

FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE PRIMARIA EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS

Initial primary teacher training in mathematics

Formation initial de professeur de mathematiques

Lorenzo J. BLANCO NIETO

*Universidad de Extremadura. Dpto. Dca. Ciencias Experimentales y de las Matemáticas
06071 Badajoz*

BIBLID [0212 - 5374 (1996) 14; 99-117]

Ref. Bibl. BLANCO NIETO, Lorenzo J. Formación inicial del profesorado de primaria en el área de matemáticas. *Enseñanza*, 1996, 14, 99-117.

RESUMEN: Diferentes acontecimientos desarrollados en las últimas décadas, han provocado un cambio espectacular, tanto en la Educación Matemática como en la Formación Inicial del Profesorado de Matemáticas. Algunos de ellos son recordados en el presente trabajo, resaltándose la evolución habida en el currículum de la Formación de Profesores, donde consideramos que el Conocimiento Didáctico del Contenido debe ser el conocimiento base para la formación de los futuros profesores.

Desde esta perspectiva, en la segunda parte del trabajo se indican dos ejemplos de nuevos materiales que ayudan a crear entornos de aprendizajes sobre la enseñanza de las Matemáticas en las actuales Facultades de Educación.

SUMMARY: Different events which have taken place during the last decades, have led to a big change in Mathematical Education as well as in Initial Teacher Training. Some of those events are pointed out in this paper, which shows the development of the Teacher Training Curriculum. Furthermore we consider that the Pedagogical Content Knowledge must be the basic knowledge for the training of future teachers.

From this point of view, the second part of the paper sets two examples of new materials that can help to create a learning atmosphere of the teaching of Maths in the modern Teacher Training Colleges.

RESUME: Plusiers événements qui se sont passés pendant les dernières décades ont entraîné un changement spectaculaire, aussi bien dans l'enseignement des Mathématiques que dans la Formation Initiales des Professeurs de Mathématiques. Quelques-uns de ces événements sont présentés dans ce travail-ci, qui met en relief le dévouement du curriculum dans la Formation des Professeurs où nous considérons que la connaissance Didactique du Contenu doit être le point de départ pour la Formation des Futurs Professeurs.

De ce point de vue, la deuxième partie du travail montre deux exemples de nouveaux matériaux qui aident à créer des espaces d'apprentissage sur l'enseignement des Mathématiques dans les Facultés d'Education actuelles.

1. ALGUNOS ANTECEDENTES

Aún sin ser una referencia histórica muy precisa, podríamos señalar que en la década de los 70 se inicia una renovación respecto de la Formación Inicial del profesorado.

Los cambios producidos en estas últimas décadas en relación a la reforma educativa en primaria y secundaria, nuevos planes de estudios y especialidades del profesorado, etc. han sido importantes, no sólo porque afectan a la estructura de los centros de Formación Inicial de Profesores, sino, fundamentalmente, porque implican una renovación de contenido y metodología, además de una nueva visión sobre el papel de los profesores en el aula.

1.1. *Las Matemáticas principal referente en la Formación Inicial*

Quiero recordar que a finales de los 70 y principio de los 80 el contenido de las asignaturas relacionadas con la formación inicial del profesorado era, fundamentalmente, teórico. Los «Cuestionarios de Didáctica de las Matemáticas» publicados en el Boletín oficial del MEC (14-VII-67) daban prueba de ello. igualmente, en los programas publicados para las asignaturas correspondientes al Plan del 71, vigente hasta principio de los 90 en muchos centros de Formación Inicial, encontramos evidencias sobre el contenido de estas materias que formaban el currículum de dicho Plan.

La bibliografía utilizada era de carácter general y de contenido teórico. Así, elementos de la teoría intuitiva de conjuntos, la introducción de las estructuras algebraicas, o diferentes aspectos del análisis matemático (Sierra, 1995) formaban, hasta hace poco tiempo, parte del currículo del futuro maestro. Sólo al final de algunos capítulos o al final del libro, aparecían apartados sobre Didáctica de las Matemáticas, pero siempre como un apéndice del contenido.

Incluso, la expresión «Matemáticas y su didáctica», que se utiliza en la década de los 80, elocuente de una determinada forma de pensamiento sobre el contenido de las asignaturas en estos Centros, no era aún frecuentemente utilizada. Predominaba la idea de que primeramente había que «darles» matemáticas y que prácticamente con eso era suficiente.

Esta situación, referida a nuestro país, era asimismo común en otros países. Así, Cooney (1994) nos recuerda: «En 1960 y 1970 el modus operandi de la mayor parte

de los programas de educación de profesores era intentar que los profesores fueran matemáticos competentes y, de paso, introducir alguna pequeña parte de pedagogía» (p. 225).

1.2. *Estudios de innovación educativa en Primaria y Secundaria*

En torno a los 80 latía una gran inquietud porque los resultados en la educación Matemática no eran los esperados como consecuencia de la reforma educativa. Había una cierta conciencia de fracaso, se pensaba que las cosas no funcionaban y que el objetivo, de que los niños aprendieran Matemáticas, no se alcanzaba, provocándose una preocupación por la elaboración de materiales con los que poder trabajar y así mejorar la enseñanza (SEEM, 1994, p. 79). Esta situación, dió origen al nacimiento de grupos de trabajo, Sociedades de Profesores de Matemáticas y revistas especializadas cuyos objetivos eran promover y divulgar innovaciones educativas, difundir las corrientes sobre enseñanza/aprendizaje de las Matemáticas, coordinar esfuerzos de personas, grupos y sociedades relacionadas con la educación matemática, etc.

Esta diversidad de acontecimientos recientes hace que se extienda el colectivo de profesores preocupados por su profesión. Se impulsa un movimiento asociativo de estudio, y de investigación en España que dió lugar al nacimiento, en el año 1989, de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Gutiérrez, 1991; Rico y Sierra, 1994).

Los profesores empiezan a plantearse trabajos en relación a los problemas particulares que encuentran en su actividad diaria. Y esto se refleja en las publicaciones de las revistas, en las comunicaciones a los Congresos donde los principales problemas tratados están basados en experiencias concretas que los profesores tienen en el aula. El planteamiento de estos trabajos no sale, en la mayoría de los casos, del ámbito estricto donde se desarrolló la experiencia. Los problemas estudiados son situaciones específicas, aunque útiles para los profesores que los experimentaban. Sin embargo, las conclusiones obtenidas presentan dificultades de generalización a otros problemas y situaciones de la educación matemática.

Es decir, podríamos considerar que los movimientos asociativos de profesores de matemáticas, estaban vinculados a planteamientos de innovación o experimentación relacionados con la reforma educativa o problemas concretos de intervención en el aula. En cualquier caso, es evidente que son aportaciones valiosas a la educación matemática ya que ayudaban al desarrollo del trabajo docente. Estas aportaciones fueron incorporándose, progresivamente, a los programas de Formación de profesores.

1.3. *Área de conocimiento de Didáctica de las Matemáticas*

A raíz de la publicación en el año 1983 de la Ley de Reforma Universitaria (LRU), los profesores que trabajamos en las Escuelas de Magisterio pasamos a inte-

gramos en los Departamentos Universitarios, teniendo que optar entre las «áreas de contenidos o de didácticas específicas». Se reconoce, por primera vez en España (año 1984), la existencia de un área de conocimiento llamada «Didáctica de las Matemáticas», independientemente de las Matemáticas, y de las Ciencias de la Educación.

Este paso es un salto cualitativo importante para la Educación Matemática en España, ya que a partir de este momento los profesores de Didáctica de las Matemáticas formamos grupos de investigación dentro de la Universidad, intensificamos la búsqueda de canales para la realización de tesis doctorales sobre problemas de la educación matemática, incrementándose las ayudas para proyectos de investigación específicos, etc. donde se plantean nuevas perspectivas para nuestra actividad profesional de Formadores de Profesores de Matemáticas, y de las que ya hoy empezamos a recoger los frutos.

1.4. *Nuevas propuestas curriculares*

Paralelamente a esta evolución, en los niveles de formación inicial del profesorado, se han ido realizando nuevas propuestas curriculares para la enseñanza obligatoria (NCTM, 1991a, MEC, 1992). En ellas, no sólo se establecían nuevos contenidos, sino que fundamentalmente trataban de aportar una concepción diferente para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas que recogieran las aportaciones más valiosas de las investigaciones realizadas.

Esta nueva enculturación Matemática es, en algunos aspectos importantes, contraria a la educación que tradicionalmente ha sido desarrollada en las aulas de la enseñanza obligatoria, y por consiguiente contraria a la educación que los futuros profesores han recibido. Consecuentemente, aparece un «choque cultural» entre la educación recibida y la experimentada como aprendices, que constituye la fuente de conocimiento personal de los futuros profesores y de los profesores noveles, y el tipo de enseñanza que deberá constituir la referencia básica en su actividad profesional como profesores de Matemáticas.

Las investigaciones realizadas nos muestran contradicciones entre las concepciones, las creencias y las actitudes que los EPPs tienen como consecuencia de su estancia, como aprendices de Matemáticas, en los centros de enseñanza obligatoria y las nuevas teorías que sustentan las nuevas propuestas curriculares, en relación a las Matemáticas y a la enseñanza/aprendizaje de las Matemáticas (Blanco, 1991b).

Así, los conflictos entre el idealismo de los profesores en formación y el carácter tradicional de su actividad docente, especialmente manifestada en la resolución de problemas, las dificultades de razonamiento pedagógico (Brown y Borko, 1992, p. 212), o las dificultades para responder a preguntas inusuales de los estudiantes, etc., son algunos de los dilemas y conflictos que surgen en las prácticas docentes, y que podrían tener explicación a partir del análisis de las contradicciones anteriores.

1.5. *El profesor como sujeto racional y reflexivo*

En otro sentido, a finales de los 80, el «modelo de racionalidad técnica» (Pérez, 1988), mayoritariamente aceptado en los Centros de Formación Inicial, empieza a ser criticado y sustituido. Se considera que los profesores no son técnicos que deben aplicar recetas aprendidas en contextos similares, basadas en unos repertorios previamente estudiados.

Esta visión empieza a ser criticada, al menos teóricamente, en Centros de Formación Inicial, que consideran al profesor como un sujeto reflexivo y racional (para algunos un artesano) que toma decisiones, tiene creencias y genera rutinas propias de su desarrollo profesional, aceptando que sus pensamientos guían y orientan su conducta (Marcelo, 1987). En un sentido más específico podríamos señalar, asimismo, que «las concepciones de matemáticas [de los profesores] determina su elección de las actividades, del ambiente de aprendizaje generado, así como el discurso de su clase» (NCTM, 1991b).

La conveniencia de caminar en esta perspectiva empieza a ser, también, una necesidad sentida por los profesores en prácticas que quieren que se les considere con un papel cercano al del profesor, y que se les valore como personas que desean participar en la actividad docente con sus conocimientos, inquietudes, preocupaciones, iniciativas, etc. Surge, consecuentemente, una referencia explícita al Conocimiento Práctico Personal de los profesores expertos y en formación (Blanco, 1991c).

2. APRENDER MATEMÁTICAS VS APRENDER A ENSEÑAR MATEMÁTICAS

Las aportaciones realizadas en los últimos años señalan un nuevo marco curricular para la formación de profesores, así como otro conocimiento base que determina un nuevo contenido y nueva metodología.

Dentro de este nuevo marco, y para desarrollar el trabajo docente como formador de profesores tendremos que considerar: las nuevas propuestas curriculares y las aportaciones sobre enseñanza/aprendizaje de las Matemáticas, el contexto donde se desarrolla la formación inicial y las características de los profesores en formación.

A este respecto, creemos que el principal objetivo de los Estudiantes para profesores (EPPs), es el de «aprender a enseñar», contemplando la necesidad de: a) asimilar las nuevas propuestas curriculares en relación a contenidos, metodología, etc., b) analizar y, en su caso, modificar su [de los EPPs] concepción sobre las matemáticas y la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, pero sobre todo, c) adquirir y desarrollar la capacidad de poder trasladar al aula toda esa nueva enculturación matemática que queremos comunicar desde una perspectiva de renovación y que es, en la mayoría de los casos, contraria a la vivencia que han desarrollado a lo largo de su participación en la enseñanza obligatoria. Es decir, adquirir la capacidad de razonamiento pedagógico y conseguir esquemas cognitivos que les permita analizar contextos concretos de enseñanza.

Las orientaciones profesionales nos sugieren la creación de un ambiente para que los estudiantes puedan explorar ideas matemáticas. Así, «los futuros profe-

sores deberán ser enseñados de forma parecida a como ellos habrán de enseñar –explorando, elaborando conjeturas, comunicándose, razonando y todo lo demás–. Por consiguiente, los Centros de Formación del Profesorado y los Departamentos de Didáctica de las Matemáticas deben considerar sus programas de formación a la luz de estos criterios curriculares y de evaluación» (NCTM, 1991a, p. 259).

No obstante, estas actividades «si bien son necesarias, no son condición suficiente para que los estudiantes para profesores adquieran el Conocimiento Didáctico necesario para el eficaz desenvolvimiento en las aulas de la enseñanza Primaria» (Blanco, 1996). Los EPPs encuentran diferentes dificultades para trasladar al aula de primaria aquellos conocimientos de didáctica de las Matemáticas que han adquirido en los centros de formación inicial. El análisis de estas dificultades, así como la necesidad de establecer el conocimiento base para la formación inicial nos han llevado a analizar el Conocimiento Didáctico de los profesores.

Así, en Blanco, Mellado y Ruiz (1995) analizamos el Conocimiento Didáctico del Contenido (C.D.C.) que se presenta como un componente de obligada referencia en el proceso de aprender a enseñar (Marcelo, 1995) a partir del cual desarrollar en nuevo currículo para la formación de los profesores de Matemáticas. En la descripción realizada del C.D.C. especifican diferentes aspectos relacionados con la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, señalándose dos componentes diferenciadas, aunque estrechamente relacionadas entre sí: componente estática y componente dinámica.

En la componente estática tendremos en cuenta aquellos aspectos de interés independientes de la persona concreta que enseña, y del contexto específico donde se desarrolla la actividad docente. Es impersonal y puede ser encontrada, y por tanto estudiada y adquirida, en materiales escritos o audiovisuales sin implicación personal directa. Así, se refieren al conocimiento del contenido de matemáticas, conocimientos específicos sobre su enseñanza y aprendizaje, o conocimientos de psicopedagogía general, entre otros (Figura 1).

Por otra parte, el estudio de las propias concepciones, conocimientos y actitudes sobre las Matemáticas y su enseñanza y aprendizaje, cobra una especial importancia, como un primer paso para generar unas nuevas concepciones y prácticas más adecuadas. Es pues necesario un «conocimiento de sí mismo» en relación con cada uno de los apartados reseñados para la componente estática, que les permita ser conscientes de sus teorías explícitas o implícitas, tanto en relación a perspectivas teóricas que pudieran mantener, como en su relación con la práctica docente.

Este estudio en sí mismo, no garantiza, de forma automática la transferencia sobre el conocimiento de didáctica de las Matemáticas a la práctica en la clase de primaria, si los profesores no han adquirido, además, esquemas prácticos de acción en el aula (Mellado, 1995a).

Esta parte del conocimiento, llamada componente dinámica, se genera y evoluciona a partir de los propios conocimientos, creencias y actitudes, requiere una implicación personal, y evolución mediante un proceso dialéctico entre la teoría asimilada y la práctica desarrollada.

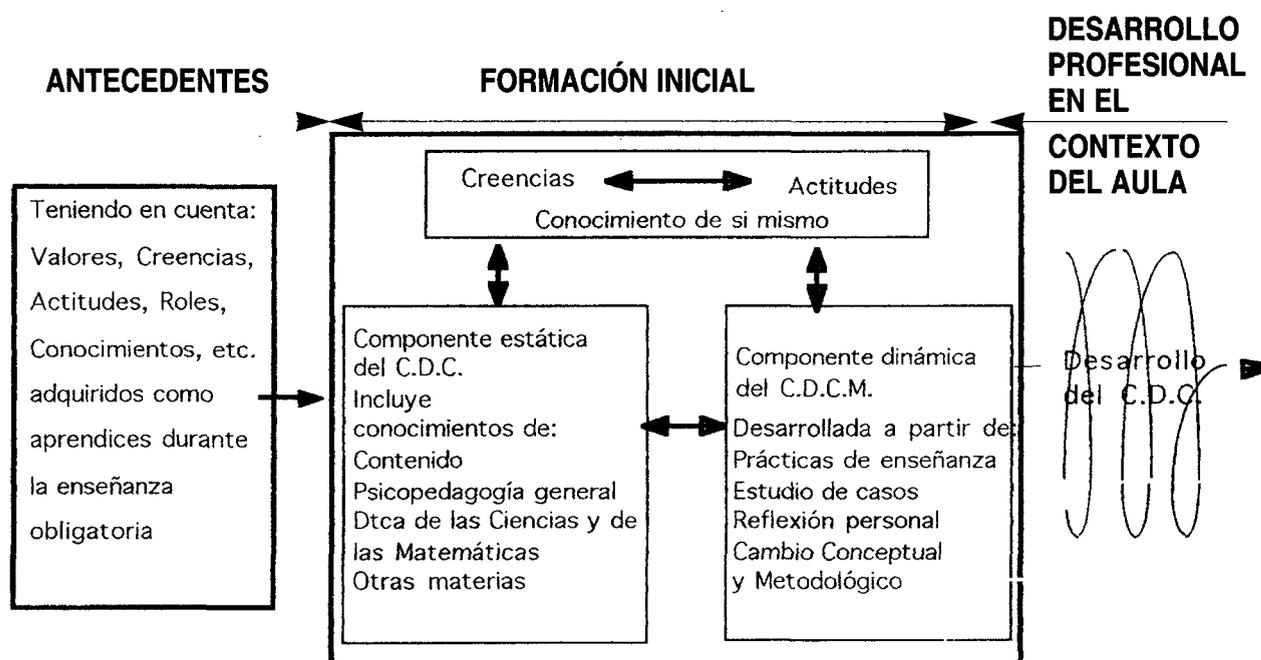


FIG. 1. Esquema que describe el Conocimiento Didáctico del Contenido (Blanco, Mellado y Ruiz, 1995)

El C.D.C. es dinámico en función de que la práctica docente y la reflexión-acción, permiten al profesor considerar su conocimiento estático, modificando o reafirmando parte del mismo. Sólo se hace visible a partir de la implicación personal, de la reflexión y observación, y necesita de la práctica de la enseñanza en la materia específica dentro un contexto escolar concreto.

Desde esta perspectiva la asignatura Prácticas de Enseñanza que empieza a tener un peso importante entre los profesores de Didáctica Específicas, constituye una referencia obligada en la formación de los profesores de Matemáticas. En cualquier caso, parece evidente que esta asignatura deberá contemplarse desde otra dimensión diferente a cada una de las disciplinas consideradas en la componente estática.

Investigaciones precedentes sobre diferentes aspectos de la formación de profesores, indican que los métodos cualitativos son un instrumento adecuado para la formación inicial y permanente de profesores puesto que les permite reflexionar y profundizar sobre «sus» pensamientos y «su» actividad docente. Así, las entrevistas, observaciones de clase, artefactos (Fernandes y Vales, 1994), diarios, etc. son algunas de las técnicas más comúnmente utilizadas que han servido, en algún caso, para comprender y aprender de la experiencia ajena y, en otro, para reflexionar sobre la propia. «La construcción del conocimiento didáctico del contenido resulta de múltiples oportunidades para enseñar, para observar y para reflexionar sobre la propia enseñanza y la de otros en áreas específicas de contenido» (Cochran y otros, 1991, p. 17).

Los trabajos desarrollados durante estos últimos años nos han permitido elaborar una serie de materiales que ahora son aprovechados en nuestra actividad docente con los profesores en formación. Estos materiales sirven como punto de

partida para crear ambientes de aprendizaje, estimando que «en la misma manera en que nosotros consideramos un ambiente para que los estudiantes puedan aprender a explorar matemáticas, tenemos que pensar que los EPPs no aprenden el «razonamiento pedagógico» porque les hablemos de ello. El ambiente que generemos tiene que ayudar a los EPPs a construir su propio conocimiento profesional» (Lappan y Theulen-lubienski, 1994, p. 252).

3. ACTIVIDADES PARA APRENDER A ENSEÑAR. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS

En coherencia con los objetivos planteados para la formación de profesores, en nuestra actividad docente nos hemos planteado diferentes tipos de actividades que puedan permitirnos trabajar las dos componentes del C.D.C. analizadas (Componente Estática y Dinámica).

Así, por ejemplo, en la resolución de problemas trabajamos diferentes aspectos relacionados con la clasificación, estrategias de resolución, factores afectivos, cognitivos, etc., siguiendo las recomendaciones que nos sugieren un paralelismo entre la enseñanza recibida por los EPPs y la que posteriormente queramos que desarrollen en los Centros de Enseñanza Obligatoria.

En otro sentido, y unido a la Componente Dinámica del C.D.C. y al desarrollo de la capacidad de Razonamiento Pedagógico de los futuros profesores, utilizamos técnicas cualitativas que permiten un mejor análisis de la relación existente entre los conocimientos prácticos y teóricos. Consecuentemente, asumimos las pautas que la metodología cualitativa nos sugiere en el sentido de considerar la descripción y comprensión de un contexto natural (prácticas de enseñanza en el aula de primaria) a partir de los propios informantes (en nuestro caso, estudiantes para profesores).

Consideramos que las prácticas de enseñanza son el marco adecuado puesto que representan una ocasión privilegiada para investigar el proceso de aprender a enseñar (Marcelo, 1995) y proporcionan la oportunidad a los profesores en formación a analizar críticamente sus estrategias de enseñanza y compararlas con sus concepciones previas (Mellado, 1995b).

Así, al comienzo del curso escolar: a) los EPPs son entrevistados para conocer y analizar sus concepciones previas sobre la resolución de problemas; b) con anterioridad a las prácticas analizamos algunos estudios de casos sobre EPPs de cursos anteriores; c) durante las prácticas docentes, algunos de los estudiantes son observados y grabados en vídeo en actividades de aula de primaria sobre resolución de problemas; y d) las entrevistas, observaciones y grabaciones y las entrevistas de estimulación del recuerdo son analizadas en grupos, con posterioridad a las prácticas docentes.

Es evidente que estas acciones están ligadas a la propuesta curricular que como formador de profesores debemos realizar para que podamos ayudar a insertar la resolución de problemas dentro del currículo de la educación obligatoria, ya que asumimos que «la formación de profesores será el terreno que va a decidir la suerte de la resolución de problemas en el futuro de la enseñanza» (Ponte y Canavarro, 1994, p. 205).

El caso de Domingo

La actividad a la que vamos a referirnos se desarrolló con un grupo de 35 alumnos de tercero de Primaria (8-9 años), en el Colegio Público «Los Glacis» de Badajoz (España), en marzo de 1994 (curso 93-94), dentro de las prácticas docentes que los futuros maestros tienen que realizar en el tercer año de su formación.

El material utilizado tiene como protagonista a un profesor en Formación que era alumno de tercero de Magisterio de la Especialidad de Primaria, y que como tal había cursado las asignaturas de Didáctica de las Matemáticas insertas en el Plan de estudio (Figura 2). En el curso 1993-94, se encontraba matriculado en la asignatura optativa «Resolución de Problemas de Primaria», materia donde se encuadraba esta actividad.

Durante este curso los EPPs tenían que permanecer cinco semanas en un Colegio de Enseñanza Primaria para la realización de las prácticas docentes, y fue durante este periodo que realizamos la grabación.

En el ejemplo que vamos a exponer, y que refleja parte de un estudio de caso, nos centramos en la relación existente entre los conocimientos teóricos y prácticos sobre la resolución de problemas aritméticos y la actividad de clase desarrollada durante sus prácticas docentes.

Una clase de problemas aritméticos: Planteamiento y dificultades de un Estudiante para Profesor

Domingo plantea una situación que considera como un problema abierto y práctico, y provoca la actividad de los alumnos, a través de unos dibujos en la pizarra, y de la utilización de unos billetes que servirán para darle más realismo a la realización de los problemas, en la línea de lo realizado por Harvey (1994).



FIG. 2. *Proceso metodológico seguido para el caso de domingo*

Su idea era plantear una situación real, fácilmente conocida por los alumnos que pudiera servir de motivación para las diferentes actividades. El dibujo que servía de soporte para la presentación de situaciones problemáticas, sugería diferentes actividades y, por consiguiente, podría provocar un contexto donde pudiéramos observar algunas de las cualidades de Domingo, como profesor de matemáticas y, en particular, en relación con la resolución de problemas (Figura 3). La intención de Domingo era que los problemas planteados fueran resueltos en dos niveles: primero, de forma manipulativa y, posteriormente, siguiendo algún procedimiento algorítmico.

En su programación tenía prevista tres actividades diferentes, que copiamos de sus documentos:

«Entregando un billete de 500 ptas., comprar lo que queramos y que nos den el cambio».

«Intentar con un billete de 100 ptas. comprar un mínimo de tres cosas».

«Coger otro billete de 500 ptas. y comprar lo que queramos, aunque sean varias cosas iguales. Pero nos tenemos que gastar todo el billete sin que sobre nada».

Como nuestro informe señala en su diario:

«Estos eran unos problemas que tenía ganas de hacer, ya que el uso del material (los billetes), no sólo me parecía útil como estrategia para la resolución, sino como elemento motivante para los alumnos, algo que había comprobado otros días. El objetivo principal que me planteé fue unir una serie de elementos didácticos como era una situación más o menos cercana a los alumnos, utilización de un material didáctico interesante y la propia motivación de los alumnos» (Diario de Domingo).

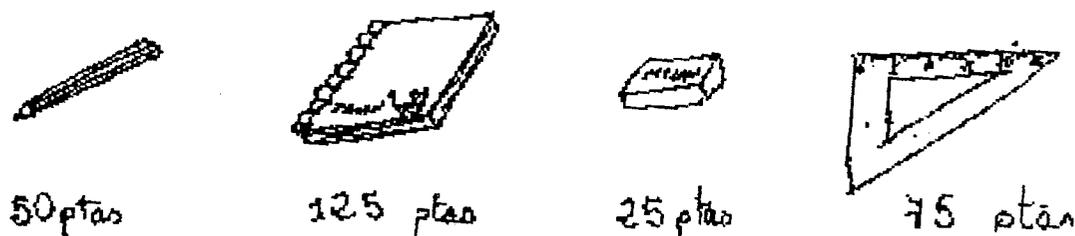


FIG. 3. Dibujos realizados por el profesor en formación y que servirán de soporte para las diferentes actividades propuestas

El planteamiento de la actividad parecía correcto, adecuado, en la línea de lo que se había sugerido en clase, y coherente con la actividad desarrollada por el profesor tutor con estos mismos alumnos en días anteriores.

Sin embargo, el análisis de su actuación reveló, al igual que en los trabajos de Cooney (1985), Blanco (1991b) y Fernandes y Vale (1994), una contradicción entre la reflexión realizada por Domingo y expresada en su diario, con la realidad que se manifestaba en la grabación, es decir, entre lo manifestado por nuestro informante y su práctica docente en el aula de Enseñanza Primaria.

En Blanco (1996a) se analizan cada una de las actividades señaladas destacando algunos aspectos interesantes porque evidencian diferentes dificultades que Domingo tenía en su práctica docente. Así, se hace referencia a la utilización del material y acción manipulativa, a la actividad de cálculo mental y al proceso seguido en la realización de los problemas y a su relación con los alumnos.

En este caso vamos a destacar y analizar la tercera de las actividades donde puede apreciarse algunos elementos del conocimiento práctico de Domingo en relación a la resolución de problemas aritméticos.

Proceso algorítmico y relación con los alumnos

El tercero de los problemas planteados, «nos tenemos que gastar 600 ptas. justas» presentaba una situación abierta con múltiples soluciones, que podía resolverse con diferentes procedimientos de cálculo.

En el vídeo podemos observar, cómo Domingo plantea esta actividad después de cambiar los protagonistas del problema, y de distribuir los papeles de cajera y compradora, dirigiéndose a esta última e indicándole:

Dom. «...Te tienes que comprar las cosas que tú quieras, pero te tienes que gastar el dinero justo, no te tiene que devolver nada la cajera».

El análisis del desarrollo de esta actividad fue interesante porque nos descubre la relación que se establece entre el profesor y los alumnos en la resolución de los problemas.

Las dificultades para gestionar el desarrollo de la actividad planteada se manifiestan desde el momento de la presentación de este nuevo problema, como consecuencia de las imprecisas indicaciones que, nuestro futuro profesor, da a los alumnos sobre la forma de abordar el problema.

Así, vemos que, ante las repetidas preguntas de los alumnos y con posterioridad al comienzo de la actividad, tiene que repetir en sucesivas ocasiones el contenido del problema:

Dom. «Pero te tienes que comprar las cosas que tú quieras, las que tú quieras pero el dinero justo».

...

Dom. «La cajera no te tiene que devolver nada. Entonces, te tienes que gastar el dinero justo».

Vuelve a incidir sobre el procedimiento de resolución que puedan seguir los alumnos, aún cuando da indicaciones contradictorias:

Dom. «Sí, se puede repetir. Se puede repetir ahora las cosas que tú quieras».

Dom. «Oye, chaval, no te compres tantas cosas de lo mismo. Comprad de cada cosa un poco».

Igualmente, y ante la pasividad de los alumnos tiene que señalar hacia quien va dirigida la actividad y cómo deben hacerla:

Dom. «Idlo pensando. Me lo vais apuntando todos».

...

Al. «Domingo, ¿copiamos lo que está escribiendo Marta?».

Dom. «No. Lo que está poniendo Marta no se copia. Vosotros podeis comprar lo que querais».

...

Al. «¿Lo hago primero en papel sucio?».

...

(Dirigiéndose a la alumna que está haciendo de cajera).

Dom. «Ya que estás parada, ayuda a Marta».

En el análisis de las observaciones nos fijamos en los procedimientos de cálculo de los alumnos. En el vídeo, se aprecia a dos alumnas en la pizarra resolviendo el problema. Van tanteando soluciones parciales según los precios marcados, agrupando primeramente cantidades de 100 en 100 (50+50; o 25+25+25+25). Luego, al ver que están utilizando muchos números intentarán otras cantidades mayores (125+125). Y así hasta completar la cantidad exigida. Es decir, los alumnos iban usando los diferentes números hasta completar 600, sin reparar en cuantos objetos compraban de cada clase. Este procedimiento descrito fue mayoritario entre los alumnos y así quedaba reflejado en sus cuadernos de trabajo.

Domingo presenta en la pizarra un resultado más formal, no habitual entre los alumnos, que el escoge del único alumno que lo había obtenido, pero que es el más parecido al resultado que tenía en su programación.

3 lápices son	150 ptas.
2 reglas son	150 ptas.
2 gomas son.....	50 ptas.
2 cuadernos son.....	250 ptas.
Total son	600 ptas.

En el análisis que realizamos destacamos el vacío que se produce entre el procedimiento general seguido por los alumnos y el resultado presentado por Domingo que corresponde a una etapa de habilidad matemática más desarrollada.

Al escoger el resultado manifiesta al resto de los alumnos que se les consultará sobre las estrategias seguidas:

Dom. «Ahora me vais a decir qué es lo que habéis comprado. Id comprobando, y al que no le salga que afine las cuentas».

No obstante, escogerá una solución concreta, la más elaborada, señalando expresamente su interés y preocupación por comprobar que efectivamente el resultado de las operaciones sea exactamente 600. Es decir, nuestro informante confirma la preocupación que los EPPs manifiestan por el procedimiento algorítmico como aspecto fundamental de la resolución de problemas (Blanco, 1991a, p. 232).

Dom. «Venga José Ramón que ya lo tienes hecho».

...

Dom. «Vamos a ver lo que hemos comprado... a ver si se ha gastado de verdad 600 ptas. Vamos a ver, el que no lo tenga que lo vaya haciendo».

El resultado considerado del problema se aleja del obtenido por los alumnos, los cuales probablemente como consecuencia de esta última indicación («el que no lo tenga que lo vaya haciendo») van borrando de sus cuadernos las «cuentas» realizadas para sustituirlas por las nuevas operaciones que el profesor en formación ha escrito en la pizarra.

Igualmente, observamos en el vídeo cómo algunos alumnos se levantan dirigiéndose a la pizarra y van indicando a Domingo diferentes soluciones. Nuestro informante mantendrá, de forma individual, un pequeño diálogo con algunos de ellos, pero nunca se dirigirá al gran grupo para analizar los diferentes procedimientos de solución que este problema ofrece al ser un problema abierto.

Este hecho pasa completamente desapercibido por el EPPs, y el resto de compañeros, que no se dan cuenta de la situación hasta que no lo destacamos y analizamos en la clase correspondiente.

Observamos que la situación abierta que el profesor en formación planteó en su origen, con posibilidad de desarrollar diferentes estrategias de resolución y diferentes posibilidades de cálculo, no ha sido considerada como tal, manifestando el profesor una preocupación por el cálculo exacto, por un procedimiento algorítmico determinado, sin la participación que podrían haber tenido los alumnos como consecuencia de la situación abierta que el problema propone.

Como el propio informante manifiesta cuando analizamos el vídeo: «era una situación muy abierta que inconscientemente se convierte en cerrada al escribir una solución en la pizarra como si fuera la única y definitiva» (Entrevista con Domingo).

Una vez más la relación profesor-alumno en los EPPs se establece en el sentido del profesor al alumno. Todo aquello que nuestro futuro profesor conoce acerca de la necesidad de partir del alumno, de sus conocimientos y habilidades, etc. parece que se le olvida. Igualmente, las referencias teórico-prácticas establecidas en relación con las estrategias que hay que desarrollar para la resolución de problemas (visión retrospectiva, análisis del proceso seguido, examen de diferentes estrategias utilizadas, traslado del resultado y del procedimiento en problemas similares, etc.) que el EPP había experimentado en los seminarios correspondientes, no son tenidos en cuenta en esta ocasión. Es decir, encontramos un desajuste entre los conocimientos que Domingo tenía al respecto, y que previamente habíamos evaluado positivamente en nuestras clases, y la actividad docente desarrollada en las prácticas de enseñanza.

4. UN CONTEXTO ESPECÍFICO PARA «APRENDER A ENSEÑAR GEOMETRÍA»: UN CASO SIMULADO

El segundo ejemplo que describimos tiene su origen en una actividad desarrollada, asimismo, con alumnos de 3º de la especialidad de Primaria en la Facultad

de Educación de Badajoz. En él contemplamos las dos referencias que se indican en García y otros (1994) para contextualizar el contenido en la formación inicial. De una parte, la naturaleza del contenido matemático escolar y a la forma en que este contenido se genera en el aula, y de otra, el contexto de aprendizaje por parte de los estudiantes para profesores (Blanco, 1996b).

La experiencia se inserta en la actividad desarrollada en la asignatura «Didáctica de las Matemáticas II (Didáctica de la Geometría)», de carácter obligatorio de la Universidad, que se propone en el Plan de Estudios para los alumnos de tercer curso que cursan la Especialidad de Primaria.

El desarrollo de estas actividades nos permiten detectar y comprender las dificultades que los EPPs tienen para responder a preguntas inusuales de los alumnos de Primaria y para representar ideas Matemáticas adecuadas al nivel de los estudiantes de Primaria, lo que les lleva a situaciones de incertidumbre cuando tienen que tomar decisiones sobre cómo responder a los estudiantes en estas situaciones. Igualmente, nos muestran las dificultades que tienen para trasladar a situaciones específicas de enseñanza/aprendizaje los conocimientos teóricos adquiridos sobre didáctica de las Matemáticas.

En muchas ocasiones estas preguntas inusuales o situaciones de incertidumbre surgen como consecuencia de una participación creativa de los alumnos de Primaria, lo que hace más interesante y necesaria considerar estos contextos dentro de los programas de formación inicial.

En la actividad que exponemos nos hemos centrado en un aspecto concreto de la enseñanza de la Geometría como son los conceptos de área, perímetro y la relación que se establece entre ambos conceptos, y las respuestas que los alumnos nos manifiestan.

Una actividad concreta

El ejemplo escogido fue sugerido a partir del trabajo de Ball y Wilson (1990), y ha sido desarrollado, en cursos sucesivos, en el aula con los alumnos de la especialidad de Primaria dentro de la asignatura mencionada.

La actividad propuesta tiene su origen en una situación normal en una clase de Primaria en la que un alumno realiza un razonamiento, a partir de un ejercicio del libro de texto, como consecuencia del cual cree haber descubierto una teoría que él desconocía. Como tal, se la presenta al maestro, presentándose en el aula una nueva situación que deberá ser analizada por los profesores en formación. Así, repartimos a los EPPs una hoja con la propuesta indicada en la figura 4.

«Imagina que un alumno llega a tu clase interesado en una idea que quiere comunicarte. Te dice que ha resuelto una nueva teoría a la que tu nunca habías hecho referencia. Explica que, a partir de una actividad que ha visto en el libro de texto, ha descubierto que cuando el perímetro de una figura cerrada aumenta, entonces el área también se incrementa. Para probarlo te muestra la figura del libro donde se refleja la solución, dadas por él mismo, a las preguntas propuestas:



¿Cuál es el perímetro de la figura A? 16 ¿Cuál es el perímetro de la figura B? 18
 ¿Cuál es el área de la figura A? 16 ¿Cuál es el área de la figura B? 20

Ante esta situación ¿cuál debería ser tu actitud?, ¿cómo deberías actuar con este niño?, ¿qué harías en esa clase?

FIG. 4. Ejemplo propuesto a los profesores en formación recogido del trabajo de Ball y Wilson (1990)

El alumno del ejemplo (Figura 4) declara que ha descubierto una teoría y ofrece un dibujo de un caso particular como una prueba. De todos es conocido que un ejemplo no establece la verdad de una generalización en Matemáticas. Aún muchos ejemplos deberían hacer la declaración más plausible, pero no probarla. De aquí que el alumno declara una conjetura, no una teoría. De hecho, es falsa, el área y el perímetro de una figura cerrada sólo se relacionan de forma directa cuando las figuras son semejantes (dos círculos, dos cuadrados, etc.).

a) Objetivo

El objetivo específico de esta actividad es dar oportunidad, a los EPPs, para examinar y cuestionar sus concepciones sobre el papel del profesor y sobre el aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas, en relación a un aspecto concreto, pero que de cuya reflexión pueden sacarse importantes aspectos comunes a otras actividades y situaciones semejantes.

Queríamos analizar cual sería el razonamiento de los EPPs ante una situación posible de una clase de Primaria. Intentábamos, nuevamente, ayudarles a desarrollar el Conocimiento Didáctico de los EPPs, y la capacidad de razonamiento pedagógico, planteando una situación factible, y que implicaba un razonamiento falso de un supuesto alumno. Los EPPs deberían reflexionar sobre una situación de enseñanza/aprendizaje en la que necesariamente nos mostrarían sus conocimientos de Geometría, y verterían sus conocimientos sobre métodos de enseñanza en relación a la Geometría, algunos aspectos de la resolución de problemas, niveles de aprendizajes de los alumnos de Primaria, o la utilización de algunos materiales didácticos.

En el análisis que realizamos de las contestaciones dadas consideramos tres apartados diferenciados en referencia a:

a) Conceptos específicos de perímetro y área, pero sobre todo a la relación que se establece entre ambos conceptos, qué es el aspecto de contenido más sobresaliente.

b) Conocimiento matemático y su justificación en relación al proceso de generalización de determinados conceptos o procesos.

c) Razonamiento pedagógico de los futuros profesores ante una conjetura que presenta un alumno de Primaria.

b) *Análisis de los resultados a partir del trabajo en clase*

Las respuestas dadas por los 52 EPPs, durante el curso 1994-95, a las cuestiones planteadas constituyen la base a partir de la cual iniciamos el análisis de la situación planteada en el ejemplo. En este análisis, realizado en el aula con los profesores en formación, tendremos en cuenta dos aspectos básicos: En primer lugar, los contenidos y procesos matemáticos subyacentes en el ejemplo y, en segundo lugar, la situación de enseñanza/aprendizaje que puede generarse a partir de la conjetura del alumno.

Todo ello nos proporciona un contexto de aprendizaje sobre cómo enseñar matemáticas, donde se contraponen viejas concepciones sobre las matemáticas y la enseñanza de las matemáticas de los EPPs, con las nuevas propuestas curriculares.

b.1. *Los contenidos y procesos matemáticos*

Destacamos, en primer lugar, el número excesivo de respuestas que consideran cierta, sin ninguna duda, la afirmación señalada por el alumno del ejemplo. 29 de los 52 EPPs creyeron al alumno.

El análisis de la actividad realizada en el aula nos mostró que los EPPs razonaban más basándose en la falsa intuición que sugiere el razonamiento del alumno que por el estudio que pudieran hacer a partir de las figuras geométricas.

Los EPPs mostraron dificultades para establecer relaciones entre conceptos diferentes, en este caso entre los conceptos de área y perímetro. Esto puede venir determinado por dos aspectos diferentes que surgen como consecuencia del desarrollo del aprendizaje de las Matemáticas durante la enseñanza obligatoria. En primer lugar, los EPPs muestran una forma de conocimiento «cuadrado» de las Matemáticas. Conocen diferentes conceptos y algoritmos matemáticos, unos independientes de otros, pero encuentran dificultad para relacionarlos. A este respecto, recordamos la dificultad mostrada por los EPPs para encontrar ejemplos nuevos que ratificará o rectificará la conjetura del alumno.

Ante esta situación, cabría recordar las recomendaciones del NCTM acerca de la necesidad de presentar y trabajar las Matemáticas como una materia unificada, «como un todo integral, en vez de un conjunto integrado de temas» (NCTM, 1991a) diseñando actividades que evidencien y profundicen en las interconexiones entre conceptos y procesos matemáticos, en la idea de que estas actividades harán nacer en los estudiantes expectativas sobre la utilidad de las Matemáticas para resolver problemas y explorar otros matemáticos (NCTM, 1991 a y b).

En segundo lugar, el trabajo en el aula nos muestra las dificultades que tienen para abordar una cuestión matemática. Así, manifiestan un desconocimiento práctico de las estrategias sobre resolución de problemas (Blanco, 1993), al no encontrar caminos válidos para salir de la duda que manifiestan un número importante de EPPs.

Podríamos señalar que tienen dificultades para pensar matemáticamente en el sentido expresado en el NCTM, donde se recomienda expresamente explorar ejemplos y contraejemplos para investigar conjeturas (NCTM, 1991b, p. 45).

Igualmente, el aspecto de generalización de resultados a partir de un caso particular pasó desapercibido. Esta forma de razonamiento resulta muy usual en los alumnos de Primaria. El problema de generalizar a partir de un caso particular está asumido, y no sólo para el caso de las Matemáticas, y es uno de los aspectos que dificulta la adquisición del pensamiento matemático.

b.2. *La enseñanza de las Matemáticas*

De igual manera, constatamos que aquellos que se dirigen a los alumnos para que intervengan lo hacen mayoritariamente para que estos expliquen oralmente su propuesta, sin considerar algún tipo de actividad complementaria.

Esta referencia a la enseñanza tradicional de las Matemáticas, usual en la práctica docente de los EPPs ante situaciones de incertidumbre, ha sido puesta de manifiesto en trabajos anteriores y desde diferentes ópticas. Así, Cooney (1985), Blanco (1991) y Borko y otros (1992), entre otros, señalan que los EPPs tienen en su actuación docente como referencia fundamental su experiencia como alumnos de enseñanza obligatoria más que su aprendizaje en los Centros de Formación Inicial.

Ball y Willson (1990), en el trabajo que da origen a este ejemplo, señalan la preferencia de los profesores noveles por una metodología de tipo tradicional basada en hablar y mostrar a los alumnos formas de hacer Matemáticas, en un proceso que se situaría lejos de postulados constructivistas más usuales en estos días. Así, se deduce de las respuestas a las cuestiones planteadas que van en la línea de responder directamente a los estudiantes, hablarles a los estudiantes si las ideas son correctas o no.

5. CONCLUSIÓN

Los ejemplos expuestos intentan reflejar otro tipo de actividades a realizar con los profesores en formación en las aulas de los Centros de Formación Inicial. En ellos intentamos desarrollar, de forma uniforme, las dos componentes del Conocimiento Didáctico del Contenido.

La poca perspectiva histórica de la investigación en la educación matemática, en general, y de la formación de los profesores, en particular, no nos confiere elementos claros de validación de la actividad docente como formados de profesos-

res. No obstante, nos reafirmamos en que nuestro objetivo de formar profesores de Matemáticas nos tiene que llevar necesariamente a plantear actividades donde los EPPs puedan analizar situaciones como las descritas en los ejemplos anteriores, que posibilitan contextos de aprendizajes donde los conocimientos teóricos de Didáctica de las Matemáticas y las prácticas docente pueden encontrar un lugar común.

BIBLIOGRAFÍA

- BALL, D. L. y WILSON, S. (1990): Knowing the subject and learning to teach it: Examining assumptions about becoming a mathematics teacher. *Research report. N.C.R.T.E.*
- BLANCO, L. (1991a): *Conocimiento y acción en la enseñanza de las Matemáticas, de profesores de E.G.B. y estudiantes para profesores*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Extremadura. Badajoz.
- BLANCO, L. (1991b): Interacción didáctica en la enseñanza de las matemáticas con estudiantes de Magisterio. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*. Zaragoza, p. 57-68.
- BLANCO, L. (1991a): «Conocimiento práctico sobre la enseñanza de las Matemáticas de profesores de E.G.B.». *Enseñanza*, n.º 9, p. 187-199.
- BLANCO, L. J. (1993): *Consideraciones elementales sobre resolución de problemas*. Universitat. Badajoz.
- BLANCO, L., MELLADO, V. y RUIZ, C. (1995): «Conocimiento Didáctico del Contenido de Ciencias y Matemáticas y Formación de Profesores». *Revista de Educación*, n.º 307, p. 427-446.
- BLANCO, L. J. (1996a): «Resolución de problemas aritméticos y formación práctica de los maestros». *Educación Matemática n.º 1 Vol. VIII*. México.
- BLANCO, L. J. (1996b): «Aprender a enseñar Geometría. Una experiencia en la formación del profesorado de Primaria». *Epsilon*, n.º 34.
- BORKO, H. et al. (1992): «Learning to teach hard mathematics: do novice teachers and their instructors give up too easily?». *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 23 (3), p. 194-222.
- BROWN, Y. BORKO (1992): «Becoming a mathematics teacher». Grouws, D. A. (Ed): *Handbook of research on Mathematics teaching and learning*, p. 209-239.
- COCHRAN Y OTROS (1991): Pedagogical content knowledge: a tentative model for teacher preparation. *A.E.R.A.* Chicago.
- COONEY, T. J. (1985): «A beginning teacher's view of problem solving». *Journal for Research in Mathematics Education* 16(5), p. 324-336.
- COONEY, T. J. (1994): Conceptualizing teacher education as field of inquiry: theoretical and practical implications. En *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the psychology of Mathematics Education*. Vol. II. University of Lisboa (Portugal), p. 225-232.
- FERNÁNDEZ, D. y VALE, I. (1994): «Concepções e práticas de dois jovens professores perante a Resolução de problemas». En FERNÁNDEZ, D.: BORRALHO, A. Y AMARO, G.: *Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular*. Lisboa. Instituto de Inovação Educacional, p. 145-168.
- GARCÍA Y OTROS (1994): «Aprender a enseñar Matemáticas: una experiencia en la formación matemática de los profesores de Primaria». *Epsilon* n.º 30, p. 11-26.

- GUTIÉRREZ, A. (1991): *Area de conocimiento: Didáctica de la Matemática*. Síntesis. Madrid.
- HARVEY (1994): The 5 and 3 store. *Aritmetic teacher* Vol. 41(7), p. 364-366.
- LAPPAN Y THEULE-LUBIENSKI, S. (1994): «Training teachers or educating professional?. What are the issues and how are they being resolved?». En ROBITAILLE, D. F. y otros *Selected lectures from of the 7th International Congress on Mathematical Education*. Les presses de L'Université Laval. Sainte-Foy (Canadá), p. 249-261.
- LLINARES, S. (1994): «El profesor de matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y desarrollo profesional. En SANTALÓ, L. A. y otros: *La enseñanza de las Matemáticas en la educación intermedia*. Rialp. Madrid, p. 296-337.
- MARCELO, C. (1987): *El pensamiento del profesor*. Ceac. Barcelona.
- MARCELO, C. (1995): «Investigación sobre formación del profesorado: El conocimiento sobre aprender a enseñar». En BLANCO, L. Y MELLADO, V.: *La formación del profesorado de Ciencias y Matemáticas en España y Portugal*. Diputación Provincial. Badajoz, p. 3-35.
- M.E.C. (1992): *Educación Primaria. Matemáticas*. Madrid.
- MELLADO, V. (1995a): *Análisis del conocimiento Didáctico del contenido, en profesores de Ciencias de Primaria y Secundaria en Formación Inicial*. S. Pub. de UEX. Cáceres.
- MELLADO, V. (1995b): Concepciones de los profesores de Ciencias en formación y práctica del aula. En BLANCO, L y MELLADO, V.: *La formación del profesorado de Ciencias y Matemáticas en España y Portugal*. Diputación Provincial. Badajoz, pp. 309-325.
- N.C.T.M. (1991a): *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática* 1906 Association Drive, Reston Virginia.
- N.C.T.M. (1991b): *Profesional standards for teaching Mathematics* 1906 Association Drive, Reston Virginia.
- PÉREZ GÓMEZ, A. (1988): El pensamiento práctico del profesor: implicaciones en la formación del profesorado. En VILLA, A.: *Perspectivas y problemas de la función docente*. Narcea. Madrid, pp. 128-148.
- PONTE, J. P. Y CANAVARRO, A. (1994): A Resoluçao de problemas nas concepções e praticas dos profesores. En FERNÁNDEZ, D., BORRALHO, A. y AMARO, G.: *Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular*. Lisboa. Instituto de Inovação Educacional, pp. 197-211.
- RICO, L. y SIERRA, M. (1994): Educación matemática en la España del siglo XX. En KILPATRICK, J., RICO, L. y SIERRA, M.: *Educación Matemática e Investigación*. Síntesis. Madrid, pp. 97-207.
- S.E.E.M. (1994): *Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*. SEEM. Badajoz.
- SHULMAN, L. S. (1993): Renewing the pedagogy of teacher education: The impact of subject-specific conceptions of teaching. En MONTERO y VEZ: *Las Didácticas Específicas en la Formación del Profesorado*. Tórculo. Santiago, pp. 53-69.
- SIERRA, M. (1995): La formación del profesorado de Matemáticas en España: perspectiva histórica. En BLANCO, L. y MELLADO, V.: *La formación del profesorado de Ciencias y Matemáticas en España y Portugal*. Diputación Provincial. Badajoz, pp. 227-240.