

Documento de Trabajo 11/05
La flexibilidad como creadora de valor. El caso de una
explotación forestal en Portugal*

Susana Alonso Bonis
Eleuterio Vallelado González
Universidad de Valladolid
José Manuel Henriques Xavier
Universidad de Salamanca

ABSTRACT: El objetivo del trabajo es constatar la relevancia de la flexibilidad a la hora de valorar una explotación forestal. En concreto, se evalúa mediante el enfoque de opciones reales un proyecto de inversión consistente en transformar un pequeño terreno de labor situado en el centro de Portugal en una explotación de eucaliptos en un doble escenario: i) en un contexto de certeza, y ii) en un contexto de incertidumbre. Los resultados revelan que el riesgo puede tener un efecto positivo sobre el valor de un proyecto de inversión en incertidumbre cuando tal proyecto incluye flexibilidad operativa. La flexibilidad que tiene el propietario de la explotación forestal para decidir cuando talar los árboles le permite, en un escenario incierto, esperar al momento más oportuno para rentabilizar su inversión. Esta flexibilidad no tiene valor en certeza. Los resultados que se obtienen vienen a confirmar que en el caso de las explotaciones forestales la “convenience yield” o beneficio que obtiene el propietario al poseer el stock de madera es crítica para determinar el momento óptimo de tala de los árboles.

Palabras clave: Valoración, opciones reales, explotación forestal.

JEL clasificación: G12, G13, Q23.

Universidad de Valladolid
Dpto. Economía Financiera y Contabilidad
Avenida Valle de Esgueva, 6
47011 Valladolid, España
Tel: +34 983 423387
Fax: +34 983 183830
teyo@eco.uva.es

* Los autores agradecen la ayuda y los comentarios recibidos de Rosa Mayoral, Gabriel de la Fuente, Ángel León y de los revisores anónimos. Así mismo se agradecen los comentarios de los participantes en el XIII Congreso de AEFIN realizado en Alicante. Los errores y omisiones son de íntegra responsabilidad de los autores.

1.-Introducción

La decisión de aceptación o rechazo de un proyecto de inversión puede verse condicionada por la técnica empleada para su evaluación. En este sentido, el análisis de las oportunidades de inversión a partir de la teoría de opciones frente al enfoque tradicional del descuento de flujos ha dado lugar a una nueva forma de entender la evaluación y selección de las inversiones empresariales (Fuente, 2004). El reconocimiento de la flexibilidad y el carácter estratégico de las inversiones que caracteriza al enfoque de opciones reales permite superar en gran medida las limitaciones del criterio del valor actual neto (VAN), habitualmente utilizado, todavía hoy, en la práctica empresarial.

Y es que una de las hipótesis que subyace a la aplicación del VAN consiste en que es posible determinar a priori la estructura temporal de los flujos que va a generar la inversión. No obstante, parece más realista utilizar criterios o modelos de valoración que tengan en cuenta que desde el momento en que se analiza un proyecto de inversión hasta que tal proyecto finaliza pueden surgir una serie de opciones estratégicas que sólo es posible ejercitar una vez iniciado el proyecto pero que sin embargo deben valorarse a la hora de tomar la decisión de invertir. Por tanto, se hace imprescindible incluir en el análisis de los proyectos de inversión estas opciones estratégicas cuyo valor va a estar ligado a la incertidumbre. En este sentido, la incertidumbre puede añadir valor a los proyectos de inversión. En definitiva, el enfoque de opciones reales es especialmente relevante en aquellos proyectos que incluyen opciones estratégicas y un elevado nivel de incertidumbre.

El enfoque de opciones reales permite incluir en el análisis que la decisión de aceptar un proyecto supone adquirir opciones estratégicas que el inversor puede utilizar o no durante el desarrollo del proyecto en función de sus intereses. Valorar adecuadamente estas opciones incide en la aceptación o rechazo del proyecto de inversión. En consecuencia, este enfoque modifica la regla básica de inversión consistente en invertir en un proyecto cuando el valor actual esperado de sus flujos sea positivo, por otra que considera además las opciones estratégicas que pueden ejercerse durante la vida del proyecto de inversión. Además el valor de las opciones estratégicas depende del nivel de incertidumbre del proyecto.

El objetivo de nuestro trabajo es comparar las diferencias de valoración que se dan en un proyecto de inversión en función de si tal proyecto se desarrolla en un contexto de certeza o en un contexto de incertidumbre. En definitiva, nos proponemos validar la hipótesis de que la

incertidumbre crea valor en las inversiones flexibles. Para ello vamos a analizar la inversión en una explotación forestal con el modelo de opciones reales. La inversión en recursos naturales suele ser prolongada en el tiempo y está sujeta a importantes incertidumbres. En nuestro caso se trata de una explotación de eucaliptos en Portugal donde el principal flujo se produce en la fecha de venta de la madera de eucalipto. En particular, nos proponemos resaltar que la decisión de aceptar o rechazar la inversión depende críticamente del nivel de incertidumbre asociado a la decisión de talar los árboles. Esta incertidumbre generará valor para la inversión dado que la decisión de talar los árboles es contingente con las condiciones del mercado en cada momento. Cuando consideramos la flexibilidad que tiene el propietario de la explotación forestal para decidir el momento más adecuado para talar los árboles observamos que cuanto mayor es la incertidumbre mayor es el valor de la oportunidad de inversión. Para alcanzar el objetivo planteamos la valoración de un caso en un doble escenario: cuando la inversión se desarrolla en un entorno cierto y cuando se desarrolla en un entorno incierto. Al comparar la valoración de la inversión en los dos escenarios podremos identificar como la incertidumbre crea valor para el proyecto de inversión como consecuencia de la flexibilidad que tiene el propietario de los eucaliptos para decidir su tala en el momento más conveniente. El modelo de opciones reales nos permite identificar ese momento que será contingente con el mercado de la madera de eucalipto.

La correcta valoración de una inversión en recursos del tipo de la madera requiere considerar explícitamente que la cantidad del bien que subyace a la inversión aumenta conforme pasa el tiempo, lo cual no sucede con otros recursos naturales. Además, si la explotación es de reducidas dimensiones implica que la tala de los árboles se producirá en un solo momento lo que conlleva introducir en el análisis un periodo de carencia durante el cual los árboles de la explotación no han adquirido el tamaño suficiente para poder ser aprovechados comercialmente. La valoración de la inversión debe recoger la flexibilidad del propietario-inversor de la explotación para diferir la fecha óptima de tala de los árboles (opción operativa) en función de las circunstancias del mercado de madera de eucalipto. Esta flexibilidad contribuye a incrementar el valor de la explotación al tener en cuenta la variabilidad en el precio de la madera de eucalipto.

Nuestros resultados indican que la incertidumbre genera valor para el proyecto de inversión en una explotación de eucaliptos. Así cuando suponemos que la inversión se realiza en condiciones de certeza se obtienen valores para la inversión inferiores a los que se obtienen cuando

se considera incertidumbre. El valor de la inversión en la explotación de eucaliptos aumenta con la incertidumbre y está condicionada por el beneficio que puede obtener el propietario al poseer los eucaliptos, beneficio que no obtendría al invertir en una posición en futuros (“convenience yield”^{*}). Las diferencias en el valor de la inversión en función de si consideramos certeza o incertidumbre son consecuencia de la diferente valoración que se otorga a la opción que tiene el propietario (opción operativa) para decidir cuando talar los árboles. El valor de la opción operativa incluida en el proyecto de inversión muestra gran sensibilidad al valor de la “convenience yield”. Se observa como a medida que aumenta el beneficio asociado al mantenimiento del recurso natural disminuye el valor de la opción operativa –opción que de ejercerse supone talar los árboles-, reduciéndose las diferencias entre la valoración que se obtiene en certeza con el valor que se obtiene en incertidumbre.

Para completar la evaluación de la oportunidad de inversión hemos efectuado un análisis de sensibilidad de los resultados ante cambios en la tasa de crecimiento del valor de la explotación, la rentabilidad del activo libre de riesgo, o la volatilidad del precio de la madera.

Tras esta introducción se plantea el problema a analizar. En el tercer apartado se describe el método empleado para valorar la explotación forestal y determinar el momento óptimo de corte de los árboles. En el cuarto apartado se describe la aplicación empírica. En el quinto apartado se incluye un análisis de sensibilidad de los resultados ante cambios en las principales variables del análisis. Finalmente, el sexto apartado recoge las principales conclusiones del trabajo.

2. El problema objeto de análisis

El objetivo de este trabajo consiste en evaluar la decisión de transformar un terreno de pequeñas dimensiones en una explotación forestal de eucaliptos. Este problema es similar al analizado en los trabajos de Schwartz, Morck, y Stangeland (1989), Rocha, Moreira, Carvalho y Reis (2001) o Insley, (2002) en tanto en cuanto implica valorar una explotación forestal si bien presenta algunas peculiaridades relevantes para su correcta resolución.

^{*} La “convenience yield” se define como el beneficio asociado a la propiedad del recurso natural, beneficio que no es posible obtener de mantener una posición en futuros sobre ese recurso natural. En el caso de los eucaliptos este beneficio puede estar asociado al valor de los árboles en el mercado de derechos de contaminación o su valor en el mercado del ocio. Sólo los que poseen un stock de madera en la explotación puede utilizar ese stock para negociar en el mercado creado a partir del protocolo de Kyoto. En este protocolo se contempla de forma específica el fomento de los bosques.

En primer lugar, la explotación forestal que se pretende valorar no es una concesión temporal, como en estudios precedentes, sino un terreno de propiedad privada que explota su propietario, que se convierte a la vez en el agente inversor que dispone de la flexibilidad que le aporta poder decidir cuando proceder a la tala de los árboles. Además, el pequeño tamaño de la explotación forestal objeto de valoración hace que la plantación no pueda ser explotada de forma extensiva, como es el caso de las concesiones en Canadá o en el Amazonas, sino que requiere una explotación intensiva, esto es, la tala de los árboles se lleva a cabo de una sola vez en lugar de realizar cortas periódicas a lo largo de la vida de la concesión.

En consecuencia, resulta necesario esperar hasta que los árboles crezcan ya que el valor derivado de la tala es nulo para edades inferiores a 8 años. La madera de eucalipto carece de valor comercial hasta que los árboles no alcanzan un tamaño mínimo que se corresponde con una edad aproximada de 8 años. La existencia de un periodo de carencia nos obliga a determinar el valor de la oportunidad de inversión como diferencia de dos opciones, la primera supuesto que no existe el periodo de carencia y la segunda que recoge el valor de la oportunidad de inversión durante el periodo de carencia supuesto que fuera óptimo talar los árboles antes de transcurridos 8 años.

Por último, una vez que se decide proceder a talar los árboles el propietario inversor está obligado bien a reforestar la superficie talada bien a devolver el terreno a su estado original, debiendo satisfacer el coste correspondiente, que incrementa el precio de ejercicio de la oportunidad de inversión.

En definitiva, podemos identificar tres momentos claves en la valoración de la inversión objeto de estudio: i) el momento inicial, en el que se toma la decisión de transformar un terreno agrícola en una explotación forestal, y que supone realizar el desembolso necesario para plantar los eucaliptos; ii) el momento en que la explotación alcanza valor comercial y que determina el comienzo de la opción operativa relacionada con la decisión de cortar los árboles; y iii) el momento en que se decide la tala de los árboles, en el cual se ejerce la opción que tiene el propietario inversor y que determina la obtención de los ingresos correspondientes a la venta de la madera, ingresos que se ven disminuidos por la obligación de reforestar o reacondicionar el terreno.

3. Valoración de la explotación forestal de eucaliptos y determinación del momento óptimo de tala

La determinación del momento óptimo de corte (opción operativa) se realiza tanto en un contexto de certeza como de incertidumbre. En el primero, se considera que la evolución de las variables a partir de las que se determina el valor del subyacente evolucionan de forma cierta en el tiempo (volatilidad nula) mientras que en el segundo caso se considera la existencia de volatilidad.

El enfoque de opciones reales nos va a permitir considerar las implicaciones estratégicas implícitas en un proyecto de inversión así como la flexibilidad con que cuenta el inversor en la toma de decisiones. Desde esta perspectiva, es posible valorar un proyecto de inversión teniendo en cuenta la incertidumbre asociada a los factores determinantes del valor del mismo. Así, en el caso de la inversión que nos ocupa, la valoración de la explotación forestal mediante el enfoque de opciones reales permite considerar la naturaleza estocástica del precio de la madera, de manera que cuanto mayor sea la variabilidad del mismo mayor será el valor de la opción operativa que tiene el propietario de la explotación y por tanto mayores serán las diferencias entre considerar o no la incertidumbre. En definitiva, cuanto mayor es la incertidumbre mayor es el valor de la flexibilidad que tiene el propietario de la explotación forestal para decidir talar los árboles.

3.1. EL VALOR DE LA EXPLOTACIÓN DE EUCALIPTOS EN CERTEZA

En el caso de la explotación forestal que nos ocupa, el valor de la plantación en un momento determinado, V_t , se determina a partir de la cantidad de madera en m^3/ha , Q_t , y de su precio en dicho momento, P_t ,

$$V_t = P_t Q_t$$

Respecto a la evolución del volumen de madera a lo largo del tiempo asumimos un crecimiento constante anual del volumen de madera a razón de una tasa cierta s^\dagger . El proceso para el volumen de madera puede plantearse entonces del modo siguiente,

$$dQ_t = sQ_t dt$$

La evolución futura de los precios en un contexto de certeza se supone igualmente creciente a una tasa constante, α , durante todo el período de análisis. Sin embargo, dadas las características de la inversión

[†] Este supuesto es similar al que plantean Schwartz, Morck, y Stangeland (1989) y Rocha, Moreira, Carvalho y Reis (2001).

evaluada, debemos contemplar la existencia de un período de carencia, 8 años, durante el cual se considera que la madera, y por tanto la explotación, no tienen valor comercial. En consecuencia, el proceso seguido por el valor de la explotación puede expresarse como:

$$dV_t = \begin{cases} 0 & \text{si } t \leq 8 \\ (\alpha + s)P_t Q_t dt & \text{si } t > 8 \end{cases} \quad (1)$$

donde $\alpha + s$ representa la tasa de crecimiento medio anual del valor de la explotación.

El valor de la oportunidad de inversión en el momento en que la madera tiene valor comercial se expresa como sigue:

$$F_t(V) = (V_t e^{(\alpha+s)t} - C) e^{-rt} \quad (2)$$

siendo r la rentabilidad del activo libre de riesgo; T el tiempo que transcurre desde que la madera tiene valor comercial hasta que se produce la tala de los árboles; y C el coste en que se incurre para proceder a la tala de los árboles, que suponemos constante a lo largo del tiempo.

En un entorno de certeza el valor de la explotación no depende del riesgo de mercado por lo que la tasa de descuento adecuada es la rentabilidad del activo libre de riesgo. Por tanto el valor de la explotación forestal en el momento inicial se puede obtener descontando al tipo r el valor de la explotación forestal en t –momento en el que la madera adquiere valor comercial (8 años)-.

$$F_0(V) = F_t(V) * e^{-rt}$$

Para estimar el momento óptimo de corte de los árboles, T^* , que determina la obtención del mayor rendimiento de la oportunidad de inversión, aplicamos las condiciones de máximo en la ecuación anterior[‡] y despejamos el valor de T^* que vendrá dado por la siguiente expresión[§],

$$T^* = \max \left\{ \frac{1}{(\alpha + s)} \cdot \ln \left[\frac{rC}{(r - \alpha - s)V_t} \right]; 0 \right\} \quad (3)$$

Si $T^* = 0$ entonces la plantación se corta justo cuando la madera tiene valor comercial, es decir en $t = 8$ años. En este caso se puede obtener

[‡] Véase Anexo A.

[§] Nótese que para que el problema de optimización tenga solución es necesario que: $(\alpha + s) < r$.

el valor crítico del subyacente para el que se ejerce la opción, V^* , sustituyendo $T = 0$ en la ecuación (2) y despejando:

$$V_t^* = \frac{r}{(r - \alpha - s)} * C \quad \text{y} \quad F_t(V) = V_t - C$$

$$F_0(V) = F_t(V) * e^{-t*r}$$

Pero si por el contrario, $T^* > 0$, la decisión óptima en un contexto de certeza será proceder a la tala de los árboles en un momento posterior a aquel en que la explotación alcanza valor comercial. En este caso, la plantación se corta en $t + T^*$ ($t + T^*$) y, en consecuencia, se obtiene la solución para la expresión que nos indica el valor de la oportunidad de inversión, $F(V)$,

$$F_t(V) = \left[\frac{(\alpha + s)C}{(r - \alpha - s)} \right] \cdot \left[\frac{(r - \alpha - s)V_t}{rC} \right]^{(\alpha + s)} \quad (4)$$

$$F_0(V) = F_t(V) * e^{-r*t}$$

Tanto si $T^*=0$ como si $T^*>0$ el valor de la explotación forestal $F(V)$ y el momento óptimo para proceder a la tala de los árboles sólo tiene solución si la rentabilidad del activo libre de riesgo es mayor que la tasa de crecimiento medio anual del valor de la explotación ($\alpha + s$).

Si la tasa de crecimiento del valor de la explotación llegase a ser superior a la rentabilidad del activo libre de riesgo nos encontraríamos con que la opción operativa no debería ejercerse ya que el incremento en el valor de la explotación por el paso del tiempo sería mayor que el coste de oportunidad del activo financiero equivalente, que en este caso es el activo libre de riesgo. Por tanto la solución óptima sería no talar los árboles.

3.2. EL VALOR DE LA EXPLOTACIÓN DE EUCALIPTOS CUANDO EXISTE INCERTIDUMBRE

La consideración de la incertidumbre y la posibilidad de reaccionar ante ella, que se refleja en la flexibilidad del propietario en la toma de decisiones influye sobre el valor de la explotación forestal. La posibilidad con que cuenta el propietario de la plantación para decidir cuando proceder a la explotación del recurso natural –opción operativa-, se asimila a una opción de compra de estilo americano de duración ilimitada. El ejercicio de la opción supone incurrir en el gasto necesario para cortar los árboles y la

apropiación por parte del propietario de los flujos de tesorería procedente de la comercialización del recurso.

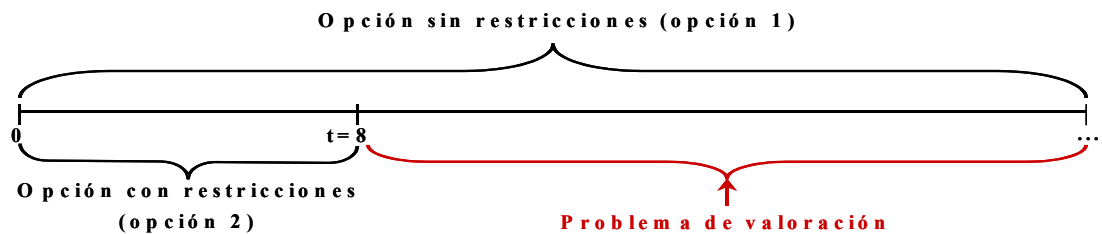
Las características de la inversión evaluada –cuyo valor se encuentra condicionado a la estimación del momento óptimo de explotación de un recurso natural– recomiendan el empleo de la propuesta de Dixit y Pindyck (1994) para su adecuada valoración. La solución analítica presentada por estos autores para el valor de la opción operativa de duración infinita permite resolver la ecuación diferencial homogénea resultante bien directamente o bien mediante el empleo de procedimientos numéricos iterativos.

No obstante, las peculiaridades ya señaladas del problema de valoración planteado requieren algunos ajustes en dicha propuesta. Como ya se ha señalado, el que se trate de una pequeña explotación forestal donde la tala de los árboles se lleva a cabo de una sola vez, introduce una restricción en el modelo de valoración, cual es la existencia de un período de carencia que impide la explotación del recurso durante los ocho primeros años.

A simple vista, una solución intuitiva para incorporar esta restricción, consiste en valorar la oportunidad de inversión a partir del octavo año de vida de la explotación forestal y actualizar el valor resultante hasta el momento actual. No obstante, esta alternativa plantea la dificultad de estimar una tasa de descuento adecuada al riesgo de la opción de inversión, que difiere de la del proyecto subyacente.

Alternativamente, es posible resolver el problema valorando el periodo de carencia mediante una nueva opción. Se trata de considerar y valorar aquellas situaciones donde resulta óptimo el ejercicio de la opción operativa durante el periodo de carencia pero que sin embargo supone talar los eucaliptos cuando su valor comercial es nulo. Por ello, se plantea resolver nuestro problema de valoración a partir de la diferencia entre dos opciones. La primera opción resulta de plantear el problema sin considerar el periodo de carencia, es decir, estimando el valor actual de una opción de inversión de duración infinita que puede ejercitarse en cualquier momento a partir del instante actual. Y la segunda recoge el valor actual de una opción de inversión de vida finita, que puede ejercitarse en cualquier momento entre el instante inicial y el momento en que la madera alcanza el tamaño suficiente para su comercialización. La diferencia entre ambos valores proporcionará el valor actual de una oportunidad de inversión que supone esperar hasta el momento en que puede iniciarse la explotación comercial de la plantación y de duración infinita a partir de este

momento^{**}. El siguiente esquema temporal recoge ambas opciones y el resultado de la diferencia entre ellas en el momento actual (t=0).



VALOR DE LA OPORTUNIDAD DE INVERSIÓN SIN RESTRICCIONES

El procedimiento para la estimación del valor de la oportunidad de inversión sin período de carencia en un entorno incierto, comienza con la determinación del proceso estocástico que gobierna la evolución del activo subyacente. Como ya se ha señalado, el valor de la plantación en un momento determinado, V_t , se obtiene a partir de la cantidad de madera en m^3/ha , Q_t , y de su precio en dicho momento, P_t ,

Suponemos que la incorporación de la incertidumbre afecta a la evolución de los precios, y no a la cantidad de madera, de manera que la variación que éstos experimentan a lo largo del tiempo seguirá un proceso geométrico browniano,

$$dP_t = \alpha P_t dt + \sigma P_t dz$$

donde dz_t es el incremento de un proceso de Wiener; α es el parámetro de tendencia; y σ representa la volatilidad, es decir, la desviación de la tendencia esperada o término de incertidumbre.

A partir de la evolución estocástica del precio y supuesto constante el crecimiento del volumen de madera, se define el proceso seguido por el valor de la explotación también del tipo geométrico browniano

^{**} Nótese que la opción 1 no es la descomposición de la opción 2 y el problema de valoración. La cartera compuesta por la opción 2 y el problema de valoración tiene mayor valor que la opción 1 ya que mientras la cartera supone dos fechas de ejercicio la opción 1 sólo tiene una fecha de ejercicio. Nuestro objetivo con la opción 2 es valorar la posibilidad de que sea óptimo el ejercicio durante el periodo de carencia no descomponer la opción 1.

$$dV_t = (\alpha + s)V_t dt + \sigma V_t dz \quad (6)$$

donde $\alpha + s$ representa la tasa de crecimiento medio anual del valor de la explotación.

Supuesta esta evolución para el activo subyacente y aplicando los argumentos de de replica y arbitraje (Black y Scholes, 1973), la determinación del momento óptimo para llevar a cabo la explotación de la plantación requiere la construcción de una cartera sin riesgo, Φ , compuesta de una unidad del derivado $F(V)$ y una posición corta de n unidades en el activo subyacente, V , de manera que no sea posible el arbitraje. El rendimiento de esta cartera coincidirá con la rentabilidad del activo libre de riesgo, siendo posible, por tanto, establecer la siguiente relación

$$r\phi dt = r(F - F'V)dt \quad (7)$$

donde r representa el tipo de interés libre de riesgo.

Partiendo de la anterior expresión se deriva la ecuación diferencial parcial que debe satisfacer el valor de la opción

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 F'' + (r - \delta)V F' - rF = 0 \quad (8)$$

y que cuenta con la solución analítica propuesta por Dixit y Pindyck (1994)^{††}:

$$F(V,0) = AV^{\omega_1} \quad (9)$$

Aplicando las condiciones de contorno de la opción se derivan las siguientes expresiones que nos permiten determinar tanto el valor crítico de la explotación forestal a partir del cual resulta óptimo el ejercicio de la opción de inversión como el valor de la misma.

$$\omega_1 = \frac{1}{2} - \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \quad \omega_1 > 1 \quad (10)$$

$$A = \frac{(\omega_1 - 1)^{\omega_1 - 1}}{\omega_1^{\omega_1} C^{\omega_1 - 1}} \quad (11)$$

$$V^* = \frac{\omega_1}{(\omega_1 - 1)} \cdot C \quad (12)$$

^{††} Véase Anexo B

VALOR DE LA OPORTUNIDAD DE INVERSIÓN DURANTE EL PERIODO DE CARENCIA

La consideración de la restricción que supone la existencia de un período de carencia en la explotación forestal se realiza mediante la valoración de una opción de inversión también de estilo americano pero con duración limitada. Se pretende determinar el valor de la oportunidad de inversión en el supuesto de que fuera óptimo talar los árboles antes de que la madera de eucalipto tenga valor comercial. El procedimiento utilizado para la cuantificación de este derecho es el método binomial propuesto por Cox, Ross y Rubinstein (1979).

La implementación de este procedimiento requiere dividir el período de vida de la opción en un número n de subintervalos de idéntico tamaño, Δt , de manera que en cada uno de esos intervalos la variación que experimenta el subyacente sigue un esquema binomial. El rango de valores posibles que puede adoptar el subyacente en el intervalo analizado viene determinado por el tamaño del movimiento al alza, u , y a la baja, d , que depende, a su vez, de la varianza estimada de los cambios en el valor del subyacente.

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} \quad d = \frac{1}{u}$$

La aplicación de los argumentos de réplica y arbitraje al activo financiero “gemelo” del activo subyacente, supuesto un mercado de capitales completo, nos permite determinar las probabilidades neutrales al riesgo asociadas al movimiento al alza, p , y a la baja, $(1-p)$, a partir de las cuales se estima el valor de la opción.^{‡‡} Nótese que dichas probabilidades se ven afectadas por la corriente de flujos que representa la “convenience yield”, δ ,

$$p = \frac{e^{(r-\delta)\Delta t} - d}{u - d} \quad (11)$$

Calculadas las probabilidades neutrales al riesgo, el valor de la opción americana de vida finita se obtiene sin más que seguir un proceso recursivo, que parte del valor de la opción en la fecha de vencimiento y se extiende hasta el momento inicial, de acuerdo con el siguiente esquema

^{‡‡} Véase Azofra y Fuente (2001).

$$F_{i,j}(V) = \text{Max}\{Vu^j d^{i-j} - C, e^{-r\Delta t} [pF_{i+1,j+1} + (1-p)F_{i+1,j}]\}$$

$$i = 1 \dots n$$

$$j = 1 \dots m$$

4. Aplicación empírica a una explotación de eucaliptos situada en el centro de Portugal

El interés del caso de las explotaciones de eucaliptos en Portugal se explica por la relevancia de este sector dentro de la economía portuguesa. Las empresas productoras de pasta de papel representan el 2% del PIB y el 5% de las exportaciones portuguesas. Estas empresas se nutren de madera de eucaliptos procedente de las regiones norte y centro del país. Estas regiones son las que tienen mejores condiciones de clima y suelo para producir este tipo de árbol. Aproximadamente el 8% de la superficie continental del país está cubierta por eucaliptos.

La estructura de propiedad minifundista característica de Portugal hace que las explotaciones forestales sean de reducidas dimensiones lo que plantea la necesidad de adaptar los modelos de valoración habitualmente propuestos para las grandes concesiones madereras a la realidad de Portugal.

4.1 Estimación de los parámetros^{§§}

La plantación objeto de análisis se sitúa en la región Centro de Portugal con una superficie de entre 6 y 10 hectáreas. Esta zona está considerada como zona ecológica AM con unas características topográficas de clase II pendiente del 10 al 20%^{***}.

El momento en que se realiza el análisis coincide con la fecha en la que el propietario del terreno se plantea modificar el uso de su finca y transformarla en una explotación forestal. Esta transformación conlleva asumir que una vez que se talen los árboles se reforestará el terreno o bien se reacondicionará para devolverlo a su estado original. De llevarse a cabo dicha transformación, la explotación será gestionada directamente por el

^{§§} Hemos decidido realizar la valoración en US\$ al ser esta la moneda habitual en el comercio mundial de materias primas y en particular de madera. Además la valoración en US\$ facilita la comparación de nuestros resultados con los de otros trabajos.

^{***} Las zonas ecológicas de Portugal recogen las capacidades agrícolas y forestales de cada zona. Estas zonas ecológicas fueron definidas por Albuquerque en 1982, quien dividió el territorio continental portugués en 6 zonas ecológicas teniendo en cuenta su diversidad climática, localización y topografía. La zona AM es una zona ecológica de influencia atlántica. Por su parte, la Direcção Geral das Florestas (DGF) clasificó en 1993 los terrenos en los que se sitúan las explotaciones forestales portuguesas en 4 categorías atendiendo a que el coste de replantación dependía de la pendiente de la finca y de la dificultad del terreno para ser labrado con medios mecánicos. Estas categorías son: I, pendiente entre 0 y 10%; II, pendiente entre 10 y 20 %; III pendiente entre 20 y 33%; y IV pendiente superior al 33%.

propietario del terreno. Las empresas productoras de pasta de papel constituyen los principales consumidores del producto resultante de la explotación y asumen el coste derivado de la tala de los árboles y su transporte.

Adicionalmente, asumimos que el propietario del terreno no tiene restricciones financieras por lo que puede retrasar la explotación de la plantación, esto es, el corte de los árboles, hasta que se alcance el umbral de rentabilidad deseado. El desembolso exigido para transformar el terreno en una explotación forestal se estima en 1.289,12 \$ por hectárea^{†††}, cantidad que consideramos adecuada igualmente para representar el coste de reforestación al final del ciclo (precio de ejercicio de la opción de talar los árboles), atendiendo de este modo a la obligación que tiene el propietario del terreno de reforestar tras la tala de los árboles (ejercicio de la opción operativa).

Los parámetros del proceso estocástico geométrico browniano que sigue el valor de la plantación se han obtenido a partir del precio de la madera tipo “lumber” que se negocia en Estados Unidos, convenientemente corregido para tener en cuenta el crecimiento de la madera^{†††}. La selección de esta serie de datos responde a la disponibilidad de una serie suficientemente larga, desde 1992 hasta 2002, y con una importante correlación con el precio de la madera para pasta de papel. Los parámetros del proceso geométrico browniano para el precio de la madera, que nos permiten determinar a su vez los del proceso para el valor de la plantación, son el 3,65% y 8,68% respectivamente para la tasa de crecimiento esperada y la desviación estándar^{§§§}.

La tasa de incremento del volumen de madera de la explotación por cada año adicional que se mantienen los árboles sin cortar se ha estimado en un 7,03% anual a partir de los datos obtenidos del “Inventário Florestal Nacional 3ª revisão–2001” elaborado por la DGF de Portugal y el trabajo de Tomé (1992). En consecuencia, el valor estimado para la tasa de crecimiento del proceso seguido por el valor de la explotación forestal es del 10,68% anual con una desviación estándar del 8,68%.

Constatamos, así mismo, el diferente nivel de riesgo sistemático del activo subyacente, el valor de la explotación forestal, y el precio de la

^{†††} Esta cantidad se ha obtenido de los cálculos realizados por la Direcção Geral das Florestas (DGF) para las labores de reforestación de una hectárea de terreno de las características especificadas. Las cantidades están expresadas en € por lo que se han transformado en US\$ utilizando el tipo de cambio medio de 0,9508 \$/€.

^{†††} En este caso la serie de datos que utilizamos para el activo subyacente viene expresada en US\$.

^{§§§} El análisis estadístico de la serie de precios utilizada puede ser solicitada a los autores.

madera, que se deriva del crecimiento de la misma. La rentabilidad ajustada por el riesgo de la plantación, μ_V , se estima a partir de la tasa de crecimiento esperada de la explotación, 10,68% y la “convenience yield”****, que se refiere a la rentabilidad que podemos obtener por detentar la propiedad del stock de madera en cada momento. La ausencia de datos para estimar este parámetro nos lleva a plantear un intervalo de posibles valores que puede tomar esta variable (entre 0,7% y el 4% anual) a partir de los cuales obtenemos la tasa de rentabilidad ajustada por el riesgo.

Por último, para la estimación del tipo de interés del activo libre de riesgo, r , hemos tomado la rentabilidad de los bonos estadounidenses, que nos permite ser congruentes con el resto de los datos utilizados en el caso. La rentabilidad de los bonos del Tesoro de USA fue por término medio del 5,06% durante 2002. La tabla 1 presenta un resumen de las variables que se utilizan para valorar la explotación y los valores que toman cada una de ellas.

Tabla 1. Parámetros utilizados en el caso

<i>Variable</i>	<i>Notación</i>	<i>Valor estimado</i>
<i>Coste de plantación</i> ^{††††} , <i>precio de ejercicio de la opción operativa</i>	C	1289,12 \$/ha
<i>Precio de la madera de eucalipto en la explotación</i> ^{††††} <i>en t=0</i>	P	20,64 \$/m ³
<i>Volumen de madera en la plantación</i> ^{§§§§} <i>en t=8 años</i>	Q	123,61m ³ /ha
<i>Tasa de crecimiento del volumen de madera</i>	S	7,03% anual

**** La “convenience yield” actúa como la rentabilidad por dividendos en la valoración de opciones financieras.

†††† Es el valor estimado por la DGF para las explotaciones forestales con características topográficas del tipo II, explotaciones con pendientes entre el 10 y el 20%. El precio ha sido ajustado utilizando el índice de precios medios de producción para la agricultura. Se considera que el coste inicial de transformar un terreno agrícola en explotación forestal coincide con el coste de reforestar o devolver a su situación original el terreno una vez talados los árboles.

†††† Precio por m³ de la madera de eucalipto en la explotación en diciembre del 2002. Precio publicado por SICOP servicio que depende de la DGF de Portugal convertido en USD al cambio medio de 0,9508

§§§§ Este valor se refiere al volumen de madera por hectárea en la explotación a los 8 años. Para calcular este valor hemos partido del dato que aparece en el trabajo de Tomé (1992). Este autor calcula el volumen de madera por hectárea de una explotación de similares características a la nuestra al cabo de 10 años. Por tanto hemos pasado del volumen a los 10 años al volumen a los 8 años utilizando como tasa constante de crecimiento de la madera del 7,03% al año.

		anual
<i>Valor de la plantación en $t=0$</i>	V_0	1289,12 \$/ha
<i>Valor de la plantación en $t=8$ año</i>	V_8	3.029,39 \$/ha
<i>Tasa media de incremento del precio de la madera</i>	α	3,65 % anual
<i>Tasa media de incremento del valor de la explotación</i>	$\alpha+s$	10,68 % anual
<i>Desviación típica del valor de la explotación</i>	σ	8,68 % anual
<i>“Convenience yield” de la explotación</i>	δ	Entre 0,7% y 4% anual
<i>Tipo de interés libre de riesgo</i>	r	5,06 % anual

4.2. Resultados de la aplicación empírica

A partir de los parámetros del proceso estocástico que gobierna la evolución del activo subyacente, y de las expresiones que determinan el valor de las opciones anteriormente analizadas, en el presente apartado estimamos el valor de la oportunidad de invertir en la explotación forestal tanto en un contexto de certeza como de incertidumbre.

En certeza el valor de la explotación $F(V)$ y la fecha óptima de corte T^* dependen de la relación entre la tasa de crecimiento del valor de la plantación y la rentabilidad del activo libre de riesgo. Si $\alpha+s$ es mayor o igual a r , como es nuestro caso, la decisión óptima para el propietario de la explotación forestal es no talar los eucaliptos.

En un entorno incierto la flexibilidad del propietario en el proceso de toma de decisiones se traduce en un mayor valor de la opción de inversión y por tanto del proyecto de inversión. Sólo si el proyecto se inicia es posible utilizar la opción operativa incluida en el mismo. En este caso, el ejercicio óptimo de la opción operativa y que otorga al propietario la flexibilidad para decidir cuando talar los árboles, se determina a partir del valor crítico de la plantación. La tabla 2 recoge este valor crítico y el valor actual que se deriva del ejercicio óptimo de la oportunidad de inversión cuando no existen restricciones, $V_{\text{sin_restricción}}^*$ y $F_{0,\infty}^0(V_{\text{sin_restricción}}^*)$, para diferentes valores de la “convenience yield”.

Tabla 2. Valor de la opción de inversión sin restricción.

En la tabla se presenta el valor de la explotación forestal con el modelo de opciones reales supuesto que existe incertidumbre y sin considerar la restricción de no poder talar los árboles hasta transcurridos 8 años. Se incluyen distintos valores de la convenience yield, δ , dado que no ha sido posible estimar este parámetro. En consecuencia obtenemos los valores correspondientes para el valor crítico de la explotación, $V_{\text{sin_restricción}}^*$, y el valor en $t=0$ de la oportunidad de inversión, $F_{0,\infty}^0(V_{\text{sin_restricción}}^*)$.

δ	$V_{\text{sin_restricción}}^*$	$F_{0,\infty}^0(V_{\text{sin_restricción}}^*)$
0,70%	10.113,60\$	8.824,48\$
1,00%	7.116,01\$	5.826,89\$
1,50%	4.751,94\$	3.502,42\$
2,00%	3.637,57\$	2.348,45\$
2,50%	2.953,85\$	1.664,73\$
3,00%	2.507,47\$	1.218,35\$
4,00%	1.979,01\$	689,88\$

Sin embargo, el valor del proyecto de inversión objeto de valoración tiene la restricción de que los árboles no se pueden talar hasta transcurridos 8 años. Así pues es necesario deducir del valor obtenido para la inversión sin restricción, $F_{0,\infty}^0(V_{\text{sin_restricción}}^*)$, el valor actual de la oportunidad de inversión que se generaría durante el período de carencia, $F_{0,8}^0(V^*)$. Este último se ha calculado utilizando un árbol binomial de 32 periodos donde el subintervalo temporal se establece en $\Delta t = 0,25$ años. El resto de parámetros coinciden con los utilizados en la opción sin restricción. El valor actual de la oportunidad de inversión durante del periodo de carencia para cada uno de los posibles valores de la “convenience yield” se presentan en la tabla 3.

Tabla 3. Valor de la restricción ***.**

En la tabla se incluyen los distintos valores que alcanza la restricción que supone no poder talar los árboles hasta el octavo año en función de la “convenience yield”, δ .

δ	$p = \frac{e^{(r-\delta)\Delta t} - d}{u - d}$ †††††	$F_{0,8}^0(V^*)$
0,70%	0,615	377,51 \$
1,00%	0,607	350,14 \$
1,50%	0,592	306,85 \$
2,00%	0,578	266,57 \$
2,50%	0,563	229,41 \$
3,00%	0,549	195,64 \$
4,00%	0,520	140,80 \$

A partir de estas dos opciones, podemos determinar ya el valor actual de la inversión en una explotación forestal de eucaliptos que requiere esperar hasta el octavo año para su explotación comercial, $F_{8,\infty}^0(V^*)$, y que se calcula como la diferencia entre la opción perpetua $F_{0,\infty}^0(V^*)$ y la opción de compra americana que vence dentro de 8 años, $F_{0,8}^0(V^*)$. El valor de la inversión en el momento actual teniendo en cuenta la restricción del periodo de carencia se puede expresar:

*****La restricción se valora con el modelo binomial pero también se puede valorar con la propuesta de Barone-Adesi Whaley (1987). Esta propuesta se puede utilizar para valorar opciones de compra americanas cuyo vencimiento sea inferior a un año o superior a cinco. En nuestro caso hemos procedido a repetir los cálculos utilizando esta propuesta con resultados similares a los obtenidos mediante el modelo binomial

††††† En la discretización del proceso estocástico geométrico browniano que sigue la distribución de la variable de estado, valor de la explotación, utilizamos un árbol binomial que representa a la variable V en el intervalo de tiempo Δt , de forma que el retorno esperado sea $(r-\delta)\Delta t$ y su volatilidad $\sigma\sqrt{\Delta t}$. La solución es definir dos valores para la variable de estado en el intervalo Δt , uno creciente $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ con la probabilidad $p = \frac{e^{(r-\delta)\Delta t} - d}{u - d}$ y otro decreciente $d = 1/u$, con la probabilidad $(1-p)$. Cuanto menor sea el intervalo Δt mejor será la aproximación a la distribución del proceso continuo de la variable de estado V

$$F_{8,\infty}^0(V^*) = F_{0,\infty}^0(V^*) - F_{0,8}^0(V^*)$$

La tabla 4 contiene el resumen de nuestros resultados en la aplicación empírica de nuestros modelos al caso de una explotación forestal de eucaliptos situada en el centro de Portugal y supuesto que existe incertidumbre y un periodo de espera antes de poder utilizar la opción operativa de talar los árboles. El valor actual neto extendido (VANE) es el valor de la oportunidad de inversión objeto de análisis una vez deducidos los costes iniciales para transformar el terreno en una explotación forestal.

Tabla 4. Valor de la explotación forestal teniendo en cuenta la restricción

La tabla presenta el valor actual neto de la explotación forestal (VANE) en $t=0$ de la inversión en condiciones de incertidumbre en una explotación forestal que tiene un periodo de carencia de 8 años. Se calculan distintos valores en función de la “convenience yield”, δ , para la opción de inversión sin restricciones, $F_{0,\infty}^0(V^*)$, el valor de la restricción que supone tener que esperar 8 años para poder talar los árboles, $F_{0,8}^0(V^*)$, y el valor de la opción de inversión con restricción, $F_{8,\infty}^0(V^*)$.

δ	$F_{0,\infty}^0(V^*)$	$F_{0,8}^0(V^*)$	$F_{8,\infty}^0(V^*)$	<i>VANE</i>
0,70%	8.824,48\$	377,51 \$	8.446,97 \$	7.157,85 \$
1,00%	5.826,89\$	350,14 \$	5.476,75 \$	4.187,63 \$
1,50%	3.502,42\$	306,85 \$	3.195,57 \$	1.906,45 \$
2,00%	2.348,45\$	266,57 \$	2.081,88 \$	792,76 \$
2,50%	1.664,73\$	229,41 \$	1.435,32 \$	146,20 \$
2,65%	1.511,89\$	218,90 \$	1.292,99 \$	3,87 \$
3,00%	1.218,35\$	195,64 \$	1.022,71 \$	-266,14 \$
4,00%	689,88\$	140,80 \$	873,87 €	-481,96 €

Los resultados ponen de manifiesto la conveniencia de llevar a cabo la inversión y por ende, la transformación del terreno en una explotación forestal para valores de la “convenience yield” inferiores a 2,65%. Este resultado indica que si los beneficios generados por mantener en pie los

eucaliptos permite incrementar el valor de la explotación a tasas superiores al 2,65% anual no se debe proceder a la tala de los árboles.

El modelo de valoración utilizado, basado en la propuesta de Dixit y Pindyck (1994), proporciona al propietario-inversor la regla de actuación que debe seguir para lograr el ejercicio óptimo de la opción. Esta regla viene determinada en términos del valor de la plantación subyacente, de manera que cuando, en función del precio y el volumen de madera, el valor de la explotación alcance el valor crítico estimado, deberá llevarse a cabo la tala de los árboles –ejercicio de la opción operativa. La aplicación del enfoque de opciones reales permite al inversor-propietario la posibilidad de adoptar la decisión en el instante más conveniente en función de la evolución del precio de la madera –flexibilidad-, limitando de este modo las pérdidas y potenciando las ganancias. Esta flexibilidad tiene más valor cuanto mayor sea la incertidumbre tal y como nuestros resultados ponen de manifiesto.

En este sentido, al comparar, a partir de los datos propuestos en el trabajo, los resultados obtenidos en certeza con los que acabamos de calcular en un entorno incierto observamos que la flexibilidad que aporta la opción operativa sólo tiene sentido en incertidumbre ya que tal flexibilidad no tiene valor en certeza. En un contexto de incertidumbre el inversor decidirá la tala de los árboles en el momento más adecuado a sus intereses mientras que en un contexto de certeza nunca debería talar los árboles dado que la opción operativa no tiene valor.

5. Análisis de sensibilidad

La estimación de los parámetros que intervienen en la valoración constituye una compleja tarea, especialmente cuando las inversiones tienen una vida larga. En este apartado analizamos cómo afectan al valor de la oportunidad de inversión las variaciones en dichos parámetros.

Así, del mismo modo que planteamos con la *convenience yield* –para la cual definimos un rango de valores– procedemos con otras variables que afectan a la valoración de la inversión analizada: la tasa de crecimiento del valor de la explotación, la rentabilidad del activo libre de riesgo o el nivel de incertidumbre (volatilidad del subyacente).

Iniciamos el análisis de sensibilidad en un entorno cierto. Como ya se ha señalado, la tasa de crecimiento del valor de la explotación se estima a partir del crecimiento tanto de los precios como de la cantidad de madera que permanece en la explotación. Se plantea el análisis de sensibilidad cuando la tasa de crecimiento del valor de la explotación es inferior a la

rentabilidad del activo libre de riesgo. En este caso, a diferencia de la situación planteada, existe un momento óptimo en certeza para que el propietario de la explotación proceda a talar los árboles a partir del momento en que la madera tiene valor comercial (año octavo). En la tabla 5 se calculan el valor de la opción de inversión $-F(V)-$, el valor actual de la inversión (incluyendo el valor de la opción operativa) y el momento óptimo para la tala de los árboles en función de los distintos valores que puede tomar la tasa de crecimiento del valor de la explotación. Se observa que para valores de la tasa de crecimiento del valor de la explotación inferiores a 2,91% la decisión óptima es talar los árboles en el primer momento posible, es decir a los 8 años. Además obtenemos que a medida que aumenta la tasa de crecimiento del valor de la explotación aumenta el valor de la opción de inversión (gráfico 1) y se aleja en el tiempo el momento óptimo para talar los árboles (gráfico 2). Cuando la tasa de crecimiento del valor de la explotación es superior a la rentabilidad del activo libre de riesgo no tiene sentido ejercer la opción operativa y en consecuencia carece de valor. En este caso la tala de los árboles en certeza se demora de forma indefinida en el tiempo.

Tabla 5. Relación entre el valor actual de la opción de inversión y la tasa de crecimiento del valor de la explotación

En la tabla se calculan el momento óptimo para talar los árboles una vez transcurrido el periodo de carencia- $t+T^*$ -, el valor de la opción de inversión en el momento $t=0$ $-F(V)-$, y el valor actual del proyecto de inversión $-VANE-$ en $t=0$. Se utiliza como rentabilidad del activo libre de riesgo el 5,06% anual. La conveniencia yield se obtiene por diferencia entre la rentabilidad del activo libre de riesgo y la tasa de crecimiento del valor de la explotación

$\alpha+s$	δ	$t+T^*$	$F_0(V)$	VANE
0,00%	5,06%	8,0	\$1.160,95	-\$128,17
2,91%	2,15%	8,0	\$1.160,95	-\$128,17
3,00%	2,06%	9,5	\$1.162,32	-\$126,80
3,50%	1,56%	17,2	\$1.210,84	-\$78,28
3,90%	1,16%	23,9	\$1.295,88	\$6,76
4,00%	1,06%	25,7	\$1.324,04	\$34,92
4,50%	0,56%	37,9	\$1.519,94	\$230,82

5,00% 0,06% 79,6 \$1.912,99 \$623,87

Gráfico 1. Evolución del valor actual de la opción de inversión en certeza en función de la tasa de crecimiento del valor de la explotación.

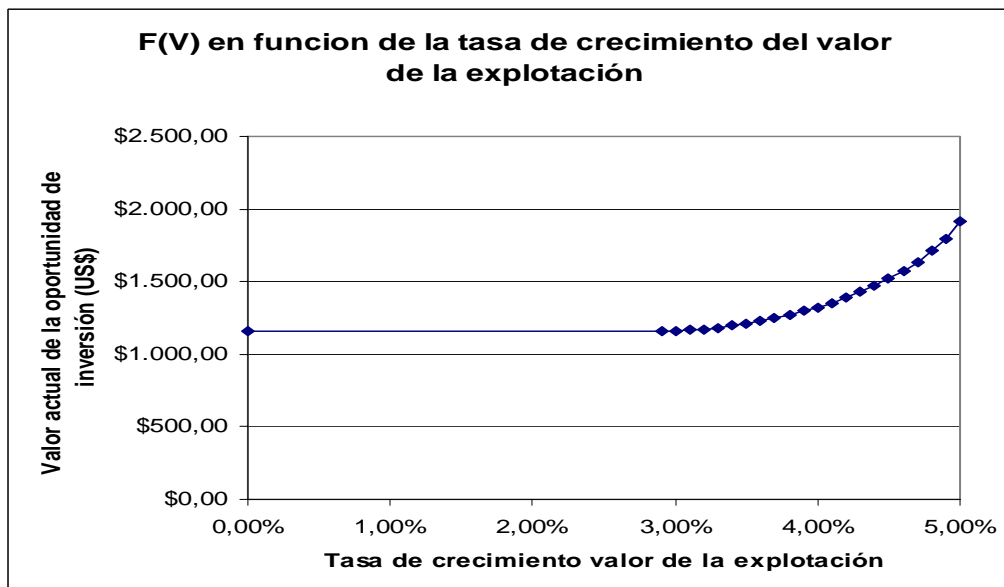
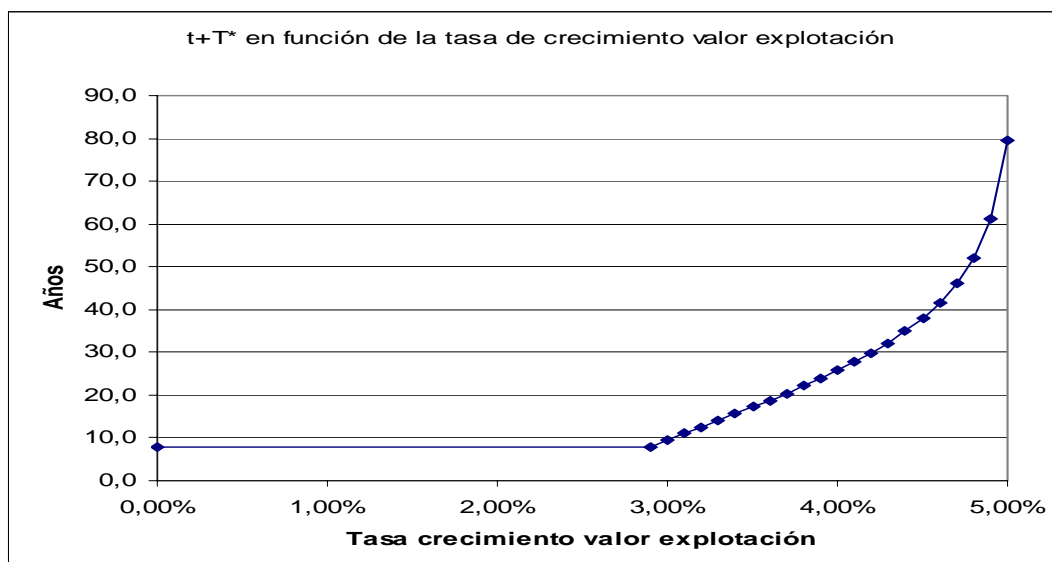


Gráfico 2. Evolución del momento óptimo en certeza para talar los árboles en función de la tasa de crecimiento del valor de la explotación.



En incertidumbre, por su parte, la influencia que las variaciones en la tasa de crecimiento del subyacente ejercen sobre el valor de la oportunidad de inversión puede analizarse desde una doble perspectiva: i) que dichas

variaciones se transmitan directamente al coste de capital permaneciendo la “convenience yield” constante, ii) que se transmitan a la “convenience yield” y el resto de factores permanezca constante. La tabla 6 muestra la sensibilidad del valor de la oportunidad de inversión ante cambios en la tasa de crecimiento del subyacente, derivados de variaciones en el ritmo de crecimiento del volumen de madera o de variaciones en la tasa de crecimiento del precio del eucalipto^{****}.

Tabla 6. Sensibilidad de los resultados ante cambios en la tasa de crecimiento del valor de la explotación

En el panel A se presentan los resultados del análisis de sensibilidad en el contexto de certeza mientras que en el panel B se incluyen los resultados en incertidumbre. En ambos casos, se distingue entre si los cambios se transmiten a través de la variación en la rentabilidad del activo libre de riesgo, convenience yield constante, o si se transmiten a través de la convenience yield, coste de capital constante.

		Panel A: $\sigma = 0$		Panel B: $\sigma = 8,68 \%$		Valor opción operativa
$\alpha + s$	δ	$F_0(V)$	$VANE_c$	$F_{8,\infty}^0(V)$	$VANE_u$	$VANE_u - VANE_c$
Convenience Yield constante						
2,91%	1,50%	\$1.251,41	-\$36,71	\$2.710,33	\$1.421,21	\$1.457,92
3,56%	1,50%	\$1.220,96	-\$68,16	\$3.210,67	\$1.921,55	\$1.989,71
4,21%	1,50%	\$1.191,18	-\$97,94	\$3.716,25	\$2.427,13	\$2.525,07
Coste de capital constante						
2,91%	2,15%	\$1.160,95	-\$128,17	\$1.866,23	\$577,11	\$705,28
3,56%	1,50%	\$1.220,96	-\$68,16	\$3.210,67	\$1.921,55	\$1.989,71
4,21%	0,85%	\$1.393,75	\$104,63	\$6.714,78	\$5.425,66	\$5.321,03

Los resultados de nuestra aplicación empírica son más sensibles a cambios en los valores de los parámetros cuando los cambios en la tasa de crecimiento del valor de la explotación se transmiten a través de cambios

^{****} Nótese que a efectos del análisis planteado resulta irrelevante que la variación del crecimiento del subyacente tenga su origen en una variación del crecimiento de los precios o de la cantidad de producto.

en la convenience yield. En este caso observamos que a la vez que se reduce la convenience yield incrementa la tasa de crecimiento del valor de la explotación lo que contribuye a un incremento del valor de la opción operativa y por tanto a una mayor diferencia entre el valor de la opción de inversión en certeza e incertidumbre. Por su parte, si los cambios en la tasa de crecimiento del valor de la explotación se transmiten a través de la rentabilidad del activo libre de riesgo la diferencia de valor entre la opción de inversión en certeza e incertidumbre crece a un ritmo mas pausado. En todos los casos a medida que se incrementa la tasa de crecimiento del valor de la explotación se incrementa la diferencia de valor entre la opción de inversión en un contexto de certeza y en un contexto de incertidumbre. Esta diferencia es precisamente el valor que aporta la flexibilidad a la inversión en un entorno incierto. Obsérvese, además, que mientras el proyecto de inversión presenta en incertidumbre un valor actual neto extendido positivo en certeza presenta valores actuales netos negativos excepto cuando la convenience yield es muy pequeña, es decir cuando los beneficios relacionados con la propiedad del stock de madera son reducidos. En definitiva la incertidumbre permite incrementar el valor de aquellos proyectos de inversión que otorguen a su propietario la flexibilidad de tomar decisiones durante el transcurso de la inversión. Cuanto mayor sea la incertidumbre mas relevante es la flexibilidad operativa.

Observamos, así mismo una relación positiva entre el valor de la oportunidad de inversión y la volatilidad (tabla 7). En este sentido, si la volatilidad aumenta (disminuye) el valor de la opción operativa aumenta (disminuye) en mayor proporción cuanto menor sea la tasa de crecimiento del valor de la explotación y mayor la convenience yield. Asimismo la variación en el valor de la opción operativa (diferencia entre el valor actual neto extendido de la inversión en incertidumbre y en certeza) no es simétrica, las variaciones porcentuales son mayores cuando aumenta la volatilidad. En definitiva, el valor de la opción operativa es más sensible a aumentos que a disminuciones de la volatilidad del valor de la explotación.

Tabla 7. Sensibilidad de los resultados ante cambios en la volatilidad del activo subyacente

En el panel A se presentan los resultados del análisis de sensibilidad cuando aumenta en un 50% la volatilidad del subyacente (de 8,68 a 13,02) mientras que en el panel B se incluyen los resultados cuando la volatilidad se reduce un 50% (de 8,68 a 4,34). En ambos casos, se distingue entre si la convenience yield permanece constante o si el coste de capital permanece constante.

	Panel A: $\sigma = 13,02\%$	Panel B: $\sigma = 4,34\%$
--	-----------------------------	----------------------------

$\alpha + s$	δ	$F_{8,\infty}^0(V)$	$VANE_{13,02}$	Opción operativa	Variación	$F_{8,\infty}^0(V)$	$VANE_{4,34}$	Opción operativa	Variación
Convenience yield constante									
2,91%	1,50%	\$3.205,59	\$1.916,46	\$1.953,17	33,97%	\$2.388,61	\$1.099,49	\$1.136,20	-22,07%
3,56%	1,50%	\$3.698,22	\$2.409,10	\$2.477,26	24,50%	\$2.896,28	\$1.607,16	\$1.675,32	-15,80%
4,21%	1,50%	\$4.198,08	\$2.908,96	\$3.006,90	19,08%	\$3.407,50	\$2.118,38	\$2.216,32	-12,23%
Coste de capital constante									
2,91%	2,15%	\$2.235,63	\$1.047,65	\$1.175,82	66,72%	\$1.619,25	\$330,13	\$458,30	-35,02%
3,56%	1,50%	\$3.698,22	\$2.409,10	\$2.477,26	24,50%	\$2.896,28	\$1.607,16	\$1.675,32	-15,80%
4,21%	0,85%	\$7.507,63	\$6.218,51	\$6.113,88	14,90%	\$6.219,78	\$4.930,66	\$4.826,03	-9,30%

6. Conclusión

Este trabajo pretende constatar la relevancia de la incertidumbre al valorar la inversión en una explotación forestal de eucaliptos de reducidas dimensiones. A diferencia de otros estudios sobre explotaciones forestales que nos han precedido se trata de una situación en la que el tamaño de la explotación es tan reducido que todos los árboles se talan a la vez por lo que se establece un período de carencia de ocho años antes de poder obtener ingresos. Así mismo, dada la duración del proyecto, nunca inferior a ocho años, cuanto mayor sea la incertidumbre sobre la evolución de la principal variable, el precio de la madera, mayor será el valor de la flexibilidad que tiene el propietario de la explotación para decidir en que momento talar los árboles. Por tanto, nuestro objetivo es constatar que la incertidumbre lejos de hacer inviable un proyecto de inversión puede suponer crear valor siempre y cuando el proyecto disfrute de la flexibilidad apropiada. Por esta razón nosotros utilizamos el modelo de opciones reales para tener en cuenta la flexibilidad asociada a la decisión de talar los árboles. Finalmente, la madera, a diferencia de otros recursos naturales, incrementa su volumen con el paso del tiempo lo que significa que el stock de este recurso natural no sólo no experimenta mermas sino que es previsible que aumente de forma significativa.

En la valoración efectuada, se observan tres momentos clave: i) el momento inicial en que se plantea la decisión de llevar a cabo la inversión y que requiere realizar el desembolso necesario para transformar el terreno de labor en una explotación de eucaliptos, ii) el momento en que la madera alcanza valor comercial, transcurridos ocho años, y iii) el momento en que resulta óptimo proceder a la tala de los árboles.

A lo largo del trabajo hemos planteado un análisis comparado de la decisión de inversión utilizando tanto un contexto de certeza, en el que el precio de la madera crece de forma constante a lo largo del tiempo, como un entorno incierto en el que se trata al precio de la madera como una variable estocástica cuyo precio futuro se desconoce aunque se sabe que evoluciona de acuerdo con un proceso geométrico browniano. En ambos casos se tiene en cuenta la restricción que supone tener que esperar al menos ocho años antes de talar los árboles pero mientras en un contexto de certeza esta restricción se resuelve actualizando el valor de la opción de inversión a un tipo de descuento equivalente a la rentabilidad del activo libre de riesgo, en el entorno incierto se obtiene valorando esa restricción mediante una opción americana que vence en el momento que la madera tiene valor comercial ($t=8$ años). En consecuencia calculamos el valor de la oportunidad de inversión cuando existe un periodo de carencia restando al valor de la oportunidad de inversión sin restricción el valor correspondiente a la oportunidad de inversión durante el período en que se establece la restricción.

La valoración de la oportunidad de inversión mediante el enfoque de opciones reales se lleva a cabo a partir de la propuesta de Dixit y Pindyck (1994) con algunas variaciones para adaptarla a nuestro problema de valoración. El modelo utilizado deriva en una ecuación diferencial que cuenta con solución analítica. Por su parte la restricción que supone el periodo de carencia se calcula con el modelo binomial.

Aplicamos los modelos de valoración que desarrollamos al caso de una explotación de eucaliptos situada en el centro de Portugal. Los resultados alcanzados revelan que la valoración del proyecto de inversión en un contexto de certeza conduce a un valor actual neto inferior al que se obtiene en incertidumbre, ya que en esta última situación la flexibilidad en la toma de decisiones aporta valor al proyecto. En el caso objeto de estudio la tasa de crecimiento del valor de la explotación forestal supera la rentabilidad del activo libre de riesgo por lo que la decisión óptima en certeza sería esperar indefinidamente para talar los árboles -la opción operativa carece de valor- mientras que en incertidumbre sería contingente con el precio de la madera de eucalipto en cada momento. La conveniente yield o beneficio relacionado con la propiedad del stock de madera condiciona la valoración de la oportunidad de inversión en incertidumbre, cuanto mayor es este beneficio menor es el valor de la opción operativa. En el límite cuando los beneficios asociados a la propiedad del stock de madera sean cuantiosos la mejor decisión será no talar los árboles por lo que la opción operativa carece de valor y se igualan los valores en certeza e incertidumbre. Con los datos disponibles el valor frontera de la

convenience yield para que adquiriera valor la opción operativa es el 2,65% anual.

El análisis de sensibilidad de los parámetros nos permite confirmar que la incertidumbre crea valor en proyectos que como la explotación de eucaliptos disponen de flexibilidad –el inversor cortará los árboles cuando más le interese-. Así observamos que el valor de la opción operativa aumenta (disminuye) si aumentan (disminuyen) la incertidumbre y/o la tasa de crecimiento del valor de la explotación y/o disminuye (aumenta) la conveniente yield.

Referencias bibliográficas

- Azofra, V. y G. Fuente (2001): “Extensión de los modelos de opciones financieras a la valoración de las opciones reales: Problemas y soluciones.” En F. Calero, R.M. Lorenzo y S. Morini, *Economía y Finanzas 2001. Libro Homenaje al Profesor D. Francisco Pérez Calatayud*, Dirección General de Universidades e Investigación del Gobierno de Canarias, Tenerife.
- Albuquerque, J. Pina Manique (1982): *Carta ecológica fito-edafo-climática*. Portugal, Atlas do Ambiente, CNA, Lisboa.
- Amram, M. y N. Kulatilaka, (1999): *Real Options*, Harvard Business School Press, Boston, Ma.
- Barone-Adesi, G. y R. E. Whaley (1987): “Efficient Analytic Approximations of American Option Values”. *Journal of Finance*, vol. 42, pp. 301-320.
- Black, F. and M. Scholes,(1973):”The Pricing of Options and Corporate Liabilities,” *Journal of Political Economy*, 81 (May-June 1973), 637-59.
- Brennan, M. J. y E. S. Schwartz (2001): ”Evaluating Natural Resource Investments”, en *Real Options and Investment Under Uncertainty*, editado por Eduardo S. Schwartz y Lenos Trigeorgis, MIT Press 2001.
- Cox, J. C., S. A. Ross y M. Rubinstein, (1979): “Option Pricing: A Simplified Approach”. *Journal of Financial Economics*, vol. 7, pp. 229-263.
- DGF–GEP–Portugal (1993): *Custos das acções de (re)arborização a preços correntes de 1993*, Direcção Geral das Florestas.
- Dixit, A. K. y R. S. Pindyck (1994): *Investment Under Uncertainty*, Princeton University Press, 1994.
- Duerr, W.A., D.E. Teeguarden, N.B. Christiansen y S. Guttemberg (1979): *Forest Resource Management Decision-making principles and Cases*, Philadelphia: W.B. Sanders.

- Faustmann, M. (1849): "On the Determination of the Value which Forest Land and Immature Stands Pose for Forestry" en *Martin Faustmann and the Evolution of the Discounted Cash Flow* (M. Gane , edit), Oxford Institute, Oxford, 1968.
- Feio, M. (1989): "A Reconversão da Agricultura e a Problemática do Eucalipto". Edi. Associação Central de Agricultura Portuguesa, Lisboa 1989.
- Fontes da Cunha, M.R. (2003): "The investment in eucaliptus: A real options approach", mimeo.
- Fuente Herrero, G. (2004): La valoración de las opciones reales. El caso de una inversión en el sector de componentes del automóvil. Secretariado de Publicaciones e intercambio editorial, Universidad de Valladolid.
- Ibbotson, R. G. y P. Chen (2002): "Stock Markets Returns in the Long Run: Participating in the Real Economy", *Yale ICF Working Paper n° 00-44*, marzo.
- Insley, M. (2002): " A real options approach to the valuation of a forestry investment." *Journal of Environmental Economics and Management*, vol. 44: 471-492.
- McConnell, K. E., Daberkow, J. N. y I. W. Hardie (1983): "Planning timber production with evolving prices and costs". *Land Economics*, vol. 59(3): 292-299.
- McDonald, R., y D. Siegel (1986): "The Value of Waiting to Invest", *Quarterly Journal of Economics*, vol. noviembre.
- Merton, R. C. (1976). "Option Pricing When Underlying Stocks Returns are Discontinuous." *Journal of Financial Economics*, vol. 3:125-144.
- Nyyssonen, A.(1997): "Assessment of the rotation and relative maturity of forest stands in Finland". En: N.A. Moiseev, K.von Gadow, and M. Krott (eds)"Planning and decision-making for forest management in the market economy. 3rd IUFRO International Conference at Pushkino Moscow Region, Russia, 25-29 Setember.1996, pp.175-180.
- Plantinga, A. J. (1998): "The Optimal Timber Rotation: An Option Value Approach" *Forest Science*, vol. 44(2):192-202.
- Rocha, K., A. Moreira, L. Carvalho e E. Reis (2001): "The Option Value of Forest Concessions in Amazon Reserves", *Working Paper*.
- Schwartz, E., M. Randall y D. Stangeland (1989):"The Valuation of Forestry Resources under Stochastic Prices and Inventories", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol.24(4).
- Tahvonen, O. y S. Salo (1999). "Optimal Forest Rotation with In Situ preferences", *Journal of Environmental Economics and Management*, vol. 37(1):106-128.
- Tomé, M. (1992): "Productivity of Eucalyptus Globulus Plantations in Central Portugal" *Workshop Eucalyptus for Biomass Production*, Edited by J.S. Pereira and H. Pereira, Lisboa 1992.

ANEXO A.**Determinación del valor de la oportunidad de inversión en un contexto de certeza cuando se considera que el volumen de madera crece a una tasa constante s .**

El valor de la explotación forestal en un momento determinado, t , en ausencia de incertidumbre ($\sigma = 0 \Rightarrow dV = \alpha V_t dt$) vendrá dado por:

$$V_t = P_t Q_t \quad dQ_t \begin{cases} 0, si, t < 8 \\ sQ_t dt, si, t \geq 8 \end{cases} \quad (A1)$$

donde, V_t es el valor de la madera en t , P_t es el precio de la madera de eucalipto en €/ha, Q_t la cantidad de madera en m³/ha a partir del octavo año y s la tasa de crecimiento de la madera.

Para maximizar el valor de la explotación forestal en un momento procedemos a derivar con respecto a t :

$$dV_t = dP_t Q_t + dQ_t P_t$$

$$dV_t = dP_t Q_t + sQ_t P_t dt \quad (A2)$$

dividimos numerador y denominador por $P_t Q_t$

$$\frac{dV_t}{P_t Q_t} = \frac{dP_t}{P_t} + s dt \quad (A3)$$

como el precio aumenta a una tasa media anual α resulta

$$\frac{dP_t}{P_t} = \alpha dt$$

de donde,

$$\frac{dV_t}{V_t} = (\alpha + s) dt = \alpha dt$$

siendo $(\alpha + s)$ la tasa media anual de incremento del valor de la explotación que resulta de los incrementos en el precio de la madera y en el volumen de madera.

En consecuencia, el valor de la oportunidad de inversión en el momento en que la madera tiene valor comercial sería:

$$F(V) = (Ve^{(\alpha+s)T} - C)e^{-\mu T} \quad (\text{A4})$$

Para $0 < \alpha + s < \mu$

$$\max F(V) = \max_T [Ve^{\alpha T} - C]e^{-\mu T}$$

Derivando e igualando a cero para la condición de 1er orden

$$\frac{dF(V)}{dT} = -(\mu - \alpha - s)Ve^{-(\mu-\alpha-s)T} + \mu Ce^{-\mu T} = 0$$

$$(\alpha + s - \mu)Ve^{(\alpha+s-\mu)T} = -\mu Ce^{-\mu T} \quad (\text{A5})$$

Para despejar el valor de V se toma logaritmos en la ecuación (A5):

$$\ln[(\alpha + s - \mu)Ve^{(\alpha+s-\mu)T}] = \ln[-\mu Ce^{-\mu T}]$$

$$\ln[(\alpha + s - \mu)] + (\alpha + s - \mu)T = \ln[-\mu C] + (-\mu T)$$

$$(\alpha + s - \mu)T + \mu T = \ln[-\mu C] - \ln[(\alpha + s - \mu)V]$$

$$(\alpha + s)T = \ln\left[\frac{-\mu C}{(\alpha + s - \mu)V}\right]$$

Como por definición $\mu > \alpha + s$, despejamos y obtenemos:

$$T^* = \max\left\{\frac{1}{\alpha + s} * \ln\left[\frac{\mu C}{(\mu - \alpha - s)V}\right], 0\right\} \quad (\text{A6})$$

Si $T^* = 0$ entonces la plantación se corta justo cuando la madera tiene valor comercial, es decir en $t = 8$ años. En este caso se puede obtener el valor crítico, V^* , substituyendo $T=0$ en la ecuación (5) y despejando:

$$V^* = \frac{\mu}{(\mu - \alpha - s)} * C \quad \text{y} \quad F(V) = V - C$$

Si por el contrario $T^* > 0$, la decisión óptima con el modelo determinista será proceder al corte de los árboles en un momento posterior a cuando la madera alcanza valor comercial. En este caso, substituyendo el valor óptimo de T dado por la expresión

$$T^* = \text{Max}\left[\frac{1}{(\alpha + s)} \times \ln\left(\frac{\mu C}{(\mu - \alpha - s)V}\right); 0\right] \text{ en el valor actual de la oportunidad,}$$

$$F(V) = [Ve^{(\alpha+s)T} - C]e^{-\mu T} \text{ se obtiene:}$$

$$\begin{aligned}
F(V) &= Ve^{(\alpha+s-\mu) \times \frac{1}{(\alpha+s)} \ln \left[\frac{\mu C}{(\mu-\alpha-s)V} \right]} - Ce^{\frac{-\mu}{(\alpha+s)} \times \ln \left[\frac{\mu C}{(\mu-\alpha-s)V} \right]} \\
F(V) &= Ve^{\ln \left[\frac{\mu C}{(\mu-\alpha-s)V} \right]^{\frac{(\alpha+s-\mu)}{(\alpha+s)}}} - Ce^{\ln \left[\frac{\mu C}{(\mu-\alpha-s)V} \right]^{\frac{-\mu}{(\alpha+s)}}} \\
F(V) &= V \left[\frac{\mu C}{(\mu-\alpha-s)V} \right]^{\frac{(\alpha+s-\mu)}{(\alpha+s)}} - C \left[\frac{\mu C}{(\mu-\alpha-s)V} \right]^{\frac{-\mu}{(\alpha+s)}} \\
&= V^{1-\frac{\alpha+s-\mu}{\alpha+s}} \times \left[\frac{\mu C}{(\mu-\alpha-s)} \right]^{\frac{(\alpha+s-\mu)}{(\alpha+s)}} \tag{A7}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F(V) &= \left[\frac{\mu C}{(\mu-\alpha-s)V} \right]^{\frac{\mu}{(\alpha+s)}} \times \left[\frac{\mu C}{(\mu-\alpha-s)} - C \right] = \\
&= \left[\frac{(\mu-\alpha-s)V}{\mu C} \right]^{\frac{\alpha+s+\mu}{\mu}} \times \left(\frac{\mu C - \mu C + \alpha C + sC}{\mu-\alpha-s} \right) \\
F(V) &= \left[\frac{(\alpha+s)C}{(\mu-\alpha-s)} \right] \times \left[\frac{(\mu-\alpha-s)V}{\mu C} \right]^{\frac{\mu}{(\alpha+s)}} \tag{A8}
\end{aligned}$$

ANEXO B

Determinación del valor de la oportunidad de inversión en el enfoque de opciones reales cuando se considera que el volumen de madera crece a una tasa constante s .

El incremento del valor de la explotación forestal, V_t , por instante de tiempo lo podemos expresar como:

$$dV_t = dP_t Q_t + dQ_t P_t \quad (\text{B1})$$

siendo el proceso seguido por el volumen de madera

$$dQ_t = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 8 \\ sQ_t dt & \text{si } t > 8 \end{cases}$$

y el precio sigue un proceso geométrico browniano de la forma

$$\frac{dP_t}{P_t} = \alpha dt + \sigma dz$$

La evolución del valor del subyacente en un instante de tiempo vendrá dada entonces

$$dV_t = dP_t Q_t + sQ_t P_t dt$$

$$\frac{dV_t}{P_t Q_t} = \frac{dP_t}{P_t} + s dt$$

$$dV_t = (\alpha + s)V_t dt + \sigma V_t dz \quad (\text{B2})$$

siendo $\alpha + s$ la tasa media de incremento del valor de la explotación

La determinación del valor de la oportunidad de inversión se determina a partir de los argumentos de réplica y arbitraje. Así, para determinar el momento de corte óptimo construimos una cartera Φ compuesta de una unidad de $F(V)$ y una posición corta de n unidades en el activo subyacente, V , de forma que el riesgo de la cartera sea nulo y el valor de la cartera sea tal que no sea posible el arbitraje:

$$\phi = F - nV$$

$$\begin{aligned} n &= F'V \\ \phi &= F - F'V \end{aligned} \quad (B3)$$

La venta a crédito del subyacente, requiere que el prestatario satisfaga al que presta el activo los rendimientos que genere el mismo durante el periodo de préstamo que corresponde con la *convenience yield*, δ . En consecuencia, la rentabilidad de esta cartera será:

$$dF - F' dV - n\delta V dt \quad (B4)$$

Sustituyendo n por su valor

$$dF - F' dV - \delta F'V dt \quad (B5)$$

Aplicando en (B5) el lema de Itô y sabiendo que $(dV)^2 = \sigma^2 V^2 dt$, se obtiene la expresión de la rentabilidad de la cartera

$$\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F'' dt - \delta F'V dt \quad (B6)$$

El retorno de esta cartera es sin riesgo, por tanto para que no sea posible el arbitraje $r\phi dt = r(F - F'V)dt$

$$\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F'' dt - \delta F'V dt = r(F - F'V)dt \quad (B7)$$

eliminando dt y simplificando, obtenemos la ecuación diferencial que $F(V)$ debe satisfacer:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 V^2 F'' + (r - \delta)VF' - rF = 0 \quad (B8)$$

Con las condiciones límite:

$$F(0, t) = 0 \quad (B9)$$

$$F(V, T) = \max[V_T - C, 0] \quad (B10)$$

$$F(V^*, t) = V^* - C \quad (B11)$$

$$F'(V^*, t) = 1 \quad (B12)$$

Es posible encontrar una solución analítica para (B8) que va a ser de la forma

$$F(V, t) = AV^{\omega_1} \quad \omega_1 > 1 \quad (B13)$$

Cuando el valor de la explotación una vez cortados los árboles alcanza el valor crítico $V=V^*$ en ese momento sustituyendo en (B13) V por su valor tenemos:

$$F(V^*) = AV^{*\omega_1} \text{ y } F'(V^*) = A\omega_1 V^{*\omega_1-1} \quad (\text{B14})$$

Sustituyendo (B14) en (B12) obtenemos:

$$A = \frac{1}{\omega_1 V^{*\omega_1-1}} \quad (\text{B15})$$

De (B11) tenemos $V^* - F(V^*) = C$ usando (B13) y el valor de A se obtiene:

$$V^* = \frac{\omega_1}{(\omega_1 - 1)} \cdot C \quad (\text{B16})$$

$$\text{Usando (B16) en (B15)} \quad A = \frac{(\omega_1 - 1)^{\omega_1-1}}{\omega_1^{\omega_1} C^{\omega_1-1}} \quad (\text{B17})$$

$$F''(V) = \omega_1(\omega_1 - 1)AV^{\omega_1-2} \quad (\text{B18})$$

De (B13), (B14) y (B18) sustituyendo en (B8) y extrayendo como factor común AV^{ω_1} obtenemos

$$AV^{\omega_1} \left[\frac{1}{2} \sigma^2 \omega_1 (\omega_1 - 1) + (r - \delta) \omega_1 - r \right] = 0 \quad (\text{B19})$$

La expresión entre paréntesis tiene dos raíces, $\omega_1 > 1$ y $\omega_2 < 0$. La condición límite (B9) implica que el coeficiente de ω_2 sea 0, por lo tanto solo la raíz ω_1 verifica (B19) y es igual a

$$\omega_1 = \frac{1}{2} - \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \quad (\text{B20})$$