



MEMORIA DE EJECUCIÓN DEL PROYECTO DE INNOVACIÓN
DOCENTE ID2021/198:

*V-MATE. Innovación en Matemáticas
para Aplicaciones 3D Interactivas y
Videojuegos*

SUSANA NIETO-ISIDRO

HIGINIO RAMOS CALLE

Departamento de Matemática Aplicada.

Escuela Politécnica Superior de Zamora.

Universidad de Salamanca

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES.....	3
CONTEXTO DEL PROYECTO	3
Titulaciones hasta el curso 2021/2022	3
La nueva titulación de Aplicaciones Interactivas 3D y Videojuegos	4
Los participantes en el proyecto.....	5
TEST INICIAL DE CONOCIMIENTOS BÁSICOS.....	8
OBJETIVOS DEL PROYECTO.....	12
OBJETIVO PRINCIPAL Y SUB-OBJETIVOS.....	12
MEDIDAS DE CONSECUCCIÓN DE LOS OBJETIVOS	13
DESARROLLO DEL PROYECTO	15
LOS ESTUDIANTES Y SUS CARACTERÍSTICAS	15
CALENDARIO DE ACTUACIONES	17
RESULTADOS DEL PROYECTO	22
RESULTADOS PRINCIPALES DEL TEST DE CONOCIMIENTOS BÁSICOS.....	22
Número de test completados y porcentajes según procedencia	22
El caso de los estudiantes de otras procedencias:.....	23
Actuaciones de nivelación	27
ACTIVIDADES EN EL AULA PRESENCIAL.....	28
ACTIVIDADES EN EL AULA DE INFORMÁTICA.....	32
El comando Manipulate.....	37
RESULTADOS DEL CURSO DE NIVELACIÓN	40
RESULTADOS DEL CUESTIONARIO SOBRE USO DEL MATHEMATICA	41
CONCLUSIONES	46
POSIBLES ACTUACIONES FUTURAS	47

INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

CONTEXTO DEL PROYECTO

Titulaciones hasta el curso 2021/2022

La Escuela Politécnica Superior de Zamora (EPSZ) es un centro de la Universidad de Salamanca donde hasta el pasado curso 2020/2021 se han impartido 6 titulaciones de Grados en Ingeniería y 2 Dobles Grados:

- Grado en Arquitectura Técnica
- Grado en Ingeniería Agroalimentaria
- Grado en Ingeniería Civil
- Grado en Ingeniería Informática en Sistemas de Información
- Grado en Ingeniería Mecánica
- Grado en Ingeniería de los Materiales
- Doble Grado en Ingeniería Mecánica y de los Materiales
- Doble Grado en Información y Documentación e Informática en Sistemas de Información (junto con la Facultad de Biblioteconomía y Documentación)

En todas estas titulaciones de Grado y Doble Grado, el Departamento de Matemática Aplicada es el encargado de la práctica totalidad de la docencia de las asignaturas básicas de matemáticas que se incluyen en los respectivos planes de estudios. Dentro de estas titulaciones, las hay con muy diferentes características en lo que se refiere a número de estudiantes matriculados, a los orígenes (académicos y geográficos) de dichos estudiantes y a los resultados académicos (tasas de éxito y tasas de rendimiento) obtenidos.

La nueva titulación de Aplicaciones Interactivas 3D y Videojuegos

A partir del curso 2021/2022, además de las titulaciones anteriores, se ha puesto en marcha en la EPSZ una nueva titulación denominada “Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos”, con un total de 30 plazas, que es la titulación a la que está dirigida el presente Proyecto de Innovación Docente. Esta titulación, de evidente actualidad y con un gran atractivo para los estudiantes, tiene un gran abanico de salidas profesionales tanto en el campo de los videojuegos como en el de la animación digital, simulación de procesos, realidad virtual, generación de aplicaciones móviles, “*serious games*”, etc.

Dada su reciente implantación, durante el curso 2021/2022 se han impartido exclusivamente asignaturas de primer curso, que son las siguientes:

- FUNDAMENTOS DE FÍSICA PARA SIMULACIÓN DIGITAL - BÁSICA - 6. Créditos
- **FUNDAMENTOS GRÁFICOS Y GEOMÉTRICOS** - BÁSICA - 6. Créditos
- HISTORIA DE LOS GRÁFICOS POR ORDENADOR - OBLIGATORIA - 6. Créditos
- INTRODUCCIÓN A LOS MOTORES DE DESARROLLO - OBLIGATORIA - 6. Créditos
- **MATEMÁTICA DISCRETA Y LÓGICA** - BÁSICA - 6. Créditos
- **MÉTODOS MATEMÁTICOS** - BÁSICA - 6. Créditos
- MODELADO Y VISUALIZACIÓN 3D - BÁSICA - 6. Créditos
- PROGRAMACIÓN I - BÁSICA - 6. Créditos
- PROGRAMACIÓN II - BÁSICA - 6. Créditos
- TÉCNICAS DE DIBUJO 2D Y 3D - BÁSICA - 6. Créditos

En el listado anterior, se han destacado en negrita las asignaturas que son responsabilidad del Departamento de Matemática Aplicada y que se corresponden a un total de 15 créditos, es decir, un 25% de los 60 créditos de primer curso. Por ello, cualquier innovación docente que se aplique a dichas asignaturas tendrá un gran impacto sobre estos estudiantes.

Los participantes en el proyecto

Los profesores que participan en este proyecto, Dña. Susana Nieto-Isidro y D. Higinio Ramos Calle, son Titulares de Universidad del Departamento de Matemática Aplicada, adscritos a la Escuela Politécnica Superior de Zamora, con más de 25 años de experiencia docente y más de 10 años de experiencia en la dirección y participación de una veintena de proyectos de innovación docente en el centro.

Para este proyecto, centrado específicamente en el fomento de la visualización y manipulación 3D de contenidos matemáticos, resultan especialmente relevantes algunos proyectos de innovación docente y resultados de investigación previos de los autores en los que han empleado diversas herramientas y estrategias de manipulación y visualización de conceptos matemáticos utilizando programas de cálculo simbólico, especialmente el programa *Mathematica*.

Entre ellos podemos destacar los siguientes artículos, capítulos de libros y comunicaciones en congresos especializados:

1. Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2021). The use of Computer Algebra Systems (CAS) in the teaching of Engineering Mathematics. An example: the Mathematica system. *Docência da Matemática no Ensino Superior*, pp. 147-161. https://www.ipc.pt/ipc/wp-content/uploads/2021/05/Docencia-da-Matematica-no-ES_Colecao-Estrategias-Ensino.pdf
2. Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2017). Un proyecto interdepartamental de promoción de herramientas tecnológicas en ingeniería. El caso del sistema Mathematica. *Actas IV CINAIC*, pp. 526-531. http://dx.doi.org/10.26754/CINAIC.2017.000001_111
3. Ramos, H., Nieto-Isidro, S. (2017). Representaciones gráficas y resolución de ecuaciones y sistemas no lineales por métodos numéricos: dos aspectos complementarios. Aplicación en el caso del sistema Mathematica *Actas del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM)*, vol. 9, pp. 134-142. http://www.cibem.org/images/site/LibroActasCIBEM/ComunicacionesLibroActas_CB801-900.pdf
4. Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2017). Representación interactiva de rectas y planos y sus posiciones relativas en el espacio afín utilizando Mathematica. *Actas del VIII*

Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM), vol. 9, pp. 124-133.

http://www.cibem.org/images/site/LibroActasCIBEM/ComunicacionesLibroActas_CB801-900.pdf

5. Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2017). Use of a symbolic computation program to reinforce the spatial abilities of engineering students. *IEEE Revista Iberoamericana de Tecnologías del Aprendizaje*, 12(1), 37-44.
<http://dx.doi.org/10.1109/RITA.2017.2658978>
6. Ramos, H., Nieto-Isidro, S. (2016). Dynamic visualization of the relative position of straight lines on the plane using Mathematica. *Proceedings TEEM'16*, pp. 831-838.
<http://dx.doi.org/10.1145/3012430.3012614>
7. Nieto, S. and Ramos, H. (2016) Constructing extended Boolean functions from truth tables using the Mathematica system. *2016 International Symposium on Computers in Education (SIIE)*, Salamanca, Spain, 2016, pp. 1-6.
<https://doi.org/10.1109/SIIE.2016.7751828>
8. Nieto-Isidro, S., Ramos, H. (2015). Cómo mejorar las capacidades de visualización tridimensional de los estudiantes de ingeniería. *La Sociedad del Aprendizaje. Actas del III Congreso Internacional sobre Aprendizaje, Innovación y Competitividad*, pp. 417-422. http://138.4.83.137/dmami/documentos/liti/Actas_CINAIC_2015.pdf
9. H. R. Calle et al., (2014). Materials for a course in Calculus on several variables: An example of inter-university collaboration, *9th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI)*, pp. 1-4.
<http://dx.doi.org/10.1109/CISTI.2014.6877082>
10. Ramos, H., Nieto-Isidro, S. (2014). Visualización de funciones de dos variables mediante el programa *Mathematica* (explorando las posibilidades pedagógicas del programa más allá de lo evidente). *Sistemas y Tecnologías de Información. Actas de la 9ª Conferencia Ibérica de Sistemas y Tecnologías de Información*, Vol. I, pp. 1021-1026. <http://dx.doi.org/10.1109/CISTI.2014.6877083>

Asimismo, los autores han desarrollado, dirigido y participado en algunos proyectos de innovación docente previos dentro de la Universidad de Salamanca, centrados en el uso de programas de cálculo simbólico (concretamente, el sistema Mathematica), entre los que podemos destacar los siguientes:

1. Proyecto de Innovación Docente ID11/022, Desarrollo de Materiales Docentes relativos a la Aplicación de las Matemáticas en la Ciencia y la Ingeniería.
<http://gedos.usal.es/jspui/handle/10366/120467>
2. Proyecto de Innovación Docente ID2012/216, Desarrollo y uso de materiales docentes para la enseñanza de las Matemáticas elaborados mediante software de cálculo numérico y simbólico.
<http://gedos.usal.es/jspui/handle/10366/122755>
3. Proyecto de Innovación Docente ID2013/093, eMAT2e: Elaboración de Materiales Matemáticos electrónicos. <http://hdl.handle.net/10366/124691>
4. Proyecto de Innovación Docente ID2013/025, EMCVV: Elaboración de Materiales de Cálculo en Varias Variables: Una experiencia interuniversitaria.
<http://hdl.handle.net/10366/124623>
5. Proyecto de Innovación Docente ID2014/0235, EMCVV: Elaboración de Materiales de Cálculo en Varias Variables: Nuevas aportaciones.
<http://hdl.handle.net/10366/126861>
6. Proyecto de Innovación y Mejora Docente ID2016/190. Fomento del uso del programa Mathematica en las asignaturas de ingeniería.
<http://hdl.handle.net/10366/135507>
7. Proyecto de Innovación y Mejora Docente ID2017/079 Elaboración de recursos didácticos para ingeniería mediante el programa Mathematica
<https://gedos.usal.es/handle/10366/138548>

TEST INICIAL DE CONOCIMIENTOS BÁSICOS

Una de las herramientas que se han empleado en este proyecto de innovación docente es un **test de conocimientos básicos** de cálculo en una variable que ha sido diseñado por los autores y empleado en varios proyectos e iniciativas de innovación. Se trata de un test anónimo que contiene cuestiones teóricas o teórico-prácticas de cálculo elemental así como pequeños problemas de desarrollo o de representación gráfica.

Este test, que se administra a los y las estudiantes de primer curso en los primeros días de clase, permite a los docentes tener una idea aproximada de cuáles son los conocimientos previos de matemáticas de los estudiantes de nuevo ingreso, con el objetivo de adaptar o reforzar algunos de los temas de las asignaturas. Además, aunque se trata de un test anónimo, presenta una cabecera en la que se pregunta a los estudiantes por algunas cuestiones relacionadas con sus estudios previos a la universidad: si proceden de Bachillerato, de Formación Profesional o de otros estudios, su nota de matemáticas, el resultado de la prueba de matemáticas de la EBAU, la modalidad de Bachillerato si lo han cursado, etc.

CÓDIGO (las cuatro últimas cifras y la letra del NIF): _____ FECHA: _____
 TITULACION: _____
 CENTRO: _____

- REPETIDOR/A (SI/NO): _____ NÚMERO DE VECES QUE TE HAS PRESENTADO: _____
 -¿HAS CAMBIADO DE PLAN DESDE UNA TITULACIÓN NO DE GRADO? (SI/NO): _____
 -INDICA TUS ESTUDIOS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD:

1. BACHILLERATO (SI/NO) _____ AÑO DE FINALIZACIÓN _____
 MODALIDAD: _____ NOTA DE MATEMÁTICAS: _____
2. AÑO DE SELECTIVIDAD: _____ CONVOCATORIA (JUN./SEPT.): _____
 EXAMEN DE MATEMÁTICAS (SI/NO): _____ NOTA DEL EXAMEN DE MATEM.: _____
3. CICLO FORMATIVO (SI/NO): _____
 NOMBRE DEL CICLO: _____
4. OTROS (SI/NO): _____ ESPECIFICAR: _____

Figura 1-detalle de la cabecera del test de conocimientos básicos

Esta cabecera resulta de gran importancia pues, en nuestra experiencia, los estudiantes que proceden de los Ciclos Profesionales o de Bachilleratos que no son científico-técnicos suelen presentar carencias básicas que deben ser solventadas cuanto antes para afrontar con éxito las asignaturas de matemáticas de primer curso.

Este test ha sido utilizado con éxito en varios proyectos de innovación docente realizado por los autores en diferentes cursos académicos. Por otra parte, algunos resultados del análisis de los datos obtenidos con el test pueden también consultarse en las siguientes referencias:

1. Nieto-Isidro, S. and Ramos, H. (2011). Test de conocimientos previos: una oportunidad para aprender de los errores. *Primeras Jornadas de Innovación Docente de la Universidad de Salamanca*, pp. 113-119.
<http://gredos.usal.es/jspui/handle/10366/113202>
2. Nieto-Isidro, S., Rodríguez- Conde, M.J. and Martínez-Abad, F. (2012). Evaluación de conocimientos previos de matemáticas en estudiantes de nuevo ingreso, en Grados en Ingeniería de la Universidad de Salamanca (España). *Ensino Superior: Inovação e qualidade na docência*, pp. 3874-3889.
http://www.fpce.up.pt/ciie/cidu/publicacoes/livro_de_textos.pdf
3. Nieto-Isidro, S. and Ramos, H. (2012). Pre-Knowledge of Basic Mathematics Topics in Engineering Students in Spain. *Proceedings of the 16th Seminar of the Mathematical Working Group*.
<http://sefi.htw-aalen.de/Seminars/Salamanca2012/16thSEFIMWGSeminar/index.htm>
4. Nieto-Isidro, S., Martínez-Abad, F. and Rodríguez-Conde, M.J. (2017) La influencia de la elección de materias en la Prueba de Acceso a la Universidad en los conocimientos matemáticos de los estudiantes de Ingeniería. *Revista Complutense de Educación* 28(1), 125-144. http://dx.doi.org/10.5209/REV_RCED.2017.V28.N1.48977
5. Nieto-Isidro, S., Martínez-Abad, F. and Rodríguez-Conde, M.J. (2020). Conocimientos matemáticos al acceder a la universidad. Un estudio diacrónico (1999-2017) con estudiantes de ingeniería. *Bordón. Revista de Pedagogía*, 72(2), 119-133.
<https://doi.org/10.13042/Bordon.2020.72694>

Este diagnóstico de la situación previa de los estudiantes antes de comenzar las asignaturas de matemáticas es muy relevante a la hora de diseñar estrategias de innovación docente dirigidas a determinados colectivos que presentan peores resultados en el test, y también para reforzar de forma adecuada los contenidos en los que haya mayores fallos.

Esta problemática ha sido abordada por los autores en algunas iniciativas docentes y proyectos de innovación previos como los siguientes:

1. Nieto, S., Rodríguez Conde, M.J. and Martínez Abad, F., González-Rogado, A.B., Hernández-Ramos, J.P. (2012). El seminario como herramienta de flexibilización docente. Una experiencia de innovación docente de flexibilización horaria en asignaturas básicas para primeros cursos de Ingeniería, *Revista del CIDUI (Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación)*, Núm. 1 (2012). <http://www.cidui.org/revistacidui/index.php/cidui/article/view/345>
2. Nieto, S. and Ramos, H. (2013). Diseño y evaluación de material de apoyo en matemáticas básicas para alumnos procedentes de ciclos formativos en la Escuela Politécnica Superior de Zamora. *Segundas Jornadas de Innovación docente en la Universidad de Salamanca*, pp. 123-128. <http://hdl.handle.net/10366/122428>
3. Ramos, H. and Nieto, S. (2013). Uso de una plataforma virtual como elemento de apoyo para la adquisición de habilidades matemáticas básicas en alumnos de ingeniería. *Sistemas e Tecnologias da Informação*, Vol. I, pp. 428-431. <https://ieeexplore.ieee.org/document/6615720/>
4. Nieto, S. and Ramos, H. (2013). A virtual tool to improve the mathematical knowledge of engineering students. *Proceedings of the First International Conference on Technological Ecosystem for Enhancing Multiculturality*, pp. 447-452. <https://doi.org/10.1145/2536536.2536605>
5. Nieto, S and Ramos, H. (2014) Improving mathematical competencies of students accessing to Higher Education from Vocational Training Modules. *Journal of Cases on Information Technologies*, 16(3), 56-69. <http://dx.doi.org/10.4018/jcit.2014070105>
6. Nieto, S and Ramos, H. (2014). A global approach to improve the mathematical level of engineering students. *Proceedings of the Second International Conference on Technological Ecosystem for Enhancing Multiculturality*, pp. 435-440. <http://dx.doi.org/10.1145/2669711.2669936>
7. Nieto, S. and Ramos, H. (2015). Aprender de los errores: una estrategia didáctica para mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes universitarios.

Investigar con y para la sociedad Vol. 3, pp. 1919-1924.

<http://avanza.uca.es/aidipe2015/libroidipe2015.pdf>

8. Nieto, S. and Ramos, H. (2016). A strategy to reduce the blank answers on math tests at first engineering courses. *Proceedings of the International Conference on Technological Ecosystem for Enhancing Multiculturality TEEM'16*, pp. 825-829.
<http://dx.doi.org/10.1145/3012430.3012613>

OBJETIVOS DEL PROYECTO

OBJETIVO PRINCIPAL Y SUB-OBJETIVOS

Tal y como se detallaba en la memoria de solicitud: “El objetivo principal del Proyecto es adaptar la docencia de las asignaturas de matemáticas básicas y específicas de la nueva titulación de Grado en Desarrollo en Aplicaciones 3D Interactivas y Videojuegos, que se comenzará a impartir en la Escuela Politécnica Superior de Zamora el curso 2021-2022 teniendo en cuenta la decisión del Centro de dotar un aula específica en la que cada estudiante disponga de un ordenador personal para todas las asignaturas” .

Además de este objetivo principal, se desglosaban una serie de sub-objetivos que también figuraban en la memoria de solicitud:

1. Establecer un calendario detallado de “sesiones de aula” que combinen el aprendizaje de los conceptos matemáticos básicos requeridos en la titulación con el manejo interactivo y la visualización bidimensional y tridimensional de objetos matemáticos que ejemplifiquen dichos conceptos.
2. Diseñar, utilizando el programa de cálculo simbólico *Mathematica*, material docente interactivo específico para esta titulación, aprovechando las grandes capacidades gráficas, de visualización y de manipulación interactiva síncrona que presenta dicho programa.
3. Fomentar la aplicabilidad y usabilidad del material generado y la autonomía de los estudiantes en su manejo y diseño.
4. Adaptar los métodos de evaluación de la asignatura, fomentando la valoración de la parte práctica y de manipulación de elementos gráficos y de visualización.

MEDIDAS DE CONSECUCCIÓN DE LOS OBJETIVOS

Para conocer el grado de consecución de los objetivos y sub-objetivos mencionados anteriormente, se determinaron en la memoria de solicitud una serie de indicadores adecuados para cada uno de ellos, que se analizarán en esta memoria:

- **SUB-OBJETIVO 1:** Se valorará la **generación de un cronograma-calendario** que refleje los temas incluidos en el temario de la asignatura, organizados en sesiones de aula auto-contenidas que incluyan tanto los conceptos clave de cada tema como los ejemplos, casos de aplicación, problemas propuestos y prácticas a realizar por los estudiantes.
- **SUB-OBJETIVO 2:** Se analizará el número, los contenidos y la calidad de los **notebooks específicos** generados con *Mathematica* para los temas incluidos en el temario y puestos a disposición de los estudiantes en el curso de Studium generado para ese fin.
- **SUB-OBJETIVO 3:** Se analizará el **grado de participación** de los estudiantes en las diversas iniciativas, contabilizando su **asistencia** a las sesiones en el aula y a las sesiones prácticas de resolución de problemas y manipulación del material electrónico, su **acceso** al repositorio de material y las herramientas de auto-aprendizaje, y su **implicación** en las actividades propuestas.
- **SUB-OBJETIVO 4:** Se valorará **el diseño de la evaluación continua de la asignatura** y los elementos incluidos en las pruebas parciales, así como el nivel de información de los estudiantes sobre su avance en la asignatura en función de las calificaciones parciales obtenidas a lo largo del proceso de evaluación continua (notas de prácticas, puntuaciones en cuestionarios, calificación de trabajos, etc.)

Por otra parte, para para valorar la adecuación de la iniciativa y poder mejorarla en cursos sucesivos, se en la memoria de solicitud se detallaban las siguientes evidencias:

- Resultados obtenidos en el **test inicial de conocimientos básicos** cumplimentado por los estudiantes de nuevo ingreso y su influencia en el nivel matemático inicial de los estudiantes y en la composición del grupo en función de sus estudios previos.

- Resultados de la **evaluación de las sesiones prácticas**, para determinar aquellas que presenten mayor o menor dificultad, y aquellas que son percibidas como más útiles, aplicables o interesantes por parte de los estudiantes.
- Evaluación de la adecuación y pertinencia del **material generado por los profesores**, incluyendo el curso de nivelación para aquellos estudiantes que lo hayan seguido a lo largo del cuatrimestre.
- Evaluación del **nivel de participación de los estudiantes** en las actividades de evaluación continua, prácticas, pruebas presenciales, etc., a lo largo del cuatrimestre. Este nivel de participación será evaluado tanto mediante el seguimiento de los estudiantes que acudan presencialmente a las actividades en el aula como mediante las **herramientas de seguimiento y trazado** de actividades de Studium que permitan valorar el nivel de participación, el número de descargas y visitas de cada uno de los temas del curso, etc.
- **Tasas de éxito y rendimiento** de la asignatura, valorando especialmente el nivel de abandono y las calificaciones parciales obtenidas a lo largo del **proceso de evaluación continua** (notas de prácticas, puntuaciones parciales, calificación de trabajos propuestos, etc.).
- Comentarios, sugerencias y opiniones expresadas en los **cuestionarios de satisfacción** completados por los estudiantes de forma presencial o mediante el uso de las herramientas de cuestionarios y encuestas en Studium.

Todos estos indicadores y el grado de consecución de los objetivos y sub-objetivos planteados se revisarán en las siguientes páginas de esta memoria.

DESARROLLO DEL PROYECTO

LOS ESTUDIANTES Y SUS CARACTERÍSTICAS

En comparación con el resto de las asignaturas de matemáticas básicas impartidas por los profesores responsables del proyecto en la Escuela Politécnica Superior de Zamora, la nueva titulación de Grado en Desarrollo de Aplicaciones Interactivas 3D y Videojuegos presenta unas características propias muy relevantes para el presente proyecto de innovación:

1 –Estudiantes de primera matrícula:

Al tratarse de asignaturas que se imparten por primera vez en una titulación de nueva implantación, no existen estudiantes repetidores, sino que son todos estudiantes que se matriculan por primera vez en todas las asignaturas de primer curso, incluida la asignatura objeto del presente proyecto. Esto convierte el grupo en homogéneo desde ese punto de vista: todos los estudiantes se enfrentan por primera vez a los contenidos y a las actividades planteadas sin experiencias ni ideas previas de “cómo debe ser” la asignatura y cómo va a ser evaluada o impartida, más allá de la información proporcionada por la Guía Académica y por los propios profesores en las presentaciones iniciales y en el campus virtual.

Esta característica hace más sencillo implantar innovaciones docentes en el aula, sin tener que hacer frente a las resistencias que, en nuestra experiencia, suelen presentar los estudiantes repetidores cuando hay cambios en las “reglas del juego”. Por otra parte, los estudiantes repetidores muchas veces no acuden a clase y se presentan solamente a los exámenes, lo que les deja fuera de cualquier actividad de innovación docente que se realice de forma presencial en el aula.

2- Heterogeneidad de las procedencias:

Al analizar cuáles han sido los estudios previos de los estudiantes antes de matricularse en la titulación a partir de los datos recabados por el test inicial (que se detallará más adelante) hemos constatado una gran heterogeneidad en los orígenes académicos de estos estudiantes, mucho mayor que la que se suele encontrar en los demás Grados en Ingeniería del centro.

Como veremos posteriormente, un porcentaje importante de los estudiantes proceden no de un Bachillerato de corte científico-tecnológico o de una Formación Profesional específica (como suele ser habitual en los estudios de ingeniería), sino del Bachillerato de Artes, atraídos por la parte de animación digital y por la faceta más artística y estética de los videojuegos y las aplicaciones interactivas 3D.

Este origen es muy relevante desde el punto de vista de los docentes de las asignaturas básicas, pues evidentemente estos estudiantes presentan unas carencias muy grandes en lo que a conocimientos básicos de matemáticas (y otras asignaturas de corte científico como física) se refiere. Esta circunstancia, como veremos más adelante, ha tenido un efecto importante en la manera en la que ha habido que plantear la docencia de las asignaturas y también en el alcance que ha podido tener el presente proyecto.

3-Intensa cohesión y sentido de grupo

Una de las características más llamativas de estos estudiantes es su intenso sentido de pertenencia a un grupo y la relación personal y social que han establecido entre ellos, con una comunicación fluida y un buen ambiente interpersonal claramente visible.

Así, excepto una estudiante que a pesar de estar matriculada no ha acudido a clase, nunca ha realizado ninguna actividad y que ni siquiera ha accedido al campus virtual, el resto de los estudiantes han participado en todas las sesiones prácticas, han acudido a todos los exámenes, han entregado todas las prácticas y han asistido regularmente a la totalidad de las clases magistrales planificadas, colaborando de forma activa en todas las actividades planteadas.

Esta intensa participación, que no es muy común en el resto de los estudios de ingeniería, ha facilitado mucho el aprendizaje y la puesta en marcha de las actividades propuestas, puesto que ha permitido una gran continuidad en las actividades docentes y un gran aprovechamiento de las clases. Su sensación de pertenencia a un grupo refuerza su interés en las asignaturas y les ha hecho colaborar y relacionarse entre ellos/as de forma especialmente remarcable.

4-Mayoría de presencia femenina:

Al contrario de lo que es habitual en el resto de las titulaciones de la Escuela Politécnica Superior de Zamora, en las que la proporción de estudiantes femeninas es muy baja (salvo en la titulación de Arquitectura Técnica), en la nueva titulación de Grado en Desarrollo de Aplicaciones 3D interactivas y Videojuegos, las alumnas constituyen exactamente el 50% de los estudiantes de primera matrícula de este curso (15 mujeres del total de 30 estudiantes matriculados). Este porcentaje tan elevado es debido probablemente al alto grado de asignaturas relacionadas con el diseño y la animación digital, y con la parte artística, plástica y creativa del diseño de aplicaciones y videojuegos.

CALENDARIO DE ACTUACIONES

Tal y como estaba diseñado en la memoria de solicitud, el proyecto se tendría que haber llevado a cabo en el primer cuatrimestre del curso 2021-2022, puesto que se había determinado como asignatura principal para su desarrollo la asignatura denominada MÉTODOS MATEMÁTICOS, con contenidos de Cálculo y Cálculo en Varias Variables, y que se imparte en el primer cuatrimestre.

Sin embargo, ha habido dos circunstancias sobrevenidas que nos han llevado a hacer ciertas modificaciones en el calendario para optimizar los resultados del proyecto.

Estas dos circunstancias son las siguientes:

- En primer lugar, tal y como se estableció en la memoria, una gran parte de las actividades diseñadas se basaban en el compromiso de la Escuela Politécnica Superior de Zamora de tener dotada un aula específica para estos estudiantes, en la que supuestamente cada uno de ellos podría seguir las clases, acceder a Studium, descargarse el material, hacer uso de los programas necesarios y generar su propio material. Sin embargo, esta dotación no se ha producido en ningún momento durante el primer cuatrimestre, y durante el segundo cuatrimestre simplemente se ha añadido una nueva aula de informática que ha aumentado la dotación del centro, pero que no es ocupada de forma preferente ni de forma continuada por estos estudiantes. Por lo tanto, ha habido que adaptar las actividades a estas circunstancias: no ha sido posible utilizar el programa *Mathematica* en cualquier momento de las clases de la asignatura de Métodos Matemáticos como estaba previsto, sino que ha sido necesario circunscribir su uso a los horarios proporcionados por el centro para acceder a las aulas de informática, respetando al resto de los grupos, asignaturas y titulaciones del centro.
- En segundo lugar, el muy heterogéneo origen de los estudiantes, con un porcentaje importante de ellos presentando carencias en su formación matemática básica, ha afectado a la rapidez con la que han ido incorporando y aprendiendo el manejo de un programa de cálculo simbólico, como es el caso de *Mathematica*. Por ello, ha sido necesario alargar el periodo inicial de entrenamiento en habilidades básicas de trabajo con un programa de estas características, puesto que muchos estudiantes carecían de experiencia en programación, no entendían muchas de las restricciones y consecuencias en el uso de comandos, presentaban un total desconocimiento de la lógica inherente a este tipo de programas, etc.

Teniendo en cuenta estas limitaciones, el calendario de actuaciones que se ha seguido se detalla a continuación:

1-Mes de Septiembre de 2021:

- Se comenzó por realizar un diagnóstico de la situación inicial del alumnado, mediante la aplicación de un **test específico sobre conocimientos matemáticos** diseñado por los autores y que ya se ha empleado en otras iniciativas de innovación docente. Este test, que es anónimo, incluye una cabecera que indica de forma explícita la procedencia de los estudiantes (acceso desde Ciclos Formativos, si han cursado Bachilleratos de ciencias o de otras especialidades, acceso a mayores de 25 o 45 años, si han cursado otras titulaciones, etc.) y otros datos sobre su formación matemática inicial, como su calificación en la prueba de matemáticas de la EBAU si la han realizado.
- Una vez que se analizaron los resultados del test se detectó de forma inmediata el numeroso grupo de estudiantes que presentaban una formación insuficiente en matemáticas. La memoria de solicitud proponía invitar a dichos estudiantes a seguir un **curso específico online de nivelación matemática** que ha sido diseñado y mejorado por los autores en proyectos de innovación docente previos al actual y está disponible en Studium para los estudiantes de nuevo ingreso de todas las titulaciones de la EPSZ.
- Sin embargo, dada la situación especial de los estudiantes procedentes de Ciclos Formativos y de los Bachilleratos de Artes, Humanidades y Ciencias de la Salud, ha sido necesario **complementar esta autoformación** con el desarrollo de varios seminarios específicos a lo largo de todo el curso para tratar de paliar las carencias de un porcentaje de estos estudiantes en las habilidades matemáticas básicas necesarias para afrontar con éxito su formación.

2-Meses de Octubre-Diciembre de 2021:

- Se realizaron a lo largo del cuatrimestre varios **seminarios específicos** de formación que no estaban previstos en la propuesta inicial para tratar de dotar a los estudiantes que lo necesitaban de habilidades matemáticas propias de los Bachilleratos de tipo científico-tecnológico. Así, se realizaron sesiones grupales en horario de tarde sobre

temas básicos como derivación y sus propiedades, integración, uso de matrices y vectores, solución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones, desarrollo de algoritmos concretos, etc.

- Dada la reorganización que supuso el no contar con el aula de informática exclusiva que estaba prevista, se optó por generar un único **curso en Studium** (en la memoria de solicitud se proponía la generación de dos cursos diferentes). Como la docencia se tuvo que repartir de forma estricta y menos flexible siguiendo los horarios disponibles en las aulas de informática estándar, un único curso facilitaba la comunicación y coordinación entre los profesores y el seguimiento de las actividades por parte de los estudiantes.
- De nuevo, la organización horaria impuesta por el centro hizo que no fuera necesario diseñar el calendario de sesiones de aula previsto en la memoria de solicitud, sino que se adaptó el desarrollo de las prácticas al horario disponible. Esto supuso un esfuerzo de **coordinación entre los profesores** para que los contenidos teóricos que se impartían sin apoyo informático inmediato al no disponer de ordenadores en el aula de clase, fuesen revisados de forma interactiva utilizando el apoyo gráfico proporcionado por *Mathematica* en las sesiones de prácticas siguientes.
- La falta de destreza en el manejo de programas de cálculo simbólico de una parte de los estudiantes hizo que el periodo de entrenamiento y familiarización con el programa se alargase más que con otros grupos más homogéneos. Por ello se optó por realizar prácticas más dirigidas por el profesor hasta que los estudiantes fueron capaces de realizar las prácticas de forma individual y efectiva. Por ello, se adaptaron los **métodos de evaluación continua**, dando mayor peso a la prueba final de uso del *Mathematica* en lugar de ir evaluando cada una de las prácticas realizadas a lo largo del curso, lo que hubiera perjudicado a los estudiantes que partían con desventaja y presentaban menores habilidades de manejo del programa. Lo mismo ocurrió con la propuesta de trabajos a lo largo del curso; la falta de habilidades matemáticas de una parte de estos estudiantes hizo que se redujera el número de trabajos para no penalizar a los estudiantes con un conocimiento matemático inferior.

3- Meses de Febrero-Junio de 2022:

- Aunque no estaba previsto en la memoria de solicitud y dadas las circunstancias especiales de este grupo, se decidió **extender el proyecto de innovación docente** durante todo el curso, incluyendo una segunda asignatura denominada MATEMÁTICA DISCRETA Y LÓGICA, impartida durante el segundo cuatrimestre, y en el que se incluyen también varias prácticas de aplicación y visualización utilizando el programa *Mathematica*. En esta asignatura se llevaron a cabo actuaciones similares a las de la asignatura MÉTODOS MATEMÁTICOS, con la diferencia de que ya fue posible evaluar de forma continua las prácticas realizadas por los estudiantes al disponer estos de mayor dominio del programa, así como aumentar el número y la calidad de los trabajos propuestos a lo largo del curso.
- Una vez finalizado el curso, se recabó la opinión de los estudiantes sobre el uso del programa *Mathematica* mediante una **encuesta de evaluación específica**, anónima, en la que se exploraba la utilidad y relevancia del uso del programa, las dificultades que habían encontrado, etc.

RESULTADOS DEL PROYECTO

RESULTADOS PRINCIPALES DEL TEST DE CONOCIMIENTOS BÁSICOS

En primer lugar, abordamos los resultados obtenidos por el test de conocimientos básicos cumplimentado por los estudiantes en el primer día de clase.

Dicho test, que es anónimo pero con la cabecera mostrada anteriormente, consta de 25 cuestiones divididas en dos grupos. Las 14 primeras son cuestiones de tipo teórico-práctico con respuesta Verdadero/Falso, y las 11 últimas son pequeñas operaciones o representaciones gráficas que requieren de un desarrollo matemático, por lo que disponen de un pequeño espacio en el que responder a las cuestiones.

Se trata de un test que proporciona una gran cantidad de información y cuyo análisis detallado queda fuera de esta memoria; a continuación se van a mostrar algunos resultados relevantes para este proyecto.

Número de test completados y porcentajes según procedencia

En el curso 2021-2022 han contestado el test un total de 29 estudiantes de los 30 estudiantes matriculados. Sin embargo, dado que hay una estudiante matriculada que nunca ha asistido a ninguna clase ni ha realizado ninguna actividad, consideraremos que el tamaño real del grupo es de 29 estudiantes: por lo tanto, el test ha sido completado por el 100% de los estudiantes del grupo. Esta situación es bastante excepcional (generalmente hay un porcentaje de los estudiantes matriculados que no contestan el test en otras titulaciones) y se debe a que se trata de un curso en el que no hay estudiantes repetidores y son todos de primera matrícula, al ser el primer curso en el que se imparte esta titulación.

Según los datos aportados por los estudiantes en la cabecera del test, su procedencia es la siguiente:

- Estudiantes procedentes de un Bachillerato de ciencias o científico-técnico: 17
- Estudiantes procedentes de un Bachillerato de ciencias de la salud: 3
- Estudiantes procedentes de Ciclos Profesionales: 2
- Estudiantes procedentes del Bachillerato de Artes: 3
- Estudiantes procedentes del Bachillerato de Humanidades: 2
- Sin especificar: 2

Como podemos ver, los estudiantes con trayectoria académica “tradicional”, es decir, procedentes de un Bachillerato de Ciencias (que es lo esperable en una titulación de corte técnico y una parte importante de programación y desarrollo), constituyen solamente un 59% de los estudiantes de nuevo acceso (17 de 29), mientras que un 35% (10 de 29) son estudiantes que manifiestan que no tienen la formación matemática que cabría desear, bien porque proceden de Bachillerato de Artes, de Ciencias de la Salud o de Humanidades, o bien porque proceden de Ciclos Profesionales. Hay dos estudiantes que no especifican su formación, pero en todo caso tenemos **más de un tercio** de los estudiantes que no tienen conocimientos suficientes para seguir con soltura un curso de cálculo en varias variables.

El caso de los estudiantes de otras procedencias:

Los estudiantes procedentes del Bachillerato de Artes indican en la mayoría de las cuestiones del test que no han visto esos temas; lo mismo ocurre con los estudiantes de Ciencias de la Salud. A continuación se muestran imágenes de las respuestas dadas por estos estudiantes, tanto en la primera parte del test (cuestiones de respuesta verdadero/falso sobre temas básicos de cálculo en una variable) como en la segunda parte del test (realización de pequeños ejercicios o representaciones gráficas de funciones elementales):

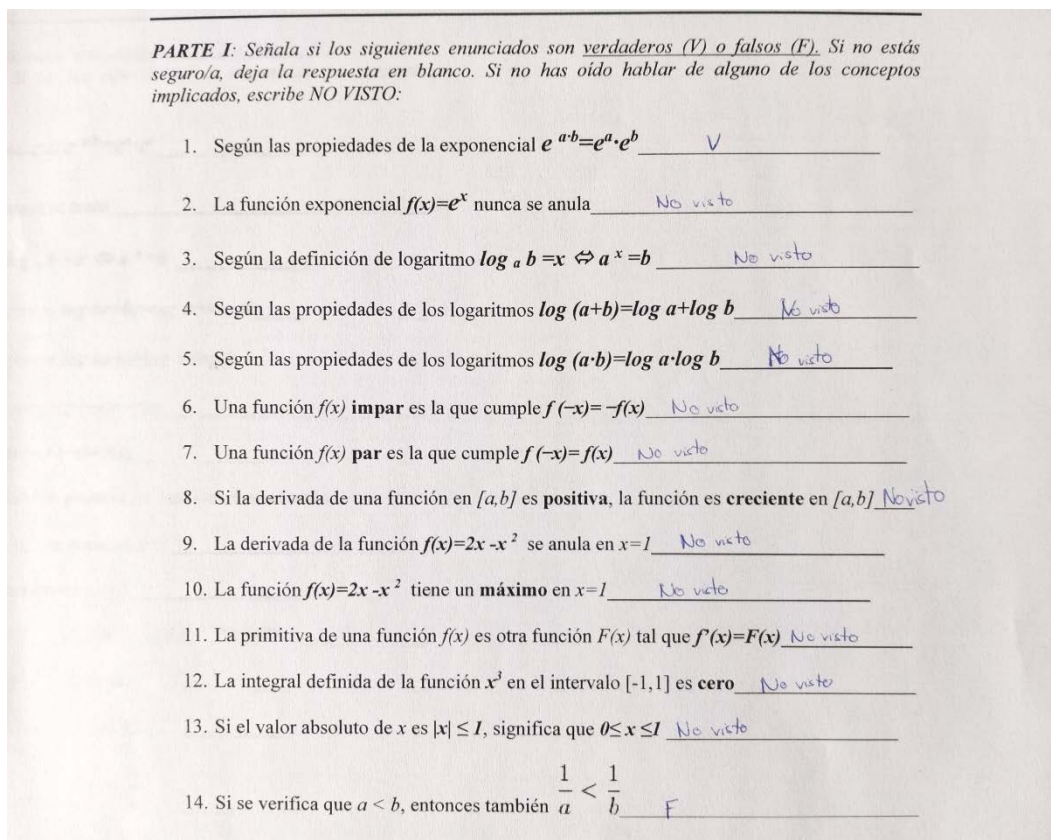


Figura 2a: respuestas de los estudiantes al test de conocimientos básicos

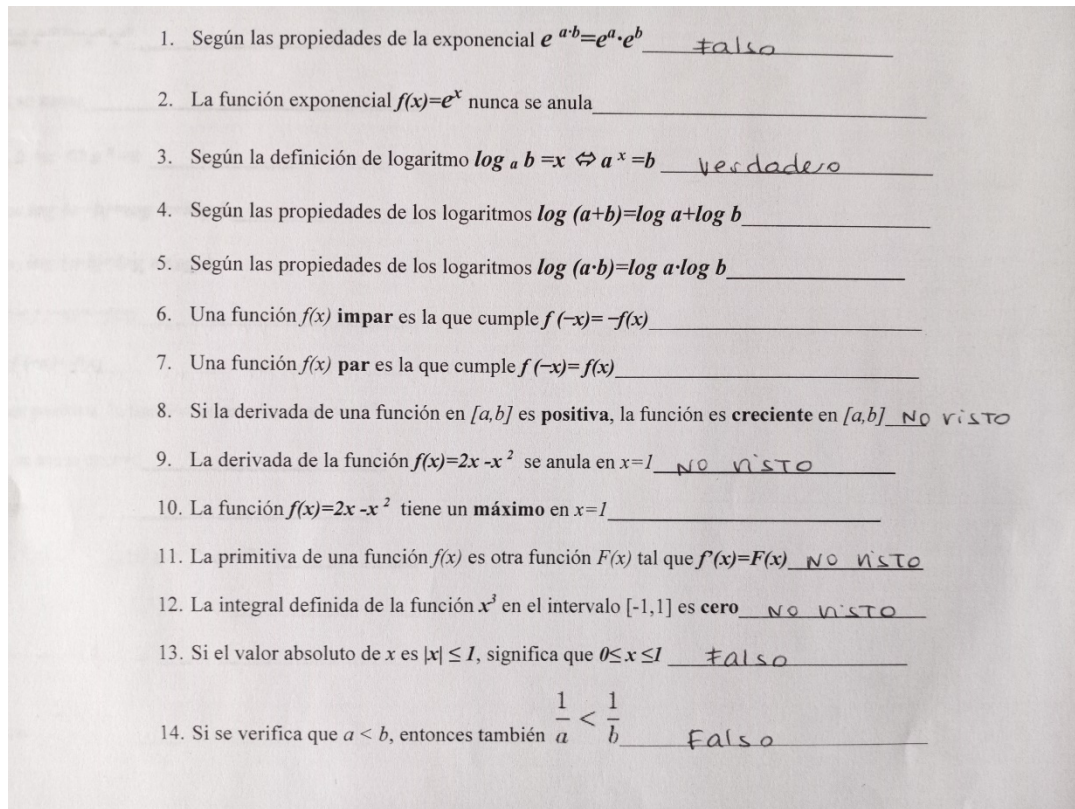


Figura 2b: respuestas de los estudiantes al test de conocimientos básicos

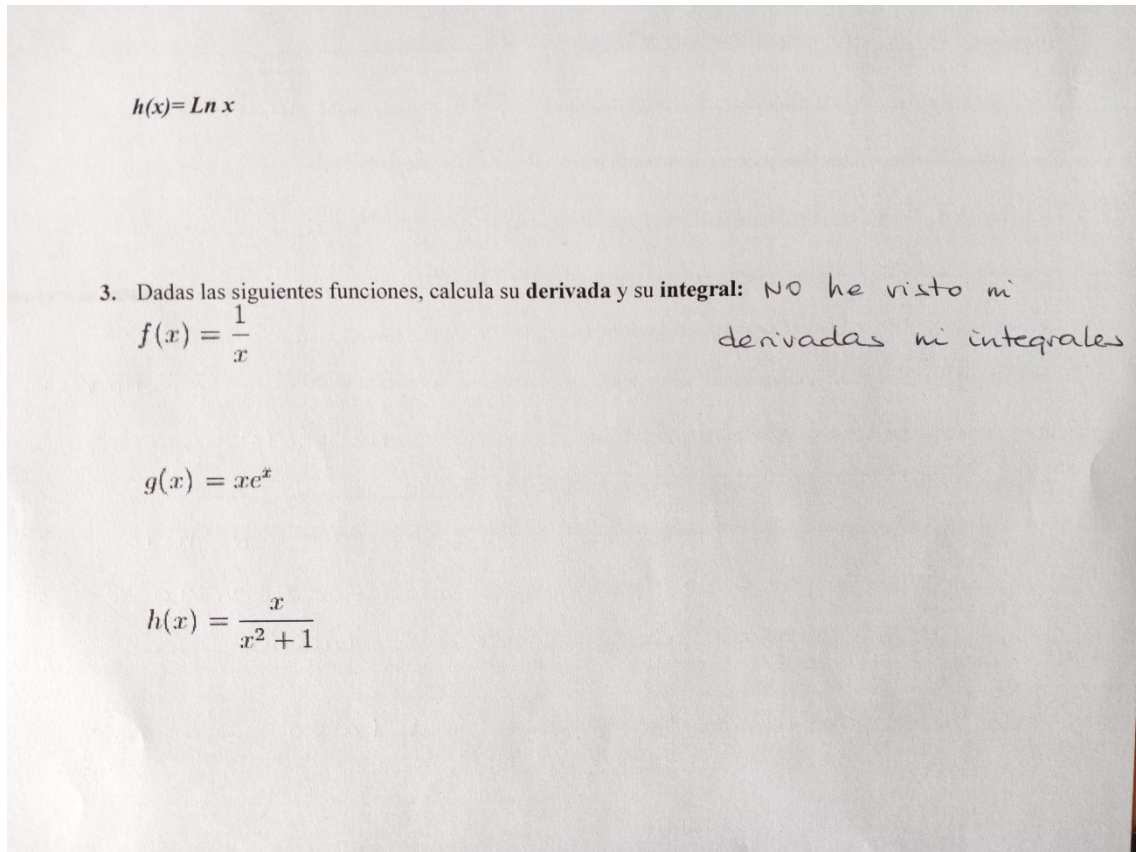


Figura 2c: respuestas de los estudiantes al test de conocimientos básicos

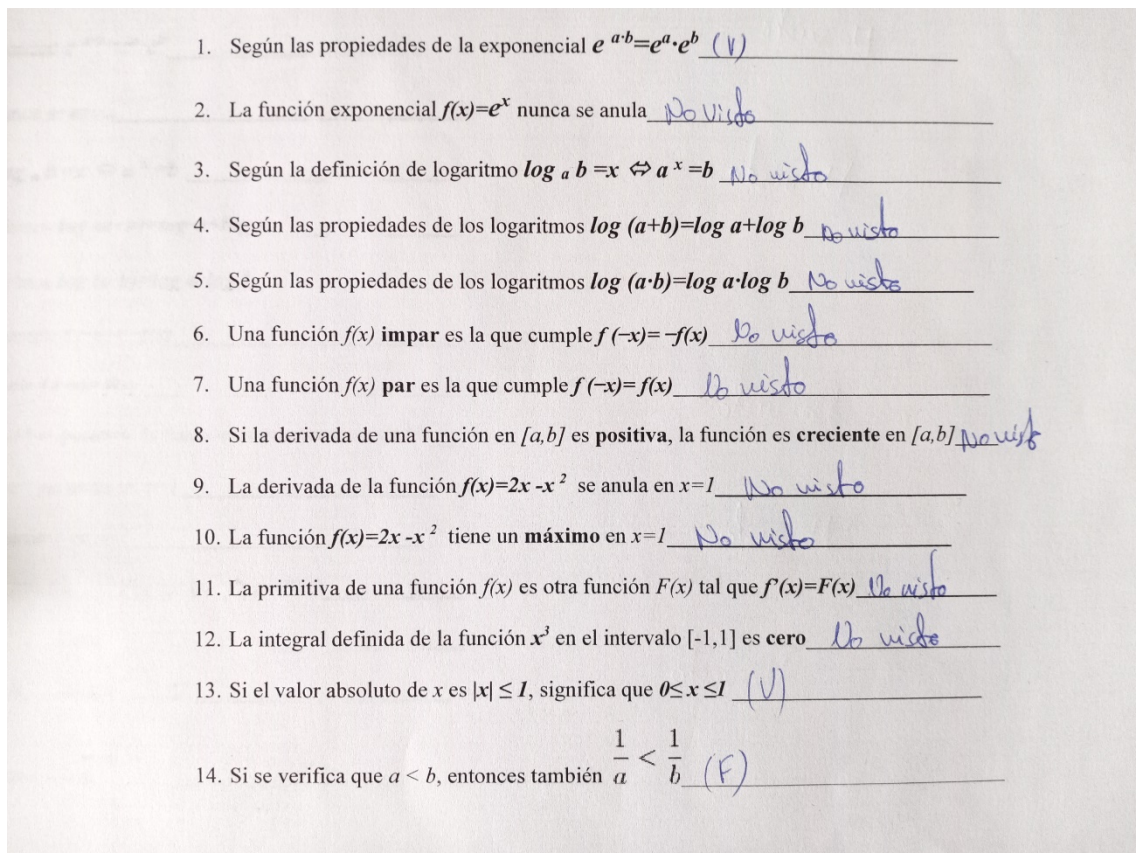


Figura 2d: respuestas de los estudiantes al test de conocimientos básicos

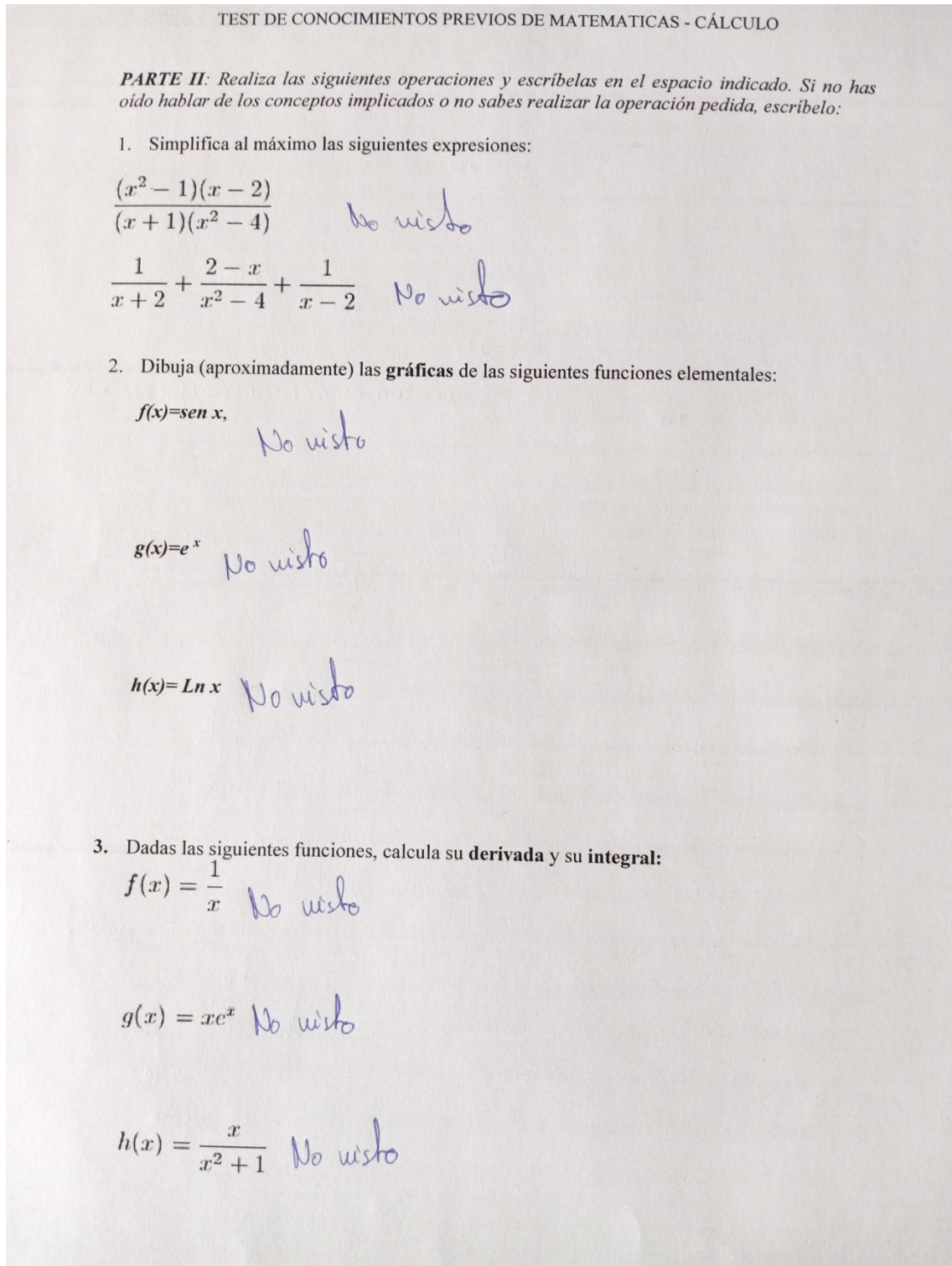


Figura 2e: respuestas de los estudiantes al test de conocimientos básicos

Como se puede comprobar en las figuras 2a, 2b, 2c, 2d y 2e, la mayoría de los contenidos no han sido vistos por estos estudiantes.

Dado que la asignatura de Métodos Matemáticos en la que se realizó el presente proyecto tiene contenidos de cálculo en varias variables y estos estudiantes no tienen manejo del cálculo básico en una variable, sus posibilidades de éxito en la asignatura eran muy limitadas, lo que obligó a los profesores a plantearse diversas actuaciones de nivelación que se detallan a continuación.

Actuaciones de nivelación

Dadas las carencias detectadas con el test de conocimientos básicos, hubo que adaptar el proyecto de innovación docente mediante actuaciones a distinto nivel:

1. En primer lugar, se hizo uso del curso on-line de autoaprendizaje desarrollado por los autores en un proyecto de innovación previo, denominado **proyecto NIVELA**, que se desarrolló de forma específica para estudiantes de Ciclos Formativos dentro de la titulación de Ingeniería Mecánica (PID2012/085). Las características de este curso de Studium están detalladas en la Memoria del Proyecto PID2018/202 (véase <http://hdl.handle.net/10366/140674> en el repositorio institucional GREDOS), por lo que no se profundizará en sus características. Más adelante en esta memoria se detallan los resultados obtenidos por este curso de nivelación.
2. En segundo lugar, se desarrollaron una serie de **seminarios de repaso** en horario de tarde, para dotar a estos estudiantes de algunas de las habilidades básicas necesarias; por ejemplo, se desarrolló un seminario dedicado íntegramente a técnicas de derivación, otro al manejo de matrices y vectores, etc., según se fueron detectando carencias a lo largo del curso.
3. En tercer lugar, se reforzó el sistema de tutorías, desarrollando un **sistema mixto de tutorías**, que incluía tutorías personales en el despacho pero también tutorías grupales en el aula, para resolver dudas comunes.

Además, esta situación fue puesta en conocimiento de la Coordinación de la titulación para dar una respuesta institucional a las necesidades de estos estudiantes en cursos sucesivos mediante el desarrollo de algún tipo de “curso cero” o similar.

ACTIVIDADES EN EL AULA PRESENCIAL

Como se ha comentado anteriormente, los planes planteados para este proyecto de innovación docente han sufrido algunas modificaciones respecto de la propuesta inicial, modificaciones que han venido obligadas por la ausencia del aula propia con ordenadores individuales para estos estudiantes que el Centro había anunciado, así como por la variada composición en cuanto a procedencia de los estudiantes matriculados, con un alto porcentaje sin una base científico-técnica adecuada y sin manejo de los programas estándar de cálculo simbólico (ni siquiera, a veces, de una calculadora sencilla).

A tenor de esto, una de las primeras modificaciones ha sido la división de la docencia en dos bloques diferentes, uno destinado a la docencia teórico-práctica de la asignatura, que se impartía los lunes, y otro destinado exclusivamente a la parte teórica, que se impartía los martes. Se ha utilizado para ello la disponibilidad de las aulas de informática de la Escuela Politécnica Superior de Zamora en lugar de utilizar un enfoque más flexible y adaptado al transcurso de la asignatura, como hubiera sido nuestro deseo. Aun así, hemos intentado que esta división más artificial fuese lo más operativa posible, y para ello hemos utilizado dos estrategias complementarias:

1. En primer lugar, se ha realizado una **organización temporal muy detallada** para cada una de las semanas de clase dentro del cuatrimestre, de manera que los contenidos que se impartían en la clase teórico-práctica de los lunes fuesen revisados en la medida de lo posible en la clase práctica de los martes. Así, parte de los problemas, tanto resueltos como propuestos, vistos en el aula presencial, se resolvían de nuevo en el aula de prácticas, utilizando las capacidades de *Mathematica* para facilitar la parte de cálculo, y para visualizar los resultados y manipular los parámetros de los enunciados. Esta organización “sincronizada” fue especialmente útil en la segunda mitad del cuatrimestre, puesto que la falta de conocimientos y de manejo del programa por parte de los estudiantes hizo necesario que las sesiones de introducción al programa *Mathematica* tuviesen una duración mayor de lo planteado inicialmente para adaptarse a las características de estos estudiantes.

2. En segundo lugar, ya que no se podía acceder de forma individual al uso del programa *Mathematica* durante las clases, se ha optado por **enriquecer los materiales** utilizados en el aula presencial con un gran número de figuras, diagramas, capturas de pantalla, etc., y cuando ha sido posible se ha lanzado el programa *Mathematica* desde el ordenador del profesor para visualizar las representaciones gráficas de funciones, superficies, curvas, etc. Esta visualización es más pasiva dado que los estudiantes no pueden manipular los comandos, pero permite al menos mostrar diversos conceptos y resultados aprovechando las capacidades gráficas de *Mathematica*, y hace más evidente la relación de la parte teórico-práctica con las clases prácticas realizadas en el aula de informática.

Se presentan a continuación algunos fragmentos de las figuras, diagramas y ejemplos incluidos dentro del material de estudio de los estudiantes:

2-Cálculo diferencial en varias variables 7

DERIVADAS PARCIALES Y DIRECCIONALES

15 - Derivadas parciales: Sea una función escalar $f : A \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ y un punto $\vec{a} = (x_0, y_0) \in A$. Las derivadas parciales de f en el punto $\vec{a} = (x_0, y_0)$, denotadas por $f_x(x_0, y_0)$ y $f_y(x_0, y_0)$ o bien por $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)$, son:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) = f_x(x_0, y_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h, y_0) - f(x_0, y_0)}{h} \\ \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) = f_y(x_0, y_0) = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0 + k) - f(x_0, y_0)}{k} \end{cases}$$

En general, para una función escalar $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, la derivada parcial respecto de la variable x_1 , denotada por $\frac{\partial f}{\partial x_1}$ o f_{x_1} , en el punto $\vec{a} = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$ será:

$$\frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1, \dots, x_n) = f_{x_1}(x_1, \dots, x_n) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_1, \dots, x_1 + h, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_n)}{h}$$

Observación: Las derivadas parciales $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ en el punto de coordenadas (x_0, y_0) de la función escalar $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ representan la pendiente de las rectas tangentes a las curvas que resultan de la intersección de la superficie $z = f(x, y)$ con los planos $y = y_0$ y $x = x_0$ respectivamente, en el punto (x_0, y_0, z_0) .

Figura 3: ejemplo de visualización incluida en los apuntes teóricos

En la Figura 3 anterior se puede ver un ejemplo de cómo se han incorporado figuras tridimensionales generadas con *Mathematica* para ejemplificar algunas definiciones dentro de los apuntes de la parte teórico-práctica. Cuando ha sido posible, se han replicado estos comandos en el aula utilizando el ordenador del profesor, para visualizarlos de forma más dinámica

EJEMPLO: Dada la función $f(x, y) = x^2 + y^2$, obtener el gradiente de la función en los puntos $(1, 0)$, $(1, 1)$ y $(0, 2)$, y dibujar las curvas de nivel que pasan por esos puntos ¿Qué relación se puede observar entre el gradiente y las curvas de nivel en esos puntos?

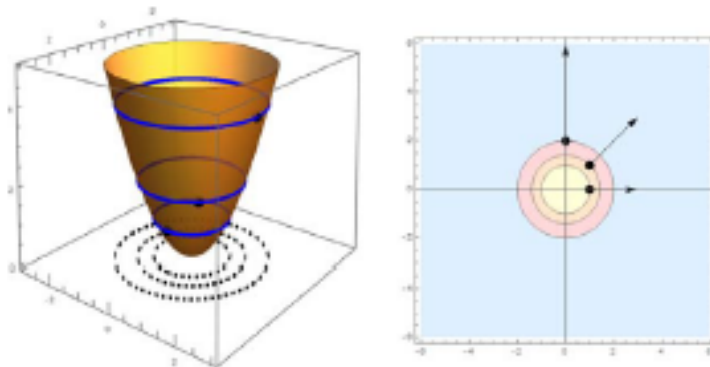
Calculamos el gradiente de la función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ en los puntos dados:

$$\vec{\nabla} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) = (2x, 2y) \quad \Rightarrow \begin{cases} \vec{\nabla} f(1, 0) = (2, 0) \\ \vec{\nabla} f(1, 1) = (2, 2) \\ \vec{\nabla} f(0, 2) = (0, 4) \end{cases}$$

Las curvas de nivel que pasan por esos puntos serán:

$$\begin{cases} 1^2 + 0^2 = 1 & \Rightarrow x^2 + y^2 = 1 & \Rightarrow \text{circunferencia de radio } 1 \text{ en } z = 1 \\ 1^2 + 1^2 = 2 & \Rightarrow x^2 + y^2 = 2 & \Rightarrow \text{circunferencia de radio } \sqrt{2} \text{ en } z = 2 \\ 0^2 + 2^2 = 4 & \Rightarrow x^2 + y^2 = 4 & \Rightarrow \text{circunferencia de radio } 2 \text{ en } z = 4 \end{cases}$$

Visualizamos a continuación a la izquierda la gráfica de la función (es un paraboloide) con los puntos y las curvas de nivel sobre la propia gráfica. A la derecha representamos en el plano esas mismas curvas de nivel y los vectores gradientes, cada uno en el punto correspondiente:



Podemos ver que los vectores gradiente en cada punto son perpendiculares a la curva de nivel en ese punto (al vector tangente a esa curva de nivel en cada punto).

Además, los gradientes en cada uno de los puntos indican las direcciones de crecimiento máximo en ese punto, y que su tamaño indica el valor de ese crecimiento.

Figura 4a: utilización de *Mathematica* para representar soluciones de un ejercicio

La función $g_1(x) = 2x^4$ tiene un mínimo en $x = 0$, porque la primera derivada que no se anula es par y positiva:

$$\begin{cases} g_1'(x) = 8x^3 & g_1'(0) = 0 \\ g_1''(x) = 24x^2 & g_1''(0) = 0 \\ g_1'''(x) = 48x & g_1'''(0) = 0 \\ g_1^{(4)}(x) = 48 & g_1^{(4)}(0) = 48 > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{mínimo en } x = 0$$

Calculamos la derivada de la segunda función: $g_2'(x) = 8x^3 - 8x$ que se anula en $x = 0$.
Calculamos la segunda derivada de esa función en $x = 0$:

$$g_2''(x) = 24x^2 - 8 \Rightarrow g_2''(0) = -8 < 0 \quad \text{máximo en } x = 0$$

Tenemos dos caminos con diferente comportamiento: por lo tanto, la función $f(x, y)$ tiene un punto de silla en el punto $(0, 0)$.

Representamos la función para ver los mínimos en los puntos $(1, -1)$ y $(-1, 1)$ y el punto de silla en el $(0, 0)$:

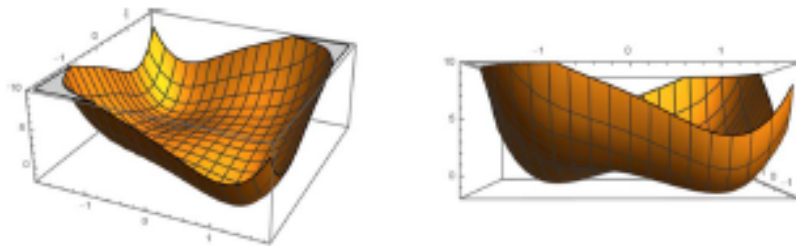


Figura 4b: utilización del *Mathematica* para representar soluciones a un ejercicio

Como se puede apreciar en las Figuras 4a y 4b, también se han empleado resultados generados por los autores utilizando el programa *Mathematica* para visualizar los resultados de un problema que sirve como ejemplo de aplicación de un concepto mostrado previamente. En este caso, se está simulando la posibilidad que tiene el programa de mostrar diferentes puntos de vista girando la figura cuando se realizan representaciones en tres dimensiones, mostrando un par de ellas (Figura 4b); también se muestra la capacidad del programa de relacionar resultados en dos y tres dimensiones y de superponer información relevante (Figura 4a).

ACTIVIDADES EN EL AULA DE INFORMÁTICA

Como se ha comentado previamente, las clases en el aula de informática han formado un bloque propio de dos horas los martes, con periodicidad semanal, conectados con la parte teórica gracias a la coordinación entre profesores, pero impartidos de forma separada.

Las características de estos estudiantes han ocasionado en primer lugar que las sesiones dedicadas a la introducción al manejo del programa se hayan tenido que prolongar más de lo esperado, puesto que una parte importante de los estudiantes no disponían de experiencia en el manejo de programas de cálculo simbólico, que son habituales en los Bachilleratos de ciencias (por ejemplo Derive, Geogebra u otros programas de software libre). La falta de conocimientos matemáticos, que impide la traducción sencilla de los enunciados de los problemas a lenguaje matemático y lógico, así como la escasa comprensión de cuál es la lógica de los comandos que se deben suministrar a un programa informático ha hecho mucho más lenta la curva de aprendizaje para estos estudiantes.

Por este motivo, si bien se ha mantenido la propuesta de valorar la parte de prácticas de forma importante en la nota final (un 40% de la calificación de la asignatura), se ha renunciado a la valoración de las prácticas realizadas por los estudiantes en todas las sesiones. El escaso nivel inicial y la lentitud del aprendizaje de lo que es un lenguaje desconocido para ellos hubiera perjudicado mucho a estos estudiantes. En su lugar, se ha realizado una prueba final de manejo del programa, cuando se ha considerado que todos los estudiantes habían alcanzado un nivel suficiente de conocimiento y de adquisición de habilidades.

La organización de las clases prácticas ha estado dictada entonces por la necesidad de formación inicial de los estudiantes en comparación con el resto de primeros cursos de las titulaciones de ingeniería, así como por la necesidad de coordinarse de la manera más fiel posible a los contenidos matemáticos que se estaban impartiendo en las clases teórico-prácticas.

Mostramos a continuación algunos ejemplos del material que los estudiantes han manipulado dentro de las clases prácticas, haciendo uso de las posibilidades gráficas y de cálculo del programa.

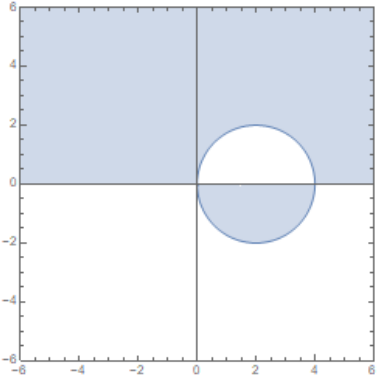
Práctica 3 (regiones en 2D y 3D) 28-9-2021.nb * - Wolfram Mathematica 12.1

Archivo Edición Insertar Formato Celda Gráficos Evaluación Paletas Ventana Ayuda

La región que queremos representar es la zona exterior a la circunferencia. Pero hay que tener cuidado con cómo Mathematica interpreta los valores de las curvas polares cuando el valor de r es negativo. Cuando r es negativo se dibuja el punto correspondiente a distancia $|r|$ (positiva!!) en la dirección del ángulo dado por $\pi+\theta$.

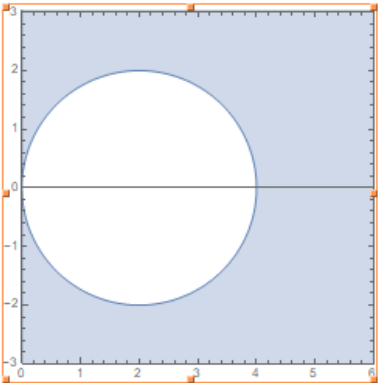
Como queremos representar la región exterior a la circunferencia, pondremos que r varía desde $4\cos[\theta]$ a un valor grande, por ejemplo 10. Pero entonces, cuando los ángulos θ correspondan al segundo cuadrante $\pi/2<\theta<\pi$, tendremos que la curva en realidad se dibuja en el tercer cuadrante (porque el valor de r es negativo) y para cada ángulo estaremos representando el radiovector desde la curva hasta 10. Esto es lo que nos dibuja Mathematica:

```
ParametricPlot[{r Cos[θ], r Sin[θ]}, {θ, 0, Pi}, {r, 4 Cos[θ], 10}, PlotPoints -> 60, PlotRange -> {{-6, 6}, {-6, 6}}
```



El problema se soluciona tomando el ángulo adecuadamente, en este caso variando desde $-\pi/2$ a $\pi/2$

```
ParametricPlot[{r Cos[θ], r Sin[θ]}, {θ, -Pi / 2, Pi / 2}, {r, 4 Cos[θ], 10}, PlotPoints -> 60, PlotRange -> {{0, 6}, {-3, 3}}
```



75%

Figura 5. Ejemplo de material proporcionado en el aula de informática

En la Figura 5 se muestran algunos errores comunes a la hora de representar recintos y cómo pueden ser resueltos con *Mathematica*.

Práctica 3 (regiones en 2D y 3D) 28-9-2021.nb * - Wolfram Mathematica 12.1

Archivo Edición Insertar Formato Celda Gráficos Evaluación Paletas Ventana Ayuda

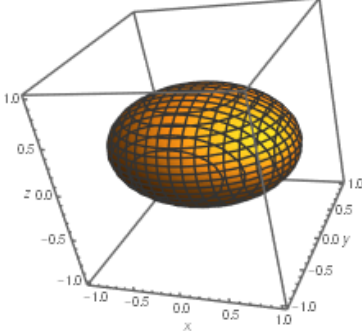
4 - Describir y representar los siguientes conjuntos de R^3 :

- $A = \{(x, y, z) \in R^3 / x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1\}$
- $A = \{(x, y, z) \in R^3 / x^2 - y^2 - z = 0\}$
- $A = \{(x, y, z) \in R^3 / x^2 + y^2 = 1\}$
- $A = \{(x, y, z) \in R^3 / x^2 + z^2 \leq 1\}$

La primera superficie es un elipsoide (no de revolución), que se puede representar mediante

```
ContourPlot3D[x^2+2y^2+3z^2==1, {x, -1, 1}, {y, -1, 1}, {z, -1, 1}, AxesLabel->{x, y, z}]
```

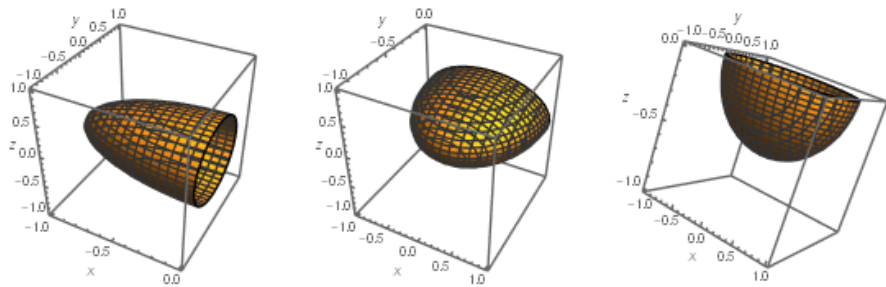
[representación 3D de contornos] [etiqueta de ejes]



Limitando el rango en las coordenadas elegidas nos permitirá representar sólo parte del elipsoide

```
GraphicsGrid[
  {
    ContourPlot3D[x^2+2y^2+3z^2==1, {x, -1, 0}, {y, -1, 1}, {z, -1, 1}, AxesLabel->{x, y, z}],
    ContourPlot3D[x^2+2y^2+3z^2==1, {x, -1, 1}, {y, -1, 0}, {z, -1, 1}, AxesLabel->{x, y, z}],
    ContourPlot3D[x^2+2y^2+3z^2==1, {x, -1, 1}, {y, -1, 1}, {z, -1, 0}, AxesLabel->{x, y, z}]
  }
]
```

[rejilla de gráficos] [representación 3D de contornos] [etiqueta de ejes]



75%

Figura 6. Ejemplo de material proporcionado en el aula de informática

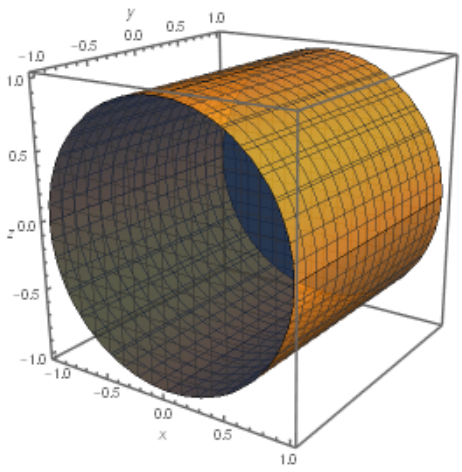
En la Figura 6 se puede observar la solución a algunos de los problemas propuestos en el aula de clases teórico-prácticas, en este caso la resolución del problema 4. Algunos de los apartados de ese problema fueron resueltos en el aula y los estudiantes pueden comprobar las soluciones con las proporcionadas con *Mathematica*, y otros ejercicios fueron propuestos para que pudiesen realizar las operaciones individualmente.

Práctica 3 (regiones en 2D y 3D) 28-9-2021.nb * - Wolfram Mathematica 12.1

Archivo Edición Insertar Formato Celda Gráficos Evaluación Paletas Ventana Ayuda

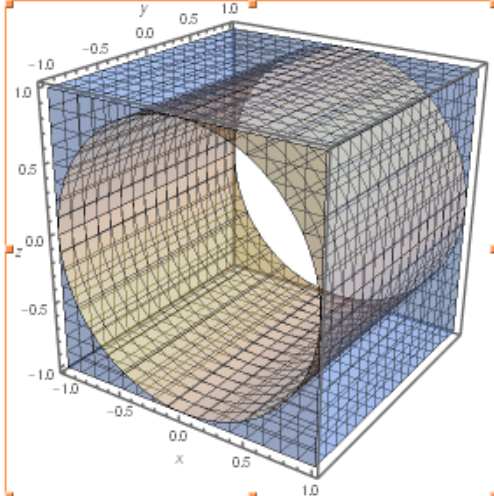
La siguiente región corresponde al interior de un cilindro, esta vez con el eje situado a lo largo del eje OY. Hemos añadido la opción `Opacity[]` para que sea transparente.

```
d1 = RegionPlot3D [x^2 + z^2 <= 1, {x, -1, 1}, {y, -1, 1}, {z, -1, 1}, AxesLabel -> {x, y, z}, PlotStyle -> Opacity[0.7]
```



También podemos representar la región exterior:

```
d2 = RegionPlot3D [x^2 + z^2 > 1, {x, -1, 1}, {y, -1, 1}, {z, -1, 1}, AxesLabel -> {x, y, z}, PlotStyle -> Opacity[0.3]
```



Podemos mostrar las dos regiones a la vez

```
Show [d1, d2]
```

75%

Figura 7a. Ejemplo de material proporcionado en el aula de informática

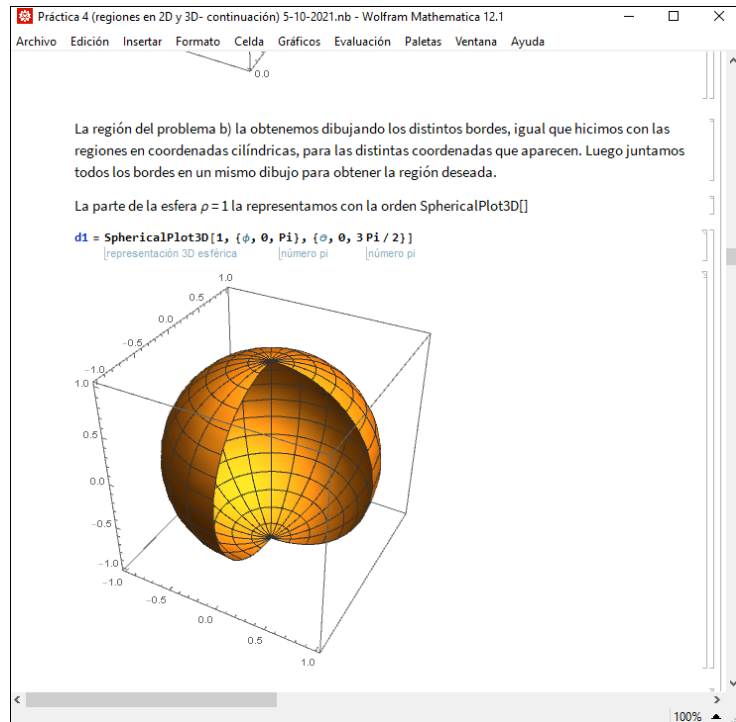


Figura 7b. Ejemplo de material proporcionado en el aula de informática

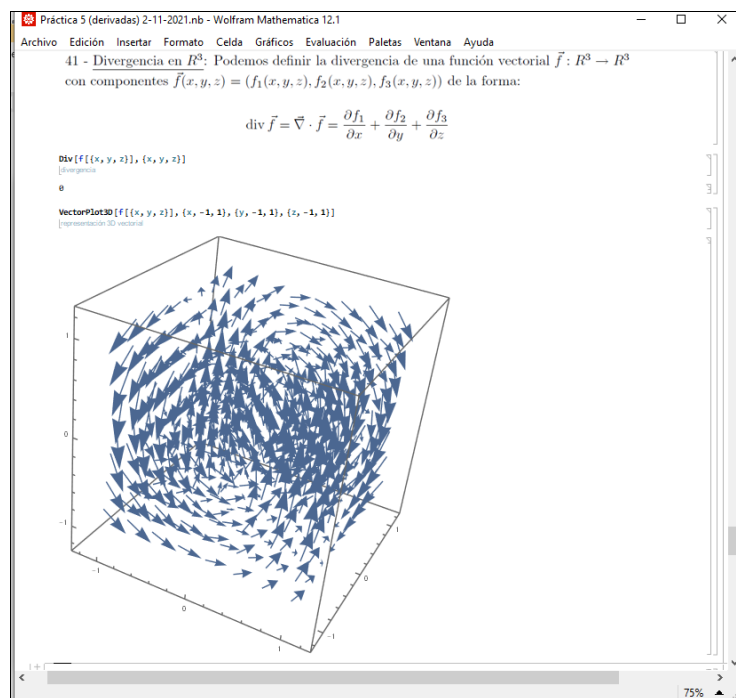


Figura 7c. Ejemplo de material proporcionado en el aula de informática

En las figuras 7a, 7b y 7c se pueden observar ejemplos detallados de visualización en tres dimensiones de figuras de diferente tipo, mostrando superposiciones, cambios en la opacidad, representación de campos vectoriales, etc.

El comando Manipulate

Una de las herramientas más adecuadas para la visualización de conceptos matemáticos en los que hay variación que depende de los valores de algún tipo de parámetro es el comando Manipulate de Mathematica. Con él se pueden realizar modificaciones en tiempo real de dichos parámetros y ver de forma inmediata los resultados.

Un ejemplo de comandos desarrollados por los autores es el siguiente, en el que se van a mostrar los resultados correspondientes a la generación de polinomios de Taylor para aproximar a una función $f(x)$ que va variando en función del orden del polinomio construido: dada la imposibilidad de mostrar el comportamiento dinámico, se muestran algunos casos de las imágenes sucesivas que genera el programa:

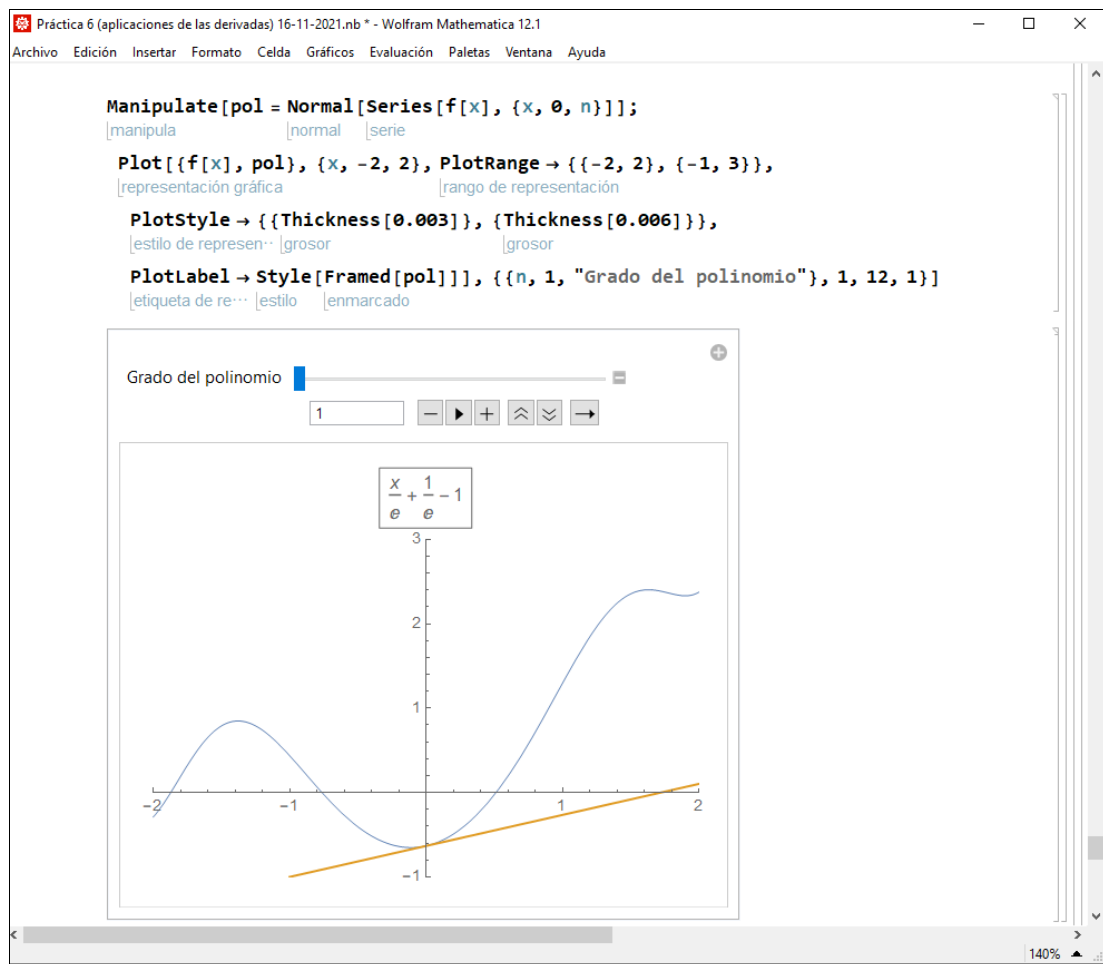


Figura 8a. Ejemplo de uso del comando Manipulate

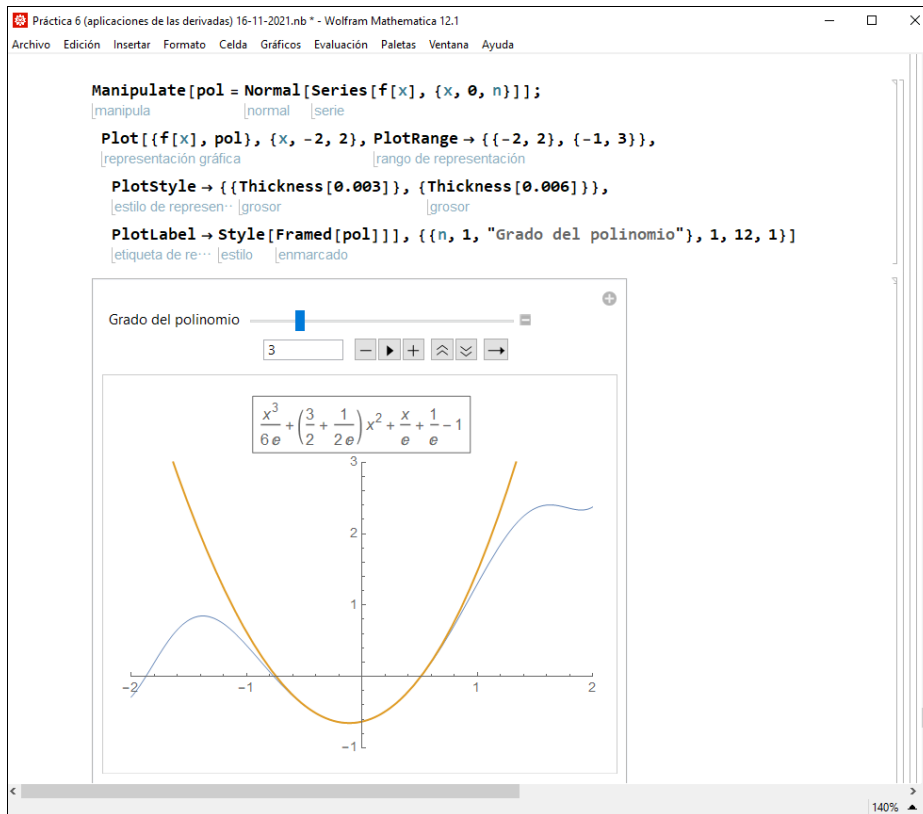


Figura 8b. Ejemplo de uso del comando Manipulate

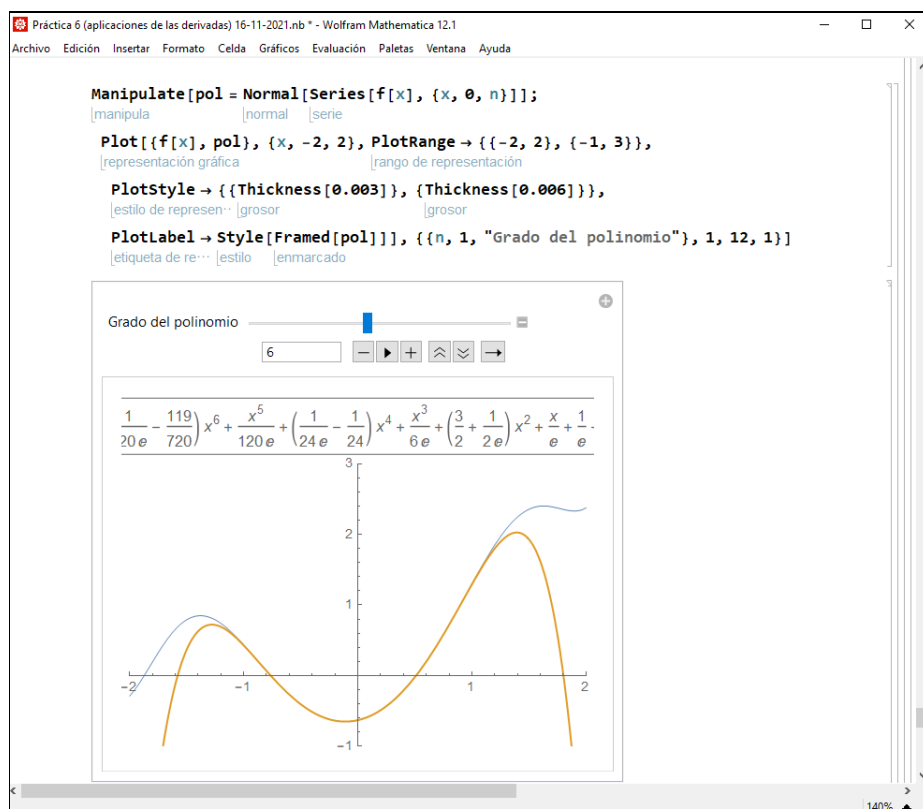


Figura 8c. Ejemplo de uso del comando Manipulate

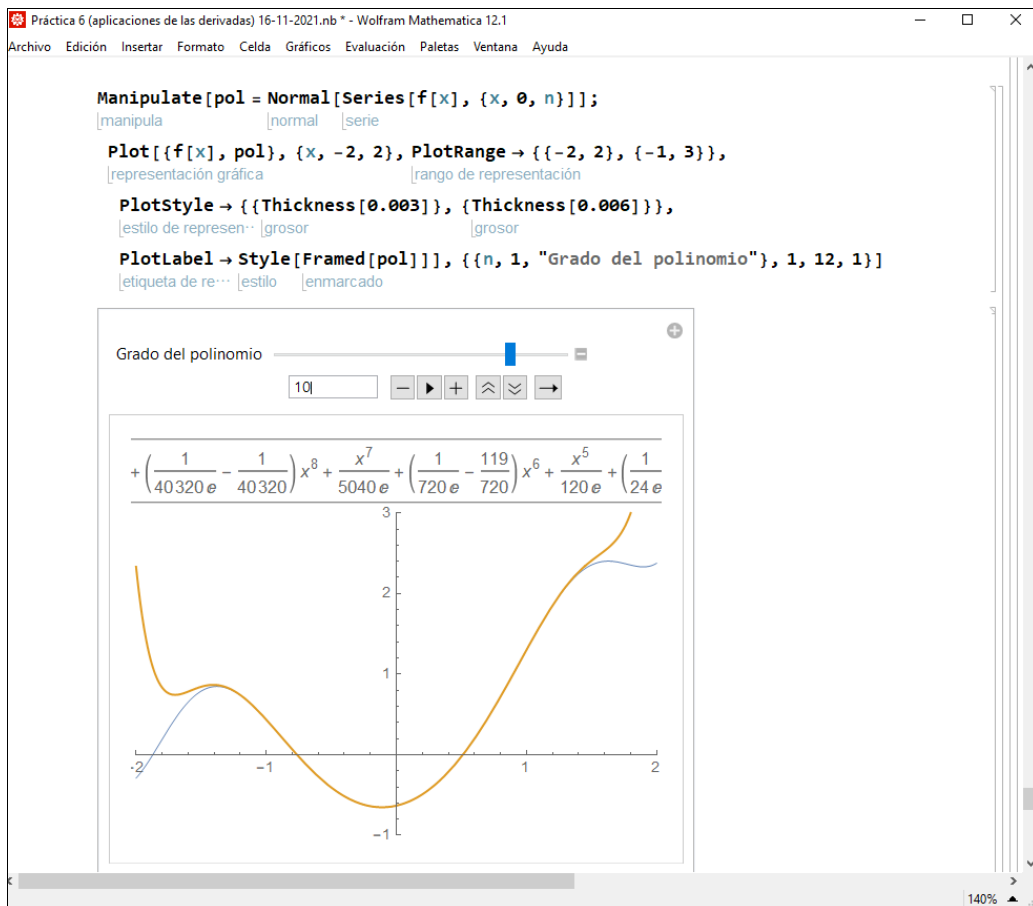


Figura 8d. Ejemplo de uso del comando Manipulate

Como se puede ver en las figuras 8a, 8b, 8c y 8d anteriores, una vez definida una función, el comando Manipulate permite ir representando esa misma función (en azul) junto con los sucesivos polinomios de Taylor (en amarillo). El orden de los polinomios se puede manipular escribiendo el orden deseado en la casilla, o bien indicando a *Mathematica* que vaya cambiando los valores del parámetro con la velocidad o el intervalo que se prefiera; también se puede hacer en sentido contrario, disminuyendo el orden de los polinomios. En estas figuras se han mostrado los ejemplos de orden 1, 3, 6 y 10; además, el comando está programado de forma que proporciona la expresión matemática de dicho Polinomio de Taylor para cada caso.

Este tipo de herramientas facilita el aprendizaje de los contenidos matemáticos y permite visualizar fácilmente expresiones que serían muy largas de desarrollar de forma detallada en la pizarra.

RESULTADOS DEL CURSO DE NIVELACIÓN

Como se ha indicado previamente, a partir de los resultados del test de conocimientos básicos, se puso a disposición de todos los estudiantes el acceso al curso de Studium que contiene el curso de refuerzo de conocimientos matemáticos que se desarrolló en el proyecto de innovación docente NIVELA (PID2018/202)

El curso está formado por 6 temas que repasan los conceptos fundamentales del cálculo que los estudiantes deberían de haber adquirido antes del acceso a la Universidad, y cada uno de ellos incluye un resumen teórico (con especial incidencia en los errores más comunes que se pueden cometer) y uno o dos cuestionarios de auto-evaluación para que los estudiantes comprueben su nivel de adquisición de los conocimientos incluidos en ese tema.

Durante este curso 2021-2022, se ha dado acceso a un total de 170 estudiantes de nuevo ingreso de todas las titulaciones del centro, incluidos los 29 estudiantes de la titulación de videojuegos. De ellos, 28 de los 29 estudiantes (el 97%) han accedido alguna vez al curso, generalmente para hacer consultas y visualizaciones del material teórico disponible.

Área personal / Cursos / NIVELA_MATEMATICAS / Asignar grupos UXXI / Matricula UXXI / Añadir grupos al curso

Crear nuevo curso

NIVELA_MATEMATICAS

- Participantes
- Asignar grupos UXXI
- Importar usuarios
- Desmatricular alumnos manuales
- Crear fichas PDF
- Insignias
- Competencias
- Calificaciones

Añadir grupos al curso: NIVELA - APOYO EN MATEMÁTICAS BÁSICAS

Grupos UXXI asignados a este curso

106900 MATEMÁTICAS I (GRUPO 1 ASIG 106900 CENTRO 125) 2021-22 Grupo: 1 Centro: 125
106900 MATEMÁTICAS I (GRUPO 5 ASIG 106900 CENTRO 125 PLAN DT4) 2021-22 Grupo: 5 Centro: 125
108700 MATEMÁTICAS I (GRUPO 1 ASIG 108700 CENTRO 125) 2021-22 Grupo: 1 Centro: 125
140001 MÉTODOS MATEMÁTICOS (GRUPO 1 ASIG 140001 CENTRO 125) 2021-22 Grupo: 1 Centro: 125
101000 MATEMÁTICA APLICADA I (GRUPO 1 ASIG 101000 CENTRO 125) 2021-22 Grupo: 1 Centro: 125

▲ Agregar | Quitar ▼

Grupos UXXI que puedo asignar

105908 MATEMÁTICA DISCRETA Y LÓGICA. Grupo: 1 (GRUPO 1 ASIG. 105908 CENTRO 125) Centro: 125
105908 MATEMÁTICA DISCRETA Y LÓGICA. Grupo: 5 (DT13 GRUPO 5 CENTRO 125) Centro: 125
105935 CRIPTOGRAFÍA. Grupo: 1 (GRUPO 1 ASIG 105935 CENTRO 125) Centro: 125
140006 MATEMÁTICA DISCRETA Y LÓGICA. Grupo: 1 (GRUPO 1 ASIG 140006 CENTRO 125) Centro: 125

Figura 9-Grupos UXXI con acceso al curso de nivelación durante el curso 2021-2022

RESULTADOS DEL CUESTIONARIO SOBRE USO DEL MATHEMATICA

El cuestionario de uso del programa *Mathematica* fue cumplimentado de forma anónima por los estudiantes de la titulación de Desarrollo de Aplicaciones Interactivas 3D y Videojuegos al finalizar el curso; lo contestaron 25 de los 29 estudiantes, un 87%. Este cuestionario ha sido desarrollado por los autores del presente proyecto y consta de un total de 12 preguntas agrupadas en dos secciones.

- La primera sección consta de cinco preguntas en las que los estudiantes tienen que valorar de 0 a 10 su grado de acuerdo con una serie de afirmaciones sobre la utilidad del programa, su aplicación a la comprensión de la asignatura de matemáticas u otras asignaturas, su interés en la titulación, la sencillez de su uso, etc. Las preguntas están formuladas en positivo, de manera que valores elevados en estas cuestiones implican que los estudiantes consideran el programa útil, interesante y con aplicación dentro de sus estudios, y que opinan que han obtenido un buen grado de manejo del programa.
- La segunda sección consta de siete preguntas con valoraciones de 0 a 10 sobre los aspectos que, en nuestra experiencia, pueden suponer dificultades para los estudiantes cuando comienzan a utilizar un programa de cálculo simbólico. Dado que se trata de preguntas sobre la dificultad, puntuaciones altas en estos apartados implican la presencia de dificultades en ese aspecto. Estas cuestiones incluyen la escritura correcta de los comandos, la comprensión de los ejercicios propuestos y la elección de los comandos adecuados para cada caso, así como la interpretación de los resultados y el manejo de los mensajes de error y de los comandos de ayuda del propio programa.

El cuestionario de satisfacción contiene una gran cantidad de información que no va a ser analizada con detalle en esta memoria, pero sí vamos a hacer un resumen de cuáles han sido las respuestas de los estudiantes a algunos de los ítems más relevantes.

En la primera parte del cuestionario, nos vamos a centrar en las siguientes cuestiones:

- Cuestión 1: ¿Las prácticas con *Mathematica* te han ayudado a entender la materia?.

Nos interesa especialmente la respuesta a esta cuestión, puesto que se trata de aplicar las capacidades de *Mathematica* como apoyo para la comprensión de los

conceptos de cálculo en varias variables presentes en la asignatura de Métodos Matemáticos (y en la asignatura de Matemática Discreta y Lógica a la que se amplió el proyecto en el segundo cuatrimestre).

- Cuestión 3: ¿Crees que lo visto en clase te permite utilizar el programa con cierta soltura para realizar los cálculos que necesites hacer dentro de tus estudios?.

En esta cuestión valoramos la adquisición de un buen nivel de manejo del programa de manera que pueda ser empleado por los estudiantes en otras asignaturas que requieran de la realización de cálculos o de la visualización de resultados.

Los resultados obtenidos en estas cuestiones se muestran en las siguientes gráficas:

Cuestión 1: *Las prácticas con Mathematica te han ayudado a entender la materia:*

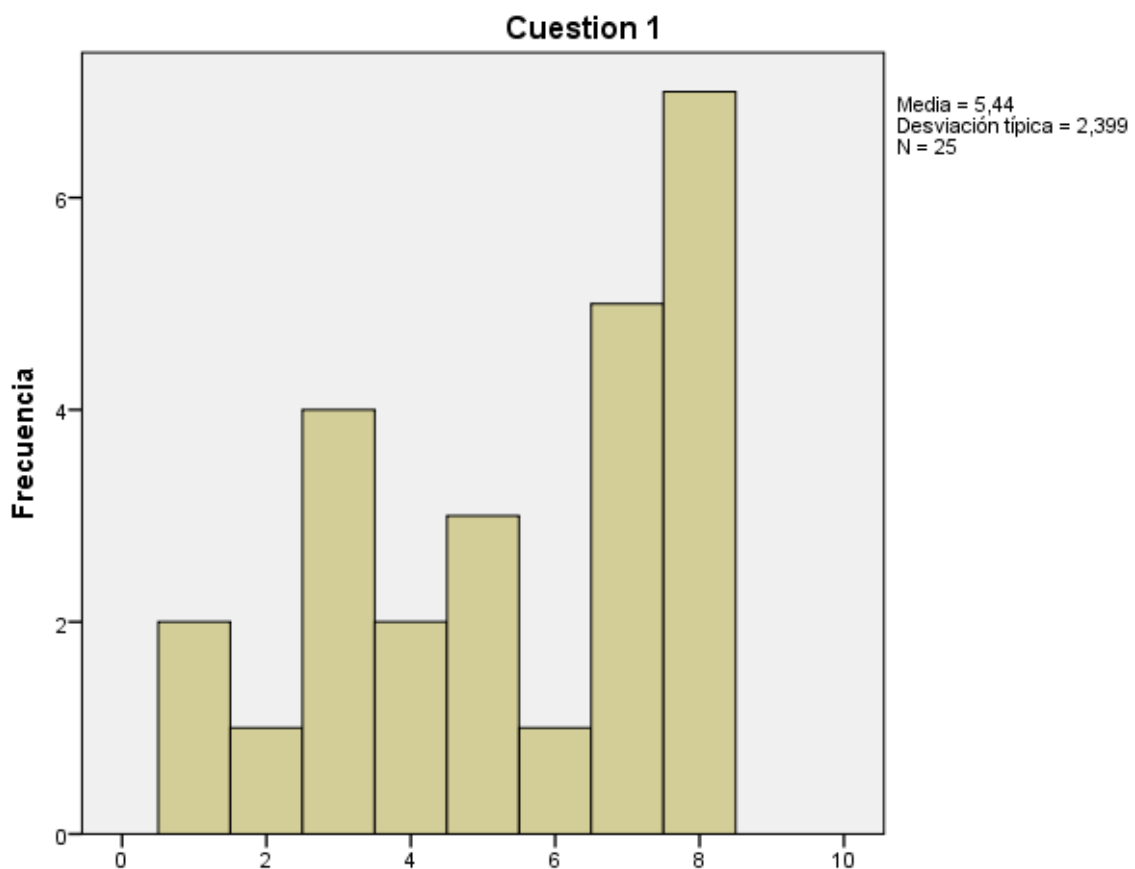


Figura 10: cuestión 1 del cuestionario de satisfacción

Como se puede ver a la derecha en la figura 10, mayoritariamente los estudiantes se muestran de acuerdo en que las prácticas con *Mathematica* ayudan a entender la materia; la moda de esta distribución se encuentra situada en el valor 8 de 10. Sin embargo, se detecta a la izquierda un grupo de estudiantes que no están de acuerdo con esta afirmación.

A nuestro entender, se trata del grupo de estudiantes que tienen problemas para entender la propia materia dadas sus carencias de conocimientos iniciales, para los que el uso de *Mathematica* puede suponer una dificultad añadida a la propia comprensión de la asignatura.

Cuestión 3: *¿Crees que lo visto en clase te permite utilizar el programa con cierta soltura para realizar los cálculos que necesites hacer dentro de tus estudios?*

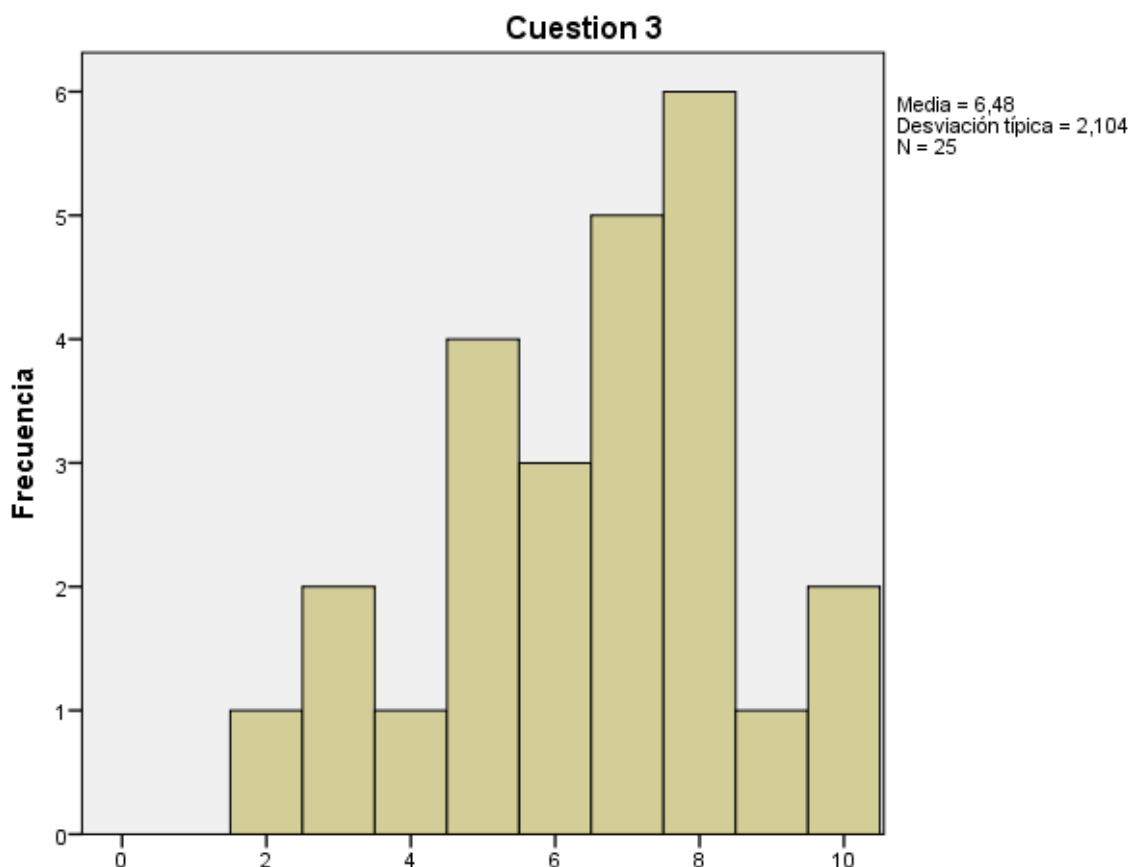


Figura 11: cuestión 3 del cuestionario de satisfacción

En la figura 11 se puede ver que en la cuestión 3 no existen respuestas con valores 0 y 1, la moda también se encuentra en el valor 8 de 10, y mayoritariamente los estudiantes opinan que han adquirido soltura en el manejo del programa y podrían utilizarlo para resolver problemas de su desarrollo profesional o de su titulación

Para las cuestiones de la segunda parte del test, en la que se exploran las dificultades que presenta el programa, se incluyen las siguientes cuestiones:

- Cuestión 6: escribir correctamente los comandos
- Cuestión 7: escoger el comando adecuado en cada caso
- Cuestión 8: comprender los ejercicios propuestos
- Cuestión 9: adaptar los comandos para resolver problemas nuevos
- Cuestión 10: interpretar los resultados que ofrece el programa
- Cuestión 11: solucionar los mensajes de error
- Cuestión 12: que la ayuda y los errores estén en inglés.

A continuación se muestra una tabla con la media y la moda obtenidas a partir de las respuestas a estas cuestiones:

		Estadísticos						
		Cuestión 6	Cuestión 7	Cuestión 8	Cuestión 9	Cuestión 10	Cuestión 11	Cuestión 12
N	Válidos	25	25	24	25	25	25	25
	Perdidos	0	0	1	0	0	0	0
Media		4,04	5,20	3,88	4,44	3,28	5,16	2,24
Moda		2	5	2	3 ^a	5	6	0

a. Existen varias modas. Se mostrará el menor de los valores.

Como se puede ver en la tabla anterior, la menor dificultad (media inferior con un valor de 2,24) se encuentra en la cuestión 12, relacionada con la dificultad de “que la ayuda y los errores estén en inglés”. La moda correspondiente a esta cuestión 12 es 0, lo que indica que a la mayoría de los estudiantes el idioma no le supone ningún problema a la hora de manejarse con el programa.

Por otra parte, la mayor dificultad (media de 5,20 sobre 10) la presenta la cuestión 7, que es “escoger el comando adecuado para cada caso”, seguida de la cuestión 11 (media 5,16 sobre 10) relacionada con “solucionar los mensajes de error”, que es además la que presenta una moda mayor. El escoger el comando adecuado para cada caso supone entender en primer lugar el problema matemático que se plantea antes de utilizar los comandos que *Mathematica* presenta para su resolución; como hemos visto, parte de las dificultades que ha encontrado este grupo es su bajo nivel de conocimientos matemáticos, lo que explica este resultado. En cuanto a los mensajes de error, suelen estar relacionados con problemas de sintaxis o de lógica interna de los comandos, que requieren de una soltura que generalmente se adquiere con los años de manejo del programa.

En general, las modas de estas cuestiones son bastante bajas, lo que indica que los estudiantes no encuentran demasiadas dificultades en el manejo del programa, al menos después de un periodo prolongado de entrenamiento y aplicación en diferentes ámbitos a lo largo de todo el curso.

CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta todo lo anterior, este proyecto de innovación presenta tanto aspectos positivos como negativos.

ASPECTOS POSITIVOS

Entre los aspectos positivos, cabe destacar el uso de las herramientas de visualización y cálculo ofrecidas por el programa de cálculo simbólico *Mathematica* para facilitar el aprendizaje de los conceptos matemáticos relacionados con el cálculo de varias variables. Estos estudiantes, que van a tener que realizar simulaciones y aplicaciones interactivas 3D como indica el propio nombre de su titulación, pueden tener ya desde primer curso una herramienta de visualización que les permita manejarse en tres dimensiones de una forma sencilla.

En este sentido, destacamos también como aspecto positivo que, como indica el cuestionario de satisfacción, los estudiantes consideran que han alcanzado un grado de manejo aceptable y que no encuentran grandes dificultades en la utilización del programa, pudiendo extender su uso a otras asignaturas de su titulación.

ASPECTOS NEGATIVOS

El mayor aspecto negativo que hemos encontrado en el desarrollo del proyecto ha sido la adaptación que ha habido que realizar dada la falta de ordenadores personales para cada estudiante contrariamente a lo que estaba previsto inicialmente, así como la muy diversa procedencia de los estudiantes, que ha sido algo inesperado para el centro.

La falta de medios informáticos personales ha limitado el alcance del proyecto, puesto que el uso del *Mathematica* ha tenido que limitarse al aula de informática o al uso por parte del profesor en el aula presencial, el lugar de ser manejado por los estudiantes.

En cuanto a la procedencia de los estudiantes, en lugar de estudiantes con un perfil más científico o técnico, que hubieran podido avanzar de una manera más fluida y encontrar menos dificultades en la materia, ha habido un tercio del grupo que, al proceder de Bachilleratos de Artes, Humanidades o Ciencias de la Salud, o de Ciclos Formativos, carecían de los conocimientos básicos necesarios; a estos estudiantes les ha costado mucho seguir la asignatura y finalizarla con éxito. De hecho, las tasas de éxito de la asignatura de Métodos Matemáticos han sido bajas, aunque en la asignatura del segundo cuatrimestre (Matemática Discreta y Lógica, con una menor necesidad de conocimientos matemáticos previos), el éxito ha sido mucho mayor y ha sido superada por la mayoría de los estudiantes.

POSIBLES ACTUACIONES FUTURAS

La experiencia adquirida durante este proyecto se mantendrá en gran parte en cursos posteriores, con las siguientes ampliaciones y modificaciones:

- El material desarrollado con *Mathematica* se revisará de cara al curso que viene, especialmente las prácticas iniciales. Se trata de hacer más sencilla la adquisición de las habilidades básicas de uso del programa, sobre todo para los estudiantes que, por su formación previa, no tienen costumbre de manejar programas de este tipo.
- Se ha llegado a un acuerdo con el profesor de la asignatura de primer curso y primer cuatrimestre denominada “Fundamentos de Física para la Animación Digital”, que también es usuario de *Mathematica*, para que introduzca el uso de este programa en su asignatura.
- Se ha llegado a un acuerdo con uno de los dos profesores de la asignatura de primer curso y segundo cuatrimestre denominada “Fundamentos Gráficos y Geométricos”, para visualizar contenidos de Álgebra y Geometría utilizando el programa *Mathematica*.

Estas dos últimas actuaciones permitirán una coordinación entre varias asignaturas que beneficiará a los estudiantes, facilitando su aprendizaje y la adquisición del manejo básico del programa y la aplicación en diversos ámbitos.

Por otra parte, puesto que esta titulación acaba de comenzar, es de prever que la situación generada por los estudiantes que acceden con una formación muy desigual se mantendrá en el futuro.

- La Coordinación de la titulación ya está al corriente de esta situación y en cursos sucesivos se analizará la presencia de estudiantes con menores conocimientos matemáticos y de física que requieran de algún tipo de refuerzo, que puede ser llevado a cabo desde el propio Centro (por ejemplo, con la instauración de cursos cero, repositorios de material básico, seminarios específicos, etc.).
- Por otra parte, el curso de nivelación matemática ya está diseñado y a disposición de los estudiantes en Studium, por lo que puede seguir siendo ofrecido en cursos sucesivos a los estudiantes que lo requieran.

En general, el balance del Proyecto es positivo, a pesar de las adaptaciones que ha sido necesario realizar debido al cambio de circunstancias respecto de lo que estaba planificado; continuaremos en esta línea para dotar a los estudiantes de herramientas de visualización que mejoren su manejo de los elementos matemáticos y geométricos en tres dimensiones.