



**VNiVERSiDAD
D SALAMANCA**



Escuela **politécnica** superior
de **Zamora**

“DISEÑO DE UN EXOESQUELETO DESTINADO A LA MOVILIDAD DEL TREN INFERIOR”

Sara González Carpio

Tutora: Leticia Aguado Ferreira

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE ZAMORA

Fecha de adjudicación: octubre 2017

Fecha de presentación: febrero 2019

ÍNDICE GENERAL

SIMBOLOGÍA Y ACRÓNIMOS.....	1
1. INTRODUCCIÓN.....	9
1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA PLANTEADO.....	9
1.2. OBJETIVOS DEL PROYECTO.....	10
1.3. BIOMECÁNICA: implicación de la Ingeniería Mecánica.....	11
1.4. HISTORIA DEL ESTUDIO DE LA MARCHA.....	12
1.5. ENFOQUE FISIOLÓGICO DE LA MARCHA.....	16
1.5.1. LA MARCHA EN EL SER HUMANO.....	17
1.5.2. PARTES DEL CUERPO SUSCEPTIBLES DE ESTUDIO.....	21
1.5.2.1. LA CADERA.....	21
1.5.2.2. LA RODILLA.....	23
1.5.2.3. EL TOBILLO.....	24
1.5.2.4. EL PIE.....	25
1.5.2.5. LA BÓVEDA PLANTAR.....	27
1.6. EVOLUCIÓN DE LOS EXOESQUELETOS EN EL TIEMPO.....	27
1.6.1. CLASIFICACIÓN DE LOS PROTOTIPOS DEL MIEMBRO INFERIOR.....	28
1.6.1.1. SEGÚN LA ZONA QUE ASISTE.....	28
1.6.1.2. SEGÚN EL TIPO DE MOVIMIENTO.....	31
1.6.2. EXOESQUELETOS EN EL MERCADO ACTUAL.....	33
1.7. NOVEDAD QUE APORTA EL ACTUAL PROYECTO.....	37
2. DESARROLLO TEÓRICO.....	38
2.1. CONCEPTOS PREVIOS.....	38
2.2. ESTUDIO DEL MOVIMIENTO.....	39
2.2.1. CÁLCULO ESTÁTICO.....	42

2.2.2. CÁLCULO CINEMÁTICO.....	47
2.2.3. CÁLCULO DINÁMICO.....	55
3. FASE EXPERIMENTAL.....	65
3.1. ESTUDIO DEL MOVIMIENTO.....	65
3.1.1. ANÁLISIS ESTÁTICO.....	66
3.1.2. ANÁLISIS CINEMÁTICO.....	75
3.1.3. ANÁLISIS DINÁMICO.....	77
3.2. SELECCIÓN DE LA SECCIÓN DE LAS BARRAS.....	82
3.3. ELECCIÓN DE LOS MOTORES.....	83
3.4. ANÁLISIS DE TENSIÓN POR EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (<i>MEF</i>).....	84
3.5. ANÁLISIS DE LOS MATERIALES.....	87
4. DISCUSIÓN.....	91
4.1. EL BALANCEO DE LA CADERA.....	92
4.2. ESTUDIO DEL MOVIMIENTO.....	93
4.3. SECCIÓN DE LAS BARRAS.....	98
4.4. PARES MOTORES.....	99
4.5. ANÁLISIS DE TENSIÓN.....	100
4.6. SELECCIÓN DE MATERIALES ALTERNATIVOS.....	101
5. CONCLUSIÓN.....	102
6. FUTURAS LÍNEAS DE TRABAJO.....	104
7. BIBLIOGRAFÍA.....	106
ANEXOS.....	109

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 1. Fotografía tomada por el "ferrocarril fotográfico" de Etienne Jules Marey.....	14
Fig. 2. Plano sagital o plano anteroposterior.....	16
Fig. 3. Analogía entre las extremidades inferiores y un sistema de barras.....	17
Fig. 4. Evolución en la marcha humana.....	17
Fig. 5. Representación de la zona de sustentación y los centros de gravedad.....	18
Fig. 6. Posiciones para el apoyo del pie en el suelo.....	20
Fig. 7. Posiciones para la fase de balanceo.....	20
Fig. 8. Cadera y su mecanismo análogo.....	21
Fig. 9. Posiciones de flexión y extensión de la cadera.....	22
Fig. 10. Rodilla y su mecanismo análogo.....	23
Fig. 11. Posiciones de extensión y flexión de la rodilla.....	24
Fig. 12. Tobillo y su mecanismo análogo.....	24
Fig. 13. Posiciones de flexión y extensión en el tobillo.....	25
Fig. 14. Pie y su mecanismo análogo.....	25
Fig. 15. Defectos en la pisada: pronación y supinación.....	26
Fig. 16. La bóveda plantar y los arcos de apoyo.....	27
Fig. 17. Ejemplo de ortesis tipo <i>F.O.</i>	29
Fig. 18. Ejemplo de ortesis tipo <i>A.F.O.</i>	29
Fig. 19. Ejemplo de ortesis tipo <i>K.A.F.O.</i>	30

Fig. 20. Ejemplo de ortesis tipo <i>H.K.A.F.O.</i>	31
Fig. 21. Ejemplo de ortesis tipo <i>R.G.O.</i>	32
Fig. 22. Ejemplo de ortesis tipo <i>P.G.O.</i>	32
Fig. 23. Modelos del <i>ReWalk</i> [®] disponibles actualmente en su página web.....	34
Fig. 24. Exoesqueleto de la empresa <i>RexBionics</i>	34
Fig. 25. Exoesqueleto <i>H2</i> [®]	35
Fig. 26. Exoesqueleto <i>EKSO</i> [®]	36
Fig. 27. Exoesqueleto <i>HAL</i> [®]	36
Fig. 28. Representación de las posiciones de la marcha para un individuo sano cualquiera. Se diferencian la fase de apoyo, en color azul, y la de balanceo, en color rojo. (Trazado con el programa <i>Autodesk AutoCAD</i>)	38
Fig. 29. Vista detalle de los sistemas de ejes 0 y 1.....	41
Fig. 30. Vista detalle de los sistemas de ejes 1 y 2.....	41
Fig. 31. Vista detalle de los sistemas de ejes 2 y 3.....	41
Fig. 32. Representación gráfica de los ángulos σ_1 , σ_2 y σ_3	42
Fig. 33. Ejemplo para la fase de apoyo del reparto de cargas.....	43
Fig. 34. Ejemplo para la fase de balanceo del reparto de cargas.....	43
Fig. 35. Tabla de los valores del factor de superficie.....	70
Fig. 36. Tabla de los valores del factor de tamaño.....	70
Fig. 37. Tabla de los valores del factor del tipo de esfuerzo.....	71
Fig. 38. Tabla de los valores del factor de temperatura.....	71
Fig. 39. Tabla de los valores del factor de confiabilidad.....	72

Fig. 40. Vistas en perspectiva isométrica y planta del diseño de la pieza del pie.....	74
Fig. 41. Vistas exterior e interior del exoesqueleto una vez realizado el análisis de tensión.....	85
Fig. 42. Vista detalle de la zona más susceptible a fallo en el exoesqueleto.....	85
Fig. 43. Gráfico de convergencia para el exoesqueleto.....	86
Fig. 44. Desplazamiento lateral de la estructura del exoesqueleto.....	87
Fig. 45. Posibles materiales útiles para el proyecto. (Realizado en <i>CES Edupack</i>).....	89
Fig. 46. Materiales posibles para el proyecto aplicando algunas restricciones. (Realizado en <i>CES Edupack</i>).....	89
Fig. 47. Exoesqueleto modelizado en Autodesk Inventor con la trayectoria del pie marcada.....	91
Fig. 48. Trayectoria de un punto situado en la superficie inferior de la barra del pie.....	92
Fig. 49. Posiciones, velocidades y aceleraciones en la cadera para cada posición de estudio.....	93
Fig. 50. Posiciones, velocidades y aceleraciones en la rodilla para cada posición de estudio.....	94
Fig. 51. Posiciones, velocidades y aceleraciones en el tobillo para cada posición de estudio.....	95
Fig. 52. Comparativa de las posiciones en cadera, rodilla y tobillo.....	96
Fig. 53. Comparativa de las velocidades en cadera, rodilla y tobillo.....	97
Fig. 54. Comparativa de las aceleraciones en cadera, rodilla y tobillo.....	98
Fig. 55. Par motor en cada articulación del exoesqueleto.....	99
Fig. 56. Vista frontal y en perspectiva del posible diseño con barras interiores.....	100

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Datos técnicos del paciente.....	40
Tabla 2. Medidas de la extremidad inferior.....	40
Tabla 3. Ángulos que se forman en cada articulación para cada posición.....	66
Tabla 4. Resultados para el análisis estático del exoesqueleto.....	67
Tabla 5. Valores máximos del análisis estático del exoesqueleto.....	68
Tabla 6. Propiedades del aluminio 6063.....	69
Tabla 7. Valores mínimos para la barra del muslo.....	73
Tabla 8. Valores mínimos para la barra de la pierna.....	74
Tabla 9. Datos de la geometría del pie.....	75
Tabla 10. Dimensiones de la geometría del pie.....	75
Tabla 11. Resultados del estudio cinemático para la barra del muslo.....	76
Tabla 12. Resultados del estudio cinemático para la barra de la pierna.....	79
Tabla 13. Resultados del estudio cinemático para la barra del pie.....	80
Tabla 14. Resultados del análisis dinámico de las articulaciones.....	81
Tabla 15. Valores máximos de los pares motores necesarios en cada articulación.....	82
Tabla 16. Secciones mínimas para las barras del muslo y la pierna.....	82
Tabla 17. Sección comercial para la pierna completa del exoesqueleto.....	83
Tabla 18. Servomotor necesario para las articulaciones del exoesqueleto.....	84
Tabla 19. Configuración de la malla.....	84

Tabla 20. Configuración de convergencia.....	85
Tabla 21. Propiedades mecánicas del aluminio.....	88
Tabla 22. Otras propiedades intrínsecas del aluminio.....	88

SIMBOLOGÍA Y ACRÓNIMOS

$A \equiv$ Área de una sección

$A_3 \equiv$ Área de la sección del pie

$a_0 \equiv$ Aceleración lineal de un punto respecto a los ejes de referencia fijos

$a_1 \equiv$ Aceleración lineal de un punto respecto del primer sistema de referencia

$a_2 \equiv$ Aceleración lineal de un punto respecto del segundo sistema de referencia

$a_3 \equiv$ Aceleración lineal de un punto respecto del tercer sistema de referencia

$\bar{a}_1 \equiv$ Aceleración lineal del centro de gravedad del muslo respecto del primer sistema de referencia

$\bar{a}_2 \equiv$ Aceleración lineal del centro de gravedad de la pierna respecto del segundo sistema de referencia

$\bar{a}_3 \equiv$ Aceleración lineal del centro de gravedad del pie respecto del tercer sistema de referencia

$b \equiv$ Base de un rectángulo

$b_1 \equiv$ Base del rectángulo de la sección de la barra del muslo

$b_2 \equiv$ Base del rectángulo de la sección de la barra de la pierna

$d \equiv$ Parámetro de Denavit-Hartenberg

$f_p \equiv$ Carga externa aplicada

$f_{px} \equiv$ Componente en el eje x de la carga externa aplicada

$f_{py} \equiv$ Componente en el eje y de la carga externa aplicada

$f_{pz} \equiv$ Componente en el eje z de la carga externa aplicada

$f_1 \equiv$ Fuerza en la cadera debida a la carga externa

$f_{1x} \equiv$ Componente en el eje x de la fuerza en la cadera debida a la carga externa

$f_{1y} \equiv$ Componente en el eje y de la fuerza en la cadera debida a la carga externa

$f_{1z} \equiv$ Componente en el eje z de la fuerza en la cadera debida a la carga externa

$f_2 \equiv$ Fuerza en la rodilla debida a la carga externa

$f_{2x} \equiv$ Componente en el eje x de la fuerza en la rodilla debida a la carga externa

$f_{2y} \equiv$ Componente en el eje y de la fuerza en la rodilla debida a la carga externa

$f_{2z} \equiv$ Componente en el eje z de la fuerza en la rodilla debida a la carga externa

$f_3 \equiv$ Fuerza en el tobillo debida a la carga externa

$f_{3x} \equiv$ Componente en el eje x de la fuerza en el tobillo debida a la carga externa

$f_{3y} \equiv$ Componente en el eje y de la fuerza en el tobillo debida a la carga externa

$f_{3z} \equiv$ Componente en el eje z de la fuerza en el tobillo debida a la carga externa

$g \equiv$ Fuerza de la gravedad

$g_1 \equiv$ Fuerza de la gravedad en la base del sistema 1

$g_2 \equiv$ Fuerza de la gravedad en la base del sistema 2

$g_3 \equiv$ Fuerza de la gravedad en la base del sistema 3

$h \equiv$ Altura de un rectángulo

$h_1 \equiv$ Altura del rectángulo de la sección de la barra del muslo

$h_2 \equiv$ Altura del rectángulo de la sección de la barra de la pierna

$I_1 \equiv$ Tensor del momento de inercia en la barra 1

$I_2 \equiv$ Tensor del momento de inercia en la barra 2

$I_3 \equiv$ Tensor del momento de inercia en la barra 3

$I_{3x} \equiv$ Componente en el eje x del tensor del momento de inercia en la barra 3

$I_{3y} \equiv$ Componente en el eje y del tensor del momento de inercia en la barra 3

$I_{3z} \equiv$ Componente en el eje z del tensor del momento de inercia en la barra 3

$k \equiv$ Factor producto de minoración del límite último

$k_a \equiv$ Factor de superficie

$k_b \equiv$ Factor de tamaño

$k_c \equiv$ Factor de tipo de esfuerzo

$k_d \equiv$ Factor de temperatura de trabajo

$k_g \equiv$ Factor de confiabilidad

$L_1 \equiv$ Longitud de la barra del muslo

$L_2 \equiv$ Longitud de la barra de la pierna

$L_3 \equiv$ Longitud de la barra del pie

$M_f \equiv$ Momento flector

$M_{f_{\text{máx}}} \equiv$ Momento flector máximo

$M_{f_1} \equiv$ Momento flector sobre la barra del muslo

$M_{f_2} \equiv$ Momento flector sobre la barra de la pierna

$M_{f_3} \equiv$ Momento flector sobre la barra del pie

$m_{\text{ext}} \equiv$ Masa externa aplicada en un punto

$m_1 \equiv$ Masa de la barra 1

$m_2 \equiv$ Masa de la barra 2

$m_3 \equiv$ Masa de la barra 3

$N \equiv$ Fuerza axial

$N_{\text{máx}} \equiv$ Fuerza axial máxima

$N_1 \equiv$ Fuerza axial en la barra del muslo

$N_2 \equiv$ Fuerza axial en la barra de la pierna

$N_3 \equiv$ Fuerza axial en la barra del pie

$n_i \equiv$ Momento debido a la carga externa aplicada en un instante cualquiera

$n_p \equiv$ Momento debido a la carga externa aplicada

$n_{px} \equiv$ Componente en el eje x del momento debido a la carga externa aplicada

$n_{py} \equiv$ Componente en el eje y del momento debido a la carga externa aplicada

$n_{pz} \equiv$ Componente en el eje z del momento debido a la carga externa aplicada

$n_1 \equiv$ Momento resultante en la cadera

$n_{1x} \equiv$ Componente en la dirección x del momento resultante en la cadera

$n_{1y} \equiv$ Componente en la dirección y del momento resultante en la cadera

$n_{1z} \equiv$ Componente en la dirección z del momento resultante en la cadera

$n_2 \equiv$ Momento resultante en la rodilla

$n_{2x} \equiv$ Componente en la dirección x del momento resultante en la rodilla

$n_{2y} \equiv$ Componente en la dirección y del momento resultante en la rodilla

$n_{2z} \equiv$ Componente en la dirección z del momento resultante en la rodilla

$n_3 \equiv$ Momento resultante en el tobillo

$n_{3x} \equiv$ Componente en la dirección x del momento resultante en el tobillo

$n_{3y} \equiv$ Componente en la dirección y del momento resultante en el tobillo

$n_{3z} \equiv$ Componente en la dirección z del momento resultante en el tobillo

$r_1 \equiv$ Distancia entre el centro de la cadera y la rodilla

$r_2 \equiv$ Distancia entre el centro de la rodilla y el tobillo

$r_3 \equiv$ Distancia entre el centro del tobillo y el extremo del pie

$\bar{r}_1 \equiv$ Distancia entre el centro de la cadera y el centro de gravedad del muslo

$\bar{r}_2 \equiv$ Distancia entre el centro de la rodilla y el centro de gravedad de la pierna

$\bar{r}_3 \equiv$ Distancia entre el centro del tobillo y el centro de gravedad del pie

$s_e \equiv$ Tensión límite a fatiga de un material

$s_u \equiv$ Tensión límite última a rotura de un material

$s_y \equiv$ Tensión del límite elástico de un material

$V \equiv$ Fuerza cortante

$V_{\text{máx}} \equiv$ Fuerza cortante máxima

$V_1 \equiv$ Fuerza cortante en la barra del muslo

$V_2 \equiv$ Fuerza cortante en la barra de la pierna

$V_3 \equiv$ Fuerza cortante en la barra del pie

$W \equiv$ Momento resistente de una sección

$W_3 \equiv$ Momento resistente de la sección del pie

$\vec{x}_i \equiv$ Dirección del eje x actual

$\vec{x}_{i-1} \equiv$ Dirección del eje x anterior al actual

$\vec{x}_1 \equiv$ Dirección del eje x en el primer sistema de referencia

$\vec{x}_2 \equiv$ Dirección del eje x en el segundo sistema de referencia

$\vec{x}_3 \equiv$ Dirección del eje x en el tercer sistema de referencia

$\vec{y}_i \equiv$ Dirección del eje y actual

$\vec{y}_{i-1} \equiv$ Dirección del eje y anterior al actual

$\vec{y}_1 \equiv$ Dirección del eje y en el primer sistema de referencia

$\vec{y}_2 \equiv$ Dirección del eje y en el segundo sistema de referencia

$\vec{y}_3 \equiv$ Dirección del eje y en el tercer sistema de referencia

$\vec{z}_i \equiv$ Dirección del eje z actual

$\vec{z}_{i-1} \equiv$ Dirección del eje z anterior al actual

$\vec{z}_0 \equiv$ Dirección del eje z en los ejes de referencia fijos

$\vec{z}_1 \equiv$ Dirección del eje z en el primer sistema de referencia

$\vec{z}_2 \equiv$ Dirección del eje z en el segundo sistema de referencia

$\vec{z}_3 \equiv$ Dirección del eje z en el tercer sistema de referencia

$\alpha_0 \equiv$ Aceleración angular de los ejes de referencia fijos

$\alpha_1 \equiv$ Aceleración angular en el primer sistema de referencia

$\alpha_2 \equiv$ Aceleración angular en el segundo sistema de referencia

$\alpha_3 \equiv$ Aceleración angular en el tercer sistema de referencia

$\beta \equiv$ Parámetro de Denavit-Hartenberg

$\gamma \equiv$ Coeficiente de seguridad

$\lambda_i \equiv$ Proyección en el eje de abscisas del ángulo β_i

$\lambda_1 \equiv$ Proyección en el eje de abscisas de β en el primer sistema de referencia

$\lambda_2 \equiv$ Proyección en el eje de abscisas de β en el segundo sistema de referencia

$\lambda_3 \equiv$ Proyección en el eje de abscisas de β en el tercer sistema de referencia

$\mu_i \equiv$ Proyección sobre el eje de ordenadas del ángulo β_i

$\mu_1 \equiv$ Proyección en el eje de ordenadas de β en el primer sistema de referencia

$\mu_2 \equiv$ Proyección en el eje de ordenadas de β en el segundo sistema de referencia

$\mu_3 \equiv$ Proyección en el eje de ordenadas de β en el tercer sistema de referencia

$\sigma_a \equiv$ Tensión o esfuerzo debido a las cargas axiales y momentos flectores

$\sigma_{a1} \equiv$ Tensión o esfuerzo debido a las cargas axiales y momentos flectores en la barra 1

$\sigma_{a2} \equiv$ Tensión o esfuerzo debido a las cargas axiales y momentos flectores en la barra 2

$\sigma_{a3} \equiv$ Tensión o esfuerzo debido a las cargas axiales y momentos flectores en la barra 3

$\sigma_a' \equiv$ Tensión o esfuerzo mayorado debido a las cargas axiales y momentos flectores

$\sigma_m' \equiv$ Tensión o esfuerzo mayorado debido a las cargas cortantes y momentos torsores

$\sigma_i \equiv$ Ángulo de posición actual

$\sigma_1 \equiv$ Ángulo formado en la cadera

$\sigma_2 \equiv$ Ángulo formado en la rodilla

$\sigma_3 \equiv$ Ángulo formado en el tobillo

$\dot{\sigma}_1 \equiv$ Derivada de la posición para el primer sistema de referencia

$\dot{\sigma}_2 \equiv$ Derivada de la posición para el segundo sistema de referencia

$\dot{\sigma}_3 \equiv$ Derivada de la posición para el tercer sistema de referencia

$\ddot{\sigma}_1 \equiv$ Segunda derivada de la posición para el primer sistema de referencia

$\ddot{\sigma}_2 \equiv$ Segunda derivada de la posición para el segundo sistema de referencia

$\ddot{\sigma}_3 \equiv$ Segunda derivada de la posición para el tercer sistema de referencia

$\tau_i \equiv$ Par motor para un instante cualquiera

$\tau_m \equiv$ Tensión o esfuerzo debido a las cargas cortantes y momentos torsores

$\tau_{m1} \equiv$ Tensión o esfuerzo debido a las cargas cortantes y momentos torsores en la barra 1

$\tau_{m2} \equiv$ Tensión o esfuerzo debido a las cargas cortantes y momentos torsores en la barra 2

$\tau_{m3} \equiv$ Tensión o esfuerzo debido a las cargas cortantes y momentos torsores en la barra 3

$\tau_{\text{máx}} \equiv$ Par motor o torque máximo

$\tau_n \equiv$ Par motor nominal

$\tau_1 \equiv$ Par motor en la cadera

$\tau_2 \equiv$ Par motor en la rodilla

$\tau_3 \equiv$ Par motor en el tobillo

$\Omega_0 \equiv$ Velocidad angular en los ejes de referencia fijos

$\Omega_1 \equiv$ Velocidad angular del sistema de referencia 1

$\Omega_2 \equiv$ Velocidad angular del sistema de referencia 2

$\Omega_3 \equiv$ Velocidad angular del sistema de referencia 3

1. INTRODUCCIÓN

1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA PLANTEADO

En rasgos generales, los exoesqueletos son dispositivos electromecánicos diseñados para incrementar el rendimiento físico del usuario, sosteniendo el cuerpo de forma externa a él. Son capaces de transmitir la fuerza que ejerce el peso de la parte superior del cuerpo hacia el suelo, evitando que las piernas soporten ese peso.

Un exoesqueleto se puede considerar una ortesis, definida y regulada según la norma UNE-EN 12523, como *cualquier dispositivo adaptado aplicado externamente sobre el cuerpo humano, que se utiliza para modificar las características estructurales o funcionales del sistema neuro-músculo-esquelético.*

La principal diferencia de una ortesis respecto a cualquier otro tipo de ayuda técnica es que se encuentra en contacto permanente con el cuerpo humano.

En el presente proyecto se desea construir una ortesis de miembro inferior, en concreto un exoesqueleto robótico, capaz de ayudar en la rehabilitación de pacientes con una lesión medular o un daño cerebral (ictus, parálisis cerebral, traumatismos cráneo-encefálicos...) tras un accidente de tráfico, enfermedad, etc..., motivo por el cual tienen impedida la marcha de forma independiente.

En este caso particular, se ha considerado un paciente con una lesión medular, la cual, como su nombre indica, se produce en la médula espinal. Como consecuencia de ello, se produce la parálisis y pérdida de sensibilidad en los músculos que están por debajo de la lesión.

1.2. OBJETIVOS DEL PROYECTO

El principal objetivo de este proyecto es terapéutico, es decir, poder ayudar en la rehabilitación de pacientes lesionados medulares para que recuperen en la mayor medida posible la capacidad muscular perdida.

Dado que se podrán controlar los ángulos de apertura de cada extremidad en función de lo que marque la rehabilitación, se permitirá controlar la evolución del paciente, guardando, por ejemplo, los datos de entrada en una base de datos, para ir restringiendo con el tiempo la ayuda inicial que brinda el mecanismo.

Con el exoesqueleto que se desea construir se busca:

- Permitir el inicio temprano de la terapia física.
- Incrementar la intensidad de la terapia, sin que sea por ello necesario aumentar la mano de obra necesaria.
- Reducir de forma significativa los niveles de oxígeno y energía con este mecanismo en comparación con la marcha del individuo con ayudas técnicas de apoyo como muletas.
- Reducir el tiempo total de la rehabilitación. Al disponer del mecanismo será más sencillo desde el inicio de la misma la realización de movimientos, que favorece los estímulos de las aferencias.

- Tener herramientas para la objetivación de la evolución del paciente, buscando así ir reduciendo el apoyo que le proporcionará el exoesqueleto a medida que se vean progresos en la marcha.
- La motivación del paciente. Desde las primeras sesiones el paciente será consciente de la ayuda que le proporciona el exoesqueleto e irá viendo progresos a medida que pase el tiempo. Se propondrá una interfaz hombre-máquina lo más sencilla posible para que su aprendizaje sea fácil.

El material a utilizar deberá no ser dañino para el ser humano, aunque el diseño no esté pensado para el contacto directo con la piel. Así mismo, se busca que la adaptación del exoesqueleto al paciente sea lo más cómoda posible, por lo que estará hecho a medida.

El objetivo central de este Trabajo Fin de Grado es el estudio inicial del cual parte la construcción de cada exoesqueleto. En particular, se basará en el estudio estático, cinemático y dinámico de la estructura. A mayores, se analizará un caso particular mediante el método de los elementos finitos para poder detectar posibles zonas futuras de fallo y así poder plantear alguna mejora. A su vez, se hará una breve incursión en el diseño fundamentado en el estudio de los materiales más óptimos a emplear.

1.3. BIOMECÁNICA: implicación de la Ingeniería Mecánica

La Biomecánica es una rama técnica que analiza, desde un punto de vista ingenieril, los mecanismos que, de forma natural, utilizan los seres vivos. Quizás, el punto más importante y reconocido de la Biomecánica en la sociedad es el poder colaborar en la ayuda a la calidad de vida de los seres humanos. (1)

Ésta, conecta de forma directa con la bioingeniería, que se centra en la biología humana, investigando en avances como han sido las prótesis óseas o los marcapasos, por nombrar algunos de los más característicos a día de hoy.

No hay duda de que además de la rama sanitaria, estos técnicos necesitan de conocimientos sobre mecánica, ya que el propio cuerpo humano se rige bajo las leyes de la mecánica, por lo que podría considerarse al propio cuerpo como una especie de máquina. Se considera en

muchos casos que el cuerpo humano se asemeja a cualquier otro sistema mecánico, con cargas que pueden conocerse.

Por todo esto, es interesante la labor que hacen conjuntamente ingenieros biomecánicos y mecánicos en proyectos del calibre del actual, ya que, mientras el ingeniero biomecánico puede aportar un mayor conocimiento en cuanto a la propia anatomía y funcionamiento del cuerpo humano, el ingeniero mecánico podrá aprovechar eso para traducirlo a un sistema completamente mecánico que pueda funcionar con mayor o menor independencia, en función de lo deseado.

1.4. HISTORIA DEL ESTUDIO DE LA MARCHA

El movimiento ha sido objeto de interés desde siempre para los seres humanos. Lógicamente, desde los primeros estudios de la marcha hasta lo que se puede estudiar a día de hoy, se han producido muchos avances y técnicas para permitir ser más rigurosos en esos estudios y conseguirlos de una forma más sencilla. Pero, para llegar a día de hoy, es necesario analizar el desarrollo de este estudio a lo largo de los siglos.

Los primeros conocimientos sobre este interés se remontan a la época de las Antiguas Grecia y Roma, donde se observaba la forma de moverme de algunos enfermos para diagnosticarles la enfermedad que padecían. (2)

Importantes figuras históricas como fueron Aristóteles (384-322 a.C.) o Hipócrates (460-377 a.C.) fueron algunos de los que empezaron a fijarse en la marcha humana con un mayor interés científico. El primero empezó a relacionar las pisadas humanas con lo que después se conocería como la gravedad; mientras que el segundo, en un enfoque más anatómico, relacionaba el movimiento con los músculos y recomendaba el movimiento como solución en según qué enfermedades. (3)

Tras esta época, no hubo apenas avances hasta la Edad Moderna, con Leonardo da Vinci. Además de todas las disciplinas en las que se interesó, en este campo llegó a representar mediante grabados las fases de la marcha humana, para después describir la mecánica del cuerpo en bipedestación, durante la marcha y el salto, y la mecánica articular. (4)

A partir del siglo XVII, se pudieron hacer unas primeras aproximaciones científicas del análisis mecánico de los seres vivos gracias a los trabajos de Galileo Galilei (1564-1642) e Isaac Newton (1642-1727). (4)

En este punto, se descubre al que posteriormente sería conocido como el padre de la Biomecánica: Giovanni Alfonso Borelli (1608-1679). Se encargó de aplicar los estudios de Galileo Galilei a la Medicina, considerando el cuerpo de forma mecanicista, empezando por una parte aislada para después relacionarla con todo el movimiento del cuerpo. Además, estudió el movimiento de otros animales, tales como pájaros, peces o insectos. (5)

Años después, ya en la Era Contemporánea (siglos XIX, XX y XXI), gracias al gran desarrollo tecnológico, se pudo profundizar en estos estudios con mucho más rigor.

Los hermanos Weber, en el año 1836, hacen el primer análisis mecánico del paso humano, describiendo en él las fases de la marcha humana, los movimientos del centro de gravedad y alteraciones de la marcha.

El fotógrafo Eadweard Muybridge (1830-1904) ideó una forma para poder hacer varias fotografías rápidamente de forma seguida: colocó varias cámaras seguidas que enfocaban un objeto en movimiento y las sujetó con cuerdas, tirando después de estas cuerdas para disparar las cámaras. Como resultado, logró una sucesión de fotografías tomadas en un breve intervalo de tiempo. Llamó a este sistema “fotografía secuencial” y con ello consiguió poder observar detalles del movimiento hasta entonces imposibles de ser apreciados con tanto detalle. De esta manera, en 1873, este sistema fue utilizado por encargo del exgobernador de California Leland Stanford, para estudiar con esas imágenes el galope de un caballo de carreras. (4) (6)

Posteriormente, Etienne Jules Marey (1830-1904), médico, fisiólogo e inventor francés, aplicó estas técnicas de fotografía crono-cíclica para analizar la marcha humana y animal. Para ello, utilizó un carrito de locomoción para seguir la trayectoria de un sujeto en movimiento, vestía al sujeto con ropa negra y sobre ella marcaba unas líneas blancas, para seguir mejor las trayectorias de las distintas partes del cuerpo. Este “ferrocarril fotográfico” era una cámara oscura sobre raíles que se deslizaba de forma paralela al sujeto. Con ello, obtuvo diagramas con las trayectorias de la cabeza, hombro, cadera, rodilla y tobillo en el plano sagital. (4) (7)



Fig. 1. Fotografía tomada por el "ferrocarril fotográfico" de Etienne Jules Marey.

En 1873, Marey empleó un sistema para el estudio de la marcha que registraba las reacciones de apoyo y la duración del contacto del pie en el suelo por métodos neumáticos. Recogió puntos de presión sobre el pie durante el paso, utilizando para ello dos células manométricas en la suela de una sandalia y un zapato con una cámara de aire dinamométrica unida a un cilindro que registraba las presiones que se ejercían sobre el suelo durante la marcha o carrera. (8)

Años después, en 1887, Beely midió las presiones bajo el pie haciendo caminar al sujeto por una fina capa de escayola y observando la profundidad de la huella plantar. Tras esto, diseñó una plataforma dinamométrica. Por otro lado, en 1895 Braune y Fischer calcularon las velocidades y aceleraciones de algunos segmentos corporales de la marcha de soldados de la infantería alemana, para así analizar la forma más correcta de transportar distintas cargas. (9) (7)

Fue Charles Ducroquet quien, desde 1900, se interesó por realizar un estudio detallado de los cambios que se producen en la marcha por distintos factores y por cómo se desarrolla ésta desde la infancia hasta la senectud. Para ello, hizo construir en el Hospital de Saint Jean de Dieu de París un pasillo de espejos para estudiar tridimensionalmente y observar todos los segmentos corporales en movimiento. (8)

En 1916, Amar diseñó una pista dinamométrica capaz de medir las fuerzas en cuatro direcciones: vertical, horizontal, lateral externa e interna.

En 1934, Elftman realizó un análisis dinámico del paso mediante técnicas ópticas y electromecánicas. Para ello empleó una superficie con una cara superior lisa y una inferior

con proyecciones piramidales en contacto con una plataforma de cristal para calcular la carga que soportaba el pie en cada fase de la marcha. También analizó el movimiento de las extremidades superiores. (7) (9)

A finales de la Segunda Guerra Mundial surgieron los primeros laboratorios de Biomecánica y de análisis del cuerpo humano, especialmente en Estados Unidos, llevando a cabo numerosos estudios en veteranos de guerra. (4) (7)

Se desarrolló en 1942 la primera ortesis activa controlable que consistía en un dispositivo capaz de accionarse de forma hidráulica y asistía el movimiento para la cadera y rodilla.

En 1953, Holden y Muncey introdujeron transductores capacitativos de presión en zapatos fabricados para ese fin, y, mediante un osciloscopio, registraron la carga y el tiempo. (9)

En 1966, Murray, Ryker y Radcliffe determinaron los valores de los ángulos en las articulaciones de las extremidades inferiores para las fases de la marcha. (9)

En la década de los 70 se presentó en la Universidad de Belgrado (Serbia) el primer exoesqueleto que tenía la finalidad de ayudar a personas parapléjicas. Debido a que los movimientos eran demasiado simples, no tuvieron mucho éxito.

En el año 1980, Betts observó las variaciones de presión según la intensidad de la luz reflejada en una interfase cristalina y desarrolló un método de imagen capaz de ser computarizada. Este mismo año, Simkin y Stokes desarrollaron un programa computarizado para analizar la dinámica plantar y mostrar la distribución de fuerzas bajo el pie. (5)

A finales de los años 80 aparecieron sistemas informáticos que permitieron importantes mejoras en los registros y análisis de los datos. También se desarrollaron sistemas de baropodometría óptica y electrónica. (9)

En la actualidad, existe una gran variedad de sistemas que se utilizan en el análisis de la marcha, ya sea para el análisis cinemático, electromiográfico o del consumo de energía, útil todo ello en campos como la Biomecánica, la Neurología o la Rehabilitación. Ha sido un gran proceso en el estudio de la marcha la introducción de técnicas sofisticadas y el diseño de programas informáticos que permiten el análisis de los datos obtenidos, lo que ha permitido poder llevar a cabo investigaciones muy precisas sobre cada una de las fases del

ciclo de la marcha, ya sea en individuos sanos o en personas con diferentes patologías. Todo ello ha servido en el desarrollo de los sistemas ortésicos y exoesqueletos, que utilizan estos patrones del movimiento en las articulaciones para mejorar los objetivos que con ellos se busca.

1.5. ENFOQUE FISIOLÓGICO DE LA MARCHA

A continuación, se darán las nociones básicas sobre la marcha y las partes del cuerpo que se ven involucradas en este proyecto; haciendo especial hincapié en las articulaciones, donde se ha realizado un detallado estudio de cada una de ellas anterior al desarrollo de todo el proyecto. Dentro de los movimientos que puede realizar cada articulación, sólo se ha estudiado el plano sagital, ya que este plano es el esencial para la marcha.

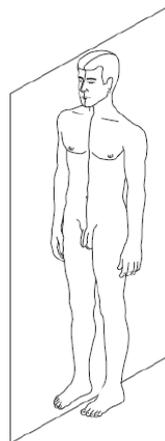


Fig. 2. Plano sagital o plano anteroposterior. (10)

Según la Biomecánica, cada parte de la anatomía humana puede asociarse a un componente mecánico responsable de una función concreta en el desarrollo del movimiento. A partir de la función que cumple el elemento anatómico y su forma, se puede deducir su equivalente elemento mecánico. En general, el cuerpo de los animales puede considerarse como un sistema de brazos de palancas unidos en las articulaciones.

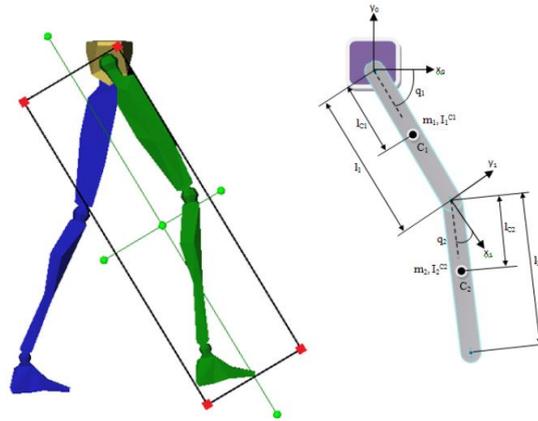


Fig. 3. Analogía entre las extremidades inferiores y un sistema de barras. (11)

1.5.1. LA MARCHA EN EL SER HUMANO

La marcha bípeda es propia de los seres humanos, aunque, hasta llegar a desarrollarla correctamente, necesitan un periodo de aprendizaje: primero, de la simple bipedestación, y después, de la marcha. Pero esto, no fue así desde el origen, ya que nuestros antepasados tenían una marcha cuadrúpeda. Este cambio sucedió muy lentamente, debido a la necesidad de adaptar el cuerpo a los nuevos requerimientos que ésto suponía.

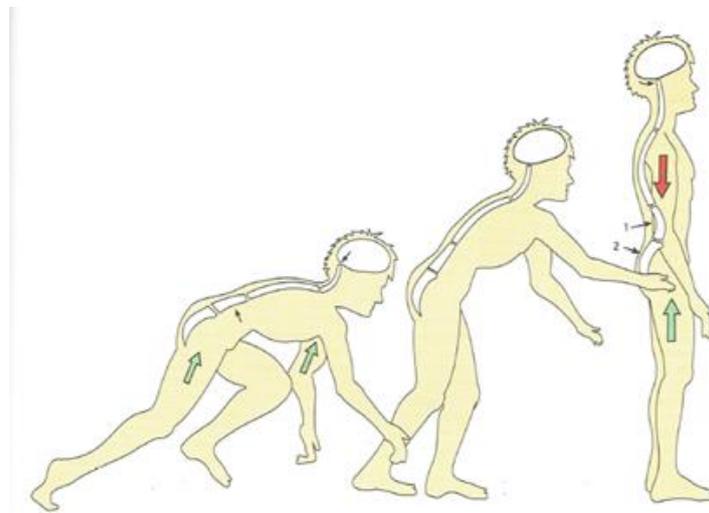


Fig. 4. Evolución en la marcha humana. (10)

En la posición de cuadrupedia, el raquis era convexo hacia arriba, tal y como se puede ver en la primera posición de la Fig. 4, y al ir enderezando el cuerpo, debido al enderezamiento del raquis lumbar, fue adoptando una posición vertical el sacro. Además de esto, la cabeza

debía cambiar su orientación, lo que conllevaba una migración hacia delante del foramen occipital.

La locomoción humana puede definirse como *la serie de movimientos alternantes de las extremidades y del tronco necesarios para desplazar hacia delante el centro de gravedad del cuerpo humano.*

La acción de andar consiste en pasar de una situación inestable y estática como lo es la bipedestación, a una aún mayor pero dinámica que se compensa en el último momento. Debe destacarse que esto no sería posible sin el control del sistema nervioso.

El cuerpo en posición de bipedestación simétrica representa una estructura inestable por lo siguiente:

- La superficie de la base de apoyo es muy pequeña en comparación con la altura.
- La parte superior del cuerpo es más ancha y, por lo tanto, voluminosa, que la parte inferior.
- Su base no está totalmente anclada al suelo.

El conjunto del cuerpo humano será estable cuando la vertical de su centro de gravedad se proyecte en la zona de sustentación, que es aquel polígono que encierra las huellas plantares, tal como representa la *Fig. 5*:

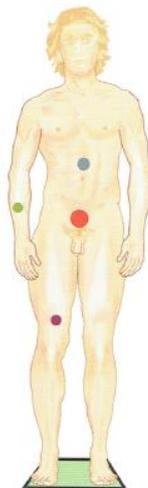


Fig. 5. Representación de la zona de sustentación y los centros de gravedad. (10)

En esta imagen se ha representado la zona de sustentación, nombrada anteriormente, (polígono en color verde sobre la superficie); el centro de gravedad del torso (círculo azul); el centro de gravedad del brazo (círculo verde); el centro de gravedad de la pierna completa (círculo violeta); y el centro de gravedad general (círculo de mayor tamaño rojo).

En la marcha, se considera el paso inicial aquel que constituye el punto de partida de la marcha. Esto plantea el problema de la repartición de la carga sobre los pies, por lo que cada uno deberá ser capaz de soportar todo el peso del cuerpo para el momento en que la pierna contraria no esté apoyada en el suelo. Además, el paso inicial consta de dos tiempos diferentes: un primer tiempo, en el que la pelvis se desplaza hacia el lado del pie portador y los glúteos levantan el otro lado, consiguiendo así que el pie de este último lado quede descargado del peso; y un segundo tiempo, que es aquel en el que los músculos isquiotibiales desplazan la pelvis hacia delante, provocando un desequilibrio que queda compensado por la contracción del tríceps sural del lado contrario.

La marcha se corresponde con una sucesión de zancadas que ejecutan los miembros inferiores, entendidas esas zancadas como los espacios que recorren ambos miembros, y posee un ciclo que empieza con el apoyo del talón de un pie en el suelo y termina cuando se apoya de nuevo ese mismo pie; es decir, cada zancada está formada por dos pasos (uno con cada pie).

Cada paso tiene dos fases: de apoyo y balanceo. La fase de apoyo se entiende como aquella en la que el pie permanece en contacto y apoyado en el suelo y representa aproximadamente un 60% del ciclo de una zancada, mientras que la de balanceo ocupa el 40% restante. Dentro de esta fase de apoyo se pueden distinguir tres tiempos:

- El doble apoyo, en el que los dos pies están en contacto con el suelo debido a que uno de los pies comienza a apoyarse mientras que el otro aún no se ha despegado del suelo.
- El apoyo simple o único, en el que la extremidad contraria entra en fase de balanceo y sólo queda apoyado el pie de la extremidad que empezó el ciclo.
- Otro doble apoyo, en el que la extremidad acaba su fase de balanceo y vuelve a apoyarse en el suelo, de donde aún no se ha despegado el pie contrario.

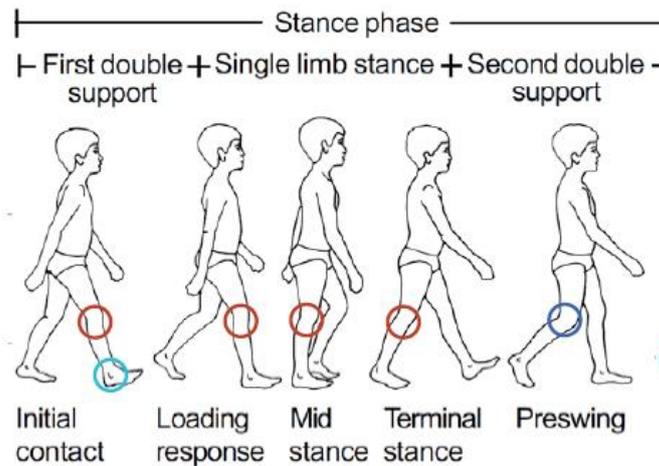


Fig. 6. Posiciones para el apoyo del pie en el suelo. (12)

En cambio, la fase de balanceo dura desde que los dedos del pie se despegan del suelo hasta que el talón vuelve a apoyarse en el suelo, desplazándose la extremidad desde una posición retrasada respecto al tronco hasta quedar por delante de éste.

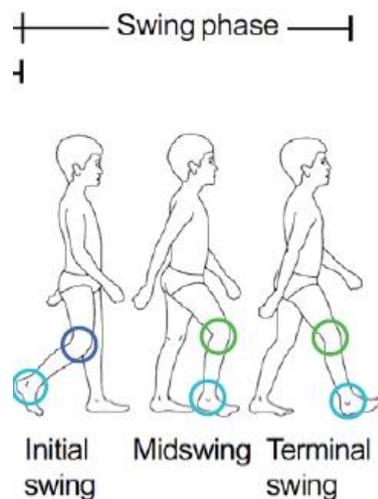


Fig. 7. Posiciones para la fase de balanceo. (12)

Por lo tanto, puede considerarse que la marcha tiene varias etapas:

- Fase unipodal: la extremidad portadora contacta con el suelo por el talón y pasa de atrás hacia delante, mientras que el paso se desarrolla hasta el impulso motor, por la extensión del tobillo y de los dedos.
- Fase oscilante: mientras ocurre lo anterior, la extremidad no portadora pasa de atrás hacia delante por flexión de la cadera y flexionando rodilla y tobillo, hasta que llega al suelo, evitando la caída.

- Fase bipodal: es un breve momento que ocurre antes de que la extremidad posterior despegue del suelo.

1.5.2. PARTES DEL CUERPO SUSCEPTIBLES DE ESTUDIO

1.5.2.1. LA CADERA

La articulación de la cadera es técnicamente la articulación coxofemoral, que une el hueso coxal y el fémur. Tiene tres grados de libertad, siendo éstos los movimientos de flexo-extensión, abducción-aducción y la rotación interna-externa. A objeto de estudio, se contemplará en este proyecto los movimientos de flexión y extensión, que son los que se dan en el plano sagital, el cual estamos considerando.

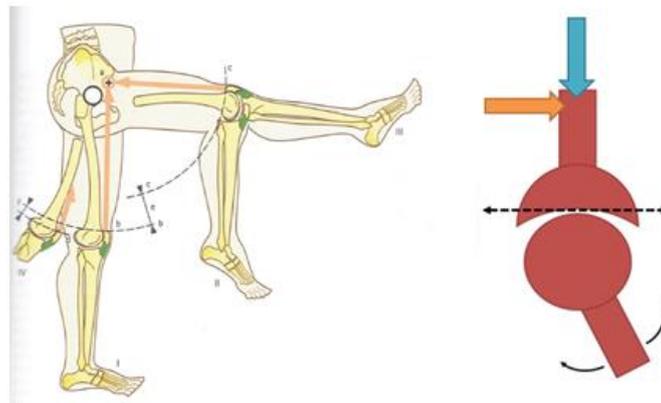


Fig. 8. Cadera y su mecanismo análogo.

La flexión es aquel movimiento que busca acercar los extremos de una articulación para aproximarlos entre sí, buscando, en el caso concreto de la cadera, acercar la cara superior del muslo hacia el tronco, pasando así el plano frontal de la articulación. Dentro de la flexión se distinguen dos tipos:

- La flexión activa, es aquella en la que la cadera puede llegar a flexionar hasta un máximo de 90° (tomando como referencia el eje vertical y perpendicular al suelo) si la rodilla está extendida, o los 120° si la rodilla también está flexionada (como se puede ver en *Fig. 9*). En este caso, la parte superior del cuerpo no ejerce ningún tipo de ayuda.

- La flexión pasiva, permite unas amplitudes mayores a las de la flexión activa, ya que se ve favorecida por la posición del tronco o brazos.

Los músculos flexores de la cadera son los que se encuentran delante del plano frontal que pasa por el centro de la articulación. Estos son el psoas, el ilíaco, el sartorio, el recto femoral, el tensor de la fascia lata, el pectíneo, el aductor largo, el grácil y el glúteo menor y medio. Todos ellos, además de ser de gran utilidad en la marcha, intervienen en los movimientos de abducción-aducción y rotación de la pierna, los cuales no son de más interés para el propósito del actual proyecto.

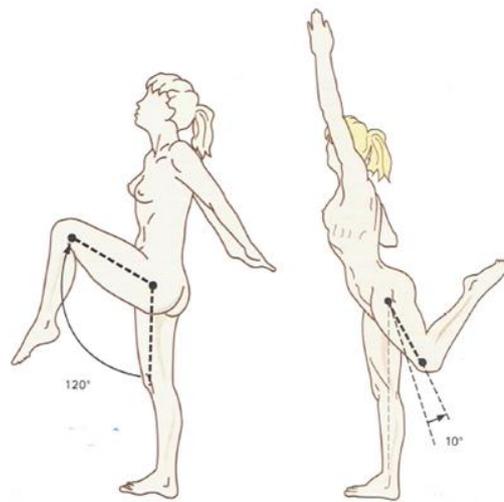


Fig. 9. Posiciones de flexión y extensión de la cadera. (10)

La extensión es el movimiento contrario a la flexión, por el cual dos segmentos de un miembro se alejan y tienden a formar una línea recta por detrás del plano frontal. Las amplitudes que se consiguen con la extensión son mucho menores que con la flexión, ya que el ligamento iliofemoral las limita. Al igual que ocurría con la flexión, también existen la extensión activa y pasiva:

- La extensión activa no pasa de los 20° en el caso de tener la rodilla extendida y los 10° si está flexionada.
- La extensión pasiva puede llegar a un máximo de 30° en el caso de ayudarse del brazo homolateral.

Los músculos extensores de la cadera son los que se encuentran detrás del plano frontal que pasa por el centro de la articulación. Estos son el glúteo mayor, medio y menor y los isquiotibiales (bíceps femoral, semitendinoso y semimembranoso). Especialmente los

músculos isquiotibiales son los que intervienen en la marcha, mientras que el glúteo sirve en actividades como correr o caminar en pendientes.

1.5.2.2. LA RODILLA

La rodilla es la articulación tibiofemoral, es decir, aquella que une el fémur y la tibia. A diferencia de la cadera, la rodilla cuenta con un solo grado de libertad, siendo la flexo-extensión el movimiento principal. Trabaja especialmente a compresión en extensión, debido a la acción de la gravedad. Esta articulación debe cumplir con dos requisitos: conseguir una gran estabilidad cuando la extensión es máxima y, además, adquirir una gran movilidad a partir de cierto ángulo de flexión, necesaria para una correcta orientación del pie.

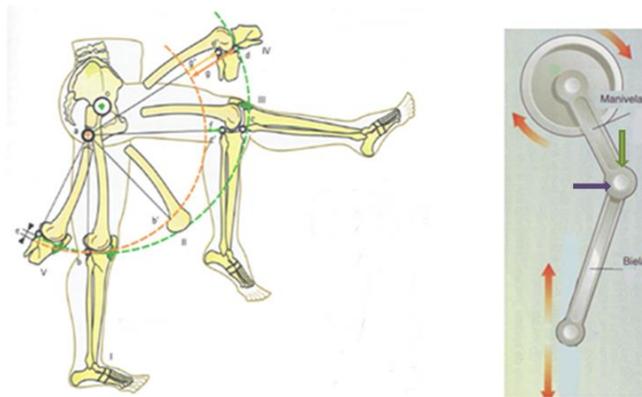


Fig. 10. Rodilla y su mecanismo análogo.

La extensión es el movimiento que aleja la cara posterior de la pierna del muslo, consiguiendo así una alineación de la pierna completa en el momento de máxima extensión. En cambio, la flexión es el movimiento que aproxima la cara posterior de la pierna a la del muslo, y puede alcanzar un máximo de 160° , dependiendo de algunos factores.

Los músculos que intervienen en la flexión de la rodilla son los músculos isquiotibiales, el grácil, el sartorio, el semitendinoso y el poplíteo. También intervienen los músculos gastrocnemios lateral y medial, extensores del tobillo, ya que ayudan a que la rodilla se mantenga estable, funcionando de forma antagónica a como lo hace el cuádriceps femoral.

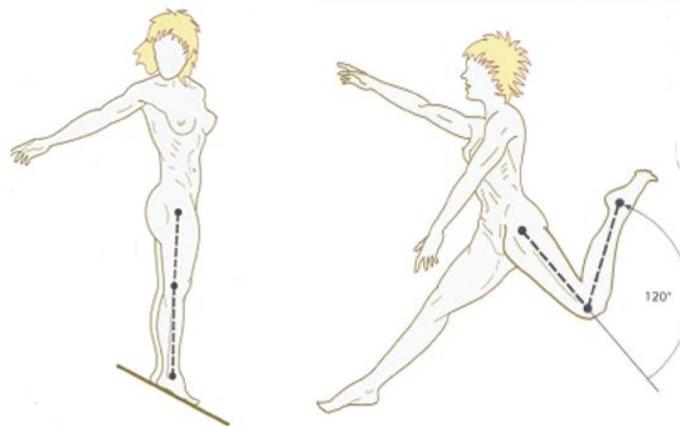


Fig. 11. Posiciones de extensión y flexión de la rodilla. (10)

1.5.2.3. EL TOBILLO

La articulación del tobillo, o articulación talocrural, es aquella articulación que une la tibia, el peroné y el astrágalo. Solo posee un grado de libertad, permitiendo la flexo-extensión y condiciona los movimientos de la pierna en relación al pie en el plano sagital. Sufre grandes limitaciones ya que, en el momento de apoyo monopodal, soporta todo el peso del cuerpo.

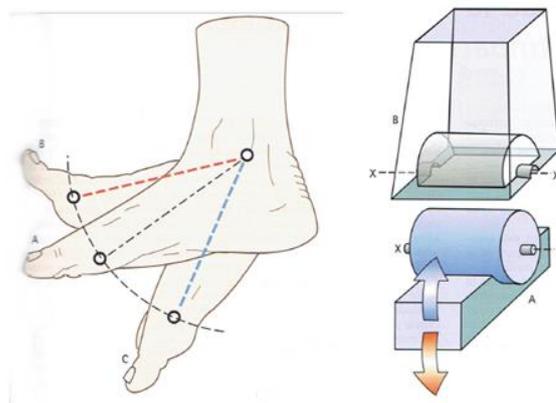


Fig. 12. Tobillo y su mecanismo análogo.

En la flexo-extensión, la posición de referencia es aquella en la que la planta del pie se mantiene perpendicular al eje de la pierna. A partir de ahí, la flexión se entiende como el movimiento que aproxima el dorso del pie a la cara anterior de la pierna. La mejor forma de medir la flexión es ver el valor del ángulo agudo que se forma entre la pierna y el pie. Este ángulo puede llegar hasta un mínimo de 60°.

Por el contrario, la extensión es el movimiento que aleja el dorso del pie de la cara anterior de la pierna, ya que el pie tiende a situarse en prolongación con la pierna. En este caso, el ángulo que se forma entre pie y pierna sería obtuso, con un valor máximo de 140° .

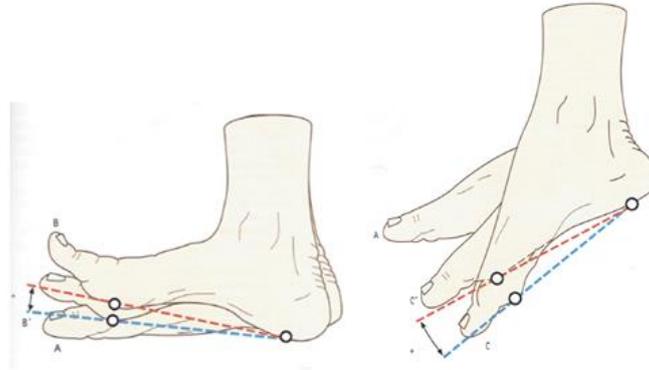


Fig. 13. Posiciones de flexión y extensión en el tobillo. (10)

Para los valores de los ángulos mínimo y máximo dados, además del tobillo, intervienen las articulaciones del tarso, haciendo que la bóveda plantar (comúnmente conocida como la planta del pie) se aplane o hunda, respectivamente.

1.5.2.4. EL PIE

En concreto del pie, interesa conocer la extensión de los dedos. Ésta es de interés debido a que, en la fase de apoyo de la marcha, los dedos pueden llegar a alcanzar o sobrepasar los 90° en extensión pasiva.

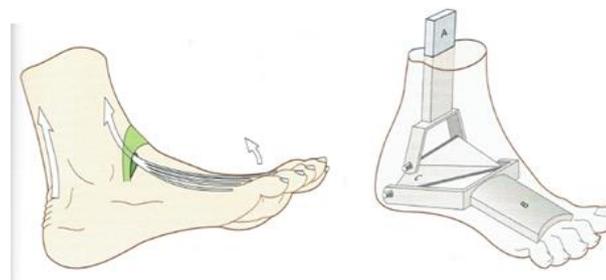


Fig. 14. Pie y su mecanismo análogo.

Algunos de los músculos flexores del tobillo que intervienen en el pie son el músculo extensor corto del dedo gordo y el músculo tibial anterior, que cuanto más separados estén

del eje del pie, más aductores y supinadores serán, mientras que el músculo extensor largo de los dedos y el músculo tercer peroneo son abductores y pronadores al mismo tiempo. Así como el movimiento abducción-aducción no es objeto de estudio, la pronación-supinación sería interesante para estudios futuros, ya que serviría para conocer mejor el tipo de pisada del individuo y orientar el diseño del pie del exoesqueleto en concordancia con ella.

Otro músculo muy importante es el tríceps sural, extensor del tobillo, ya que se trata de uno de los músculos más potentes del cuerpo humano. Éste desarrolla su máxima potencia cuando, partiendo de una posición de flexión del tobillo y extensión de la rodilla, se contrae para extender el tobillo y proporcionar un impulso que dé el movimiento en la última fase del paso.

Como se han mencionado anteriormente, pueden darse dos anomalías en la pisada de los seres humanos: la pronación y la supinación (*Fig. 15*). Aunque no serán determinantes en este proyecto, es interesante conocer al menos lo básico sobre ellas e investigar más por posibles trabajos futuros.

La pronación es el movimiento que lleva a una bajada hacia el suelo de la línea interna del mismo, lo que se traduce a una caminata con los bordes internos del pie. En cambio, la supinación es el movimiento contrario a la pronación, en el que se anda apoyando especialmente los bordes externos del pie.

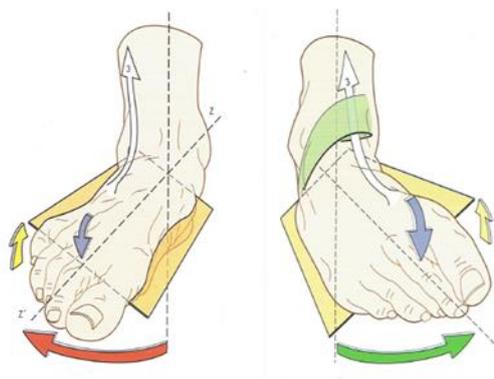


Fig. 15. Defectos en la pisada: pronación y supinación. (10)

1.5.2.5. LA BÓVEDA PLANTAR

Se trata del conjunto que comprende todos los elementos osteoarticulares, ligamentosos y musculares del pie. Es la mejor transmisión posible del peso del cuerpo hacia el suelo para la bipedestación.

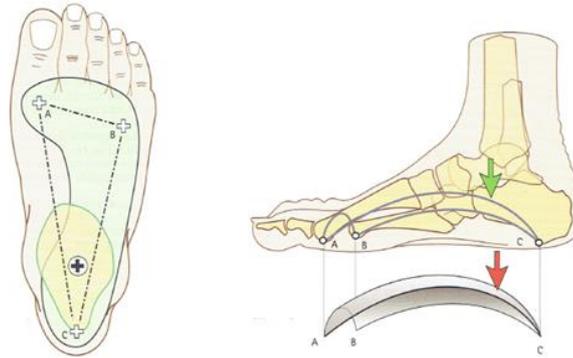


Fig. 16. La bóveda plantar y los arcos de apoyo. (10)

Gracias a sus modificaciones de curvatura y elasticidad, la bóveda plantar es capaz de adaptarse a irregularidades del terreno y transmitir al suelo las fuerzas de la gravedad, actuando como amortiguador para la flexibilidad de la marcha.

1.6. EVOLUCIÓN DE LOS EXOESQUELETOS EN EL TIEMPO

En primer lugar, es necesario señalar la diferencia entre los exoesqueletos diseñados para funcionar como sistemas para la rehabilitación de la marcha, cuyo funcionamiento es distinto de los que trabajan tan solo como productos de apoyo. En general, los problemas más graves a los que se enfrentan estos sistemas son el equilibrio, la autonomía y la velocidad de la marcha.

Los primeros prototipos de exoesqueletos con un fin terapéutico fueron diseñados para el tren inferior, y, por lo tanto, los primeros en comercializarse. Estaban destinados a lesionados medulares, aunque con el paso del tiempo se fueron extendiendo a otras patologías como las de daño cerebral.

Dentro de los métodos de utilización de los exoesqueletos inferiores se distinguen dos tipos de aproximaciones terapéuticas:

- Ayudar lo necesario (traducido del inglés “*assistance as needed*”)
Su objetivo es ir reduciendo la necesidad de ayuda al paciente para favorecer la recuperación. Permite iniciar la terapia muy temprano y hacer movimientos sin esfuerzo, con intensidades terapéuticas altas. El principal inconveniente de ésta es que el paciente puede desvincularse con facilidad de la terapia o mostrar poca atención durante el entrenamiento, ya que se reduce la necesidad de aprendizaje del sistema motor para descubrir los principios necesarios para realizar la tarea de manera satisfactoria.
- Intensificación del error
Es la aproximación metodológica más novedosa. Consiste en dificultar la realización del ejercicio en lugar de ayudarlo, por lo que favorece el aprendizaje motor. Este esfuerzo que debe realizar el paciente se considera esencial para producir plasticidad motora. Sin embargo, esto mismo puede producir la frustración del paciente.

Los principales sistemas que hay actualmente dentro de la finalidad que se le quiere dar a este proyecto son los sistemas de plataformas, que buscan influir en las partes que más interesan recuperar en el sistema nervioso, y los sistemas para caminar por el suelo, que permiten en mayor medida la exploración del entorno.

1.6.1. CLASIFICACIÓN DE LOS PROTOTIPOS DEL MIEMBRO INFERIOR

1.6.1.1. SEGÚN LA ZONA QUE ASISTE

- *Foot Orthosis (F.O.)*
Entran en esta sección aquellas ayudas de aplicación exclusiva sobre el pie con el fin de corregir y normalizar la marcha. Dentro de este grupo se podrían reunir las

ortesis funcionales-correctoras del pie, las ortesis plantares o plantillas y el calzado ortopédico.



Fig. 17. Ejemplo de ortesis tipo *F.O.*

- *Ankle – Foot Orthosis (A.F.O.)*

Se tratan de ortesis que se aplican sobre una parte de la pierna y el pie y sirve esencialmente para controlar la flexo-extensión del tobillo. Destacan las ortesis antiequino, que impiden la caída del pie gracias a una articulación que limita el movimiento, y las antitalo, que controlan la flexión dorsal del pie, impidiendo el talo para corregir la marcha.



Fig. 18. Ejemplo de ortesis tipo *A.F.O.* (12)

- *Knee – Ankle – Foot Orthosis (K.A.F.O.)*

Las ortesis tipo *K.A.F.O.* comprenden aquellas que abarcan desde el pie hasta el muslo, pasando por la rodilla. Su función es estabilizar la extremidad inferior, controlar los movimientos, soportar el peso en algunos casos y facilitar la marcha.

Se usa cuando existe el paciente es incapaz de estabilizar la rodilla de forma segura en la fase de apoyo de la marcha.



Fig. 19. Ejemplo de ortesis tipo *K.A.F.O.* (13)

Durante la marcha, la ortesis estabiliza la extremidad que se bloquea al extender la pierna y se desbloquea para la sedestación y la puesta y retirada de la estructura. La parte superior del cuerpo debe moverse hacia delante para dar el impulso necesario para comenzar la marcha. Se distinguen en este tipo una pieza femoral, que abarca desde el tercio superior del muslo hasta unos centímetros por encima de la rodilla; una pieza inferior de pierna y pie, normalmente termoconformada o de fibra de carbono y hecha a medida por debajo de la rodilla; y una articulación de rodilla mecánica.

- *Hip – Knee – Ankle – Foot Orthosis (H.K.A.F.O.)*

Son conocidos también como bitutores largos con cinturón pélvico que consiguen el control de los movimientos de la cadera añadiendo a los tipos vistos anteriormente una articulación de cadera con una banda pélvica, la cual evita la inestabilidad en esa zona.



Fig. 20. Ejemplo de ortesis tipo *H.K.A.F.O.*

Pueden realizarse en material metálico, plástico, fibra de carbono o la combinación entre alguno de ellos, en función de las necesidades. La articulación de la cadera suele ser de un solo eje, permitiendo así la flexo-extensión del muslo, pero también puede controlarse la abducción-aducción añadiendo más grados de libertad a dicha articulación.

El principal inconveniente que presentan es que suelen ser modelos bastante pesados.

1.6.1.2. SEGÚN EL TIPO DE MOVIMIENTO

- *Reciprocating Gait Orthosis (R.G.O.)*

Es un tipo de ortesis que facilita al paciente poder avanzar con cada pierna de forma alternativa. En todo ese proceso las rodillas y tobillos se encuentran bloqueados.



Fig. 21. Ejemplo de ortesis tipo *R.G.O.*

El principal inconveniente que tienen los *R.G.O.*s es que sus posibles mejoras en la marcha son muy limitadas en pacientes con problemas en la médula espinal, además de que la marcha es poco fisiológica y los tiempos de preparación y colocación de la ortesis son muy lentos.

Existen unas ortesis de este tipo conocidas como *Stance Control Orthosis (S.C.O.)* que bloquean la rodilla mientras el paciente está de pie y permite que se mueva libremente durante la fase de balanceo.

Otro caso particular de ortesis tipo *R.G.O.* son las *Isocentric Reciprocating Gait Orthosis (I.R.G.O.)*, las cuales suponen un menor gasto energético para el usuario.

- *Powered Gait Orthosis (P.G.O.)*

Se trata de un tipo de ortesis cuya finalidad es asistir a la marcha del paciente mediante un sistema motor, ya sea neumático, hidráulico o eléctrico conectado en las articulaciones.



Fig. 22. Ejemplo de ortesis tipo *P.G.O.*

Dentro de este tipo, se pueden encontrar ortesis que funcionan como un sistema maestro-esclavo, es decir, que una de las piernas lleve sensores y la contraria se mueva por medio de actuadores tal y como lo hace la pierna sana; o un sistema que vaya completamente monitorizado, por ejemplo, con un joystick.

La principal ventaja de las *P.G.O.s* en relación con otras ortesis es que mejora notablemente la velocidad de la marcha y la distancia recorrida, además de reducir de forma significativa el gasto de energía. Sin embargo, el principal inconveniente que tienen es que son las ortesis más pesadas, debido, en gran parte, a la incorporación de los motores, aunque este hecho no es condicionante en la marcha.

1.6.2. EXOESQUELETOS EN EL MERCADO ACTUAL

Algunos de los exoesqueletos más conocidos que existen en la actualidad son los siguientes:

- *ReWalk*[®]

Desarrollado por la empresa israelí del mismo nombre, *ReWalk*. Está acreditado en Estados Unidos por la *Food and Drug Administration (F.D.A.)*, responsable de la regulación de aparatos médicos, entre otros, para ser usado como ayuda técnica.

Los primeros prototipos necesitaban de muletas para su funcionamiento. Actualmente, hay un tipo que es considerado autoestable, ya que se activa por la posición del tronco del paciente, con los movimientos de la cadera y la rodilla motorizados. Además, mediante un *smartwatch* se puede seleccionar entre los distintos modos de activación: sentarse, levantarse, caminar, subir escaleras o bajar escaleras.

La empresa cuenta actualmente con dos modelos: uno de uso personal y otro orientado a la rehabilitación en clínicas terapéuticas.



Fig. 23. Modelos del *ReWalk*[®] disponibles actualmente en su página web.

- *T-Rex*[®]

Producido por la empresa neozelandesa *RexBionics*.

Es un exoesqueleto autoestable, que se controla con las manos del usuario mediante un joystick y palancas. El principal inconveniente que tiene es que proporciona velocidades de marcha muy lentas.

Disponen de modelos a la venta para particulares y colaboran con clínicas de fisioterapia en centros de Estados Unidos, Inglaterra, Australia o Nueva Zelanda.



Fig. 24. Exoesqueleto de la empresa *RexBionics*.

- Exoesqueleto H2[®]

Este exoesqueleto está diseñado por el grupo de neuro-rehabilitación del Instituto Cajal, en España. Dispone de motores en caderas, rodillas y tobillos, que permiten el desplazamiento del paciente.

La puesta en marcha y parada se hace de manera externa al exoesqueleto, mediante un programa que permite elegir la fuerza necesaria para caminar, y requiere de muletas o un andador para su funcionamiento. Su objetivo es intensificar la rehabilitación de pacientes con lesiones que afectan a su sistema neurológico, lo que supone una mayor probabilidad de que el usuario pueda recuperar su función motora.



Fig. 25. Exoesqueleto H2[®].

- EKSO[®]

Es un exoesqueleto de la empresa americana *EksoBionics* (anteriormente conocida como *Berkeley Bionics*), la cual ha comprado *Google*. Éste era conocido con el nombre de *eLegs*[®].

Su funcionamiento es similar al ya explicado H2, pero además permite la abducción-aducción en las caderas.



Fig. 26. Exoesqueleto *EKS0*[®].

- *HAL*[®]

Creado por la empresa japonesa *Cyberdyne*. Es un exoesqueleto de propósito general, diseñado inicialmente para levantar cargas pesadas en el terreno de la ergonomía. Recientemente se ha venido utilizando como sistema de interés médico.



Fig. 27. Exoesqueleto *HAL*[®].

1.7. NOVEDAD QUE APORTA EL ACTUAL PROYECTO

Después de haber descrito la finalidad de este proyecto y haber hecho un repaso por algunos de los exoesqueletos más importantes que existen actualmente, es clara la necesidad de hacer estas estructuras lo más sencillas posibles (sin implicar ello una mala calidad) con el objetivo de que sean menos pesadas y, sobre todo, más económicas. Esto implicaría que un mayor número de personas con problemas en la movilidad pueda tener acceso a este tipo de ayudas.

Además de tener un carácter individualizado, este enfoque facilita que de esta manera puedan ser ampliamente utilizados en clínicas de rehabilitación, pudiendo hacer el especialista un seguimiento de los movimientos que tiene permitidos el paciente y modificarlos en función de la terapia o respuesta a ésta que dé el paciente a medida que se vaya recuperando de su lesión. Todo ello, dota de una gran versatilidad y capacidad de adaptación de la ortesis a las características propias de cada paciente y no al revés, como es el caso de muchos otros exoesqueletos.

Esto se podrá hacer a través de una simple tabla en la cual se especificarán los ángulos iniciales con los que se moverá el exoesqueleto, de esta manera el propio fisioterapeuta podrá modificar dicha tabla con los datos iniciales para conseguir un progreso en la recuperación del individuo. Una vez que se hayan fijado los nuevos datos, el/la ingeniero/a encargado/a del mantenimiento del exoesqueleto solo tendrá que grabar esos datos en la programación del microcontrolador utilizado.

2. DESARROLLO TEÓRICO

2.1. CONCEPTOS PREVIOS

Antes de comenzar el desarrollo del proyecto, se ha hecho un estudio de la trayectoria de la marcha de un sujeto sano, sin ninguna patología, en el desarrollo motor de las extremidades inferiores. El paso de dicho sujeto se ha dividido en 27 posiciones de estudio, tal y como se muestra en la siguiente imagen:

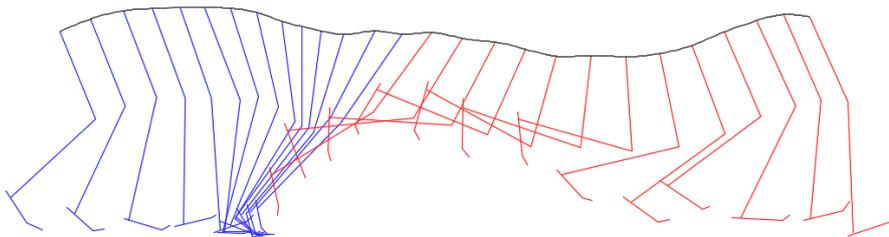


Fig. 28. Representación de las posiciones de la marcha para un individuo sano cualquiera. Se diferencian la fase de apoyo, en color azul, y la de balanceo, en color rojo. (Trazado con el programa *Autodesk AutoCAD*).

FASE DE APOYO

Esta fase comprende el conjunto de movimientos en los cuales alguna parte del pie está en contacto directo con la superficie del suelo (en la *Fig. 28* se representan en color azul). Por lo tanto, se buscará que en toda esa fase se proporcione la suficiente estabilidad para soportar las cargas y se pueda bloquear la pierna.

En esta fase de apoyo se ha considerado como situación más desfavorable aquella en la que todo el peso del paciente recae sobre el pie; de tal forma que, al ser un peso mayor del que realmente soportaría la pierna, estará del lado de la seguridad, asegurando que no rompa ninguna pieza.

FASE DE BALANCEO

El resto de posiciones de la *Fig. 28* (en color rojo) son las que forman la fase de balanceo de la marcha. A diferencia de la fase anterior, en este grupo de posiciones están aquellas en las que la pierna no toca directamente el suelo. Por ello, en esta fase las articulaciones estarán menos cargadas en comparación con la fase anterior.

En esta fase de balanceo se considerará un criterio distinto al elegido en la fase de apoyo: se considerará que sobre el mecanismo recaen el propio peso del mismo y el peso de la pierna del paciente. Ambas cargas serán mayoradas para evitar el fallo.

2.2. ESTUDIO DEL MOVIMIENTO

A la hora de realizar los cálculos, se ha decidido tomar la pierna del paciente como un conjunto de tres barras y tres eslabones de unión, formando una cadena cinemática abierta. Dado que este modelo está solamente planteado para su uso en la marcha, solo se ha estudiado el plano sagital y así poder reducir el número de grados de libertad del movimiento.

Para el diseño de la estructura, se decidió dimensionarla en función de los valores de fuerzas y momentos más desfavorables, entendiendo que, si los soportan, la estructura no fallará.

En primer lugar, se exponen a continuación las medidas tomadas sobre el paciente a efectos de poder ajustar el exoesqueleto a sus necesidades:

Tabla 1. Datos técnicos del paciente.

Se describen el peso máximo que podría llegar a pesar el paciente y su altura actualmente para poder ajustar el exoesqueleto a estos parámetros.

Peso máximo del paciente (kg)	Altura actual del paciente (cm)
100	163

Tabla 2. Medidas de la extremidad inferior.

Longitudes o parámetros del paciente que se necesitan conocer para el diseño del exoesqueleto.

Zona a medir	Longitud (mm)
Pie	250
Pierna	410
Muslo	400
Cadera - suelo	870

Dado que, el sujeto de estudio tiene impedida la marcha normal, se ha procedido a variar algunas de las posiciones de la *Fig. 28*, con el fin de que, durante la fase de apoyo, se apoye completamente el pie en el suelo, entendiéndose que para la marcha correcta del paciente no son necesarias algunas amplitudes del individuo sano. Este cambio se debe principalmente a una simplificación de cálculos (dado que se plantea la construcción de un primer prototipo).

Para el estudio de las posiciones reales del exoesqueleto se considerarán los siguientes criterios:

- Se considerará que todo el peso de la persona (100 kg) recae sobre el centro de gravedad del pie, ya que, como ya se ha especificado, toda la superficie del pie tocará el suelo en la fase de apoyo de la marcha. Esto sucederá en las posiciones de la 1 a la 14, ambas inclusive.
- Para las posiciones comprendidas entre la 15 y la 27 se ha tenido en cuenta un peso máximo de la pierna del individuo de 15 kg repartidos uniformemente entre el muslo y la pierna.

Además de todo lo anterior, se muestran en detalle en las *Fig. 29, 30 y 31* cómo se han considerado las direcciones de los ejes para cada articulación:

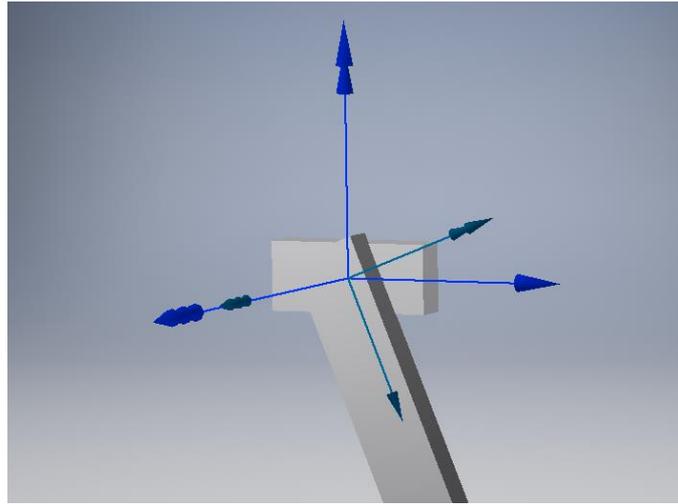


Fig. 29. Vista detalle de los sistemas de ejes 0 y 1.

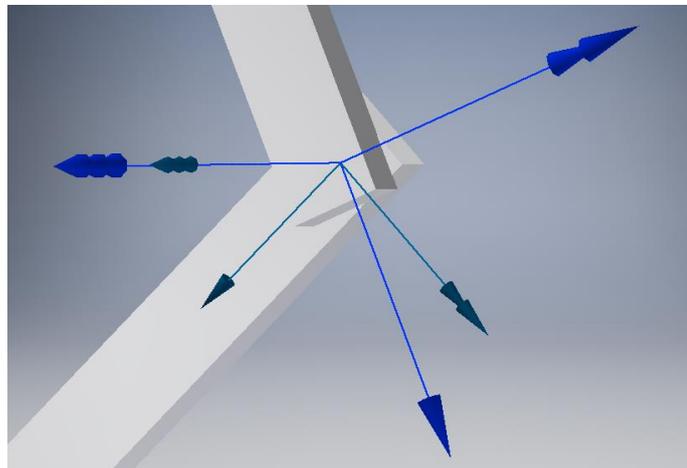


Fig. 30. Vista detalle de los sistemas de ejes 1 y 2.

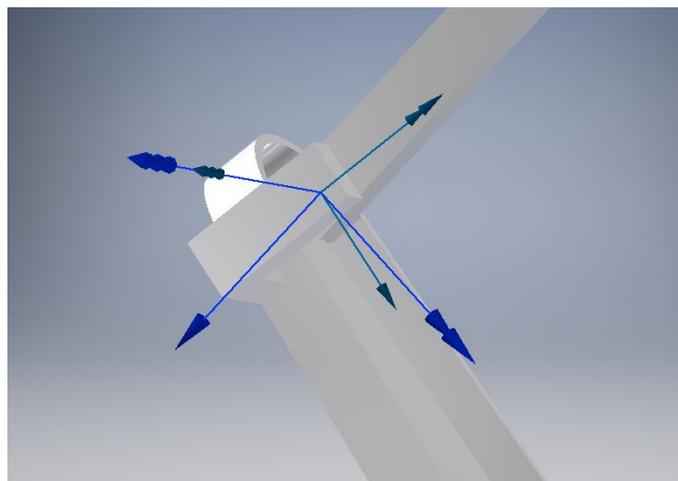


Fig. 31. Vista detalle de los sistemas de ejes 2 y 3.

En los tres casos, los ejes z (representados con tres flechas) se han situado para que tengan la misma dirección y sentido.

Los ejes x (representados con una sola flecha) indican la dirección del eje de cada barra. En el primer caso, el sistema de ejes 0 es el que se ha tomado como fijo para todos los cálculos.

Por último, los ángulos σ_1 , σ_2 y σ_3 (Fig. 29, 30 y 31, respectivamente) son aquéllos que se forman desde el eje x de la barra anterior al eje x de la barra posterior, tal como se puede ver en la Fig. 32:

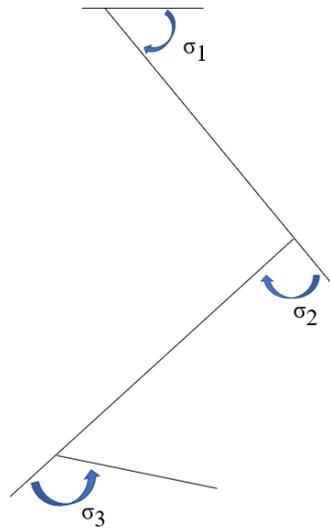


Fig. 32. Representación gráfica de los ángulos σ_1 , σ_2 y σ_3 .

2.2.1. CÁLCULO ESTÁTICO

Se denomina en este trabajo como cálculo estático cuando la posición, velocidad y aceleración del mecanismo no varían, pero sí la sollicitación mecánica. De esta manera, hay que tener en cuenta el fenómeno de la fatiga de la estructura que se analizará con el *criterio de Goodman*.

Este estudio se realizará de forma individual para cada una de las 27 posiciones en las que se ha dividido un paso en la marcha. El estudio de cada una de estas posiciones permite conocer las fuerzas o cargas que deberán soportar y las flexiones que podrán sufrir. A partir de estas se podrá obtener cada una de las barras que formarán el exoesqueleto.

Diseño de un exoesqueleto destinado a la movilidad del tren inferior

En este caso estático, se han tomado todas las consideraciones descritas en el apartado 2.2. Además, la fuerza externa que se ejerce será perpendicular al suelo, dado que siempre se tratarán de fuerzas gravitacionales.

Para entenderlo mejor, se exponen a continuación un par de ejemplos gráficos del método de cálculo:

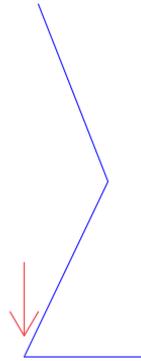


Fig. 33. Ejemplo para la fase de apoyo del reparto de cargas.

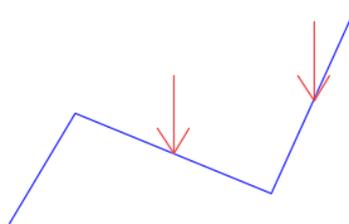


Fig. 34. Ejemplo para la fase de balanceo del reparto de cargas.

Teniendo en cuenta esto, además de los ángulos que se forman para cada posición se puede realizar el cálculo estático para cada una de las barras que forman el exoesqueleto.

BARRA 3: Pie

Durante la *fase de apoyo*, como ya se ha comentado en puntos anteriores, el pie permanecerá siempre con toda su superficie apoyada en el suelo. A modo de cálculo, se traducirá en que todo el peso, tomado como carga puntual, durante esta fase necesitará ser

soportado por la carga cortante V_3 . Por otro lado, la carga normal N_3 , se considerará nula, ya que la carga recaerá sobre el centro de gravedad del pie.

Conocido esto, el momento flector Mf_3 máximo que soportará cada posición de la barra 3 vendrá dado por la siguiente ecuación:

$$Mf_3 = V_3 L_3 \quad (1)$$

Para la *fase de balanceo*, se ha considerado que, en el pie, el peso que recaerá será mínimo en comparación con el resto de toda la pierna. De esta manera, sólo se tendrá en cuenta la reacción en el punto donde la pierna se une con el pie, es decir, en el tobillo. Por lo tanto, en este caso sí que se deberán tener en cuenta los ángulos que se forman entre el pie y la pierna (barra 3 y barra 2).

A modo de explicar los cálculos para la obtención del axil (N_3) y del cortante (V_3) para esta fase de una manera más sencilla, se dividirán en las siguientes opciones dependiendo del ángulo anteriormente citado:

- Si el ángulo que forma el muslo con la cadera σ_1 y el ángulo que forma el pie con la pierna σ_3 con ambos mayores de 90° , se tienen las expresiones:

$$N_3 = \frac{m_{ext}}{2} g \cos[\sigma_3 - (\sigma_1 - 90^\circ + \sigma_2)] \quad (2)$$

$$V_3 = \frac{m_{ext}}{2} g \sin[\sigma_3 - (\sigma_1 - 90^\circ + \sigma_2)] \quad (3)$$

- Si el ángulo que forma el muslo con la cadera σ_1 es mayor de 90° y el ángulo que forma el pie con la pierna σ_3 es menor de 90° , se tiene:

$$N_3 = \frac{m_{ext}}{2} g \cos[(\sigma_1 - 90^\circ + \sigma_2) - \sigma_3] \quad (4)$$

$$V_3 = \frac{m_{ext}}{2} g \sin[(\sigma_1 - 90^\circ + \sigma_2) - \sigma_3] \quad (5)$$

BARRA 2: Pierna

A diferencia de la barra anterior, la barra que servirá de soporte para la pierna en la *fase de apoyo*, varía su ángulo para cada posición considerada. Por lo que no se podrá tener en cuenta la simplificación que se hizo para el pie.

A continuación, se obtendrán los valores del axil (N_2) y del cortante (V_2). Tal y como ocurría antes para el pie, existirán algunas variantes:

- Si el ángulo σ_3 es menor de 90° , las fuerzas normal y cortante tendrán el valor:

$$N_2 = m_{\text{ext}}g \cos(90 - \sigma_3) \quad (6)$$

$$V_2 = m_{\text{ext}}g \sin(90 - \sigma_3) \quad (7)$$

- Si el ángulo σ_3 es mayor de 90° , los fuerzas normal y cortante valdrán:

$$N_2 = m_{\text{ext}}g \cos(\sigma_3 - 90) \quad (8)$$

$$V_2 = m_{\text{ext}}g \sin(\sigma_3 - 90) \quad (9)$$

En cualquiera de los dos casos el momento flector (Mf_2) será:

$$Mf_2 = V_2 L_2 \quad (10)$$

En la *fase de balanceo*, las fuerzas en la barra N_2 y V_2 valdrán:

- Si el resultado de $\sigma_1 - 90^\circ + \sigma_2$ es menor de 90° :

$$N_2 = \frac{m_{\text{ext}}}{2} g \cos(\sigma_1 - 90^\circ + \sigma_2) \quad (11)$$

$$V_2 = \frac{m_{\text{ext}}}{2} g \sin(\sigma_1 - 90^\circ + \sigma_2) \quad (12)$$

- Si el resultado de $\sigma_1 - 90^\circ + \sigma_2$ es mayor de 90° :

$$N_2 = -\frac{m_{ext}}{2} g \cos[180 - (\sigma_1 - 90^\circ + \sigma_2)] \quad (13)$$

$$V_2 = -\frac{m_{ext}}{2} g \sin[180 - (\sigma_1 - 90^\circ + \sigma_2)] \quad (14)$$

BARRA 1: Muslo

Las ecuaciones a utilizar en la *fase de apoyo* serán las del axil (N_1) y del cortante (V_1).

$$N_1 = N_2 \cos \sigma_2 \pm V_2 \sin \sigma_2 \quad (15)$$

$$V_1 = N_2 \sin \sigma_2 \pm V_2 \cos \sigma_2 \quad (16)$$

Al igual que en los casos anteriores, el momento flector (Mf_1) será:

$$Mf_1 = V_1 L_1 \quad (17)$$

En la *fase de balanceo* se tendrá que N_1 y V_1 valdrán:

$$N_1 = N_2 \cos(180 - \sigma_2) \pm \frac{m_{ext}}{2} \cos(\sigma_1 - 90) \pm V_2 \sin(180 - \sigma_2) \quad (18)$$

$$V_1 = N_2 \sin(180 - \sigma_2) \pm \frac{m_{ext}}{2} \sin(\sigma_1 - 90) \pm V_2 \cos(180 - \sigma_2) \quad (19)$$

El criterio de falla que se va considerar es el conocido como *criterio de Goodman* (14), ya que es el más ampliamente usado:

$$\frac{\sigma_a'}{s_e} + \frac{\sigma_m'}{s_u} = \frac{1}{\gamma} \quad (20)$$

Donde s_u es una propiedad intrínseca del material que se utilice; y s_e , el límite a fatiga del material elegido. El valor de γ , coeficiente de seguridad, se fijará siempre en 1.5, de tal forma que se asegure que no vaya a romper. Aquí se considera que los esfuerzos flectores, torsionales y axiales tienen componentes alternantes y medio (σ_a' y σ_m' , respectivamente) y se obtienen a partir de las ecuaciones anteriores;

$$\sigma_a = \frac{N_{\text{máx}}}{2A} + \frac{Mf_{\text{máx}}}{W} \quad (21)$$

$$\tau_m = \frac{N_{\text{máx}}}{2A} + \frac{V_{\text{máx}}}{A} \quad (22)$$

Donde A corresponde al área de la sección de las barras que se van a utilizar y W al momento resistente de la sección considerada. Por sencillez a la hora del montaje del exoesqueleto, se ha decidido utilizar barras comerciales de sección rectangular, ya que el acople de los motores a estas barras será más fácil que si se utilizara cualquier otra sección.

Si se sustituye en la ecuación (20) las ecuaciones (21) y (22), el único término que se desconoce es el del área, ya que, aunque se haya decidido que la sección será rectangular, no se conocen sus parámetros de base, b, y altura, h. Estas dos incógnitas son las que obtenemos aplicando este estudio estático, de manera que se elegirá la barra de sección mínima que soporte todas las sollicitaciones a las que estará expuesta.

2.2.2. CÁLCULO CINEMÁTICO

Es importante tener en cuenta que para cada sistema local deberá compararse con el fijo de referencia, por lo que se tendrá que tener en cuenta el cambio de base al nuevo sistema que se quiera considerar. Estas ecuaciones generales son:

$$\begin{aligned} \vec{x}_{i-1} &= \cos \sigma_i \vec{x}_i - \lambda_i \sin \sigma_i \vec{y}_i + \mu_i \sin \sigma_i \vec{z}_i \\ \vec{y}_{i-1} &= \sin \sigma_i \vec{x}_i + \lambda_i \cos \sigma_i \vec{y}_i - \mu_i \cos \sigma_i \vec{z}_i \\ \vec{z}_{i-1} &= \mu_i \vec{y}_i + \lambda_i \vec{z}_i \end{aligned} \quad (23)$$

Estas ecuaciones permitirán cambiar de una base a otra fácilmente, teniendo en cuenta lo siguiente:

$$\beta_i = 0$$

$$\lambda_i = \cos \beta_i = 1$$

$$\mu_i = \sin \beta_i = 0$$

En primer lugar, se conoce que, tanto la velocidad angular como la aceleración angular y lineal del punto de referencia considerado fijo situado en la cadera tendrán el valor:

$$\vec{\Omega}_0 = \vec{\alpha}_0 = \vec{a}_0 = 0 \quad (24)$$

Una vez sabido esto, se procede a resolver las velocidades y aceleraciones necesarias para cada una de las barras, tal y como se precisa a continuación:

BARRA 1: Muslo

Se empezará calculando la velocidad angular con la que girará esta barra en relación con el punto fijo con el que conecta de la cadera:

$$\vec{\Omega}_1 = \vec{\Omega}_0 + \dot{\sigma}_1 \vec{z}_0 = \dot{\sigma}_1 (\mu_1 \vec{y}_1 + \lambda_1 \vec{z}_1) \quad (25)$$

Tal y como se explicó antes:

$$\vec{\Omega}_0 = 0 ; \alpha_1 = 0$$

Se obtiene:

$$\vec{\Omega}_1 = \dot{\sigma}_1 \vec{z}_1 \quad (26)$$

La aceleración angular se obtiene de:

$$\vec{\alpha}_1 = \vec{\alpha}_0 + \ddot{\sigma}_1 \vec{z}_0 + \dot{\sigma}_1 \vec{\Omega}_1 \wedge \vec{z}_0 \quad (27)$$

Sabiendo que:

$$\vec{\alpha}_0 = 0 \quad (28)$$

Y, además que el producto vectorial de la ecuación (27) se anulará por ser ambos vectores paralelos entre sí, se tiene:

$$\vec{\alpha}_1 = \ddot{\sigma}_1 \vec{z}_1 \quad (29)$$

La aceleración lineal para el punto seleccionado en esta barra, tiene el valor:

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_0 + \vec{\Omega}_1 \wedge (\vec{\Omega}_1 \wedge \vec{r}_1) + \vec{\alpha}_1 \wedge \vec{r}_1 \quad (30)$$

De esta ecuación se necesitan conocer algunos de los términos que no se han definido anteriormente, como son:

$$\vec{r}_1 = \vec{O}_0\vec{O}_1 = a_1 \vec{x}_1 + \mu_1 d_1 \vec{y}_1 + \lambda_1 d_1 \vec{z}_1 = L_1 \vec{x}_1$$

$$\vec{\Omega}_1 \wedge \vec{r}_1 = \begin{vmatrix} \vec{x}_1 & \vec{y}_1 & \vec{z}_1 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_1 \\ L_1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = L_1 \dot{\sigma}_1 \vec{y}_1$$

$$\vec{\Omega}_1 \wedge (\vec{\Omega}_1 \wedge \vec{r}_1) = \begin{vmatrix} \vec{x}_1 & \vec{y}_1 & \vec{z}_1 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_1 \\ 0 & L_1 \dot{\sigma}_1 & 0 \end{vmatrix} = -L_1 \dot{\sigma}_1^2 \vec{x}_1$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (30), se obtiene:

$$\vec{a}_1 = -L_1 \dot{\sigma}_1^2 \vec{x}_1 + L_1 \ddot{\sigma}_1 \vec{y}_1 \quad (31)$$

El término de la aceleración lineal para el centro de gravedad se calculará a partir de:

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_1 + \vec{\Omega}_1 \wedge (\vec{\Omega}_1 \wedge \vec{r}_1) + \vec{\alpha}_1 \wedge \vec{r}_1 \quad (32)$$

De donde:

$$\begin{aligned}\vec{r}_1 &= -\frac{L_1}{2}\vec{x}_1 \\ \vec{\Omega}_1 \wedge \vec{r}_1 &= -\frac{L_1}{2}\dot{\sigma}_1\vec{y}_1 \\ \vec{\Omega}_1 \wedge (\vec{\Omega}_1 \wedge \vec{r}_1) &= \frac{L_1}{2}\dot{\sigma}_1^2\vec{x}_1\end{aligned}$$

Con lo que resulta en la ecuación (32):

$$\vec{a}_1 = -\frac{L_1}{2}\dot{\sigma}_1^2\vec{x}_1 + \frac{L_1}{2}\ddot{\sigma}_1\vec{y}_1 \quad (33)$$

De la misma forma que se ha procedido a explicar el desarrollo teórico de la cinemática de la estructura, se hará para la segunda y tercera barra.

BARRA 2: Pierna

La velocidad angular con la que girará esta barra será:

$$\vec{\Omega}_2 = \vec{\Omega}_1 + \dot{\sigma}_2\vec{z}_1 = (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)\vec{z}_1 = (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)(\mu_2\vec{y}_2 + \lambda_2\vec{z}_2) \quad (34)$$

Tal y como se explicó antes:

$$\alpha_2 = 0 \quad (35)$$

Se obtiene:

$$\vec{\Omega}_2 = (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)\vec{z}_2 \quad (36)$$

La aceleración angular se obtiene a partir de:

$$\vec{\alpha}_2 = \vec{\alpha}_1 + \ddot{\sigma}_2\vec{z}_1 + \dot{\sigma}_2\vec{\Omega}_2 \wedge \vec{z}_1 \quad (37)$$

El producto vectorial de esta ecuación (37) se anulará por ser ambos vectores paralelos entre sí. Así, se obtiene:

$$\vec{\alpha}_2 = (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \vec{z}_1 = (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \vec{z}_2 \quad (38)$$

La aceleración lineal para el punto seleccionado en esta barra, tiene el valor:

$$\vec{a}_2 = \vec{a}_1 + \vec{\Omega}_2 \wedge (\vec{\Omega}_2 \wedge \vec{r}_2) + \vec{\alpha}_2 \wedge \vec{r}_2 \quad (39)$$

De esta ecuación (39) se necesitan conocer algunos de los términos que no se han definido aún, como son:

$$\begin{aligned} \vec{r}_2 &= \overline{O_1 O_2} = a_2 \vec{x}_2 + \mu_2 d_2 \vec{y}_2 + \lambda_2 d_2 \vec{z}_2 = L_2 \vec{x}_2 \\ \vec{\Omega}_2 \wedge \vec{r}_2 &= \begin{vmatrix} \vec{x}_2 & \vec{y}_2 & \vec{z}_2 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 \\ L_2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = L_2 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2) \vec{y}_2 \\ \vec{\Omega}_2 \wedge (\vec{\Omega}_2 \wedge \vec{r}_2) &= \begin{vmatrix} \vec{x}_2 & \vec{y}_2 & \vec{z}_2 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 \\ 0 & L_2 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2) & 0 \end{vmatrix} = -L_2 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \vec{x}_2 \\ \vec{\alpha}_2 \wedge \vec{r}_2 &= \begin{vmatrix} \vec{x}_2 & \vec{y}_2 & \vec{z}_2 \\ 0 & 0 & \ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 \\ L_2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = L_2 (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \vec{y}_2 \end{aligned}$$

De esta manera, se obtiene:

$$\begin{aligned} \vec{a}_2 &= [L_1 (\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) - L_2 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2] \vec{x}_2 + \\ &+ [L_1 (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) + L_2 (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2)] \vec{y}_2 \end{aligned} \quad (40)$$

El término de la aceleración lineal para el centro de gravedad se calculará a partir de:

$$\vec{\bar{a}}_2 = \vec{a}_2 + \vec{\Omega}_2 \wedge (\vec{\Omega}_2 \wedge \vec{r}_2) + \vec{\alpha}_2 \wedge \vec{r}_2 \quad (41)$$

De donde:

$$\begin{aligned}\vec{r}_2 &= -\frac{L_2}{2} \vec{x}_2 \\ \vec{\Omega}_2 \wedge \vec{r}_2 &= \begin{vmatrix} \vec{x}_2 & \vec{y}_2 & \vec{z}_2 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 \\ -\frac{L_2}{2} & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{L_2}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2) \vec{y}_2 \\ \vec{\Omega}_2 \wedge (\vec{\Omega}_2 \wedge \vec{r}_2) &= \begin{vmatrix} \vec{x}_2 & \vec{y}_2 & \vec{z}_2 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 \\ 0 & -\frac{L_2}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2) & 0 \end{vmatrix} = \frac{L_2}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \vec{x}_2 \\ \vec{a}_2 \wedge \vec{r}_2 &= \begin{vmatrix} \vec{x}_2 & \vec{y}_2 & \vec{z}_2 \\ 0 & 0 & \ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 \\ -\frac{L_2}{2} & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{L_2}{2} (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \vec{y}_2\end{aligned}$$

Con lo que resulta:

$$\begin{aligned}\vec{a}_2 &= \left[L_1 (\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) - \frac{L_2}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \right] \vec{x}_2 + \\ &+ \left[L_1 (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) + \frac{L_2}{2} (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \right] \vec{y}_2\end{aligned}\tag{42}$$

BARRA 3: Pie

La velocidad angular con la que girará esta barra será:

$$\vec{\Omega}_3 = \vec{\Omega}_2 + \dot{\sigma}_3 \vec{z}_2 = (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3) \vec{z}_2 = (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3) (\mu_3 \vec{y}_3 + \lambda_3 \vec{z}_3)\tag{43}$$

Tal y como se explicó en los casos anteriores:

$$\alpha_3 = 0\tag{44}$$

Se obtiene:

$$\vec{\Omega}_3 = (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3) \vec{z}_3 \quad (45)$$

La aceleración angular se obtiene a partir de:

$$\vec{\alpha}_3 = \vec{a}_2 + \ddot{\sigma}_3 \vec{z}_2 + \dot{\sigma}_3 \vec{\Omega}_3 \wedge \vec{z}_2 \quad (46)$$

El producto vectorial de esta ecuación (46) se anulará por ser ambos vectores paralelos entre sí. Así, se obtiene:

$$\vec{\alpha}_3 = (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \vec{z}_2 = (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \vec{z}_3 \quad (47)$$

La aceleración lineal para el punto seleccionado en esta barra, tiene el valor:

$$\vec{a}_3 = \vec{a}_2 + \vec{\Omega}_3 \wedge (\vec{\Omega}_3 \wedge \vec{r}_3) + \vec{\alpha}_3 \wedge \vec{r}_3 \quad (48)$$

De esta ecuación (48) se necesitan conocer algunos de los términos que no se han definido aún, como son:

$$\vec{r}_3 = \overrightarrow{O_2O_3} = a_3 \vec{x}_3 + \mu_3 d_3 \vec{y}_3 + \lambda_3 d_3 \vec{z}_3 = L_3 \vec{x}_3$$

$$\vec{\Omega}_3 \wedge \vec{r}_3 = \begin{vmatrix} \vec{x}_3 & \vec{y}_3 & \vec{z}_3 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3 \\ L_3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = L_3 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3) \vec{y}_3$$

$$\vec{\Omega}_3 \wedge (\vec{\Omega}_3 \wedge \vec{r}_3) = \begin{vmatrix} \vec{x}_3 & \vec{y}_3 & \vec{z}_3 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3 \\ 0 & L_3 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3) & 0 \end{vmatrix} = -L_3 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3)^2 \vec{x}_3$$

$$\vec{\alpha}_3 \wedge \vec{r}_3 = \begin{vmatrix} \vec{x}_3 & \vec{y}_3 & \vec{z}_3 \\ 0 & 0 & \ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3 \\ L_3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = L_3 (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \vec{y}_3$$

De esta manera, se obtiene:

$$\vec{a}_3 = [L_1 (\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) - L_2 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2] \vec{x}_2 + [L_1 (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) + L_2 (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2)] \vec{y}_2$$

Y, cambiando a su base:

$$\begin{aligned} \vec{a}_3 = & \left\{ L_1 [(\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) \cos \sigma_3 + (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) \sin \sigma_3] + \right. \\ & \left. + L_2 [-(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \cos \sigma_3 + (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \sin \sigma_3] - L_3 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3)^2 \right\} \vec{x}_3 + \\ & + \left\{ L_1 [-(\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) \sin \sigma_3 + (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) \cos \sigma_3] + \right. \\ & \left. + L_2 [(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \sin \sigma_3 + (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \cos \sigma_3] + L_3 (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \right\} \vec{y}_3 \end{aligned} \quad (49)$$

El término de la aceleración lineal para el centro de gravedad se calculará a partir de:

$$\vec{a}_3 = \vec{a}_3 + \vec{\Omega}_3 \wedge (\vec{\Omega}_3 \wedge \vec{r}_3) + \vec{\alpha}_3 \wedge \vec{r}_3 \quad (50)$$

De donde:

$$\begin{aligned} \vec{r}_3 &= -\frac{L_3}{2} \vec{x}_3 \\ \vec{\Omega}_3 \wedge \vec{r}_3 &= \begin{vmatrix} \vec{x}_3 & \vec{y}_3 & \vec{z}_3 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3 \\ -\frac{L_3}{2} & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{L_3}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3) \vec{y}_3 \\ \vec{\Omega}_3 \wedge (\vec{\Omega}_3 \wedge \vec{r}_3) &= \begin{vmatrix} \vec{x}_3 & \vec{y}_3 & \vec{z}_3 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3 \\ 0 & -\frac{L_3}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3) & 0 \end{vmatrix} = \frac{L_3}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3)^2 \vec{x}_3 \\ \vec{\alpha}_3 \wedge \vec{r}_3 &= \begin{vmatrix} \vec{x}_3 & \vec{y}_3 & \vec{z}_3 \\ 0 & 0 & \ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3 \\ -\frac{L_3}{2} & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{L_3}{2} (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \vec{y}_3 \end{aligned}$$

Con lo que resulta:

$$\begin{aligned} \vec{a}_3 = & \left\{ L_1 [(\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) \cos \sigma_3 + (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) \sin \sigma_3] + \right. \\ & \left. + L_2 [-(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \cos \sigma_3 + (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \sin \sigma_3] - \frac{L_3}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3)^2 \right\} \vec{x}_3 + \\ & + \left\{ L_1 [-(\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) \sin \sigma_3 + (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) \cos \sigma_3] + \right. \\ & \left. + L_2 [(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \sin \sigma_3 + (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \cos \sigma_3] + \frac{L_3}{2} (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \right\} \vec{y}_3 \end{aligned} \quad (51)$$

2.2.3. CÁLCULO DINÁMICO

Al igual que se han calculado la estática y cinemática de la estructura, deberá realizarse un estudio de su dinámica. Esto, además de conocer las fuerzas y momentos que se generan en ciertas zonas que se necesitan conocer para su construcción, permitirá conocer los momentos torsores que se generarán en las articulaciones para la posterior inclusión de los motores que harán la función de facilitar el giro.

A diferencia del cálculo de la cinemática, se calculará la dinámica a partir de la última barra y progresivamente, se irá subiendo hasta llegar a la cadera. Esta forma de cálculo es conocida como “resolución de ecuaciones hacia atrás”.

Las primeras ecuaciones a definir son aquellas que dependen de las fuerzas externas y los pares que se generarán para cada instante:

$$\begin{aligned}\vec{f}_p &= f_{px} \vec{x}_3 + f_{py} \vec{y}_3 + f_{pz} \vec{z}_3 \\ \vec{n}_p &= n_{px} \vec{x}_3 + n_{py} \vec{y}_3 + n_{pz} \vec{z}_3\end{aligned}\quad (52)$$

El par motor se expresa mediante la ecuación:

$$\tau_i = \vec{n}_i \cdot \vec{z}_{i-1} \quad (53)$$

ARTICULACIÓN 3: Tobillo

La fuerza en la articulación del tobillo vendrá dada por:

$$\vec{f}_3 = -\vec{f}_p - m_3 \vec{g}_3 + m_3 \vec{a}_3 \quad (54)$$

Descomponiendo este vector en sus tres ejes:

$$f_{3x} = -f_{px} + m_3 g \sin(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + \quad (55)$$

$$+m_3 \left\{ \begin{aligned} &L_1 [(\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) \cos \sigma_3 + (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) \sin \sigma_3] + \\ &+ L_2 [-(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \cos \sigma_3 + (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \sin \sigma_3] - \frac{L_3}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3)^2 \end{aligned} \right\}$$

$$f_{3y} = -f_{py} + m_3 g \cos(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) +$$

$$+m_3 \left\{ \begin{aligned} &L_1 [-(\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) \sin \sigma_3 + (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) \cos \sigma_3] + \\ &L_2 [(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \sin \sigma_3 + (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \cos \sigma_3] + \frac{L_3}{2} (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

$$f_{3z} = -f_{pz} \quad (57)$$

El par en ese mismo punto será:

$$\vec{n}_3 = -\vec{n}_p + (\vec{r}_3 + \vec{r}_3) \wedge \vec{f}_3 + \vec{r}_3 \wedge \vec{f}_p + [I_3] \vec{\alpha}_3 + \vec{\Omega}_3 \wedge \{ [I_3] \vec{\Omega}_3 \} \quad (58)$$

Analizando cada término de esta ecuación (58):

$$[I_3] \vec{\Omega}_3 = \begin{vmatrix} I_{3x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{3y} & 0 \\ 0 & 0 & I_{3z} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3 \end{vmatrix} = I_{3z} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3) \vec{z}_3$$

$$\vec{\Omega}_3 \wedge \{ [I_3] \vec{\Omega}_3 \} = \begin{vmatrix} \vec{x}_3 & \vec{y}_3 & \vec{z}_3 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3 \\ 0 & 0 & I_{3z} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3) \end{vmatrix} = 0$$

$$[I_3] \vec{\alpha}_3 = \begin{vmatrix} I_{3x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{3y} & 0 \\ 0 & 0 & I_{3z} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3 \end{vmatrix} = I_{3z} (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \vec{z}_3$$

$$\vec{r}_3 + \vec{r}_3 = \frac{L_3}{2} \vec{x}_3$$

$$(\vec{r}_3 + \vec{r}_3) \wedge \vec{f}_3 = \begin{vmatrix} \vec{x}_3 & \vec{y}_3 & \vec{z}_3 \\ \frac{L_3}{2} & 0 & 0 \\ f_{3x} & f_{3y} & f_{3z} \end{vmatrix} = -\frac{L_3}{2} f_{3z} \vec{y}_3 + \frac{L_3}{2} f_{3y} \vec{z}_3$$

$$\vec{r}_3 \wedge \vec{f}_p = \begin{vmatrix} \vec{x}_3 & \vec{y}_3 & \vec{z}_3 \\ -\frac{L_3}{2} & 0 & 0 \\ f_{px} & f_{py} & f_{pz} \end{vmatrix} = \frac{L_3}{2} f_{pz} \vec{y}_3 - \frac{L_3}{2} f_{py} \vec{z}_3$$

$$\vec{n}_p = n_{px} \vec{x}_3 + n_{py} \vec{y}_3 + n_{pz} \vec{z}_3$$

De donde:

$$n_{3x} = -n_{px} \quad (59)$$

$$n_{3y} = -n_{py} - \frac{L_3}{2} f_{3z} + \frac{L_3}{2} f_{pz} = -n_{py} + \frac{L_3}{2} (f_{pz} - f_{3z}) = -n_{py} + L_3 f_{pz} \quad (60)$$

$$n_{3z} = -n_{pz} + l_{3z}(\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) + \frac{L_3}{2} f_{3y} - \frac{L_3}{2} f_{py} = -n_{pz} + l_{3z}(\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) + \frac{L_3}{2} (f_{3y} - f_{py}) \quad (61)$$

El par motor en el tobillo viene determinado por la expresión:

$$\tau_3 = \vec{n}_3 \cdot \vec{z}_2 = \vec{n}_3 \cdot \vec{z}_3 \quad (62)$$

Desarrollándola:

$$\tau_3 = n_{3z} = -n_{pz} + l_{3z}(\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) + \frac{L_3}{2} (f_{3y} - f_{py}) =$$

$$= -n_{pz} + l_{3z}(\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) + \frac{L_3}{2} \left\{ \left\{ \begin{array}{l} -f_{py} + m_3 g \cos(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + \\ L_1 [-(\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) \sin \sigma_3 + (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) \cos \sigma_3] \\ + m_3 \left\{ \begin{array}{l} + L_2 [(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \sin \sigma_3 + (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \cos \sigma_3] + \frac{L_3}{2} (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \end{array} \right\} \end{array} \right\} - \right. \\ \left. - f_{py} \right\}$$

$$\tau_3 = -n_{pz} - L_3 f_{py} + \frac{m_3 L_3}{2} \left[g \cos(\sigma_2 + \sigma_3) - \left[L_1 (-\dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2) - \right. \right. \\ \left. \left. - L_2 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \right] \sin \sigma_3 + \left[L_1 (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) + L_2 (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \right] \cos \sigma_3 \right] + \\ + \left(\frac{1}{4} m_3 L_3^2 \right) (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \quad (63)$$

ARTICULACIÓN 2: Rodilla

La fuerza en la articulación de la rodilla vendrá dada por:

$$\vec{f}_2 = \vec{f}_3 - m_2 \vec{g}_2 + m_2 \vec{a}_2 \quad (64)$$

Para este caso, habrá que realizar un cambio de base entre las barras 2 y 3. Sabiendo que:

$$\vec{f}_3 = f_{3x} \vec{x}_3 + f_{3y} \vec{y}_3 + f_{3z} \vec{z}_3 \quad (65)$$

El cambio a la nueva base de los ejes es:

$$\begin{aligned} \vec{x}_3 &= \cos \sigma_3 \vec{x}_2 + \sin \sigma_3 \vec{y}_2 \\ \vec{y}_3 &= -\sin \sigma_3 \vec{x}_2 + \cos \sigma_3 \vec{y}_2 \\ \vec{z}_3 &= \vec{z}_2 \end{aligned} \quad (66)$$

Con lo que, la fuerza anterior (65) resulta:

$$\vec{f}_3 = (f_{3x} \cos \sigma_3 - f_{3y} \sin \sigma_3) \vec{x}_2 + (f_{3x} \sin \sigma_3 + f_{3y} \cos \sigma_3) \vec{y}_2 + f_{3z} \vec{z}_2 \quad (67)$$

El resto de términos valdrán:

$$m_2 \vec{g}_2 = -m_2 g \sin(\sigma_1 + \sigma_2) \vec{x}_2 - m_2 g \cos(\sigma_1 + \sigma_2) \vec{y}_2 \quad (68)$$

$$\begin{aligned} m_2 \vec{a}_2 &= m_2 \left[L_1 (\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) - \frac{L_2}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \right] \vec{x}_2 + \\ &+ m_2 \left[L_1 (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) + \frac{L_2}{2} (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \right] \vec{y}_2 \end{aligned} \quad (69)$$

Ya conocidos todos los términos de la ecuación, se descomponen en los ejes.

En primer lugar, se halla el valor de la componente de la fuerza en x:

$$\begin{aligned}
f_{2x} &= f_{3x} \cos \sigma_3 - f_{3y} \sin \sigma_3 + m_2 g (\sigma_1 + \sigma_2) + m_2 \left[L_1 (\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) - \frac{L_2}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \right] \\
f_{2x} &= \left\{ \begin{array}{l} -f_{px} + m_3 g \sin(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + \\ m_3 \left\{ L_1 [(\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) \cos \sigma_3 + (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) \sin \sigma_3] + \right. \\ \left. + L_2 [-(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \cos \sigma_3 + (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \sin \sigma_3] - \frac{L_3}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3)^2 \right\} \end{array} \right\} \cos \sigma_3 + \\
&+ \left\{ f_{py} - m_3 g \cos(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - \right. \\
&\left. - m_3 \left\{ L_1 [-(\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) \sin \sigma_3 + (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) \cos \sigma_3] + \right\} \right\} \sin \sigma_3 + \\
&+ m_2 g \sin(\sigma_1 + \sigma_2) + m_2 \left[L_1 (\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) - \frac{L_2}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \right] \\
f_{2x} &= - (f_{px} \cos \sigma_3 - f_{py} \sin \sigma_3) + (m_2 + m_3) [g \sin(\sigma_1 + \sigma_2) + L_1 (\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2)] - \\
&- \left(m_3 + \frac{m_2}{2} \right) L_2 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 - \frac{m_3 L_3}{2} [(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3)^2 \cos \sigma_3 + (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \sin \sigma_3]
\end{aligned} \tag{70}$$

La componente en el eje y será:

$$\begin{aligned}
f_{2y} &= \left\{ \begin{array}{l} -f_{px} + m_3 g \sin(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + \\ + m_3 \left\{ L_1 [(\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) \cos \sigma_3 + (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) \sin \sigma_3] + \right. \\ \left. + L_2 [-(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2)^2 \cos \sigma_3 + (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \sin \sigma_3] - \frac{L_3}{2} (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3)^2 \right\} \end{array} \right\} \sin \sigma_3 + \\
&+ \left\{ f_{py} - m_3 g \cos(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - \right. \\
&\left. - m_3 \left\{ L_1 \left[\begin{array}{l} -(\ddot{\sigma}_1 \sin \sigma_2 - \dot{\sigma}_1^2 \cos \sigma_2) \sin \sigma_3 + \\ (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) \cos \sigma_3 \end{array} \right] + \right. \right\} \right\} \cos \sigma_3 + \\
&+ m_2 g \cos(\sigma_1 + \sigma_2) + m_2 \left[L_1 (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) + \frac{L_2}{2} (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{2y} = & - (f_{px} \sin \sigma_3 - f_{py} \cos \sigma_3) + \\
& + (m_2 + m_3) [g \cos(\sigma_1 + \sigma_2) + L_1(\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2)] + \\
& + \left(m_3 + \frac{m_2}{2}\right) L_2(\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) - \frac{m_3 L_3}{2} [(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3)^2 \sin \sigma_3 + (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \cos \sigma_3]
\end{aligned} \tag{71}$$

La componente en el eje z, no variará:

$$f_{2z} = - f_{pz} \tag{72}$$

El par en ese mismo punto será:

$$\vec{n}_2 = \vec{n}_3 + (\vec{r}_2 + \vec{r}_2) \wedge \vec{r}_2 + \vec{r}_2 \wedge \vec{r}_3 + [I_2] \vec{\alpha}_2 + \vec{\Omega}_2 \wedge \{[I_2] \vec{\Omega}_2\} \tag{73}$$

Analizando cada término de esta ecuación:

$$[I_2] \vec{\Omega}_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12} m_2 L_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12} m_2 L_2^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{12} m_2 L_2^2 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2) \vec{z}_2$$

$$\vec{\Omega}_2 \wedge \{[I_2] \vec{\Omega}_2\} = \begin{vmatrix} \vec{x}_2 & \vec{y}_2 & \vec{z}_2 \\ 0 & 0 & \dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12} m_2 L_2^2 (\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2) \end{vmatrix} = 0$$

$$[I_2] \vec{\alpha}_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{12} m_2 L_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{12} m_2 L_2^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 \end{vmatrix} = \frac{1}{12} m_2 L_2^2 (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \vec{z}_2$$

$$\vec{r}_2 + \vec{r}_2 = \frac{L_2}{2} \vec{x}_2$$

$$(\vec{r}_2 + \vec{r}_2) \wedge \vec{f}_2 = \begin{vmatrix} \vec{x}_2 & \vec{y}_2 & \vec{z}_2 \\ \frac{L_2}{2} & 0 & 0 \\ f_{2x} & f_{2y} & f_{2z} \end{vmatrix} = \frac{L_2}{2} f_{pz} \vec{y}_2 + \frac{L_2}{2} f_{2y} \vec{z}_2$$

$$\vec{r}_2 \wedge \vec{f}_3 = \begin{vmatrix} \vec{x}_2 & \vec{y}_2 & \vec{z}_2 \\ -\frac{L_2}{2} & 0 & 0 \\ H_3 & H_4 & -f_{pz} \end{vmatrix} = -\frac{L_2}{2} f_{pz} \vec{y}_2 - \frac{L_2}{2} H_4 \vec{z}_2$$

De la anterior ecuación, el término H_4 tiene el valor:

$$H_4 = f_{3x} \sin \sigma_3 + f_{3y} \cos \sigma_3 =$$

$$= -(f_{px} \sin \sigma_3 + f_{py} \cos \sigma_3) + m_3 \left\{ \begin{aligned} & [L_1(\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) + L_2(\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2)] + \\ & + g \cos(\sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \right\} -$$

$$\frac{-m_3 L_3}{2} [(\dot{\sigma}_1 + \dot{\sigma}_2 + \dot{\sigma}_3)^2 \sin \sigma_3 - (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2 + \ddot{\sigma}_3) \cos \sigma_3]$$

Pasando \vec{n}_3 a la nueva base, se obtiene:

$$\vec{n}_3 = [-(n_{px} \cos \sigma_3 - n_{py} \sin \sigma_3) - L_3 f_{pz} \sin \sigma_3] \vec{x}_2 +$$

$$+ [-(n_{px} \sin \sigma_3 + n_{py} \cos \sigma_3) + L_3 f_{pz} \cos \sigma_3] \vec{y}_2 + \tau_3 \vec{z}_2 \quad (74)$$

Por lo tanto, el momento en la rodilla tendrá el valor:

$$\vec{n}_2 = [-(n_{px} \cos \sigma_3 - n_{py} \sin \sigma_3) - L_3 f_{pz} \sin \sigma_3] \vec{x}_2 +$$

$$+ [-(n_{px} \sin \sigma_3 + n_{py} \cos \sigma_3) + L_3 f_{pz} \cos \sigma_3] \vec{y}_2 +$$

$$+ \left\{ \begin{aligned} & \tau_3 + \frac{L_2}{2} \left[m_2 g \cos(\sigma_1 + \sigma_2) + m_2 \left[L_1(\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) + \frac{L_2}{2} (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \right] \right] + \\ & + \frac{1}{12} m_2 L_2^2 (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \end{aligned} \right\} \vec{z}_2 \quad (75)$$

Que, descompuesto en sus ejes, se obtiene:

$$n_{2x} = -(n_{px} \cos \sigma_3 - n_{py} \sin \sigma_3) - L_3 f_{pz} \sin \sigma_3 \quad (76)$$

$$n_{2y} = - (n_{px} \sin \sigma_3 + n_{py} \cos \sigma_3) + L_3 f_{pz} \cos \sigma_3 \quad (77)$$

$$n_{2z} = \tau_3 + \frac{L_2}{2} \left[m_2 g \cos(\sigma_1 + \sigma_2) + m_2 \left[L_1 (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) + \frac{L_2}{2} (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \right] \right] + \frac{1}{12} m_2 L_2^2 (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \quad (78)$$

El par motor en la rodilla viene determinado por la expresión:

$$\tau_2 = \vec{n}_2 \cdot \vec{z}_1 = \vec{n}_2 \cdot \vec{z}_2 \quad (79)$$

Desarrollándola:

$$\tau_2 = \tau_3 + \frac{m_2 g L_2}{2} \cos(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{m_2 L_1 L_2}{2} (\dot{\sigma}_1^2 \sin \sigma_2 + \ddot{\sigma}_1 \cos \sigma_2) + \frac{m_2 L_2^2}{3} (\ddot{\sigma}_1 + \ddot{\sigma}_2) \quad (80)$$

ARTICULACIÓN 1: Cadera

La fuerza en la articulación de la cadera vendrá dada por:

$$\vec{f}_1 = \vec{f}_2 - m_1 \vec{g}_1 + m_1 \vec{a}_1 \quad (81)$$

El término correspondiente a la fuerza en la rodilla (\vec{f}_2) valdrá:

$$\vec{f}_2 = f_{2x} \vec{x}_2 + f_{2y} \vec{y}_2 + f_{2z} \vec{z}_2 \quad (82)$$

Que, haciendo el cambio a la nueva base, resulta:

$$\vec{f}_2 = (f_{2x} \cos \sigma_2 - f_{2y} \sin \sigma_2) \vec{x}_1 + (f_{2x} \sin \sigma_2 + f_{2y} \cos \sigma_2) \vec{y}_1 + f_{2z} \vec{z}_1 \quad (83)$$

El resto de términos que aparecen en la ecuación, son:

$$\vec{g}_1 = -g \sin \sigma_1 \vec{x}_1 - g \cos \sigma_1 \vec{y}_1 \quad (84)$$

$$\vec{a}_1 = -\frac{L_1}{2} \sigma_1^2 \vec{x}_1 + \frac{L_1}{2} \ddot{\sigma}_1 \vec{y}_1 \quad (85)$$

Descomponiendo, entonces, la ecuación en los ejes, se tiene:

$$f_{1x} = f_{2x} \cos \sigma_2 - f_{2y} \sin \sigma_2 + m_1 g \sin \sigma_1 - \frac{m_1 L_1}{2} \sigma_1^2 \quad (86)$$

$$f_{1y} = f_{2x} \sin \sigma_2 + f_{2y} \cos \sigma_2 + m_1 g \cos \sigma_1 + \frac{m_1 L_1}{2} \ddot{\sigma}_1 \quad (87)$$

$$f_{1z} = f_{2z} = -f_{pz} \quad (88)$$

El par en ese mismo punto será:

$$\vec{n}_1 = \vec{n}_2 + (\vec{r}_1 + \vec{r}_1) \wedge \vec{f}_1 + \vec{r}_1 \wedge \vec{f}_2 + [I_1] \vec{\alpha}_1 + \vec{\Omega}_1 \wedge \{[I_1] \vec{\Omega}_1\} \quad (89)$$

Analizando cada término de esta ecuación:

$$\vec{n}_2 = (n_{2x} \cos \sigma_2 - n_{2y} \sin \sigma_2) \vec{x}_1 + (n_{2x} \sin \sigma_2 + n_{2y} \cos \sigma_2) \vec{y}_1 + n_{2z} \vec{z}_1$$

$$[I_1] \vec{\alpha}_1 = \frac{1}{12} m_1 L_1^2 \ddot{\sigma}_1 \vec{z}_1$$

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_1 = \frac{L_1}{2} \vec{x}_1$$

$$(\vec{r}_1 + \vec{r}_1) \wedge \vec{f}_1 = \begin{vmatrix} \vec{x}_1 & \vec{y}_1 & \vec{z}_1 \\ \frac{L_1}{2} & 0 & 0 \\ f_{1x} & f_{1y} & f_{1z} \end{vmatrix} = -\frac{L_1}{2} f_{1z} \vec{y}_1 + \frac{L_1}{2} f_{1y} \vec{z}_1$$

$$\vec{r}_1 \wedge \vec{f}_2 = \begin{vmatrix} \vec{x}_1 & \vec{y}_1 & \vec{z}_1 \\ -\frac{L_1}{2} & 0 & 0 \\ f_{2x} & f_{2y} & f_{2z} \end{vmatrix} = \frac{L_1}{2} f_{2z} \vec{y}_1 - \frac{L_1}{2} f_{2y} \vec{z}_1$$

Sustituyendo en la ecuación, se obtiene (89):

$$n_{1x} = n_{2x} \cos \sigma_2 - n_{2y} \sin \sigma_2 \quad (90)$$

$$n_{1y} = n_{2x} \sin \sigma_2 + n_{2y} \cos \sigma_2 \quad (91)$$

$$n_{1z} = \tau_2 + \frac{L_1}{2} \left(m_1 g \cos \sigma_1 + \frac{m_1 L_1}{2} \ddot{\sigma}_1 \right) + \frac{m_1 L_1^2}{12} \ddot{\sigma}_1 \quad (92)$$

El par motor en la cadera vendrá determinado por la expresión:

$$\tau_1 = \vec{n}_1 \cdot \vec{z}_0 = \vec{n}_1 \cdot \vec{z}_1 \quad (93)$$

Sustituyendo los términos se tiene:

$$\tau_1 = \tau_2 + \frac{m_1 g L_1}{2} \cos \sigma_1 + \frac{m_1 L_1^2}{3} \ddot{\sigma}_1 \quad (94)$$

3. FASE EXPERIMENTAL

En este capítulo, a partir de todo lo tratado en el anterior, se dispondrán los resultados obtenidos para todos los cálculos y algunos estudios que se han hecho a mayores tras conocer esos resultados.

Al realizar todos los cálculos oportunos, se ha visto que los resultados obtenidos para los pares que deberán mover los motores son demasiado grandes para poder llevarlo a cabo en el laboratorio. Por lo tanto, se ha mantenido ese estudio y, paralelamente, se ha realizado el diseño para un prototipo que sí se puede construir a partir de los recursos de los que se disponen.

3.1. ESTUDIO DEL MOVIMIENTO

En primer lugar, es necesario conocer cada uno de los ángulos de las 27 posiciones que se han considerado en la marcha, que como ya se comentó, algunos de ellos se han modificado con el fin de simplificar cálculos y conseguir apoyar por completo el pie cuando éste tenga que tocar el suelo:

Tabla 3. Ángulos que se forman en cada articulación para cada posición.

Se representan los ángulos que se forman en cada articulación para cada instante tanto en grados como en radianes, que es realmente la unidad que se utilizará más adelante.

Posición	CADERA, σ_1		RODILLA, σ_2		TOBILLO, σ_3	
	Grados	Radianes	Grados	Radianes	Grados	Radianes
1	-66	-1.19	-22	-0.38	90	1.57
2	-66	-1.20	-22	-0.38	90	1.57
3	-68	-1.22	-22	-0.38	92	1.61
4	-71	-1.22	-18	-0.31	90	1.57
5	-71	-1.24	-15	-0.26	86	1.50
6	-71	-1.20	-28	-0.49	96	1.68
7	-72	-1.26	-32	-0.56	105	1.83
8	-77	-1.34	-34	-0.59	108	1.88
9	-83	-1.44	-39	-0.68	108	1.88
10	-90	-1.57	-36	-0.63	110	1.92
11	-97	-1.69	-31	-0.54	110	1.92
12	-107	-1.87	-23	-0.40	105	1.83
13	-117	-2.04	-13	-0.23	115	2.01
14	-124	-2.16	-10	-0.17	100	1.75
15	-126	-2.20	-22	-0.38	95	1.66
16	-121	-2.11	-53	-0.93	95	1.66
17	-118	-2.06	-66	-1.15	92	1.61
18	-114	-1.99	-88	-1.54	82	1.43
19	-105	-1.83	-103	-1.80	90	1.57
20	-97	-1.69	-102	-1.78	108	1.88
21	-87	-1.52	-109	-1.90	112	1.95
22	-78	-1.36	-88	-1.54	119	2.08
23	-69	-1.20	-75	-1.31	108	1.88
24	-66	-1.15	-65	-1.13	100	1.75
25	-65	-1.13	-50	-0.87	110	1.92
26	-65	-1.15	-29	-0.51	105	1.83
27	-66	-1.13	-22	-0.38	90	1.57

3.1.1. ANÁLISIS ESTÁTICO

A partir de las ecuaciones de la (1) a la (19), descritas en el apartado 2.2.1. se han obtenido los resultados siguientes:

Diseño de un exoesqueleto destinado a la movilidad del tren inferior

Tabla 4. Resultados para el análisis estático del exoesqueleto.

Se detalla para cada una de las 27 posiciones estudiadas, los valores de las reacciones normales y cortantes y momentos flectores que deberá soportar cada una de las barras.

	MUSLO			PIERNA			PIE		
	N_1 (N)	V_1 (N)	Mf_1 (N*m)	N_2 (N)	V_2 (N)	Mf_2 (N*m)	N_3 (N)	V_3 (N)	Mf_3 (N*m)
1	908.64	367.11	146.84	980.00	0.00	0.00	0.00	980.00	245.00
2	908.64	367.11	146.84	980.00	0.00	0.00	0.00	980.00	245.00
3	920.89	335.18	134.07	979.40	34.20	14.02	0.00	980.00	245.00
4	932.04	302.84	121.14	980.00	0.00	0.00	0.00	980.00	245.00
5	926.61	319.05	127.62	977.61	68.36	28.03	0.00	980.00	245.00
6	908.64	367.11	146.84	974.63	102.44	42.00	0.00	980.00	245.00
7	932.04	302.84	121.14	946.61	253.64	103.99	0.00	980.00	245.00
8	942.03	270.12	108.05	932.03	302.84	124.16	0.00	980.00	245.00
9	914.91	351.19	140.48	932.03	302.84	124.16	0.00	980.00	245.00
10	942.04	270.13	108.05	920.90	335.18	137.42	0.00	980.00	245.00
11	962.00	187.00	74.80	920.90	335.18	137.42	0.00	980.00	245.00
12	970.46	136.39	54.56	946.61	253.64	103.99	0.00	980.00	245.00
13	950.89	237.08	94.83	873.19	444.91	182.41	0.00	980.00	245.00
14	980.00	0.00	0.00	965.11	170.18	69.77	0.00	980.00	245.00
15	118.95	86.40	34.55	38.95	62.35	25.55	57.35	44.25	11.05
16	126.00	75.75	30.30	7.65	73.10	29.95	72.15	14.00	3.50
17	129.75	69.00	27.60	5.15	73.30	30.05	73.45	2.55	0.65
18	134.30	59.80	23.90	27.55	68.15	27.95	63.65	36.75	9.20
19	142.00	38.05	15.20	34.50	64.90	26.60	64.90	34.50	8.65
20	145.90	17.95	7.20	23.95	69.50	28.50	73.45	1.30	0.35
21	146.80	7.70	3.10	20.25	70.65	28.95	73.10	7.70	1.95
22	143.75	30.60	12.25	17.80	71.30	29.25	53.75	50.15	10.00
23	137.20	52.70	21.10	43.20	59.45	24.35	43.20	59.45	14.85
24	134.25	59.80	23.90	55.45	48.20	19.75	37.85	63.00	15.75
25	133.20	62.10	24.85	66.60	31.05	12.75	6.40	73.20	18.30
26	133.20	62.10	24.85	73.30	5.15	2.10	14.00	72.15	18.05
27	134.30	59.75	23.90	73.45	2.55	1.05	2.55	73.45	18.35

Dentro de todo este rango de valores (*Tabla 4*), se tendrán en cuenta los mayores de cada columna, ya que serán los valores más desfavorables, y con los que se deberán hacer el resto de cálculos para conseguir las barras que resistan.

Tabla 5. Valores máximos del análisis estático del exoesqueleto.

Valores máximos de la *Tabla 4* que resultarán útiles para proseguir con el cálculo de toda la estructura.

MUSLO			PIERNA			PIE		
N_1 (N)	V_1 (N)	Mf_1 (N*m)	N_2 (N)	V_2 (N)	Mf_2 (N*m)	N_3 (N)	V_3 (N)	Mf_3 (N*m)
980.00	367.11	146.84	980.00	444.91	182.41	73.45	980.00	245.00

Con estos valores máximos se podrá seguir con los cálculos para los esfuerzos de cada barra. Así como en otros casos, algunas de las fuerzas podrían ser despreciables frente a otras, en este caso particular no es así, por lo que no se tomará ninguna simplificación a priori.

Se va a considerar una sección rectangular de sección base (b) y altura (h), tales que:

$$b=2h \quad (95)$$

Teniendo la ecuación (95) en cuenta y utilizándola en las ecuaciones (21) y (22) para conocer los esfuerzos, sustituyendo para el *criterio de Goodman* (20) se obtienen las expresiones siguientes para cada barra.

BARRA 1: Muslo

El esfuerzo normal debido a la carga axial y flector máximos será, según la *Tabla 5*:

$$\sigma_{a1} = \frac{980}{2h_1^2} + \frac{146840}{\frac{1}{3}h_1^3} \quad (96)$$

El término perteneciente al área, ya se indicó con anterioridad, que sería un rectángulo, y, su base b, será el doble de su altura h. Con esta misma consideración, se ha calculado el momento resistente W de la ecuación (21).

Diseño de un exoesqueleto destinado a la movilidad del tren inferior

El esfuerzo cortante de la ecuación (22) debido a la carga cortante máxima (*Tabla 5*), ya que como se explicó, en este caso no se puede valorar ningún momento o par torsor:

$$\tau_{m1} = \frac{367.11}{2h_1^2} \quad (97)$$

Para poder resolver la ecuación (20), se debe saber que:

$$\begin{aligned} \sigma_a' &= \sqrt{\sigma_a + 3T_a} = \sigma_a \\ \sigma_m' &= \sqrt{\sigma_m + 3T_m} = \sqrt{3}T_m \end{aligned} \quad (98)$$

Además, se necesitan conocer propiedades del material que se va a utilizar. En este caso, dado que es el metal más utilizado en el campo de estudio, se utilizará aluminio con las características:

Tabla 6. Propiedades del aluminio 6063.

Tensión última y límite elástico del material que se utilizará en el exoesqueleto necesarias para la ecuación de *Goodman*.

Límite último a rotura, s_u , (MPa)	Límite elástico, s_y , (MPa)
175	130

En la ecuación del *criterio de Goodman*, aparece el término s_e , conocido como límite a fatiga, el cual se calcula con la siguiente expresión:

$$s_e = s_e' k = 0.5 s_u k \quad (99)$$

De donde ya solo queda conocer k , que es el producto de los valores:

$$k = k_a k_b k_c k_d k_g \quad (100)$$

El valor de cada uno de esos coeficientes será sacado de las tablas que se precisan a continuación (14):

Manufacturing Process	Factor e		Exponent f
	Mpa	ksi	
Grinding	1.58	1.34	-0.085
Machining or cold drawing	4.51	2.70	-0.265
Hot rolling	57.7	14.4	-0.718
None (as forged)	272.0	39.9	-0.995

Fig. 35. Tabla de los valores del factor de superficie.

Cuyos factores son necesarios en la ecuación:

$$k_a = e s_u^f \quad (101)$$

Que, resolviéndola, se tiene:

$$k_a = 1.58 * 175^{-0.085} = 1.02 \quad (102)$$

El factor de tamaño k_b :

$$k_b = \begin{cases} (d/0.3)^{-0.107} = 0.879d^{-0.107} & 0.11 \leq d \leq 2 \text{ pulg} \\ 0.91d^{-0.157} & 2 < d \leq 10 \text{ pulg} \\ (d/7.62)^{-0.107} = 1.24d^{-0.107} & 2.79 \leq d \leq 51 \text{ mm} \\ 1.51d^{-0.157} & 51 < d \leq 254 \text{ mm} \end{cases}$$

Excepción, carga axial: $k_b=1$

Fig. 36. Tabla de los valores del factor de tamaño. (14)

Al encontrarnos con carga axial en el caso que se está estudiando:

$$k_b = 1 \quad (103)$$

El factor del tipo de esfuerzo k_c , se obtiene de:

$$k_c \begin{cases} 1, \text{ para cargas de flexión} \\ 0,85, \text{ cargas axiales} \\ 0,59, \text{ esfuerzos de torsión pura} \\ 0,577 \text{ torsión combinada (criterio DET)} \end{cases}$$

Fig. 37. Tabla de los valores del factor del tipo de esfuerzo. (14)

Al tener una combinación de cargas axiales y de flexión, se elegirá la más restrictiva, con lo que:

$$k_c = 0.85 \quad (104)$$

Los factores de temperatura k_d y de confiabilidad k_g , se obtienen de las tablas siguientes:

Temperatura, °C	S_T/S_{RT}	Temperatura, °F	S_T/S_{RT}
20	1.000	70	1.000
50	1.010	100	1.008
100	1.020	200	1.020
150	1.025	300	1.024
200	1.020	400	1.018
250	1.000	500	0.995
300	0.975	600	0.963
350	0.943	700	0.927
400	0.900	800	0.872
450	0.843	900	0.797
500	0.768	1 000	0.698
550	0.672	1 100	0.567
600	0.549		

Fig. 38. Tabla de los valores del factor de temperatura. (14)

Dado que, en condiciones normales, la temperatura de trabajo será la temperatura ambiente, se tomará:

$$k_d = 1 \quad (105)$$

Confiabilidad, %	Variación de transformación z_α	Factor de confiabilidad k_α
50	0	1.000
90	1.288	0.897
95	1.645	0.868
99	2.326	0.814
99.9	3.091	0.753
99.99	3.719	0.702
99.999	4.265	0.659
99.9999	4.753	0.620

Fig. 39. Tabla de los valores del factor de confiabilidad. (14)

Se estimará un porcentaje de confiabilidad del 95%, por lo que:

$$k_g=0.868 \quad (106)$$

Sustituyendo en la ecuación (99), los valores obtenidos desde (101) hasta (106), se tiene:

$$k=0.75 \quad (107)$$

Sustituyendo en la ecuación (99) el valor de (107) y la *Tabla 6*, se obtiene:

$$s_e=65.63 \text{ MPa}$$

Conociendo todo lo anterior, y sustituyendo en (20), se obtiene la ecuación:

$$\frac{980}{2h_1^2} + \frac{146840}{\frac{1}{3}h_1^3} + \frac{\sqrt{3} \frac{367.11}{2h_1^2}}{175} \leq \frac{1}{1.5} \quad (108)$$

En la que, despejando la incógnita h_1 (altura del rectángulo de la sección de la barra):

$$h_1=21.81 \text{ mm}$$

Por lo que los valores mínimos de la sección necesaria para el muslo serán:

Tabla 7. Valores mínimos para la barra del muslo.

Valores mínimos que cumplen la sección necesaria para soportar las solicitaciones a las que estará sometida la barra del muslo.

Altura de la sección, h_1 (mm)	Base de la sección, b_1 (mm)
22	44

BARRA 2: Pierna

Se procederá al cálculo de esta barra, de la misma forma que se hizo para la anterior, tomando esta vez los datos para la pierna de la *Tabla 5*.

La ecuación (96) ahora tendrá el valor:

$$\sigma_{a2} = \frac{980}{2h_2^2} + \frac{182410}{\frac{1}{3}h_2^3} \quad (109)$$

Y la ecuación (97):

$$\tau_{m2} = \frac{444.91}{2h_2^2} \quad (110)$$

El valor de s_e será el mismo que ya se calculó para la barra anterior, por lo que la ecuación (108) ahora valdrá:

$$\frac{\frac{980}{2h_2^2} + \frac{182410}{\frac{1}{3}h_2^3}}{65.63} + \frac{\sqrt{3} \frac{444.91}{2h_2^2}}{175} \leq \frac{1}{1.5} \quad (111)$$

En la que, despejando la incógnita h_2 (altura del rectángulo de la sección de la barra):

$$h_2 = 23.42 \text{ mm}$$

Por lo que los valores mínimos de la sección necesaria para la pierna serán:

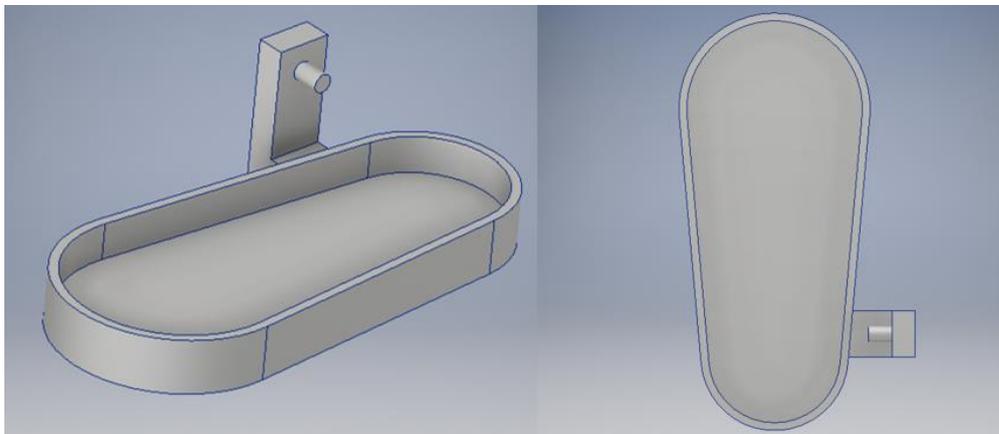
Tabla 8. Valores mínimos para la barra de la pierna.

Valores mínimos que cumplen la sección necesaria para soportar las solicitaciones a las que estará sometida la barra de la pierna.

Altura de la sección, h_2 (mm)	Base de la sección, b_2 (mm)
24	48

BARRA 3: Pie

En este caso, la geometría no será tan sencilla como en los casos anteriores, ya que se desea que el pie esté lo más cómodamente sujeto a la estructura. Por ello, a partir de una plantilla del pie del paciente, se ha diseñado la siguiente pieza:

**Fig. 40.** Vistas en perspectiva isométrica y planta del diseño de la pieza del pie.

Como en este caso la geometría ya se ha definido con antelación, se va a proceder a la comprobación de si cumpliría o no con los requerimientos que se le solicitarán (*Tabla 5*).

El esfuerzo normal en el pie tendrá la expresión:

$$\sigma_{a3} = \frac{73.45}{A_3} + \frac{245000}{W_3} \quad (112)$$

Y el esfuerzo debido a la cortante será:

$$\tau_{m3} = \frac{980}{A_3} \quad (113)$$

Diseño de un exoesqueleto destinado a la movilidad del tren inferior

Estos datos que no se conocen, bien pueden calcularse u obtenerlos de las propiedades que nos permite conocer el programa *Autodesk Inventor*, y que son los siguientes:

Tabla 9. Datos de la geometría del pie.

Datos obtenidos en el diseño de la geometría con el programa *Autodesk Inventor*.

Área, A_3 (mm ²)	Momento resistente, W_3 (mm ³)
26660.49	1005005.48

Sustituyendo, como se hizo en la ecuación (111), se tiene:

$$\frac{73.45}{26660.49} + \frac{245000}{1005005.48} + \frac{\sqrt{3} \cdot 980}{175 \cdot 26660.49} \leq \frac{1}{65.63}$$

Resolviéndola se obtiene:

$$4.04 \cdot 10^{-3} \leq 0.67$$

Como se cumple, se puede aceptar la sección diseñada como válida para el exoesqueleto, que tiene las dimensiones:

Tabla 10. Dimensiones de la geometría del pie.

Datos de la geometría diseñada para la sección del pie en el exoesqueleto.

Diámetro mayor (mm)	Diámetro menor (mm)	Distancia entre centros (mm)
122	94	160

3.1.2. ANÁLISIS CINEMÁTICO

En este análisis cinemático se pretende conocer las características del movimiento del exoesqueleto, y así poder conocer los valores de las velocidades y aceleraciones que se darán para cada momento. Para conseguir los resultados de las piezas que se van a necesitar, se ha utilizado un programa de análisis matemático.

BARRA 1: Muslo

Se calculan a continuación, los valores de la velocidad angular, aceleraciones angular y lineal y aceleración lineal del centro de gravedad de la barra para el muslo a partir de las ecuaciones (26), (29), (31) y (33), con lo que se obtiene:

Tabla 11. Resultados del estudio cinemático para la barra del muslo.

Valores del cálculo cinemático para cada posición de estudio en los que se analizan la velocidad angular, Ω_1 , la aceleración angular, α_1 , y lineal, a_1 , y aceleración lineal del centro de gravedad, \bar{a}_1 , de la barra del muslo.

Posición	Velocidad angular, Ω_1 (rad/s)	Aceleración angular, α_1 (rad ² /s)	Aceleración lineal, a_1 (mm ² /s)	Aceleración lineal del centro de gravedad, \bar{a}_1 (mm ² /s)
1	0.000	-0.054	21.458	10.729
2	-0.026	0.003	1.060	0.530
3	-0.003	0.043	17.348	8.674
4	-0.017	-0.071	28.531	14.266
5	0.016	0.137	54.888	27.444
6	0.003	-0.163	65.357	32.679
7	-0.082	-0.007	3.954	1.977
8	-0.094	-0.017	7.693	3.846
9	-0.117	-0.029	12.916	6.458
10	-0.117	-0.029	12.911	6.455
11	-0.146	-0.088	36.065	18.033
12	-0.187	0.007	14.233	7.117
13	-0.153	0.060	25.723	12.862
14	-0.090	0.068	27.329	13.665
15	0.041	0.192	76.944	38.472
16	0.085	-0.104	41.787	20.893
17	0.040	0.015	6.072	3.036
18	0.122	0.149	59.720	29.860
19	0.153	-0.086	35.558	17.779
20	0.155	0.090	37.139	18.569
21	0.168	-0.063	27.809	13.904
22	0.166	0.060	26.272	13.136
23	0.109	-0.175	70.070	35.035
24	0.027	0.011	4.498	2.249
25	-0.007	-0.080	31.819	15.909
26	0.002	0.098	39.011	19.506
27	0.000	0.000	0.000	0.000

BARRA 2: Pierna

De la misma forma que se hizo para la barra del muslo, se calculan ahora los valores de la velocidad angular, aceleraciones angular y lineal y aceleración lineal del centro de gravedad de la barra para la pierna a partir de las ecuaciones (36), (38), (40) y (42), con lo que se obtienen los datos expuestos en la *Tabla 12*.

BARRA 3: Pie

De forma análoga a los cálculos para las barras del muslo y la pierna, a partir de las ecuaciones (45), (47), (49) y (51), se obtienen los siguientes resultados para el análisis cinemático y se muestran en la *Tabla 13*.

3.1.3. ANÁLISIS DINÁMICO

Dado que ya se tienen los datos necesarios para poder diseñar las barras, los datos que faltan aún por conocer son los movimientos de las articulaciones a las que irán unidas esas barras.

Para realizar el cálculo dinámico, basado en las ecuaciones expuestas en el capítulo anterior, se utiliza el programa *Autodesk Inventor*. Para ello, se modeliza el exoesqueleto formado por cuatro barras (considerando una fija, la cadera) cuyo dimensionamiento está de acuerdo a los cálculos realizados. Del estudio estático se ha obtenido para cada intervalo de tiempo la posición de cada una de estas barras (*Tabla 3*).

Dentro del módulo de simulación dinámica del programa se ha asociado estos datos a su barra correspondiente considerando en esta simulación los 27 incrementos determinados en el estudio estático. A partir de estos cálculos, se obtienen los datos correspondientes a las velocidades y aceleraciones que se implementarán en un programa de cálculo matemático para la obtención del par motor de cada articulación. A su vez, para la obtención de este par motor, tal como se vio en el desarrollo teórico de esta teoría mostrado en el capítulo anterior, es necesario conocer el centro de gravedad de las barras y la masa de éstas. Estos datos también son facilitados por el mismo software ya que se le ha asignado el material correspondiente.

A raíz de las ecuaciones descritas en la teoría sobre dinámica (94), (80) y (63) para los pares motores de la cadera, rodilla y tobillo, respectivamente, se obtienen los resultados que se muestran en la *Tabla 14*.

Diseño de un exoesqueleto destinado a la movilidad del tren inferior

Tabla 12. Resultados del estudio cinemático para la barra de la pierna.

Valores del cálculo cinemático para cada posición de estudio en los que se analizan la velocidad angular, Ω_2 , la aceleración angular, α_2 , y lineal, a_2 , y aceleración lineal del centro de gravedad, \bar{a}_2 , de la barra de la pierna.

Posición	Velocidad angular, Ω_2 (rad/s)	Aceleración angular, α_2 (rad ² /s)	Aceleración lineal, a_2 (mm ² /s)	Aceleración lineal del centro de gravedad, \bar{a}_2 (mm ² /s)
1	0.000	-0.041	37.487	29.376
2	-0.032	-0.023	8.703	3.981
3	0.023	0.133	71.101	43.934
4	0.096	0.013	22.34	25.410
5	-0.095	-0.395	110.545	32.358
6	-0.189	0.207	31.412	27.950
7	-0.092	-0.012	9.895	6.881
8	-0.177	-0.157	73.046	40.235
9	-0.144	0.222	78.680	32.994
10	-0.032	0.002	13.691	13.299
11	-0.041	-0.021	44.077	40.045
12	-0.011	0.081	33.293	19.529
13	-0.018	-0.093	22.387	14.780
14	-0.128	-0.128	30.049	11.230
15	-0.413	-0.443	148.570	67.363
16	-0.314	0.642	235.931	104.820
17	-0.217	-0.449	183.983	91.508
18	-0.283	0.317	156.350	97.553
19	0.094	0.438	181.163	94.653
20	0.064	-0.500	224.552	124.089
21	0.280	0.933	380.057	189.150
22	0.544	-0.404	228.423	126.014
23	0.265	-0.154	93.656	75.065
24	0.227	0.078	42.108	22.998
25	0.344	0.156	49.872	11.556
26	0.280	-0.284	96.920	42.524
27	0.000	0.000	0.000	0.000

Tabla 13. Resultados del estudio cinemático para la barra del pie.

Valores del cálculo cinemático para cada posición de estudio en los que se analizan la velocidad angular, Ω_3 , la aceleración angular, α_3 , y lineal, a_3 , y aceleración lineal del centro de gravedad, \bar{a}_3 , de la barra del pie.

Posiciones	Velocidad angular, Ω_3 (rad/s)	Aceleración angular, α_3 (rad ² /s)	Aceleración lineal, a_3 (mm ² /s)	Aceleración lineal del centro de gravedad, \bar{a}_3 (mm ² /s)
1	0.000	-0.084	46.714	41.034
2	-0.010	0.063	18.911	12.433
3	0.042	0.041	72.021	71.377
4	0.001	-0.123	41.748	29.753
5	-0.045	0.031	112.046	111.229
6	0.022	0.102	25.980	25.826
7	0.010	-0.127	26.415	12.120
8	-0.166	-0.224	75.114	68.516
9	-0.133	0.289	89.426	76.055
10	0.017	0.011	15.438	14.531
11	-0.144	-0.331	91.611	58.722
12	0.086	0.790	205.591	109.225
13	-0.044	-1.050	242.133	111.140
14	-0.383	0.371	126.808	77.478
15	-0.415	-0.435	144.324	134.269
16	-0.314	0.637	257.357	233.365
17	-0.371	-0.751	266.301	208.042
18	-0.349	0.795	318.570	229.902
19	0.405	0.712	200.489	167.864
20	0.249	-1.023	265.198	209.651
21	0.381	1.288	367.017	336.664
22	0.532	-0.985	157.602	148.640
23	0.005	-0.070	96.929	94.906
24	0.288	0.636	178.989	102.337
25	0.468	-0.276	61.368	34.464
26	-0.012	-0.684	120.240	67.921
27	0.000	0.000	0.000	0.000

Tabla 14. Resultados del análisis dinámico de las articulaciones.

Pares motores, también llamados torques, necesarios en cada posición para la cadera, τ_1 , rodilla, τ_2 , y tobillo, τ_3 .

Posición	Par motor en la cadera, τ_1 (N*m)	Par motor en la rodilla, τ_2 (N*m)	Par motor en el tobillo, τ_3 (N*m)
1	-244.326	-244.742	-244.780
2	-244.322	-244.740	-244.779
3	-244.322	-244.747	-244.780
4	-244.439	-244.822	-244.822
5	-244.495	-244.831	-244.859
6	-244.456	-244.789	-244.846
7	-244.597	-244.930	-244.774
8	-244.842	-245.156	-244.888
9	-245.062	-245.293	-244.904
10	-245.238	-245.362	-244.796
11	-245.533	-245.534	-244.903
12	-245.811	-245.684	-245.017
13	-246.046	-245.746	-245.057
14	-246.687	-246.224	-245.532
15	-38.096	-37.525	-36.777
16	-37.931	-37.334	-36.416
17	-37.426	-36.896	-35.842
18	-37.238	-36.758	-35.672
19	-36.908	-36.496	-35.507
20	-36.757	-36.489	-35.552
21	-36.705	-36.583	-35.548
22	-36.477	-36.529	-35.523
23	-36.549	-36.763	-35.706
24	-36.252	-36.614	-35.737
25	-36.031	-36.448	-35.743
26	-36.178	-36.611	-36.162
27	-36.151	-36.582	-36.493

De estos resultados obtenidos, interesa conocer especialmente los mayores para cada una de las articulaciones, ya que el motor que se acople después tendrá que soportar esa sollicitación máxima. Por lo que, de la *Tabla 14* resulta:

Tabla 15. Valores máximos de los pares motores necesarios en cada articulación.

Resultados máximos que deben cumplir los motores acoplados a la cadera, rodilla y tobillo, respectivamente.

Par motor máximo en la cadera, τ_1 (N*m)	Par motor máximo en la rodilla, τ_2 (N*m)	Par motor máximo en el tobillo, τ_3 (N*m)
-246.687	-246.224	-245.532

3.2. SELECCIÓN DE LA SECCIÓN DE LAS BARRAS

Para elegir las barras finales que se van a utilizar, se recurrirán a los resultados obtenidos para el análisis estático de la pieza, los cuales eran los valores mínimos necesarios para que toda la estructura soportarse las solicitaciones a las que estaría expuesta en cada posición.

No se valorarán en este apartado los resultados para el pie, ya que, como se demostró, el diseño sugerido cumplía los requerimientos necesarios.

Por lo tanto, resumiendo lo que se indicó en las *Tablas 7 y 8*, los valores mínimos de las secciones para las barras del muslo y la pierna son:

Tabla 16. Secciones mínimas para las barras del muslo y la pierna.

Se detallan los valores que se obtuvieron para las secciones rectangulares mínimas necesarias para la barra del muslo y de la pierna.

Sección para el muslo, $b_1 \times h_1$ (mm ²)	Sección para la pierna, $b_2 \times h_2$ (mm ²)
44 x 22	48 x 24

Para evitar problemas al realizar el análisis de tensión de todo el conjunto por estrechamiento de secciones, lo cual supondría un incremento del concentrador de tensiones, y también por cuestión estética, se ha decidido elegir la misma sección de barra tanto para muslo como para pierna. Teniendo esto en cuenta, y dado que la sección necesaria para la pierna es mayor que la del muslo, será la que se usará para toda la pieza.

El problema de esta sección de 48x24 (*Tabla 16*) es que no es comercial, es decir, no la encontraremos en carpinterías metálicas u otro tipo de distribuidor ya que no es fabricada. Por lo tanto, la solución sería hacerla a medida, lo cual supondría un incremento en el valor final del exoesqueleto que incumpliría con uno de los objetivos que se dictaron al comienzo del proyecto: reducir gastos para que fuese lo más económico posible.

Por todo ello, se han ojeado algunos catálogos de secciones rectangulares macizas y la sección comercial que se puede utilizar para el caso de estudio con todas las consideraciones que se han realizado, y que más se ajusta a la necesaria, sería:

Tabla 17. Sección comercial para la pierna completa del exoesqueleto.

Selección de la sección comercial válida para toda la pierna (muslo y pierna).

Sección final, $b \times h$ (mm ²)	50 x 25
--	---------

Con esta selección, tan solo la fabricación del pie, que sería a medida, sería lo que incrementaría más el coste total de la pieza.

3.3. ELECCIÓN DE LOS MOTORES

Para poder seleccionar los motores que irán acoplados a cada una de las articulaciones, se tendrán en cuenta los resultados obtenidos para los pares motores del análisis dinámico, hecho previamente.

Además, dentro de todos los tipos de motores que pueden encontrarse en la industria, interesan para este proyecto los conocidos como servomotores. Una de las principales ventajas que tiene frente a otros, y por lo que se cree como la mejor opción para este caso, es porque se puede hacer previamente una programación del movimiento que deberá realizar, controlando así los ángulos de giro y el tiempo entre ellos.

A partir de los datos de la *Tabla 15*, se elegirán los motores que se deben utilizar para el funcionamiento del exoesqueleto. Estos resultados tienen todos valores negativos, que simplemente indica el sentido de giro, por lo que los motores que se van a necesitar deben cumplir ese mínimo en valor absoluto.

Considerando todo lo anterior y buscando en catálogos, se ha encontrado la solución siguiente:

Tabla 18. Servomotor necesario para las articulaciones del exoesqueleto.

Características de los servomotores que se utilizarán para las tres articulaciones de estudio.

Par nominal, τ_n (N*m)	Torque pico, $\tau_{m\acute{a}x}$ (N*m)
45	333

Dado que como se comprueba en la *Tabla 15*, los pares motores para cadera, rodilla y tobillo son valores que no difieren mucho entre ellos, se utilizará el servomotor de la *Tabla 18* para las tres articulaciones.

3.4. ANÁLISIS DE TENSION POR EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

A continuación, se va a realizar el análisis de tensión por elementos finitos, con la ayuda del programa *Autodesk Inventor*. Con él, se puede hacer una comprobación de si el diseño que se ha realizado es apto para soportar las cargas a las que estará sometida todo el conjunto y hasta qué cargas podría la estructura mantenerse sin fallos o ver qué zonas son más susceptibles a estos fallos.

Para realizar este análisis, en primer lugar, el programa pide fijar unas restricciones sobre alguna superficie fija: en este caso, se han fijado varias de las caras de la pieza de la cadera. Una vez hecho esto, se pide el lugar en el que se ejercerá la carga o presión: haciendo los oportunos cálculos, la superficie del pie se someterá a una presión de 0.037 MPa.

Con todos los parámetros anteriores fijados, hay que hacer las configuraciones de malla y convergencias necesarias:

Tabla 19. Configuración de la malla.

Se detallan los valores de los parámetros elegidos para toda la geometría de la estructura que forma el exoesqueleto.

Tamaño medio de elemento	Tamaño mínimo de elemento	Factor de modificación	Ángulo de giro
0.010	0.200	1.500	60

Diseño de un exoesqueleto destinado a la movilidad del tren inferior

Tabla 20. Configuración de convergencia.

Se detallan los valores de los parámetros necesarios para realizar la convergencia de las tensiones a las que se someterá la estructura que forma el exoesqueleto.

Número máximo de refinados h	Criterios de parada (%)	Umbral de refinado h	Resultados para converger
8	10	0.750	Tensión de Von Mises

Una vez realizado todo el estudio, se considera 50 MPa como la carga crítica, que es mucho mayor a la que se le aplica en la realidad.

Con todo lo anterior, se obtienen los siguientes análisis:

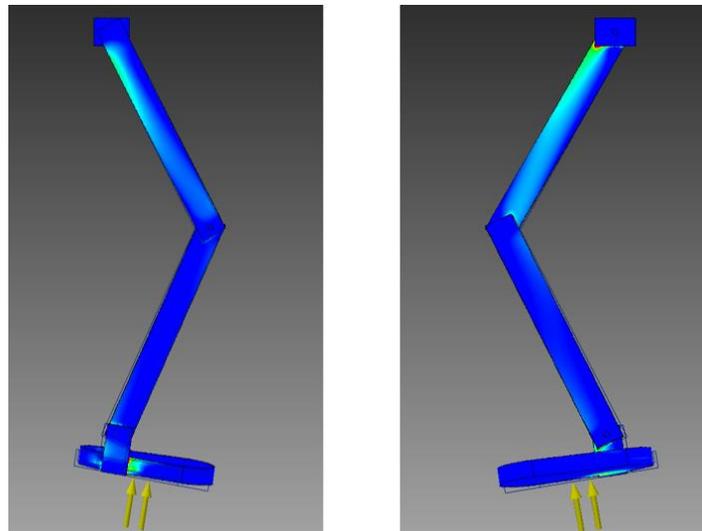


Fig. 41. Vistas exterior e interior del exoesqueleto una vez realizado el análisis de tensión.

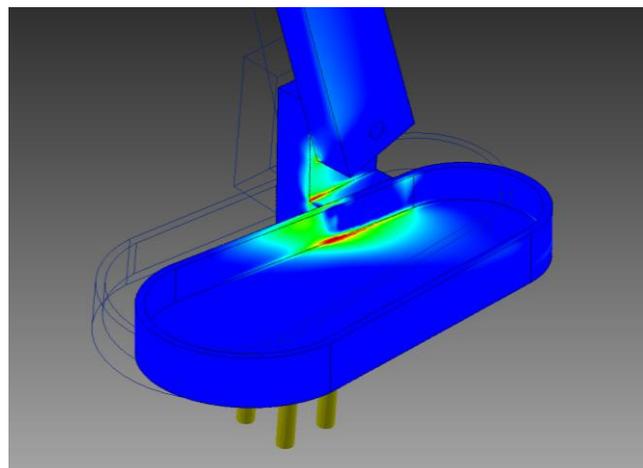


Fig. 42. Vista detalle de la zona más susceptible a fallo en el exoesqueleto.

Observando, en especial, la vista detalle del pie (*Fig. 42*), se puede sacar como conclusión que es la zona de toda la estructura que estará sometida a mayores tensiones, sin embargo, aunque se aproxima, no llega al límite que se ha fijado como crítico, por lo que se puede asegurar que el conjunto al completo no fallará.

Aunque esta zona, localizada en la unión del pie con la barra de la pierna, soportará mayores tensiones, sería de interés poder reducir las. La solución más efectiva para esa reducción consiste en modificar las aristas vivas de la zona y redondearlas en la medida de lo posible, sabiendo que, cuanto mayor sea el radio de ese redondeo, en mayor medida se reducirán las tensiones.

En este caso, la gráfica de convergencia obtenida es:

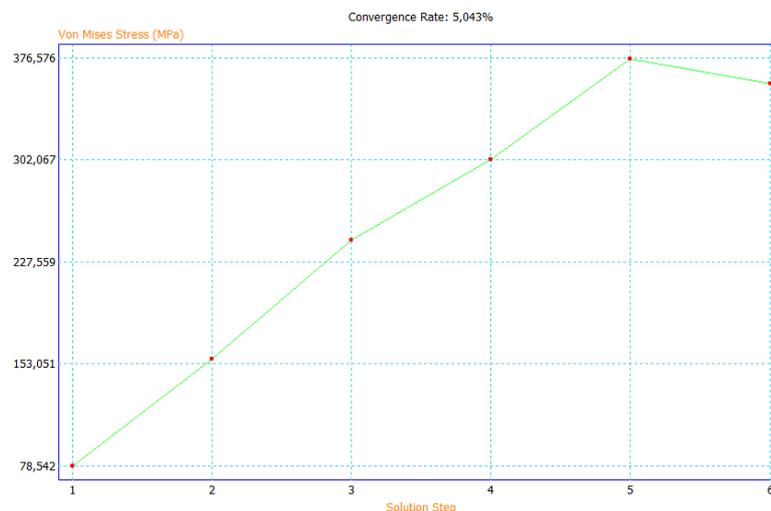


Fig. 43. Gráfico de convergencia para el exoesqueleto.

Además del estudio del análisis de tensión, se ha observado que, al ejercer la presión calculada sobre la estructura, esta tiende a desplazarse hacia el interior de la pierna:

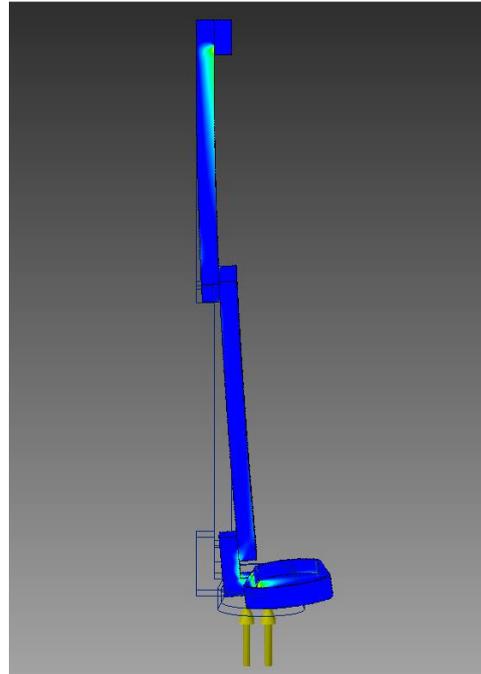


Fig. 44. Desplazamiento lateral de la estructura del exoesqueleto.

Esto (*Fig. 44*) se debe a que el centro de gravedad de la estructura, está ligeramente desplazada del centro de gravedad de la superficie donde se va a aplicar la presión. Por lo tanto, sería conveniente encontrar una solución para evitar esto.

Se propone como medida correctora, la introducción de barras en el interior de la pierna. Éstas podrán tener como sección la dimensión y geometría que se deseen, ya que, está pensado para que el exoesqueleto resista tan solo con las barras exteriores del diseño ya realizado; las barras interiores ayudarían simplemente en la corrección de ese desplazamiento del centro de gravedad.

3.5. ANÁLISIS DE LOS MATERIALES

Desde un principio se ha considerado, tanto en el exoesqueleto original como en el prototipo final, que el material de las piezas que lo forman sea aluminio, ya que es el metal más ampliamente usado y homologado para el uso médico.

Durante todo el proyecto, el aluminio considerado es el nombrado como 6063, del cual se conocen algunas características interesantes para el proyecto como:

Tabla 21. Propiedades mecánicas del aluminio.

Algunas de las propiedades mecánicas interesantes para el estudio del material del proyecto, el aluminio 6063 – T5.

Límite elástico (MPa)	110 - 130
Tensión última (MPa)	150 - 175
Módulo de Young (GPa)	67.2 – 70.7
Fuerza a compresión (MPa)	110 - 130
Fuerza a flexión (MPa)	110 - 130
Dureza Brinell (HB)	57 - 63
Dureza Vickers (HV)	62 - 68
Tensión de fatiga a 10⁷ ciclos (MPa)	54.1 - 63

Además de estas propiedades mecánicas (*Tabla 21*), es de interés conocer otras propiedades de este material con la finalidad de poder reemplazarlo en el futuro por otro.

Tabla 22. Otras propiedades intrínsecas del aluminio.

Propiedades no mecánicas de interés para el estudio del material.

Densidad (kg/m³)	2660 - 2710
Precio (EUR/kg)	1.68 – 1.80

Otras características propias del aluminio 6063, son:

- No es magnético, con lo que no habrá problemas en el caso de contacto directo con otros metales.
- Excelente durabilidad en contacto con agua, ácidos, algunos disolventes orgánicos y a la radiación solar.
- No inflamable.
- Reciclable, aunque no biodegradable.

Conociendo todo lo anterior, se concluye que el aluminio 6063 es un material aceptable para la estructura que se ha diseñado.

Sin embargo, si no se dispusiera de este metal, o se deseara utilizar otro material con unas características semejantes y que, aun así, la estructura no sufriera ninguna modificación, con el programa *CES Edupack* se puede llegar a otras soluciones:

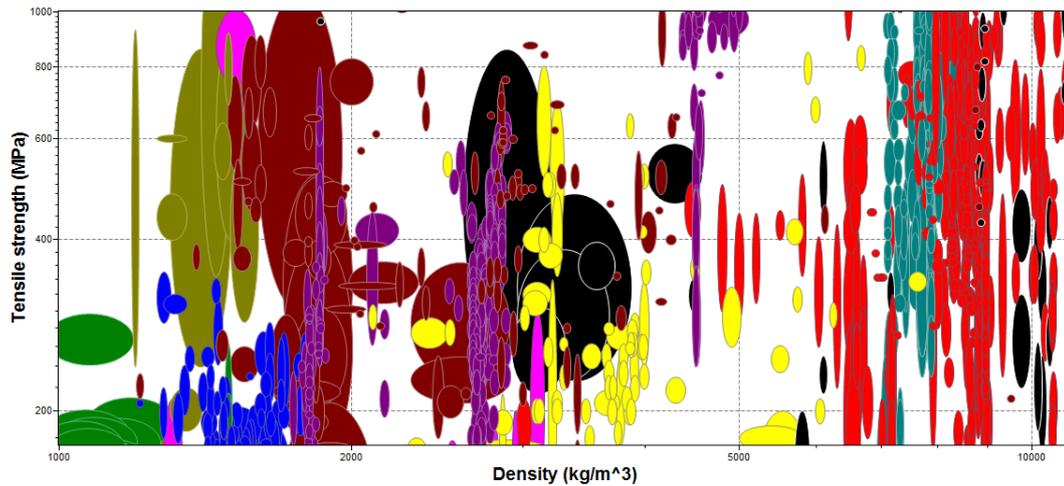


Fig. 45. Posibles materiales útiles para el proyecto. (Realizado en *CES Edupack*).

En primer lugar, se ha elegido la modalidad avanzada del programa con materiales de uso en la Bioingeniería. En la *Fig. 45* se ha colocado en el eje de abscisas la densidad de los materiales y en el de ordenadas la tensión última a rotura, ambos con parámetros que podrían ser válidos para poder obtener la misma sección o una muy similar a la diseñada actualmente.

Además de considerar esas dos propiedades, hay otras que también son muy importantes para asegurarse de que el exoesqueleto dure en condiciones normales, como son el que no sea inflamable, o que al menos pueda extinguir por sí mismo la llama, y, dado que se desea que no se encarezca demasiado el precio final de la estructura, el precio del material.

Teniendo esos aspectos en cuenta, se reduce la *Fig. 45* a lo siguiente:

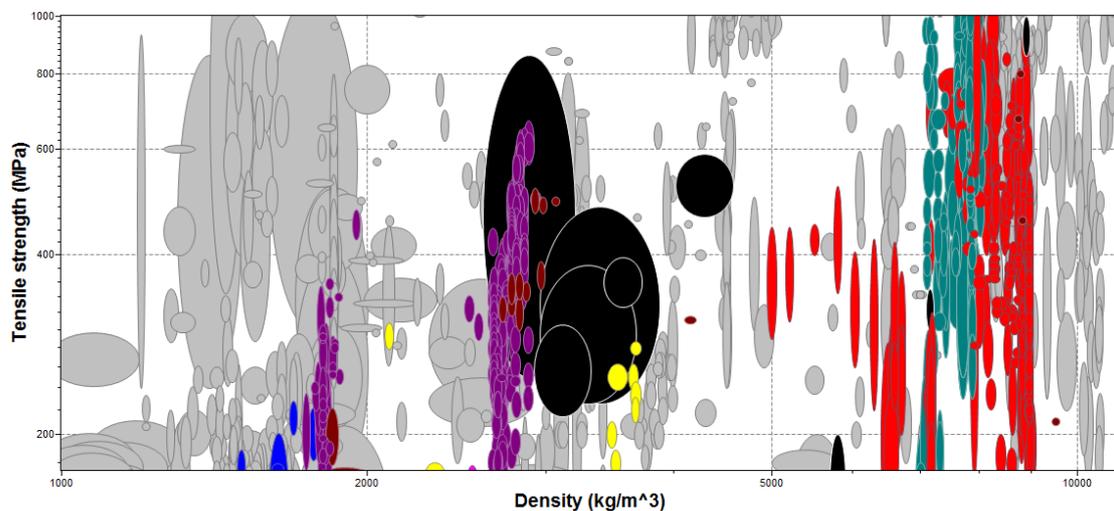


Fig. 46. Materiales posibles para el proyecto aplicando algunas restricciones. (Realizado en *CES Edupack*).

Con este estudio final (*Fig. 46*) se concluyen a continuación los grupos de materiales que podrían sustituir al aluminio con el que se había diseñado en un primer momento el exoesqueleto:

- Polímeros y termoplásticos como el LPC, PPS, PC o PEI (grupo azul)
- Distintas aleaciones de aluminio y magnesio (grupo violeta)
- Aleaciones reforzadas a través de tratamientos térmicos (grupo negro)
- Alúminas y siliconas (grupo amarillo)
- Aleaciones de aluminio y zinc (grupo rojo)
- Distintas modalidades de acero (grupo turquesa)

4. DISCUSIÓN

Una vez diseñada la estructura que formará el exoesqueleto y realizados todos los cálculos, se proponen en esta sección, algunas comparativas que resultan interesantes a la hora de comprender mejor los resultados obtenidos y tener una mejor visión global de todo el proyecto.

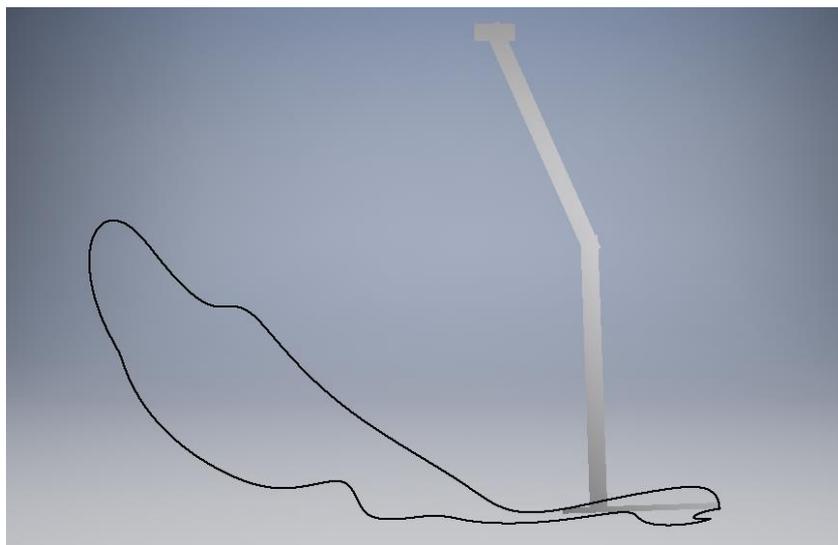


Fig. 47. Exoesqueleto modelizado en Autodesk Inventor con la trayectoria del pie marcada.

4.1. EL BALANCEO DE LA CADERA

Además de todo lo anterior, existía una problemática desde el principio del proyecto, ya que, en la realidad, no hay ningún punto que se considere fijo en la marcha; sin embargo, aquí se ha tomado como punto fijo la cadera, que será donde se encuentre el soporte de acople a la persona. Además de esto, se modificó ligeramente los ángulos de la marcha para hacer unos cálculos más sencillos para este primer prototipo. Por todo ello, se están considerando como válidas algunas teorías que no se corresponden con la realidad.

En la marcha real de un individuo sano, la pelvis y, por lo tanto, la cadera, oscila para poder conseguir la estabilidad y el equilibrio, tal y como podía comprobarse en la *Fig. 28*, en la que, la línea curva superior unía las posiciones por la cadera. Esta oscilación es la que deberá de compensarse de alguna forma para poder dar como válido todo el estudio que se ha hecho.

Con todo lo anterior, se ha decidido hacer un estudio de la trayectoria que seguiría un punto delantero de la planta del pie del exoesqueleto. Teniendo en cuenta, que siempre se ha tomado como referencia la cadera, las distancias del punto elegido a ésta son:

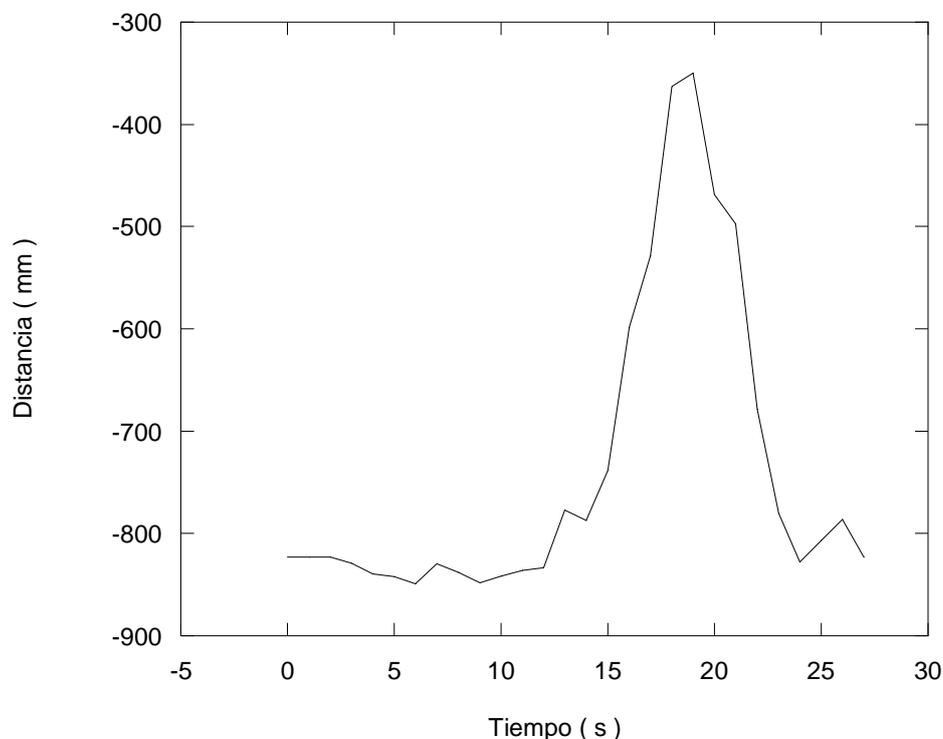


Fig. 48. Trayectoria de un punto situado en la superficie inferior de la barra del pie.

Mostrando especial atención a la fase de apoyo, que comprende las posiciones 1 a 14, se observa en la *Fig. 48* que la variación en ese tramo de la gráfica es mínima y coincide con los valores de la *Fig. 28* que se nombró antes. Por lo tanto, queda demostrado que, esa diferencia en la distancia del pie a la cadera coincide con el balanceo propio de la cadera en la marcha.

4.2. ESTUDIO DEL MOVIMIENTO

A modo de estudio general del movimiento, se proponen una serie de gráficas en las cuales se observan algunas magnitudes con el paso del tiempo.

Movimientos en cada articulación

En primer lugar, se presentan las gráficas en las que se pueden ver los resultados de las posiciones, velocidades y aceleraciones para cada una de las articulaciones de forma individual:

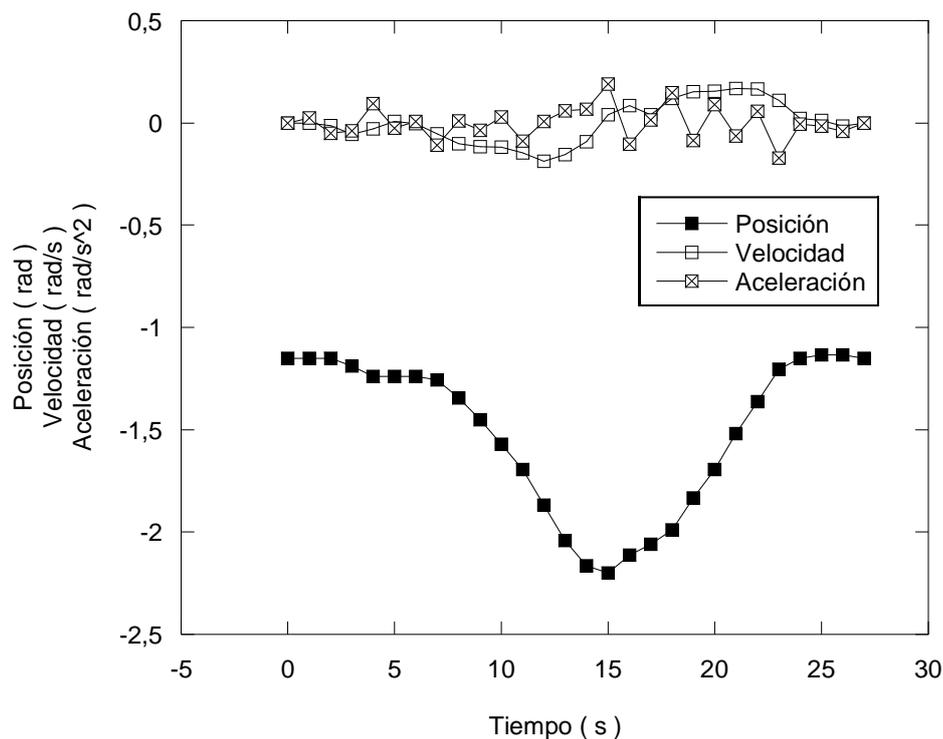


Fig. 49. Posiciones, velocidades y aceleraciones en la cadera para cada posición de estudio.

Como se puede observar, tanto las velocidades como las aceleraciones en la cadera son bastante uniformes. En cambio, se ve un descenso importante en un intervalo de tiempo para las posiciones. Esto se debe a que, en ese tiempo, la cadera se prepara y ejecuta la fase

de balanceo, con lo que los ángulos de posición variarán considerablemente al despegar el pie del suelo.

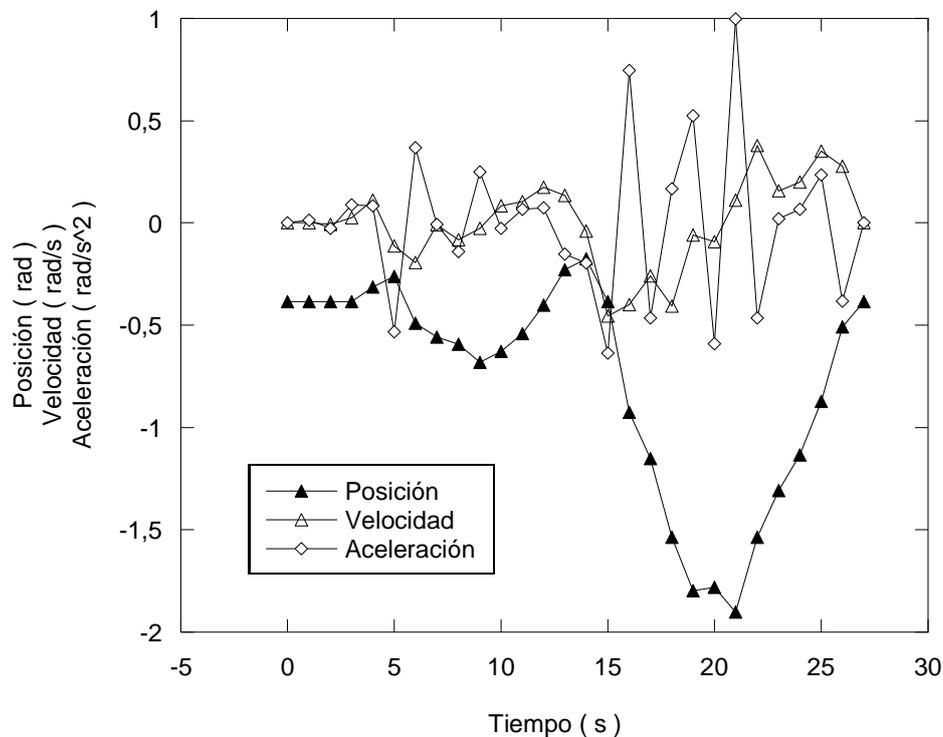


Fig. 50. Posiciones, velocidades y aceleraciones en la rodilla para cada posición de estudio.

En comparación a la *Fig. 49*, es clara la diferencia en la homogeneidad del movimiento. Esto se debe a que la rodilla sufrirá más variaciones que la cadera porque la amplitud de movimientos es mayor que la que podía realizar la cadera.

El máximo pico en las posiciones se dará cuando realice la fase de balanceo, ya que se darán en esa etapa los mayores ángulos de flexión.

Las variaciones y picos en las aceleraciones de la fase de balanceo se deben a que, para un mismo tiempo, los movimientos son más rápidos que en la fase de apoyo. Sin embargo, estas variaciones son asumibles para el motor que se quiere acoplar al sistema.

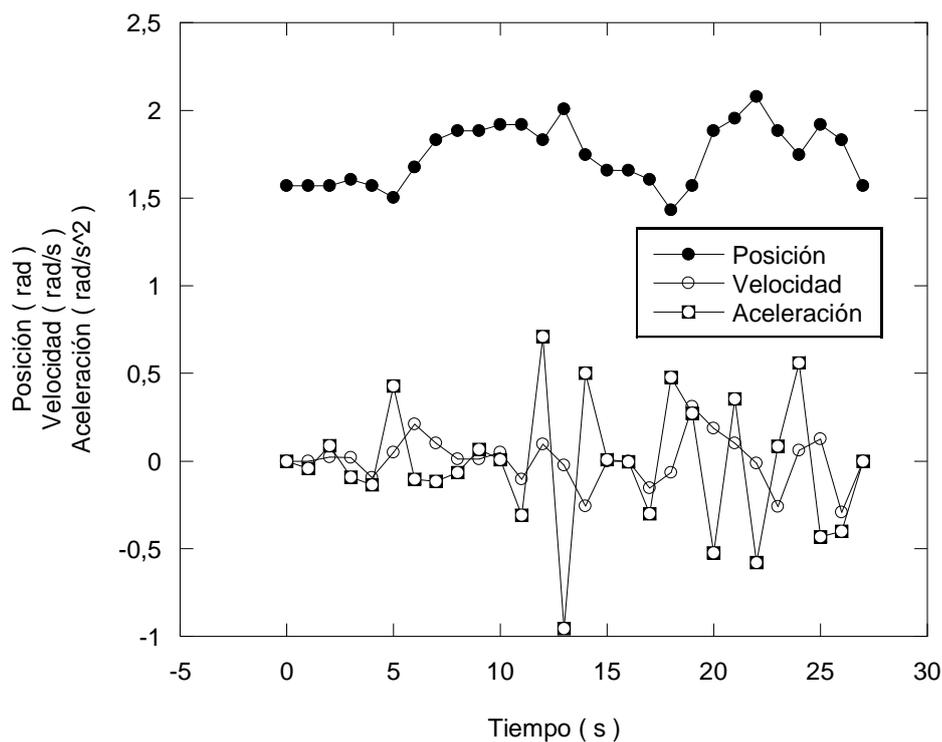


Fig. 51. Posiciones, velocidades y aceleraciones en el tobillo para cada posición de estudio.

La principal diferencia de esta gráfica con las anteriores (*Fig. 49* y *Fig. 50*) es el valor de las posiciones, ya que, mientras en los casos anteriores tenían valores negativos, ahora no lo son. Esto se debe a la selección de los ejes que se hizo en cada articulación que unía las barras (*Fig. 32*). En el caso del tobillo, este sentido de giro de los ejes era positivo.

Con los picos de las aceleraciones, se concluye lo que ya se extrajo para el caso de la rodilla.

Comparativa de los movimientos de las tres articulaciones

De la misma manera, se han comparado las posiciones, velocidades y aceleraciones entre las tres articulaciones:

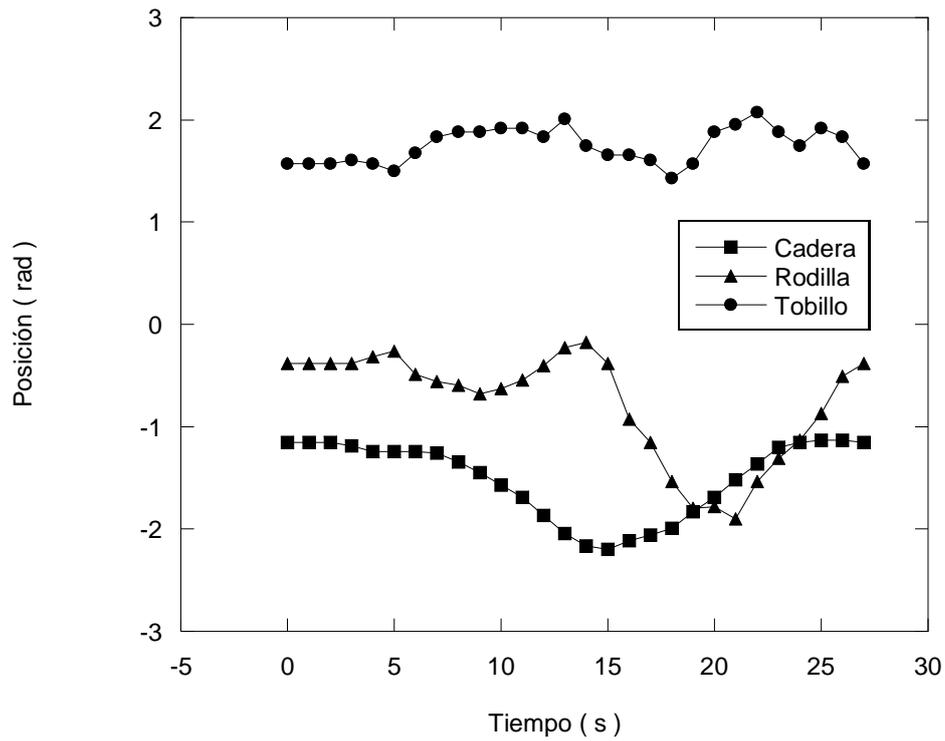


Fig. 52. Comparativa de las posiciones en cadera, rodilla y tobillo.

El principal rasgo a observar de la *Fig. 52* es que, como ya se comentó anteriormente, las posiciones para el tobillo tendrán un valor positivo, mientras que para la cadera y la rodilla esos valores serán negativos, debido al ángulo de giro de los ejes de una barra frente a la siguiente.

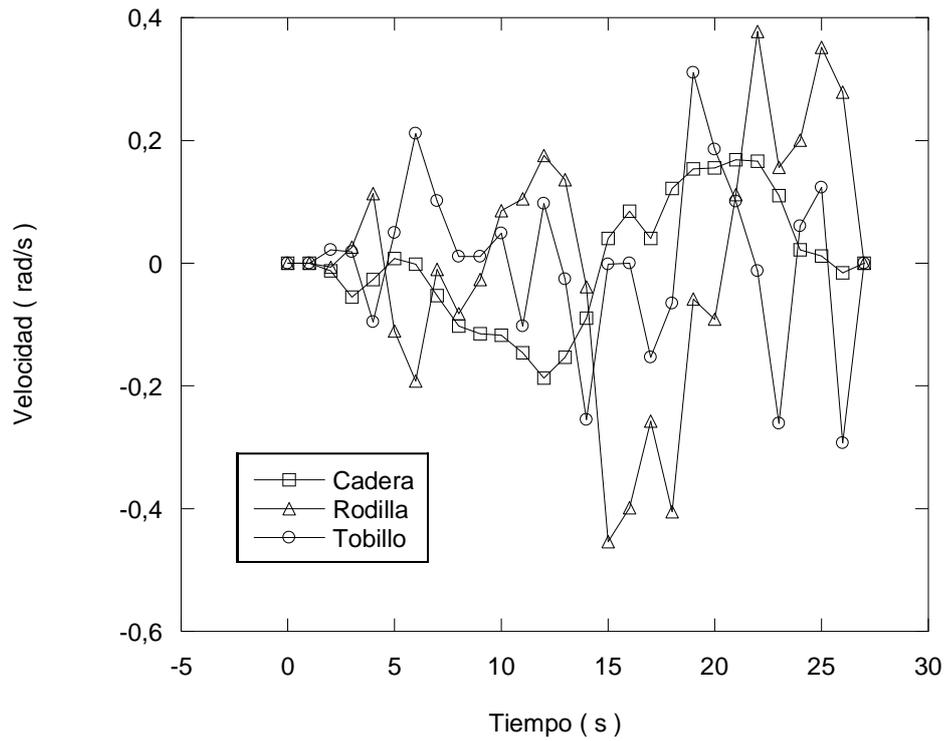


Fig. 53. Comparativa de las velocidades en cadera, rodilla y tobillo.

Comparando las velocidades de las tres articulaciones en conjunto, se observa que los valores que más difieren entre sí son los de la rodilla. Esto se debe a que, de las tres, es la articulación con una mayor amplitud de apertura, con lo que, para el mismo tiempo que las otras, tendrá que realizar los giros a mayor velocidad.

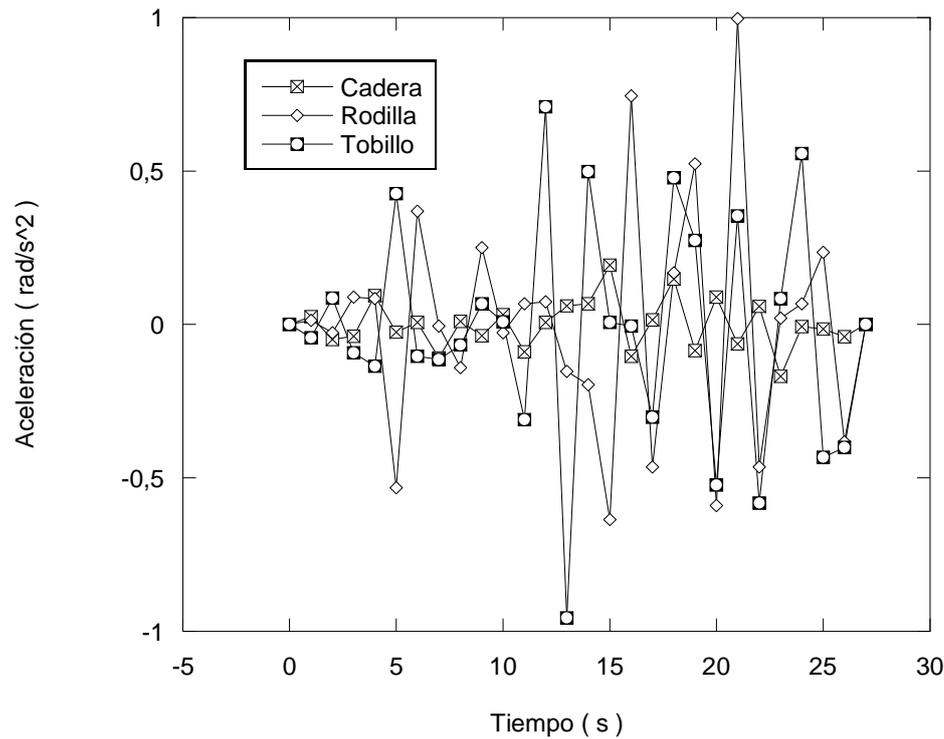


Fig. 54. Comparativa de las aceleraciones en cadera, rodilla y tobillo.

De esta *Fig. 54*, al igual que sucedía en el caso de las velocidades (*Fig. 53*), se puede observar una mayor variación de la aceleración en la rodilla debido a que la trayectoria que tiene que recorrer en el mismo intervalo de tiempo es superior al resto de articulaciones. También, como ya se comentó anteriormente, los picos de la aceleración son asumibles para el motor en el tiempo estipulado.

4.3. SECCIÓN DE LAS BARRAS

Las secciones de las barras elegidas para el exoesqueleto original y su primer prototipo, han sido diseñadas en función de las características del material del que iban a estar fabricadas. Lo que significa que, modificando el material, pueden variar sus propiedades como el límite elástico y la tensión límite última a rotura, las cuales son las determinantes a la hora de calcular la sección, tal y como ya se hizo.

Por lo tanto, teniendo en cuenta esos parámetros, con materiales más resistentes podría optimizarse la sección o, por el contrario, con materiales menos resistentes podría incrementarse. Esta decisión dependerá de los criterios iniciales que se quieran seguir.

Otro aspecto a comentar respecto a la sección es que, en este caso particular, se ha decidido escoger una sección rectangular por su facilidad de acople con el motor. Ocurriría de la misma manera si se tratase de una sección cuadrada. El inconveniente que tienen este tipo de secciones es que sus bordes son en arista viva. Esto supone que, utilizando un material como es el aluminio, esas aristas sean peligrosas para el paciente, ya que al tocarlas podría sufrir cortes o heridas.

Por todo ello, se propone como medida correctora una de las siguientes:

- Limar esas aristas vivas, de tal forma que no resulten cortantes.
- Proteger o reforzar las aristas con algún otro material más blando, de forma que no entre el aluminio en contacto con el paciente.
- Elegir otro tipo de sección, como podría ser la elíptica, para evitar esas aristas, aunque se debería pensar en otra forma de acoplar el motor de cada extremidad.

4.4. PARES MOTORES

En cuanto a los pares motores a los que estarán sometidas la cadera, la rodilla y el tobillo, se recopilan los datos calculados en las siguientes gráficas:

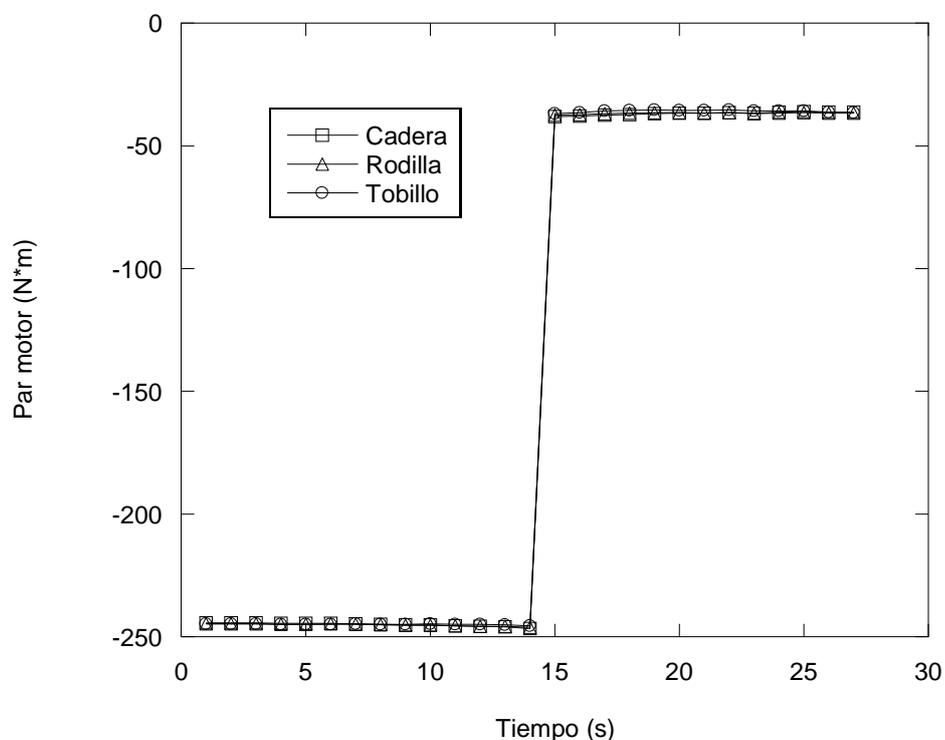


Fig. 55. Par motor en cada articulación del exoesqueleto.

En la *Fig. 55*, los valores de los pares motores apenas se distinguen para cada articulación, ya que, como se vio en la parte experimental, los resultados de éstos pares son muy similares entre ellos. Los tres tienen en común el salto que se produce en el segundo 14. Esto se debe a la disminución de cargas que se produce por entrar en la fase de balanceo, donde la pierna al completo tendrá que soportar menor peso que cuando apoya en la superficie.

4.5. ANÁLISIS DE TENSIÓN

Como se observaba en el estudio que se realizó para el análisis de tensión por elementos finitos (apartado 3.4.), la estructura completa sufría una desviación al ejercerle la presión a la que iba a estar sometida (*Fig. 44*). Esto se debe a que la aplicación de esa presión no coincide con el centro de gravedad de la estructura al completo.

Por ello, se propone como medida de corrección el introducir barras en las caras internas del muslo y la pierna. Con esto se consigue desplazar el centro de gravedad de la estructura para que quede más equilibrada al cargarla con las fuerzas externas.

Con lo que ya se comentó en el capítulo correspondiente, se propone un primer boceto del diseño con barras internas a la pierna:

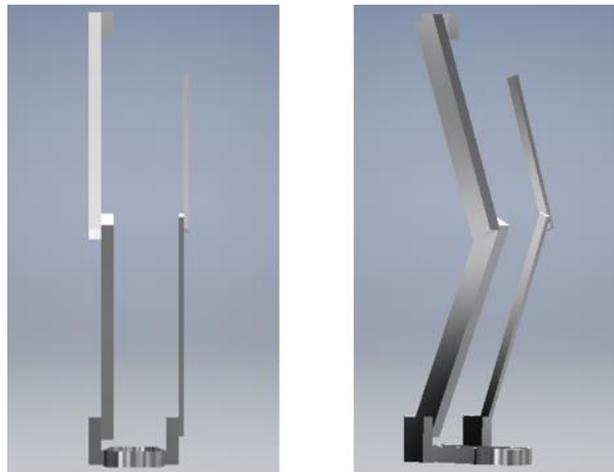


Fig. 56. Vista frontal y en perspectiva del posible diseño con barras interiores.

La *Fig. 56* representa un primer boceto con la intención de dar forma a la propuesta para evitar el desplazamiento lateral que se producía antes. No es exacto, ya que habría que hacer las mediciones necesarias para ver si la distancia entre barras externas e internas es el apropiado para mantener la pierna del paciente.

4.6. SELECCIÓN DE MATERIALES ALTERNATIVOS

Tal y como se extrajo del análisis de los materiales, realizado en el apartado 3.5., además del aluminio, hay otros grupos de materiales que son igualmente válidos para la construcción de este exoesqueleto. Se debe tener en cuenta, aun así, las características propias del mismo para poder realizar el dimensionado de la sección de las barras.

De todos los resultados obtenidos en la *Fig. 46*, son especialmente interesantes los termoplásticos, los cuales se caracterizan por tener una baja densidad, lo que, en comparación con otros metales o aleaciones, se proporciona una mayor ligereza. Sin embargo, a la vez que disminuiría el peso propio de la estructura construyéndola con uno de esos termoplásticos, disminuirían también los límites de tensión a rotura y los límites elásticos; lo que conllevaría en un aumento de la sección.

Otra ventaja de estos materiales termoplásticos es que muchos de ellos son usados para impresoras 3D, con lo que, disponiendo de una de ellas, la fabricación podría ser más rápida y autónoma, además de poder solventar más fácilmente cualquier error que haya habido en la construcción de alguna de las piezas, o la modificación de algunas de ellas para otros pacientes.

5. CONCLUSIÓN

A modo de resumen final para el actual proyecto, se debe concluir que los resultados obtenidos han sido los óptimos después de todo el estudio de la estructura. Sin embargo, hay algunos puntos que deberían mejorarse de cara a continuar con este proyecto en un futuro, y que se han observado a medida que se ha ido realizando todo el estudio, e incluso nuevas ideas para introducir en próximos trabajos.

Del estudio dinámico se puede deducir que, dentro de un mecanismo, para un mismo intervalo de tiempo, cuanto mayor sea la trayectoria que tiene seguir un punto de este mecanismo mayor será sus variaciones de velocidad y aceleración. Por lo cual, a la hora de determinar puntos críticos y determinantes a la hora del diseño de cualquier mecanismo, hay que tener cuenta estas variaciones máximas.

Algunas de las propuestas que se han ido haciendo a lo largo del estudio han sido: en primer lugar, la posibilidad de realizar el mismo prototipo, pero modificando la sección de las barras a una que no termine sus bordes en arista viva para evitar posibles daños al paciente, como podría ser una sección elíptica o rectangular, pero con las aristas matadas; y, por otro lado, la necesidad de introducir unas barras internas a la estructura, de forma que se gane estabilidad al aplicar las cargas.

Dentro de esta última propuesta, sería necesaria la unión entre las barras exteriores e interiores que resulte cómoda para el individuo que lo use, como, por ejemplo, bandas elásticas fáciles de quitar y poner. Además, como se observaba en la *Fig. 56*, las barras interiores deberían llevar un tope en la base superior para evitar, en la medida de lo posible, que sean incómodas o dañinas para el paciente. Dado que esas barras no llevarán ningún sistema que les obligue a realizar un movimiento concreto como en las exteriores hacían los motores, se propone el uso de un dispositivo de seguridad, como lo es una ortesis en la rodilla. Este dispositivo serviría para limitar los ángulos de flexión y extensión de la rodilla, el cual sería de utilidad en el caso de que alguno de los motores fallase, o para limitar algunos ángulos programados para esa extremidad de forma errónea.

Una de las posibles mejoras futuras, sería la adaptación de la cadera del exoesqueleto de este proyecto al cuerpo del paciente. Dado que el estudio ha tomado desde el principio la cadera como un punto fijo, se ha centrado en el diseño de las barras y piezas para toda la pierna y el pie, dejando más de lado cómo esa pieza iría adaptada al cuerpo.

Como última mejora se propone la inclusión en la pieza del pie a modo de suela que amortigüe el movimiento y lo haga más orgánico, lo cual no ocurre al haber diseñado esta pieza por completo con un material metálico.

6. FUTURAS LÍNEAS DE TRABAJO

Una vez obtenidos todos los datos correspondientes a un exoesqueleto, sólo faltaría la aplicación del movimiento a través de los motores seleccionados a través de este estudio. Aquí se plantea una futura línea de trabajo que consistiría en la realización de un programa de control basado bien en Arduino o PLC, mediante el cual se pueda aplicar diferentes movimientos dependiendo de la movilidad que se le quiera dar. De esta manera únicamente introduciendo datos terapéuticos del movimiento se puede aplicar al sujeto una rehabilitación más exhaustiva.

Además, se ha pensado en la posibilidad de investigar en trabajos futuros lo siguiente:

- Estudio detallado del pie y las cargas repartidas en él a lo largo de la marcha. Esto podría derivar en una posible inclusión de otro motor en la parte delantera del pie, para hacer una versión más realista de cómo se mueve el pie a medida que da un paso.

- Reemplazamiento de los servomotores que mueven cada articulación por un sistema hidráulico o similar.
- Análisis completo de la marcha con las dos piernas y posibilidad de diseñar un prototipo capaz de asistir el movimiento integrado de ambas piernas.
- Posibilidad de estudiar barras telescópicas con la finalidad de poder adaptar un mismo exoesqueleto a distintos pacientes, o a un paciente en crecimiento.

7. BIBLIOGRAFÍA

1. *Biomecánica*. **SILVA-MORENO, ALEJANDRA A.** Guajanato : CIATEC, Laboratorio de Investigación en Biomecánica, 2004.
2. **J., LÓPEZ CHICHARRO.** *Fisiología del ejercicio*. Buenos Aires : Médica Panamericana, 2008.
3. **J.M., LÓPEZ PIÑERO.** *Breve Historia de la Medicina*. Madrid : Alianza, 2000.
4. *Biomecánica de la marcha humana normal y patológica*. **J., SÁNCHEZ-LACUESTA.** Valencia : Instituto de Biomecánica de Valencia, 1993.
5. *La marcha: historia de los procedimientos de análisis*. **S., COLLADO.** Madrid : Revista de la Facultad de Ciencias de la Salud, 2004, Vol. 2.
6. **I., GRAHAM.** *Enfoque científico: escena y pantalla*. s.l. : Luis Vives, 1996.

7. *History and fundamentals of gait analysis*. **J.P., PAUL.** 8, s.l. : Bio-Medical Materials and Engineering, 1998.
8. *Marcha normal y patológica*. **DUCROQUET R., DUCROQUET J., DUCROQUET P.** Barcelona : Toray-Masson, 1972.
9. *Análisis de las presiones plantares. Técnicas y aplicaciones*. **COMÍN COMÍN M., VILLARROYA APARICIO A., PÉREZ GARCÍA J.M., NERÍN BALLABRIGA S., MARCO SANZ C.** s.l. : Medicina de Rehabilitación, 1999.
10. **A.I., KAPANDJI.** *Fisiología articular: esquemas comentados de mecánica humana. Tomo 2.* Madrid : Médica Panamericana, 2010.
11. *Diseño y validación de un exoesqueleto maestro-esclavo para rehabilitación de piernas*. **GROSSO J.M., TIBADUIZA D.** 2008, UNAB- Ingeniería Mecatrónica. Exoesqueleto de piernas para rehabilitación.
12. *Diseño de una ortesis activa para ayuda a la marcha de lesionados medulares*. **FONT-LLAGUNES J.M., ARROYO G., ALONSO F.J., VINAGRE B.M.** 2014, Actas del XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica.
13. *Ortesis de bipedestación y marcha en la lesión medular*. **ARROYO RIAÑO M.O., MARTÍN FRAILE E., ALCARAZ ROUSEELET M.A., PASCUAL GÓMEZ F.** 1998, Hospital Nacional de Paraplégicos de Toledo. Rehabilitación, págs. 437-451.
14. **SHIGLEY J.E., MISCHKE C.R.** *Diseño en ingeniería mecánica*. México : McGraw-Hill, 2002.
15. *The physiological cost index of walking with mechanical and powered gait orthosis in patients with spinal cord injury*. **ARAZPOUR M., BANI M.A., HUTCHINS S.W., JONES R.K.** 2012, Archives of International Spinal Cord Society.
16. *Walking mechanics of persons who use reciprocating gait orthosis*. **BRETT JOHNSON W., FATONE S., GARD S.A.** 2009, Journal of Rehabilitation Research & Development, págs. 435-446.
17. **GUILLÉN DEL CASTILLO M., LINARES GIRELA D.** *Bases biológicas y fisiológicas del movimiento humano*. s.l. : Médica Panamericana, 2002.

18. *Exoesqueleto mecatrónico para rehabilitación motora*. **GUTIÉRREZ R., NIÑO-SUÁREZ P.A., AVILÉS-SÁNCHEZ O.F., VANEGAS F., DUQUE J.** 2007, Actas del VIII Congreso iberoamericano de Ingeniería Mecánica.
19. *Energy-efficient knee-ankle-foot orthosis: a case study*. **KAUFMAN K.R., IRBY S.E., MATHEWSON J.W., WIRTA R.W., SUTHERLAND D.H.** 1996, JPO: Journal of Prosthetics and Orthosis.
20. *Modelado y control de un exoesqueleto para la rehabilitación de extremidad inferior con dos grados de libertad*. **LÓPEZ R., AGUILAR H., SALAZAR S., LOZANO R., TORRES J.A.** 2014, Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial, págs. 304-314.
21. *Postural control during stance in paraplegia: effects of medially linked versus unlinked knee-ankle-foot orthoses*. **MIDDLETON J.W., SINCLAIR P.J., SMITH R.M., DAVIS G.M.** 1999, Archives Physical-Medical Rehabilitation, págs. 1558-1565.
22. *Diseño y construcción de un prototipo de bitutor largo de tipo KAFO termoconformado*. **MUÑOZ A., PELLICIONI O., MÜLLER-KARGER C.** 2006, Universidad Simón Bolívar, Departamento de Mecánica.
23. *Análisis numérico de prototipos de bitutor largo de tipo KAFO termoconformado*. **PELLICIONI O., MÜLLER-KARGER C.** 2010, Universidad Simón Bolívar, Departamento de Mecánica.
24. *Engineering design review of stance-control knee-ankle-foot orthoses*. **YAKIMOVICH T., LEMAIRE E.D., KOFMAN J.** 2009, Journal of Rehabilitation Research & Development, págs. 257-268.
25. *Device for the Automatic Control of the Articulation of the Knee Applicable to a Prosthesis of the Thigh*. **P., FILIPPI.** 1942, U.S Patent.

ANEXOS

- **ANEXO I: PROTOTIPO**
- **ANEXO II: PROGRAMA DE CÁLCULO**
- **ANEXO III: DIAGRAMA DE FLUJO DE LA METODOLOGÍA DE TRABAJO SEGUIDA**

ANEXO I: PROTOTIPO

Después de todo el estudio realizado para el exoesqueleto, se propondrá, a continuación, una variación del mismo con vistas a poder realizar un prototipo de él, pero de forma que sea más sencilla su construcción en un laboratorio.

Dado que el estudio es válido para cualquier condición basta con modificar los datos de entrada (los datos técnicos que se basan en la masa del sujeto y las dimensiones del mismo). Por lo tanto, se realizará un estudio paralelo al del exoesqueleto para poder diseñar este posible prototipo.

La principal variación con el exoesqueleto del cual era estudio este Trabajo de Fin de Grado, es que se considerará como carga o fuerza externa tan solo el peso propio de la estructura, el cual se ha estimado en primer lugar que será de un máximo de 6 kg.

1. ESTUDIO DEL MOVIMIENTO

1.1. ANÁLISIS ESTÁTICO

Como ya se dijo anteriormente, se ha decidido hacer un prototipo basado en el exoesqueleto original que se deseaba construir, pero más acorde al material del que se dispone en el laboratorio. Por lo tanto, se va a seguir a continuación el mismo esquema de cálculo que se realizó antes para el exoesqueleto ideal. Se mantienen, además, los ángulos de la *Tabla 3*.

Diseño de un exoesqueleto destinado a la movilidad del tren inferior

Tabla 23. Resultados para el análisis estático del prototipo.

Se detalla para cada una de las 27 posiciones estudiadas, los valores de las reacciones normales y cortantes y momentos flectores que deberá soportar cada una de las barras, considerando los cambios comentados.

Posición	MUSLO			PIERNA			PIE		
	N_1 (N)	V_1 (N)	Mf_1 (N*m)	N_2 (N)	V_2 (N)	Mf_2 (N*m)	N_3 (N)	V_3 (N)	Mf_3 (N*m)
1	54.52	22.03	8.82	58.80	0.00	0.00	0.00	58.80	14.70
2	54.52	22.03	8.82	58.80	0.00	0.00	0.00	58.80	14.70
3	53.71	23.91	9.56	58.76	2.05	0.84	0.00	58.80	14.70
4	55.92	18.17	7.26	58.80	0.00	0.00	0.00	58.80	14.70
5	55.60	19.14	7.66	58.66	4.10	1.68	0.00	58.80	14.70
6	54.52	22.02	8.81	58.48	6.15	2.52	0.00	58.80	14.70
7	56.23	17.19	6.88	56.80	15.22	6.24	0.00	58.80	14.70
8	56.52	16.21	6.48	55.92	18.17	7.45	0.00	58.80	14.70
9	54.89	21.07	8.43	55.92	18.17	7.45	0.00	58.80	14.70
10	56.52	16.21	6.48	55.25	20.11	8.25	0.00	58.80	14.70
11	57.72	11.22	4.49	55.25	20.11	8.25	0.00	58.80	14.70
12	58.23	8.18	3.27	56.80	15.22	6.24	0.00	58.80	14.70
13	57.51	12.23	4.89	53.29	24.85	10.19	0.00	58.80	14.70
14	58.80	0.00	0.00	57.91	10.21	4.19	0.00	58.80	14.70
15	23.79	17.28	6.91	7.79	12.47	5.11	11.74	8.85	2.21
16	25.20	15.15	6.06	1.53	14.62	5.99	14.43	2.80	0.70
17	25.95	13.80	5.52	1.03	14.66	6.01	14.69	0.51	0.13
18	26.86	11.96	4.78	5.51	13.63	5.59	12.73	7.35	1.84
19	28.40	7.61	3.04	6.90	12.98	5.32	12.98	6.90	1.73
20	29.18	3.59	1.44	4.79	13.90	5.70	14.69	0.26	0.07
21	29.36	1.54	0.62	4.05	14.13	5.79	14.62	1.54	0.39
22	28.75	6.12	2.45	3.56	14.26	5.85	10.75	10.03	2.00
23	27.44	10.54	4.22	8.64	11.89	4.87	8.64	11.89	2.97
24	26.85	11.96	4.78	11.09	9.64	3.95	7.57	12.60	3.15
25	26.64	12.42	4.97	13.32	6.21	2.55	1.28	14.64	3.66
26	26.64	12.42	4.97	14.66	1.03	0.42	2.80	14.43	3.61
27	26.86	11.95	4.78	14.69	0.51	0.21	0.51	14.69	3.67

Respecto al original, sufre tan solo estas modificaciones:

- Se ha eliminado la carga que suponía para la estructura la persona, por lo que ahora se va a considerar una carga máxima externa de 6 kg, que se ha supuesto que pesará como máximo la estructura en sí.
- Dado que no lo va a portar ninguna persona, se ha modificado la geometría del pie a una más sencilla para los cálculos, pero que conserva las mismas características que el anterior, como el volumen.

Dentro de todo este rango de valores (*Tabla 23*), se tendrán en cuenta los mayores de cada columna, ya que serán los valores más desfavorables, y con los que se deberán hacer el resto de cálculos para conseguir las barras que resistan.

Tabla 24. Valores máximos del análisis estático del prototipo.

Valores máximos de la *Tabla 9* necesarios para seguir con el cálculo de toda la nueva estructura.

MUSLO			PIERNA			PIE		
N_1 (N)	V_1 (N)	Mf_1 (N*m)	N_2 (N)	V_2 (N)	Mf_2 (N*m)	N_3 (N)	V_3 (N)	Mf_3 (N*m)
58.80	23.91	9.56	58.80	24.85	10.19	14.69	58.80	14.70

Como se calculan de forma análoga a como se hizo para el exoesqueleto original las secciones de las barras, y se pretende usar el mismo material, los resultados obtenidos para este prototipo son:

BARRA 1: Muslo

El valor mínimo obtenido para la altura de la sección es:

$$h_1=8.72 \text{ mm}$$

Por lo que los valores mínimos de la sección necesaria para el muslo serán:

Tabla 25. Valores mínimos para la barra del muslo.

Valores mínimos que cumplen la sección necesaria para soportar las solicitaciones a las que estará sometida la barra del muslo en el prototipo.

Altura de la sección, h_1 (mm)	Base de la sección, b_1 (mm)
9	18

BARRA 2: Pierna

El valor mínimo obtenido para la altura de la sección es:

$$h_2=8.91 \text{ mm}$$

Por lo que los valores mínimos de la sección necesaria para la pierna serán:

Tabla 26. Valores mínimos para la barra de la pierna.

Valores mínimos que cumplen la sección necesaria para soportar las solicitaciones a las que estará sometida la barra de la pierna en el prototipo.

Altura de la sección, h_2 (mm)	Base de la sección, b_2 (mm)
9	18

BARRA 3: Pie

En este caso, la geometría será más sencilla a como se diseñó para el exoesqueleto original y así poder simplificar cálculos. Por ello, a partir del diseño que se hizo para el pie del exoesqueleto y adaptándola a una geometría más básica, sin que se modifiquen sus propiedades, tales como la masa, se ha diseñado la siguiente pieza:

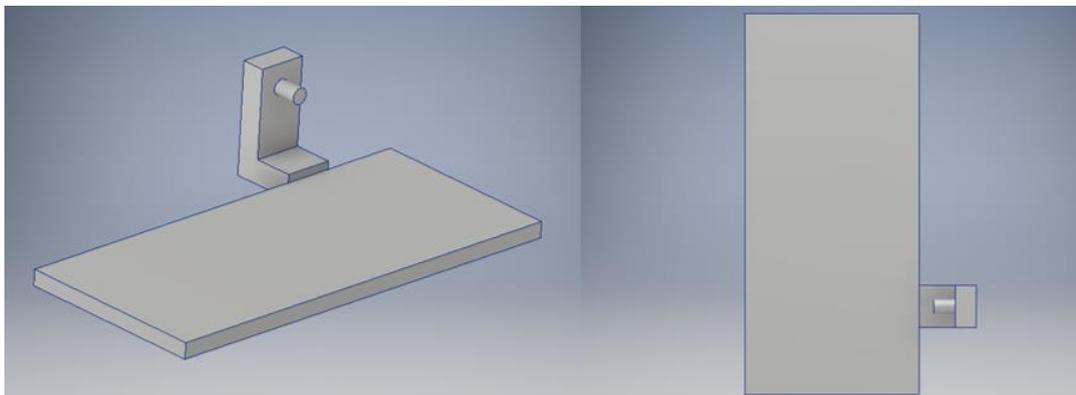


Fig. 57. Vistas en perspectiva isométrica y planta del diseño del pie para el prototipo.

Igual que en el caso del pie para el exoesqueleto, como se ha realizado de antemano el diseño de la pieza, se comprobará que resiste las solicitaciones a las que estará sometida.

Aunque no varíe la masa de la pieza final, los datos del área de la superficie y el momento resistente son ahora:

Tabla 27. Nuevos datos para la geometría del pie.

Datos de la nueva geometría propuesta para el diseño del pie del prototipo.

Área, A_3 (mm ²)	Momento resistente, W_3 (mm ³)
32696	1460421.33

Sustituyendo, como se hizo en la ecuación (110), se tiene:

$$\frac{14.69}{32696} + \frac{14700}{1460421.33} + \frac{\sqrt{3} \cdot 58.8}{175 \cdot 32696} \leq \frac{1}{1.5}$$

Resolviéndola se obtiene:

$$1.78 \cdot 10^{-5} \leq 0.67$$

Como se cumple, se puede aceptar la sección diseñada como válida para el prototipo del exoesqueleto, que es:

Tabla 28. Datos de la sección del pie en el prototipo.

Datos del largo y ancho del rectángulo que simplifica la sección que se diseñó para el pie del exoesqueleto original.

Largo del pie (mm)	Ancho del pie (mm)
268	122

1.2. ANÁLISIS CINEMÁTICO

En el análisis cinemático de la estructura, como se puede comprobar en el desarrollo teórico, no intervienen fuerzas externas a la hora de resolver las ecuaciones, que es la principal diferencia entre este prototipo y el exoesqueleto ya calculado. Por lo tanto, no habrá tampoco diferencia entre los resultados del prototipo y los del exoesqueleto original que se describen en el apartado 3.1.2.

1.3. ANÁLISIS DINÁMICO

En este caso, dado que la carga es menor que en el exoesqueleto, los resultados de la *Tabla 14* variarán, y los nuevos pares motores a tener en cuenta serán los siguientes:

Tabla 29. Resultados del análisis dinámico para el prototipo.

Valores de los pares motores necesarios en cadera, rodilla y tobillo para cada posición en el prototipo.

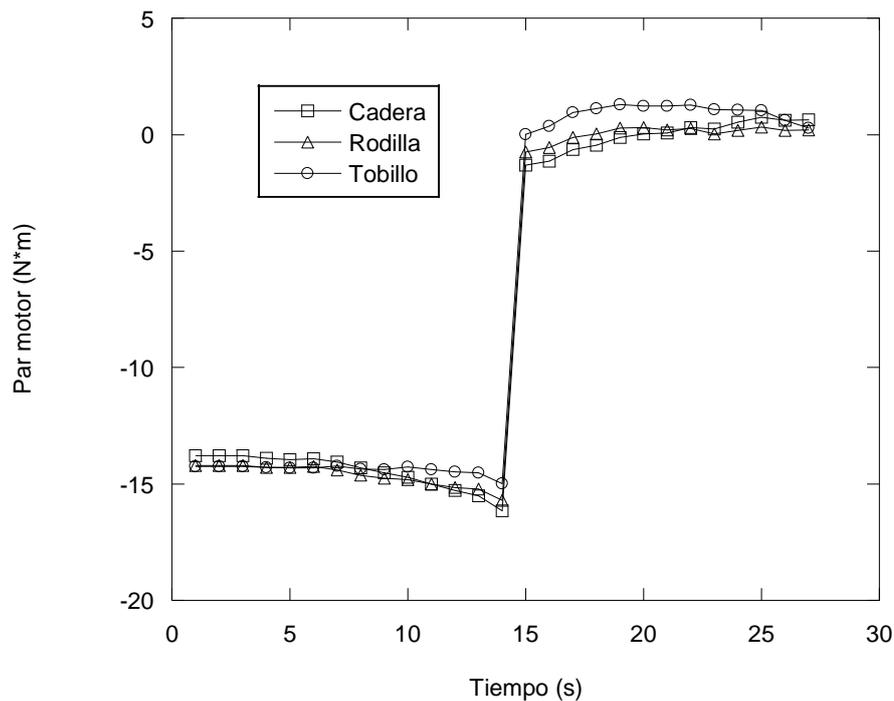
Posición	Par motor en la cadera, τ_1 (N*m)	Par motor en la rodilla, τ_2 (N*m)	Par motor en el tobillo, τ_3 (N*m)
1	-13.791	-14.207	-14.245
2	-13.787	-14.205	-14.244
3	-13.797	-14.212	-14.245
4	-13.904	-14.287	-14.287
5	-13.960	-14.296	-14.324
6	-13.921	-14.254	-14.311
7	-14.062	-14.395	-14.239
8	-14.307	-14.621	-14.353
9	-14.527	-14.758	-14.369
10	-14.703	-14.827	-14.261
11	-14.998	-14.999	-14.368
12	-15.276	-15.149	-14.482
13	-15.511	-15.211	-14.522
14	-16.152	-15.689	-14.997
15	-1.309	-0.738	0.011
16	-1.143	-0.547	0.371
17	-0.638	-0.108	0.946
18	-0.451	0.029	1.116
19	-0.121	0.292	1.280
20	0.031	0.298	1.235
21	0.083	0.205	1.239
22	0.310	0.258	1.265
23	0.239	0.024	1.082
24	0.536	0.173	1.051
25	0.756	0.340	1.044
26	0.609	0.177	0.625
27	0.637	0.205	0.294

Al igual que se hizo para el caso del exoesqueleto anterior, se desea concluir cuáles son los valores máximos de la *Tabla 15* para la elección posterior de los motores que soportarán esas solicitaciones:

Tabla 30. Valores máximos de los pares motores para cada articulación del prototipo.

Resultados máximos que deben cumplir los motores acoplados a la cadera, rodilla y tobillo, respectivamente, para el prototipo que se desea construir.

Par motor máximo en la cadera, τ_1 (N*m)	Par motor máximo en la rodilla, τ_2 (N*m)	Par motor máximo en el tobillo, τ_3 (N*m)
-16.152	-15.689	-14.997

**Fig. 58.** Par motor en cada articulación del prototipo del exoesqueleto.

En esta gráfica (*Fig. 58*) se representan los pares motores para las barras del muslo, pierna y pie en cada instante.

2. SELECCIÓN DE LA SECCIÓN DE LAS BARRAS

La selección de las barras para el prototipo se hará de la misma manera que se eligió en el apartado anterior las del exoesqueleto original.

En este caso, serán necesarios los datos de las *Tablas 25* y *26*:

Tabla 31. Secciones mínimas para las barras del muslo y la pierna del prototipo.

Se detallan los valores que se obtuvieron para las secciones rectangulares mínimas necesarias para la barra del muslo y de la pierna en el caso del prototipo del exoesqueleto.

Sección para el muslo, $b_1 \times h_1$ (mm ²)	Sección para la pierna, $b_2 \times h_2$ (mm ²)
18 x 9	18 x 9

A diferencia de lo que ocurría para el exoesqueleto ideal, ahora se precisan de barras de la misma sección para muslo y pierna. Sin embargo, esta sección tampoco es comercial, por lo que, mirando en catálogos como se hizo anteriormente, la sección final elegida, que se ajuste a los requisitos impuestos, será:

Tabla 32. Sección comercial para la pierna completa del prototipo.

Selección de la sección comercial válida para toda la pierna (muslo y pierna) del prototipo.

Sección final, $b \times h$ (mm ²)	20 x 10

Al igual que ocurría con el pie del exoesqueleto, en este prototipo tampoco se va a encontrar una plancha que se amolde exactamente al diseño que se había planteado. Sin embargo, al ser una geometría mucho más sencilla, su fabricación será más fácil y rápida que la que se propuso anteriormente. Por todo ello, aunque deba ser fabricada a medida, su coste no será tan elevado como en el caso anterior.

3. ELECCIÓN DE LOS MOTORES

Al igual que se hizo para el exoesqueleto original, se necesitan de los datos de la *Tabla 29* para conocer los motores necesarios.

Como ya se explicó en el apartado 3.3., se utilizarán también servomotores y, como tampoco los resultados de la *Tabla 30* son muy diferentes entre sí, se decide igualmente utilizar para las tres articulaciones el mismo tipo de motor:

Tabla 33. Servomotor necesario para las articulaciones del prototipo del exoesqueleto.

Características de los servomotores que se utilizarán para las tres articulaciones de estudio en el prototipo.

Par nominal, τ_n (N*m)	Torque pico, $\tau_{m\acute{a}x}$ (N*m)
5.4	19.98

4. ANÁLISIS DE TENSIÓN POR EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

Al igual que se hizo en el apartado anterior, se calculará el análisis de tensión por elementos finitos, teniendo en cuenta las cargas y las secciones finales elegidas para este prototipo. Se ha de tener en cuenta que esta vez se ha considerado como carga crítica en el programa 20 MPa, valor muy superior al que se le someterá en la realidad.

Considerando la nueva geometría de la estructura, y la reducción de la carga, pero con las mismas configuraciones de malla y de convergencia de las *Tabla 19* y *Tabla 20*, se obtienen los siguientes resultados:

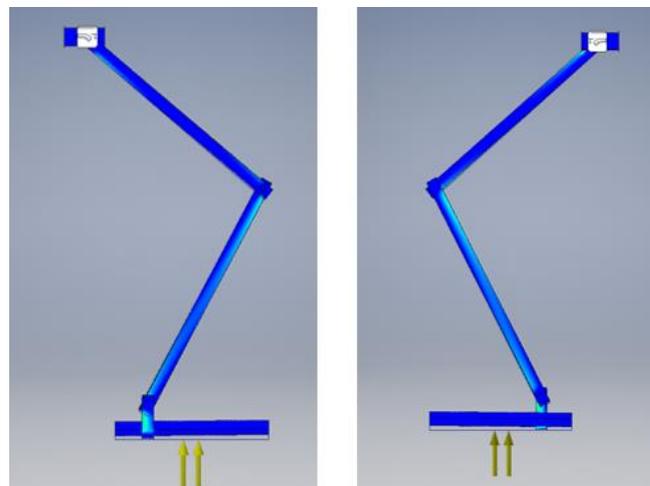


Fig. 59. Vistas exterior e interior del prototipo una vez realizado el análisis de tensión.

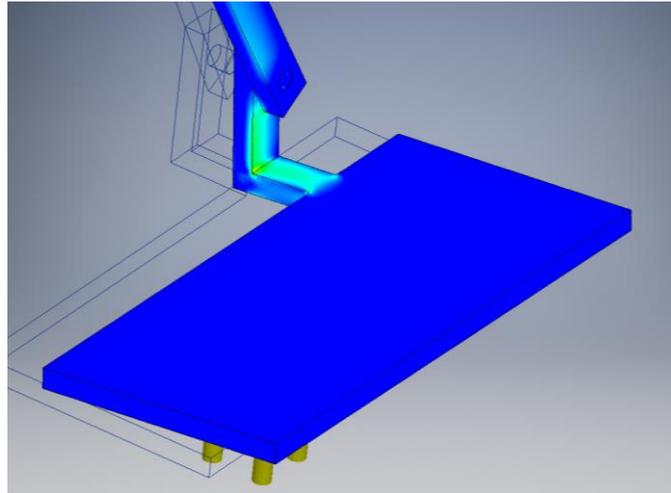


Fig. 60. Vista detalle de la zona más susceptible a fallo en el prototipo.

Como ocurría antes, la zona más problemática al incrementar las tensiones es la unión del pie con la barra de la pierna, muy cerca del tobillo. Para poder reducir esa concentración de tensiones en la zona se propone redondear esas esquinas: cuanto mayor fuese el radio de redondeo, menor será la concentración de tensiones.

En este caso, la gráfica de convergencia obtenida es:

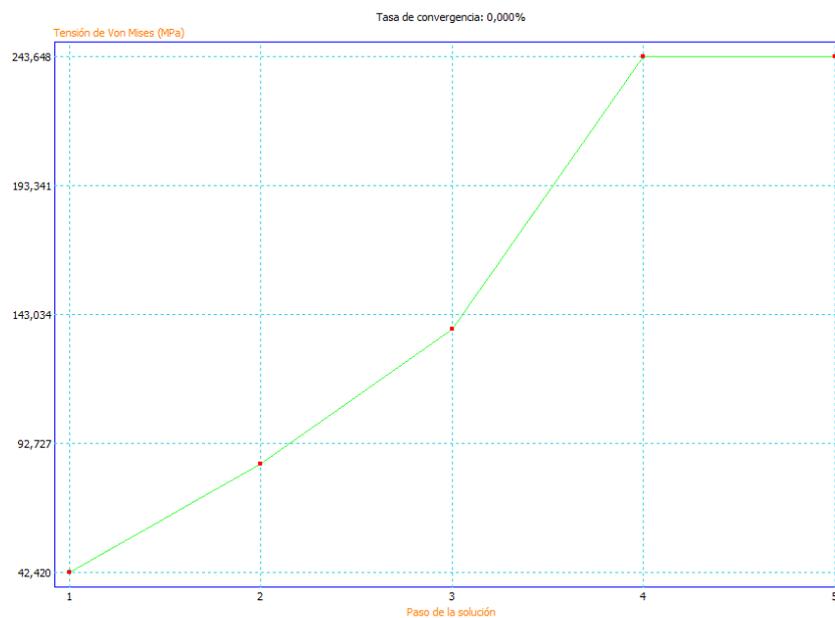


Fig. 61. Gráfico de convergencia para el prototipo.



Fig. 62. Desplazamiento lateral de la estructura para el prototipo.

De nuevo, al aplicar la presión sobre la estructura, se vuelve a desplazar hacia el interior. La solución que se propone es la misma que ya se hizo para el exoesqueleto original: colocar unas barras interiores.

ANEXO II: PROGRAMA DE CÁLCULO

Se muestra a continuación la sistematización del cálculo dinámico para la obtención de los pares motores de las articulaciones necesarios para la selección del motor adecuado.

DATOS DE ENTRADA

Momento de inercia de las barras

$$I_{\text{ner}} := \begin{pmatrix} 8086.180 \\ 8661.804 \\ 6175.548 \end{pmatrix} \text{ kg/mm}^2$$

Masa de las barras

$$M_{\text{a}} := \begin{pmatrix} 0.522 \\ 0.535 \\ 1.024 \end{pmatrix} \text{ kg}$$

Longitud de las barras

$$L_{\text{on}} := \begin{pmatrix} 400 \\ 410 \\ 250 \end{pmatrix} \text{ mm}$$

Gravedad

$$g := 9810 \text{ mm/s}^2$$

Peso del sujeto

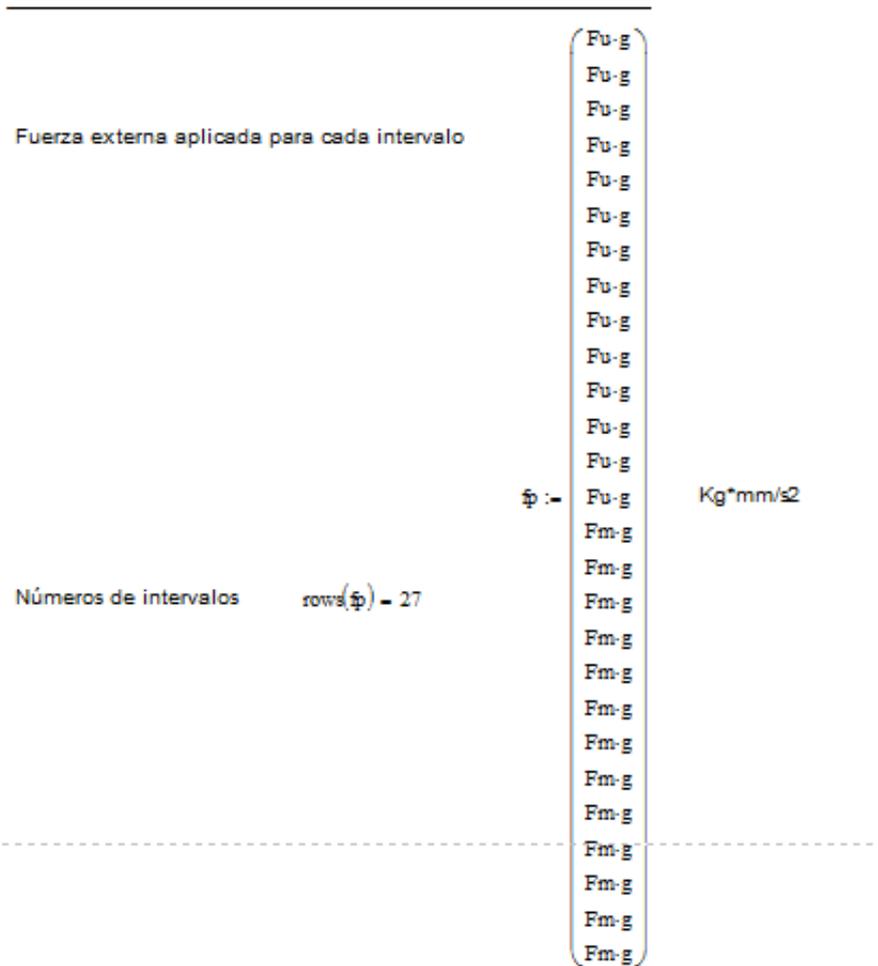
$$F_{\text{u}} := 100 \text{ Kg}$$

Peso de la pierna

$$F_{\text{m}} := 15 \text{ Kg}$$

Momento del pie

$$m_{\text{p}} := 0 \text{ Kg} \frac{\text{mm}^2}{\text{s}^2}$$



Posición, velocidad y aceleración de cada una de las barras --> obtenida de Inventor

dat2 :=



EXO\EXO\SIMPLIFICAC...\DATOS.txt

dat2 =

	1	2	3
1	-66	0	0
2	-66	0	1.408
3	-66	-0.704	-2.815
4	-68	-3.185	-2.146
5	-71	-1.557	...

Las tres primeras columnas son la posición, velocidad y aceleración de primera barra; las tres siguientes corresponden a la segunda barra y las últimas a la tercera.

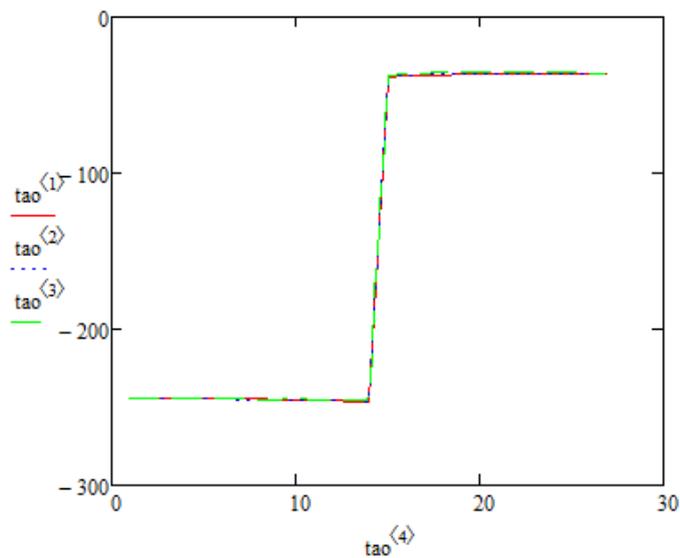
Datos obtenidos del par motor para las articulaciones: 1- cadera, 2- rodilla y 3- tobillo para cada intervalo de tiempo



TFG\EXO\SIMP...\tao_23_11_18.prn

tao	1	2	3	4	
1	-244.326	-244.742	-244.78	1	
2	-244.322	-244.74	-244.779	2	
3	-244.332	-244.747	-244.78	3	
4	-244.439	-244.822	-244.822	4	
5	-244.495	-244.831	-244.859	5	
6	-244.456	-244.789	-244.846	6	
7	-244.597	-244.93	-244.774	7	
tao =	8	-244.842	-245.156	-244.888	8
	9	-245.062	-245.293	-244.904	9
	10	-245.238	-245.362	-244.796	10
	11	-245.533	-245.534	-244.903	11
	12	-245.811	-245.684	-245.017	12
	13	-246.046	-245.746	-245.057	13
	14	-246.687	-246.224	-245.532	14
	15	-38.096	-37.525	-36.777	15
	16	-37.931	-37.334	-36.416	...

N *m



Representación gráfica del par motor de cada articulación vs. tiempo

ANEXO III: DIAGRAMA DE FLUJO DE LA METODOLOGÍA DE TRABAJO SEGUIDA

En este apartado se muestra el diagrama de flujo que estructura la metodología seguida en este trabajo, siendo aplicable el mismo diagrama para el estudio de cualquier situación donde la única variable serán los datos de entrada asociados al sujeto al que se le va a realizar el exoesqueleto.

