Un análisis de los problemas aritméticos en los libros de texto de Educación Primaria

JOSETXU ORRANTIA, LOURDES B. GONZÁLEZ Y SANTIAGO VICENTE

Universidad de Salamanca

Resumen

El objetivo del estudio que aquí presentamos es analizar las características de los problemas con estructura aditiva que aparecen en los libros de texto de Educación Primaria publicados por tres de las editoriales más representativas de nuestro país. El análisis ha sido llevado a cabo a partir de tres variables: a) la estructura semántica de los problemas, b) el grado de "desafío" que subyace a los problemas, y c) el contexto situacional en el que aparecen los problemas. Los resultados muestran que los problemas que aparecen en los libros de texto presentan una naturaleza altamente estereotipada. Así, los problemas más numerosos corresponden con los más sencillos de resolver desde el punto de vista de su estructura semántica. Los problemas desafiantes son escasos, y se formulan en contextos situacionales muy estándares. Los resultados son discutidos en función del rol que los problemas verbales tienen en los libros de texto.

Palabras clave: Resolución de problemas aritméticos, estructura semántica, libros de texto.

Analysing arithmetic word problems in Primary Education text books

Abstract

The present study assesses the characteristics of addition and subtraction word problems from three representative Spanish Primary Education textbook series. The analysis undertaken is based on three variables: a) the semantic structure of the problems; b) the degree of "challenge" underlying these problems; and c) the situational context depicted in the problems. The results showed that textbooks problems have a highly stereotyped nature. Thus, from the viewpoint of its semantic structure, the simplest problems to solve were also the most numerous. Problems posing a challenge are few and tend to be formulated in very standard settings. The study's implications are discussed in terms of the role of word problems in textbooks.

Keywords: Word problem solving, semantic structure, textbooks.

Agradecimientos: Este trabajo ha sido financiado por el proyecto BSO2003-05075 del Ministerio de Ciencia y Tecnología

Correspondencia con los autores: Josetxu Orrantia. Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación. Universidad de Salamanca, Facultad de Educación. Pso. Canalejas 169. 37008 Salamanca. Tel. 923 294 630. E-mail: orrantia@usal.es.

Original recibido: Julio, 2005. *Aceptado:* Agosto, 2005.

Las matemáticas juegan un importante papel en el curriculum de la escolaridad elemental, al proporcionar instrumentos que permiten describir y analizar numerosas situaciones que ocurren en el mundo real. Esta utilidad práctica de las matemáticas queda reflejada en la resolución de situaciones problemáticas (en el formato de un problema verbal) puesto que permite desarrollar en los estudiantes las habilidades sobre cuándo y cómo aplicar sus conocimientos matemáticos a situaciones de la vida cotidiana.

Sin embargo, la utilidad práctica de la resolución de problemas contrasta con las dificultades que presentan muchos alumnos y alumnas en esta tarea, aún cuando no tengan dificultades para ejecutar las operaciones aritméticas implicadas en el problema. Esta discrepancia entre la ejecución de operaciones y la resolución de problemas puede ser explicada por diferentes factores, entre los que cabe identificar tres. Un primer factor puede ser el tipo de estrategias que los estudiantes ponen en marcha para resolver el problema. Puesto que los problemas parten de un texto lingüístico, las estrategias necesarias para su resolución deberían permitir crear, a partir de la comprensión del enunciado, una *representación* del problema desde la cual planificar dicha resolución; frente a esto, muchos estudiantes utilizan otras estrategias más superficiales, cuya característica fundamental es que se saltan este proceso de comprensión. Un segundo factor tiene que ver con el conocimiento conceptual necesario para resolver los problemas, puesto que, como veremos más adelante, algunos problemas necesitan un conocimiento más avanzado que otros. Y un tercer factor, que en cierta medida interactúa con los anteriores, tiene que ver con las variables propias del problema.

Es precisamente este último factor el que nos interesa en el trabajo que aquí presentamos. Nuestro objetivo es analizar las características de los problemas que aparecen en los libros de texto, ya que, como más adelante argumentaremos, el contexto en el que se presentan los problemas puede tener una influencia directa en el desarrollo de las estrategias y conocimientos necesarios para su resolución. Concretamente, analizaremos tres variables: a) la estructura semántica de los problemas, b) el grado de desafío que subyace a los problemas, y c) el contexto situacional en el que aparecen los problemas. El interés de estas variables radica no sólo en la visión que proporcionan del tipo de problemas al que se enfrentan los alumnos diariamente en las aulas, sino también en el hecho de que, en cierta medida, forman parte de los marcos teóricos que subyacen a los proyectos internacionales de evaluación del rendimiento de los alumnos en matemáticas, como el informe PISA (Program for International Students Assessment) o el TIMSS (Trends in International Mathematics and Sciences Study). Así, el proyecto PISA establece que las matemáticas suponen la capacidad de los estudiantes para resolver e interpretar situaciones problemáticas del mundo real en las que el camino hacia la solución no resulta obvio de modo inmediato. En este sentido, los problemas proporcionan un contexto auténtico de utilización de las matemáticas.

En lo que sigue consideraremos, en primer lugar, la importancia de estas variables en la resolución de problemas, atendiendo fundamentalmente a los diferentes tipos de problemas en función de su estructura, ya que la misma va a condicionar el grado de dificultad de los problemas; además, las otras dos variables que pretendemos estudiar (el grado de desafío y el contexto situacional) tienen una estrecha relación con la estructura del problema. Nos vamos a centrar, por razones obvias de espacio, solamente en los problemas con estructura aditiva, es decir, aquellos problemas que se resuelven aplicando las operaciones básicas de suma o resta, aunque con algunos matices, como expondremos en el apartado de metodología. Posteriormente, revisaremos brevemente algunos trabajos relacionados con el análisis de los libros de texto. Y terminaremos esta introducción con los objetivos específicos de este trabajo.

IMPORTANCIA DE LA ESTRUCTURA SEMÁNTICA DE LOS PROBLEMAS

¿Por qué es importante analizar la estructura semántica de los problemas? Como comentábamos más atrás, entre los factores que explican las dificultades que tienen muchos estudiantes en la resolución de problemas se encuentran el tipo de estrategias que ponen en juego y los conocimientos conceptuales que necesitan para resolver ciertos problemas. Pero estos factores (relacionados entre sí) están mediatizados por el grado de dificultad de los problemas, el cual depende fundamentalmente de su estructura semántica. Así, ciertos problemas necesitarán estrategias más sofisticadas y conocimientos más avanzados, mientras que en otros ocurrirá lo contrario. En este sentido, la "dieta" de problemas a los que se enfrentan los estudiantes condiciona el tipo de estrategias y conocimientos que se promueven. Dieta que, como hemos planteado, depende de la estructura semántica. Veamos el análisis de esta variable en los problemas con estructura aditiva.

A pesar de que tradicionalmente se ha analizado la influencia que las variables superficiales del problema, como el número de palabras o la complejidad sintáctica entre otras, tienen en la capacidad de los alumnos y alumnas para resolver problemas, en los últimos veinte años el foco de la investigación se ha centrado en las características de la tarea relacionadas con la estructura semántica de los problemas, ya que, como venimos diciendo, esta variable tiene una influencia directa en la relativa dificultad de tales problemas.

Los problemas verbales aritméticos pueden ser considerados genuinos textos, esto es, auténticas entidades discursivas (Orrantia, 1993; Reusser, 1990), y como tales poseen una estructura (superestructura en términos de la comprensión del discurso, véase van Dijk y Kintsch, 1983) que representa las relaciones semánticas básicas entre las cantidades que aparecen en el problema. En este sentido, podemos hablar de distintos tipos de problemas en función de su estructura semántica, es decir, de las posibles relaciones que se establecen entre los conjuntos que aparecen en el enunciado. Se han propuesto diferentes esquemas de clasificación para los problemas de suma y resta de una operación (Carpenter y Moser, 1982; Fuson, 1992; Nesher, Greeno y Riley, 1982; Riley y Greeno, 1988; Riley, Greeno y Heller, 1983; Vergnaud, 1982). Quizás la clasificación más utilizada haya sido la propuesta por Riley y colaboradores, en la que distinguen tres categorías básicas de problemas: cambio, combinación y comparación (véase Apéndice A).

Los problemas de cambio parten de una cantidad a la que se añade o quita algo para dar como resultado una cantidad mayor o menor. Los problemas de combinación y comparación parten de dos cantidades que se combinan o comparan para producir una tercera. Los problemas dentro de cada una de estas categorías reflejan el mismo tipo de acciones o relaciones, pero, dado que los problemas incluyen tres cantidades, una de las cuales es la desconocida, en cada categoría podemos identificar diferentes tipos de problemas dependiendo de la identidad de la cantidad desconocida. Así, en los problemas de cambio donde se produce un cambio sobre una cantidad inicial para dar un resultado, la cantidad desconocida puede ser el resultado, el cambio o la cantidad inicial; dado que el cambio puede ser añadir o quitar, encontraríamos seis tipos de problemas de esta categoría. De la misma manera, en los problemas de comparación la cantidad desconocida puede ser el conjunto de referencia, el de comparación o la diferencia, y puesto que el conjunto de referencia puede ser el mayor o el menor, también encontraríamos seis tipos de problemas de comparación. Y en las situaciones de combinación podemos desconocer una parte, otra parte o el todo; pero en este último caso, dado que no existe ninguna diferencia conceptual entre cada una de las partes (De Corte y Verschaffel, 1987), se suelen considerar solamente dos tipos de situaciones de combinación: la que pregunta por el todo o por una de las partes. Por lo tanto, se identifican catorce tipos de problemas diferentes con estructura aditiva.

Algunos autores (Carpenter y Moser, 1982; Fuson, 1992) han propuesto una categoría adicional que puede considerarse una "mezcla" de las categorías de cambio y comparación; son los problemas de igualación, en los que la relación comparativa entre dos cantidades no se expresa de forma estática (como en los problemas de comparación) sino dinámicamente (véase Apéndice A).

Volvamos a la idea del grado de dificultad de los problemas en función de su estructura semántica. Es fácil imaginar que los distintos tipos de problemas pueden diferir en la mayor o menos dificultad que presentan en su resolución. Así, uno de los resultados más recurrentes ha sido que los problemas de comparación son los más difíciles de resolver (Bermejo, Lago y Rodríguez, 1994; Carpenter y Moser, 1982; De Corte y Verschaffel, 1987; Orrantia, Morán y Gracia, 1997, entre otros). Sin embargo, más que el tipo de problema tomado globalmente, parece jugar un papel más importante el lugar que ocupa, dentro de la estructura, la cantidad desconocida. Este factor hace que podamos distinguir entre problemas con un lenguaje consistente y problemas con un lenguaje inconsistente o conflictivo (Hegarty, Mayer y Monk, 1995; Mayer y Hegarty, 1996). En los primeros los términos del enunciado (por ejemplo, "ganar" o "más que") coinciden con la operación a realizar (una suma, como en cambio 1 o comparación 3), mientras que en los segundos, los términos entran en conflicto con la operación (aparece "ganar" o "más que" y hay que hacer una resta, como en cambio 5 o comparación 5), lo que hace que estos problemas sean más difíciles de resolver.

Ahora bien, ¿porqué los problemas inconsistentes son más difíciles de resolver? Seguramente estaremos de acuerdo en que estos problemas frente a los más sencillos implican poner en marcha estrategias y conocimientos más sofisticados. Esto es al menos lo que se desprende desde los diferentes modelos propuestos para intentar explicar estas diferencias en el grado de dificultad (Briars y Larkin, 1984; Cummins, Kintsch, Reusser y Weimer, 1988; Kintsch y Greeno, 1985; Reusser, 1990; Riley *et al*., 1983; Riley y Greeno, 1988). Todos ellos coinciden, de una manera u otra, en que la resolución de problemas complejos supone un elaborado proceso en el que hay que poner en marcha sofisticadas estrategias para comprender el enunciado, esto es, para trasladar el texto verbal a una representación interna abstracta en la que se recogen las distintas proposiciones, sus relaciones semánticas, así como la situación cualitativa descrita en el enunciado. Y para ello es necesario acceder a cierto conocimiento conceptual que permita establecer estas relaciones semánticas.

Así, por ejemplo, algunos modelos, como los desarrollados por Briars y Larkin (1984) o Riley *et al*. (1983) proponen que los problemas más difíciles necesitarían un conocimiento conceptual más avanzado, o si se quiere, los estudiantes fracasarían en la resolución de ciertos problemas porque no poseen el conocimiento conceptual necesario para resolverlos correctamente. Este conocimiento conceptual es un tipo de conocimiento esquemático, el cual implica, precisamente, operar con las relaciones semánticas descritas en el texto del problema. En el nivel más alto de competencia, el esquema del problema permite establecer relaciones semánticas que proyectan la información textual del enunciado en un esquema parte-todo. Esto significa conocer que, de los tres conjuntos que aparecen en el texto del problema, uno actúa como el "todo" y los otros dos como las "partes" dentro de una estructura parte-parte-todo. Tomemos como referencia el siguiente problema de comparación 5: "Juan tiene 8 canicas; él tiene 3 más que Pedro; ¿cuántas canicas tiene Pedro?". Los tres conjuntos mencionados son *el conjunto referente* (las canicas de Pedro), que ha sido comparado a otro, el *conjunto comparado* (las canicas de Juan), y la diferencia entre los dos conjuntos, el *conjunto diferencia*. Desde las proposiciones de la segunda frase del enunciado se infiere si el conjunto referente es el conjunto *mayor* y el conjunto comparado es el *menor*, o viceversa, de tal forma que, desde un esquema parte-todo, se conoce que "conjunto menor = conjunto mayor - conjunto diferencia" o "conjunto mayor = conjunto menor + conjunto diferencia", y así transformar la información textual en una ecuación matemática. En el problema que nos ocupa, y con la ayuda de esta transformación matemática (Stern, 1993), se infiere que el conjunto comparado es el mayor y el conjunto referente (el desconocido) es el menor, y así decidir hacer una resta. Estas relaciones parte-todo no aparecen explícitamente en el problema, y sin el correspondiente conocimiento esquemático (o sin el acceso a dicho conocimiento), los estudiantes no podrían inferir las relaciones entre las distintas cantidades dadas, y por lo tanto interpretarían cada frase del problema separadamente, lo cual impide, lógicamente, crear una representación adecuada de la situación problemática (véase Orrantia, 2003, para una explicación pormenorizada de esta cuestión).

Otros autores (p.e. Cummins *et al*., 1988; Kintsch y Greeno, 1985) han propuesto modelos más complejos en los que la comprensión textual interactúa con la construcción de la representación del problema en términos de conjuntos y sus interrelaciones. En este caso, el procesamiento textual y el conocimiento conceptual se integran para comprender y resolver un problema. Así, Kintsch y Greeno (1985) plantean que desde el texto del problema se deriva una representación textual "dual" en la que se puede distinguir, al igual que ocurre en la comprensión de textos (Kintsch, 1988, 1998; van Dijk y Kintsch, 1983), dos componentes: una estructura proposicional de la información descrita en el enunciado o *texto base*, donde se representan sus aspectos superficiales y semánticos, y un modelo de la situación, que se denomina *modelo del problema*, en el que se incluiría la información que se infiere desde la base de conocimientos que se posee sobre el mundo y sobre los problemas aritméticos, y se excluiría, si se diera el caso, aquella información del texto base que no se necesite para resolver el problema. En este sentido, los problemas que implican algo más que la aplicación de una operación para su resolución, bien porque contienen información superflua o porque omiten información necesaria, se resolverían desde la construcción del modelo del problema. Estos problemas, que hemos denominado "desafiantes", también serán objeto de análisis en este trabajo.

En una extensión de estos modelos basados en la comprensión textual, Reusser (1988, 1990) ha propuesto un modelo que introduce un paso intermedio entre el texto base y el modelo del problema, el cual denomina modelo de la situación episódico o modelo mental de la situación denotada por el texto del problema. Este paso guiaría la comprensión de los acontecimientos específicos de la historia presentada en el problema, tales como la estructura temporal de las acciones o las intenciones de los actores implicados. En palabras del autor "los problemas situacionales se organizan en torno a algún protagonista con ciertas necesidades, motivos y propósitos, y que está implicado en ciertas interacciones con coactores, objetos e instrumentos" (Reusser, 1988, p. 480), y que para resolver el problema "se debe convertir en transparente la estructura funcional y temporal de la acción" (p. 493). Supondría entonces un acceso al conocimiento del mundo real para entender el enunciado del problema. Como ya hemos anticipado, el contexto situacional en el que se presentan los problemas será otra de las variables objeto de análisis en este trabajo.

En definitiva , para resolver un problema hay que desencadenar una serie de estrategias que permitan crear una representación del mismo; en este proceso interactúan distintos tipos de conocimientos como lingüísticos, del mundo y matemáticos, y lo que es más importante para los efectos de este trabajo, esta representación está mediatizada por la estructura semántica del problema. En este sentido, una parte importante de las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas pueden deberse precisamente a las dificultades que tienen para comprender los enunciados.

De hecho, algunos autores sugieren que muchos alumnos y alumnas no intentan basar la resolución del problema en la comprensión del mismo; simplemente se saltan este paso y se embarcan directamente a realizar cálculos con los números que aparecen en el enunciado (Verschaffel y De Corte, 1997). Utilizan lo que estos autores denominan estrategias superficiales para resolver problemas.

Posiblemente la estrategia superficial más comúnmente utilizada sea la estrategia de la palabra clave (Hegarty *et al*., 1995; Nesher y Teubal, 1975; Verschaffel, De Corte y Pauwels, 1992). En este caso los estudiantes seleccionan palabras claves aisladas del texto que asocian con una operación determinada sin tener en cuenta una representación global de la situación del problema. Por ejemplo, las palabras “juntos” o “ganar” se asociarían con una suma, mientras que “menos que” o “perder” se asociarían con la operación de restar. Esta estrategia tiene “éxito” cuando los alumnos de enfrentan a problemas que más atrás hemos denominado consistentes, pero cuando los problemas son inconsistentes la estrategia conduciría lógicamente a un error en la operación seleccionada.

Otras estrategias superficiales descritas pueden ser aún más dramáticas. Por ejemplo, los estudiantes pueden guiarse por lo números que aparecen en el problema para decidir la operación. Así, si los números son 78 y 54 se podría pensar en una suma o una multiplicación, pero si son 78 y 3 la operación más probable sería la división, infiriendo las operaciones a partir del tamaño de los números, como así ha sido recogido por Sowder (1988). O bien seleccionar los números y dejarse guiar por la operación más reciente enseñada en clase o simplemente ejecutar una operación con la que uno se siente más competente. Incluso cuando los problemas introducen información numérica irrelevante esta tiende a ser utilizada en las operaciones ejecutadas por los estudiantes (Littlefield y Rieser, 1993).

En cualquier caso, todas estas estrategias tienen en común un estilo impulsivo y precipitado de los estudiantes cuando se enfrentan a la resolución de problemas, con la ausencia de una lectura cuidadosa del problema que les permita acceder a una representación de la situación denotada en el enunciado.

Como consideran Verschaffel y De Corte (1997), uno podría preguntarse qué motiva que los estudiantes generen este tipo de estrategias superficiales. Y en ciertas ocasiones, como así indican estos mismos autores, bien explícita o implícitamente estas estrategias pueden ser promovidas por las prácticas de enseñanza. Y estas prácticas pueden estar mediatizadas por los materiales curriculares, entre los que cabe destacar el libro de texto.

LIBROS DE TEXTO

Los estudiantes dedican buena parte de su tiempo en las aulas a trabajar con materiales preparados, entre los que el libro de texto juega un papel fundamental. Por lo tanto, tales materiales son una parte importante del contexto de enseñanza y aprendizaje. A pesar de que los trabajos relacionados con los libros de texto generalmente no han establecido un vínculo directo con el aprendizaje de los alumnos, su análisis permite tener una visión de su potencial efecto, especialmente si tenemos en cuenta que, por lo que se refiere al área de matemáticas, las prácticas educativas de los profesores están enormemente influenciadas por los libros de texto (Cooney, 1985; Haggaty y Pepin, 2002; Millett y Johnson, 1996; NCTM, 1989; Schmidt, McKnight, Valverde, Houang y Wiley, 1997; Stray, 1994). Es más, como señalan Nathan y Koedinger (2000), los libros de texto pueden ser una fuente de influencia sobre los conocimientos y creencias de contenido pedagógico de los profesores; como afirman los autores, la utilización de los libros para estructurar diariamente las clases puede llevar a los profesores a interiorizar la visión de las matemáticas que conllevan implícitamente los libros.

El análisis de los libros de texto se puede enfocar desde distintas perspectivas (Haggaty y Pepin, 2002), incluyendo tanto aspectos genéricos, tales como las circunstancias económicas y políticas de su producción o las características sociológicas y las tradiciones culturales reflejadas en el libro, como específicos, tales como su estructura, su uso en las clases por profesores y estudiantes o su contenido. Este último aspecto es el que nos interesa para nuestro trabajo, especialmente el análisis del contenido relacionado con la resolución de problemas.

Existen trabajos que han analizado los problemas en los libros de texto como una ventana a través de la cual ver las experiencias que los estudiantes tienen con este particular contenido (Carter, Li y Ferrucci, 1997; De Corte, Verschaffel, Janssens y Joillet, 1985; Fuson, Stigler y Bartsch, 1988; Li, 2000; Mayer, Sims y Tajika, 1995; Reusser, 1988; Stigler, Fuson, Ham y Kim, 1986; entre otros). Aunque algunos de estos trabajos han sido desarrollados en el contexto de estudios comparativos entre los libros utilizados en distintos países (especialmente occidentales y orientales), de todos ellos se pueden extraer algunas características que pueden ayudarnos a entender las prácticas educativas que se pueden estar promoviendo en las aulas.

Así, los problemas que aparecen en los libros de texto tienden a ser agrupados y formulados de tal forma que la utilización de estrategias superficiales puede llevar a una ejecución correcta del problema. Por ejemplo, en algunos casos se promueve la utilización de la estrategia de la palabra clave resaltando estas palabras en el propio texto del problema; en otros, la estrategia puede ser derivada implícitamente a partir de la "dieta" más o menos esteriotipada de los tipos de problemas presentados. Los problemas desafiantes, con información superflua o con datos necesarios omitidos, son poco habituales, de tal manera que los estudiantes infieren que resolver un problema implica hacer algo con (todos) los números que aparecen en el enunciado. Además, los contextos en los que aparecen los problemas son más bien esteriotipados, lo que los convierte en poco estimulantes y motivantes, llevando a los estudiantes a considerar estos contextos como algo irrelevante para la resolución de la tarea. Incluso contextos "realistas" en los que hay que hacer uso de conocimientos del mundo real son poco habituales, y cuando aparecen, los estudiantes tienden a obviarlos (ver para esta última cuestión Verschaffel, Greer y De Corte, 2000).

En definitiva, los libros de texto, como material curricular habitualmente utilizado por profesores y alumnos, pueden ser un reflejo del tipo de contenidos que se están promoviendo en las aulas en relación a la resolución de problemas. Dado que en nuestro país no contamos con muchos estudios que analicen los libros desde la perspectiva que estamos proponiendo, este será el objetivo del presente trabajo.

EL PRESENTE TRABAJO

El objetivo del estudio que aquí presentamos es analizar los problemas que aparecen en los libros de texto publicados por tres de las editoriales más representativas de nuestro país. Nuestra intención no es hacer un análisis comparativo de estos textos, sino más bien presentar un panorama más o menos amplio de los problemas a los que los alumnos se enfrentan habitualmente en las aulas, con el ánimo de que, a partir de este análisis, podamos tener una visión del tipo de prácticas educativas que pueden estar promoviéndose. Para ello, hemos realizado un vaciado de los problemas que aparecen en cada uno de los libros de los seis cursos editados en la etapa de Educación Primaria. Como ya hemos adelantado, solamente nos hemos centrado en los problemas con estructura aditiva. Los problemas los hemos categorizado en base a su estructura semántica atendiendo a las dimensiones sugeridas por los trabajos previos y que ya hemos expuesto más atrás. Además, hemos tenido en cuenta el análisis de problemas que vayan más allá de la ejecución de una operación para llegar al resultado, como problemas que omiten o añaden información o situaciones en las que los alumnos tienen que inventar preguntas, datos o problemas completos. Y, por último, hemos categorizado los problemas en relación al contexto situacional en el que aparecen, ya que esta cuestión ha sido escasamente estudiada, no sólo en nuestro país sino también fuera de nuestras fronteras, y según los modelos de resolución de problemas descritos más atrás, esta cuestión puede ser importante para la comprensión del enunciado. A partir del análisis pretendemos responder a las siguientes cuestiones; a) qué variabilidad y frecuencia tienen los problemas presentados en los libros; b) qué proporción de problemas presentan algún tipo de desafío más allá de la elección y ejecución de una operación y de qué naturaleza es; y c) qué proporción de problemas se presentan en un contexto situacional diferentes a las situaciones estándar (premisas con datos y pregunta) y de qué tipo es la información situacional.

Método

Selección de los libros de texto

Los libros analizados fueron editados por tres de las editoriales más ampliamente utilizadas en nuestro país: Ediciones SM (2001), Grupo Anaya (2003) y Grupo Santillana de Ediciones (1999). Dado que cada editorial ofrece una configuración diferente de los materiales (libro del alumno, guía del profesor, cuadernos, etcétera) decidimos centrar el análisis solamente en el libro del alumno, que obviamente es común a las tres editoriales y además es el material que con seguridad es utilizado por los alumnos (en todas las editoriales los demás materiales son complementarios). Un aspecto interesante a resaltar en las tres editoriales es que introducen un apartado específico relacionado con la promoción de estrategias de resolución de problemas.

Codificación de los tipos de problemas

El análisis de los problemas fue llevado a cabo a partir de un sistema de codificación para cada una de las variables planteadas en los objetivos: la estructura semántica, el grado de desafío y el contexto situacional.

Por lo que se refiere a la estructura semántica, codificamos tanto los problemas de una operación como de dos o más operaciones con estructura aditiva.

Los problemas de una operación se codificaron en base al esquema de clasificación descrito más atrás: cambio, combinación, comparación e igualación, y en la posición de la cantidad desconocida, con lo que identificamos 20 tipos de problemas con estructura aditiva.

Para los problemas de dos o más operaciones, dado que no contamos con ningún sistema para categorizarlos desde el punto de vista de la estructura semántica, decidimos aplicar las mismas veinte categorías a cada una de las partes del problema. Puesto que estábamos interesados en analizar todos los problemas que incluyeran estructura aditiva, codificamos todas las combinaciones posibles que aparecieron en los libros de texto. Por ejemplo, el problema "Diego tiene ahorrados 96 euros y Raúl tiene ahorrados 23 euros más que Diego; ¿cuánto dinero tienen ahorrado entre los dos?" se codificaría como comparación 3 / combinación 1. Pero dado que este planteamiento nos llevaría a numerosas categorías, para hacer el tamaño manejable hemos agrupado los problemas en categorías más genéricas (véase en el Apéndice B cada categoría y una justificación de las mismas). Un caso especial fueron los problemas de combinación 1 y 2 con tres o más partes (p.e. "Juan tiene 12 juguetes; Pedro tiene 14 juguetes y Luis tiene 15 juguetes; ¿cuántos juguetes tienen entre los tres?"; o también "Juan, Pedro y Luis tienen 36 juguetes entre los tres; Juan y Pedro tienen 23 juguetes; ¿cuántos juguetes tiene Luis?"). En estos casos, a pesar de que se podrían considerar de dos operaciones, decidimos incluirlos en la categoría básica de combinación, ya que la estructura básica no cambia (parte, parte, …, todo).

Por otro lado, también analizamos los problemas de dos o más operaciones en los que una parte incluyera una o más estructuras aditivas, aunque otra parte incluyera operaciones que no tuvieran estructura aditiva. Es el caso de las estructuras multiplicativas combinadas con estructuras aditivas, o de los problemas con estructura aditiva en las que alguna de las partes de la estructura implicara algún tipo de transformación numérica (operación), como porcentajes, conversiones de medida o fracciones. En estos casos, los problemas fueron incluidos en la categoría de la parte de la estructura aditiva correspondiente. Por ejemplo, el siguiente problema "En un garaje hay 250 coches; 3/5 de los coches son rojos y el resto azules; ¿cuántos coches azules hay?" se incluiría en la categoría de combinación 2, aunque implica dos operaciones. De cualquier forma, todos estos problemas aparecen indicados en las tablas de resultados.

Por último, también incluimos los problemas con estructura aditiva cuyas cantidades fueran diferentes al número natural, como por ejemplo decimales, fracciones o grados. En este caso los problemas fueron considerados de manera análoga a los problemas con números naturales; por ejemplo, "Miguel ha utilizado 4/5 de kilo de pintura para pintar la pared y el tejado de la caseta del perro; si Miguel ha utilizado 3/5 de kilo de pintura para la pared, ¿qué cantidad de pintura ha utilizado para el tejado?", se codificaría como un problema de combinación 2 de una operación, no distinguiéndose en los resultados de los problemas con números naturales.

Por lo que se refiere a los problemas que presentan algún desafío que vaya más allá de la selección de unos números para ejecutar una operación, incluimos las dos siguientes categorías:

– Problemas que aporten información irrelevante o que omitan datos necesarios para la solución;

– Situaciones que requieran la formulación de problemas a partir de unos elementos dados, o a partir de otros problemas estructuralmente similares o diferentes; o situaciones que requieren completar problemas, bien con la pregunta o bien con datos.

Por último, para analizar el contexto situacional en el que se presentan los problemas, distinguimos, a partir del trabajo de Reusser (1988, 1990) descrito más atrás, las siguientes categorías:

– Descripción: características descriptivas acerca de los personajes; ej. "Raquel y Juan son hermanos".

– Intención: necesidades, motivos o propósitos de los personajes; ej. "Pedro quería celebrar su cumpleaños".

– Acción: interacciones entre personajes y objetos; ej. "Juan está realizando una ruta ciclista".

– Causa: relaciones causales entre acontecimientos o personajes; ej. "Hay 35 manzanas menos porque algunas se han estropeado".

– Tiempo: relaciones temporales en los problemas de cambio más allá de los marcadores de tiempo; ej. "Cuando Roberto tenía doce años".

Procedimiento

La codificación de los problemas fue realizada por los tres autores de este trabajo. Para asegurar la fiabilidad de sistema de categorías, un libro de cada editorial fue analizado independientemente por los tres codificadores, obteniéndose un grado de acuerdo entre el 87 y el 96%. Los mayores desacuerdos se dieron fundamentalmente en la decisión de incluir o no el problema y no tanto en su codificación. No obstante los desacuerdos se resolvieron por consenso y se clarificó a partir de aquí el sistema de análisis.

Precisamente una cuestión fundamental para el análisis fue decidir qué constituía un problema, puesto que el formato de presentación fue muy variado en las editoriales. Siguiendo a Semadeni (1995) un problema (similar a los que estamos planteando en este trabajo) se puede definir como la descripción verbal de una situación problemática donde se plantean una o más preguntas que se pueden responder por la aplicación de operaciones aritméticas a los datos disponibles en el texto del problema. En este sentido, una característica de los problemas es el uso de palabras para describir la situación. Así, "Pedro gana 5 canicas en una partida y ahora tiene 8; ¿cuántas canicas tenía antes de la partida?" sería un ejemplo típico de problema, mientras que 8 – 5 = ? no. De la misma manera, y aunque la definición pudiera incluir tareas como "¿Qué ocurre si restas 5 desde 8?", esto no sería un problema porque este debería referirse a un contexto significativo existente o imaginable, excluyendo los contexto de puros cálculos numéricos (Semadeni, 1995). Por otro lado, la presentación del problema puede ser completamente verbal o presentado pictóricamente, existiendo entre ambas muchas combinaciones intermedias entre palabras y dibujos. Puesto que estábamos interesados en analizar todas las oportunidades que los estudiantes tenían para comprometerse en la resolución de un problema según la definición propuesta, decidimos codificar todas aquellas tareas que implicaran una situación problemática en la que las premisas (bien la información numérica, bien la pregunta) se presentara verbalmente o en una forma icónica isomórfica a una forma verbal. Por ejemplo, en los primeros cursos fue común encontrarnos situaciones en las que los datos se presentaban en un dibujo, por ejemplo dos cajas con una etiqueta en cada una en la que aparecía el dato numérico (5 O –numeral 5 y dibujo de un balón) y la pregunta verbal "¿cuántos balones hay en total?"; pero, OOOOO (un dibujo de cinco balones) no fue aceptado como premisa. Además, también decidimos codificar las situaciones problemáticas que se presentaban resueltas, las cuales aparecieron generalmente para introducir algún concepto u operación, ya que, aunque estuvieran resueltas, daban la oportunidad a los estudiantes de (re)conocer un particular tipo de problema. Sin embargo no codificamos las situaciones que realmente no se presentaran como problemáticas; por ejemplo, una viñeta con tres ilustraciones, en la primera una pecera con cuatro peces y el número 4 debajo, en la segunda un niño añadiendo dos peces a la pecera y la operación 4 + 2 debajo, y en la tercera una pecera con seis peces y la operación resuelta 4 + 2 = 6 debajo; aunque sea una situación de cambio 1, no la consideramos como problemática al no aparecer una pregunta explícita a la que haya que responder.

Resultados

En primer lugar presentamos el análisis de frecuencia de presentación y variabilidad de los distintos tipos de problemas. En la tabla I aparecen los datos por niveles y editoriales.

Tabla I

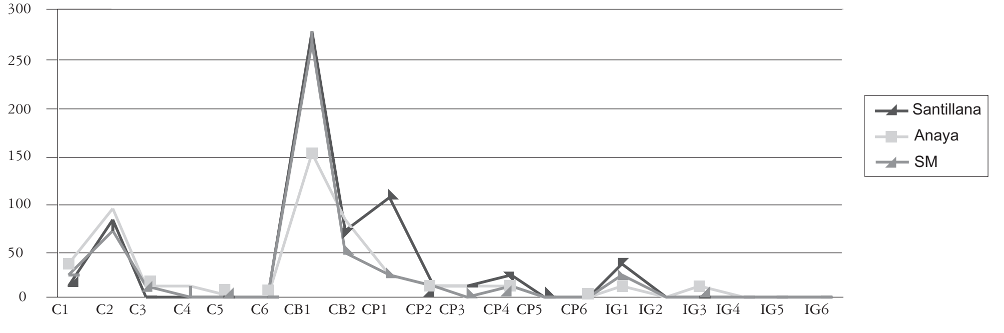
Frecuencia de los distintos tipos de problemas simples y complejos por Editoriales y niveles. El número entre paréntesis especifica el número de problemas que incluyen una parte no aditiva. C = cambio; CP = comparación; CB = combinación; IG = igualación

	SANTILLANA							ANAYA							SM							TOTALES
	1º	2º	3º	4º	5º	6º	TOTAL	1º	2º	3º	4º	5º	6º	TOTAL	1º	2º	3º	4º	5º	6º	TOTAL	
C1	2	7	4			0(1)	**13(1)**	11	1(1)	5	2	1(1)	1(3)	**21(5)**	5	3	3	0(1)	4	5(1)	**20(2)**	54(8)
C2	16	15	13(4)	0(6)	4(7)	0(8)	**48(25)**	18	4(2)	12(8)	12(10)	8(5)	3(13)	**57(38)**	8	17(1)	11(3)	3	5(2)	12(5)	**56(11)**	161(74)
C3										1(1)	1(1)		0(9)	**2(11)**					4		**4**	6(11)
C4						0(3)	**0(3)**			2(1)	3(1)			**5(2)**				1	1(1)		**2(1)**	7(6)
C5												2(1)		**2(1)**					1		**1**	3(1)
C6										1		1		**2**								2
CB1	37	39	40(19)	13(23)	28(31)	10(38)	**167(111)**	10	14	36(6)	13(18)	16(13)	7(20)	**96(57)**	22	36(6)	46(19)	35(8)	48(14)	22(14)	**209(61)**	472(229)
CB2	1	5		1(10)	3(17)	4(24)	**14(51)**		1	13(2)	2(6)	10(22)	3(20)	**29(50)**	2	7	3(1)	0(1)	14(6)	5(11)	**31(19)**	74 (120)
CP1	7	25	12(1)	4(5)	19(17)	5(13)	**72(36)**	5	5	2(1)	1(3)	3(2)	2(1)	**18(7)**	5	9	4	1	5		**24**	114(37)
CP2			2	2			**4**		2	2		0(1)		**4(1)**	4	4	2	1			**11**	19(1)
CP3	4	3	1(1)	1(1)			**9(2)**		3			2(2)	0(1)	**5(3)**	1			2			**3**	17(5)
CP4	4	3	1(2)	2	1(2)	0(1)	**11(5)**		5	2		3(1)	1(1)	**11(2)**	1	3	2	1			**7**	29(7)
CP5				1			**1**															1
CP6																						0
IG1	1	5	2(2)	3(5)	2(7)	1(1)	**14(15)**		1	4(1)	2(1)	0(1)	1(1)	**8(4)**	5	1	2(1)	3	5(1)	6(1)	**22(3)**	44(22)
IG2																						0
IG3									3				0(1)	**3(1)**						0(1)	**0(1)**	3(2)
CN																						
A			5	9(2)	3(2)	3(2)	**20(6)**			5	13(3)	6(1)	2(2)	**26(6)**	2	5	5(2)	12(1)	5(3)	5	**34(6)**	80(18)
C			2	4	9(1)	7(4)	**22(5)**															22(5)
F				1	1	1(5)	**3(5)**				2	3		**5**								8(5)
D				2		1	**3**			5(1)				**5(1)**			1				**1**	9(1)
K						1	**1**															1
B		2	1	4(1)	0(1)	5(2)	**12(4)**			4		12(2)	2(1)	**18(3)**	1	5	7		6	2	**21**	51(7)
E			2		2(1)		**4(1)**			1				**1**					1		**1**	6(1)
H				0(1)		1	**1(1)**															1(1)
G				0(1)			**0(1)**															0(1)
I													1	**1**								1
J													(1)	**(1)**								(1)
TOTAL		104	73(29)	22(50)	57(74)	20(89)	**406(271)**	44	39(3)	95(21)	51(43)	67(52)	22(73)	**318(192)**	56	90 (7)	86(26)	57 (9)	99(27)	56(33)	**444(103)**	1189(560)

Una inspección general de la tabla indica que, en términos globales y aunque existen pequeñas diferencias, las tres editoriales presentan un panorama similar respecto a la distribución de los problemas por cursos. Además, las estructuras aditivas se encuentran distribuidas a lo largo de todos los niveles, tanto en lo referente a los problemas que se resuelven con una operación como los que se resuelven con dos o más, aunque los problemas de dos o más operaciones se incrementan a partir de tercer curso. Es interesante resaltar que este incremento de los problemas de dos o más operaciones se debe fundamentalmente a la categorización de los problemas de dos operaciones en los que se combina una estructura aditiva con una multiplicativa o los problemas con estructura aditiva en los que una de las partes implica una transformación numérica (los que aparecen entre paréntesis en la tabla de resultados).

Sin embargo, los resultados más interesantes para nuestros propósitos son los relacionados con la frecuencia de aparición de las diferentes categorías de problemas en los libros. En la figura 1 se presenta la distribución de los problemas de una operación en cada una de las editoriales agrupando todos los cursos.

FIGURA 1
Distribución de los problemas simples de acuerdo a su estructura



Como podemos observar, las tres editoriales presentan una distribución muy similar de las distintas categorías de problemas. El coeficiente de correlación de Pearson entre pares de editoriales calculado a partir de los 20 tipos de problemas es de .89, .90, y .95.

En general, la línea que representa la distribución que presentan los libros es en sierra y con escasos "picos", lo que refleja que los estudiantes son expuestos a una variedad muy limitada de tipos de problemas. Por lo que se refiere a la estructura de cambio, los más abundantes son los problemas de cambio 2 y en menor medida los de cambio 1, no apareciendo prácticamente ningún problema de las demás categorías de cambio. Algo similar ocurre con la estructura de comparación; en este caso la categoría de mayor frecuencia es comparación 1, mientras que la presencia de comparación 5 y 6 es nula. Sin duda, la estructura de combinación es la de mayor presencia, especialmente combinación 1, que son, con diferencia, los problemas más numerosos. La estructura de igualación, por su parte, es la que presenta la frecuencia más baja, concentrándose en los problemas de igualación 1.

En los problemas de dos o más operaciones el panorama es muy similar. Los problemas más numerosos son los correspondientes a las categorías A. Pero es importante resaltar que en la mayoría de los problemas la estructura principal es cambio 1 ó 2 (solamente aparece 4 veces cambio 6 y dos veces cambio 4). En la siguiente categoría más numerosa, la B, ocurre algo similar, ya que en todos los problemas, salvo uno, los sucesivos cambios corresponden a la estructura de cambio 1 ó 2, como también ocurre en la categoría F. Y de la misma manera, en las categorías D y E no aparece en ningún caso una parte que sea comparación 5 ó 6. Las demás categorías presentan muy pocos problemas, salvo la C en una de las editoriales, que también combina estructuras muy simples (comparación 1 ó 2 con combinación 1).

En la tabla II se presenta el análisis de los problemas que van más allá de la selección de los datos y ejecutar una operación, es decir, aquellos que presentan algún grado de desafío, bien porque introducen información superflua u omiten información, bien porque presentan situaciones en las que es necesario generar el problema parcial o totalmente.

TABLA II
Frecuencias de problemas que presentan algún grado de desafío

	SANTILLANA			SM			ANAYA		
	INFORMACION ADICIONAL	INVENTAR	TOTAL	INFORMACION ADICIONAL	INVENTAR	TOTAL	INFORMACION ADICIONAL	INVENTAR	TOTAL
1º	0	0	0	1	1	2	0	6	6
2º	0	6	6	3	6	9	0	4	4
3º	4	4	8	2	0	2	1	0	1
4º	1	11	12	0	0	0	0	0	0
5º	7	28	35	0	2	2	1	0	1
6º	9	23	32	3	0	3	1	0	1
TOTAL	21	72	93	9	9	18	3	10	13

Como podemos apreciar, el número de problemas es sensiblemente escaso, salvo en la editorial Santillana respecto a las demás. Este hecho se debe a que esta editorial, en su apartado de resolución de problemas (ya habíamos mencionado que las tres editoriales lo introducen) dedica un espacio precisamente a tratar este tipo de situaciones. De hecho, los 21 problemas que aparecen con datos de más o de menos se presentan en un contexto en el que los alumnos saben que faltan o sobran datos (p.e. "busca en la tabla el dato que falta para resolver el problema"), con lo que el desafío es mucho menor. Y de los 72 problemas que implican generar el problema total o parcialmente, solamente en 12 plantean construir un problema completo (en los demás hay que generar una pregunta o inventar los datos).

Y los resultados relacionados con el análisis del contexto situacional en el que se presentan los problemas aparecen en la tabla III.

Como se puede observar, el porcentaje de problemas que incluyen información situacional es de 8,2, 18,2 y 6,5 respectivamente para Anaya, SM y Santillana. Las categorías más numerosas son las acciones e intenciones (especialmente numerosas en SM), que en términos teóricos son las menos relevantes para comprensión y creación del modelo de la situación episódico. Y las que menos presencia tienen son la causal y temporal, que permiten una mayor transparencia del modelos de la situación episódica.

DISCUSIÓN

El objetivo de este trabajo era analizar los problemas que aparecen en los libros de texto atendiendo específicamente a estas variables: la frecuencia y variabilidad de tipos de problemas, la presencia de problemas con algún grado de desafío y el contexto situacional en el que se presentan los problemas.

TABLA III

Frecuencia de problemas que añaden información situacional

	SANTILLANA						TOTAL	SM						TOTAL	ANAYA						TOTAL
	1°	2°	3°	4°	5°	6°		1°	2°	3°	4°	5°	6°		1°	2°	3°	4°	5°	6°	
INTENCIONAL	0	2	1	2	3	4	12	3	7	10	6	14	11	51	1	2	4	6	9	8	30
ACCIONES	0	1	2	2	4	8	17	0	1	7	5	9	4	26	1	0	3	3	1	1	9
TEMPORAL	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	3	0	0	2	0	0	0	2
CAUSAL	0	0	0	0	0	0	0	0	6	1	0	0	1	8	0	0	0	0	0	1	1
DESCRIPTIVO	0	1	0	2	2	0	5	0	0	4	0	2	1	7	0	0	0	0	0	0	0
COMPLETO	0	0	2	2	2	1	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
ACCION + DESCRIPTIVO	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ACCION + TEMPORAL	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0
ACCION + FINALIDAD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
INTEN + ACCION	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	3	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL	0	5	6	8	11	14	44	3	15	24	13	28	18	101	2	2	9	10	10	10	43

Por lo que se refiere a los tipos de problemas que aparecen en los libros, quizás el aspecto más relevante sea la relación que existe entre los problemas más frecuentes y el grado de dificultad de los mismos según lo planteado desde las distintas investigaciones sobre el tema. Así, los problemas más numerosos corresponden con los más sencillos de resolver, como es el caso de los problemas de combinación 1 o los de cambio 1 y 2. Estos problemas no requieren un conocimiento conceptual avanzado en el que haya que establecer las relaciones semánticas descritas en el texto del problema, sino que su resolución se puede llevar a cabo entendiendo premisa por premisa secuencialmente, tal como se presenta en el texto del problema. En este caso, la creación de una representación (comprensión) de la situación problemática no es estrictamente necesaria. Es más, la resolución de estos problemas se podría llevar a cabo aplicando lo que más atrás hemos denominado estrategias superficiales, ya que la selección de los datos con ciertas palabras clave (ganar, gastar, juntos…) puede ser suficiente para resolver el problema sin necesidad de una comprensión profunda del enunciado.

Algo similar podemos decir de otro de los tipos de problemas que más aparecen en los libros, como los problemas de combinación 2. Aunque su resolución no pueda ser llevada a cabo directamente a partir de estrategias superficiales, tampoco necesitan de un conocimiento conceptual muy desarrollado (Carpenter, Hiebert y Moser, 1981; Fuson, 1992; Orrantia, 2003).

Un caso especial son los problemas de comparación, que sabemos que en términos globales son los más difíciles, especialmente en los primeros niveles, debido a los términos lingüísticos *más que* y *menos que* (Cummins *et al*., 1988). Pero incluso en estos casos los problemas más numerosos, como comparación 1, son los más sencillos desde el punto de vista estructural. Llama incluso la atención que la frecuencia de los dos problemas más sencillos idénticos estructuralmente (comparación 1 y 2) sea tan diferente, aspecto este que no tiene ninguna justificación, salvo que la aparición de estos problemas esté relacionada con otro fin más allá de la resolución de estos problemas.

Esta última cuestión es interesante para la discusión, ya que, aunque no lo hemos analizado directamente, una parte importante de los problemas aparecen en contextos en los que es fácil anticipar el tipo de operación que se puede aplicar incluso antes de leer los problemas (p.e. aparece un encabezado con "restas llevando"). En este sentido, los problemas que se resuelven con suma son fundamentalmente asociados a los problemas de combinación 1 y en menor medida cambio 1, y los que se resuelven con resta a cambio 2 y comparación 1 y en menos casos a combinación 2. Estos últimos son más utilizados en contextos de dos o más operaciones donde una de ellas implica una estructura aditiva y la otra implica algún tipo de transformación numérica de una de las partes de la estructura aditiva; sin duda, estos son los problemas más "apropiados" para este tipo de operaciones.

En este contexto es fácil entender la frecuencia y variabilidad de problemas que aparecen en los libros, y nos lleva a plantear cuál es el verdadero rol que los problemas tienen en los libros de texto. ¿Realmente los problemas son presentados para poner en marcha estrategias de resolución de problemas, o más bien tienen una función más relacionada con el ejercicio de las operaciones aritméticas que se están enseñando?. Lógicamente, no tenemos una respuesta concluyente para esta cuestión, pero sí que nos atrevemos a considerar que una parte importante de los problemas están más orientados a ejercitar ciertas operaciones aprendidas que a promover estrategias de resolución. Bien es verdad que es más positivo que el ejercicio de las operaciones se plantee desde el contexto de situaciones problemáticas que el plantear listas y listas de operaciones algorítmicas como práctica de las mismas. Pero también es verdad que los problemas deben tener un fin en sí mismos como objetivo a desarrollar en los contenidos de aritmética.

También se podría pensar que la intención de los libros es posponer las estrategias de resolución de problemas a problemas más complejos de dos o más operaciones. Aunque tampoco estaríamos de acuerdo con este planteamiento, ya que los problemas simples (de una operación) es el contexto ideal para comenzar a fomentar las estrategias de resolución, lo cierto que el análisis de los problemas más complejos tampoco nos permite considerar esta posibilidad. El análisis de los problemas complejos de más de una operación revela la tendencia encontrada en los problemas simples; los problemas más abundantes son los que combinan las estructuras más numerosas encontradas en los problemas simples. De hecho, y por poner un ejemplo, cuando la estructura básica es la de cambio, como en la categoría B, el lugar de la incógnita sigue siendo el conjunto final, y no el inicial o cualquiera de los cambios. Es importante considerar que en estos problemas el lugar de la incógnita sigue teniendo un rol importante como en los problemas simples. Aunque no hay muchos trabajos al respecto, en un estudio nuestro reciente con este tipo de problemas hemos comprobado que la ejecución se reduce a la mitad si la incógnita se encuentra en el primer cambio que si se encuentra en el segundo dentro de una estructura estado inicial-cambio-cambio-estado final (la categoría B en nuestro análisis).

Por lo tanto, los problemas más numerosos que aparecen en los libros son aquellos que resultan más sencillos de resolver para los alumnos desde el punto de vista de su estructura semántica. Pero no es la estructura semántica la única variable que hace que los problemas sean sencillos. También hemos podido comprobar que los problemas "desafiantes" que vayan más allá de la selección de los datos y la operación son escasos. Así, problemas con datos omitidos o extra son poco numerosos, y cuando aparecen lo hacen en contextos en los que es fácil anticipar que faltan o sobran datos, ya que el propio texto lo especifica. De hecho, este tipo de problemas son prácticamente nulos fuera del apartado de resolución de problemas que proponen los libros. En este contexto es fácil imaginar que los estudiantes sencilla y razonadamente infieren que resolver un problema implica hacer algo con (todos) los números dados en el enunciado. Y si además los problemas se pueden resolver con estrategias superficiales, el tipo de estrategias que se están promoviendo distan mucho de las que son necesarias para llevar a cabo una comprensión profunda del enunciado. Es verdad que estas estrategias sirven para resolver los problemas que precisamente aparecen en lo libros de texto, pero la investigación nos demuestra constantemente que los estudiantes fracasan en la resolución de problemas, precisamente cuando los problemas precisan de hacer algo más que seleccionar los datos y buscar alguna palabra que me permita llegar a una operación.

Este carácter esteriotipado de los problemas también lo hemos comprobado desde el análisis del contexto situacional en el que se presentan. Los problemas se formulan en contextos muy estándar en los que la información se presenta en premisas muy precisas con datos y preguntas. Y aunque no contamos con datos suficientes que nos permitan afirmar que los problemas con información situacional mejoran la ejecución, lo que sí parece razonable es que en la medida en que en los problemas se incluyan motivos, acciones o intenciones los estudiantes podrán implicarse más allá de buscar unos datos para responder a una pregunta.

En definitiva, desde los diferentes aspectos analizados podemos constatar que los problemas que habitualmente aparecen en los libros de texto presentan una naturaleza altamente esteriotipada en la que no es necesario poner en marcha sofisticadas estrategias que permitan llagar a la resolución.

A la luz de estas consideraciones quizás deberíamos plantearnos que constituye realmente un problema. En la definición de problema que hemos dado en el apartado de procedimiento, un problema se planteaba como la descripción verbal de una situación problemática donde se plantean una o más preguntas que se pueden responder por la aplicación de operaciones aritméticas a los datos disponibles en el texto del problema. Esta definición no incluye ninguna consideración al nivel de dificultad implicado en la tarea. En este sentido, y como consideran otros autores (p.e. Verschaffel et al., 2000) un problema, como los que estamos tratando aquí, no constituye necesariamente un "problema", en el sentido cognitivo del término, que requiere la aplicación de estrategias de alto nivel de resolución de problemas. El que se considere un verdadero problema depende de la relación entre los conceptos y habilidades necesarios para producir una respuesta satisfactoria y los conocimientos de quien tiene que resolverlo. En este sentido, si los problemas se convierten en ejercicios rutinarios difícilmente se podrán desplegar, o más importante aún, desarrollar, las habilidades necesarias para enfrentarse a esta compleja tarea. En otras palabras, la adquisición de las destrezas necesarias para resolver problemas dependen de que los estudiantes se enfrenten a problemas en los que sean necesarias esas destrezas. Si para la resolución de ciertos problemas es necesario crear una representación del mismo, en la que hay que poner en marcha cierto conocimiento conceptual (esquemático) que permite establecer relaciones semánticas entre los distintos elementos que aparecen en el enunciado, entonces es necesario que estos problemas aparezcan en la dieta de problemas a los que se enfrentan los alumnos. Como hemos argumentado en otro lugar (Orrantia, 2003), el conocimiento conceptual necesario para resolver problemas se desarrolla en el propio proceso de resolución de problemas.

De cualquier forma, no debemos pensar que las dificultades se resuelven simplemente aumentando la dieta de problemas en los libros de texto. El desarrollo de las habilidades de resolución de problemas depende fundamentalmente del contexto instruccional en el que se adquieren dichas habilidades. En este sentido, los libros de texto sí que han comenzado a considerar la importancia de la resolución de problemas en los contenidos de aritmética, proponiendo programas de resolución de problemas que han introducido en las unidades didácticas. Este es el camino para que los problemas no se conviertan en mero ejercicio de las operaciones que se introducen en un contexto verbal. Los problemas deben tener sentido en sí mismos, y ser las operaciones las que se pongan al servicio de la resolución de problemas. Pero para ello es necesario que los alumnos se impliquen en la comprensión de la situación denotada en el enunciado, y esto supone ampliar la variabilidad de situaciones.

Referencias

Bermejo, V., Lago, M. O. & Rodríguez, P. (1994). Problemas verbales de comparación y comprensión de la relación comparativa. *Cognitiva, 6*, 159-174.

Briars, D. J. & Larkin, J. H. (1984). An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and instruction, 1*, 245-296.

Carpenter, T. P., Hiebert, J. & Moser, J. M. (1981). The effect of problem structure on first graders' initial solution procedures for simple addition and subtraction problems. *Journal for Research in Mathematics Education, 12*, 27-29.

Carpenter, T. P. & Moser J. M. (1982). The development of adittion and subtraction problem solving skills. En T. P. Carpenter, J. M. Moser & T. A. Romberg (Eds.) *Adition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 9-24). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Carter, J., Li, Y. & Ferrucci, B. (1997). A comparison of how textbooks present integer addition and subtraction in china and the United States . *Mathematics Educator, 2* (2), 197-209.

Cooney, T. J. (1985). A beggginning teacher´s view of problem solving. *Journal of Research in Mathematics, 13* (2), 87-104

CUMMINS, D. D., KINTSCH, W., REUSSER, K. & WEIMER, R. (1988). The rol of understanding in solving word problems. *Cognitive Psychology, 20*, 405-438.

DE CORTE, E. & VERSCHAFFEL, L. (1987). The effec of semantic structure on first graders strategies for solving addition and subtraction word problem. *Journal for Researcch in Mathematics Education*, *18*, 363-381.

DE CORTE, E., VERSCHAFFEL, L., JANSSENS, V. & JOILLET, L. (1985). Teaching word problems in the first grade: A confrontation of educational practice with results of recent research. En T. A. Romberg (Ed.), *Using research in the professional life of mathematics teachers* (pp. 186-195). Madison, WI: Center for Education Research, University of Wisconsin.

FUSON, K. C. (1992). Research and learning and teaching addition and subtraction whole numbers. En G. Leinhardt, R. Putnam & R. A. Hattrup (Eds.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (pp. 53-187). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

FUSON, K. C., STIGLER, J. W. & BARTSCH, K. (1988). Grade Placement addition and subtraction topics in Japan, mainland China, the Soviet Union, Taiwan and the United States. *Journal of Research in Mathematical Education, 19*, 449-456

HAGGATY, L., & PEPIN, B. (2002). An investigation of mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: who gets an opportunity to learn what? *British Educational Research Journal, 28* (4), 567-590

HEGARTY, M., MAYER, R. E. & MONK, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of Educational Psychology, 87*, 18-32.

KINTSCH, W. (1988). The role of knowledge in discourse comprehension: A construction-integration model. *Psychological Reiew, 95*, 163-182.

KINTSCH, W. (1998). *Comprehension: A paradigm for cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.

KINTSCH, W. & GREENO, J. (1985). Undertanding and solving word arithmetic problem. *Psychological Rewiew, 92*, 109-129.

LI, Y., (2000). A comparison of problems that follow selected content presentations in american and chinese mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*, 234-241.

LITTLEFIELD, J. & RIESER, J. J. (1993). Semantic features of similarity and children's strategies for identification of relevant information in mathematical story problems. *Cognition and Instruction, 11*, 133-188.

MAYER, R. E. & HEGARTY, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. En R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Eds.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 29-53). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

MAYER, R. E., SIMS, V. & TAJIKA, H. (1995). Mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal, 32*, 443-460

MILLETT, A., JOHNSON, D. C. (1996). Odd one out? Some views of lay inspection.. *Cambridge-Journal-of-Education, 29* (1), 63-76

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (1989). *Currículum and evaluation standard of school mathematics.* Reston, VA: Autor

NATHAN, M. J. & KOEDINGER, K. R. (2000). An investigation of teachers beliefs of students´s álgebra development. *Cognition and Instruction, 18* (2), 209-237.

NESHER, P. GREENO, J. G. & RILEY, M. S. (1982). The Development of Semantic Categories for Addition and Subtraction. *Educational studies in Mathematics, 13*, 373-394. Mayer y Hegarty, 1996

NESHER, P. & TEUBAL, E. (1975). Verbal Cues as an Interfering Factor in Verbal Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics, 6*, 41-51.

ORRANTIA, J. (1993). *Comprensión y razonamiento matemático: Donde las matemáticas necesitan del lenguaje*. Conferencia inaugural del curso 1993-94 de las Escuelas Superiores Universitarias de Psicología del Lenguaje y Logopedia. Universidad Pontificia de Salamanca.

ORRANTIA, J., MORÁN, M. C. & GRACIA, A. D. (1997). Evaluación y zona de desarrollo próximo: una aplicación a contenidos procedimentales. *Cultura y Educación, 6/7*, 39-56.

ORRANTIA, J. (2003). El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. *Infancia y Aprendizaje, 26* (4), 451-468.

REUSSER, K. (1988). Problem solving beyond the logic of things: contextual effects on understanding and solving word problems. *Instructional Science, 17*, 309-339.

REUSSER, K. (1990). From text to situation to equation: Cognitive simulation of understanding and solving mathematical word problems. En H. Mandl, E. De Corte, N. Bennett & H. F. Friedrich (Eds.), *Learning and Instruction* (Vol. 2, pp. 477-498). Oxford: Pergamon.

RILEY, M. S. & GREENO, J. G. (1988). Developmental analysis of undestanding language about quantities and solving problems. *Cognition and instruction, 5*, 49-101.

RILEY, N. S., GREENO, J. & HELLER, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in aritmetic. En H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). Nueva York: Academic Press.

SCHMIDT, W. H., MCKNIGHT, C. C., VALVERDE, G. A. HOUANG, R. I. & WILEY, D. E. (1997). *Many visions, many aims. Volumen 1. Cross National Investigation of Curricular Intentions in School Mathematics*. Londres: Kluwer.

SEMADENI, Z. (1995). Developing children's understanding of verbal arithmetical problems. En M. Hejn & J. Novotná (Eds.), *Proceedings of the International Symposium on Elementary Math Teaching* (pp. 27-32). Praga: Facultad de Educación, Universidad Charles.

SOWDER, L. (1988). Children's solutions of story problems. *Journal of Mathematical Behavior, 7*, 227-238.

STERN, E. (1993). What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children? *Journal of Educational Psychology, 85*, 7-23.

STIGLER, J. W., FUSON, K., HAM, M. & KIM, M. (1986). An analysis of addition and subtraction word problems in U.S. and Soviet elementary mathematics textbooks. *Cognition and instruction, 3*, 153-171

STRAY, C. (1994). Paradigms regained: towards a historical sociology of the textbook. Journal of Currículum Studies, 26, 1-26

VAN DIJK, T. & KINTSCH, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. Nueva York: Academic Press.

VERGNAUD, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and substration problem. En T. P. Carpenter, J. M. Moser & T. A. Romberg (Eds.), *Adition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 39-59). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

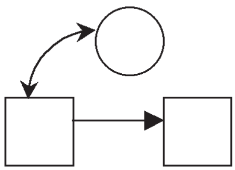
VERSCHAFFEL, L. & DE CORTE, E. (1997). World problems: a vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school. En T. Nunes & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics. An international perspective* (pp. 69-97). Hove: Psychology Press.

VERSCHAFFEL, L., DE CORTE, E. & PAUWELS, A. (1992). Solving compare problems: An eye movement test of LewIn and Mayers's consistency hypothesis. *Journal of Educational Psychology, 94*, 85-94.

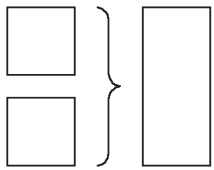
VERSCHAFFEL, L., GREER, B. & DE CORTE, E. (2000). *Making sense of word problems*. The Netherlands: Swets & Zeitlinger.

Apéndice A

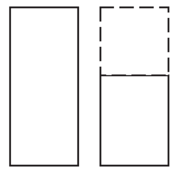
Ejemplos de cada uno de los tipos de problemas en función de la estructura semántica. Una representación gráfica que ayude a diferenciar cada una de las estructuras podría ser la siguiente:



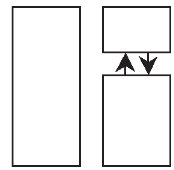
Representación gráfica de los problemas de cambio



Representación gráfica de los problemas de combinación



Representación gráfica de los problemas de comparación



Representación gráfica de los problemas de igualación

Cambio 1
Juan tiene 3 canicas.
En una partida gana 5 canicas.
¿Cuántas canicas tiene Juan ahora?

Cambio 2
Juan tiene 8 canicas.
En una partida pierde 5 canicas.
¿Cuántas canicas tiene Juan ahora?

Cambio 3
Juan tiene 3 canicas.
En una partida gana algunas canicas.
Ahora Juan tiene 8 canicas.
¿Cuántas canicas ha ganado?

Cambio 4
Juan tiene 8 canicas.
En una partida pierde algunas canicas.
Ahora Juan tiene 3 canicas.
¿Cuántas canicas ha perdido?

Cambio 5
Juan tiene algunas canicas.
En una partida gana 5 canicas.
Ahora Juan tiene 8 canicas.
¿Cuántas canicas tenía?

Cambio 6
Juan tiene algunas canicas.
En una partida pierde 5 canicas.
Ahora Juan tiene 3 canicas.
¿Cuántas canicas tenía?

Comparación 1
Juan tiene 5 canicas.
Pedro tiene 8 canicas.
¿Cuántas canicas tiene Pedro más que Juan?

Comparación 2
Juan tiene 8 canicas.
Pedro tiene 3 canicas.
¿Cuántas canicas tiene Pedro menos que Juan?

Comparación 3
Juan tiene 3 canicas.
Pedro tiene 5 canicas más que Juan.
¿Cuántas canicas tiene Pedro?

Comparación 4
Juan tiene 8 canicas.
Pedro tiene 5 canicas menos que Juan.
¿Cuántas canicas tiene Pedro?

Comparación 5
Juan tiene 8 canicas.
Él tiene 5 más que Pedro.
¿Cuántas canicas tiene Pedro?

Comparación 6
Juan tiene 3 canicas.
Él tiene 5 menos que Pedro.
¿Cuántas canicas tiene Pedro?

Igualación 1
Juan tiene 5 canicas.
Pedro tiene 8 canicas.
¿Cuántas canicas tiene que ganar Juan para tener las mismas que Pedro?

Igualación 2
Juan tiene 5 canicas.
Pedro tiene 8 canicas.
¿Cuántas canicas tiene que perder Pedro para tener las mismas que Juan?

Igualación 3
Juan tiene 5 canicas.
Si tuviera 3 canicas más tendría las mismas que Pedro
¿Cuántas canicas tiene Pedro?

Igualación 4
Pedro tiene 8 canicas
Si tuviera 3 canicas menos tendría las mismas que Juan.
¿Cuántas canicas tiene Juan?

Igualación 5
Pedro tiene 8 canicas.
Si Juan tuviera 3 canicas más tendría las mismas que Pedro.
¿Cuántas canicas tiene Juan?

Igualación 6
Juan tiene 5 canicas.
Si pedro tuviera 3 canicas menos tendría las mismas que Juan
¿Cuántas canicas tiene Pedro?

Combinación 1
Juan tiene 3 canicas.
Pedro tiene 5 canicas
Cuántas canicas tiene entre los dos?

Combinación 2
Juan y Pedro tienen 8 canicas entre los dos.
Juan tiene 3 canicas (o Pedro tiene 5 canicas).
¿Cuántas canicas tiene Pedro (o Juan)?

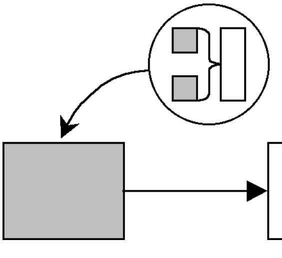
Apéndice B

Categorías utilizadas para clasificar los problemas de dos o más operaciones. Hemos identificado tantas categorías como problemas diferentes han aparecido en los libros de texto. Además, cuando hay dos o más estructuras, una de ellas es la principal, la cual es identificada a partir de la pregunta del enunciado. Para tener una idea más clara, hemos optado por representar gráficamente estas categorías de problemas a partir de las representaciones simples propuestas en el Apéndice 1.

Categoría A

En esta categoría se incluyen todos los problemas que combinan la estructura de cambio con la estructura de combinación, siendo la de cambio la estructura principal. La estructura de combinación puede aparecer en cualquiera de los conjuntos de la estructura de cambio. Y lógicamente el dato desconocido puede aparecer también en cualquiera de los conjuntos de la estructura principal.

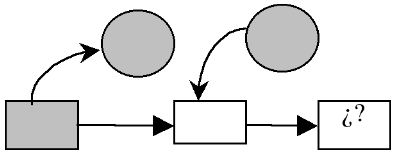
Ej. Sergio tenía 150 euros. El día de su cumpleaños su padre le regaló 35 euros y su madre 46 euros. ¿Cuánto dinero tiene Sergio ahora?



Categoría B

En esta categoría la estructura de cambio se repite sucesivamente.

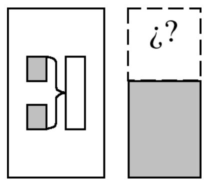
Ej. En un autobús viajaban 56 personas. En la primera parada se bajaron 16 personas y en la segunda parada se subieron 12 personas. ¿Cuántas personas viajan ahora en el autobús?



Categoría C

En esta categoría la estructura principal es comparación 1 o 2 y el conjunto mayor o menor o ambos se obtienen a partir de combinación.

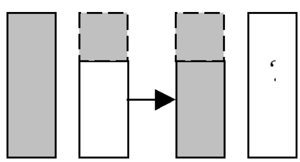
Ej. Luis tiene un álbum con 750 cromos y otro álbum con 380 cromos. Susana tiene un álbum con 560 cromos. ¿Cuántos cromos tiene Luis más que Laura?



Categoría D

En este caso la estructura de comparación se repite sucesivamente (dos, tres o más veces).

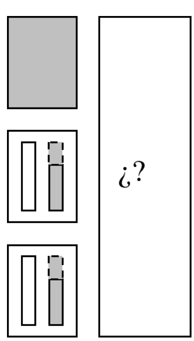
Ej. Alfredo tiene 26 canicas. Ramón tiene 7 canicas menos que Alfredo y Rosa tiene 9 canicas más que Ramón. ¿Cuántas canicas tiene Rosa?



Categoría E

Esta categoría es similar a la anterior, pero combinada con la estructura de combinación 1, por lo tanto esta actúa como estructura principal. En este caso, una o más de las "partes" vienen dadas por una comparación.

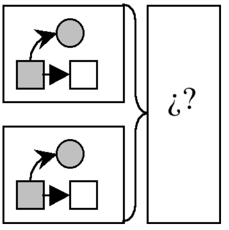
Ej. En una bolsa hay 154 caramelos de fresa, 27 caramelos más de naranja que de fresa y 19 caramelos de limón más que de naranja. ¿Cuántos caramelos hay en total?



Categoría F

En esta categoría la estructura principal es combinación 1 y una o más partes se obtienen a partir de la estructura de cambio.

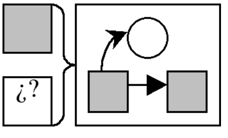
Ej. Roberto compró una camisa y un jersey. La camisa costaba 46 euros y el jersey costaba 37 euros. En cada prenda le hicieron una rebaja de 9 euros. ¿Cuánto se gastó Roberto en la compra de las dos prendas?



Categoría G

En este caso la categoría principal es combinación 2, y el conjunto "todo" se obtiene a partir de un cambio 3 o 4.

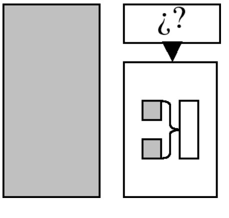
Ej. Un juego de montaje tiene 130 piezas. Para hacer un barco Pedro ha utilizado 45 piezas grandes y el resto pequeñas, y le han sobrado 18 piezas. ¿Cuántas piezas pequeñas ha utilizado Pedro para hacer el barco?



Categoría H

En esta categoría la estructura principal es igualación 1, y el conjunto menor se obtiene a partir de una combinación 1.

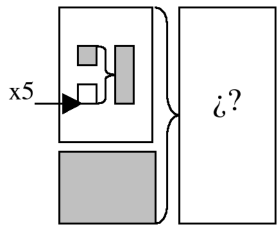
Ej. Carlos y Alba están haciendo un puzzle de 5800 piezas. Carlos ha colocado ya 1214 piezas y Alba 897 piezas. ¿Cuántas piezas les faltan por colocar para terminar el puzzle?



Categoría I

En esta categoría la estructura principal es de combinación 1, obteniéndose una de las partes a partir de una combinación 2. Este es un caso especial de problemas ya que necesita ir acompañado de una estructura multiplicativa, puesto que de otra forma el cálculo de la parte de combinación 2 sería irrelevante.

Ej. Una botella de un litro de zumo de tomate pesa llena 1350 gr. y vacía 385 gr. El bidón de 5 litros de zumo de tomate vacío pesa 675 gr. ¿Cuánto pesa el bidón lleno?



Categoría J

En este caso se combinan las categorías A (como principal) y F.

Ej. Roberto compró una camisa y un jersey. La camisa costaba 46 euros y el jersey costaba 37 euros. En cada prenda le hicieron una rebaja de 9 euros. Si llevaba en el bolso 95 euros, ¿cuánto le sobró?

Categoría K

En este caso se combinan las categorías A (como principal) y E.

Ej. Juan tenía una bolsa con 154 caramelos de fresa, 27 caramelos más de naranja que de fresa y 19 caramelos de limón más que de naranja. Si entre Juan y sus amigos se comieron 95 caramelos, ¿cuántos caramelos quedan ahora en la bolsa?

Como es fácil imaginar, se podrían identificar nuevas categorías, bien combinando más categorías simples o haciendo más combinaciones a partir de las diferentes categorías complejas. Pero como hemos adelantado al comienzo, solamente hemos incluido aquellas categorías que corresponden con problemas que han aparecido en los libros de texto.