Informe Técnico – Technical Report

DPTOIA-IT-2002-002

febrero, 2002

DISEÑO Y SIMULACIÓN DE DEPÓSITOS

Ana B. Gil González

Pastora I. Vega Cruz

Departamento de Informática y Automática

Universidad de Salamanca

Revisado por:

Dr. Eladio Sanz García

Dra. Belén Pérez Lancho

Aprobado en el Consejo de Departamento de 4 de Marzo de 2002

Información de los autores:

Dr. Pastora Isabel Vega Cruz: catedrática de universidad del área de Ingeniería de Sistemas y Automática en el Departamento de Informática y Automática.

E.T.S.I.S de Béjar

Avd. Fernando Ballesteros, 2 , 37700, Béjar, Salamanca

pvega@gugu.usal.es

Ana B. Gil González: estudiante de doctorado del departamento de Informática y Automática.

Facultad de Ciencias

Universidad de Salamanca

Plaza de la Merced S/N

37008, Salamanca

España

abg@gugu.usal.es

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por el proyecto de investigación DPI200-066-C02, financiado por el Plan Nacional de I+D del Ministerio de Ciencia y Tecnología.

Resumen

Este informe recoge la metodología del diseño óptimo para procesos continuos con objeto de reducir los costes de construcción y de operación del sistema final mediante diseño integrado. El sistema tomado como base para el desarrollo es un depósito con una válvula de salida, para lo cual se ha descrito inicialmente su modelo matemático. Después de estudiar el caso más simple se propone un diseño alternativo donde calculamos de forma óptima las dimensiones de las unidades de proceso junto con el punto estacionario de operación.

Los diseños de plantas son realizados teniendo en cuenta objetivos económicos mediante la utilización de modelos no lineales. Distintas plantas han sido obtenidas para el caso particular de depósitos.

Abstract

This report shows a methodology for the optimal design of continuos processes in order to reduce the construction costs and the performance costs of the final systems within an Integrated Design framework. The system taken as reference for develoment is a tank with a valve, for this has been described the non-linear mathematical model. After studing the simpliest case, an alternative design have been selected in order to get the optimal dimension of the process units together with a stationary operating point.

The plants designs are carried out taking into account economic objectives and using non-linear first priciple models. Different plants have been obtained for the particular case of the tanks.

Tabla de Contenidos

1. Un depósito en lazo abierto

1.1. Planteamiento

Tenemos un depósito con una válvula en lazo abierto, según la figura siguiente:

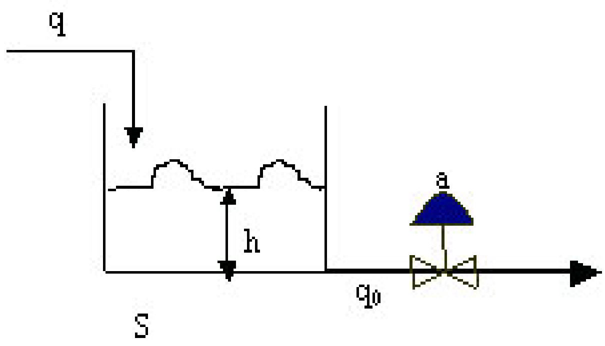

Fig 1: esquema del depósito

Ajustado su comportamiento al siguiente *modelo*:

$$S\frac{dh}{dt} = q - ka\sqrt{h}$$

donde:

S: área del depósito(m^2)

q: caudal de entrada al depósito (litros/hora)

h: nivel del líquido(m)

q_0: caudal de salida del depósito

a: apertura de la válvula

Dado un punto de operación determinado por el caudal de entrada queremos obtener los parámetros de diseño que optimicen la estructura y funcionamiento del depósito en función de tamaños de los objetos del mismo minimizando el coste de explotación y al mismo tiempo que den un punto de operación estacionario, sujeto a un conjunto de restricciones que permitan se cumplan todas las condiciones físicas y de proceso.

Matemáticamente se puede expresar como un problema de Optimización No Lineal con restricciones. Fijamos una función de coste f : $f = r^2 * \alpha + h^2 * \beta$

Donde:

r: residuos de la solución del sistema de ecuaciones del modelo

h: altura del líquido en el depósito

α, β: pesos asociados

La minimizamos:

$$\min_{h,a} f = \min_{h,a}(r^2 * \alpha + h^2 * \beta)$$

La función de coste a minimizar, está sujeta a una serie de *restricciones*:

- Restricciones sobre el ajuste de las *ecuaciones del modelo*, indicadas por el vector de residuos incluido en la función objetivo.

$$r = q - ka\sqrt{h}$$

- Restricciones *de proceso*:
  - Tiempo de retención en el depósito

$$\frac{V}{q_0} \geq 1$$

  - Apertura de la válvula

$$0 < a < 1.5$$

- Restricciones físicas que sitúan las variables en un rango razonable mediante unos límites superiores e inferiores de acotación.

1.2. Cálculo analítico

Con el fin de hacer una serie de estimaciones previas a la resolución del problema planteado se han hecho una serie de operaciones analíticas:

a) Sin restricciones:

La función a minimizar : $\min_{h,a} f = \min_{h,a}(r^2 * \alpha + h^2 * \beta)$,

donde el residuo es $r = q - ka\sqrt{h}$.

De manera que $\min_{h,a} f = \min_{h,a}((q - ka\sqrt{h})^2 * \alpha + h^2 * \beta)$

Operando:

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 0 \Rightarrow a = \frac{qi}{k\sqrt{h}}$$

$$\frac{\partial f}{\partial h} = 0 \Rightarrow h = 0$$

Aparece así una solución trivial: $h = 0 \Rightarrow a \rightarrow \infty$

Luego se puede interpretar como que al no poner ningún tipo de restricción es como si el depósito no existiese ni por consiguiente tampoco la válvula.

b) *Con restricciones:*

Para evitar el caso anterior, vamos a imponer una serie de condiciones:

Restricciones en el tiempo de retención.

$$\frac{V}{qo} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{h} \cdot S - k \cdot a \geq 0$$

Luego podemos incluir en las condiciones de resolución el que $a = \dfrac{S \cdot \sqrt{h}}{k}$

De nuevo minimizamos la función f pero ahora imponiendo las condiciones citadas.

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 0 \Rightarrow h = \frac{\beta \cdot S \cdot qi}{2 \cdot \alpha + \beta \cdot S^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial h} = 0 \Rightarrow S \cdot h = qi$$

1.3. Cálculo de los parámetros de diseño:

En función de lo planteado, construimos un programa en MATLAB para diseñar los parámetros de la planta: la apertura de la válvula y la altura de nivel en el depósito. Dicho programa consta de dos subprogramas el principal DEP.m y el de función FDEP1.m. A continuación aparece un listado con ambos programas:

1.3.1 Programa

DEP1.m

```
%Programa principal para el cálculo del volumen y apertura
% aquí se hace la llamada a la función constr

%Modelo con un deposito y una válvula fija

% Aquí se calculan los parametros de diseño, minimizando el
% coste de construcción
```

```
% Coeficiente valvula

        k=1

%  flujo de entrada

        q=2

% valores iniciales de las variables que se calculan

h0=1;
a0=1;

% Limites inferiores de las variables

vlb=[0. 0.];

% Limites superiores de las variables

vub=[100. 100.];

%
%      Condiciones iniciales
%

y0 =[h0 a0];
%
%      Llamada a la funcion fmincon(sustituye a constr)
%
opciones(1)=1;
opciones(10)=10000000;

y=constr('fdepo1',y0,opciones,vlb,vub);

disp('Resultados de la optimizacion')
disp('altura óptima')
h=y(1)
disp('apertura de la valvula')
a=y(2)

%variables : qsalida,residuos y tiempo de residencia
s=2;
q0=k*a*sqrt(h)
alfah=0.01;
betar=100;
r=q-q0
f=alfah*h^2+betar*r^2

x=sqrt(h)
Dy=2*alfah*x^3+betar*(a*a*k*k*x-q*k*a)

tres=(s*h)/q0;
```

<u>FDEP1.m</u>

```
function [f,g]=fdepo1(y)
```

```
h=y(1);
a=y(2);

% Coeficiente valvula

        k=1;

%  flujo de entrada
        S=2;
  q=2;
  %residuos
  v=S*h;
  r=q-k*a*sqrt(h);

%funcion con pesos
alfah=0.01;betar=100;
f=alfah*[h]*[h]+betar*[r]*[r];
        g=[a-1.5 -a];
```

1.3.2 Resultados

Partiendo de ciertas constantes asignadas: entrada de caudal, constantes relacionadas...

k = 1

q = 2

El programa opera:

f-COUNT	FUNCTION	MAX{g}	STEP	Procedures
3	100.01	-0.5	1	
10	58.998	-0.46875	0.0625	
14	22.1686	-0.515625	0.5	
18	4.82219	-0.65351	0.5	
22	0.397712	-0.669278	0.5	
25	0.338129	-0.670039	1	
28	0.331962	-0.667475	1	
31	0.322135	-0.659548	1	
34	0.306963	-0.640708	1	
37	0.288585	-0.625334	1	
40	0.231757	-0.582049	1	
43	0.19629	-0.549192	1	
47	0.190239	-0.508237	0.5	
50	0.154533	-0.491419	1	

53	0.136656	-0.436685	1	
56	0.123437	-0.432166	1	
59	0.106021	-0.379348	1	
62	0.0948254	-0.35274	1	
65	0.0838537	-0.3226	1	
70	0.0763453	-0.273112	0.25	
73	0.0725549	-0.281232	1	
76	0.0669497	-0.256002	1	
80	0.0653107	-0.200959	0.5	
83	0.0592658	-0.218314	1	
86	0.0555554	-0.197143	1	Hessian modified
91	0.0517879	-0.158916	0.25	
94	0.0485479	-0.145654	1	
97	0.044759	-0.0950889	1	
100	0.0389188	-0.0665842	1	
104	0.0346753	-0.0332921	0.5	
108	0.0339566	-0.016646	0.5	
111	0.0328292	-0.00505219	1	Hessian modified
114	0.0317207	2.76812e-011	1	
117	0.031595	0	1	Hessian modified
118	0.031595	0	1	Hessian modified

Hasta que converge y nos devuelve los resultados buscados:

Active Constraints: 1

Resultados de la optimización:

altura óptima h =1.7772m.

apertura de la válvula a = 1.5000

q0 = 1.9997

r = 3.1588e-004

f = 0.0316

x = 1.3331

Dy = 2.8859e-006

1.4. Simulación del depósito diseñado

Con los resultados obtenidos, los parámetros de diseño del depósito, pasamos a verificar su funcionamiento en el conjunto de la planta mediante simulación. Para ello construimos un programa en un lenguaje específico ACSL. Consta a su vez de dos subprogramas, el principal Deposito.csl y el archivo de comandos Deposito.cmd. A continuación aparecen listados.

1.4.1 Programa

Deposito.csl

```
PROGRAM deposito sin control


INITIAL
        !------------Defino constantes del programa

        !---------------" parametros de la planta "
        constant k=1. , S=2., q=2.
        !---------" valores optimos de la altura en la planta "
        !--------- y apertura valvula"

        constant  a=1.5000, h0=1.7772


END! fin del initial


DYNAMIC!-----" se simula un deposito  con altura h
        !-------y una válvula de apertura fija a "
DERIVATIVE
    !-----  " ecuaciones del deposito "
        h=integ((q-k*a*sqrt(h))/S,h0)
        q0=k*a*sqrt(h)!caudal de salida
        END! fin del derivative

        !---intervalo de comunicacion
        cinterval cint=0.1

        !---Condicion de terminacion
        constant tmax=5.
        TERMT(t.GE.tmax)
END! de Dynamic

END! fin del programa
```

Depositosc2.cmd

```
set hvdprn=.t.
set title=' Deposito optimo modelado'
prepar t,h,q0
output t,h,q0
```

```
procedure nivel
set title(41)='nivel en depo vs. Time'
plot /xtag='(horas)'
plot h /tag='(metros)' /LO=0 /HI=2
end

procedure caudal
set title(41)='caudal salida vs. Time'
plot /xtag='(horas)'
plot q0 /tag='(l/hora)' /LO=0 /HI=3
end

print /all /nciprn=10
end
```

1.4.2 Resultados

Obtenemos que se van produciendo una serie de datos en el tiempo:

Line	T	H	Q0
0	0.	1.77720000	1.99967000
10	1.00000000	1.77734000	1.99975000
20	2.00000000	1.77745000	1.99981000
30	3.00000000	1.77753000	1.99986000
40	4.00000000	1.77759000	1.99989000
50	5.00000000	1.77764000	1.99992000

Manteniéndose la altura del líquido en el depósito prácticamente constante en torno a 1.777 metros y la salida de caudal de manera análoga en torno a 1.999.

Esto se puede apreciar con claridad en las siguientes gráficas:

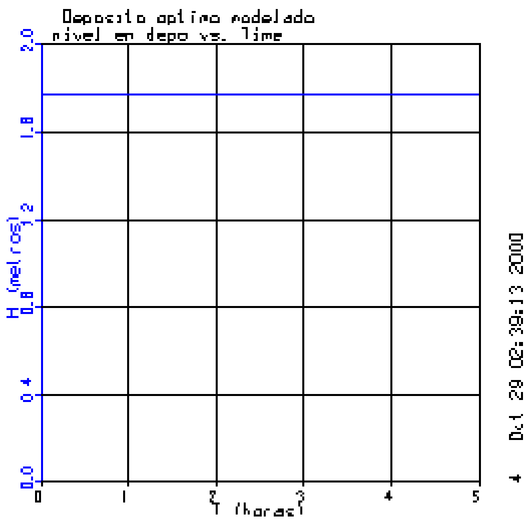

Fig.2: Nivel en el depósito

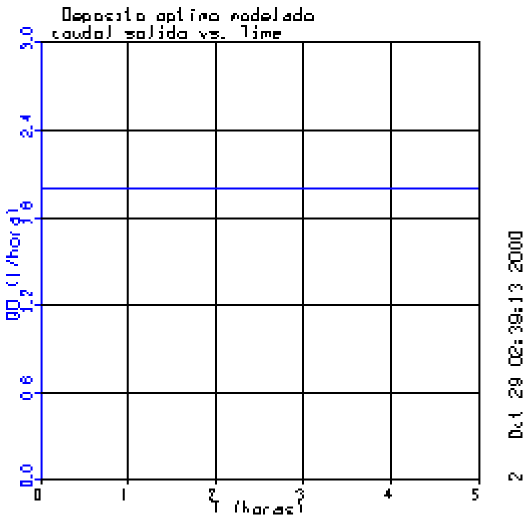

Fig. 3: Caudal de salida en el depósito

De manera que efectivamente podemos ver cómo los parámetros (apertura de la válvula y altura del nivel) diseñados mantienen un comportamiento estacionario de la planta.

2. Dos depósito en lazo abierto:

2.1 Planteamiento:

En base a la metodología y técnicas ya descritas y empleadas en el caso anterior, trabajaremos ahora en una estructura con dos depósitos y sus correspondientes válvulas, en lazo abierto. El esquema de nuestro sistema aparece en la siguiente figura:

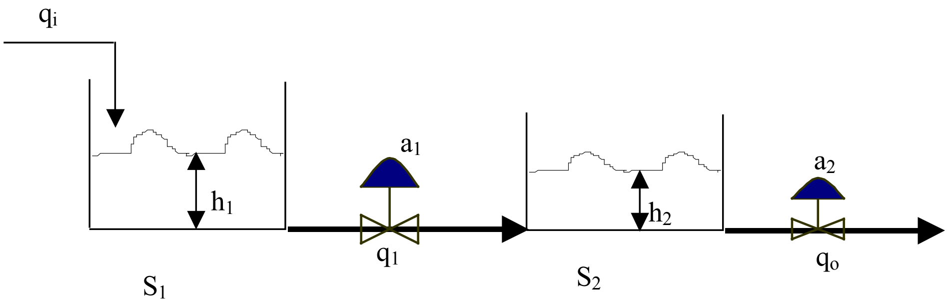

Fig. 4: Dos depósitos en Lazo Abierto

Atendiendo el comportamiento del sistema al siguiente modelo matemático:

$$S_1 \frac{dh_1}{dt} = q_i - k_1 a_1 \sqrt{h_1 - h_2} = q_i - q_1$$

$$S_2 \frac{dh_2}{dt} = q_1 - k_2 a_2 \sqrt{h_2} = q_1 - q_o$$

donde:

S1, S2: áreas de los depósitos (m^2)

qi: caudal de entrada al depósito1 (litros/hora)

q1: caudal de entrada al depósito2 (litros/hora)

q_0: caudal de salida del depósito2(litros/hora)

h1, h2: nivel del líquido en cada depósito (m)

a1, a2: aperturas de la válvulas

Como en el ejemplo anterior de un depósito, dado un punto de operación determinado por el caudal de entrada queremos obtener los parámetros de diseño que optimicen la estructura y funcionamiento del sistema descrito. Minimizando el coste de explotación se genera un punto de operación estacionario, sujeto a un conjunto de restricciones que permitan el cumplimiento de todas las condiciones físicas y de proceso.

Fijamos una función de coste f ahora en relación al sistema presentado de los dos tanques:

$$f = \alpha * h1^2 * + \beta * h2^2 + \phi * r^2 = \alpha * h1^2 * + \beta * h2^2 + \phi_1 * r_1^2 + \phi_2 * r_2^2$$

Donde:

r1, r2: residuos de la solución del sistema de ecuaciones del modelo.

h1, h2: altura del líquido en el depósito

α, β, φ1, φ2: pesos asociados

De manera que se minimiza:

$$\min_{h1, h2, a1, a2} f$$

La función de coste a minimizar, está sujeta a una serie de *restricciones*:

- Restricciones sobre el ajuste de las *ecuaciones del modelo*, indicadas por el vector de residuos incluido en la función objetivo.

$$r_1 = q_i - k_1 a_1 \sqrt{h_1 - h_2} = q_i - q_1$$

$$r_2 = q_1 - k_2 a_2 \sqrt{h_2} = q_1 - q_o$$

- Restricciones *de proceso*:
  - Tiempo de retención en los depósitos:

$$\frac{V_1}{q_1} \geq 2 \quad \frac{V_2}{q_0} \geq 2$$

- Restricciones físicas que sitúan las variables en un rango razonable mediante unos límites superiores e inferiores de acotación:
  - Volúmenes positivos y con la condición de que el depósito 1 sea mayor que el depósito 2: $V_1 \geq V_2 \geq 0$.
  - Fijamos de momento unas superficies a los depósitos de modo que esta condición queda como $h_1 \geq h_2 \geq 0$.
  - Caudales positivos: $qi, qo \geq 0$.

2.2 Cálculo de los parámetros de diseño

Descrito el planteamiento, construimos un programa en Matlab de modo que nos devuelva como resultado los parámetros requeridos para la construcción de la planta en el estacionario, aperturas de las válvulas, alturas de nivel, ...

Dicho programa consta como en ocasiones anteriores de dos subprogramas, el principal DEP2.m y el de la función FDEP2.m. A continuación aparece un listado completo de dichos programas:

2.2.1 Programas

DEP2.m

```
%Programa principal para el calculo de la altura y apertura
% aquí se hace la llamada a la función constr

%Modelo con dos deposito y dos valvulas fijas

% Aqui se calculan los parametros de diseno, minimizando el
% coste de construccion

% Coeficientes valvulas
k1=2;k2=1;

%  flujo de entrada

      qi=3

% valores iniciales de las variables que se calculan

h01=2;
a01=2;
h02=1;
a02=1;

% Limites inferiores de las variables

vlb=[0. 0. 0. 0.];

% Limites superiores de las variables

vub=[50. 100. 50. 100.];

%
%       Condiciones iniciales
%

y0 =[h01 a01 h02 a02];


opciones(1)=1;
opciones(10)=100;
% llamada a la funcion constr
y=constr('fdepo2',y0,opciones,vlb,vub);

disp('Resultados de la optimizacion')
disp('altura óptima1')
h1=y(1)
disp('apertura de la valvula1')
```

```
a1=y(2)
disp('altura óptima2')
h2=y(3)
disp('apertura de la valvula2')
a2=y(4)


%variables : qsalida,residuos y tiempo de residencia
s1=2;s2=2;
%h1>h2;h2>0;
q1=k1*a1*sqrt(h1-h2)
q0=k2*a2*sqrt(h2)
alfah1=0.01;
betar1=8;
alfah2=0.01;
betar2=8;

r1=qi-q1
r2=q1-q0

f=alfah1*h1^2+alfah2*h2^2+betar1*r1^2+betar2*r1^2


tres1=(s1*h1)/q1;
tres2=(s2*h2)/q0;
```

FDEPO2.m

```
function [f,g]=fdepo2(y)
h1=y(1);
a1=y(2);
h2=y(3);
a2=y(4);

% Coeficiente valvula

k1=2;
k2=1;

%  flujo de entrada
      S1=3;S2=2;
   qi=3;
 %residuos
   v1=S1*h1;
   v2=S2*h2;
q1=k1*a1*sqrt(h1-h2);
q0=k2*a2*sqrt(h2);
r1=qi-q1
r2=q1-q0

%funcion con pesos
alfah1=0.01;betar1=8;
alfah2=0.01;betar2=8;
f=[alfah1*h1]*[alfah1*h1]+[alfah2*h2]*[alfah2*h2]+...
   [betar1*r1]*[betar1*r1]+[betar2*r2]*[betar2*r2];
g=[h2-h1 -h2...
   -q0 -q1...
```

```
4*q1-S1*h1 2*q0-S2*h2];
```

2.2.2 Resultados de la optimización

altura óptima del depósito 1

h1 = 4.7169

apertura de la válvula 1

a1 = 1.1447

altura óptima en el depósito 2

h2 = 3.0000

apertura de la válvula 2

a2 = 1.7320

Donde los caudales son:

q1 = 3.0000

q0 = 3.0000

Residuos:

r1 = 1.5027e-005

r2 = 1.6712e-005

El resultado de la función de coste:

f = 0.3125

2.3 Simulación de los depósitos diseñados

Los parámetros obtenidos en la optimización, describen una planta en dimensiones y un punto de trabajo. Pasamos a simular el comportamiento de la planta obtenida, mediante el lenguaje de simulación de ACSL. Para ello desarrollamos dos programas el principal Depos2.csl y el archivo de comandos Deposc2.cmd. A continuación listamos dichos programas:

2.3.1 Programas

Deposc2.csl

```
PROGRAM deposito sin control

INITIAL
      !------------Defino constantes del programa

      !---------------" parametros de la planta "
      constant k1=2. ,k2=1, S1=3., S2=2,qi=3.
      !---------" valores optimos de la altura en la planta "
      !--------- y apertura valvula"
```

```
      constant  a1=1.1447, h01=4.7169,a2=1.7320, h02=3.0000

END! fin del initial

DYNAMIC!-----" se simulan dos deposito con altura h
      !-------y una válvula de apertura fija a "
DERIVATIVE
      !-----  " ecuaciones del deposito "
      h1=integ((qi-k1*a1*sqrt(h1-h2))/S1,h01)
      q1=k1*a1*sqrt(h1-h2)!caudal de salida del depo1
      h2=integ((q1-k2*a2*sqrt(h2))/S2,h02)
      qS=k2*a2*sqrt(h2)!caudal de salida del depo1
END! fin del derivative

      !---intervalo de comunicacion
      cinterval cint=0.1

      !---Condicion de terminacion
      constant tmax=10.
      TERMT(t.GE.tmax)
END! de Dynamic

END! fin del programa
```

Deposc2.cmd

```
set hvdprn=.t.
set title=' Deposito optimo modelado'
prepar t,h1,h2,qs
output t,h1,h2,qs

procedure nivel1
set title(41)='nivel en depo1 vs. Time'
plot /xtag='(horas)'
plot h1 /tag='(metros)' /LO=0 /HI=7
end

procedure nivel2
set title(41)='nivel en depo2 vs. Time'
plot /xtag='(horas)'
plot h2 /tag='(metros)' /LO=0 /HI=4
end

procedure caudal
set title(41)='caudal salida vs. Time'
plot /xtag='(horas)'
plot qs /tag='(l/hora)' /LO=0 /HI=4
end

print /all /nciprn=10
end
```

2.3.2 Resultados

Obtenemos que se van produciendo una serie de datos (alturas y caudal de salida) en el tiempo:

T	H1		H2	QS
0	0.	4.71690000	3.00000000	2.99991000
10	1.00000000	4.71695000	2.99997000	2.99990000
20	2.00000000	4.71700000	2.99997000	2.99990000
30	3.00000000	4.71702000	2.99999000	2.99990000
40	4.00000000	4.71702000	2.99999000	2.99990000
50	5.00000000	4.71702000	2.99999000	2.99990000
60	6.00000000	4.71702000	2.99999000	2.99990000
70	7.00000000	4.71702000	2.99999000	2.99990000
80	8.00000000	4.71702000	2.99999000	2.99990000
90	9.00000000	4.71702000	2.99999000	2.99990000
100	10.0000000	4.71702000	2.99999000	2.99990000

Dibujando los resultados de la simulación para caudales de salida y niveles en los depósitos mediante sus correspondientes gráficas, vemos el buscado comportamiento estacionario en los niveles de cada depósito:

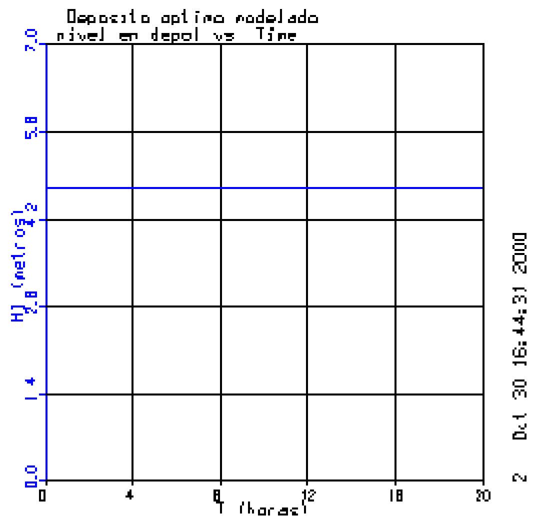

Fig. 5: Nivel en el depósito1

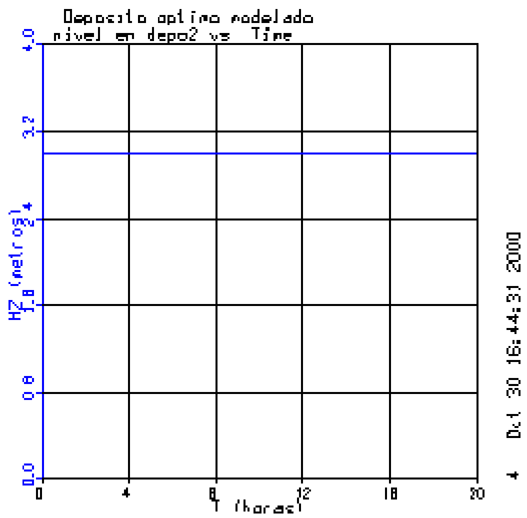

Fig. 6: Nivel en el depósito2

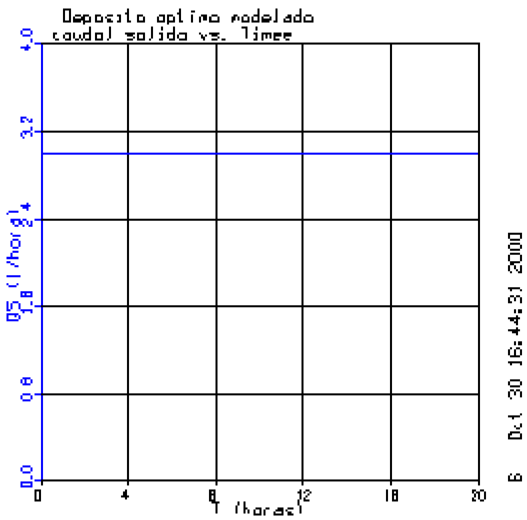

Fig.7: Caudal de salida de la planta

De manera que podemos observar cómo se verifica que los parámetros diseñados aperturas y niveles, cumplen que se trata de una planta con comportamiento estacionario y además de resultados prácticamente iguales en diseño que en simulación.