Solver en Excel

Asignatura: **INVESTIGACIÓN OPERATIVA**.

Elisa Frutos Bernal (efb@usal.es)

2° Grado en Estadística

1. Instalación de Solver

La hoja de cálculo Excel, dispone de un add-inn llamado **Solver** que permite hallar la solución óptima de ciertos modelos. Se trata pues de una herramienta interesante debido a su accesibilidad y facilidad de uso. Solver permite resolver modelos lineales continuos y enteros (incluso no lineales) de tamaño reducido (aproximadamente unas 200 variables y 100 celdas para restricciones).

El complemento Solver no viene cargado por defecto con Excel por lo tanto el primer paso que deberemos dar es comprobar si en nuestro equipo está instalado. Para ello iremos a la pestaña **Datos** (Figura 1):

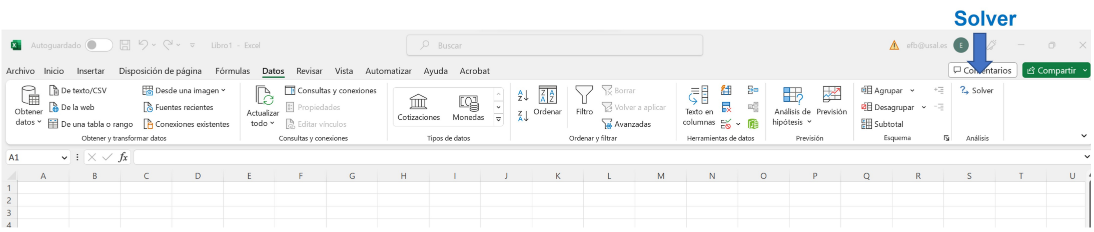

Figura 1. Pestaña **Datos** con el complemento Solver instalado

Si no está activo entonces tendremos que cargarlo. Para lo cual en la pestaña **Archivo** pincharemos en **Opciones** y en esta ventana seleccionamos **Complementos**.

En la parte inferior de esta ventana aparece la opción de Complementos de Excel (Figura 2). Para acceder a ellos presionamos el botón **Ir**. . .

Aparecerá una ventana con los complementos de Excel disponibles, entre ellos el Solver. Para cargarlo hacemos click en el recuadro Solver y presionamos el botón Aceptar (Figura 3).

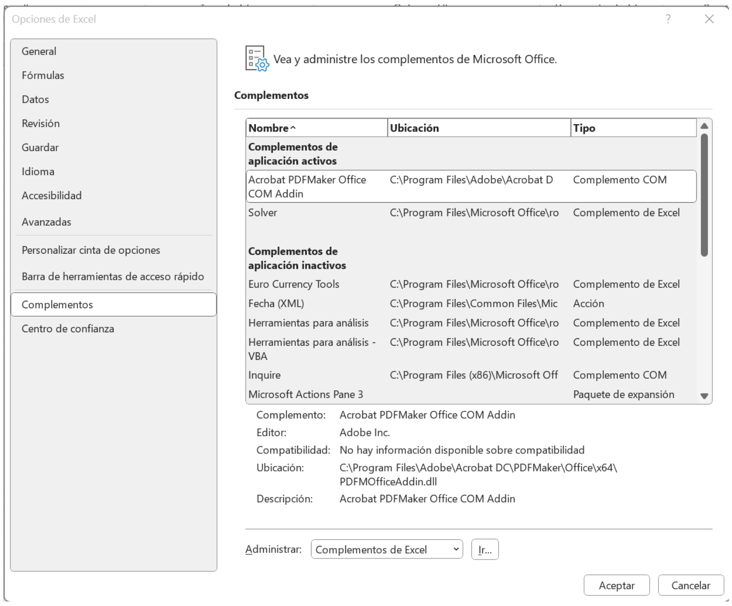

Figura 2. Ventana **Complementos** desde la que cargar el Solver

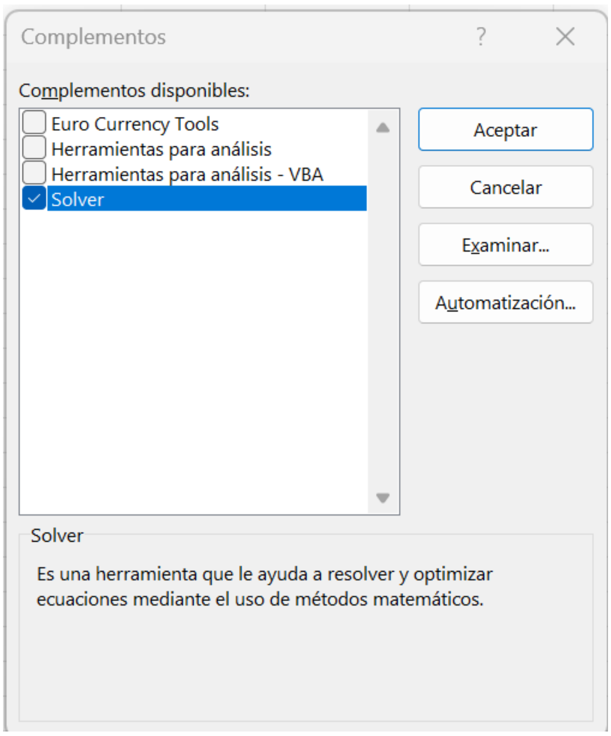

Figura 3. Activación del Complemento Solver

2. Uso de Solver de Excel en un modelo lineal

Comenzamos explicando el uso de Solver resolviendo un problema sencillo:

Tenemos una fábrica y queremos planificar cuánto haremos la próxima semana de cada uno de sus dos productos. Los beneficios obtenidos con su venta son 3000€/kg y 2000€/kg respectivamente. Llamaremos x_1, x_2 a las variables de decisión que nos indican cuántos kg se fabricarán la próxima semana respectivamente de cada producto. Tenemos las siguientes restricciones:

1. En total, hay que fabricar al menos 20 kg.
2. Hay un bonus de productividad para los trabajadores que asigna 4 veces más puntos a la producción del primer producto que a la del segundo. Hay un compromiso de que cada semana los trabajadores recibirán al menos el equivalente a 40 veces los puntos asignados al segundo producto.
3. Cada kg del primer producto necesita 4 horas de mano de obra, y cada kg del segundo necesita 5 horas. La fábrica cuenta con 4 trabajadores que trabajan 5 días a la semana en turnos de 8 horas (es decir se dipone de 160 horas semanales).
4. Hay una materia prima de la que se disponen 50 kg para la próxima semana, que es necesaria para la fabricación de ambos productos. Para fabricar un kg del primero se necesitan 2 kg de esa materia prima, y por cada kg del segundo, 1 kg de materia prima.
5. Por razones comerciales, se podría fabricar, como mucho, 4 veces más del primer producto que del segundo.

Resumiendo todo lo anterior y tomando en la función objetivo como unidad monetaria 'miles de euros' el modelo sería:

$$
\begin{aligned}
\text{máx}\, 3x_1 + 2x_2 & \\
x_1 + x_2 \geq 20 & \qquad [Rest1]\\
4x_1 + x_2 \geq 40 & \qquad [Rest2]\\
4x_1 + 5x_2 \leq 160 & \qquad [Rest3]\\
2x_1 + x_2 \leq 50 & \qquad [Rest4]\\
x_1 - 4x_2 \leq 0 & \qquad [Rest5]\\
x_1, x_2 \geq 0 &
\end{aligned}
$$

Lo primero que necesitamos para poder usar Solver es indicar dentro de las celdas de nuestra hoja dónde se encuentran las variables de decisión, la función objetivo y las partes izquierda y derecha de las restricciones (Figura 4).

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Coeficientes de la función objetivo:	3	2		F.O:	5	
3	Variables de decisión:	1	1				
4							
5							
6	[Rest1]	1	1	2	>	20	
7	[Rest2]	4	1	5	>	40	
8	[Rest3]	4	5	9	<	160	
9	[Rest4]	2	1	3	<	50	
10	[Rest5]	1	-4	-3	<	0	
11							

Figura 4. Introducción de todos los datos necesarios para resolver el modelo del ejemplo

En nuestro ejemplo hay dos variables de decisión y 5 restricciones. Por tanto tendremos que reservar dos celdas para ubicar las variables de decisión (en nuestro caso $B3$ y $C3$). Es aquí donde dejará Solver la solución una vez encontrada. Inicialmente la podemos rellenar con cualquier valor. En las celdas $B2$ y $C2$ escribiremos los coeficientes de las variables de decisión en la función objetivo.

Necesitamos una celda para la función objetivo (en nuestro caso F2). Este valor dependerá del valor que tomen las celdas de la variables de decisión. Podemos calcularlo en Excel como: $= SUMAPRODUCTO(B2 : C2; B3 : C3)$ que multiplica posición a posición dos vectores de igual dimensión y después suma esos productos.

Solo nos quedaría dar la posición de los valores de las partes izquierda y derecha de cada una de las restricciones. Introducimos los coeficientes de las variables de decisión en cada una de las restricciones y calculamos los valores de las partes izquierdas de las restricciones en las celdas $D6 : D10$. En el caso concreto de $D6$ la fórmula sería: $= SUMAPRODUCTO(B6 : C6$;B3 :C3). Arrastrando la fórmula hacia abajo tendríamos el resto de las partes izquierdas. Escribimos las partes derechas de las restricciones en las celdas: $F6 : F10$ (Figura 4).

Una vez que se han introducido todos los datos en la hoja de Excel ya se puede arrancar Solver desde el menú de Datos y aparecerá una ventana como la de la Figura 5. En esta pantalla deberemos ir indicando donde se encuentran ubicados dentro de la hoja de Excel todos los elementos del modelo. En el campo 'Establecer objetivo' se indica la celda donde se encuentra el valor de la función objetivo ($F2$ en nuestro caso). A continuación se indica si es un problema de maximización o minimización (maximización en nuestro caso). La ubicación de las celdas de decisión se indica en 'Cambiando las celdas de variables' (en nuestro caso $B3 : C3$). En el campo 'Sujeto a las restricciones' se indicarán las partes izquierda y derecha de cada restricción.

En caso de que haya que indicar que una variable es entera o binaria se añade como si fuera una restricción: en el campo 'Referencia de Celda' se indica la celda donde está esa variable de decisión y en el desplegable central se escoge ïnt"(o "bin") dejando en blanco el campo 'Restricción' (Figura 6).

Por lo que se refiere a los optimizadores en nuestro caso deberemos seleccionar Simplex LP.

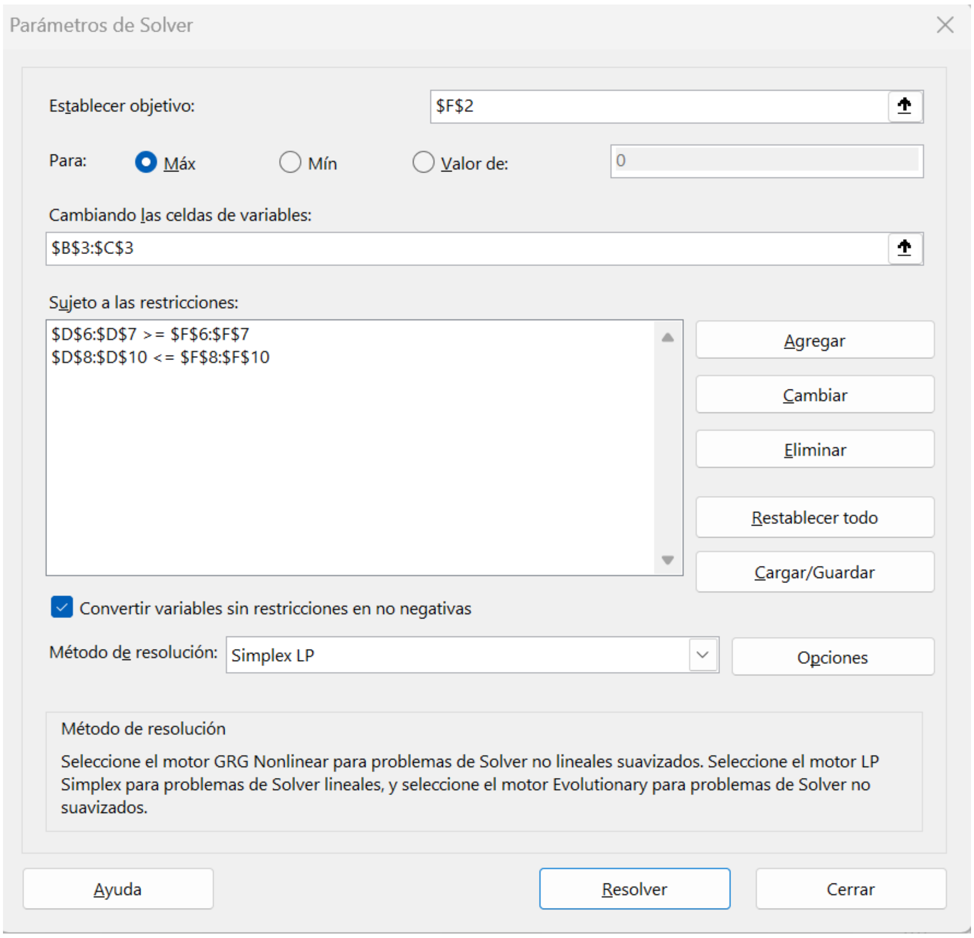

Figura 5. Parámetros de Solver

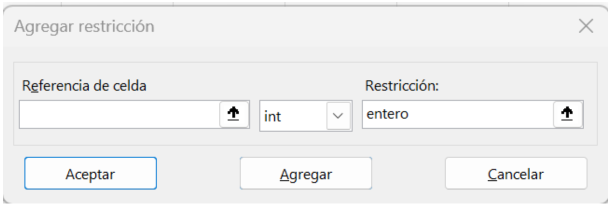

Figura 6. Pantalla para añadir restricciones

Antes de clicar en 'Resolver', en el botón de 'Opciones' se pueden controlar algunos parámetros para refinar la búsqueda (Figura 7). La 'Precisión de restricciones' fija el criterio para determinar cuándo un valor se considera igual a cero. Es decir, si la precisión es 0.00001, considerará que dos celdas son iguales cuando la diferencia entre ambas sea menor de 0.00001.

En el caso en que haya variables enteras el algoritmo Simplex no está diseñado para ofrecer directamente una solución, por lo que Solver necesita hacer múltiples (normalmente miles) de llamadas a Simplex. Esto puede dar lugar a que se incremente exponencialmente el tiempo de computación. Se puede limitar este tiempo de cálculo, bien limitando el 'Tiempo máximo (segundos)'. o bien el número de llamadas al Simplex ('Iteraciones'). De esta manera cuando llegue al máximo establecido nos ofrecerá la mejor solución que haya encontrado hasta ese momento.

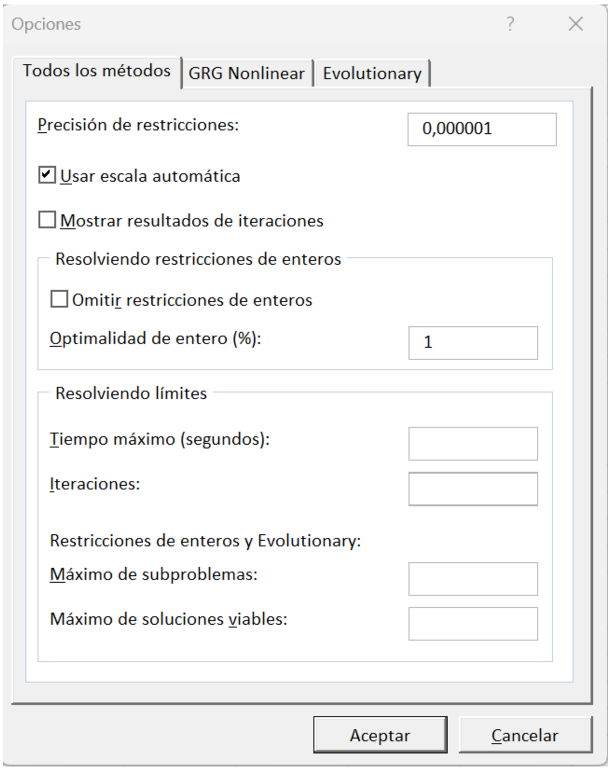

Figura 7. Pantalla de opciones de Solver

Una vez definidos todos los parámetros se busca la solución clicando en 'Resolver'. Cuando se alcance la solución aparecerá un mensaje indicando si el programa ha encontrado una solución viable o si no existe (Figura 8).

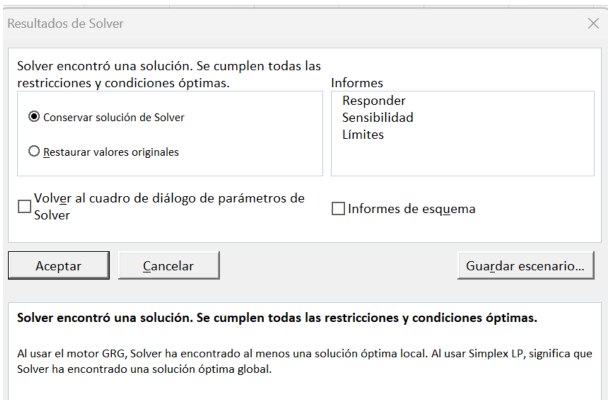

Figura 8. Pantalla de resultados de Solver

En caso de que no exista solución muestra el mensaje 'Solver no encontró ninguna solución viable' si es infactible el modelo, o el mensaje 'Los valores de las celdas objetivo no convergen' si la solución es no acotada. Si encuentra una solución factible actualiza las celdas con los valores correspondientes a esa solución óptima en las variables de decisión, en el valor de la función objetivo y en la partes izquierda de las restricciones.

3. Informe de Sensibilidad

Una vez que Solver ha encontrado una solución factible, siempre y cuando no hayamos definido variables enteras, en la pantalla en la que nos avisa de que ha encontrado una solución (Figura 8) se puede solicitar que nos facilite el informe de sensibilidad. Si la marcamos, aparece este informe en una hoja nueva (Figura 9). Consta de dos partes: la superior se corresponde con las variables de decisión y la inferior con las restricciones.

Microsoft Excel 16.0 Informe de sensibilidad
Hoja de cálculo: [Libro1]Hoja1
Informe creado: 06/07/2023 19:14:48

Celdas de variables

Celda	Nombre	Final Valor	Reducido Coste	Objetivo Coeficiente	Permisible Aumentar	Permisible Reducir
B3	Variables de decisión:	15	0	3	1	1,4
C3	Variables de decisión:	20	0	2	1,75	0,5

Restricciones

Celda	Nombre	Final Valor	Sombra Precio	Restricción Lado derecho	Permisible Aumentar	Permisible Reducir
D6	[Rest1]	35	0	20	15	1E+30
D7	[Rest2]	80	0	40	40	1E+30
D8	[Rest3]	160	0,166666667	160	90	43,33333333
D9	[Rest4]	50	1,166666667	50	18,57142857	15
D10	[Rest5]	-65	0	0	1E+30	65

Figura 9. Informe de sensibilidad

Centrandonos en las restricciones, vemos que cada restricción tiene asociada una fila. La columna **Final valor** nos indica el valor que toma la parte izquierda de cada restricción en la solución óptima; la columna **Restricción lado derecho** se corresponde con la parte derecha de las restricciones (dato que hemos introducido nosotros previamente). La columna **Precio sombra** va a tomar valores no nulos siempre y cuando la parte izquierda y la parte derecha de las restricciones sean iguales. El hecho de que se produzca esta igualdad indica que el recurso que representa esta restricción se agota en la solución óptima. Podría ser interesante saber que pasaría si tuvieramos más recurso (es decir si cambiara el valor de la parte derecha).

El **precio sombra** indica cuanto mejoraría la función objetivo en caso de que se relajara dicha restricción una unidad. En nuestro caso concreto permite responder a las preguntas ¿Sería interesante tener una hora más en la restricción 3? ¿sería rentable incurrir en ese sobrecoste?

En el ejemplo, el precio sombra indica que si aumentara en una unidad la parte derecha de esa restricción (pasara de 160 a 161), el valor de la función objetivo en la nueva solución óptima sería de $85 + 0{,}167$ (se podría comprobar ejecutando de nuevo Solver después de cambiar la celda $F8$). Como sabemos lo que aumentará el valor de la función objetivo, podemos deducir que si el coste de aumentar una hora de trabajo fuera menor que 0,167 merecería la pena dado que obtendríamos un beneficio neto.

La pregunta ahora es si se podrían aumentar indefinidamente las horas disponibles y obtener por tanto beneficios ilimitados. La columna **Permisible aumentar** y la columna **Permisible reducir** indican cuantas unidades se podrían relajar las restricciones manteniéndose ese cambio de 0,167 en la función objetivo indicado por el precio sombra. Más allá de esos límites, el precio sombra cambia su valor y no podemos seguir con nuestra lógica de beneficio. En nuestro ejemplo se podrían aumentar 90 horas en la restricción 3, con un beneficio por cada hora aumentada de 0,167. De igual modo, en caso de que se tuvieran disponibles menos horas de las 160 indicadas en el modelo, la penalización sería de 0,167 por cada una, siempre y cuando la reducción fuera de menos de 43,33 horas.

La información relativa a las variables de decisión nos indica a través de las columnas **Permisible aumentar** y **Permisible reducir** cuánto pueden variar los coeficientes de la función objetivo asociados a cada variable de decisión sin que cambie la solución óptima ($x_1 = 15, x_2 = 20$). Es evidente que aunque no cambie la solución óptima, al producirse un cambio en los coeficientes cambiará el valor de la función objetivo de la solución óptima.

Los coeficientes de la función objetivo ($3x_1+2x_2$) se muestran en la columna **Objetivo Coeficiente**. La solución óptima sería la misma si el coeficiente de x_1 está en el intervalo $[3 - 1{,}4; 3 + 1]$, es decir, en el intervalo $[1{,}6; 4]$ (sin cambiar el x_2), y si el coeficiente de x_2 está en el intervalo $[2 - 0{,}5; 2 + 1{,}75] = [1{,}5; 3{,}75]$ (sin cambiar el x_1). Por tanto, si la función objetivo fuera $3x_1 + 1{,}51x_2$, podríamos afirmar que la solución seguiría siendo $x_1 = 15$, $x_2 = 20$, pero por contra sería diferente si la función objetivo fuera $3x_1 + 1{,}49x_2$.

La columna **Coste reducido** indica, en el caso de que esa variable de decisión fuera nula en la solución óptima, cuánto debería cambiar su coeficiente en la función objetivo para que la variable de decisión deje de ser igual a 0 y valga 1.