, P_e	49
2.5. Valores máximos obtenidos de potencia eléctrica efectiva, P_e , con sus correspondientes revoluciones por minuto, rpm , para radio grande y radio pequeño en el motor Stirling de combustión.	51
3.1. Medidas para el proceso de cálculo de la potencia: temperaturas T_1 y T_2 ; intensidad de corriente, I ; voltaje, ϑ y potencia eléctrica, P_e	60
A.1. Medidas del proceso de calibración: salida de la sonda de presión en voltaje, ϑ , como función de la presión, p , y volumen de la jeringuilla, V	86
A.2. Medidas para el proceso del cálculo de la potencia eléctrica para radio grande: rpm , temperaturas, T_1 y T_2 ; intensidad, I ; voltaje, ϑ ; resistencia, R y potencia eléctrica, P_e	89
A.3. Medidas para el proceso de cálculo de la potencia eléctrica para radio pequeño: rpm, temperaturas, T_1 y T_2 ; intensidad, I ; voltaje, ϑ ; resistencia, R y potencia eléctrica, P_e	89
A.4. Medidas para el proceso de cálculo de la potencia: temperaturas T_1 y T_2 ; intensidad de corriente, I ; voltaje, ϑ y potencia eléctrica, P_e	97

