



**VNiVERSiDAD  
D SALAMANCA**

**Simulación numérica y modelización  
teórica de un ciclo tipo Otto  
irreversible**

Ing. Pedro Luis Curto Risso

ETSII de Béjar

Dirigido por el

Dr. Alejandro Medina Domínguez

Memoria de Tesis

Salamanca, 8 de mayo de 2009



Universidad de Salamanca  
Departamento de Física Aplicada

**Simulación numérica y modelización teórica  
de un ciclo tipo Otto irreversible**

Memoria presentada por Pedro Luis Curto Risso para optar  
al grado de Doctor por la Universidad de Salamanca.



D. Alejandro Medina Domínguez, Profesor Titular de Universidad del Departamento de Física Aplicada de la Universidad de Salamanca, autoriza la presentación de la tesis doctoral titulada “*Simulación numérica y modelización teórica de un ciclo tipo Otto irreversible*” realizada bajo su dirección por D. Pedro Luis Curto Risso.

Salamanca, 8 de mayo de 2009

Fdo.: Alejandro Medina Domínguez



Deseo expresar mi más sincero agradecimiento a mi director de tesis, D. Alejandro Medina Domínguez y al profesor D. Antonio Calvo Hernández, quienes han dedicado su valioso tiempo en orientarme, siempre adecuadamente, para que este trabajo sea una realidad. Además, deseo agradecer a todos los integrantes del Grupo de Investigación de Termodinámica y Física Estadística de la Universidad de Salamanca: Antonio González Sánchez, Francisco Javier Iglesias Pérez, José Miguel Mateos Roco, Francisco Lorenzo Román Hernández, Susana Sánchez Orgaz, Santiago Velasco Maíllo y Juan Antonio White Sánchez, que siempre han compartido su conocimiento y su cordialidad.

También, agradezco la beca otorgada por la Universidad de Salamanca y el Banco Santander Central Hispano para la realización del presente trabajo, así como la financiación a través de los proyectos de la *Junta de Castilla y León* (SA054A08) y del *Ministerio de Educación y Ciencia* (FIS2005-05081 FEDER y FIS2006-03764 FEDER).





# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>19</b>
<b>2. Simulación numérica</b>	<b>27</b>
2.1. Descripción básica del sistema . . . . .	28
2.1.1. Descripción mecánica . . . . .	30
2.1.2. Descripción termodinámica . . . . .	36
2.2. Ecuaciones diferenciales dinámicas básicas . . . . .	38
2.2.1. Ecuaciones generales . . . . .	38
2.2.2. Admisión y escape . . . . .	40
2.2.3. <i>Overlapping</i> . . . . .	41
2.2.4. Compresión y expansión . . . . .	42
2.3. Modelos de combustión . . . . .	43
2.3.1. Consideraciones básicas . . . . .	43
2.3.2. Ecuaciones diferenciales de la combustión . . . . .	45
2.4. Transferencia de calor . . . . .	50
2.4.1. Descripción general . . . . .	50
2.4.2. Aplicación a un cilindro . . . . .	51
2.5. Fluidos de trabajo . . . . .	55
2.5.1. Propiedades termodinámicas . . . . .	55
2.5.2. Composición de los productos de combustión . . . . .	57
2.6. Validación y resultados . . . . .	58
2.6.1. Hipótesis esenciales . . . . .	59
2.6.2. Velocidad constante . . . . .	60
2.6.3. Momento externo constante . . . . .	67

2.6.4.	Parámetros de salida del motor . . . . .	70
2.7.	Resumen y conclusiones . . . . .	73
<b>3.</b>	<b>Modelo teórico de TTF</b>	<b>75</b>
3.1.	Ciclo Otto . . . . .	75
3.2.	Irreversibilidades internas . . . . .	78
3.3.	Irreversibilidades por fricción . . . . .	79
3.4.	Irreversibilidades por transferencia de calor . . . . .	80
3.5.	Temperatura de combustión . . . . .	81
3.6.	Resumen y conclusiones . . . . .	82
<b>4.</b>	<b>Comparación entre modelos</b>	<b>83</b>
4.1.	Resultados numéricos de TTF . . . . .	84
4.2.	Resultados numéricos de la simulación . . . . .	87
4.3.	Comparación de la simulación con el modelo teórico . . . . .	90
4.3.1.	Temperaturas y masas . . . . .	91
4.3.2.	Parámetros de irreversibilidad . . . . .	93
4.3.3.	Desempeño del motor . . . . .	96
4.4.	Resumen y conclusiones . . . . .	97
<b>5.</b>	<b>Optimización termodinámica del sistema</b>	<b>101</b>
5.1.	Parámetros de diseño del cilindro . . . . .	103
5.1.1.	Localización de la ignición . . . . .	104
5.1.2.	Relación carrera-diámetro . . . . .	108
5.1.3.	Relación de compresión . . . . .	112
5.1.4.	Volumen de la cámara . . . . .	116
5.2.	Parámetros de funcionamiento . . . . .	119
5.2.1.	Avance del encendido . . . . .	119
5.2.2.	Razón de equivalencia de combustible y aire . . . . .	126
5.2.3.	Temperatura de pared . . . . .	131
5.3.	Resumen y conclusiones . . . . .	134
<b>6.</b>	<b>Variabilidad ciclo a ciclo</b>	<b>139</b>
6.1.	Fluctuaciones de los parámetros de combustión . . . . .	141

6.2. Variabilidad en el modelo <i>cuasi dimensional</i> . . . . .	145
6.3. Caracterización del calor liberado . . . . .	150
6.4. Resumen y conclusiones . . . . .	160
<b>7. Conclusiones generales</b>	<b>163</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>169</b>
<b>Apéndices</b>	<b>179</b>
<b>A. Flujo de gas</b>	<b>179</b>
A.1. Flujos de masa y entalpía durante el <i>overlapping</i> . . . . .	182
<b>B. Geometría de las válvulas</b>	<b>185</b>
<b>C. Área del frente de llama</b>	<b>189</b>
C.1. Ignición centrada . . . . .	190
C.2. Ignición descentrada (método aproximado) . . . . .	192
C.3. Ignición descentrada (método exacto) . . . . .	193
<b>D. Parámetros utilizados en los diferentes modelos</b>	<b>197</b>
<b>E. Áreas de transferencia de calor</b>	<b>201</b>
<b>F. Equilibrio químico</b>	<b>205</b>
F.1. Equilibrio químico sin disociación . . . . .	205
F.2. Equilibrio con disociación para diez especies . . . . .	208
<b>Índice alfabético</b>	<b>213</b>



# Índice de figuras

2.1. Descripción básica de los elementos del motor. . . . .	28
2.2. <i>Timing</i> de las válvulas de admisión y escape. . . . .	29
2.3. Relaciones angulares. . . . .	31
2.4. Volúmenes de control durante la combustión. . . . .	45
2.5. Evolución de gases quemados (modelo <i>cuasi-dimensional</i> ). . . . .	49
2.6. Esquema de la distribución de temperaturas en la pared del cilindro .	52
2.7. Diagrama presión-volumen simulado. . . . .	61
2.8. Presión en función del ángulo del cigüeñal. . . . .	61
2.9. Temperatura en función del ángulo del cigüeñal. . . . .	62
2.10. Evolución de las masas dentro del cilindro durante un ciclo . . . . .	63
2.11. Flujo de masa en la válvula de admisión. . . . .	63
2.12. Flujo de masa en la válvula de escape. . . . .	64
2.13. Detalle del flujo de masa en <i>overlapping</i> . . . . .	65
2.14. Evolución de la fracción de gases quemados durante la combustión. .	65
2.15. Radio del frente de llama en función del ángulo del cigüeñal. . . . .	66
2.16. Área del frente de llama en función de su volumen. . . . .	67
2.17. Geometría del frente de llama. . . . .	68
2.18. Evolución temporal de la velocidad de giro. . . . .	69
2.19. Evolución angular de la velocidad de giro. . . . .	69
3.1. Diagrama presión-volumen, simulado e ideal. . . . .	76
4.1. Potencia y rendimiento vs $\omega$ en TTF. . . . .	85
4.2. Curva $P - \eta$ en TTF. . . . .	86
4.3. Pérdidas de trabajo en TTF. . . . .	87

4.4.	Potencia y rendimiento vs $\omega$ en la simulación numérica. . . . .	88
4.5.	Curva $P - \eta$ en la simulación numérica. . . . .	89
4.6.	Pérdidas de trabajo en la simulación numérica. . . . .	91
4.7.	Dependencia de las temperaturas con $\omega$ . . . . .	92
4.8.	Dependencia de la masa con $\omega$ . . . . .	93
4.9.	Dependencia de $I_R$ con $\omega$ . . . . .	94
4.10.	Dependencia de $\varepsilon$ con $\omega$ . . . . .	95
4.11.	Comparación de potencia y rendimiento para ambos modelos. . . . .	96
4.12.	Comparación del diagrama $P - \eta$ para ambos modelos. . . . .	98
4.13.	Comparación del diagrama $P - \eta$ , con $\bar{T}_R$ y $\bar{\varepsilon}$ . . . . .	99
5.1.	Potencia y rendimiento para diferentes $R_c$ . . . . .	105
5.2.	Diagrama $P - \eta$ para diferentes $R_c$ . . . . .	106
5.3.	Pérdidas de trabajo para diferentes $R_c$ . . . . .	107
5.4.	Potencia y rendimiento para diferentes $R_{sb}$ . . . . .	109
5.5.	Diagrama $P - \eta$ para diferentes $R_{sb}$ . . . . .	110
5.6.	Pérdidas de trabajo para diferentes $R_{sb}$ . . . . .	111
5.7.	Potencia y rendimiento para diferentes $r$ . . . . .	113
5.8.	Diagrama $P - \eta$ para diferentes $r$ . . . . .	114
5.9.	Pérdidas de trabajo para diferentes $r$ . . . . .	115
5.10.	Potencia y rendimiento para diferentes $V_{cil}$ . . . . .	116
5.11.	Diagrama $P - \eta$ para diferentes $V_{cil}$ . . . . .	117
5.12.	Pérdidas de trabajo para diferentes $V_{cil}$ . . . . .	118
5.13.	Potencia para diferentes $\varphi_0$ . . . . .	121
5.14.	Rendimiento para diferentes $\varphi_0$ . . . . .	122
5.15.	Diagrama $P - \eta$ para diferentes $\varphi_0$ . . . . .	123
5.16.	Par para diferentes $\varphi_0$ . . . . .	124
5.17.	Pérdidas de trabajo para diferentes $\varphi_0$ . . . . .	125
5.18.	Potencia y rendimiento para diferentes $\phi$ . . . . .	127
5.19.	Esquema para optimizar $\phi$ . . . . .	128
5.20.	Diagrama $P - \eta$ para diferentes $\phi$ . . . . .	129
5.21.	Pérdidas de trabajo para diferentes $\phi$ . . . . .	130
5.22.	Potencia y rendimiento para diferentes $T_w$ . . . . .	132

5.23. Diagrama $P - \eta$ para diferentes $T_w$ . . . . .	133
5.24. Pérdidas de trabajo para diferentes $T_w$ . . . . .	134
5.25. Diagrama $P - \eta$ en las distintas etapas de optimización. . . . .	137
6.1. Esquema de la evolución de los gases quemados. . . . .	142
6.2. Potencia de salida y rendimiento para 500 ciclos. . . . .	147
6.3. Calor liberado, $Q_r$ , para 500 ciclos, determinista y estocástico. . . . .	148
6.4. Evolución de la presión durante la combustión para 39 ciclos. . . . .	149
6.5. Series temporales del calor liberado, $Q_r$ . . . . .	151
6.6. Mapas de retorno del calor liberado, $Q_r$ . . . . .	154
6.7. Diagrama del calor liberado, $Q_r$ . . . . .	156
6.8. Mapas de retorno de $Q_r$ considerando $l_t$ , $u_t$ y $R_c$ independientes . . . . .	158
6.9. Comparación de mapas de retorno de $Q_r$ con y sin $R_c$ . . . . .	159
6.10. Diagrama $P - \eta$ , determinista y estocástico. . . . .	161
A.1. Esquema de un flujo a través de un orificio. . . . .	179
B.1. Geometría de las válvulas de admisión y escape. . . . .	185
B.2. Apertura de válvula, $L_v$ . . . . .	186
C.1. Frente de llama para una ignición centrada. . . . .	191
C.2. Frente de llama para una ignición descentrada (aprox.). . . . .	192
C.3. Frente de llama para una ignición descentrada. . . . .	194





# Índice de cuadros

2.1. Coeficientes para calcular la velocidad de llama a 1 atm y 298 K. . . . .	47
2.2. Constantes para el modelo de transferencia de calor de Woschni. . . . .	55
2.3. Composición del aire expresada en porcentajes. . . . .	58
2.4. Desempeño obtenido de la simulación <i>cuasi-dimensional</i> . . . . .	72
4.1. Parámetros para el modelo teórico y la simulación . . . . .	84
5.1. Parámetros para el modelo de simulación numérica. . . . .	102
5.2. Valores máximos de $P$ y $\eta$ en optimización. . . . .	138
6.1. Parámetros estadísticos de las series temporales de $Q_r$ , estocásticos .	152
6.2. Parámetros estadísticos de las series temporales de $Q_r$ , deterministas	153
A.1. Parámetros para calcular los flujos de masa . . . . .	181
A.2. Casos posibles de presiones en <i>overlapping</i> . . . . .	183
B.1. Características de las válvulas de admisión y escape . . . . .	187
D.1. Características de configuración del modelo. . . . .	197
D.2. Características geométricas del modelo . . . . .	198
D.3. Características del combustible utilizado en el modelo . . . . .	199
D.4. Geometría de las válvulas para cuatro válvulas por cilindro. . . . .	199
F.1. Parámetros para evaluar las constantes del equilibrio químico. . . . .	210



# Capítulo 1

## Introducción

Los motores de combustión interna son quizás las máquinas térmicas más habituales y han jugado un papel dominante en el campo de la generación de potencia y de la propulsión. Desde sus inicios, en 1876 cuando Nikolaus August Otto (ingeniero alemán, 1832-1891) desarrolló el primer prototipo de un motor de cuatro tiempos<sup>1</sup>, se volvieron muy populares al utilizarlos como medios de propulsión en vehículos de transporte. En 1900 existían 4142 coches en Estados Unidos<sup>2</sup> (principal país fabricante de coches en esa época), en 1997 esa cifra alcanzaba los 600 millones en todo el mundo<sup>3</sup> y se estima que en 30 años más, crecerá al doble. Con un crecimiento de estas características, es de esperar que la industria de la automoción sea una de las más activas en lo que se refiere a inversión y desarrollo.

Los esfuerzos por entender y mejorar estas máquinas han sido crecientes. El método más común en esta área de trabajo era la experimentación, pero últimamente el análisis teórico ha crecido significativamente. En la década del 70 los ordenadores ya alcanzaban capacidades de cálculo adecuadas para resolver numéricamente las complicadas ecuaciones analíticas que planteaban la mecánica y la termodinámica

---

<sup>1</sup>La primera propuesta de un ciclo de cuatro tiempos se asocia al ingeniero francés Alphonse Eugène Beau de Rochas, hacia 1861. Sin embargo, Otto logró hacerse con la patente y hoy en día se le reconoce como el inventor del ciclo que lleva su nombre (Ronald M. Dell, *Clean Energy*, Royal Society of Chemistry, Cambridge, 2004).

<sup>2</sup>Grolier 1978, *The Automobile*, New Book of Popular Science 6th ed. República de China.

<sup>3</sup>Global warming, Focus on the future, 1997, *Cars Emit Carbon Dioxide*.

del sistema, lo que permitía obtener resultados relativamente aceptables con una inversión económica mucho menor que los métodos de laboratorio, lo cual provocó que se tornase más atractivo este tipo de análisis. Al mismo tiempo los gobiernos, principalmente en Europa, por razones medio ambientales comenzaban a plantear nuevas políticas de control de emisiones, fomentando aún más la investigación.

Hoy en día las políticas medio ambientales son más rígidas, y además los fabricantes están limitados, entre otras cosas, por el costo del combustible y la competencia del mercado. En la investigación y desarrollo reciben especial atención, entre otras cosas, el control y la evolución de los sistemas de combustión, los combustibles alternativos y la reducción de emisiones, sin perder de vista las mejoras de la potencia de salida y el rendimiento del motor.

En la actualidad el motor de ciclo Otto puede ser mucho más eficiente mediante la ayuda de un sistema de control adecuado [1]). Se prevé que los coches en el futuro incorporarán aproximadamente un tercio de componentes eléctricos y electrónicos. Estos componentes reducen las emisiones de especies nocivas y disminuyen el consumo de combustible, aumentan la seguridad y mejoran la manejabilidad y el confort del pasajero. Para que estos sistemas de control puedan hacer su trabajo es necesario que, mediante las señales enviadas por el motor, puedan determinar el estado en que se encuentra y actuar en consecuencia. Para ello el sistema de control debe incorporar un simulador.

Brevemente, existen tres formas complementarias de estudiar los motores de combustión interna: la experimentación en laboratorios con bancos de motores, mediante simulación numérica por ordenador y mediante modelos teóricos.

Entre las cualidades de los procedimientos experimentales, se puede destacar su precisión y que permiten analizar fenómenos complicados, difíciles de reproducir con exactitud suficiente mediante modelos numéricos [1–4], como la *variabilidad cíclica*. Sin embargo, requieren más tiempo y son más costosos que la modelización numérica. A partir de programas computacionales se pueden reproducir resultados con suficiente precisión, planteando una descripción detallada de cada uno de los procesos que tienen lugar durante la evolución de un ciclo del motor [2, 5–7] y resolviendo después un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas obtenidas a partir de la termodinámica y la mecánica del sistema. Los resultados demuestran que la simulación es una propuesta económica y flexible que permite obtener para muchas

variables valores promedios muy cercanos a los reales.

Generalmente, las simulaciones matemáticas de los modelos de motores de combustión interna se dividen en dos grandes grupos. En el primer grupo se encuentran los *modelos fluido-dinámicos*, también llamados *multidimensionales*. Su formulación se basa en la conservación de la masa y energía en cualquier punto del sistema, en cualquier instante de tiempo. Aquí las variables independientes son las coordenadas espaciales y el tiempo, gobernadas por un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Utilizando estos modelos multidimensionales se pueden obtener resultados detallados sobre el campo de velocidades, de temperaturas y composiciones dentro del cilindro [5]. Las grandes ventajas que presentan este tipo de modelos están acompañadas de grandes dificultades y enormes tiempos de cómputo. Si el interés es calcular solamente los parámetros de desempeño del motor con este modelo se utilizarían más recursos de los necesarios. En este tipo de modelos se hace especial énfasis en la química de la combustión, las turbulencias en la mezcla dentro del cilindro y sus interacciones.

En el segundo grupo se encuentran los llamados *modelos termodinámicos*. Éstos se basan en el análisis termodinámico del fluido de trabajo contenido en el cilindro durante un ciclo de operación del motor [6,8–11]. Dentro de los modelos termodinámicos se encuentran los modelos *cero-dimensionales*, llamados así porque la única variable independiente es el tiempo, o el ángulo del cigüeñal. Estos modelos, a diferencia de los multidimensionales, son gobernados por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias. Aquí el proceso de combustión es correlacionado mediante una función empírica como la función de Wiebe o la fórmula del coseno [12–15]. Esto simplifica el estudio dado que no es necesario considerar la geometría de la cámara de combustión ni la evolución del frente de llama. Si bien su sencillez los hace interesantes, ésto también limita su campo de aplicación, dado que no se pueden considerar variaciones en la geometría de la cámara, la posición de la ignición, la velocidad de giro del motor o en el combustible.

En un nivel más avanzado de aproximación, dentro de los modelos termodinámicos, se encuentran los *cuasi-dimensionales*. Estos suponen una forma esférica para el frente de llama y calculan la fracción de gases quemados a partir de la geometría de la misma, mediante un modelo para la propagación de llama turbulenta [5,6,11,16–24]. Existen varios submodelos para el frente de llama, el más importante es el desarrolla-

do por Blizard y Keck [25], que supone la existencia de pequeños volúmenes de gases sin quemar provocados por los vórtices de la turbulencia. En este tipo de modelos sí que se pueden analizar geometrías, velocidades y combustibles diferentes, sin tener que describir el sistema mediante ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Desde el punto de vista del análisis teórico, los modelos más simples provienen de la Termodinámica Clásica del Equilibrio (TCE) donde se considera al sistema como una máquina térmica que desarrolla el ciclo de Otto de aire estándar reversible, compuesto por dos carreras adiabáticas y dos isócoras. Este modelo da una idea muy somera del problema, pero a su vez marca un valor límite para los parámetros de salida, debido a que no se consideran pérdidas de calor, las transferencias ocurren en intervalos de tiempo infinitos (lo que implica una potencia de salida  $P = 0$ ), la química del proceso no se tiene en cuenta, etc.

Una aproximación que va un poco más allá de la TCE parte de considerar el motor como un intercambiador energético en el que existen pérdidas e irreversibilidades. Dentro de este marco de trabajo se engloba a la denominada Termodinámica de Tiempos Finitos (TTF). En ella se consideran explícitamente transferencias de calor en tiempos finitos y se pueden dar valores aproximados de la potencia de la máquina [26–33]. Se obtienen como resultados rendimientos térmicos teóricos más ajustados a los reales que con la TCE. Las fuentes de irreversibilidad se describen en función de una cantidad reducida de parámetros con el objetivo de encontrar límites superiores, realistas, de funcionamiento, a partir de expresiones analíticas simples para la potencia, el rendimiento u otra función objetivo apropiada. Por supuesto, como los procesos individuales no son estudiados con un detalle microscópico, los resultados obtenidos sólo deben considerarse como una primera aproximación. Sin embargo, este conocimiento es interesante debido a que su simplicidad analítica permite colocar en orden de importancia relativa las diferentes fuentes de irreversibilidad. Otro de los ingredientes básicos de la TTF es la optimización del sistema desde el punto de vista termodinámico, es decir, encontrar el conjunto de parámetros y variables del sistema que maximizan o minimizan alguna función objetivo (potencia, rendimiento, producción de entropía, funciones termoeconómicas o termoecológicas, etc.).

En particular, durante los últimos 20 años se han desarrollado varios enfoques teóricos de TTF para motores alternativos de combustión interna. Mozurkewich y

otros [34–36] han analizado el movimiento óptimo del pistón dentro del cilindro. Orlov y otros [37] han enfocado sus estudios hacia la estimación de los límites de potencia y rendimiento para motores de combustión interna. Angulo-Brown y otros [38] y Calvo Hernández y otros [39] han modelado el ciclo Otto considerando términos de pérdidas por fricción. Angulo-Brown y otros [40] también presentaron un modelo de ciclo Otto que incluye además una reacción química de combustión explícita al final de la compresión adiabática. Recientemente, Ge y otros [41] estudiaron el funcionamiento del ciclo Otto de aire estándar con un calor específico del fluido de trabajo variable, resistencia térmica y pérdidas por fricción. Ozsoysal [42] también ha estudiado la relación entre las pérdidas de calor y la energía del combustible, y su influencia en el funcionamiento de los ciclos Otto y Diesel estándar.

Hasta hace poco tiempo la TTF ha sido considerada más bien una herramienta cualitativa, por lo que en este punto surge una pregunta interesante: ¿qué se necesita para mejorar la precisión del análisis de la TTF, o en general, hasta qué grado de aproximación a las medidas reales se puede conseguir con un modelo de tipo teórico? Uno de los objetivos de este trabajo es averiguar qué cambios hay que efectuar en los modelos de TTF para reproducir los resultados de la simulación, no solo cualitativamente sino con una cierta precisión numérica. Esto es importante para entender los mecanismos físicos de los procesos que ocurren durante la operación de un motor real, particularmente en lo relativo a las fuentes de irreversibilidad. Recientemente Hoffmann y otros [43] han comparado los resultados de una sencilla simulación *zero-dimensional* con un modelo simple de Novikov (una máquina de Carnot con una conductancia finita y pérdidas de calor entre las fuentes de calor) y concluyen que la TTF puede reproducir con cierto detalle las simulaciones. Siguiendo esta línea de trabajo, se presenta en esta memoria, un modelo de TTF para un ciclo Otto que incluye una reacción química para la combustión y considera algunos parámetros dependientes de la velocidad de giro del motor,  $\omega$ . Los resultados obtenidos se compararán con los obtenidos del modelo computacional *cuasi-dimensional*.

Siguiendo la idea de incorporar las herramientas de un tipo de análisis para mejorar los resultados del otro, se plantea en este trabajo un nuevo objetivo: optimizar un motor simulado mediante un modelo numérico *cuasi-dimensional* mediante un procedimiento de optimización basado en las técnicas usuales de la TTF [44, 45]. Para ello se analizará la influencia de diferentes parámetros de diseño y de fun-

cionamiento sobre la potencia y rendimiento del motor. Uno de los resultados más interesantes es cómo variando de una forma determinada el avance de la ignición y la relación de equivalencia aire-combustible con respecto a la velocidad angular, se pueden aumentar los valores de máxima potencia y máximo rendimiento. Cabe mencionar que en TTF comúnmente se establece un punto de trabajo óptimo que se encuentra entre el máximo rendimiento y la máxima potencia [46] de la curva de potencia-rendimiento. Sin embargo, generalmente, cuando se utilizan los motores de combustión interna, el estado de operación no es estacionario, sino que dependiendo de las condiciones externas y las necesidades de conducción, se requiere más o menos potencia por parte del motor. Por lo tanto, en esta memoria no se considera un punto fijo de trabajo sino un cierto intervalo óptimo para la potencia. A partir de este enfoque se propone un criterio de optimización para cualquier máquina térmica no estacionaria, basado en el análisis de sus curvas potencia-rendimiento, con el objetivo de *maximizar el rendimiento en todo el intervalo de potencias de trabajo*.

Por otro lado, como han puesto de manifiesto diversos estudios experimentales, en los motores de combustión interna se produce el fenómeno de la *variabilidad cíclica*. Ozdor y otros [47] reconocen que la variabilidad cíclica limita el rango de operación de los motores de encendido por chispa. Incluso su eliminación podría aumentar en un 10% la potencia de salida del motor, para el mismo consumo de combustible. En algunos casos la variabilidad ciclo a ciclo produce diferencias apreciables en la velocidad del motor, lo que da lugar a un comportamiento más brusco. Sin embargo, normalmente, en la simulación de motores de combustión interna se considera que las variables termodinámicas no incorporan fluctuaciones aleatorias en el tiempo. En la realidad el funcionamiento es completamente diferente, existe una gran variabilidad de un ciclo al siguiente en las propiedades termodinámicas del motor, lo que da lugar a una desviación importante, ciclo a ciclo en los parámetros de salida, como, por ejemplo, la potencia y el rendimiento térmico.

La variabilidad ciclo a ciclo en los motores de combustión interna, es fundamentalmente un problema de combustión [47–51]. Dicha variabilidad se ve afectada por muchas variables como las propiedades del combustible, la composición de la mezcla de aire-combustible en los alrededores del punto de ignición, la energía liberada durante la ignición, la homogeneidad de la carga, la cantidad de carga, la dilución de los gases de escape, etc. Especialmente importante es la fluidodinámica de la mezcla



justo antes de la ignición, dado que determina tanto el crecimiento del núcleo del frente de llama en la fase inicial, como las variaciones en su propagación, lo cual afecta a la velocidad con la que se queman los gases.

Muchos autores han estudiado la dinámica no lineal involucrada en los fenómenos de variabilidad [52–59], utilizando métodos experimentales y modelos teóricos. Particularmente interesantes son los trabajos de simulación que incorporan variabilidad, como el trabajo de Abdi Aghdam [51] que utiliza como parámetro aleatorio la velocidad característica en un modelo *cuasi-dimensional* para incorporar la variabilidad o el trabajo de Hu [49] que analiza el efecto de la variación del centro de la ignición en la combustión, para un modelo *cuasi-dimensional*.

Dentro de este marco otro de los objetivos básicos de este trabajo es identificar físicamente los principales parámetros de combustión que influyen en la variabilidad ciclo a ciclo, para lo cual se analizan tres parámetros básicos con una interpretación física clara: la longitud característica de los vórtices sin quemar dentro del frente de llamas, la velocidad característica con la que estos vórtices atraviesan el frente de llama o la posición del centro del frente de llama con respecto al eje del cilindro. A partir de esta identificación se presenta un modelo *cuasi-dimensional*, que permite obtener resultados aceptables de variabilidad en un motor monocilíndrico de encendido por chispa.

Resumiendo, el presente trabajo se plantea los siguientes objetivos:

- (i) Desarrollar y validar una simulación *cuasi-dimensional* de un motor monocilíndrico de encendido por chispa, lo cual sienta precedentes y abre una nueva línea de trabajo en el grupo de investigación de Termodinámica y Física Estadística de la Universidad de Salamanca.
- (ii) Determinar qué cambios hay que efectuar en los modelos de TTF para reproducir los resultados de la simulación, no sólo cualitativamente sino con una cierta precisión numérica.
- (iii) Tercero, analizar, desde una perspectiva global, cómo utilizar los procedimientos de optimización provenientes de la TTF junto con la capacidad de cálculo de las simulaciones numéricas para mejorar el diseño y funcionamiento de este tipo de motores.

- (iv) Analizar la capacidad de las simulaciones numéricas *cuasi-dimensionales* para cuantificar la variabilidad ciclo a ciclo en motores tipo Otto, en particular, identificando los principales parámetros físicos del proceso de combustión que influyen en la variabilidad ciclo a ciclo.

Esta memoria se organiza de la siguiente manera: el capítulo 2 se dedica a la descripción de la simulación numérica, detallando los modelos en cada una de las etapas y se valida el modelo contrastándolo con datos experimentales [19]. El capítulo 3 se destina a la descripción del modelo analítico de TTF, se describen las hipótesis básicas del modelo y se detallan las principales fuentes de irreversibilidad consideradas en el ciclo. En el capítulo 4 se evalúa el comportamiento de ambos modelos de forma independiente y se estudia la forma de mejorar el modelo analítico a partir de los resultados de la simulación. En el capítulo 5 se discute la influencia de diferentes parámetros de diseño y de funcionamiento del motor sobre la potencia y rendimiento, mediante el uso de la simulación *cuasi-dimensional*, y se emplean las técnicas usuales de la TTF con el objetivo de proponer valores óptimos para las variables seleccionadas. El capítulo 6 se enfoca hacia la identificación física de los principales parámetros de combustión que influyen en la variabilidad ciclo a ciclo, y se presenta una adaptación del modelo *cuasi-dimensional*, que da lugar a resultados aceptables de variabilidad cíclica. Finalmente, en el capítulo 7 se discuten los resultados y se resumen las principales conclusiones del trabajo.

## Capítulo 2

# Simulación numérica de un motor monocilíndrico de encendido por chispa

El objetivo del presente capítulo es detallar los conceptos termodinámicos generales necesarios para la simulación de un motor monocilíndrico de ciclo Otto. Mediante una descripción a nivel fundamental se deducen las principales ecuaciones que determinan el comportamiento mecánico y termodinámico del sistema. A través de una correcta elección de hipótesis simplificadoras, se reduce la complejidad de las ecuaciones y se describe la evolución del sistema a través de un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden acopladas. Además, se describen en profundidad los modelos necesarios para analizar cada una de las etapas en la evolución del sistema durante un ciclo completo. También se precisan los detalles del fluido de trabajo considerado. Por último, tomando como base resultados experimentales encontrados en la bibliografía se valida el modelo numérico desarrollado.

## 2.1. Descripción básica del sistema

Los motores de cuatro tiempos de combustión interna de encendido por chispa evolucionan en cuatro etapas por ciclo: *admisión*, *compresión*, *expansión* y *escape*. En la *admisión*, entran en el cilindro el aire y el combustible. En la etapa de *compresión*, el movimiento recíprocante del pistón comprime la mezcla de gases. Una vez comprimida la mezcla de gases, se provoca la detonación de la chispa y debido a la elevada presión que ejercen los gases al quemarse, se pasa al siguiente proceso. La *expansión* es la etapa donde la energía liberada en la combustión es dirigida hacia el eje del motor mediante el sistema de biela y cigüeñal. Esta es la etapa que aporta la energía útil al sistema. Los gases quemados son liberados a la atmósfera en la etapa de *escape*, terminando con el ciclo del sistema. En cada ciclo se completan dos vueltas del cigüeñal (véase la figura 2.1).

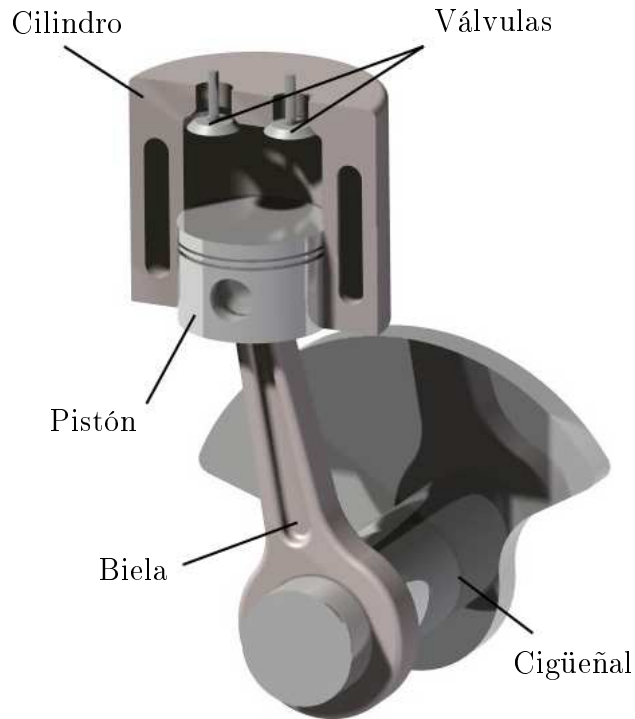


Figura 2.1: Descripción básica de los elementos del motor.

A partir de esta descripción se modelará el sistema mediante ecuaciones mecánicas y termodinámicas, utilizando también diferentes modelos auxiliares para cada

una de la etapas, según sea necesario.

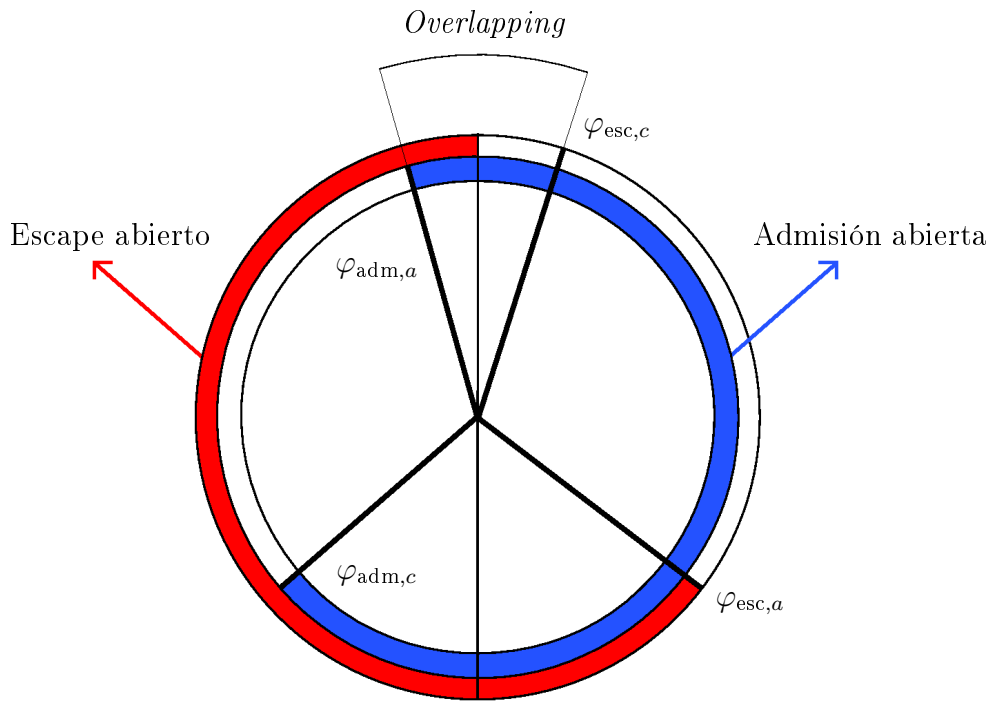


Figura 2.2: Temporización de apertura y cierre de las válvulas de admisión y escape.

La variable independiente que define la duración de cada etapa es el ángulo del cigüeñal,  $\varphi$ . Cabe destacar que desde el punto de vista termodinámico, como se verá más adelante, en cada una de estas etapas el sistema puede seguir un modelo diferente; esto se debe a que en la compresión y la expansión el sistema es *cerrado*, mientras que en las otras etapas es *abierto*. De esta forma, la posición angular del cigüeñal indicará en qué momento el sistema es abierto o cerrado.

Dado que la apertura de las válvulas es pequeña (a partir del momento en que están cerradas) para una variación angular considerable del cigüeñal, es necesario abrirlas unos grados antes y cerrarlas algo después de hipotéticos puntos óptimos, lo que da lugar a un intervalo en el que ambas válvulas están abiertas, denominado *overlapping*. Un *timing* típico usado para válvulas deslizantes se muestra en la figura 2.2.

### 2.1.1. Descripción mecánica

Desde el punto de vista mecánico, el dispositivo básico de un motor alternativo de combustión interna está formado por un cilindro que contiene al pistón (que sella la cámara de combustión) y que, a su vez, está conectado a la biela que transmite la fuerza al cigüeñal (véase la figura 2.1).

Las ecuaciones que rigen el movimiento del sistema biela-cigüeñal provienen de las leyes de Newton para la rotación. En concreto, si se consideran todos los componentes rígidos, la segunda ley de Newton aplicada al cigüeñal, viene dada por la ecuación<sup>1</sup>

$$I\dot{\omega} = M_b - M_{\text{ext}}, \quad (2.1)$$

donde  $I$  representa el momento de inercia del volante,  $\omega$  la velocidad angular,  $M_b$  representa el momento que ejerce la biela sobre el cigüeñal y  $M_{\text{ext}}$  es el momento de la carga externa.

A la vista del esquema adjunto (figura 2.3), el momento de la biela sobre el cigüeñal es,  $\vec{M}_b = \vec{a} \times \vec{F}_\beta$ , donde  $\vec{F}_\beta$  es la componente de la fuerza de la biela sobre el cigüeñal en la dirección de la biela,  $F_\beta = F / \cos \beta$ , siendo  $F$  la componente vertical de la fuerza neta sobre el pistón. Entonces, en módulo,

$$M_b = aF \frac{\text{sen}(\varphi + \beta)}{\cos \beta}$$

Como  $a \text{sen } \varphi = \ell \text{sen } \beta$  resulta que  $\text{sen } \beta = f \text{sen } \varphi$  y  $\cos \beta = (1 - f^2 \text{sen}^2 \varphi)^{1/2}$ , donde  $f = a/\ell$  es la razón geométrica entre el radio del cigüeñal,  $a$  y la longitud de la biela,  $\ell$ . Entonces, el momento se puede expresar como:

$$M_b = aF \left[ \text{sen } \varphi + \frac{f}{2} \frac{\text{sen } 2\varphi}{(1 - f^2 \text{sen}^2 \varphi)^{1/2}} \right]$$

Para calcular  $F$  se hace el balance de fuerzas sobre el pistón:

$$F_{\text{gas}} - F_{\text{fric}} - F + m_p g = m_p \ddot{x}$$

Aquí  $F_{\text{gas}}$  representa la fuerza que ejerce el gas sobre la cabeza del pistón, que como se verá más adelante es el punto de enlace con las ecuaciones termodinámicas,  $F_{\text{fric}}$

---

<sup>1</sup>El punto sobre una variable corresponde a la derivada primera con respecto al tiempo, dos puntos a la derivada segunda. Cuando no quede clara esta notación se utilizará la notación de Leibnitz.

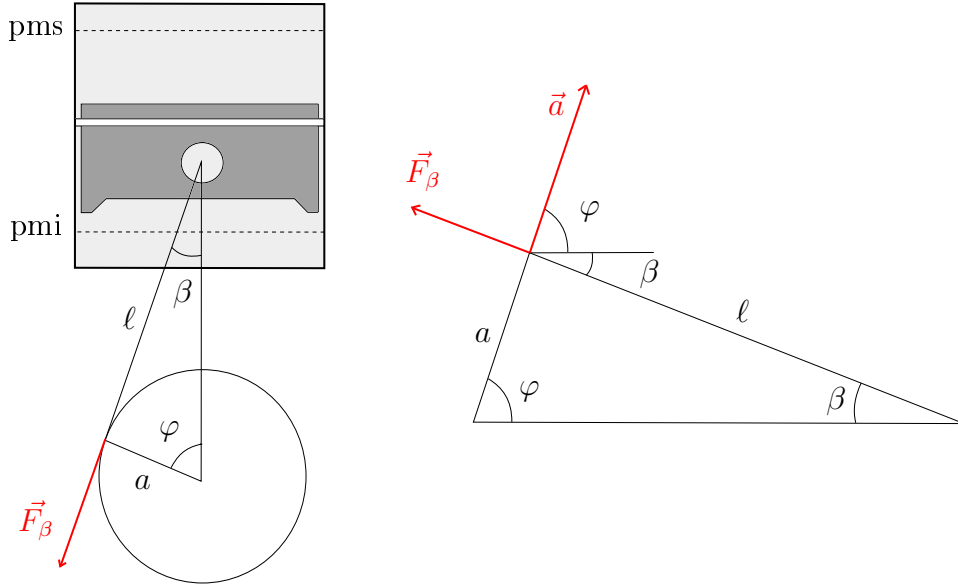


Figura 2.3: Relaciones angulares.

representa la fuerza de rozamiento y  $m_p$  la masa del pistón. Con todo esto la ecuación para el momento que ejerce la biela en función de la posición del pistón en cualquier instante,  $x(t)$ , es,

$$M_b = a [F_{\text{gas}} - F_{\text{fric}} + m_p (g - \ddot{x})] \left( \frac{f}{2} \frac{\text{sen } 2\varphi}{\sqrt{1 - f^2 \text{sen}^2 \varphi}} + \text{sen } \varphi \right) \quad (2.2)$$

A partir de la siguiente relación geométrica se pueden encontrar las ecuaciones cinemáticas que relacionan la posición del pistón  $x$  y el ángulo del cigüeñal  $\varphi$ ,

$$x = a \left[ 1 - \cos \varphi + \frac{1}{f} \left( 1 - \sqrt{1 - f^2 \text{sen}^2 \varphi} \right) \right] \quad (2.3)$$

Derivando con respecto al tiempo, se obtienen las relaciones entre las derivadas de  $x$  y las de  $\varphi$ ,

$$\dot{x} = a \left( \text{sen } \varphi + f \frac{\text{sen } \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - f^2 \text{sen}^2 \varphi}} \right) \dot{\varphi} \quad (2.4)$$

$$\ddot{x} = a\dot{\varphi}^2 \left[ \cos \varphi + f \frac{\cos(2\varphi)}{\sqrt{1 - f^2 \sin^2 \varphi}} + \frac{f^3}{4} \frac{\sin^2(2\varphi)}{(1 - f^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} \right] + a\ddot{\varphi} \left( \sin \varphi + f \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - f^2 \sin^2 \varphi}} \right) \quad (2.5)$$

Si se definen por comodidad dos variables geométricas,  $\xi_1(\varphi, f)$  y  $\xi_2(\varphi, f)$ , así:

$$\xi_1 \equiv \sin \varphi + f \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{1 - f^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.6)$$

$$\xi_2 \equiv \cos \varphi + f \frac{\cos(2\varphi)}{\sqrt{1 - f^2 \sin^2 \varphi}} + \frac{f^3}{4} \frac{\sin^2(2\varphi)}{(1 - f^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.7)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.2) y (2.5) en (2.1) se obtiene la ecuación diferencial para el ángulo del cigüeñal,

$$\ddot{\varphi} = \frac{a\xi_1 (F_{\text{gas}} - F_{\text{fric}}) - am_p \xi_1 (a\xi_2 \dot{\varphi}^2 - g) - M_{\text{ext}}}{I + a^2 m_p \xi_1^2} \quad (2.8)$$

Para calcular el volumen de la cámara en cualquier instante de tiempo,  $V(t)$ , se utilizan las siguientes definiciones:

- $B$ : diámetro del cilindro.
- $A_{\text{pistón}}$ : área del pistón,  $A_{\text{pistón}} = \frac{\pi B^2}{4}$
- $L$ : carrera, distancia entre el punto muerto superior (pms) y el inferior (pmi),  $L = 2a$ .
- $V_0$ : volumen mínimo de la cámara (volumen cuando el pistón está en el pms).
- $V_{dt}$ : volumen desplazado total,  $V_{dt} = A_{\text{pistón}} L$ .
- $V_d(t)$ : volumen desplazado en el instante  $t$  (por comodidad se representa simplemente  $V_d$ ),  $V_d = A_{\text{pistón}} x$ .
- $r$ : relación de compresión,  $\frac{\text{volumen máximo}}{\text{volumen mínimo}} = \frac{V_{dt} + V_0}{V_0}$



Con esta notación,  $V = V_0 + V_d = V_0 + A_{\text{pistón}}x$ . Como  $r = \frac{V_{dt}}{V_0} + 1$  y  $A_{\text{pistón}} = (r - 1)V_0/L$  resulta que,

$$V = V_0 + (r - 1)\frac{V_0}{L}x = V_0 \left[ 1 + (r - 1)\frac{x}{2a} \right]$$

Y en función del ángulo del cigüeñal:

$$V = V_0 \left[ 1 + \frac{1}{2}(r - 1) \left( \frac{1}{f} + 1 - \cos \varphi - \sqrt{\frac{1}{f^2} - \text{sen}^2 \varphi} \right) \right] \quad (2.9)$$

Derivando la expresión anterior se obtiene,

$$\dot{V} = \frac{V_0}{2}(r - 1) \left( \text{sen } \varphi + \frac{\text{sen } \varphi \cos \varphi}{\sqrt{\frac{1}{f^2} - \text{sen}^2 \varphi}} \right) \dot{\varphi}, \quad (2.10)$$

ecuación que da el cambio instantáneo en el volumen de la cámara y que se utilizará posteriormente en la descripción termodinámica de los procesos.

### Fuerzas de fricción

No todo el trabajo transferido desde los gases contenidos en el cilindro hacia el pistón se transforma en trabajo utilizable en el motor. La porción de trabajo que no está disponible se denomina de forma genérica *trabajo de fricción*. Esta porción varía en magnitud en función, entre otras cosas, de la carga externa y del diseño del motor, en un amplio intervalo desde un 10 % en funcionamiento a plena carga a un 100 % en ausencia de carga. Estas fuerzas de fricción afectan a todos los parámetros de salida del motor, en particular al par máximo obtenido y al consumo de combustible. El trabajo de fricción se disipa en forma de calor sobre el sistema de refrigeración, cuyo diseño depende, evidentemente de como sea éste. Un conocimiento al menos básico del trabajo de fricción es necesario para poder conocer el trabajo útil obtenible.

Formalmente se define el trabajo de fricción como la diferencia entre el trabajo realizado por el gas que realiza el ciclo cuando está dentro del cilindro, es decir, en las carreras de compresión y expansión, y el trabajo útil que se comunica al cigüeñal. Brevemente, se resumen a continuación las causas que provocan estas pérdidas de potencia:

- Introducir la mezcla en la cámara en la etapa de admisión y expulsar los residuos gaseosos en la etapa de expulsión requiere un trabajo denominado habitualmente de *bombeo*,  $W_p$ .
- El rozamiento mecánico entre todas las partes móviles del mecanismo, aunque esté lubricado, implica una pérdida de potencia,  $W_{rf}$ . Esta componente de fricción engloba el rozamiento del pistón con las paredes del cilindro, las fricciones en las válvulas, la unión del cigüeñal con la biela, etc.
- Todos los sistemas auxiliares, bombas de agua y de aceite, bomba de combustible, alternador, bombas secundarias para el control de emisiones, bomba del sistema de dirección asistida o sistema de climatización consumen una parte del trabajo realizado por el gas,  $W_a$ .

El trabajo total de fricción es la suma de los anteriores:

$$W_{\text{fric}} = W_p + W_{rf} + W_a$$

Globalmente este trabajo total depende de la carga externa y aumenta con la velocidad angular. En términos relativos al volumen desplazado, se define la *presión media efectiva* (*mean effective pressure*), *mep*, como:

$$\text{mep} = \frac{W}{V_{dt}}$$

donde  $W$  es el trabajo total en un ciclo. La potencia producida se recupera entonces a partir de esa presión media así:

$$P = \text{mep} \frac{N}{n_R} V_{dt}$$

donde  $n_R$  es el número de revoluciones por ciclo ( $n_R = 2$  para un motor de cuatro tiempos) y  $N$  es la velocidad angular en rpm.

Se puede definir una presión media efectiva para cada una de las componentes del trabajo de rozamiento, *pmep*, *rfmep* y *amep*, respectivamente, de manera que la presión media efectiva asociada a la fricción total (*total friction mean effective pressure*) viene dada por:

$$\text{tfmep} = \text{pmep} + \text{rfmep} + \text{amep}$$

Todas estas cantidades son positivas excepto  $p_{mep}$  cuando la presión en el interior del cilindro es superior a la exterior.

Los términos asociados a la fricción entre superficies dependen de la lubricación y, en concreto, del espesor de la capa de lubricante, pero de forma global son términos lineales en  $N$ , mientras que los términos asociados al bombeo provienen del paso de fluidos a través de orificios y de las consiguientes turbulencias, con lo que suelen ser cuadráticos en  $N$ . Es usual, entonces, encontrar en la literatura [2] fórmulas empíricas para  $W_{fric}$  o  $tfmep$  así:

$$W_{fric} \text{ (ó } tfmep) = C_1 + C_2N + C_3N^2 \quad (2.11)$$

aunque algunas componentes dependen más bien de la velocidad media del pistón en la cámara que de la velocidad angular en sí.

A la hora de evaluar numéricamente la fuerza de fricción, la aproximación más simple posible es considerar que la fuerza de fricción es directamente proporcional a la velocidad media del pistón,  $F_{fric} = \mu \dot{x}$ , donde  $\mu$  es un parámetro efectivo de rozamiento, del orden de 10 kg/s que se puede encontrar en la literatura [43]. Con esta aproximación se tienen en cuenta esencialmente los términos de fricción entre superficies. Una correlación empírica que también incluye términos de bombeo y que se adapta bien al comportamiento de motores de encendido por chispa con volúmenes entre 845 y 2000 cm<sup>3</sup> es la proporcionada por Barnes-Moss [60], en la que los coeficientes de la ecuación (2.11) valen:

$$C_1 = 0,97$$

$$C_2 = 0,15 \times 10^{-3}$$

$$C_3 = 0,05 \times 10^{-6}$$

Considerando que  $N = 60\omega/2\pi$ , con  $\omega$  la velocidad angular del cigüeñal, que  $tfmep = W_{fric}/(xA_{pistón})$  y que  $W_{fric} = F_{fric}x$  se deduce la siguiente fórmula para  $F_{fric}$ :

$$F_{fric} = A_{pistón} (0,97 \cdot 10^5 + 143,2394488 \omega + 0,4559453 \omega^2) \quad (2.12)$$

donde todas las unidades corresponden al sistema internacional de unidades.

### 2.1.2. Descripción termodinámica

Se considera como volumen de control para el análisis termodinámico del sistema, el interior del cilindro. En las etapas de admisión y escape ha de considerarse como sistema termodinámico abierto y durante la compresión y la expansión cerrado. De esta forma, los términos de la ecuación del primer principio de la termodinámica variarán según la etapa en que se encuentre el sistema.

El primer principio de la termodinámica aplicado a un sistema abierto es, en general,

$$\dot{E} = \dot{Q} - \dot{W} + \sum_j \dot{m}_j h_j \quad (2.13)$$

siendo  $\dot{Q}$  el calor absorbido por el sistema por unidad de tiempo,  $\dot{W}$  el trabajo realizado por el sistema por unidad de tiempo y  $\sum_j \dot{m}_j h_j$  la entalpía que entra a través de la frontera por unidad de tiempo ( $\dot{m}_j$  adquiere el signo positivo cuando la masa entra al sistema).

La variación de la energía total,  $\dot{E}$ , puede adoptar cualquiera de las siguientes formas:

- $\dot{E} = \frac{d}{dt}(mu)$
- $\dot{E} = \frac{d}{dt}(mh) - \frac{d}{dt}(pV)$

Se define la razón de equivalencia de combustible y aire,  $\phi$ , como el cociente entre la razón de las masas de combustible y aire, y la razón entre las masas de combustible y aire estequiométricos,  $\phi = \frac{(F/A)}{(F/A)_s}$  (para simplificar se utiliza el término en inglés, *fuel ratio*). Si se asume que el sistema está caracterizado por la temperatura,  $T$ , por la presión,  $p$ , y por  $\phi$ , las funciones de estado correspondientes dependen de tres variables:

$$u = u(T, p, \phi) \quad h = h(T, p, \phi) \quad \rho = \rho(T, p, \phi) \quad (2.14)$$

Sus diferenciales respecto del tiempo son:

$$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial u}{\partial p} \dot{p} + \frac{\partial u}{\partial \phi} \dot{\phi} \quad (2.15)$$

$$\dot{h} = \frac{\partial h}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial h}{\partial p} \dot{p} + \frac{\partial h}{\partial \phi} \dot{\phi} \quad (2.16)$$

$$\dot{\rho} = \frac{\partial \rho}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \rho}{\partial p} \dot{p} + \frac{\partial \rho}{\partial \phi} \dot{\phi} \quad (2.17)$$

Volviendo a la ecuación (2.13) y reescribiendo cada término, se deduce lo siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(mh) - \frac{d}{dt}(pV) &= \dot{Q} - \dot{W} + \sum_j \dot{m}_j h_j \\ \dot{m}h + m\dot{h} &= \dot{Q} - \dot{W} + \sum_j \dot{m}_j h_j + \frac{d}{dt}(pV) \\ \dot{m}h &= \dot{Q} - \dot{W} + \sum_j \dot{m}_j h_j - \frac{dm}{dt}h + \frac{d}{dt}(pV) \end{aligned}$$

Sustituyendo la derivada de  $h$  con respecto al tiempo mediante la expresión dada en la ecuación (2.16) se obtiene,

$$\frac{\partial h}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial h}{\partial p} \dot{p} + \frac{\partial h}{\partial \phi} \dot{\phi} = \frac{1}{m} \left( \dot{Q} - \dot{W} + \sum_j \dot{m}_j h_j - \sum_j \dot{m}_j h + \frac{d}{dt}(pV) \right) \quad (2.18)$$

Despejando  $\dot{T}$  y teniendo en cuenta que  $\frac{\partial h}{\partial T}$  es el calor específico a presión constante,  $c_p$ , la ecuación diferencial para la temperatura es,

$$\dot{T} = \frac{1}{c_p} \left[ \frac{1}{m} \left( \dot{Q} - \dot{W} + \sum_j \dot{m}_j (h_j - h) + \frac{d}{dt}(pV) \right) - \frac{\partial h}{\partial p} \dot{p} - \frac{\partial h}{\partial \phi} \dot{\phi} \right] \quad (2.19)$$

En principio es necesario encontrar la dependencia de  $h$  con respecto a  $p$  y a  $\phi$ , pero si se aproxima el fluido de trabajo a un gas ideal, se puede despreciar la dependencia con respecto a  $p$ . Asumiendo además que  $\phi$  es constante durante el proceso,  $h$  dependerá únicamente de la temperatura y la ecuación (2.19) se reduce a:

$$\dot{T} = \frac{\dot{Q} - \dot{W} + \sum_j \dot{m}_j (h_j - h) + \frac{d}{dt}(pV)}{mc_p} \quad (2.20)$$

Si se utiliza la aproximación de la derivada del trabajo con respecto al tiempo como  $\dot{W} = p\dot{V}$  en (2.20) se obtiene,

$$\dot{T} = \frac{\dot{Q} - p\dot{V} + \sum_j \dot{m}_j (h_j - h) + \frac{d}{dt}(pV)}{mc_p}$$

Reordenando los términos se deduce la ecuación diferencial que rige la evolución de la temperatura:

$$\dot{T} = \frac{\dot{Q} + \sum_j \dot{m}_j (h_j - h) + V\dot{p}}{mc_p} \quad (2.21)$$

La ecuación (2.21) es una de las ecuaciones fundamentales del sistema, que como se verá más adelante, al acoplarse con la ecuación de la derivada de la presión,  $\dot{p}$ , permiten calcular la temperatura y la presión en cada instante de tiempo a lo largo de todo el ciclo. Dado que el sistema evoluciona en diferentes etapas, los términos de la ecuación anterior se definirán posteriormente según el caso.

## 2.2. Ecuaciones diferenciales dinámicas básicas

### 2.2.1. Ecuaciones generales

Sobre la base de la forma diferencial de las ecuaciones descritas en las secciones 2.1.1 y 2.1.2, tomando como volumen de control el interior del cilindro se presenta una formulación del sistema de ecuaciones para la temperatura y la presión.

Exceptuando el período de combustión, el fluido de trabajo se puede considerar como una mezcla adiabática de gases quemados ( $b$ ) y sin quemar ( $u$ ). A partir de la ecuación (2.21), se obtiene la ecuación diferencial para la temperatura de la mezcla de gases, durante todo el ciclo exceptuando el período de combustión:

$$\dot{T} = \frac{1}{(m_u c_{p,u} + m_b c_{p,b})} \left[ \dot{Q}_u + \dot{Q}_b + \dot{m}_{\text{adm}} h_{\text{adm}} + \dot{m}_{\text{esc}} h_{\text{esc}} - \dot{m}_u h_u - \dot{m}_b h_b + V\dot{p} \right] \quad (2.22)$$

En esta ecuación los términos  $\dot{m}_u h_u + \dot{m}_b h_b$  corresponden a los cambios de entalpía sensible de la mezcla dentro del cilindro, mientras que  $\dot{m}_{\text{adm}} h_{\text{adm}}$  y  $\dot{m}_{\text{esc}} h_{\text{esc}}$  corresponden a los cambios de entalpía asociados a los procesos de admisión y escape.  $\dot{m}_{\text{adm}}$  y  $\dot{m}_{\text{esc}}$  pueden ser negativos o positivos dependiendo de la presión relativa entre el interior del cilindro y la presión en la admisión o el escape.  $\dot{Q}_b$  y  $\dot{Q}_u$  corresponden

a la transferencia de calor de los gases quemados y sin quemar respectivamente. A modo de ejemplo si en un proceso no existen gases sin quemar, se cumplirá que  $m_u = 0$  y a su vez  $\dot{Q}_u = 0$ . Esto mismo se aplica a los gases quemados. Por lo tanto, cada término de las ecuaciones de  $u$  ó  $b$ , puede aparecer o no en la ecuación, dependiendo de la etapa considerada. Los valores iniciales de la ecuación quedan determinados por las condiciones externas.

La ecuación diferencial de la presión se obtiene diferenciando la ecuación de estado de los gases ideales y sustituyendo la derivada de la temperatura por la ecuación (2.22), y adopta la siguiente forma [5],

$$\dot{p} = \left[ p \left( \frac{\dot{m}_u}{\rho_u} + \frac{\dot{m}_b}{\rho_b} - \dot{V} \right) + \right. \\ \left. + \zeta \left( \dot{Q}_u + \dot{Q}_b + \dot{m}_{\text{adm}} h_{\text{adm}} + \dot{m}_{\text{esc}} h_{\text{esc}} - \dot{m}_u h_u - \dot{m}_b h_b \right) \right] \frac{1}{[V(1-\zeta)]} \quad (2.23)$$

con

$$\zeta = \frac{V}{\frac{V_u c_{p,u}}{R_u} + \frac{V_b c_{p,b}}{R_b}} \quad (2.24)$$

Las ecuaciones (2.22) - (2.24), excepto durante la combustión, son válidas en cualquier momento, incluido el período de *overlapping*.

Durante el proceso de combustión se consideran dos volúmenes de control, para los gases quemados y los no quemados, separados por un frente de llama de volumen despreciable. Este modelo suele llamarse de dos zonas, en relación a los volúmenes de control utilizados [6], los detalles de la combustión se describen en la sección 2.3. Las ecuaciones que describen la evolución con respecto al tiempo de  $T_u$ ,  $T_b$  y  $p$  se pueden escribir como,

$$\dot{T}_u = \frac{\dot{Q}_u + V_u \dot{p}}{m_u c_{p,u}} \quad (2.25)$$

$$\dot{T}_b = \frac{\dot{Q}_b + \dot{m}_b (h_u - h_b) + V_b \dot{p}}{m_b c_{p,b}} \quad (2.26)$$

$$\dot{p} = \left[ p \left( \frac{\dot{m}_b}{\rho_b} + \frac{\dot{m}_u}{\rho_u} - \dot{V} \right) + \frac{\dot{Q}_u R_u}{c_{p,u}} + \left( \dot{Q}_b + \dot{m}_b (h_u - h_b) \right) \frac{R_b}{c_{p,b}} \right] \left( V - \frac{V_u R_u}{c_{p,u}} - \frac{V_b R_b}{c_{p,b}} \right)^{-1} \quad (2.27)$$

Los valores iniciales para  $T_u$  y  $p$  al inicio de la combustión se obtienen a partir de las ecuaciones (2.22) y (2.23), mientras que para el valor inicial de  $T_b$  se considera la temperatura de llama adiabática a presión constante, calculada a partir de la ecuación del equilibrio químico (los reactivos de la combustión se encuentran a la temperatura  $T_u$ ).

Los diferentes términos incluidos en las ecuaciones termodinámicas descritas en esta sección, requieren ser especificados en cada una de las etapas de la evolución del sistema, de acuerdo con la naturaleza física de cada proceso.

Hay dos formas de abordar la simulación de este tipo de motores: se puede considerar el motor funcionando con un momento de carga especificado,  $M_{\text{ext}}$ , en cuyo caso las ecuaciones (2.22) - (2.27) se resuelven junto con la ecuación (2.8) o se puede fijar una velocidad de giro constante en cuyo caso no se incluye la ecuación mecánica en el sistema de ecuaciones diferenciales.

Por último, para resolver las ecuaciones diferenciales es conveniente utilizar un cambio de variable entre el ángulo del cigüeñal y el tiempo,

$$\varphi = \omega t \quad (2.28)$$

debido a que la apertura y el cierre de las válvulas de admisión y de escape se establecen para un ángulo del cigüeñal específico y el ciclo se desarrolla para dos vueltas completas del cigüeñal, o lo que es lo mismo queda acotado por el ángulo del cigüeñal entre 0 y  $4\pi$ . Por lo tanto, en el espacio del ángulo del cigüeñal estos parámetros son fijos, mientras que en el espacio del tiempo, estos varían según la velocidad angular.

### 2.2.2. Admisión y escape

Durante la admisión y el escape, sin considerar *overlapping*, el sistema es abierto y no coexisten los gases sin quemar con los gases quemados. Por lo tanto, las



ecuaciones (2.22) y (2.23) se ven simplificadas.

La ecuación de la temperatura para la admisión es:

$$\dot{T}_u = \frac{\dot{Q}_u + \dot{m}_{\text{adm}}(h_{\text{adm}} - h_u) + V_u \dot{p}}{m_u c_{p,u}} \quad (2.29)$$

La única diferencia con el escape es el fluido de trabajo,

$$\dot{T}_b = \frac{\dot{Q}_b + \dot{m}_{\text{esc}}(h_{\text{esc}} - h_b) + V_b \dot{p}}{m_b c_{p,b}} \quad (2.30)$$

La ecuación de la presión para la admisión es:

$$\dot{p} = \gamma_u p \left( \frac{\dot{m}_u}{m_u} - \frac{\dot{V}_u}{V_u} \right) + \frac{R_u}{V_u c_{v,u}} \left[ \dot{Q}_u + \dot{m}_{\text{adm}}(h_{\text{adm}} - h_u) \right] \quad (2.31)$$

donde el cociente entre los calores específicos se representa como  $\gamma_u = c_{p,u}/c_{v,u}$ . La ecuación de la presión en el escape difiere únicamente en el fluido de trabajo y las condiciones del flujo,

$$\dot{p} = \gamma_b p \left( \frac{\dot{m}_b}{m_b} - \frac{\dot{V}_b}{V_b} \right) + \frac{R_b}{V_b c_{v,b}} \dot{Q}_b \quad (2.32)$$

Nótese que bajo estas condiciones,  $\dot{m}_{\text{esc}} = \dot{m}_b$ ,  $\dot{m}_{\text{adm}} = \dot{m}_u$  y además se cumple que  $h_{\text{esc}} = h_b$ , o lo que es lo mismo, que la variación de la presión durante el escape que se origina por la variación en la temperatura se debe exclusivamente a la pérdida de calor a través de las paredes.

Las ecuaciones que se utilizan para el flujo de masa son las descritas en el apéndice A. En el apéndice B se describe con detalle la geometría de las válvulas.

### 2.2.3. *Overlapping*

En los motores reales la válvula de escape no se cierra hasta que ha pasado un cierto ángulo después del punto muerto superior y la válvula de admisión se abre un cierto ángulo antes del punto muerto superior. Esto quiere decir que existe un período, al final del ciclo actual y al inicio del siguiente ciclo, en que ambas válvulas se encuentran abiertas, llamado *overlapping*. Este solapamiento es necesario, dado que, en el inicio y el final de la apertura de la válvula, el área es muy pequeña y varía

poco para un ángulo considerable, por eso es necesario abrir la válvula de apertura algo antes y cerrar la de escape algo después.

Durante el *overlapping*, se considera el sistema termodinámico como un sistema abierto al igual que en la admisión y en el escape, con la salvedad de que en este caso se encuentran abiertas ambas válvulas. Dependiendo del valor que tenga la presión interior del cilindro y las presiones de la admisión o del escape<sup>2</sup>, el flujo de masa será hacia el interior o hacia el exterior, tanto en el ducto de admisión como en el de escape.

Las ecuaciones diferenciales de la temperatura y la presión para el *overlapping*, son las ecuaciones (2.22) y (2.23), dado que ninguno de sus términos se anula y son válidas para todo el ciclo excepto durante el período en que no hay combustión.

En el apéndice A también se describe el cálculo de la composición másica y la entalpía durante el período de *overlapping*.

#### 2.2.4. Compresión y expansión

En la compresión y la expansión el sistema es cerrado, por lo tanto, los flujos de masa que entran o salen del sistema son iguales a cero. La masa que se encuentra encerrada dentro del cilindro es la masa que entró en la etapa de admisión. Hasta que no se inicie la combustión no hay cambio en la composición del fluido de trabajo. Después de la combustión la composición de los gases es la de los productos de la reacción. Por lo tanto, las ecuaciones (2.22) y (2.23) se simplifican para ambas etapas. Para la compresión es:

$$\dot{T}_u = \frac{\dot{Q}_u + V_u \dot{p}}{m_u c_{p,u}} \quad (2.33)$$

$$\dot{p} = \frac{1}{V_u} [(\gamma_u - 1) \dot{Q}_u - \gamma_u p \dot{V}_u] \quad (2.34)$$

para la expansión es:

$$\dot{T}_b = \frac{\dot{Q}_b + V_b \dot{p}}{m_b c_{p,b}} \quad (2.35)$$

$$\dot{p} = \frac{1}{V_b} [(\gamma_b - 1) \dot{Q}_b - \gamma_b p \dot{V}_b] \quad (2.36)$$

---

<sup>2</sup>Cabe aclarar que las presiones de admisión y de escape generalmente tienen valores diferentes.

Es importante destacar que si bien las ecuaciones son las mismas para la etapa de compresión como para la de expansión, cambian las propiedades de los gases, dado que tras la combustión hay un cambio de especies químicas. Estas ecuaciones son válidas para las etapas de compresión y expansión, siempre y cuando no haya combustión, dado que, como se verá más adelante, en el modelo para el período de combustión las dos ecuaciones son válidas simultáneamente, pero con un intercambio de masa a través de la frontera de los gases no quemados hacia los gases quemados.

## 2.3. Modelos de combustión

### 2.3.1. Consideraciones básicas

En los motores de combustión interna de encendido por chispa, el combustible y el aire se mezclan con los gases residuales y eventualmente, con los gases de recirculación<sup>3</sup>; posteriormente entran al cilindro a través de la válvula de entrada, donde serán comprimidos. Bajo condiciones normales la combustión comienza antes de alcanzar el punto muerto superior, debido a la chispa producida por la bujía mediante una descarga eléctrica (en el caso más sencillo).

La combustión es una reacción química exotérmica, donde el carburante y un oxidante reaccionan mediante la adición de energía (chispa, energía de activación) y liberan calor junto con productos de combustión. En el caso de los motores de combustión interna de encendido por chispa el carburante es la gasolina (nafta o bencina) y el oxidante es el aire.

En la combustión aparecen los gases quemados a medida que ésta se va desarrollando. Finalmente ocupan la mayor parte del volumen de la cámara. Sólo llenan el total cuando los reactivos se quemaron completamente en la combustión.

Existen dos clases de modelos para calcular la masa de los gases quemados:

- (i) Modelos *termodinámicos*. Cuando se establece el volumen de control como el volumen total del recinto, el modelo es el *termodinámico*, también conocido como, *cero-dimensional* o *modelo fenomenológico* [5,8,10,12,13,61]. En estos

---

<sup>3</sup>Técnica para disminuir la temperatura de la combustión con el objetivo de minimizar los óxidos de nitrógeno, mezclando una porción de los gases de escape con los gases frescos en la admisión.

modelos se trabaja con valores promedio y correlaciones experimentales para determinar la velocidad de combustión o la fracción de los gases quemados en función del tiempo. La mayor ventaja de los modelos *termodinámicos* radica en su simplicidad y su fácil implementación y solución numérica. Presentan una gran precisión cuando sus resultados se compraran con los datos experimentales, principalmente debido a la acción de la componente fenomenológica. Para ello, es necesario conocer de antemano la evolución de los gases quemados. Sin embargo, esto resulta ser una desventaja cuando es necesario estudiar el comportamiento de la combustión a la variación de diferentes parámetros, como la velocidad, la geometría de la cámara, el tipo de combustible, etc., en cuyo caso sería necesario determinar experimentalmente la evolución de los gases quemados en cada situación.

- (ii) Modelos ***fluido-dinámicos***. Cuando se consideran  $N$  volúmenes de control, los modelos se denominan *fluido-dinámicos* o *multidimensionales* [5]. Para resolver el problema se plantean las ecuaciones de continuidad y de energía para cada una de las zonas. Aquí se asume que la presión es uniforme en todo el recinto y que las condiciones son uniformes para cada una de las zonas. La ventaja esencial de los modelos *multidimensionales* es su resolución espacial, que permite conocer los parámetros de la turbulencia dentro del cilindro, un punto crucial a la hora de modelar la evolución de la combustión. En consecuencia se pueden determinar los efectos de configuraciones geométricas complicadas. Sin embargo, las implementaciones y soluciones numéricas son complejas y aumentan la incertidumbre en los resultados.

Una combinación de ambas clases de modelos, es el denominado modelo ***cuasi-dimensional***, llamado así porque considera que el frente de llama evoluciona en una dimensión espacial colineal con su radio. Emplea dos zonas, una para el volumen que ocupan los gases quemados ( $b$ ) y otra para el que ocupan los gases no quemados ( $u$ ) [11, 16–22, 24]. Estas zonas están presentes únicamente durante la combustión. La separación entre las dos zonas es el *frente de llama*, que se considera adiabático y de volumen despreciable (véase la figura 2.4). En motores de gasolina está bien definido y se desarrolla a partir de un núcleo que generalmente se encuentra cerca de la chispa. Durante este período conviven ambos sistemas y el único flujo que hay es

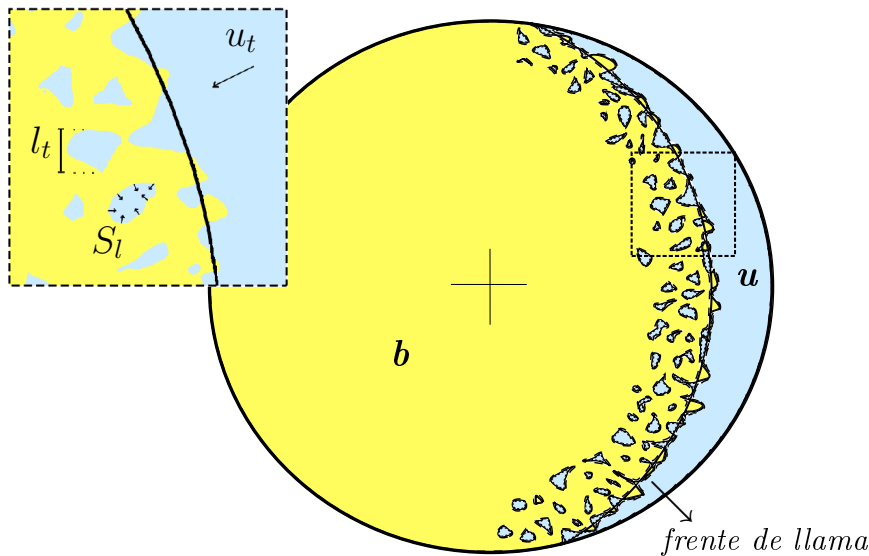


Figura 2.4: Esquema de los volúmenes de control para los gases quemados y no quemados. Detalle de los parámetros característicos de la combustión turbulenta.

de un sistema a otro. Los dos sistemas son abiertos y las ecuaciones termodinámicas adecuadas son (2.25)-(2.27), descritas anteriormente.

La ecuación (2.26) sólo tiene sentido a partir del inicio de la combustión; por lo tanto, hay que definir la temperatura inicial,  $T_{b,\text{inicial}}$ , a partir de una temperatura propia del sistema. Bayraktar [20] utiliza como valor inicial para la temperatura de los gases quemados, la temperatura de llama adiabática; por su parte Ferguson [62] utiliza la misma condición inicial pero con la siguiente aclaración: la calcula a partir de igualar la entalpía de los productos de combustión con la de los reactivos.

### 2.3.2. Ecuaciones diferenciales de la combustión

La combustión en el motor de encendido por chispa, depende de que la llama, que se forma a partir de la ignición provocada por la bujía, sea capaz de avanzar en la mezcla que aún no se ha quemado. Este fenómeno es fundamental, pues determina el tiempo y la forma en que se libera la energía química del combustible <sup>4</sup>, lo que a su

<sup>4</sup>Se entiende por *energía química* como la energía liberada debido al cambio de composición provocado por una reacción química.

vez, afecta significativamente a la evolución de la presión y la temperatura, que están directamente ligados con la fuerza que ejerce el pistón para generar el par. Pequeñas variaciones en la evolución de los gases quemados se traducen en grandes variaciones en la presión y la temperatura. Por esto, ha de destacarse la importancia que juega la buena elección del modelo de combustión. Como se dijo anteriormente los modelos *cero-dimensionales* suelen ser muy precisos, sin embargo, son muy restringidos, no es fácil trabajar a velocidades de giro variables, con diferentes composiciones de mezcla aire-combustible, velocidades, geometrías, etc. Por otra parte los modelos *cuasi-dimensionales*, son más útiles para analizar variaciones en la configuración del motor, por lo que este trabajo se centrará en ellos.

### Esquema cuasi-dimensional

En este tipo de modelos se describe la fracción de gases quemados, a partir de una ecuación diferencial, que generalmente depende del área de llama, y la velocidad del frente de llama [11, 16–22, 24].

En particular, el modelo *cuasi-dimensional* desarrollado por Keck [16, 25] y luego mejorado por Beretta [19], se basa en que durante la propagación de la llama no toda la masa que atraviesa el frente de llama (considerado esférico) se quema, sino que existen pequeños volúmenes de gases sin quemar provocados por los vórtices de la turbulencia. Las ecuaciones que gobiernan este modelo de combustión son:

$$\dot{m}_e = A_f \rho_u (u_t + S_l) \quad (2.37)$$

$$\dot{m}_b = A_f \rho_u S_l + \frac{m_e - m_b}{\tau_b} \quad (2.38)$$

donde  $m_e$  representa la masa de gas que se encuentra dentro del frente de llama y  $m_b$  la masa de los gases que se queman en la combustión. El aumento de masa dentro del frente de llama se produce por el ingreso de gases sin quemar que atraviesan el frente de llama y por los gases que se queman al atravesar el frente de llama. El término entre paréntesis de la ecuación (2.37), a la derecha de la ecuación, representa la velocidad a la que los gases atraviesan el frente de llama. Por un lado, el parámetro  $u_t$  es la velocidad característica y representa la velocidad a la que la mezcla de gases sin quemar atraviesa el frente de llama (refleja una medida de la intensidad de la turbulencia), y por otro,  $S_l$ , denominada velocidad de llama laminar, corresponde

a la velocidad a la que la mezcla de gases atraviesa el frente de llama al quemarse.  $\tau_b = l_t/S_l$  es el tiempo característico, con  $l_t$  la longitud característica de la llama turbulenta, que representa la longitud media de los vórtices de fluido sin quemar dentro del frente de llama (asociada a las fluctuaciones de alta frecuencia en la turbulencia [63]). El área del frente de llama,  $A_f$ , se calcula a partir del volumen de los gases dentro del frente de llama, bajo la hipótesis de un frente de llama esférico, el cual queda fuertemente ligado a la geometría de la cámara y la posición de la bujía. Un desarrollo detallado del cálculo del frente de llama para diferentes posiciones de la ignición se desarrolla en el apéndice C.

La velocidad del frente de llama laminar,  $S_l$ , se obtiene a partir de un valor de referencia en unas condiciones de temperatura y presión determinadas ( $T_{\text{ref}}, p_{\text{ref}}$ ) [64]

$$S_l = S_{l,0} \left( \frac{T_u}{T_{\text{ref}}} \right)^\alpha \left( \frac{p}{p_{\text{ref}}} \right)^\beta (1 - 2,06 y_r^{0,77}) \quad (2.39)$$

donde  $y_r$  corresponde a la fracción molar de los gases residuales en la mezcla de gases sin quemar. Los valores de los exponentes  $\alpha$  y  $\beta$  dependen fenomenológicamente del *fuel ratio* [64]:

$$\alpha = 2,18 - 0,8(\phi - 1) \quad (2.40)$$

$$\beta = -0,16 + 0,22(\phi - 1) \quad (2.41)$$

$$S_{l,0} = B_m + B_\phi(\phi - \phi_m)^2 \quad (2.42)$$

En el cuadro 2.1 se presentan los coeficientes necesarios para calcular las velocidades de llama laminar, en las condiciones de referencia  $p_{\text{ref}} = 1$  atm y  $T_{\text{ref}} = 298$  K.

Cuadro 2.1: Coeficientes para calcular la velocidad de llama a 1 atm y 298 K.

Combustible	$\phi_m$	$B_m \left( \frac{cm}{s} \right)$	$B_\phi \left( \frac{cm}{s} \right)$
Metanol	1,11	36,9	-140,5
Propano	1,08	34,2	-138,7
Iso-octano	1,13	26,3	-84,7
Gasolina (Nafta)	1,21	30,5	-54,9

Bayraktar [23] utiliza otra correlación empírica tomada de [65] para calcular la velocidad de llama laminar. Bajo una condición de referencia ( $T = 300$  K y  $p = 1$  atm) la fórmula es,

$$S_{l,0} = 0,4658 \phi^{-0,326} e^{-4,48(\phi-1,075)^2} \quad (2.43)$$

fijando  $\alpha = 1,56$  y  $\beta = -0,22$ .

Para calcular  $u_t$  y  $l_t$  se utilizan correlaciones empíricas desarrolladas por Keck [16] y Beretta [19], utilizando resultados experimentales. De esta forma,  $u_t$  depende de la velocidad promedio del gas en la admisión ( $U_i$ ) y el cociente entre la densidad del gas sin quemar ( $\rho_u$ ) y la densidad promedio en la admisión ( $\rho_i$ ):

$$u_t = 0,08U_i \left( \frac{\rho_u}{\rho_i} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.44)$$

Beretta en [19] propone una correlación para  $U_i$  a partir de la eficiencia volumétrica<sup>5</sup> ( $e_v$ ), el área del pistón ( $A_{\text{pistón}}$ ), el área máxima de pasaje de la válvula de admisión ( $A_{iv}$ ) y la velocidad media del pistón ( $v_P$ ).

$$U_i = e_v \frac{A_{\text{pistón}}}{A_{iv}} v_P \quad (2.45)$$

con  $v_P = 2\omega a/\pi$ , donde  $a$  es el radio del cigüeñal y  $\omega$  es dado en rad/s. El cálculo de  $l_t$  se hace a partir de la apertura máxima de la válvula de admisión ( $L_{v,max}$ ) y el cociente  $\rho_i/\rho_u$  de la siguiente forma [19]:

$$l_t = 0,8L_{v,max} \left( \frac{\rho_i}{\rho_u} \right)^{\frac{3}{4}} \quad (2.46)$$

Para resolver las ecuaciones (2.37) y (2.38) se asumen dos comportamientos para el inicio y el fin de la combustión [22, 24]. En el inicio de la combustión se supone que la velocidad de la llama es igual a la velocidad de llama laminar,

$$(u_t + S_l) \longrightarrow S_l$$

---

<sup>5</sup>La eficiencia volumétrica se define como el flujo de mezcla que entra al cilindro dividido por la variación de volumen desplazado por el pistón,  $e_v = 2\dot{m}_{\text{adm}}/(\rho_i V_{dt} N)$  con  $\rho_i$  la densidad del flujo de entrada. Una forma alternativa de calcularla es,  $e_v = m_{\text{adm}}/(\rho_i V_{dt})$ .



y que requiere un tiempo  $\tau_b$  para transformarse en la velocidad turbulenta, por lo tanto, Heywood [24] reescribe la ecuación (2.37) de la siguiente manera, incorporando un amortiguamiento exponencial:

$$\dot{m}_e = A_f \rho_u [u_t (1 - e^{-t/\tau_b}) + S_l] \quad (2.47)$$

Para el fin de la combustión, cuando el volumen que encierra el frente de llama es igual al volumen de la cámara, la combustión sigue la ecuación:

$$\frac{\dot{m}_b}{\dot{m}_{b,w}} = e^{\frac{-(t - t_w)}{\tau_b}} \quad (2.48)$$

donde el subíndice  $w$  representa las condiciones del momento en que el volumen del frente de llama se iguala al volumen de la cámara.

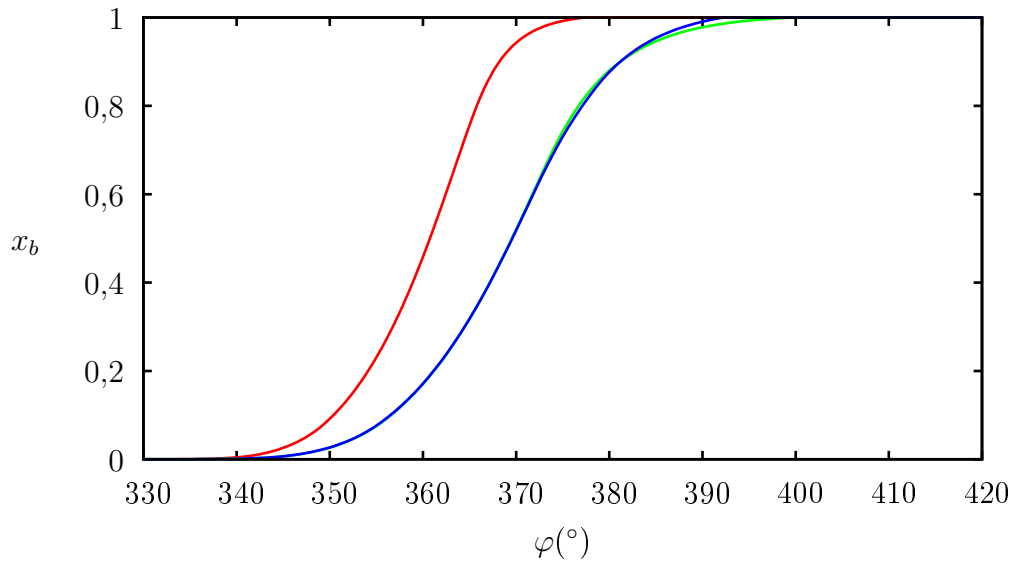


Figura 2.5: Evolución de  $x_b$  en función del ángulo de giro del cigüeñal, para tres ciclos a una velocidad de 109 rad/s. En el primer ciclo no hay gases residuales al inicio y presenta una pendiente más elevada, en comparación a los demás ciclos.

En la figura 2.5 se puede observar la forma típica de la evolución de la fracción de los gases quemados en función del ángulo, para tres ciclos a una velocidad de 109 rad/s, calculadas mediante el modelo *cuasi-dimensional* (los parámetros utilizados

se encuentran en el apéndice D). Se distinguen claramente tres zonas: al inicio una combustión lenta con una pendiente baja, donde predomina la velocidad de llama laminar; después, una combustión denominada estacionaria de pendiente pronunciada donde el orden de la velocidad de llama laminar es mucho menor que la velocidad característica; y por último, una combustión lenta de pendiente baja al final de la combustión. Una de las características que definen la velocidad de combustión es el inicio de la misma, debido a que la presión está fuertemente ligada al volumen de la cámara y la cantidad de masa quemada. La curva que se encuentra más a la izquierda difiere considerablemente del resto debido a que es el primer ciclo y no hay gases residuales en la cámara de combustión.

## 2.4. Transferencia de calor

### 2.4.1. Descripción general

El punto de máxima temperatura de los gases quemados dentro de un motor de combustión interna, suele ser muy elevado, del orden de los 3000 K. La temperatura máxima que resisten los metales es considerablemente inferior, del orden de los 1500 K, por eso hay que extraer el calor suficiente para que la temperatura del metal no alcance estos niveles en el tiempo que permanecen los gases quemados a altas temperaturas. Ésta es una de las razones por las que hay que refrigerar el bloque del motor, ya sea mediante agua o aire. De esta forma, queda limitada la temperatura de las paredes del cilindro y no hay peligro de fusión del metal.

De forma genérica existen tres formas de transferir calor de un sistema a otro: *conducción*, *convección* y *radiación*.

- (i) En la *conducción* el calor es transmitido por el movimiento molecular a través de un sólido o de un fluido (en reposo), debido al gradiente de temperaturas y es descrito mediante la Ley de Fourier,  $\dot{q} = -k\nabla T$ , donde  $k$  es la conductividad térmica.
- (ii) En la *convección* el calor es transmitido entre fluidos con movimiento relativo o entre las superficies de un sólido y un fluido con movimiento relativo. Cuando el movimiento es producido por fuerzas distintas a la gravedad, se dice que

la convección es forzada. La ecuación que describe este fenómeno es la ley de transferencia de calor de Newton, que para el caso de un fluido y un sólido es la siguiente:  $\dot{q} = h(T - T_w)$  siendo  $h$  el coeficiente de transferencia de calor convectivo,  $T$  la temperatura del fluido y  $T_w$  la temperatura del sólido en contacto con el fluido.

- (iii) La transferencia por *radiación* ocurre debido a la absorción y la emisión de ondas electromagnéticas. Las longitudes de onda que son transformadas en energía térmica pertenecen al rango de  $0,4 \mu\text{m} - 40 \mu\text{m}$ . El flujo de calor desde un cuerpo negro plano, a temperatura  $T_1$ , a otro cuerpo negro plano, a temperatura  $T_2$ , paralelo al primero a través de un espacio donde no hay material absorbente, es:  $\dot{q} = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$ , siendo  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzmann  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$ .

### 2.4.2. Aplicación a un cilindro de un motor de encendido por chispa

En este caso para un motor de combustión interna de encendido por chispa, se puede calcular un flujo de calor por unidad de área, considerando un estado estacionario unidimensional (ver esquema en la figura 2.6).

Del lado de los gases se tiene:

$$\dot{q} = \dot{q}_{conv} + \dot{q}_{rad} = h(T_g - T_{w,g}) + \varepsilon\sigma(T_g^4 - T_{w,g}^4) \quad (2.49)$$

donde el subíndice  $w, g$  se refiere a las condiciones de la pared del lado de los gases y  $\varepsilon$  la emisividad es un factor de corrección debido a que los gases no son cuerpos negros. Dado que la radiación es despreciable para motores de encendido por chispa [66], la ecuación (2.49) se puede reescribir de la siguiente forma donde sólo interviene el término convectivo:

$$\dot{q} = \dot{q}_{conv} = h(T_g - T_{w,g}) \quad (2.50)$$

El flujo por conducción través de la pared del cilindro es:

$$\dot{q} = \dot{q}_{cond} = k \frac{(T_{w,g} - T_{w,r})}{e_w} \quad (2.51)$$

con  $e_w$  el espesor de la pared y el subíndice  $w, r$  se refiere a las condiciones de la pared en el lado del refrigerante.

El flujo de calor que sale al refrigerante:

$$\dot{q} = \dot{q}_{conv} = h(T_{w,r} - T_r) \quad (2.52)$$

Dado que el flujo de calor es el mismo para los tres casos, podemos igualar las ecuaciones (2.50) y (2.51) para despejar la temperatura de pared del lado de los gases,  $T_{w,g}$ , a partir de la temperatura de los gases,  $T_g$ , y de la temperatura de pared del lado del refrigerante,  $T_{w,r}$ .

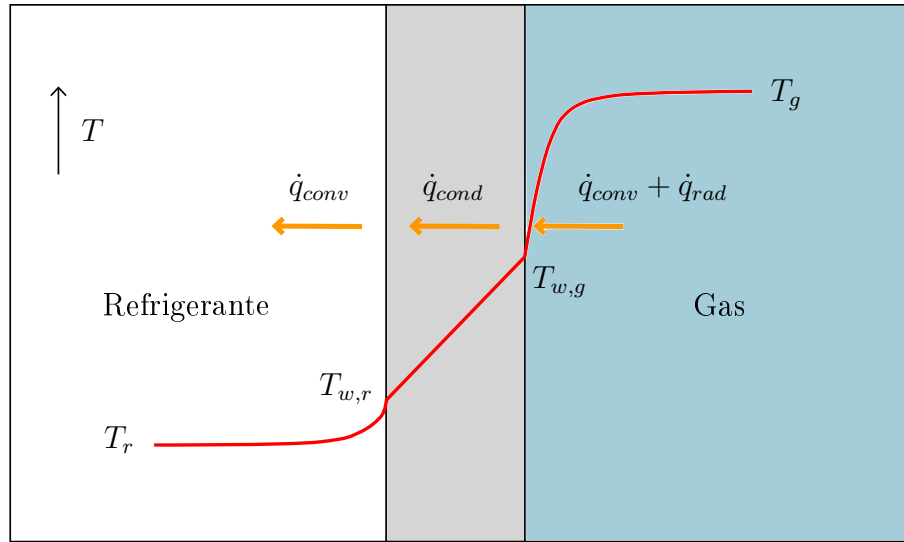


Figura 2.6: Esquema de la distribución de temperaturas en la pared del cilindro

Es importante mencionar que este método considera un flujo estacionario y la evolución del sistema, claramente no lo es. Por lo tanto, debe considerarse simplemente como una aproximación.

$$k \frac{(T_{w,g} - T_{w,r})}{e_w} = h(T_g - T_{w,g}) \quad (2.53)$$

$$T_{w,g} = \frac{hT_g + \frac{k}{e_w}T_{w,r}}{\frac{k}{e_w} + h} \quad (2.54)$$

A los efectos del cálculo, se pueden considerar como valores típicos la temperatura de la pared del lado del refrigerante  $T_{w,r} = 353$  K, la conductividad térmica del hierro,  $k_{hierro} = 54,0 \frac{W}{mK}$  y un espesor  $e_w = 0,005$  m.

### Modelos de coeficientes de transferencia de calor

El coeficiente de transferencia de calor,  $h$ , puede variar con el espacio y el tiempo. Para conocer esa variación se necesitan modelos extremadamente complicados, sin embargo, existen correlaciones empíricas sencillas que permiten predecirlos satisfactoriamente, utilizando como datos los valores promediados en el espacio y el tiempo.

Existen varios modelos de transferencia de calor puntuales para el interior de los cilindros de motores de combustión interna de encendido por chispa [67–69]. A modo de indicación de la importancia en la elección de un modelo de transferencia de calor, se puede decir que generalmente, un error de un 10 % en la predicción del coeficiente de transferencia de calor conlleva a un error de 1 % en los cálculos del desempeño del motor [4]. Entre los diversos modelos que se pueden encontrar en la literatura se citan los siguientes:

1. Eichelberg [68]:

$$\frac{\dot{Q}_s}{A_s} = 2,43 v_P^{\frac{1}{3}} (pT)^{\frac{1}{2}} (T - T_{w,g}) \quad \left( \frac{W}{m^2} \right) \quad (2.55)$$

donde:

$v_P$ , velocidad media del pistón (m/s).

$p$ , presión instantánea dentro del cilindro (bar).

$T$ , temperatura instantánea del gas dentro del cilindro (K).

$T_{w,g}$ , temperatura media de la superficie del cilindro (K).

$A_s$ , área instantánea de la superficie ( $m^2$ ).

$Q_s$ , flujo de calor instantáneo que sale del cilindro a través de la superficie (W).

2. Annand y Ma [70]:

$$\frac{\dot{Q}_s}{A_s} = c \frac{k}{B} Re^b (T - T_{w,g}) + d (T^4 - T_{w,g}^4) \quad (2.56)$$

Watson y Janota [70] sugieren los siguientes valores para las constantes:

$k$ , conductividad térmica del gas.

$$Re = \frac{\rho B v_P}{\mu}$$

$B$ , diámetro del cilindro.

$\rho$  densidad del gas.

$\mu$ , viscosidad dinámica.

$$b = 0,7$$

$$0,25 < c < 0,8$$

$$d = 0,075\sigma$$

$\sigma$ , constante de Stefan-Boltzmann.

3. Woschni [70]:

$$h = 129,8 p^{0,8} u^{0,8} B^{-0,2} T^{-0,55} \left( \frac{W}{m^2 K} \right) \quad (2.57)$$

$p$ , presión instantánea dentro del cilindro (bar).

$B$ , diámetro del cilindro (m).

$T$ , temperatura media del gas (K),  $T = \frac{pV}{m_u R_u + m_b R_b}$

$$u = C_1 v_P + C_2 \frac{V_{dt} T_r}{p_r V_r} (p - p_m) \text{ (m/s)}.$$

$V_{dt}$ , volumen desplazado total (m<sup>3</sup>).

$p_r, V_r, T_r$  presión, volumen y temperatura del gas en un punto de referencia.

$p_m = p_r \left( \frac{V_r}{V} \right)^\gamma$  presión de la cámara sin considerar la combustión <sup>6</sup>

$$\gamma = C_p / C_v$$

Los valores de  $C_1$  y  $C_2$  sugeridos por Woschni se presentan en el cuadro 2.2

---

<sup>6</sup>Sugerencia de Watson y Janota [70], modelo politrópico para la compresión y la expansión.

Cuadro 2.2: Constantes para la corrección de la velocidad en el modelo de transferencia de calor de Woschni.

Etapa	$C_1$	$C_2$
Admisión y escape	6,18	0
Compresión	2,28	0
Combustión y expansión	2,28	$3,2410^{-3}$

Las áreas de transferencia de calor durante el período de combustión se describen en el apéndice E.

## 2.5. Fluidos de trabajo

### 2.5.1. Propiedades termodinámicas de los fluidos de trabajo

Considerando que no hay elementos en estado líquido se establece que en el estado de referencia el agua se encuentra en estado de vapor saturado, de esta forma las componentes latentes de la entalpía y la energía interna son cero.

Para cada especie en, considerada como un gas ideal a la temperatura  $T$ , el calor específico a presión constante  $c_{p,i}^\circ$ , es aproximado por el siguiente polinomio [71]:

$$\frac{c_{p,i}^\circ(T)}{R} = a_{i1}T^{-2} + a_{i2}T^{-1} + a_{i3} + a_{i4}T + a_{i5}T^2 + a_{i6}T^3 + a_{i7}T^4 \quad (2.58)$$

Aplicando la siguiente relación entre calores específicos para gases ideales,

$$\frac{c_{v,i}^\circ(T)}{R} = \frac{c_{p,i}^\circ(T)}{R} - 1 \quad (2.59)$$

se deduce la expresión para el calor específico a volumen constante, utilizando los mismos coeficientes que en la ecuación (2.58). En [71] se describen los coeficientes  $a_{ij}$ , las energías y las entalpías de formación para diferentes elementos y moléculas.

Para calcular la energía sensible o la entalpía sensible, basta con integrar las expresiones (2.58) y (2.59) en los intervalos de temperatura comprendidos entre la

temperatura de referencia ( $T_{\text{ref}} = 298,15 \text{ K}$ ) y la temperatura a la que se quiere evaluar la propiedad.

$$\tilde{h}_{s,i}(T) = \int_{T_{\text{ref}}}^T C_{p,i}^{\circ}(\xi) d\xi \quad (2.60)$$

$$\tilde{u}_{s,i}(T) = \int_{T_{\text{ref}}}^T C_{v,i}^{\circ}(\xi) d\xi \quad (2.61)$$

La expresión (2.61) puede escribirse a partir de la expresión (2.60) y la relación (2.59):

$$\tilde{u}_{s,i}(T) = \int_{T_{\text{ref}}}^T C_{p,i}^{\circ}(u) du - R(T - T_{\text{ref}}) = \tilde{h}_{s,i}(T) - R(T - T_{\text{ref}}) \quad (2.62)$$

Para obtener la energía o entalpía liberada durante una reacción química, se suma un término de energía de formación,  $\Delta\tilde{u}_{f,i}^{\circ}$ , a la energía interna y uno de entalpía de formación,  $\Delta\tilde{h}_{f,i}^{\circ}$ , a la entalpía, para el mismo origen.

$$\tilde{h}_i(T) = \Delta\tilde{h}_{f,i}^{\circ} + \int_{T_{\text{ref}}}^T C_{p,i}^{\circ}(\xi) d\xi \quad (2.63)$$

$$\tilde{u}_i(T) = \Delta\tilde{u}_{f,i}^{\circ} + \int_{T_{\text{ref}}}^T C_{v,i}^{\circ}(\xi) d\xi \quad (2.64)$$

A partir de las funciones de las propiedades de los diferentes elementos y conociendo las fracciones másicas de las sustancias que componen los gases, se pueden calcular las propiedades de las mezclas.

Dentro del cilindro, además de los gases de entrada hay gases residuales, por lo tanto, la composición dentro no será la misma que a la entrada. La fracción de gases sin quemar dentro del cilindro se descompone en fracción másica de combustible,  $x_f$ , fracción másica de aire,  $x_a$ , y fracción másica de gases residuales,  $x_r$ , siendo éste último el cociente entre la masa de gases residuales<sup>7</sup> ( $m_r$ ) y la masa total que se encuentra dentro del cilindro ( $m$ ). Estas fracciones se calculan de la siguiente manera:

$$\blacksquare x_f = \frac{\phi r_q m_a}{m_a (1 + \phi r_q) + m_r}$$

---

<sup>7</sup> $m_r$  es la masa de los gases quemados del ciclo anterior que queda dentro del cilindro cuando se cierra la válvula de admisión en el ciclo actual.



$$\begin{aligned} \blacksquare x_a &= \frac{m_a}{m_a(1 + \phi r_q) + m_r} \\ \blacksquare x_r &= \frac{m_r}{m_a(1 + \phi r_q) + m_r} \end{aligned}$$

donde  $x$  corresponde a las fracciones másicas,  $m$  a la masa y los subíndices  $f$ ,  $a$  y  $r$  al combustible, aire y los gases residuales respectivamente,  $r_q$  el cociente de la masa de combustible y la masa de aire en condiciones estequiométricas. La entalpía por unidad de masa de los gases sin quemar es:

$$h_u = \frac{x_{\text{fuel}}}{\bar{M}_{\text{fuel}}} \tilde{h}_{\text{fuel}} + \frac{x_{\text{aire}}}{\bar{M}_{\text{aire}}} \tilde{h}_{\text{aire}} + \frac{x_r}{\bar{M}_r} \tilde{h}_r \quad (2.65)$$

siendo  $\bar{M}$  los pesos moleculares,  $\tilde{h}_r$  la entalpía por unidad molar de los gases quemados que permanecen del ciclo anterior, evaluada a la temperatura del sistema,  $T_u$ .

### 2.5.2. Composición de los productos de combustión

El aire seco es una mezcla de gases que tiene un análisis volumétrico representativo que no varía significativamente. El cuadro 2.3 muestra esa composición expresada en porcentajes.

Para la mayoría de los cálculos, es suficientemente aproximado considerar el aire seco compuesto por un 21 % de oxígeno y un 79 % de gases inertes tomados como nitrógeno. El polvo y la humedad del aire en la atmósfera varía entre límites muy amplios, dependiendo de las condiciones meteorológicas. La máxima cantidad de vapor de agua a 21°C en el aire y a presión normal es de 2,46 % en volumen (punto de saturación). En muchos casos, a bajas temperaturas, el contenido de vapor de agua en el aire es despreciable a efectos de los cálculos. Frecuentemente, su presencia implica una cantidad de material adicional inerte.

Con esas hipótesis para el análisis volumétrico del aire seco, se puede calcular el peso molecular del aire:  $\bar{M}_{\text{aire}} = 28,967$  g/mol. El peso molecular del nitrógeno aparente se determina dividiendo el peso total de los gases inertes entre el número total de moles de esos componentes, de modo que:  $\bar{M}_{N,\text{aparente}} = 28,161$  g/mol. En lo sucesivo, el término nitrógeno se referirá al grupo completo de gases inertes de la

Cuadro 2.3: Composición del aire expresada en porcentajes.

20,99 %	oxígeno
78,03 %	nitrógeno
0,94 %	argón, neón, helio, criptón
0,03 %	dióxido de carbono
0,01 %	hidrógeno

atmósfera, por lo cual tomaremos como valor correcto de su peso molecular 28,161 g/mol (en vez de 28,016 g/mol para el nitrógeno puro).

En el proceso de combustión, el oxígeno es el componente activo, considerándose el nitrógeno aparente como inerte. De lo que resulta que por cada mol de oxígeno suministrado, 3,76 moles de nitrógeno aparente lo acompañan o diluyen.

El combustible que se utiliza a lo largo de este trabajo es el iso-octano ( $C_8H_{18}$ ), que es un referente para los motores de encendido por chispa, el cual, a modo de simplificación, se supone gaseoso. En cualquier caso, la simulación que se ha desarrollado es válida para cualquier tipo de combustible, bastará con cambiar sus propiedades y los detalles de la reacción química.

Para poder determinar la entalpía de los productos de la reacción de combustión y los gases residuales (que son los productos del ciclo anterior), es necesario conocer la composición de los mismos, para lo cual hay que resolver la reacción química, en el apéndice F se describen diferentes métodos para resolverla.

## 2.6. Validación y resultados

Se ha desarrollado un programa en FORTRAN que resuelve el sistema de ecuaciones diferenciales presentado en la sección 2.2.1 utilizando un algoritmo de Runge-Kutta de 4° orden, bajo las hipótesis que se resumen a continuación en la sección 2.6.1.

En esta sección se validará el modelo expuesto anteriormente, comparándolo con resultados experimentales disponibles. Cuando se disponga de datos suficientes

sobre la configuración del motor, la validación será cuantitativa, de lo contrario será cualitativa. Como se verá posteriormente, se hace hincapié en el diagrama de la presión en función del ángulo del cigüeñal, dado que si los ciclos de presión del modelo y los datos experimentales son muy cercanos, los trabajos y las potencias de ambos serán muy similares.

En el artículo de Beretta y otros [19] se detalla el análisis experimental de un motor monocilíndrico de encendido por chispa, con iso-octano como combustible. Utilizando estos datos como referencia, se compararán los diferentes modelos de combustión presentados anteriormente. Las características geométricas, de configuración y del combustible se detallan en el apéndice D.

### 2.6.1. Hipótesis esenciales

A continuación se resumen las hipótesis básicas del modelo numérico, considerando que no afectan significativamente a los resultados.

- Las propiedades termodinámicas se consideran homogéneas en cada volumen de control.
- En el período en que no hay reacción química de combustión, los cambios de entalpía son únicamente sensibles, es decir, asociados a la variación de temperatura.
- Cuando no hay combustión, se considera una mezcla adiabática entre los gases quemados y los no quemados.
- Durante el período de combustión los gases quemados están separados de los gases sin quemar mediante un frente de llama adiabático y de volumen despreciable.
- Cuando ambas válvulas están cerradas el sistema es hermético, no hay intercambio de masa con los alrededores del cilindro.
- Los gases se consideran ideales. Tanto su energía interna como su entalpía dependen únicamente de la temperatura.

- Las constantes de los gases dependen únicamente de la composición de los mismos.
- La relación de equivalencia de aire y combustible,  $\phi$ , es constante.
- En la combustión se considera un equilibrio químico entre diez especies, con disociación.
- La composición del aire y el combustible es fija.

### 2.6.2. Velocidad constante

En esta sección se valida el modelo considerando que la velocidad de giro del cigüeñal es constante y un dato del problema. Por lo tanto, es necesario resolver únicamente las ecuaciones termodinámicas descritas en la sección 2.2.1.

Las figuras que comentan a continuación fueron obtenidas para una velocidad de giro de 109 rad/s. Este modelo permite tomar en cuenta la posición de la ignición. Se establece la distancia entre el centro de la tapa de cilindro y la posición de la bujía  $R_c = 20,0 \times 10^{-3}$  m, con objeto de comparar los resultados con los descritos en [19].

La figura 2.7 describe el comportamiento de la presión con respecto al cambio de volumen para un ciclo completo. El resultado es el esperado para este tipo de motores. Esta curva es un buen indicador de la capacidad del dispositivo, debido a que el área que encierra la figura corresponde al trabajo realizado por ciclo.

La curva de la presión en función del ángulo del cigüeñal es uno de los puntos más importantes para validar un modelo. A partir de esta curva se pueden obtener los parámetros más significativos sobre el desempeño del motor. La figura 2.8 describe el comportamiento de la presión para las condiciones establecidas y se contrasta con los datos experimentales tomados de Beretta [19]. Está claro que el modelo presenta un elevado grado de precisión en la predicción de esta curva.

La figura 2.9 muestra la evolución de las temperaturas a lo largo del ciclo. Al inicio, sólo hay una mezcla de gases residuales, aire y combustible. Después de la ignición estos gases se van quemando a medida que se consume el combustible. Es en este período cuando coexisten los gases sin quemar y los gases quemados. Al

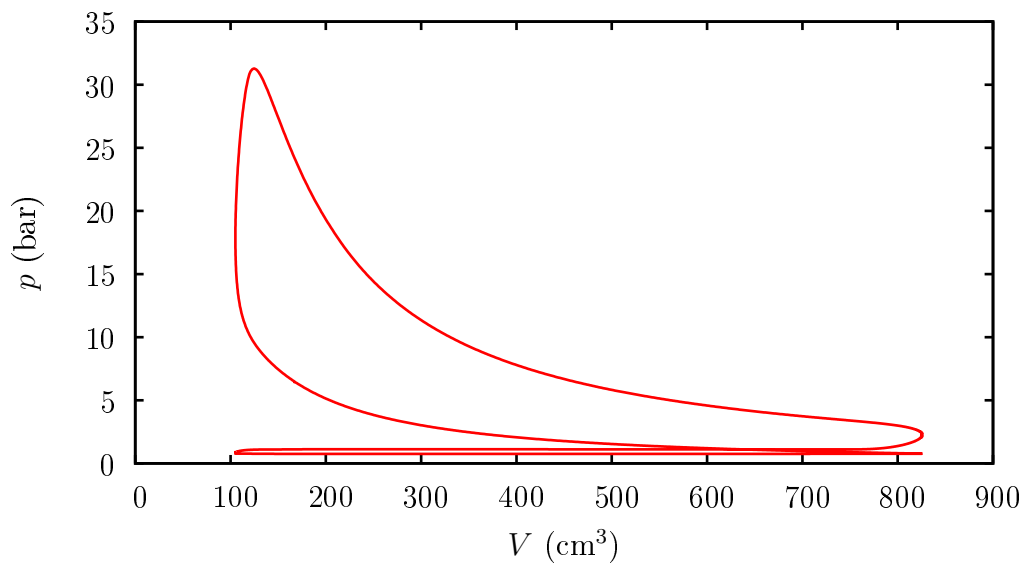


Figura 2.7: Diagrama presión-volumen simulado.

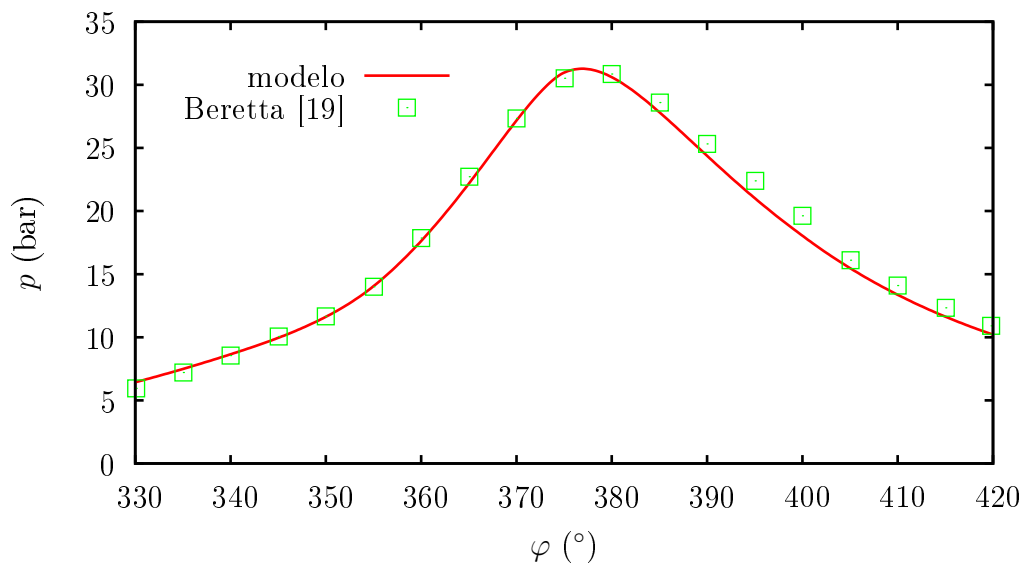


Figura 2.8: Presión en función del ángulo del cigüeñal.

final de la combustión se considera que los gases que no se quemaron completamente intercambian calor adiabáticamente con los gases quemados, lo que iguala las temperaturas. Al terminar el ciclo prácticamente sólo se observan gases quemados.

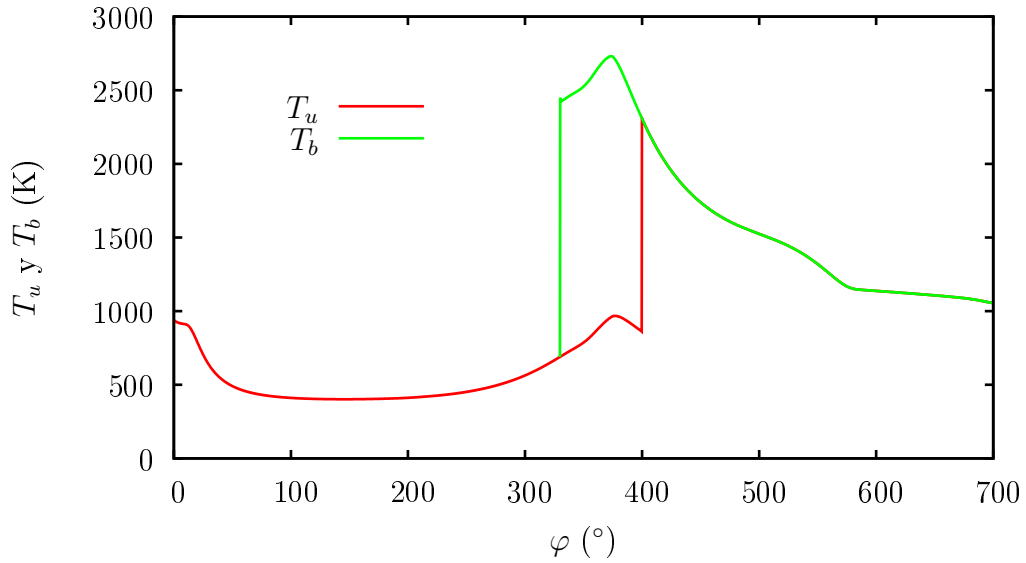


Figura 2.9: Temperatura en función del ángulo del cigüeñal.

Los resultados de las temperaturas son razonables. Al inicio, ésta se reduce debido a la incorporación de materia nueva. Una vez que se cierra la válvula de admisión comienza a crecer a medida que aumenta la presión y el volumen se reduce. En el momento de la ignición hay un aumento importante en la temperatura de los gases quemados alcanzando la temperatura adiabática. Cuando el volumen comienza a aumentar, la combustión todavía se sigue desarrollando, por lo tanto, la presión continúa en aumento junto con la temperatura. Al final de la combustión la temperatura comienza a descender, en el momento que se abre la válvula de escape se reduce con mayor rapidez debido a la expansión de los gases.

En la figura 2.10 se describe la evolución de las masas durante un ciclo del motor. Se observa claramente el llenado del cilindro, la combustión y el escape. Se aprecia una simetría durante la combustión en la evolución de la masa de gases quemados y la de los gases sin quemar. Esto se debe a que en la combustión se consumen los gases sin quemar dando como resultado gases quemados. Matemáticamente esto se debe a que sus derivadas tienen signos opuestos.

En la figura 2.11 se puede observar cómo evoluciona el flujo de masa a través de la válvula de admisión. En el inicio del ciclo el flujo es negativo debido a la diferencia de presiones entre el cilindro y el múltiple de admisión. Alcanza su máximo cuando la

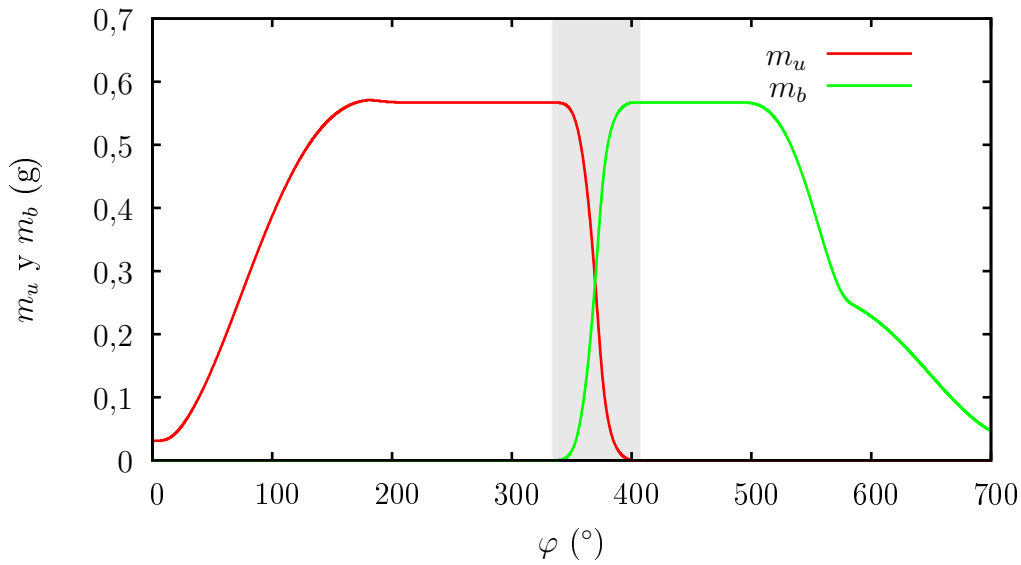


Figura 2.10: Evolución de las masas dentro del cilindro durante un ciclo. La zona oscura delimita el período de combustión.

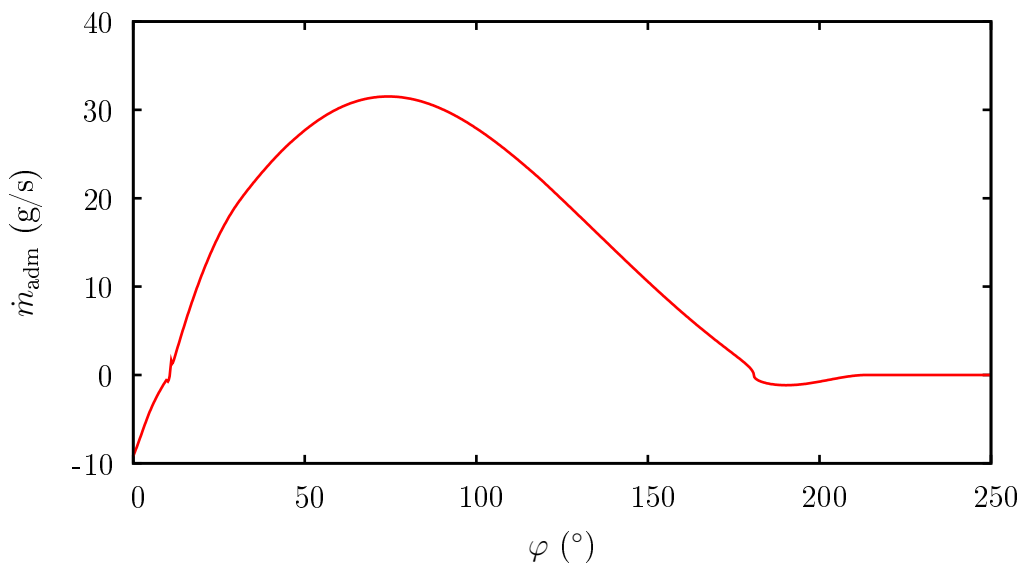


Figura 2.11: Flujo de masa en la válvula de admisión.

apertura de la válvula es máxima y vuelve ser negativo cuando el cigüeñal alcanza los  $180^\circ$  y el volumen comienza a descender cambiando de signo el gradiente de presiones.

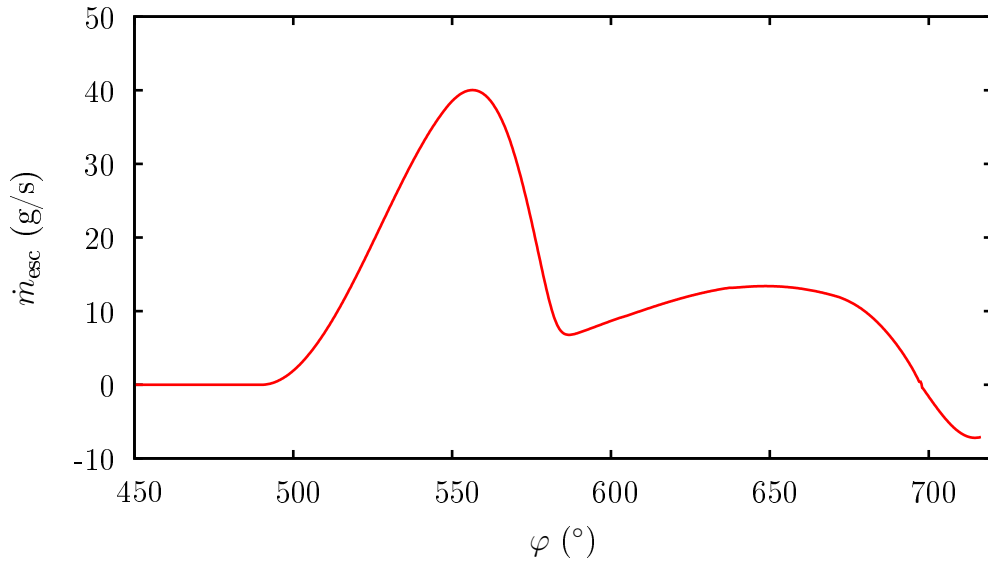


Figura 2.12: Flujo de masa en la válvula de escape.

La figura 2.12 describe la evolución del flujo de masa que sale a través de la válvula de escape. Se puede observar que el flujo de gases varía significativamente a medida que evoluciona el ángulo del cigüeñal. El origen de esta variación es el cambio del estado termodinámico y la velocidad que alcanzan los gases. Cuando se inicia el escape, la presión dentro del cilindro es muy elevada comparada con la presión dentro del múltiple de escape y el flujo alcanza la velocidad del sonido (número de Mach  $\geq 1$ ), éste se ve limitado hasta que la presión disminuya lo suficiente como para que se cumpla que la velocidad del flujo sea menor que la del sonido (número de Mach  $< 1$ ). En ese momento el flujo evoluciona de la misma forma que la admisión. En el apéndice A se describe con detalle el cálculo de los flujos en las válvulas.

Cuando ambas válvulas están abiertas se produce lo que se conoce como *overlapping*. En estas condiciones el flujo dependerá de tres presiones: la presión dentro del cilindro,  $p$ , la presión en el múltiple de admisión,  $p_{adm}$  y la presión en el múltiple de escape,  $p_{esc}$ . En la figura 2.13 se puede ver claramente cómo afecta el *overlapping* al flujo de masa para ambas válvulas. Al inicio, el flujo en la válvula de admisión es negativo debido a que  $p > p_{adm}$  y el flujo en la válvula de escape también es negativo,  $p > p_{esc}$ . Por lo tanto, cuando comienza el *overlapping* el flujo es negativo y los gases salen del cilindro. En la válvula de escape, esto continúa hasta que  $p = p_{esc}$  y



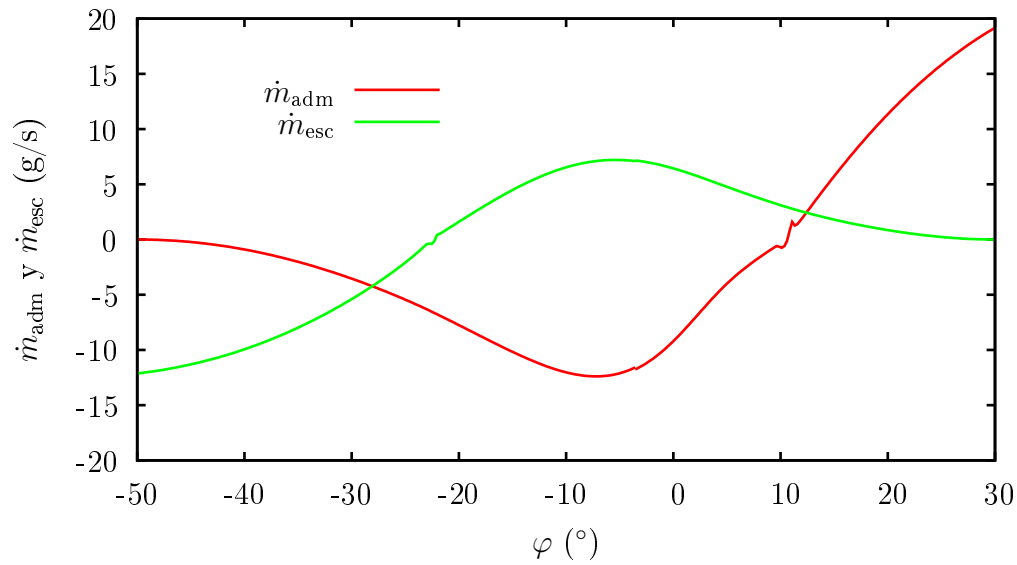


Figura 2.13: Detalle del flujo de masa en *overlapping*.

el flujo cambia de signo. En la válvula de admisión el flujo cambia de signo cuando  $p = p_{adm}$ . Nótese que si  $p_{adm} = p_{esc}$  el flujo de ambas válvulas cambiaría de signo en el mismo momento.

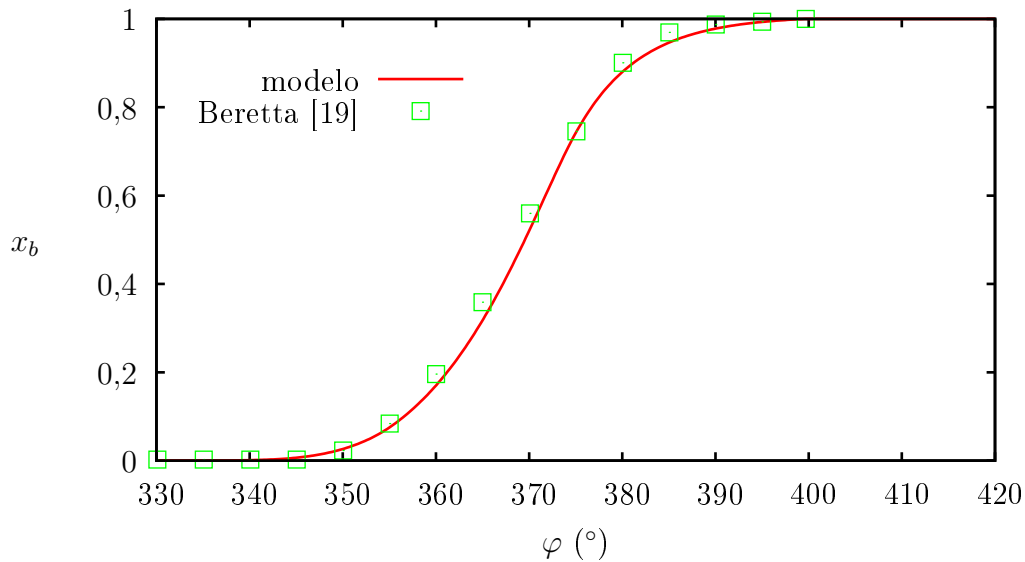


Figura 2.14: Evolución de la fracción de gases quemados durante la combustión.

Una comparación cuantitativa de la predicción de la fracción de gases quemados,  $x_b$ , se muestra en la figura 2.14 para las condiciones establecidas anteriormente y los datos experimentales tomados de Beretta [19]. En la figura se puede ver como el modelo reproduce el comportamiento real con una excelente precisión. Esta figura ratifica la elección del modelo *cuasi dimensional* para describir la evolución de las masas durante el período de combustión.

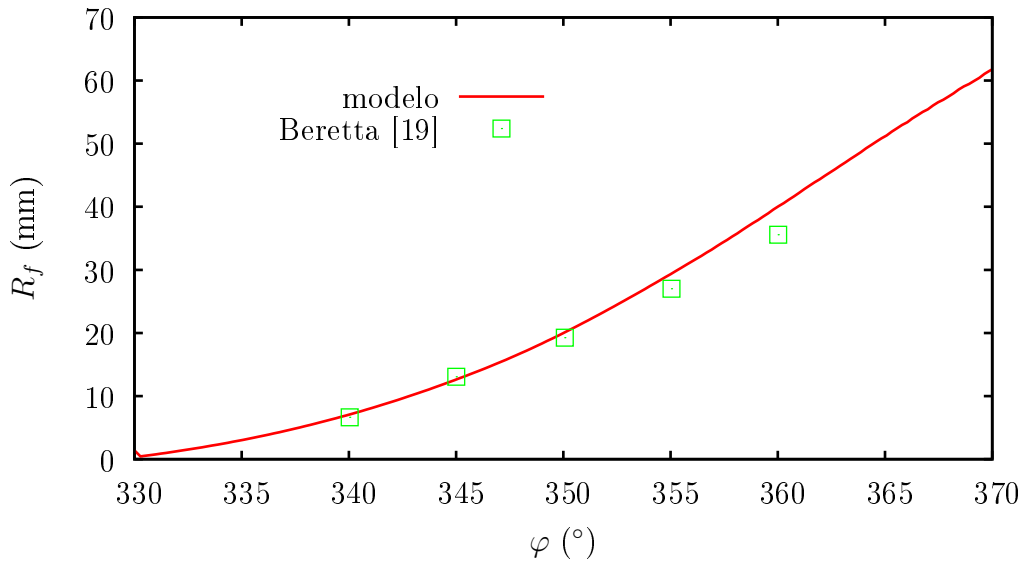


Figura 2.15: Radio del frente de llama en función del ángulo del cigüeñal.

La suposición de la geometría esférica para el frente de llama establece la relación directa que hay entre el radio y el área del frente de llama. En la figura 2.15 se puede observar como crece el radio del frente de llama en función del ángulo de giro del cigüeñal, contrastado con los datos obtenidos de Beretta [19]. Si bien hay una leve diferencia en los últimos puntos de los datos experimentales, la tendencia es la misma y los resultados son lo suficientemente precisos como para describir el comportamiento del frente de llama. La discrepancia entre los datos calculados y los experimentales no afecta la predicción de las propiedades termodinámicas.

En la figura 2.16 se puede ver la relación que hay entre el área del frente de llama y su volumen. El comportamiento de esta curva es el esperado según Beretta [19] y también se puede observar que ésta varía con respecto a  $R_c$ . A medida que  $R_c$  aumenta la cota del punto singular (área del frente de llama) va disminuyendo. Si

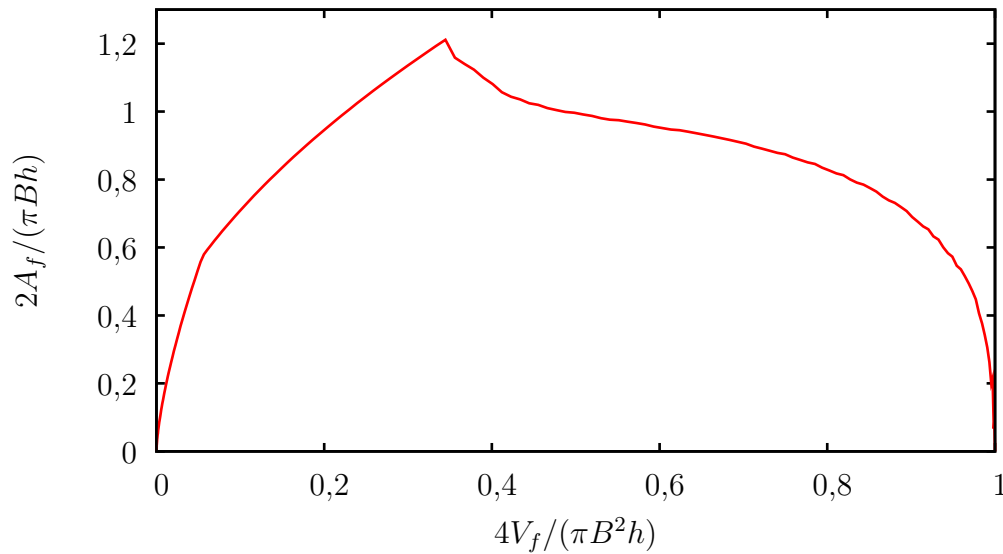


Figura 2.16: Área del frente de llama en función de su volumen.

$R_c$  vale cero no habrá un punto singular en la curva. La existencia de este punto singular se explica por la geometría del frente de llama. Si se considera que éste se desarrolla a través de un cilindro descentrado con respecto a la cámara, el área del frente de llama aumenta hasta que el ángulo de la intersección entre la cámara y el área del frente de llama,  $\alpha$ , alcanza los 90 grados, después del cual comienza a disminuir, véase la figura 2.17.

### 2.6.3. Momento externo constante

Cuando se elimina la condición de velocidad constante, permitiendo que ésta varíe libremente, y se fija el par de carga (o momento externo), la velocidad de giro debe evolucionar hasta alcanzar un régimen estable. La manera de hacerlo es considerar a la velocidad de giro como una variable más del sistema de ecuaciones y adicionar a éste la ecuación diferencial de la aceleración angular (2.8).

En la figura 2.18 se describe la evolución de la velocidad angular, particularmente se muestra la velocidad al final de cada ciclo con respecto al tiempo. En este caso la validación es únicamente cualitativa. Se puede observar cómo aumenta la velocidad a medida que transcurre el tiempo. En este caso la velocidad inicial es

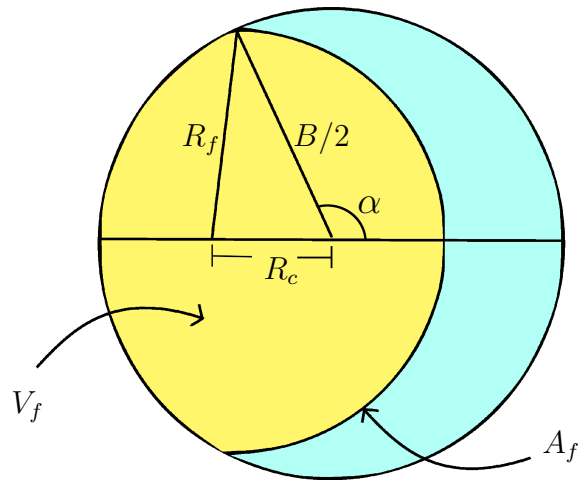


Figura 2.17: Geometría del frente de llama.

menor que la velocidad de estabilización, por lo tanto, aumenta hasta alcanzar el régimen estacionario. Esto es exactamente lo que sucede en estos motores, la velocidad inicial es proporcionada por un motor eléctrico, normalmente llamado *motor de arranque*, si la relación de aire/combustible y la presión a la entrada no varían y son las adecuadas el sistema se estabiliza a una cierta velocidad.

Si bien se hace mención a que el sistema se estabiliza a una velocidad, es importante destacar que no es exactamente una velocidad constante, dado que ésta oscila durante el ciclo. Al inicio de éste la velocidad presenta una tendencia decreciente, durante la admisión y la compresión. Cuando la combustión aumenta la presión hasta un nivel considerable, cerca del punto muerto superior, el movimiento del pistón se acelera y aumenta la velocidad. En el momento en que las velocidades inicial y final de un ciclo coinciden, se dice que el sistema gira a velocidad constante.

En la figura 2.19 se muestra en detalle cómo se desarrolla la velocidad durante los seis primeros ciclos, donde cada color corresponde a un ciclo diferente. Si bien la velocidad oscila durante el ciclo, se percibe la tendencia creciente reflejada en la figura 2.18.

Es conveniente mencionar que la evolución descrita en la figura 2.19 corresponde a un motor monocilíndrico, que es el que presenta la mayor amplitud por ciclo en la

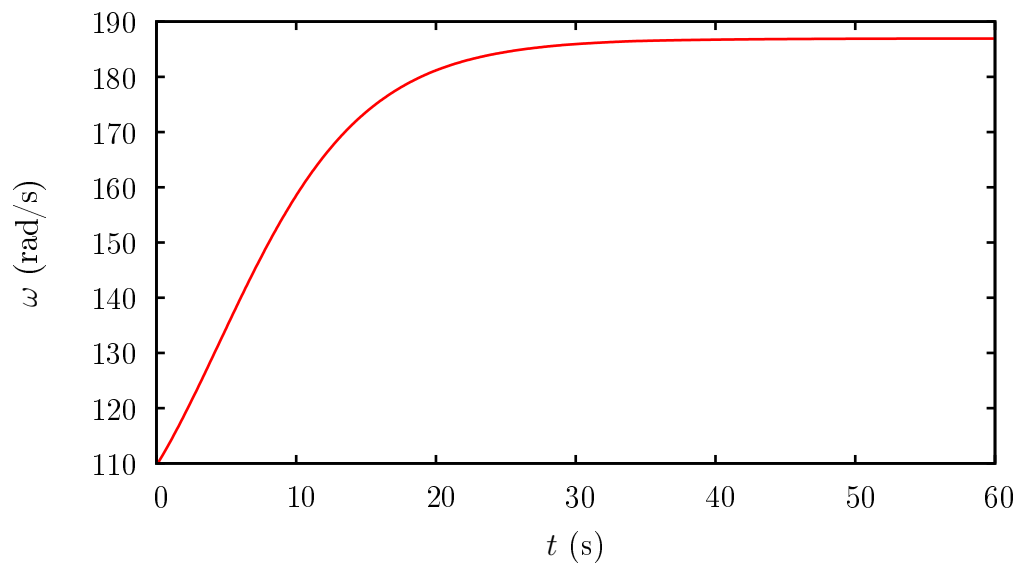


Figura 2.18: Evolución temporal de la velocidad de giro.

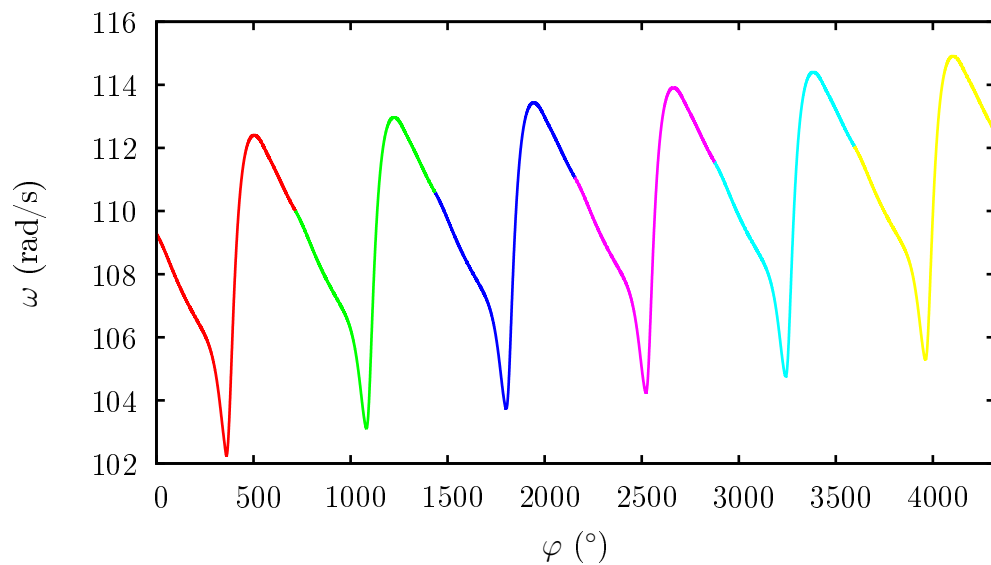


Figura 2.19: Evolución angular de la velocidad de giro.

velocidad angular. Los motores de más cilindros sincronizan la combustión en cada pistón de tal forma que el aporte de potencia sea lo más uniforme posible, lo que atenúa la amplitud en la velocidad de giro.

### 2.6.4. Parámetros de salida del motor

En esta sección se muestran los resultados obtenidos por las variables de salida del motor, o parámetros de desempeño.

Las variables que determinan el desempeño del motor son:

- *Potencia de salida,  $P$* . Cuando se fija el momento externo,  $M_{ext}$ , la potencia se calcula como el momento de la carga externa multiplicada por la velocidad de giro,

$$P = \omega M_{ext} \quad (2.66)$$

Cuando es la velocidad de giro,  $\omega$ , la que se fija, la ecuación mecánica del sistema no se considera, por lo tanto  $M_{ext}$  no interviene. En esta última situación es necesario evaluar el trabajo realizado por las fuerzas de fricción,  $W_{fric}$ , y el trabajo indicado neto del fluido de trabajo,  $W_{gas}$ , a partir de la definición del trabajo, según las siguientes ecuaciones,

$$|W_{fric}| = \frac{1}{A_p} \int_0^{4\pi} |F_{fric}| \left| \frac{dV}{d\varphi} \right| d\varphi \quad (2.67)$$

$$|W_{gas}| = \left| \int_0^{4\pi} p \left( \frac{dV}{d\varphi} \right) d\varphi \right| \quad (2.68)$$

donde  $\frac{dV}{d\varphi}$  se obtiene a partir de la ecuación (2.10). Por lo tanto, considerando el trabajo realizado por el ciclo como,

$$W = |W_{gas}| - |W_{fric}| \quad (2.69)$$

la ecuación de la potencia es,

$$P = \frac{\omega}{4\pi} W \quad (2.70)$$

- *Rendimiento,  $\eta$* . El rendimiento es el cociente entre la *energía obtenida* y la *energía utilizada*, o la potencia obtenida dividida por la potencia utilizada. Hay varias formas de calcular el rendimiento a partir de la definición, dado que la definición de *energía utilizada* es arbitraria. En el sentido termodinámico se entiende por *energía utilizada*, la energía que se libera dentro del proceso

de combustión, lo cual lleva a la definición de *rendimiento térmico*,  $\eta_t$ . Sin embargo, si se considera la *energía utilizada* como la energía química<sup>8</sup> que entra al sistema con el combustible en cada ciclo, se obtiene la definición de *rendimiento de conversión de combustible*,  $\eta_f$ . La diferencia entre ambos es que, en el rendimiento de conversión de combustible se tiene en cuenta la energía química que se escapa con los humos, debida a una combustión incompleta.  $\eta_f$  es más utilizado en Ingeniería debido a que indica cuánta energía se puede utilizar:

$$\eta_f = \frac{P}{\dot{E}_q} \quad \text{ó} \quad \eta_f = \frac{W}{E_q} = \frac{W}{m_f Q_v^i} \quad (2.71)$$

donde  $E_q$  es la energía química del combustible que entra al sistema por cada ciclo,  $E_q = m_f Q_v^i$ , donde  $m_f$  corresponde a la masa de combustible y  $Q_v^i$  al poder calorífico inferior a volumen constante (el cual representa la energía química de combustible por unidad de masa).

- *Presión media efectiva indicada neta*,  $\text{imep}_n$ . Es el trabajo indicado neto por unidad de volumen<sup>9</sup>. Se obtiene al dividir el trabajo indicado neto por el volumen desplazado,

$$\text{imep}_n = \frac{W_{gas}}{V_{dt}}$$

Esta magnitud representa la energía liberada por ciclo normalizada con el volumen.

- *Fricción total media efectiva*,  $\text{tfmep}$ . Es el trabajo realizado por las fuerzas de fricción por unidad de volumen,

$$\text{tfmep} = \frac{W_{fric}}{V_{dt}}$$

Esta magnitud representa la energía que se pierde debido a la fuerza de rozamiento por ciclo normalizada con el volumen.

---

<sup>8</sup>Cabe aclarar que el valor numérico de la energía química almacenada en el combustible depende de la elección del origen. Cuando se hacen comparaciones de estos rendimientos, debe tenerse en cuenta que el origen de las energías sea el mismo.

<sup>9</sup>El trabajo indicado neto se refiere al realizado por el *fluido de trabajo* al pistón a lo largo de todo el ciclo, incluido el período de bombeo.

- *Consumo de combustible,  $G_f$* . Es la masa de combustible que se consume por cada segundo de funcionamiento del motor,

$$G_f = \frac{m_f}{t_{\text{ciclo}}} \quad (2.72)$$

- *Potencia por gramo de combustible,  $PG$* . Es la potencia entregada por cada gramo de combustible que entra al pistón en un ciclo,

$$PG = \frac{P}{m_f} \quad (2.73)$$

A modo de ejemplo, en la tabla 2.4 se puede observar los resultados descritos anteriormente para una simulación, considerando los valores de Beretta [19] que corresponde a una velocidad constante de 109 rad/s o a un par constante  $M_{\text{ext}} = 35$  Nm. La geometría y la configuración del motor son las mismas utilizadas para la validación y se presentan en el apéndice D.

Cuadro 2.4: Desempeño obtenido a partir de la simulación, para una velocidad constante de  $\omega = 109$  rad/s y para un par externo constante,  $M_{\text{ext}} = 35$  Nm.

	Velocidad constante	Par constante
$P$	3,907 kW	6,544 kW
$\eta_f$	0,327	0,300
imep <sub>n</sub>	741,269 kPa	645,388 kPa
tfmep	118,110 kPa	32,867 kPa
$G_f$	0,962 kg/h	1,748 kg/h
$PG$	127,263 kW/g	199,734 kW/g
$\omega$	109 rad/s	186,925 rad/s

Cabe aclarar que cuando el par es constante (velocidad de giro variable) este modelo no contabiliza las pérdidas de bombeo o auxiliares<sup>10</sup>, de ahí la diferencia entre las tfmep para velocidad constante y par constante.

<sup>10</sup>Los modelos que contemplan las pérdidas auxiliares o de bombeo, describen un comportamiento promedio de las fuerzas de fricción a lo largo de todo el ciclo a velocidad constante. No sería adecuado utilizarlos para calcular el valor puntual de las fuerzas de fricción a velocidad variable.



## 2.7. Resumen y conclusiones

En este capítulo se han sentado las bases para el desarrollo de un programa computacional que resuelve el modelo matemático *cuasi-dimensional*, descrito por Blizard y Keck [25], para obtener el estado termodinámico de un motor monocilíndrico de cuatro tiempos de encendido por chispa.

Este modelo utiliza la primera ley de la termodinámica para determinar las ecuaciones diferenciales de la temperatura y la presión. Para obtener la evolución de la velocidad angular junto con las variables termodinámicas del sistema, se utiliza la ecuación mecánica, obtenida a partir de la segunda ley de Newton para la rotación, que permite deducir la ecuación diferencial de la velocidad angular. Las ecuaciones diferenciales mecánica y termodinámica no son independientes, están relacionadas mediante la presión de la cámara a través de la fuerza que ejercen los gases sobre el pistón.

Para determinar la validez del modelo se toma como referencia la configuración utilizada por Beretta en [19] y los resultados obtenidos fueron comparados con sus datos experimentales. Considerando la velocidad angular constante, el modelo describe adecuadamente los parámetros que caracterizan la combustión y la evolución termodinámica del ciclo. En la comprobación se consideran principalmente dos parámetros fundamentales, la evolución de la presión a lo largo del ciclo y la evolución de la fracción de los gases quemados durante el período de combustión. Si la evolución de la presión experimental y numérica coinciden, se puede afirmar que el trabajo realizado en el ciclo simulado es igual al experimental y como la velocidad es la misma, las potencias también serán iguales. Si además coinciden las evoluciones de la fracción de gases quemados (que implica que el desarrollo de la combustión es igual para el ciclo simulado y el experimental) se deduce que la masa que entra en el cilindro y la calculada por el modelo teórico son iguales y, por lo tanto, los rendimientos son iguales. Cuando se tiene en cuenta el momento externo como constante (incorporando la ecuación mecánica) el modelo describe una evolución plausible. Según el nivel de complejidad que implica esta clase de modelos, se han obtenido resultados aceptables.



# Capítulo 3

## Modelo teórico de la Termodinámica de Tiempos Finitos

Como se mencionó en la Introducción la Termodinámica de Tiempos Finitos (TTF) es una rama dentro de la Termodinámica Clásica del Equilibrio (TCE) que modela y optimiza las máquinas térmicas reales considerando explícitamente las principales irreversibilidades que afectan a su evolución. Se basa principalmente en modelar las ligaduras espacio-temporales asociadas a las diferentes fuentes de irreversibilidad, siempre existentes en las máquinas térmicas reales, mediante parámetros macroscópicos y optimizar una función adecuada con respecto a las variables características del problema. El modelo teórico que se desarrolla a continuación se basa en esencia en los trabajos de Angulo-Brown y otros [28, 38, 40], Calvo Hernández y otros [27, 39, 72] y Curto-Risso [73].

### 3.1. Ciclo Otto

El modelo irreversible que la TTF propone para un motor de encendido por chispa, toma como punto de partida el ciclo Otto reversible. En la figura 3.1 se representa el diagrama de la presión con respecto al volumen para un ciclo ideal superpuesto, a modo de ejemplo, con un ciclo simulado (considerado como real). El ciclo ideal está formado por dos procesos isócoros, combustión ( $2 \rightarrow 3$ ) y enfria-

miento ( $4 \rightarrow 1$ ); y otros dos adiabáticos, compresión ( $1 \rightarrow 2$ ) y carrera de potencia (expansión) ( $3 \rightarrow 4$ ). Durante los procesos de admisión y escape el trabajo que el sistema ejerce se supone nulo<sup>1</sup>.

El ciclo puede ser caracterizado geoméricamente por la relación de compresión,  $r = V_1/V_2 = V_4/V_3 \geq 1$  y la razón entre la mínima y la máxima temperatura,  $\tau = T_1/T_3 \leq 1$ .

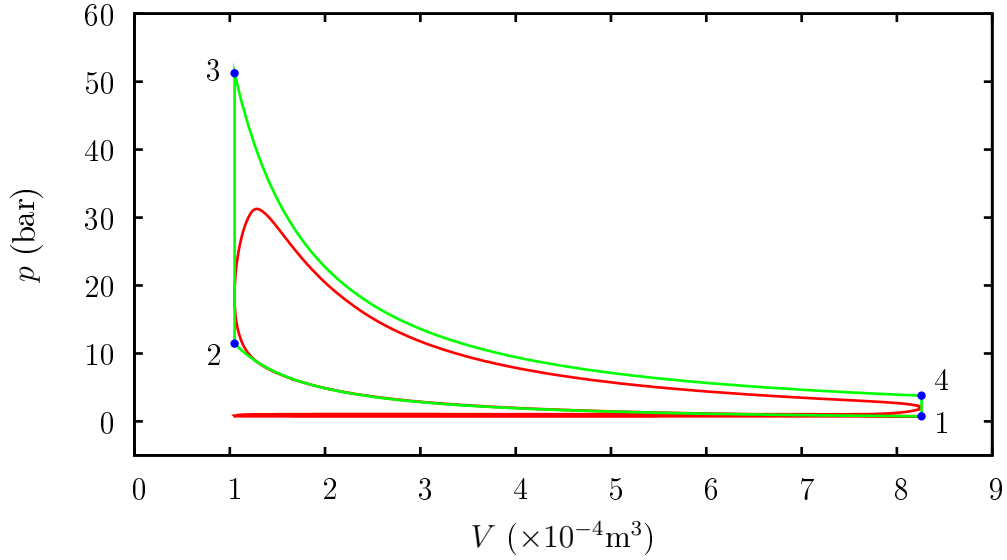


Figura 3.1: Diagrama presión-volumen, simulado (realista) e ideal, para un motor de ciclo Otto.

El trabajo del ciclo reversible se calcula de la siguiente manera:

$$|W_{\text{rev}}| = |Q_{23}| - |Q_{41}| = T_3 [C_{v,23} (1 - \tau r^{\gamma_{12}-1}) - C_{v,41} (r^{1-\gamma_{34}} - \tau)] \quad (3.1)$$

en el cual  $Q_{23}$  corresponde al calor aportado al ciclo durante la combustión y  $Q_{41}$  al calor cedido durante el enfriamiento. El rendimiento termodinámico se calcula a partir del trabajo mediante la siguiente función:

$$\eta = \frac{|W_{\text{rev}}|}{|Q_{23}|} = 1 - \frac{C_{v,41} (r^{1-\gamma_{34}} - \tau)}{C_{v,23} (r^{1-\gamma_{12}} - \tau)} r^{1-\gamma_{12}} \quad (3.2)$$

<sup>1</sup>Esta hipótesis es suficientemente realista, dado que la diferencia de presiones entre la admisión y el escape es muy pequeña.

Las capacidades caloríficas y los índices politrópicos son calculados a partir de un promedio sobre los intervalos de temperaturas considerados. A modo de ejemplo, tomando en cuenta la composición química de la mezcla de gases en el cilindro y denotando  $u$  para los gases previos a la combustión y  $b$  para los gases posteriores:

$$\bar{C}_{v,23} = \frac{1}{2} [C_{v,u}(T_2) + C_{v,b}(T_3)] ; \quad \bar{C}_{v,41} = \frac{1}{2} [C_{v,b}(T_4) + C_{v,u}(T_1)]$$

y

$$\bar{\gamma}_{12} = \frac{\bar{C}_{p,12}}{\bar{C}_{v,12}} = \frac{C_{p,u}(T_1) + C_{p,u}(T_2)}{C_{v,u}(T_1) + C_{v,u}(T_2)}$$

Los mismos tipos de promedios se aplican a los otros procesos.

En el presente trabajo se consideran tres fuentes de irreversibilidad:

- (i) El trabajo de las fuerzas de rozamiento asociadas a la dinámica del pistón.
- (ii) La transferencia de calor desde el fluido de trabajo a los alrededores a través de las paredes del cilindro
- (iii) Cualquier otra clase de irreversibilidad interna asociada al fluido de trabajo (viscosidad, turbulencia, combustión, etc.) que se supone disipada directamente a los alrededores [34].

Los indicadores principales que se consideran en TTF son la potencia,  $P$  y el rendimiento,  $\eta$ . Para calcular ambos es necesario conocer previamente el trabajo real del ciclo. Si  $|W_I|$  es el trabajo efectuado por el ciclo considerando únicamente las irreversibilidades internas,  $|W_{\text{fric}}|$  el trabajo de las fuerzas de rozamiento y  $|W_Q|$  la pérdida de trabajo asociada a la transferencia de calor, el trabajo real del ciclo es,

$$|W| = |W_I| - |W_{\text{fric}}| - |W_Q| \quad (3.3)$$

Para caracterizar e identificar con más claridad los términos de las pérdidas de trabajo debidas a las diferentes irreversibilidades, la ecuación (3.3) se escribe de la siguiente forma:

$$|W| = |W_{\text{rev}}| - |W_{\text{int}}| - |W_{\text{fric}}| - |W_Q| \equiv |W_{\text{rev}}| - \left| \sum W_l \right| \quad (3.4)$$

donde  $|W_{\text{int}}|$  es la diferencia entre el trabajo reversible y el trabajo con irreversibilidades internas,  $|W_{\text{rev}}| - |W_I|$ .

El rendimiento del ciclo es,

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_{23}|} \quad (3.5)$$

con

$$|Q_{23}| = \bar{C}_{v,23} T_3 (1 - \tau r^{\bar{\gamma}_{u,12} - 1}) \quad (3.6)$$

La potencia se obtiene dividiendo el trabajo del ciclo por el tiempo de duración del mismo,

$$P = \frac{|W|}{t_{\text{ciclo}}} \quad (3.7)$$

En las siguientes secciones se describe con suficiente detalle el cálculo de cada una de las contribuciones de las irreversibilidades mediante simples ecuaciones analíticas, así como también el cálculo la temperatura de combustión.

## 3.2. Irreversibilidades internas

Una forma de incluir las irreversibilidades internas cuando se evalúa la potencia del ciclo se basa en la idea de Özkaynak y otros [74, 75] y J. Chen [46] para ciclos de tipo Carnot. Si  $Q_C$  corresponde al calor liberado hacia una fuente externa fría a una temperatura  $T_C$  y  $Q_H$  al calor absorbido por el sistema desde una fuente externa caliente a una temperatura  $T_H$ , se puede escribir la desigualdad de Clausius como una igualdad mediante la incorporación de un término  $I_R > 1$  de la siguiente manera,

$$I_R \frac{|Q_H|}{T_H} - \frac{|Q_C|}{T_C} = 0 \quad (3.8)$$

con,

$$\eta = 1 - I_R \frac{T_C}{T_H} = 1 - I_R \left( \frac{|Q_C|}{|Q_H|} \right)_{\text{rev}} = \frac{|W_I|}{|Q_H|_{\text{rev}}} \quad (3.9)$$

Por lo tanto, el trabajo realizado por el ciclo considerando irreversibilidades internas se puede escribir como  $|W_I| = |Q_H|_{\text{rev}} - I_R |Q_C|_{\text{rev}}$ . Aunque en los modelos de ciclo Otto la absorción y cesión de calor entre el sistema y las fuentes externas no ocurre en condiciones isotermas (como en los de tipo Carnot), esta formulación ha sido extensamente utilizada en la literatura para estos modelos, tomando siempre  $I_R$  como

un parámetro constante y fenomenológico [38, 72]. Angulo-Brown y otros [28] sostienen que para los ciclos Otto no endorreversibles,  $I_R$  puede ser interpretado como el cociente entre las capacidades caloríficas a volumen constante de los productos de combustión y los reactivos,  $I_R = C_{v,b}/C_{v,u}$ , debido a que la absorción y cesión de calor se producen en condiciones isócoras.

Más adelante se muestra como un modelo *cuasi-dimensional* de dos zonas permite obtener valores precisos de  $I_R$  para cualquier régimen de trabajo, por ejemplo como función dependiente de la velocidad de giro del motor,  $\omega$  y además una clara interpretación física acerca de su origen.

Unificando la notación,  $|Q_H|_{\text{rev}} = |Q_{23}|$  y  $|Q_C|_{\text{rev}} = |Q_{41}|$ , el trabajo del ciclo considerando únicamente las irreversibilidades internas es,

$$|W_I| = T_3 [\overline{C}_{v,23} (1 - \tau r^{\overline{\gamma}_{u,12} - 1}) - I_R \overline{C}_{v,41} (r^{1 - \overline{\gamma}_{b,34}} - \tau)] \quad (3.10)$$

Para determinar explícitamente las pérdidas de trabajo debidas a las irreversibilidades internas,  $|W_{\text{int}}|$ , basta con restar la ecuación (3.10) a la ecuación (3.1),

$$|W_{\text{int}}| = |W_{\text{rev}}| - |W_I| \quad (3.11)$$

### 3.3. Irreversibilidades asociadas a la fricción

Para evaluar el trabajo de fricción asociado al movimiento del pistón dentro del cilindro, se consideran las fuerzas proporcionales a la velocidad instantánea del pistón,  $|F_{\text{fric}}| = \mu |\dot{x}|$  donde  $\mu$  es un coeficiente de fricción efectiva y  $x(t)$  la posición del pistón con respecto al punto muerto inferior.

La velocidad puede ser escrita en términos del radio del cigüeñal,  $a$ , el ángulo,  $\varphi$ , y la velocidad angular  $\omega$ , a través de la función  $\xi_1(\varphi)$  (por comodidad se escribe simplemente  $\xi_1$ ) definida en (2.6),

$$|\dot{x}| = a\omega\xi_1 \quad (3.12)$$

Por lo tanto, si el trabajo realizado por las fuerzas de fricción durante el ciclo se calcula según la ecuación (2.67), considerando que,

$$\frac{dV}{d\varphi} = \frac{V_0}{2}(r - 1)\xi_1 \quad (3.13)$$

se obtiene que:

$$|W_{\text{fric}}| = \frac{a\mu\omega V_0(r-1)}{2A_p} \int_0^{4\pi} \xi_1^2 d\varphi \quad (3.14)$$

Este procedimiento se basa en el trabajo de Curto-Risso y otros [73] y es relativamente diferente y más general (debido a que incorpora el efecto de la geometría del cilindro) que el utilizado usualmente en los modelos de TTF [40, 76, 77], donde las pérdidas de potencia debido a las fuerzas de fricción se contabilizan como  $P_\mu = \mu v_p^2$ , con la velocidad media del pistón  $v_p = |x_4 - x_3|/t_{34}$  calculada a partir de los extremos de la posición del pistón,  $x_3$  y  $x_4$  y la duración de la carrera de potencia,  $t_{34}$ , considerada como una fracción del ciclo completo.

### 3.4. Irreversibilidades asociadas a la transferencia de calor

La tasa de transferencia de calor desde el fluido de trabajo hacia los alrededores del motor a través de las paredes del cilindro,  $\dot{Q}_l$ , puede ser modelada de forma simple asumiendo una transferencia de calor convectiva [34],

$$\dot{Q}_l = \pi B h \left( \frac{B}{2} + x \right) (T - T_w) \quad (3.15)$$

donde  $T$  es la temperatura instantánea del fluido de trabajo dentro del cilindro,  $B$  es el diámetro interior del cilindro,  $h$  es el coeficiente de transferencia de calor y  $T_w$  la temperatura de pared. Este sencillo procedimiento permite estimar las pérdidas asociadas a la transferencia de calor a partir de un conjunto reducido de parámetros, entre los cuales se incluye el tiempo de duración del ciclo.

En particular, asumiendo que la principal transferencia de calor tiene lugar durante el período de la carrera de potencia y tomando valores promedio para la posición del pistón,  $\bar{x}_{34}$  y la temperatura del fluido,  $\bar{T}_{34}$ , se concluye que [34]:

$$\bar{Q}_l \simeq \pi h B \left( \frac{B}{2} + \bar{x}_{34} \right) (\bar{T}_{34} - T_w) t_{34} \quad (3.16)$$

donde  $t_{34}$  es el tiempo de duración de la carrera de potencia. Las pérdidas asociadas a la transferencia de calor se pueden representar mediante la siguiente ecuación,  $W_Q =$



$\varepsilon\overline{Q}_l$  en la cual  $\varepsilon$  es un factor introducido por Mozurkewich y Berry [34] con el objetivo de cuantificar las pérdidas de calor en términos de trabajo. Generalmente se utiliza como un parámetro constante fenomenológico con un valor cercano al 10%. En el siguiente capítulo se abordará el cálculo explícito de este coeficiente, a partir de la comparación de la formulación de la TTF con la simulación. Finalmente, asumiendo que  $t_{34}$  es 0,25 veces la duración del ciclo completo,  $t$ , según Mozurkewich [34],  $|W_Q|$  viene dado por:

$$|W_Q| = \frac{\pi\varepsilon h B t T_3}{16} \left[ B + \frac{V_0}{A_p}(1+r) \right] \left( 1 + r^{1-\gamma} - 2\frac{T_w}{T_3} \right) \quad (3.17)$$

### 3.5. Temperatura de combustión

Los modelos más frecuentes de TTF consideran la temperatura al final de la combustión,  $T_3$  y la temperatura de entrada,  $T_1$ , como parámetros preestablecidos [39,72] o calculados a partir de considerar relaciones constantes de temperaturas durante los períodos de calentamiento y enfriamiento [28,41,76].

En esta sección se desarrolla el cálculo de  $T_3$  considerándola como la temperatura de llama adiabática según la reacción química correspondiente. Para ello es necesario conocer la temperatura de los gases antes de la combustión,  $T_2$  que se calcula a partir de  $T_1$  (considerado como el único parámetro de entrada en lo que a temperatura se refiere) mediante la relación adiabática en el trayecto 1 – 2 (véase la figura 3.1),  $T_2 = T_1 r^{\overline{\gamma}_{u,12} - 1}$ . A partir de esto se estima  $T_3$  mediante la resolución numérica de la siguiente ecuación:

$$0 = U_P(T_3) - U_R(T_2) \quad (3.18)$$

donde  $U_P(T)$  y  $U_R(T)$  son las energías internas (considerando la componente química) de los productos y los reactivos, respectivamente. Esto se traduce como que toda la energía interna, química y sensible, en los reactivos se transfiere a los productos. Angulo-Brown y otros [40] utilizan el mismo procedimiento para calcular  $T_3$ .

Siguiendo la idea de los modelos de TTF se considera una reacción relativamente simple para la combustión del iso-octano, la descrita en el apéndice F donde no se tiene en cuenta ni la fracción de gases quemados ni la disociación. Es necesario resolver la reacción química para establecer la composición química de los gases quemados, y así poder calcular su energía interna.

### 3.6. Resumen y conclusiones

En este capítulo se ha descrito el modelo teórico que la Termodinámica de Tiempos Finitos desarrolla para explicar el comportamiento de la máquina térmica que sigue un ciclo de Otto real, en el que se toma como base el modelo reversible de la Termodinámica Clásica del Equilibrio y se agregan diversas irreversibilidades, pero manteniendo en todo momento una simplicidad que lo convierte en un modelo muy interesante.

Las principales fuentes de irreversibilidad son las asociadas al fluido de trabajo, denominadas irreversibilidades internas, a las fuerzas de rozamiento del pistón y las asociadas a la transferencia de calor, que quedan definidas a partir de los parámetros:  $I_R$ ,  $\mu$  y  $\varepsilon$ . Hasta el momento estos parámetros no dependen de las variables del sistema y los resultados obtenidos por el modelo son comparables sólo cualitativamente a los resultados de la simulación. En el siguiente capítulo se analiza la dependencia de estos parámetros con respecto a la velocidad de giro del motor. Se prueba que teniendo en cuenta esa dependencia, el modelo teórico de TTF es capaz de reproducir los resultados numéricos de la simulación. Es interesante mencionar que el modelo para describir las irreversibilidades producidas por fricción, a diferencia de lo utilizado usualmente en TTF, proviene directamente de la ecuación del volumen dentro de la cámara en función del ángulo del cigüeñal, incorporando, así, el efecto de la geometría en estas pérdidas.

# Capítulo 4

## Comparación de los resultados teóricos y de simulación

En los capítulos 2 y 3 se ha descrito tanto el modelo de simulación numérica, como el teórico de TTF. El presente capítulo tiene como objetivo evaluar el comportamiento de ambos modelos de forma independiente y estudiar la manera en que se puede mejorar el modelo teórico a partir de ciertos resultados de la simulación. Se analizarán cuáles son los principales cambios que se deben tener en cuenta en el modelo de TTF para que éste reproduzca con suficiente precisión los resultados de la simulación numérica, no sólo cualitativamente, sino cuantitativamente. Esto es importante para entender el mecanismo físico que ocurre en el proceso de un motor real, particularmente en relación a las principales fuentes de irreversibilidad.

En las primeras secciones de este capítulo se reflejan los resultados de los modelos de forma independiente, utilizando la misma configuración para ambos modelos (en la medida de lo posible). De esta forma se dejan claras las similitudes y diferencias en los resultados. Después se corrigen los parámetros adecuados y se vuelven a comparar los resultados de los dos modelos.

Como referencia se mencionan los trabajos de Fischer y Hoffmann [43], que han comparado los resultados de una sencilla simulación *cero-dimensional* con un modelo simple de Novikov (una máquina de Carnot con una conductancia finita y pérdidas de calor entre las fuentes de calor) y concluyen que la TTF puede reproducir con

cierto detalle las simulaciones y el de Curto-Risso y otros [73] que han comparado los resultados de una simulación *cuasi-dimensional* con un modelo de la TTF específico para un ciclo Otto.

## 4.1. Resultados numéricos de TTF

A pesar de que el esquema teórico permite tener en cuenta las capacidades caloríficas como función de la temperatura, en esta sección se considera  $c_v = 5R/2$  y la entalpía correspondiente, con el objetivo de mantener la simplicidad del modelo. También se suponen constantes los parámetros de irreversibilidad, según los valores tomados de la literatura,  $I_R = 1,4$  [28, 72],  $\varepsilon = 0,1$  [34] y  $\mu = 16$  kg/s [2] (que corresponde a una fuerza promedio de fricción de 100 N). Con respecto a los parámetros de la geometría del cilindro y los valores termodinámicos de entrada al sistema, se consideran los valores del cuadro 4.1 (los valores que faltan se completan del apéndice D).

Cuadro 4.1: Resumen de los parámetros geométricos y termodinámicos utilizados en el modelo teórico y la simulación numérica.

$r$ , relación de compresión	10
$B$ , diámetro interior del cilindro	$79,5 \times 10^{-3}$ m
$V_0$ , volumen muerto de la cámara	$49,639 \times 10^{-6}$ m <sup>3</sup>
$T_w$ , temperatura de la pared del cilindro	600 K
$T_1$ , temperatura de entrada <sup>†</sup>	333 K
$h$ , coeficiente de transferencia de calor <sup>†</sup>	1305 W/m <sup>2</sup> K
$m$ , masa de la mezcla de gases dentro del cilindro <sup>‡</sup>	$4,176 \times 10^{-4}$ kg

<sup>†</sup> Sólo para TTF.

<sup>‡</sup> Como condición inicial para la simulación numérica y fija para TTF.

En la figura 4.1 se representa la evolución de la potencia y el rendimiento en función de la velocidad angular del cigüeñal,  $\omega$ . Ambas curvas demuestran que mediante

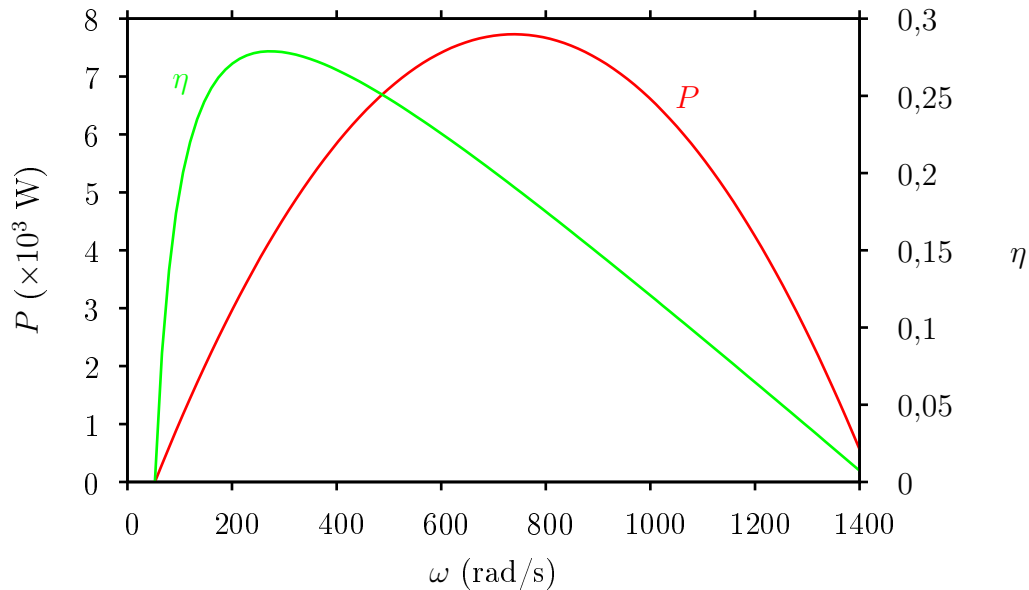


Figura 4.1: Evolución de la potencia y el rendimiento según  $\omega$ , para el modelo teórico de TTF considerando  $I_R = 1,4$  y  $\varepsilon = 0,1$  como parámetros fenomenológicos constantes.

el esquema teórico se obtienen buenos órdenes de magnitud para la máxima potencia y el máximo rendimiento. Además, ambas curvas presentan un comportamiento parabólico con máximos en diferentes posiciones para cada una. Estos resultados describen una concordancia cualitativa con otros trabajos, teóricos y numéricos [28,72]. Una práctica común en TTF es representar la potencia,  $P$ , en función del rendimiento,  $\eta$ , mediante la eliminación de una variable paramétrica, que en este caso es la velocidad de giro,  $\omega$ . En la figura 4.2 se puede apreciar cómo un modelo simple de TTF con parámetros de irreversibilidad constantes es capaz de representar los bucles en los diagramas de potencia y rendimiento, característicos de los dispositivos reales. Estos diagramas son una herramienta fundamental en los modelos de TTF dado que permiten tener una visión global del comportamiento del sistema, y de esta forma, una vez identificada una variable objetivo, se puede analizar el punto óptimo de trabajo del dispositivo.

Como resultado adicional, se observa que la velocidad de giro para la potencia

máxima es mayor que para el máximo rendimiento<sup>1</sup>. Este comportamiento no es sensible a la elección de diferentes parámetros de irreversibilidad en el modelo de TTF.

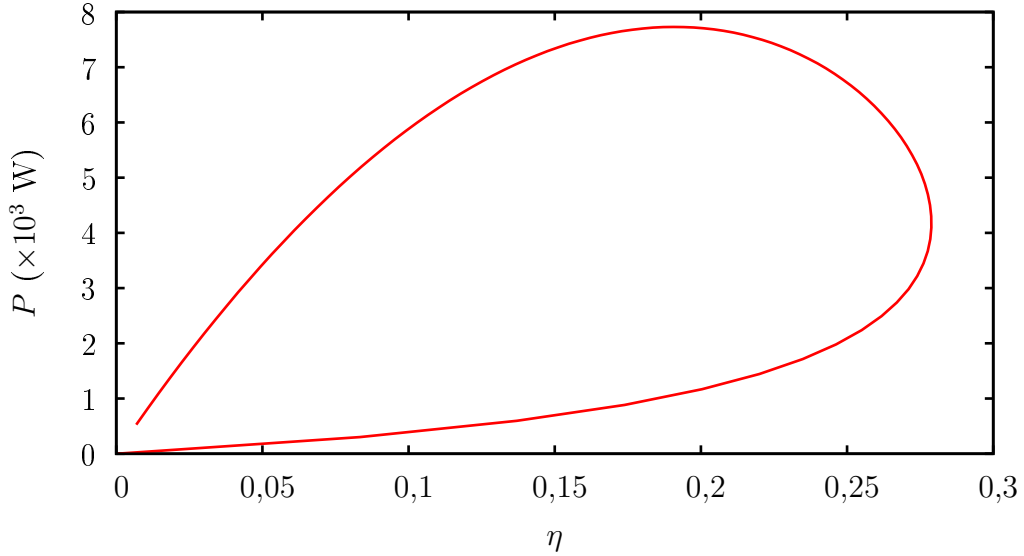


Figura 4.2: Curva  $P - \eta$  para el modelo teórico con parámetros de irreversibilidad constantes, obtenidos a partir de eliminar la velocidad de giro,  $\omega$ , entre  $P(\omega)$  y  $\eta(\omega)$ . La curva se recorre en sentido antihorario a medida que aumenta  $\omega$ .

A partir de este modelo también es posible estudiar la evolución de las pérdidas de trabajo asociadas a diferentes fuentes de irreversibilidad para el régimen de trabajo del motor. Con el objetivo de entender estas diferencias se calcula cada contribución del trabajo neto según la ecuación (3.4).

En la figura 4.3 se muestra,  $|W_{\text{int}}|$ , la diferencia entre el trabajo obtenido bajo condiciones irreversibles,  $|W_{\text{rev}}|$  y el trabajo obtenido considerando únicamente las irreversibilidades internas,  $|W_I|$ ,  $|W_{\text{int}}| = |W_{\text{rev}}| - |W_I|$ . Esta diferencia es constante debido a la consideración de  $I_R$  y  $T_3$  (por lo tanto,  $\tau$ ) como parámetros independientes de  $\omega$ . Las pérdidas de trabajo asociadas a las fuerzas de fricción,  $|W_{\text{fric}}|$ , son lógicamente, lineales con respecto a  $\omega$  y los trabajos asociados a la transferencia de

<sup>1</sup>Recorrer la curva del diagrama  $P - \eta$  en el sentido en que se incrementa  $\omega$ , corresponde al recorrido antihorario de la curva.

calor desde las paredes del cilindro a los alrededores,  $|W_Q|$ , decrecen monótonamente. Como consecuencia, la pérdida neta de trabajo presenta un mínimo cerca de 270 rad/s. Comparando la importancia relativa en términos de  $\omega$ , a bajas velocidades predominan las irreversibilidades debidas a la transferencia de calor. Para todo el intervalo de  $\omega$ ,  $|W_{\text{int}}|$  es mayor que  $|W_{\text{fric}}|$ . Sin embargo, esta diferencia se hace menor a medida que aumenta  $\omega$ .

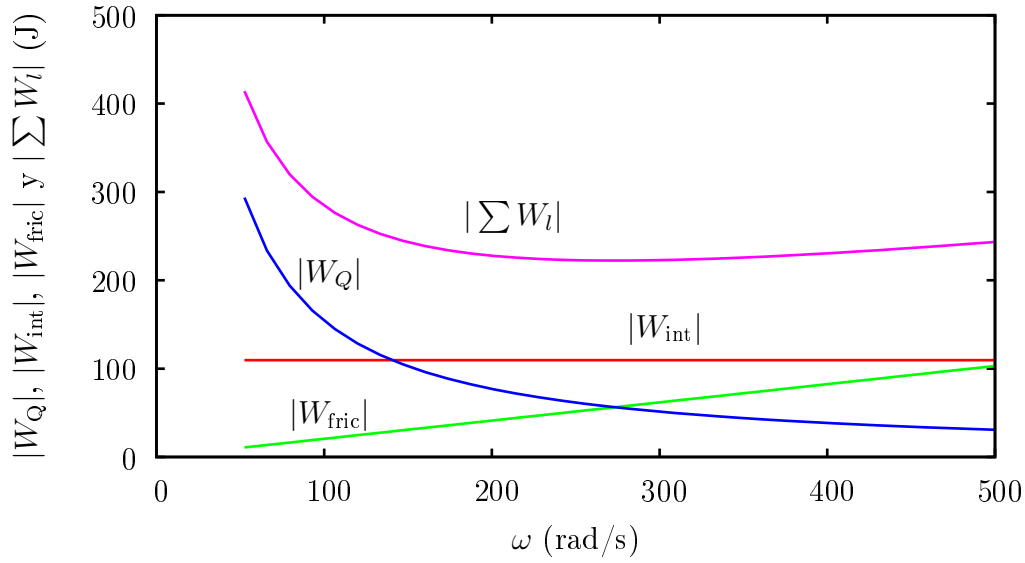


Figura 4.3: Diferentes contribuciones al trabajo perdido total,  $|\sum W_l| = |W_{\text{int}}| - |W_{\text{fric}}| - |W_Q|$ , obtenido a partir del modelo teórico.

## 4.2. Resultados numéricos de la simulación

Con el objetivo de simular un motor más realista que el considerado en la sección 2.6, en esta parte se consideran cuatro válvulas por cilindro, lo cual implica que en las ecuaciones (A.11) y (A.12) (descritas en el apéndice A) el área de pasaje para la válvula de admisión sea  $A_T = 2A_{v,\text{adm}}$  y para la de escape  $A_T = 2A_{v,\text{esc}}$ . Las relaciones geométricas de las válvulas se consideran estándar, según las recomendaciones dadas en [2].

Los parámetros utilizados se detallan en el cuadro 4.1 (los valores que faltan

se completan en el cuadro D.4 del apéndice D). Para determinar las condiciones de contorno, la presión externa se calcula a través de la ley de gas ideal para el volumen del cilindro, considerando los valores de la masa,  $m$  y la temperatura de entrada,  $T_1$  (ver cuadro 4.1) utilizados en el modelo de TTF. Después, debido a la no idealidad del ciclo, la masa de entrada cambia con la evolución de  $\omega$ .

Antes de presentar los resultados es importante aclarar el cálculo del rendimiento se hace según la ecuación del rendimiento térmico. Por lo tanto, para poder compararlo con el rendimiento del ciclo calculado a partir de la TTF, es necesario redefinir el calor aportado al ciclo. Se considera  $T_1$  como la temperatura de la mezcla en el cilindro simulado cuando el pistón alcanza el punto muerto inferior,  $T_2$  se calcula a partir de una carrera de compresión adiabática y  $T_3$  a partir de la temperatura adiabática de llama, con el método descrito en la sección 3.5. A partir de estas temperaturas se calcula  $\tau$  y  $|Q_{23}|$  utilizando la ecuación (3.6).  $\bar{C}_{v,23}$  y  $\bar{\gamma}_{u,12}$  se calculan como promedios en las temperaturas de los procesos correspondientes. Por último, se calcula el rendimiento térmico,  $\eta = |W|/|Q_{23}|$ , con la misma entrada de calor que en el modelo teórico. La potencia se obtiene a partir de,  $P = |W|\omega/(4\pi)$ , donde  $|W|$  se calcula de la ecuación (2.69).

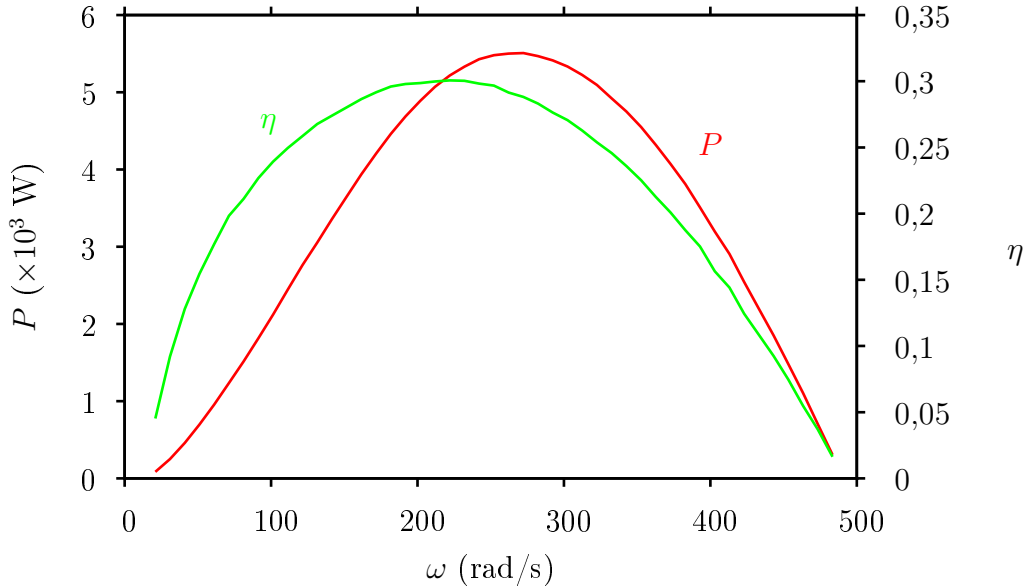


Figura 4.4: Evolución de la potencia y el rendimiento según  $\omega$ , para la simulación numérica.



La simulación, al igual que la TTF, predice curvas de potencia y rendimiento con un máximo en términos de la velocidad de giro,  $\omega$  (véase la figura 4.4) y también, la existencia de un bucle para el diagrama  $P - \eta$  eliminando  $\omega$  como parámetro independiente (véase la figura 4.5). Sin embargo, las diferencias cuantitativas son obvias en cuanto a los valores máximos de potencia y rendimiento (compárese la escala utilizada en la figuras 4.1 y 4.4). Otra diferencia que cabe resaltar es que el intervalo de  $\omega$  en que la potencia es positiva es mucho más amplio en TTF que en la simulación (nótese la diferencia de escalas en  $\omega$  entre las figuras 4.1 y 4.4). Esto se debe principalmente a que en el modelo teórico se considera la masa que entra en el cilindro independiente de  $\omega$ , mientras que en la simulación la masa total que entra en el cilindro decrece a medida que aumenta  $\omega$ . Como consecuencia la potencia también disminuye.

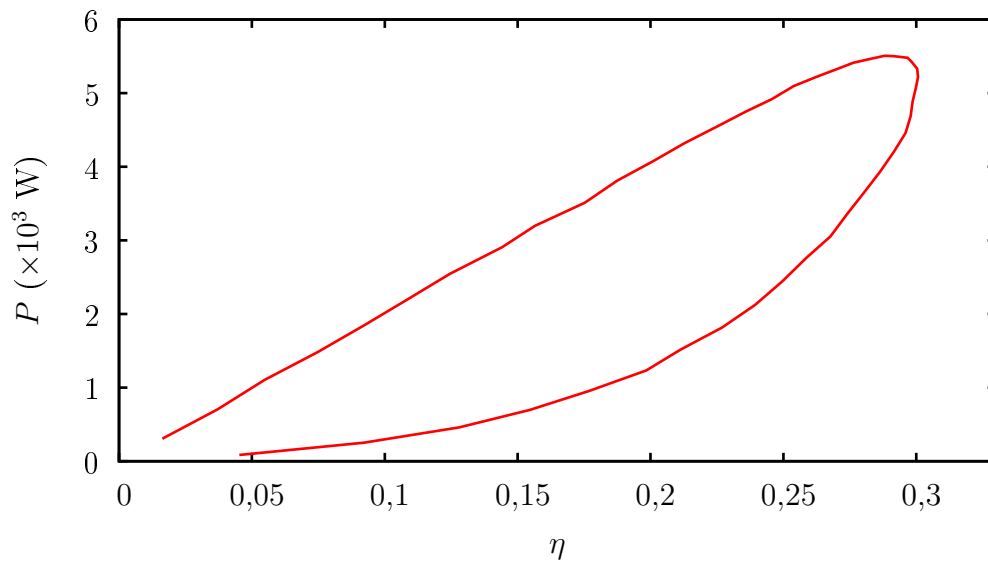


Figura 4.5: Curva  $P - \eta$  para la simulación numérica, obtenidas a partir de eliminar la velocidad de giro,  $\omega$ , entre  $P(\omega)$  y  $\eta(\omega)$ .

También se han calculado las diferentes contribuciones a las pérdidas de trabajo desde el punto de vista de la simulación numérica, ecuación (3.4). Para poder obtener los valores de las pérdidas de trabajo en la simulación es necesario trabajar de forma diferente que con la TTF, dado que no existe una ecuación explícita que permita calcular o aproximar estos valores. Para empezar, el trabajo reversible,  $|W_{\text{rev}}|$  se

calcula desde la simulación considerando las transferencias de calor a través de las paredes y las fuerzas de fricción como nulas y tomando  $T_3$  como la temperatura adiabática de llama, que se calcula de la misma forma que para el rendimiento. Nuevamente, si se impone que la transferencia de calor y las fuerzas de fricción sean cero,  $|W_I|$  es igual al trabajo neto efectuado por el ciclo.  $|W_{\text{fric}}|$  se calcula directamente a partir de la ecuación (2.67) y  $|W_Q| = |W_I| - |W_{\text{fric}}| - |W|$ , donde  $|W|$  es el trabajo neto efectuado por el ciclo cuando se considera la transferencia de calor y la fuerza de fricción.  $|\sum W_l|$  representa la suma de todas las pérdidas de trabajo. Todos estos términos son representados en la figura 4.6. Comparando esta figura con la 4.3 se pueden destacar tres puntos de interés:

- (i) a medida que  $\omega$  aumenta, las pérdidas asociadas a las irreversibilidades internas,  $|W_{\text{int}}|$ , en la simulación, no permanecen constantes y presentan un mínimo cerca de 190 rad/s.
- (ii) la evolución de  $|W_Q|$  y  $|W_{\text{fric}}|$  son similares en ambos métodos:  $|W_{\text{fric}}|$  aumenta linealmente con  $\omega$  y  $|W_Q|$  decrece monótonamente más como una exponencial con una sola pendiente para la simulación y con dos claramente definidas para la TTF.
- (iii) la suma de las pérdidas de trabajo,  $|\sum W_l|$ , presenta un mínimo más bajo para la simulación, lo que sugiere que la consideración del factor de irreversibilidad interna,  $I_R$ , como independiente de  $\omega$  en TTF no sea una buena aproximación.

### 4.3. Comparación de la simulación con el modelo teórico. Parámetros de TTF en función de la velocidad

El objetivo de esta sección es mejorar el modelo de TTF para obtener resultados más realistas, utilizando la simulación como referencia para el cálculo de los parámetros de irreversibilidad que dependerán de  $\omega$ . En otras palabras, la pregunta es si se pueden mantener las ideas básicas del modelo de TTF pero calculando algunos de

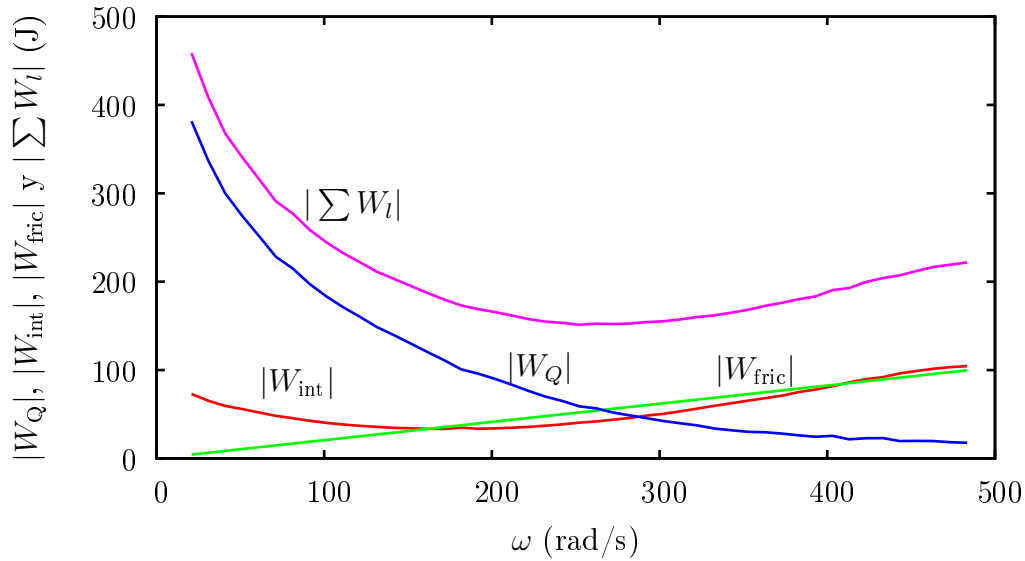


Figura 4.6: Diferentes contribuciones al trabajo perdido total,  $|\sum W_l| = |W_{\text{int}}| + |W_{\text{fric}}| + |W_Q|$ , obtenido a partir la simulación numérica.

los parámetros que intervienen para reproducir numéricamente los resultados de la simulación. Además, como se verá, este análisis servirá para dar una interpretación física clara de los parámetros que caracterizan las irreversibilidades.

### 4.3.1. Temperaturas y masas

En la aplicación numérica del modelo teórico, la temperatura de entrada  $T_1$  fue considerada como un parámetro fijo [40, 72] independiente de la velocidad de giro del cigüeñal y  $T_2$  y  $T_3$  se calculaban a partir de ella (ver sección 3.5). Ahora, se considerará  $T_1$  dependiente de  $\omega$ , y la versión idealizada de la simulación (cuando no se consideran pérdidas de calor ni fuerzas de fricción). En esta situación, se considera  $T_1$  como la temperatura de la mezcla de gases cuando el pistón alcanza el punto muerto inferior, antes de la combustión y para cada  $\omega$ . Después,  $T_3$  se calcula como la temperatura de una combustión adiabática isócara, en la cual la temperatura de los reactivos es  $T_2$ , que se calcula de la ecuación adiabática del proceso 1 – 2. Cabe aclarar que dado que el cálculo se hace directamente con los datos de la simulación, la masa que se tiene en cuenta es la de la simulación, la cual (como se verá más

adelante) varía con  $\omega$ .

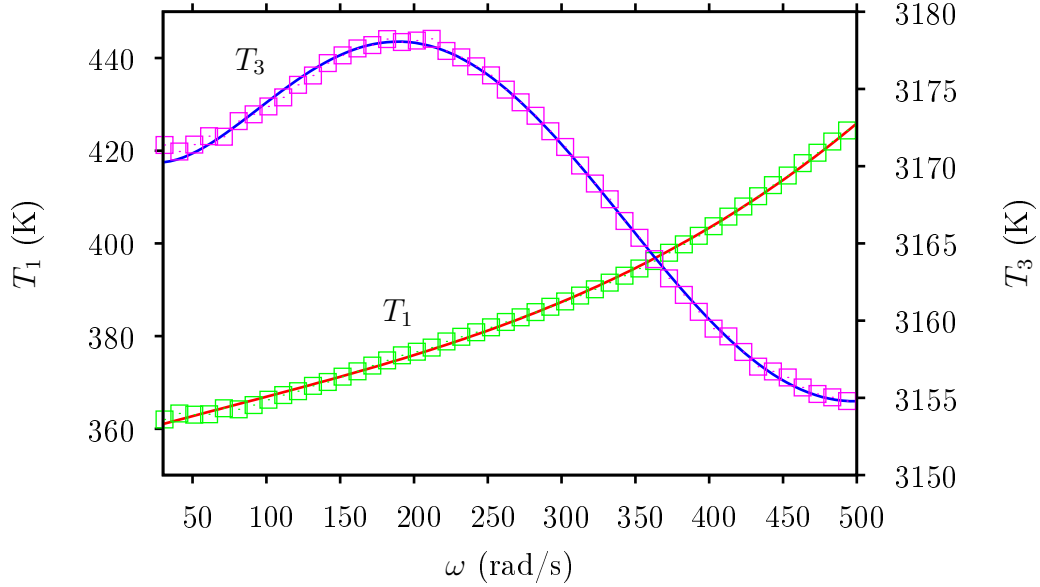


Figura 4.7: Dependencia de la temperatura de entrada,  $T_1$ , y la máxima del ciclo,  $T_3$ , de la simulación *reversible* con respecto a  $\omega$  y los correspondientes ajustes de polinomios.

El comportamiento de  $T_1$  y  $T_3$  con respecto a  $\omega$ , se representa en la figura 4.7. La temperatura de entrada,  $T_1$ , presenta un crecimiento monótono con respecto a  $\omega$ , variando desde 360 K hasta 430 K aproximadamente, lo cual representa una variación del 20 %. Contrariamente, la temperatura,  $T_3$ , presenta un máximo de 3178 K a 210 rad/s, después del cual decrece hasta su mínimo valor, 3155 K a máxima  $\omega$ ; esto representa una diferencia de un 7 % entre el valor máximo y el mínimo.

Otro parámetro característico del modelo teórico que se consideraba como fijo en trabajos anteriores [39, 72] es la masa de la mezcla de gases dentro del cilindro,  $m$ . Su influencia en la potencia de salida y el rendimiento del ciclo es básico dado que la energía que entra al sistema con el combustible es proporcional a  $m$ . En este trabajo se calcula de forma simple como la masa que se encuentra dentro del cilindro cuando se cierran las válvulas de admisión, en una simulación en la cual no se consideran las pérdidas de calor ni el rozamiento. En la figura 4.8 se muestra la evolución de la masa para la simulación mencionada anteriormente. La evolución de

la masa presenta un máximo a bajas revoluciones y decrece monótonamente hasta la máxima  $\omega$ . De tal manera que el máximo valor observado representa casi dos veces la masa en la velocidad más alta.

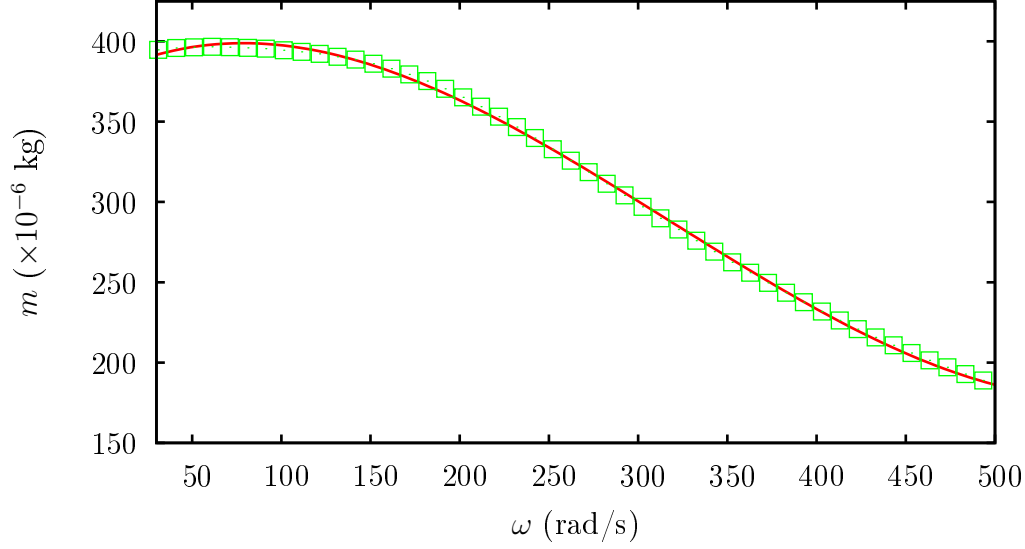


Figura 4.8: Dependencia de la masa de la simulación *reversible* con respecto a  $\omega$  y su correspondiente ajuste polinómico.

### 4.3.2. Parámetros de irreversibilidad

El objetivo de la presente sección es calcular los parámetros de irreversibilidad  $I_R$  y  $\varepsilon$  que aparecen en el modelo teórico de TTF a través de la simulación y en función del régimen de trabajo del motor. Con el objetivo de encontrar una expresión sencilla para el parámetro de irreversibilidad,  $I_R$ , se expresa la ecuación (3.10) como:

$$|W_I| = T_3(\zeta_1 - I_R \zeta_2) \quad (4.1)$$

donde,

$$\zeta_1 = \overline{C}_{v,23} (1 - \tau r^{\overline{\gamma}_{u,12} - 1})$$

$$\zeta_2 = \overline{C}_{v,41} (r^{1 - \overline{\gamma}_{b,34}} - \tau)$$

Por lo tanto, es posible escribir  $I_R$  como:

$$I_R = \frac{\zeta_1}{\zeta_2} - \frac{|W_I|}{|W_{\text{rev}}|} \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{\zeta_2} \quad (4.2)$$

que será dependiente de  $\omega$  debido a que las temperaturas y  $\zeta_1$  y  $\zeta_2$  son funciones de la velocidad de giro del motor. Definido en la sección 4.2,  $|W_I|$  se obtiene a partir de considerar que en la simulación no intervienen las pérdidas de calor ni las de fricción y  $|W_{\text{rev}}|$  teniendo en cuenta además a la combustión como un proceso adiabático e isócoro.

Esto significa que se asumen como irreversibilidades internas aquellas procedentes de la combustión no isócora, los procesos de liberación de calor de forma turbulenta durante la combustión y también del bombeo de la mezcla de gases dentro y fuera del cilindro. En la figura 4.9 se puede observar el comportamiento parabólico de  $I_R$ . A medida que  $\omega$  aumenta este decae, hasta un mínimo,  $I_R = 1,15$  a  $160 \text{ rad/s}$  y después aumenta progresivamente, alcanzando valores mayores que 1,5. Esto quiere decir que hay un régimen particular en el cual el valor de  $I_R$  es mínimo.

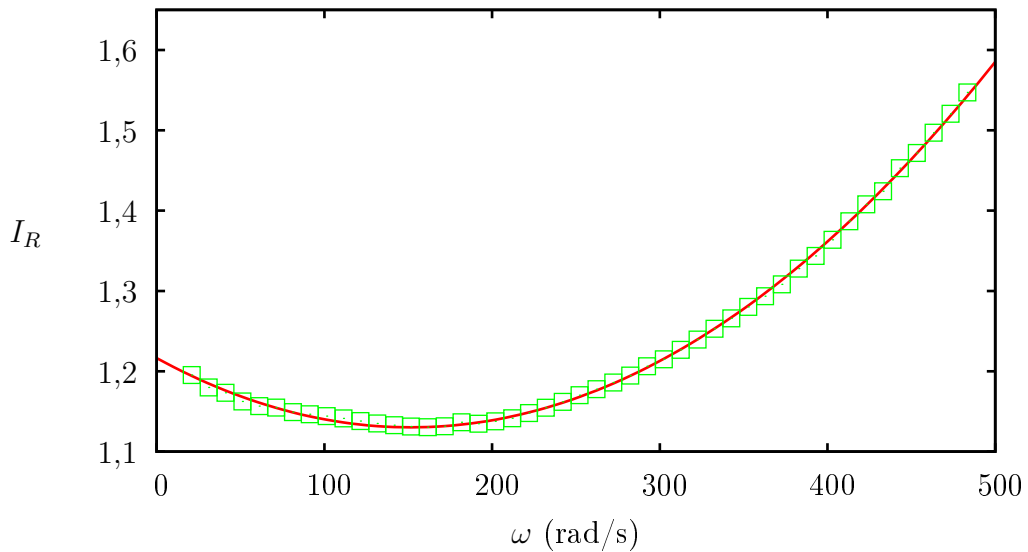


Figura 4.9: Factor de irreversibilidad interna,  $I_R$ , como función de  $\omega$ , obtenido a partir de la simulación. Se representa también su correspondiente ajuste polinómico.

El factor  $\varepsilon$  que relaciona la transferencia de calor a través de las paredes del cilindro, con las pérdidas de trabajo debidas a ésta, se puede calcular despejándolo

de la ecuación (3.17) con  $|W_Q| = |W_I| - |W_{\text{fric}}| - |W|$ , donde  $|W_I|$  es el mismo utilizado para el cálculo de  $I_R$ . De esta forma  $\varepsilon$  será función de  $\omega$ , dado que  $|W_Q|$ ,  $T_3$  y  $\tau$  lo son. La figura 4.10 muestra un comportamiento parabólico para  $\varepsilon$  en el intervalo central de velocidades con un máximo. Para velocidades grandes ( $\omega > 200$  rad/s) el comportamiento deja de ser parabólico. El máximo está alrededor de  $\omega = 160$  rad/s, que se corresponde precisamente con el régimen en el cual  $I_R$  presenta un mínimo, figura 4.9. El intervalo de valores de  $\varepsilon$  es bastante amplio, desde 0,04, cerca de los extremos a casi 1,01, en su punto máximo.

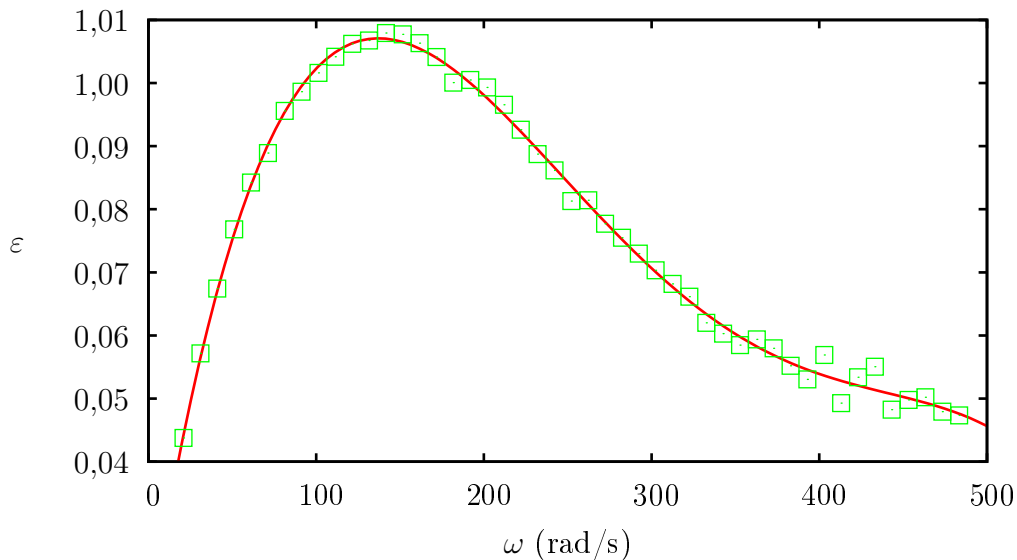


Figura 4.10: Factor de irreversibilidad,  $\varepsilon$ , asociado a la transferencia de calor a través de las paredes del cilindro, obtenido a partir de la simulación y su correspondiente ajuste polinómico.

Los valores numéricos de  $I_R(\omega)$  y  $\varepsilon(\omega)$  son similares o del orden de los encontrados en la literatura cuando se consideran como parámetros constantes fenomenológicos: los promedios de  $I_R(\omega)$  y  $\varepsilon(\omega)$  para todo el rango de velocidades estudiado son,  $\bar{I}_R = 1,23$  y  $\bar{\varepsilon} = 0,08$ . Estos valores son del mismo orden que  $I_R = 1,4$  y  $\varepsilon = 0,1$ , utilizados en la sección 4.1, provenientes de trabajos previos [28, 40, 72].

### 4.3.3. Desempeño del motor

Los datos obtenidos de la simulación presentan evoluciones lo suficientemente simples, con respecto a la velocidad de giro,  $\omega$ , como para ajustarlos mediante polinomios de bajo orden. Éstos se incorporan al modelo teórico sustituyendo los valores que anteriormente se consideraban constantes con respecto  $\omega$ . Una vez realizados los ajustes polinómicos como funciones de  $\omega$  para las temperaturas, la masa y los parámetros de irreversibilidad,  $I_R$  y  $\varepsilon$ , se comparan los resultados obtenidos de la simulación y el modelo teórico, incorporando estas funciones.

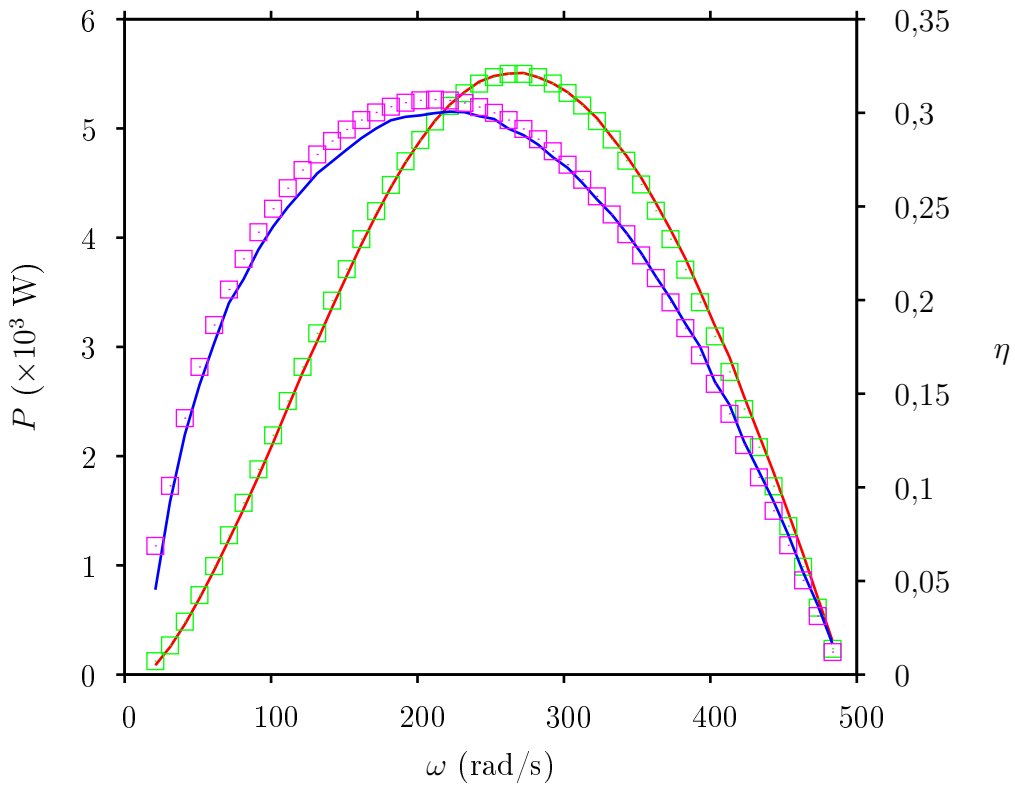


Figura 4.11: Comparación de la evolución de la potencia y el rendimiento con la velocidad de rotación, obtenida a partir de la simulación numérica (líneas) y el modelo teórico ( $\square$ ) considerando los ajustes polinómicos.

En la figura 4.11 se muestran los resultados de la potencia y el rendimiento. Se puede observar que los resultados teóricos de potencia ajustan muy bien con los simulados en todo el intervalo de  $\omega$ . Lo mismo sucede para el rendimiento termo-



dinámico, con la salvedad de alguna diferencia cercana a su valor máximo. Es de destacar que además de la forma de las curvas, ahora la escala horizontal de los resultados mediante el modelo teórico y el simulado coinciden. Esto se debe a la consideración de la masa dentro del cilindro,  $m$ , como dependiente de  $\omega$ : cuando  $\omega$  aumenta, la masa y por ende la potencia y el rendimiento, decrecen rápidamente a cero más que si se considera la masa constante.

También en las curvas paramétricas  $P-\eta$  representadas en la figura 4.12, se puede observar el buen resultado obtenido del modelo teórico, cuando los parámetros antes mencionados se ajustan mediante polinomios dependientes de  $\omega$  estimados a partir de la simulación.

Cabe aclarar que las curvas de las pérdidas de trabajo, calculadas a partir del modelo teórico, considerando los polinomios, coinciden con las representadas en la figura 4.6. El mínimo de  $I_R(\omega)$  provoca un mínimo en  $|W_{\text{int}}|$  y la forma parabólica de  $\varepsilon(\omega)$  hace que la caída de  $|W_Q|$  en función de  $\omega$  sea más suave.

## 4.4. Resumen y conclusiones

Para confirmar la validez del modelo de TTF para un motor de encendido por chispa, se utilizó la simulación cuasi-dimensional de dos zonas para el sistema cilindro-pistón. Dada la versatilidad que permite la simulación, ésta posibilita obtener, con poca dificultad, las diferentes contribuciones a las pérdidas de trabajo: fricción, transferencia de calor a través de las paredes y las irreversibilidades internas asociadas a la combustión y a los tiempos de bombeo.

Al inicio se ha presentado un modelo termodinámico analítico simple, que como primera aproximación devuelve resultados interesantes cuando se comparan con los obtenidos a partir de la simulación. Tomando como constantes la masa del cilindro, las temperaturas máxima y mínima, y los coeficientes que caracterizan la transferencia de calor y las irreversibilidades internas, el modelo teórico reproduce el orden de magnitud de la potencia y el rendimiento como función del régimen de trabajo. No obstante, el considerar los parámetros antes mencionados como independientes de la velocidad,  $\omega$ , no permite obtener resultados cuantitativos aceptables para el rango de velocidades consideradas ni tampoco para los valores de máxima potencia

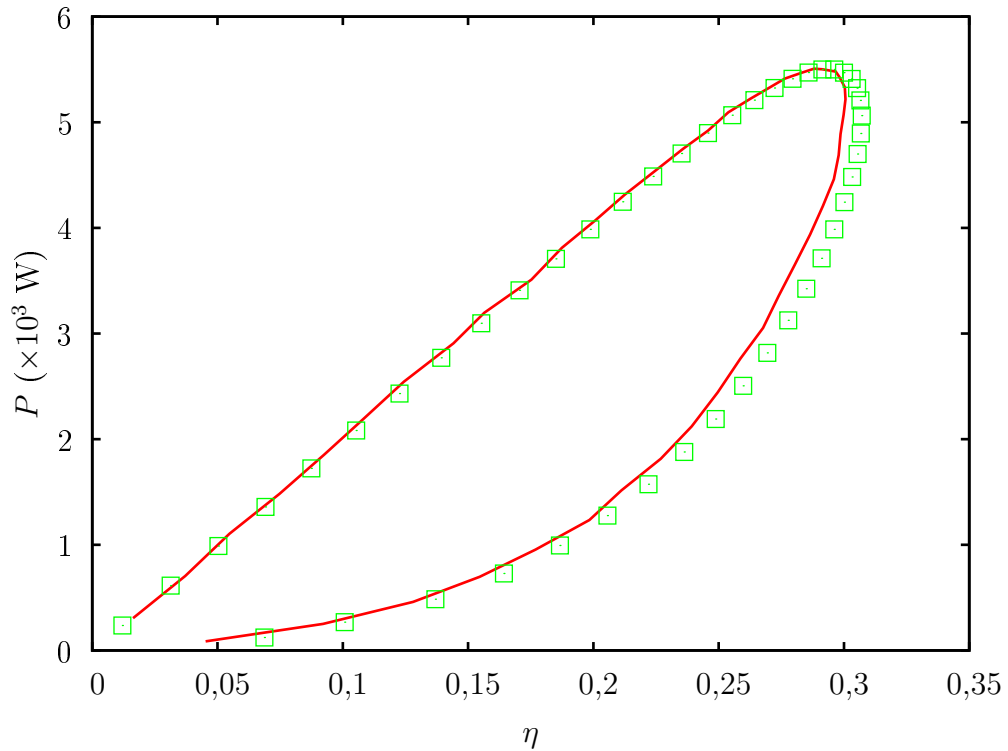


Figura 4.12: Diagrama  $P-\eta$  obtenido de la simulación numérica (línea) y del modelo teórico ( $\square$ ) considerando los ajustes polinómicos.

o máximo rendimiento.

A partir de las simulaciones se pueden obtener para cada  $\omega$ , la masa de gas que entra al cilindro en cada ciclo, las principales temperaturas del ciclo (mínima y máxima) y los parámetros de irreversibilidad asociados a las pérdidas internas,  $I_R$  y a la transferencia de calor,  $\varepsilon$ . Ambos parámetros de irreversibilidad presentan comportamientos parabólicos en el rango de velocidades estudiado, con un mínimo para  $I_R(\omega)$  y un máximo para  $\varepsilon(\omega)$ , alrededor de los 160 rad/s para ambos. El uso de los ajustes polinómicos para estos parámetros en el modelo teórico permite reproducir cuantitativamente los resultados de la simulación, en todo el intervalo de velocidades así como los valores de potencia y rendimiento máximos. Los valores promedios de los parámetros de irreversibilidades obtenidos a partir de la simulación  $\bar{I}_R$  y  $\bar{\varepsilon}$ , son comparables a los utilizados en trabajos previos.

A modo de verificación, en la figura 4.13 se muestra cómo cambia el diagrama

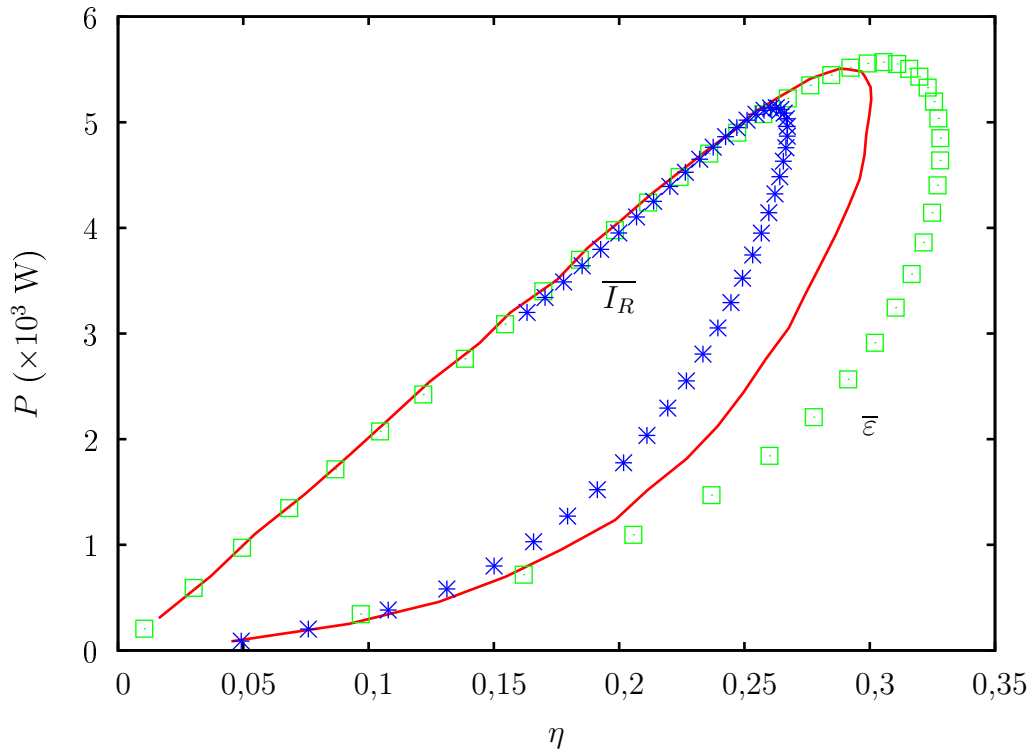


Figura 4.13: Comparación del diagrama  $P - \eta$ , simulado (línea continua) con los obtenidos a partir del modelo de TTF con los valores promedios de los parámetros,  $\bar{I}_R$  y  $\bar{\varepsilon}$ .

$P - \eta$  en el modelo teórico, cuando se considera el valor promedio del parámetro de irreversibilidad,  $\bar{I}_R$ , en lugar de su polinomio, así como también el valor promedio de  $\bar{\varepsilon}$  y se comparan con los resultados considerando el aporte de todos los polinomios. Se verifica que la consideración de estos valores promedios, utilizados independientemente en el modelo teórico, no son suficientes para reproducir los valores realistas de máxima potencia o rendimiento de la simulación. Esto significa que, para el modelo teórico estudiado los resultados de la simulación se pueden reproducir solamente si se consideran explícitamente las funciones de  $T_1(\omega)$ ,  $T_3(\omega)$ ,  $m(\omega)$ ,  $I_R(\omega)$  y  $\varepsilon(\omega)$ .

En resumen, un modelo teórico simple basado en consideraciones básicas de termodinámica incluyendo explícitamente la reacción química, con irreversibilidades asociadas a la fricción, transferencia de calor e irreversibilidades internas es capaz

de reproducir los resultados de un sofisticado modelo de simulación de un motor de cuatro tiempos de encendido por chispa. Cuando se comparan los resultados numéricos con los del modelo teórico se obtiene una idea física de las irreversibilidades globales que provocan pérdidas de potencia y rendimiento, y además, la forma de cuantificarlas.

# Capítulo 5

## Optimización termodinámica del sistema

Desde sus inicios hasta la fecha los motores de combustión interna han evolucionado considerablemente. Durante mucho tiempo, debido al fuerte crecimiento de la demanda de estas máquinas y al bajo coste del petróleo, la mayoría de los esfuerzos se centraban principalmente en el aumento de la potencia. En los últimos años los estudios ambientales y las regulaciones modificaron el rumbo de las investigaciones enfocándolas en disminuir las emisiones y mejorar los rendimientos. Los simuladores numéricos han demostrado ser herramientas idóneas para el análisis y la optimización en el diseño de estos motores. Estas herramientas son una alternativa económica y complementaria al análisis de motores reales en el laboratorio. Permiten reproducir resultados con suficiente precisión, de tal forma que se puede descartar una hipótesis errónea, o bien sirven como base de investigaciones más profundas acerca de nuevos motores e innovaciones.

El presente capítulo analiza la influencia de diferentes parámetros de diseño y de funcionamiento, sobre la potencia y rendimiento de un motor de encendido por chispa, mediante el uso de la simulación *cuasi-dimensional*, detallada en capítulos anteriores. A los resultados de la simulación se le aplican las técnicas usuales de la TTF con el objetivo de proponer valores óptimos para las variables seleccionadas. Estas técnicas, como se vio anteriormente en los capítulos 3 y 4 proponen, entre otras

cosas, el análisis de las variables de desempeño mediante la función implícita que define la curva potencia-rendimiento [44], una visión discriminada de las diferentes fuentes de irreversibilidad a través del análisis de las pérdidas de trabajo y permiten definir una función objetivo a optimizar a partir de un parámetro elegido arbitrariamente. También, la fusión de ambos enfoques, el teórico y el de simulación, facilita, además de proponer valores óptimos (siempre interesantes desde un punto de vista, por ejemplo de sistemas de control [1]), entender la base física del procedimiento de optimización y sus consecuencias.

En las simulaciones se considera al igual que en los capítulos anteriores el combustible de referencia para los motores de ciclo Otto, iso-octano ( $C_8H_{18}$ ). La reacción química que se utiliza es la descrita en el apéndice F, considerando disociación.

Cuadro 5.1: Parámetros geométricos y de configuración para el modelo de simulación numérica.

$V_{\text{cil}}$ , volumen del cilindro	$8,0 \times 10^{-4} \text{ m}^3$
$a$ , radio del cigüeñal	$4,8 \times 10^{-2} \text{ m}$
$B$ , diámetro del pistón	$9,6 \times 10^{-2} \text{ m}$
$R_{sb}$ , relación carrera-diámetro	1
$r$ , relación de compresión	8
$\mu$ , coeficiente de fricción	16,0 kg/s
$p_{\text{in}}$ , presión de entrada	$0,75 \times 10^5 \text{ Pa}$
$T_{\text{in}}$ , temperatura de entrada	350,0 K
$p_{\text{ex}}$ , presión del escape	$1,05 \times 10^5 \text{ Pa}$
$T_{\text{ex}}$ , temperatura del escape	600 K
$T_w$ , temperatura de pared	500 K
$\varphi_0$ , avance del encendido	$330^\circ$
$\phi$ , relación de equivalencia combustible-aire	1,0

En la tabla 5.1 se describen los principales parámetros geométricos y de configuración utilizados en la simulación. Los demás parámetros se pueden encontrar

en el apéndice D. Estos parámetros se toman a modo de referencia, dado que se modificarán algunos de ellos para estudiar la sensibilidad del desempeño del motor. De esta forma se intenta establecer una configuración óptima para los parámetros de diseño y de funcionamiento.

Es interesante mencionar que en TTF comúnmente se establece un punto de trabajo que se encuentra entre el máximo rendimiento y la máxima potencia [46]. Cuando se utilizan los motores de combustión interna, por ejemplo, en los coches, el estado de operación no es estacionario, sino que dependiendo de las condiciones externas y las necesidades de conducción, se requiere más o menos potencia por parte del motor. Por lo tanto, para acercarse más a las condiciones reales de operación, este trabajo considera un régimen de operación variable. A diferencia de la TTF (que determina un punto de operación definido por una potencia y un rendimiento específicos), aquí no hay un punto de trabajo si no un intervalo, en el cual la potencia varía desde 0 a su máximo posible,  $P_{\text{máx}}$ .

Como referencia se mencionan los trabajos de Descieux y otros [45], que analizan el comportamiento de las curvas potencia-rendimiento generadas a partir de un modelo *cero-dimensional*, de un ciclo diesel y Curto-Risso y otros [78], que estudian la optimización de un modelo *cuasi-dimensional* de un motor de encendido por chispa, mediante herramientas de TTF.

## 5.1. Parámetros de diseño del cilindro

El objetivo de las siguientes subsecciones es analizar el efecto que producen algunos parámetros de diseño, relacionados con la geometría de la cámara de combustión, en las variables de desempeño de un motor de encendido por chispa, tales como: la localización de la ignición, la relación entre la carrera y el diámetro, la relación de compresión y el volumen de la cámara. Y así, establecer una configuración óptima de trabajo o establecer un criterio de optimización adecuado para este tipo de máquinas.

### 5.1.1. Localización de la ignición

La localización de la ignición,  $R_c$ , es la distancia que hay desde el centro del cilindro hasta el núcleo donde comienza a desarrollarse el frente de llama. Cuando no se consideran fluctuaciones del fluido cerca de la bujía,  $R_c$  coincide con la posición de la misma. En el apéndice C se describe con detalle el cálculo de la evolución del área del frente de llama (considerado esférico) a partir de su geometría y de la cámara de combustión. El área del frente de llama depende fuertemente de  $R_c$ : cuánto más se acerque  $R_c$  al radio del cilindro, el frente de llama alcanzará la pared del cilindro en menos tiempo y su área se verá reducida, mientras que cuánto más se acerque  $R_c$  al centro del cilindro, el frente de llama tarda más en alcanzar las paredes, desarrollándose con un área mayor.

La figura 5.1a muestra la influencia de la posición de la bujía en la potencia,  $P$ , para un rango de velocidades de giro de 20 a 400 rad/s y tres posiciones de  $R_c$ : 0 mm (ignición centrada), 10 mm y 20 mm. La posición centrada de la ignición corresponde a los valores más elevados de potencia en el rango de velocidades superiores a 75 rad/s. Para velocidades menores el comportamiento es el opuesto, pero las diferencias son inapreciables.

La evolución del rendimiento,  $\eta$ , en función de la velocidad de giro, parametrizado con  $R_c$ , se puede observar en la figura 5.1b. Éste se comporta de forma similar a la potencia,  $P$ , para valores superiores a 75 rad/s: la posición centrada de la bujía,  $R_c = 0$  mm, corresponde a los valores más elevados, mientras que para valores inferiores la posición más alejada,  $R_c = 20$  mm, devuelve resultados más elevados. A pesar de ser más notoria la diferencia, a bajas velocidades, en  $\eta$  que en  $P$ , en ambos casos se puede decir que no hay una mejora considerable, al utilizar un  $R_c$  alto. Sin embargo, a altas velocidades, la ganancia entre utilizar una posición centrada y una alejada del centro de la ignición es para la potencia del orden de un 10 % y para el rendimiento del orden de 2 %.

Una visión global del comportamiento de los parámetros de desempeño del motor se puede obtener a partir de una de las herramientas más utilizadas en la TTF, el diagrama de potencia-rendimiento, figura 5.2. Se ve claramente cómo la posición centrada aumenta tanto la máxima potencia como el máximo rendimiento. Esto se debe a que, cuando la chispa es centrada el frente de llama es mayor, por lo



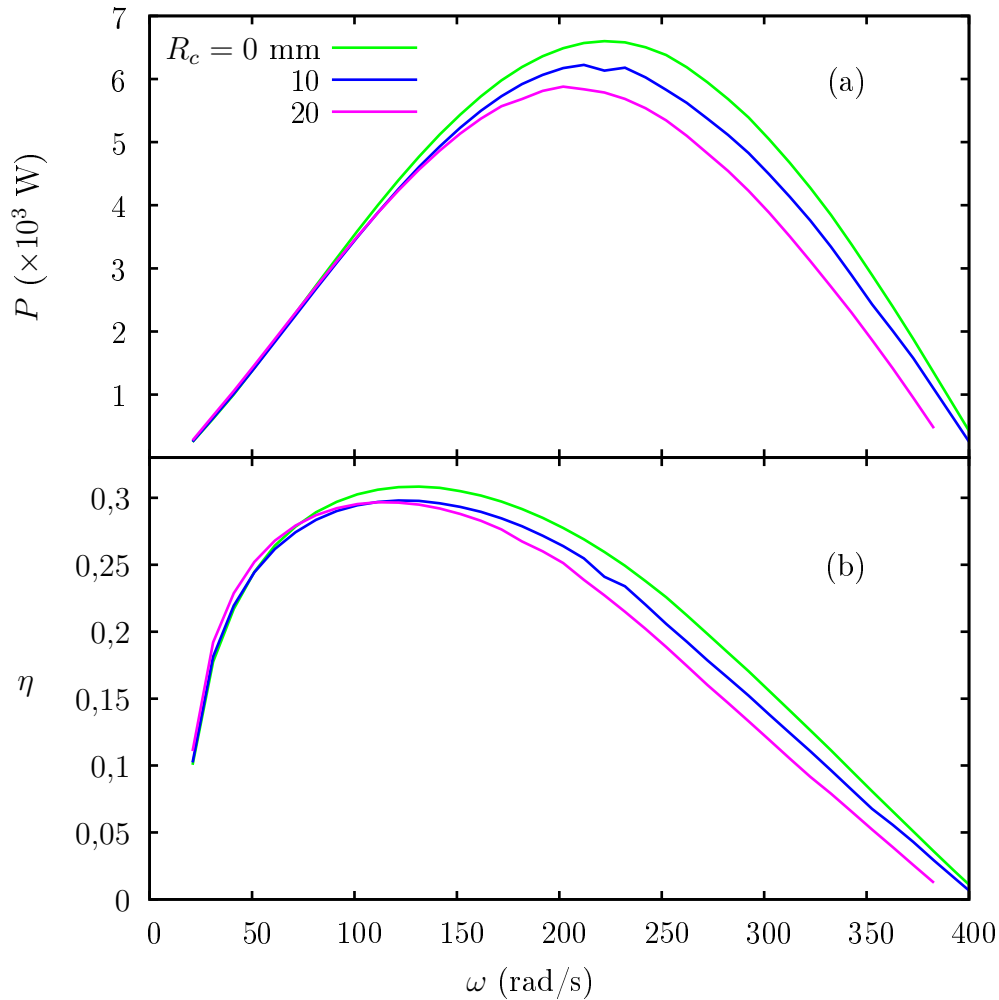


Figura 5.1: (a) Potencia de salida a partir de la simulación para diferentes posiciones de la bujía,  $R_c$ . (b) Rendimiento,  $\eta$ , para las mismas condiciones.

tanto mejora el área de intercambio y aumenta la velocidad de combustión. No obstante como se mencionó anteriormente, dado que este tipo de máquinas trabajan a potencia variable, dependiendo de las necesidades, el motor puede trabajar a bajas o altas potencias.

Es importante destacar que dado que el aumento en la velocidad de combustión provoca un aumento en la presión dentro de la cámara a veces se pueden superar

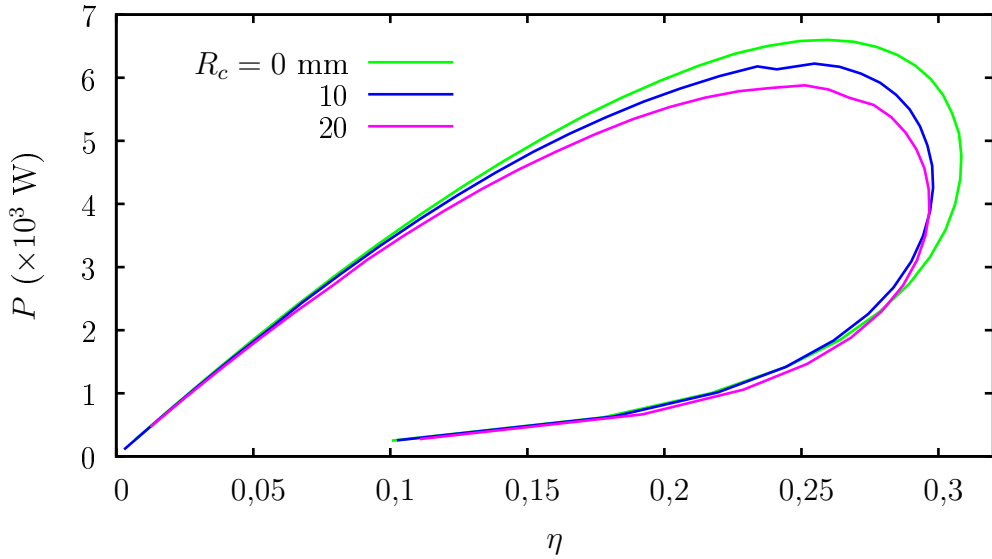


Figura 5.2: Diagrama  $P - \eta$  a partir de la simulación para diferentes posiciones de la bujía,  $R_c$ .

los límites de la autodetonación o autoignición del combustible<sup>1</sup>, derivando en una reducción de potencia y rendimiento. Taylor [63] menciona que esta es la principal causa por la que en diseños habituales de motores la posición de la bujía no es centrada, lo que confirma los resultados, dado que las presiones son más elevadas a medida que  $R_c \rightarrow 0$ . Debido a que el modelo que se utiliza en este trabajo no considera los efectos de la autodetonación, este estudio será válido únicamente para combustibles con niveles de octanaje<sup>2</sup> suficientemente elevados, de tal forma que los efectos de la autodetonación sean insignificantes.

Otro resultado interesante a partir de la evolución de la potencia y el rendimiento en función de  $\omega$ , es que dada una velocidad de giro, los máximos valores para  $\eta$  y  $P$  se obtienen con el mismo  $R_c$ . Este fenómeno se debe a que la relación entre la potencia y el rendimiento es la energía química que entra al sistema con el combustible,  $\eta = |W|/(m_f Q_v^i)$  (ecuación (2.71)) y dado que ésta no depende de  $R_c$ , cuando  $P$  aumenta ( $W$  aumenta),  $\eta$  también lo hará. Esta característica será también interesante cuando

<sup>1</sup>Capacidad que tiene un elemento combustible de comenzar la combustión sin necesidad de una adición de energía externa.

<sup>2</sup>Medida de la resistencia a reaccionar que a altas presiones que tiene un combustible.

se analicen los efectos de, por ejemplo, la relación carrera-diámetro o el avance del encendido.

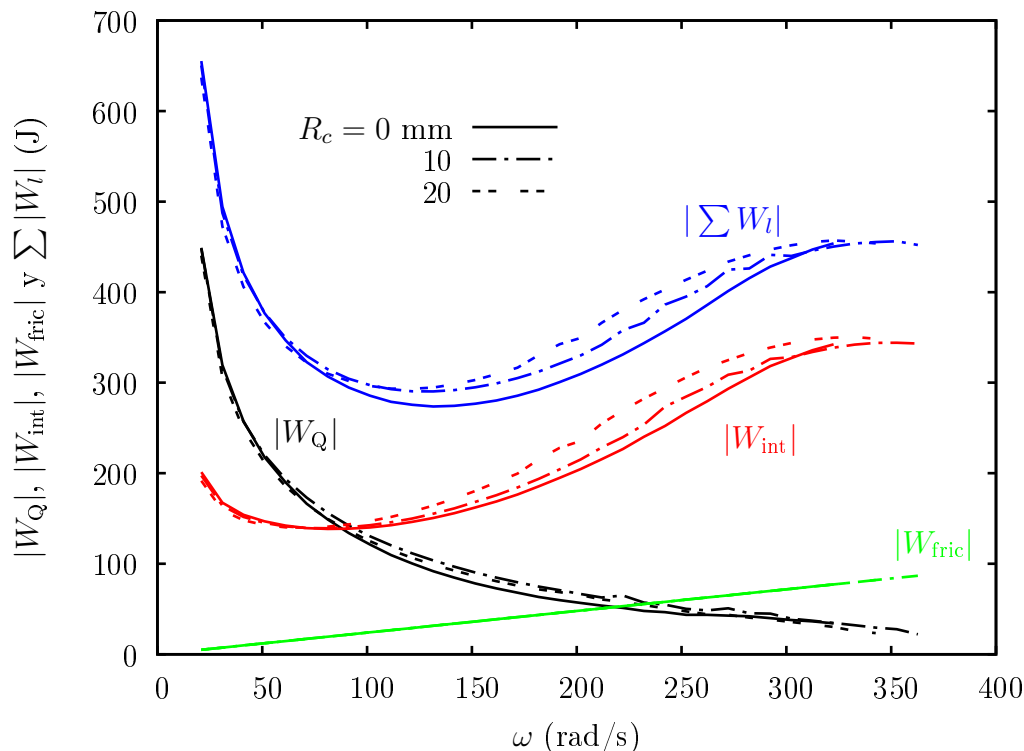


Figura 5.3: Análisis de las pérdidas de trabajo como función de la velocidad de giro del motor para diferentes posiciones de la ignición.

Desde otro punto de vista, es interesante analizar el efecto de  $R_c$  en términos de las pérdidas de trabajo, introducidas en la sección 3.1, que para las simulaciones se calculan según se muestra en la sección 4.2. A modo de ilustración, en la figura 5.3 se describen las pérdidas asociadas a la transferencia de calor,  $|W_Q|$ , fricción,  $|W_{fric}|$  y a las irreversibilidades internas,  $|W_{int}|$ . También se representa la suma de todas las pérdidas de trabajo,  $|\sum W_i|$ , ecuación (3.4), para tres valores de  $R_c$ . A partir de la figura se puede observar en términos generales que a bajas revoluciones las pérdidas totales,  $|\sum W_i|$ , son dominadas por la transferencia de calor,  $|W_Q|$ , pero a velocidades intermedias y altas la contribución a las pérdidas totales de las irreversibilidades internas,  $|W_{int}|$ , se vuelve más importante. Las pérdidas por fricción,  $|W_{fric}|$ , son independientes de  $R_c$  y según el modelo crecen linealmente con  $\omega$ . La fi-

gura 5.3 muestra particularmente el efecto de  $R_c$  en las pérdidas totales, que a partir de los 75 rad/s adoptan su valor mínimo para la posición centrada. Coherentemente con los resultados obtenidos de la potencia y el rendimiento, la posición centrada mejora el rendimiento tras disminuir las pérdidas de trabajo.

### 5.1.2. Relación carrera-diámetro

La relación carrera-diámetro,  $R_{sb}$ , es el cociente entre la carrera del pistón,  $2a$ , que corresponde al doble del radio del cigüeñal, y el diámetro del cilindro,  $B$ , representada en la siguiente ecuación:

$$R_{sb} = \frac{2a}{B} \quad (5.1)$$

En el presente apartado se analiza la sensibilidad de los parámetros de desempeño,  $P$  y  $\eta$  al efecto de la variación de  $R_{sb}$ . Para poder calcular el efecto sin perturbaciones secundarias, es necesario establecer los cambios de  $B$  y  $a$  manteniendo el volumen máximo de la cámara,  $V_{cil}$  y la relación de compresión,  $r$ , constantes. Para ello se utilizan las siguientes ecuaciones derivadas de la geometría del sistema:

$$B = \left[ \frac{4(r-1)V_{cil}}{\pi r R_{sb}} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (5.2)$$

$$a = \left[ \frac{(r-1)V_{cil}}{2\pi r} \right]^{\frac{1}{3}} R_{sb}^{\frac{2}{3}} \quad (5.3)$$

donde  $V_{cil}$  y  $r$  son parámetros fijos, descritos en el cuadro 5.1 y  $R_{sb}$  varía entre: 0,2 y 1,5.

La figura 5.4a representa la variación de la potencia,  $P$ , en función de la velocidad de giro, para los diferentes  $R_{sb}$ . Se puede observar que la relación entre la potencia y  $R_{sb}$  no es lineal, si no que hay una dependencia con la velocidad de giro,  $\omega$ , la cual se acentúa a partir de los 100 rad/s. Sin embargo, a pesar de esta relación con  $\omega$ , se observa un efecto claramente significativo de  $R_{sb}$  en la potencia: un incremento hacia valores intermedios de  $R_{sb}$  y resultados bajos en los extremos. Particularmente los valores de  $R_{sb} = 0,5$  y  $R_{sb} = 1,0$  dan como resultados las potencias más elevadas.

El rendimiento,  $\eta$ , en función de la velocidad de giro, parametrizado según  $R_{sb}$ , se representa en la figura 5.4b. El efecto de  $R_{sb}$  sobre  $\eta$  es similar al que se vio para

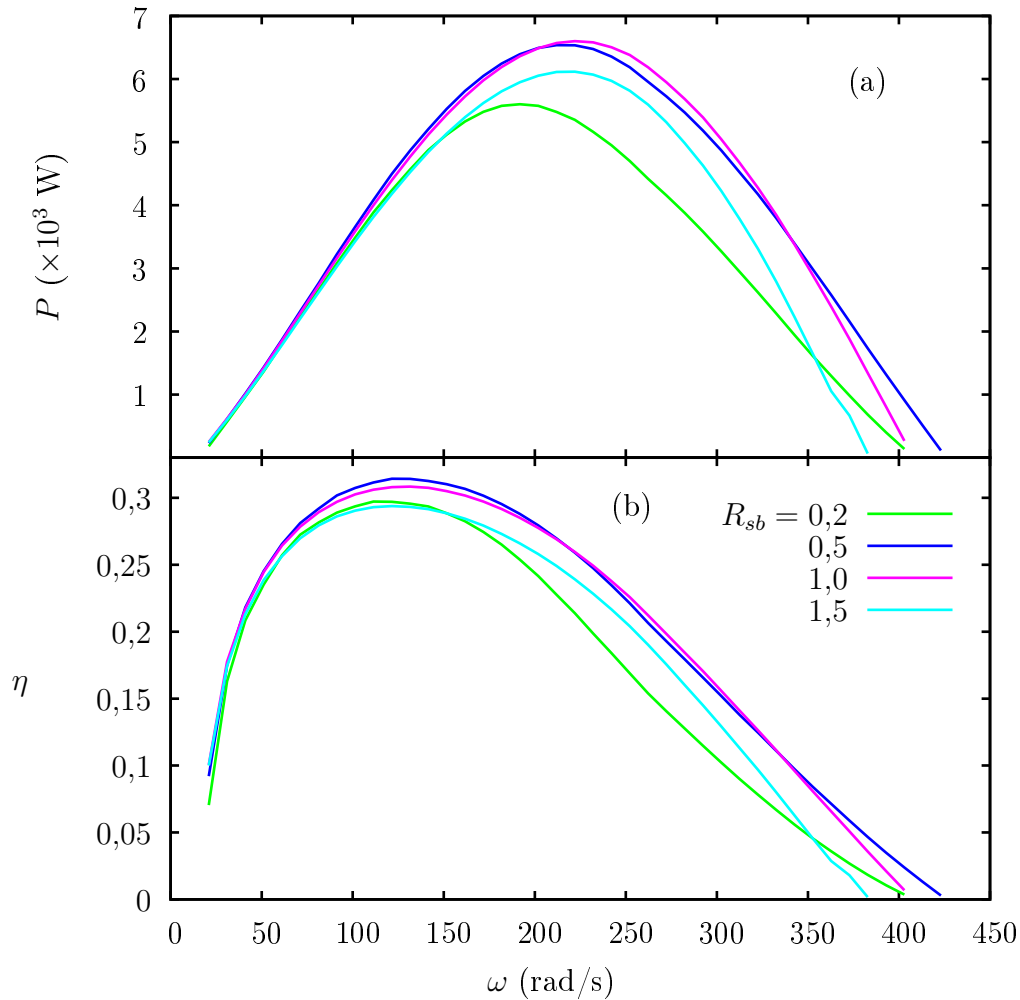


Figura 5.4: (a) Potencia de salida a partir de la simulación para diferentes relaciones entre la carrera del pistón y el diámetro del cilindro. (b) Rendimiento,  $\eta$ , para las mismas condiciones.

la potencia, presentando una dependencia con la velocidad de giro para diferentes  $R_{sb}$  y también se observan valores más elevados de  $\eta$  para  $R_{sb} = 0,5$  y  $R_{sb} = 1,0$ .

Si bien queda claro que  $R_{sb} = 0,5$  y  $R_{sb} = 1,0$  devuelven los mayores valores de potencia y rendimiento, observando únicamente las figuras 5.4a y 5.4b no se puede discernir cual de los dos valores puede ser más interesante, ya que  $R_{sb} = 0,5$  da el má-

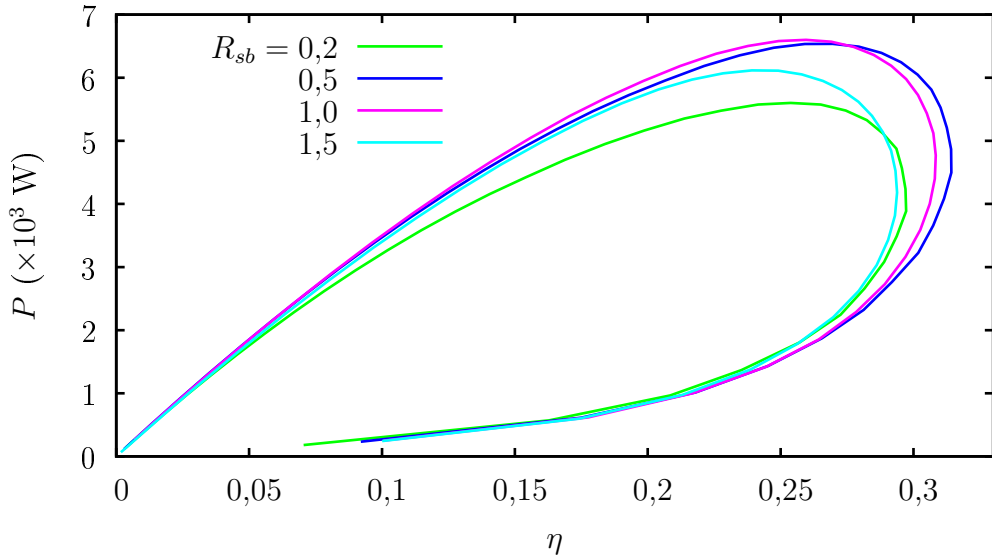


Figura 5.5: Diagrama  $P - \eta$  a partir de la simulación para diferentes relaciones entre la carrera del pistón y el diámetro del cilindro.

ximo rendimiento y además buenos valores de potencia, pero  $R_{sb} = 1,0$  da la máxima potencia y buenos valores de rendimiento. Para esto el diagrama  $P - \eta$ , figura 5.5, obtenido eliminando  $\omega$  como variable paramétrica, permite tener una visión más clara del efecto. Teniendo en cuenta que la potencia puede variar dependiendo de las necesidades del motor, un posible objetivo o criterio de optimización sería obtener el máximo rendimiento para cada valor de potencia requerido. La curva correspondiente a  $R_{sb} = 1,0$  da la mayor potencia máxima alcanzable,  $P_{\text{máx}}^{1,0}$  y la que corresponde a  $R_{sb} = 0,5$  presenta una potencia máxima un 1% menor,  $P_{\text{máx}}^{0,5} = 0,99P_{\text{máx}}^{1,0}$ . No obstante, esta última mejora los valores de rendimiento en la franja de potencia que va desde 0 a  $P_{\text{máx}}^{0,5}$ , particularmente el rendimiento máximo,  $\eta_{\text{máx}}^{0,5}$  es un 2% mayor que  $\eta_{\text{máx}}^{1,0}$ .

En la figura 5.6 se muestran los efectos de la variación de  $R_{sb}$  en las pérdidas de trabajo, causadas por la transferencia de calor,  $|W_Q|$ , fricción,  $|W_{\text{fric}}|$  y a las irreversibilidades internas,  $|W_{\text{int}}|$ , junto con la suma de todas las pérdidas de trabajo,  $|\sum W_l|$ .

Se puede observar cómo las pérdidas totales son mínimas a velocidades inferiores a 250 rad/s, para  $R_{sb} = 0,5$ . Nótese que, fijando  $R_{sb} = 0,5$ , para velocidades superio-

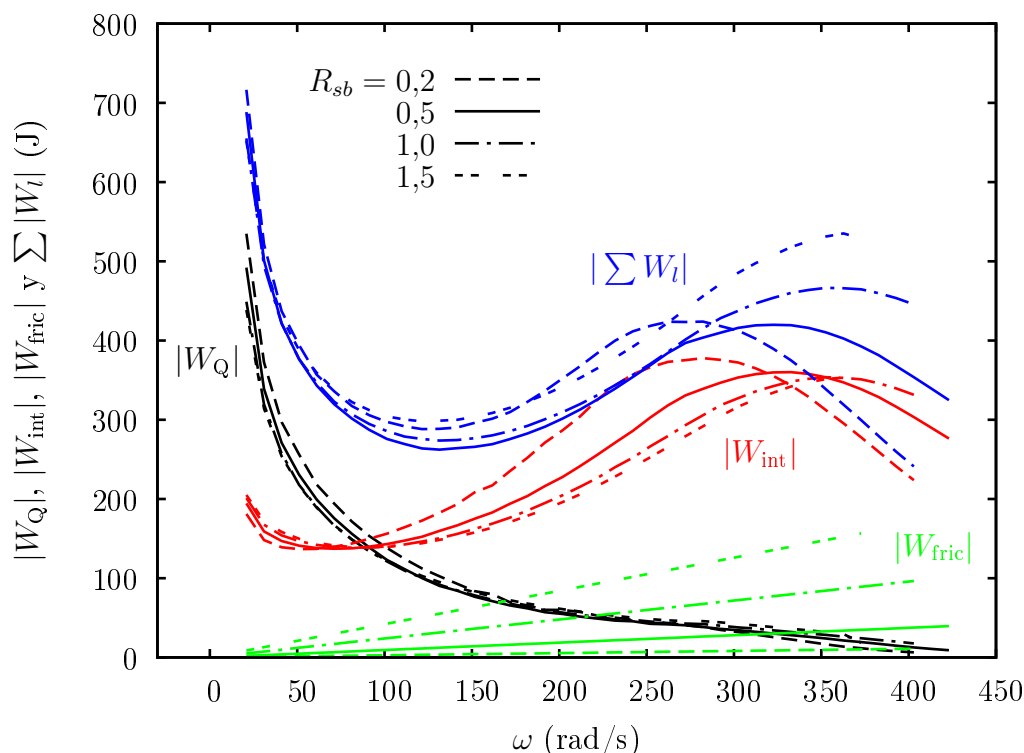


Figura 5.6: Análisis de las pérdidas de trabajo como función de la velocidad de giro del motor para para diferentes  $R_{sb}$ .

res a 220 rad/s (potencia máxima) la potencia y el rendimiento presentan pendientes negativas, véase la figura 5.4a y 5.4b, y un aumento en la velocidad de giro produce un decremento en ambas magnitudes. Generalizando, se puede considerar la velocidad a máxima potencia (en este caso aproximadamente 220 rad/s) como límite de operación. Para cualquier velocidad superior a ésta, se puede encontrar una inferior que devuelva la misma potencia y un rendimiento mayor.

Si se toman en cuenta todas las curvas se puede observar que el efecto de variar  $R_{sb}$  en las pérdidas, también varía con  $\omega$ . Las diferencias entre las pérdidas de trabajo debido a la transferencia de calor son significativas únicamente a velocidades inferiores a 150 rad/s. Lo contrario sucede con las pérdidas debido a las irreversibilidades internas, donde las diferencias son considerables a partir de 100 rad/s. Las pérdidas por fricción son proporcionales a la velocidad y su constante de proporcionalidad aumenta con  $R_{sb}$ . La conjunción de todos estos ingredientes muestra dos

configuraciones en el comportamiento de las pérdidas totales. A bajas velocidades ( $\omega < 50$  rad/s) los  $R_{sb}$  mayores minimizan  $|\sum W_l|$  y de 50 a 250 rad/s,  $R_{sb} = 0,5$  minimiza las pérdidas totales. Lo cual sugiere que para los parámetros considerados hay un óptimo en este valor.

### 5.1.3. Relación de compresión

La relación de compresión,  $r$ , es el cociente entre el máximo y el mínimo volumen de la cámara. A pesar de no ser un cociente de presiones, mantiene una relación directa con éste. Cuando la relación de compresión,  $r$ , aumenta también lo hará la presión máxima del ciclo, lo que, en una primera instancia, se puede traducir en un aumento en la potencia,  $P$  y el rendimiento,  $\eta$ . Para poder comparar de forma adecuada y no agregar efectos secundarios no deseados, siguiendo la misma idea que en el análisis de  $R_{sb}$ , es necesario que el volumen de la cámara,  $V_{cil}$  y  $R_{sb}$  permanezcan constantes. Las ecuaciones (5.2) y (5.3) se utilizan para calcular  $a$  y  $B$  de tal forma que  $V_{cil}$  y  $R_{sb}$  permanezcan constantes en los valores que se obtienen a partir del cuadro 5.1.

Según las figuras 5.7a y 5.7b los resultados son claros: la potencia,  $P$  y el rendimiento,  $\eta$ , crecen considerablemente cuando la relación de compresión,  $r$ , aumenta. Sin embargo, para valores de velocidades inferiores a 50 rad/s, el comportamiento parece revertirse. Si en el diagrama  $P - \eta$  representado en la figura 5.8, se considera, por ejemplo, una potencia de  $0,6 \times 10^3$  W, para  $r = 6$  el rendimiento vale  $\eta = 0,184$  y para  $r = 10$  vale  $\eta = 0,166$ , lo que corresponde a un aumento del 10%. Esto sugiere que si las revoluciones a ralentí son lo suficientemente bajas, es más económico una relación de compresión pequeña (lo suficientemente alta como para que el motor arranque).

La figura 5.8 también muestra que un incremento de la relación de compresión,  $r$ , de 6 a 10, provoca un aumento en la máxima potencia en un 76% y en el máximo rendimiento en un 25%. A primera vista parece que cuanto más elevada sea la relación de compresión, mejores resultados se obtienen. Esto es cierto en la medida que el combustible sea capaz de trabajar a las elevadas presiones que impone la relación de compresión. Nuevamente hay que tener en cuenta la autoignición, que es la que impone el límite de presión a la que puede trabajar el sistema. Para los



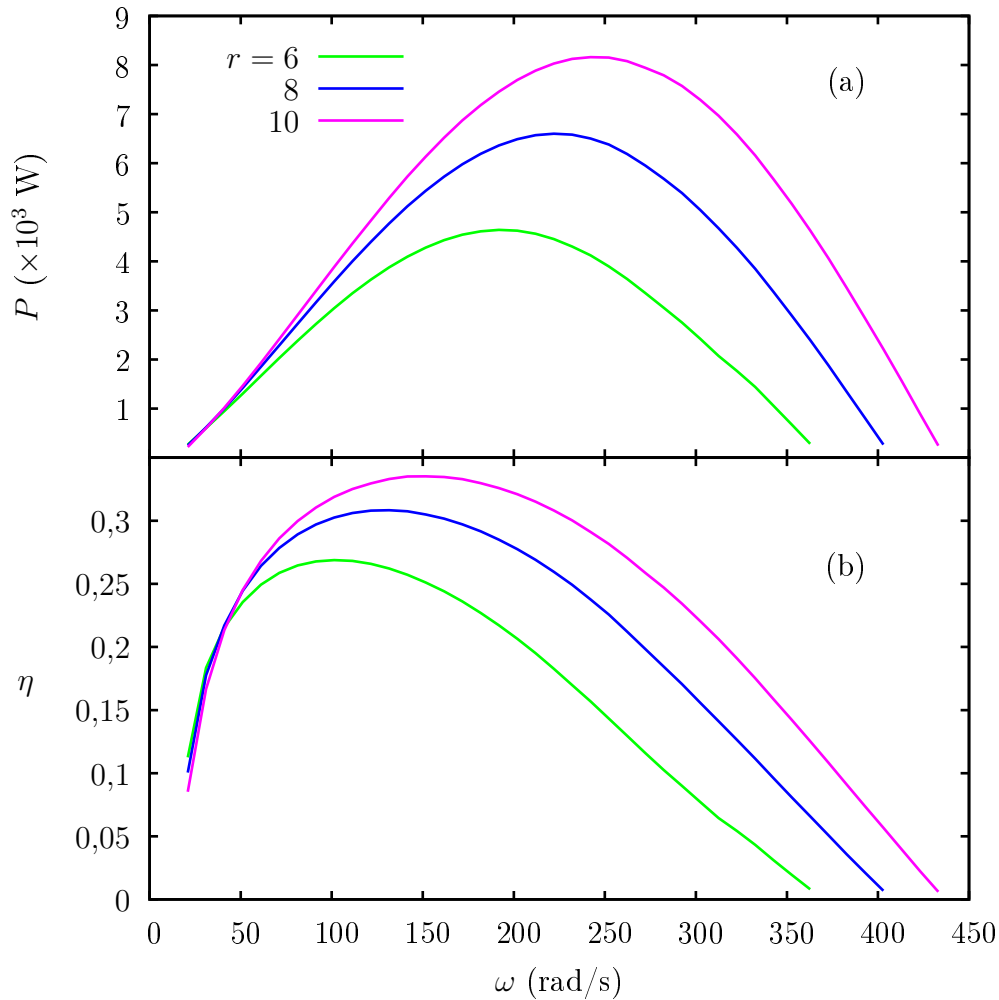


Figura 5.7: (a) Potencia de salida,  $P$ , a partir de la simulación para diferentes relaciones de compresión,  $r$ . (b) Rendimiento,  $\eta$ , bajo las mismas condiciones.

motores de gasolina, la relación de compresión se encuentra normalmente en el rango de 7 a 11, a medida que los combustibles han ido mejorando su nivel de octanaje, a lo largo de los años, las relaciones de compresión han ido aumentando, mejorando los niveles de potencia y rendimiento máximos alcanzados.

Para observar el comportamiento desde otro punto de vista, en la figura 5.9 se representan las pérdidas de trabajo. En términos generales a bajas velocidades

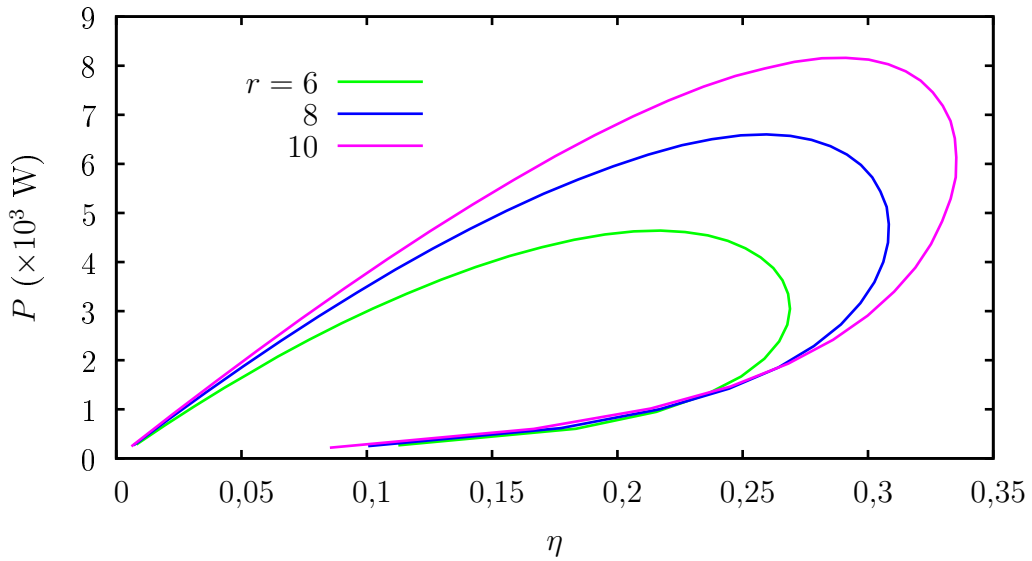


Figura 5.8: Diagrama  $P - \eta$  a partir de la simulación para diferentes relaciones de compresión,  $r$ .

prevalecen las pérdidas por transferencia de calor y a altas velocidades las provocadas por las irreversibilidades internas y por las fuerzas de fricción. Cada curva de pérdidas totales presenta un mínimo que coincide aproximadamente con el máximo rendimiento.

Si se observan con atención las curvas de pérdidas totales, a priori el comportamiento parece no ser el esperado, dado que los resultados de máximo rendimiento y máxima potencia corresponden a máximas pérdidas, para velocidades menores a 200 rad/s. No obstante, esto se explica porque, como se dijo anteriormente,  $r$  está directamente relacionado con la presión de la cámara, en este caso particular con la presión durante el período de bombeo y ésta a su vez con el flujo de masa que entra al pistón. Cuando la relación de compresión aumenta la diferencia de presiones durante el período de bombeo crece, por lo tanto entra más combustible por ciclo al cilindro. A partir de este razonamiento se deducen las siguientes conclusiones:

- (i) La curva de rendimiento no necesariamente debe presentar la misma evolución que la curva de potencia, dado que una variación de la masa de combustible que entra por ciclo provoca una variación el denominador de la ecuación (2.71).

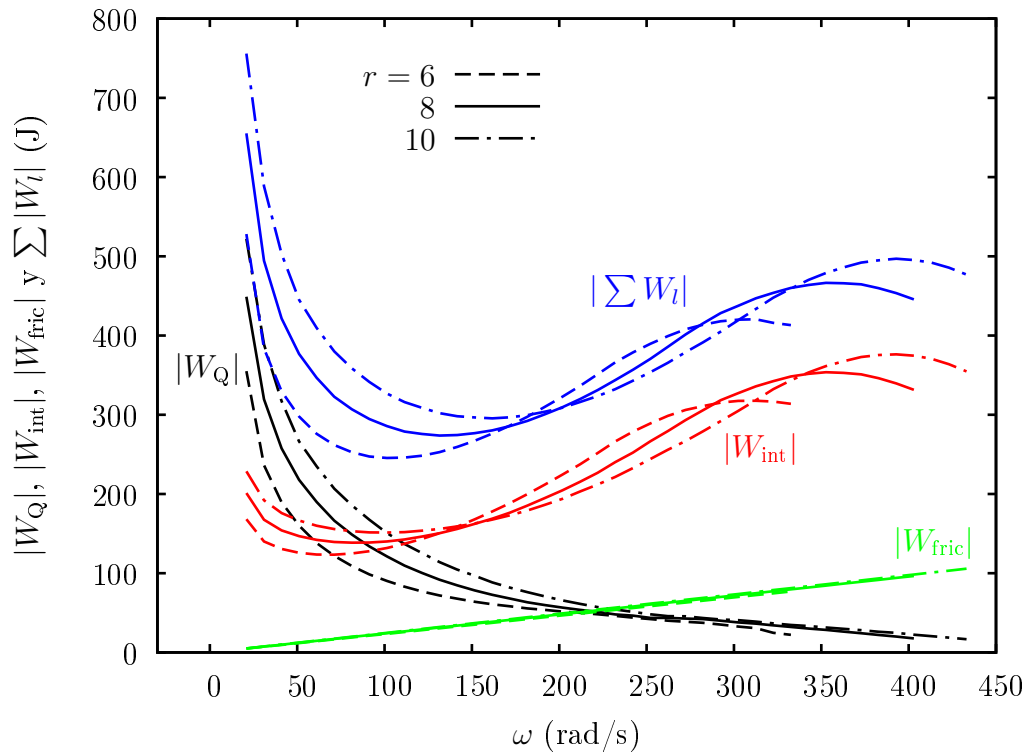


Figura 5.9: Análisis de las pérdidas de trabajo como función de la velocidad de giro del motor para para diferentes relaciones de compresión,  $r$ .

De esta forma el hecho de que el trabajo aumente implica un aumento en la potencia, pero no necesariamente un aumento en el rendimiento (que en este caso es lo que sucede para velocidades inferiores a 50 rad/s).

- (ii) Si el rendimiento se calcula como,  $\eta = (|W_{rev}| - |\Sigma W_l|)/(m_f Q_v^i)$ , el hecho de que las pérdidas de trabajo aumenten, no necesariamente implica una disminución de potencia o rendimiento, dado que el que aumente la masa de combustible que entra al cilindro, produce un aumento en las pérdidas, principalmente, por transferencia de calor, pero en mayor proporción lo hace el trabajo reversible. Esto da lugar a un aumento neto en la potencia y el rendimiento.

### 5.1.4. Volumen de la cámara

En este punto se analiza el efecto del cambio del volumen máximo de la cámara,  $V_{\text{cil}}$ , en los parámetros de desempeño. Antes de comenzar, hay que aclarar que existe una relación directa con la masa que entra al cilindro y el volumen máximo de la cámara, la cual se encuentra fuertemente ligada a la energía que entra al cilindro en cada ciclo. Por esta razón es más adecuado utilizar como indicador, la potencia por unidad de volumen o potencia volumétrica,  $P/V_{\text{cil}}$ , en lugar de la potencia y el trabajo por unidad de volumen o trabajo volumétrico,  $w = W/V_{\text{cil}}$ , en lugar del trabajo.

Al igual que en los análisis anteriores se fijan las variables complementarias y se calculan los valores de  $a$  y  $B$  correspondientes, según las ecuaciones (5.2) y (5.3), de tal forma que  $V_{\text{cil}}$  cambie, manteniendo constantes  $R_{sb}$  y  $r$  según los valores del cuadro 5.1.

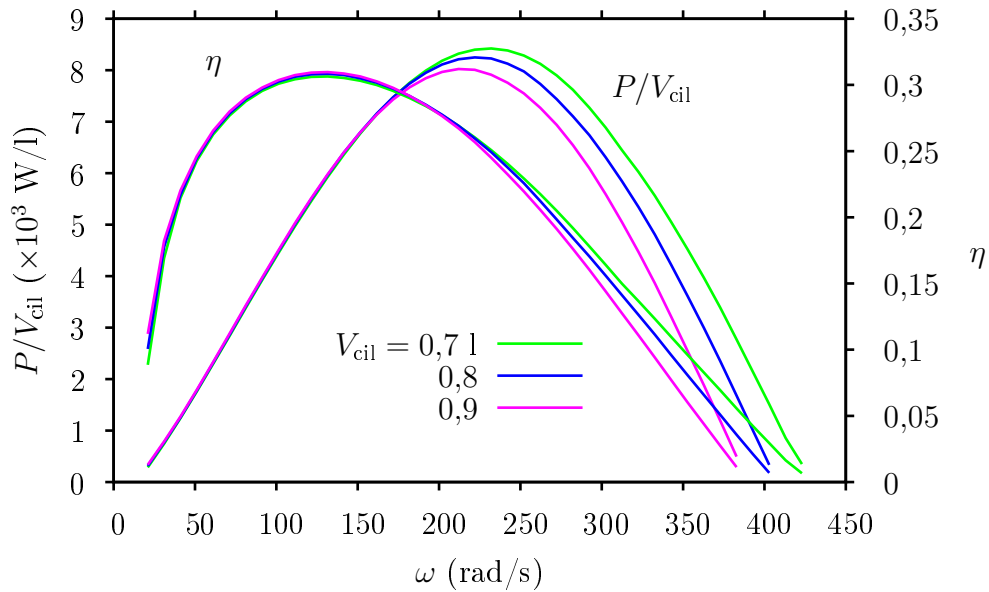


Figura 5.10: Potencia de salida por unidad de volumen,  $P/V_{\text{cil}}$  y rendimiento,  $\eta$ , a partir de la simulación para diferentes volúmenes de la cámara,  $V_{\text{cil}}$ .

En la figura 5.10 se muestran las curvas de la potencia por unidad de volumen,  $P/V_{\text{cil}}$ , y rendimiento,  $\eta$ , en función de la velocidad de giro,  $\omega$ , para diferentes vo-

lúmenes,  $V_{\text{cil}}$ . El efecto del cambio de volumen comienza a percibirse en la potencia por unidad de volumen a partir de los 160 rad/s. Los valores de potencia por unidad de volumen más elevados corresponden a  $V_{\text{cil}} = 0,7$  l, el rango útil en que se gana potencia con ese volumen va desde 160 a 240 rad/s. El aumento de  $P/V_{\text{cil}}$  máximo de pasar de  $V_{\text{cil}} = 0,9$  l a  $V_{\text{cil}} = 0,7$  l es de un 5 %.

El comportamiento del rendimiento,  $\eta$ , en función de la velocidad de giro para diferentes volúmenes,  $V_{\text{cil}}$ , es ligeramente diferente al de la potencia. Si bien la diferencia no es claramente visible en la figura 5.10, para velocidades menores a 190 rad/s los rendimientos más elevados se obtienen con el mayor volumen,  $V_{\text{cil}} = 0,9$  l. El crecimiento en el rendimiento máximo, por cambiar el volumen de  $V_{\text{cil}} = 0,7$  l a  $V_{\text{cil}} = 0,9$  l es de apenas un 1 %. Por encima de los 190 rad/s los valores más altos de rendimiento y potencia por unidad de volumen se obtienen con  $V_{\text{cil}} = 0,7$  l.

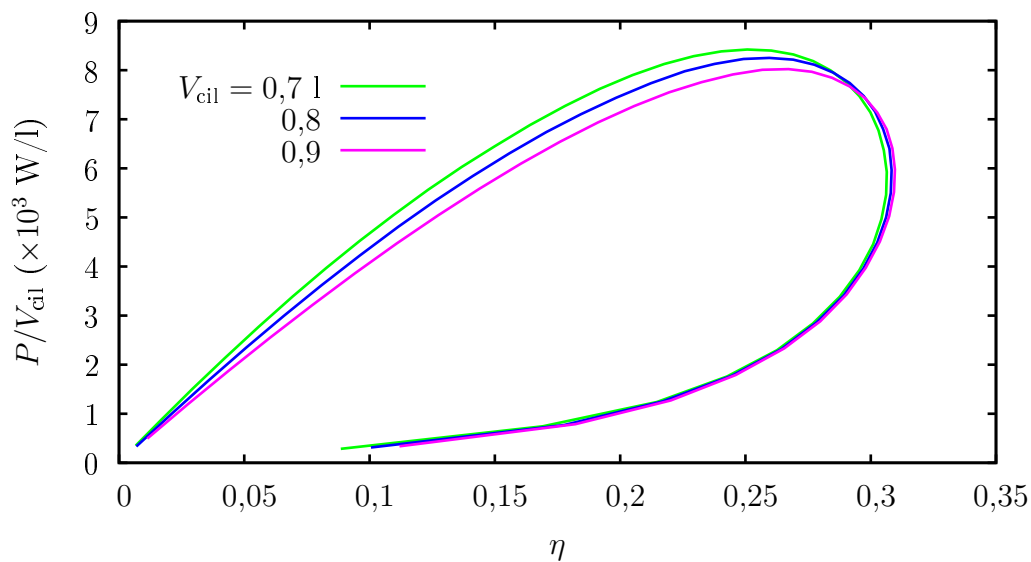


Figura 5.11: Diagrama  $P - \eta$  a partir de la simulación para diferentes volúmenes,  $V_{\text{cil}}$ .

Como complemento a la figura 5.10 se encuentra el diagrama  $P - \eta$ , representado en la figura 5.11. En él se puede observar el efecto del cambio de,  $V_{\text{cil}}$ , en la evolución del rendimiento y la potencia por unidad de volumen simultáneamente. Claramente se percibe la diferencia entre el funcionamiento con los diferentes volúmenes. Para velocidades inferiores a 200 rad/s, cuando se reduce el volumen de la cámara, se

percibe una pequeña reducción en el rendimiento,  $\eta$ , pero a velocidades superiores la potencia volumétrica,  $P/V_{\text{cil}}$ , aumenta. Esto sugiere que para la optimización hay que asumir un cierto compromiso entre la potencia por unidad de volumen y el rendimiento. Tomando en cuenta que un volumen de  $V_{\text{cil}} = 0,7$  l, produce aumentos en la potencia máxima (como máximo 5% en este caso) y la reducción en el rendimiento es suficientemente baja (no supera el 1% en esta ocasión), éste es el que entrega los mejores resultados cuando se quiere un buen intervalo de potencias de trabajo, con rendimientos aceptables.

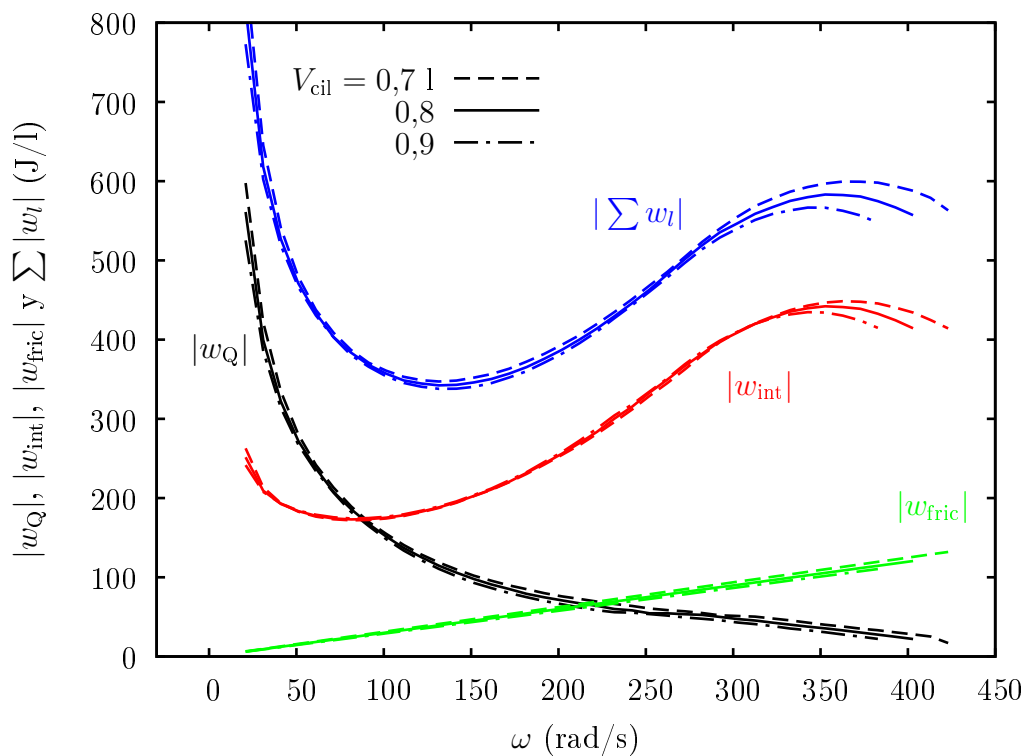


Figura 5.12: Análisis de las pérdidas de trabajo por unidad de volumen,  $w$ , como función de la velocidad de giro del motor para para diferentes volúmenes,  $V_{\text{cil}}$ .

En la figura 5.12 se representan las pérdidas de trabajo por unidad de volumen asociadas a: la transferencia de calor,  $|w_Q|$ , fricción,  $|w_{\text{fric}}|$  y a las irreversibilidades internas,  $|w_{\text{int}}|$ , también se representa la suma de todas las pérdidas de trabajo,  $|\sum w_i|$ . A grandes rasgos la evolución de las pérdidas de trabajo por unidad de volumen presenta el mismo comportamiento que las pérdidas de trabajo, a bajas ve-

locidades predominan las pérdidas por transferencia de calor,  $|w_Q|$  y a medida que la velocidad aumenta las pérdidas por irreversibilidades internas,  $|w_{\text{int}}|$  y por fricción,  $|w_{\text{fric}}|$ , se vuelven más significativas, describiendo un mínimo para las pérdidas totales,  $|\sum w_i|$ .

Para velocidades inferiores a 300 rad/s, el cambio de volumen no presenta un efecto significativo en las pérdidas de trabajo por unidad de volumen, la dispersión en cada una de las pérdidas de trabajo es mínima. A partir de esta velocidad las pérdidas provocadas por las irreversibilidades internas,  $|w_{\text{int}}|$ , presentan un leve aumento en la dispersión de las curvas para los diferentes volúmenes. Sin embargo, no se encuentra dentro del intervalo de velocidades útiles.

El hecho de que las pérdidas de trabajo totales por unidad de volumen sean parecidas, cuando varía el volumen de la cámara, mientras que las potencias describan una leve diferencia (para velocidades superiores a 160 rad/s), no implica una incongruencia en los métodos de análisis, sino que refleja su carácter complementario.

## 5.2. Parámetros de funcionamiento

En las siguientes subsecciones se presentan los principales resultados de la influencia sobre la potencia y el rendimiento de: el avance del encendido, el *fuel ratio* y la temperatura de la pared interna del cilindro. Además, se hace un análisis de optimización para estos parámetros. La idea principal es desarrollar de forma escalonada una optimización de los tres parámetros consecutivamente. Comenzando con el avance del encendido, se determinan las condiciones óptimas de este parámetro en función de la velocidad, después bajo estas condiciones se ajustan las condiciones para el *fuel ratio* y por último para la temperatura, siempre contemplando los resultados de la optimización previa.

### 5.2.1. Avance del encendido

La posición del cigüeñal en el momento en que se inicia la combustión, relativa al punto muerto superior (pms, el cual corresponde a  $360^\circ$ ) es un parámetro básico a tener en cuenta cuando se quiere obtener la máxima potencia o par posible. Generalmente la combustión comienza antes del final de la carrera de compresión, y dura

ente 30 y 100 grados del cigüeñal, terminando después del máximo nivel de presión alcanzado en el ciclo. Si la combustión se adelanta progresivamente con respecto al pms, el trabajo que ejerce el pistón sobre los gases durante la carrera de compresión aumenta. Por el contrario, si el tiempo de encendido se retarda, los picos de presión aparecen más avanzada la carrera de expansión, lo que provoca que su máximo decaiga. Como consecuencia, el trabajo útil durante la carrera de potencia se reduce. Normalmente, el ángulo de avance del encendido se encuentra en el intervalo entre el cierre de la válvula de admisión y el pms.

El análisis más común para un retraso del encendido óptimo se efectúa a una velocidad fija, como por ejemplo, la que corresponde al máximo par al freno, llamado en inglés *MBT timing*<sup>3</sup> [79], que tiene lugar cuando los citados efectos se compensan.

El objetivo particular aquí es encontrar el ángulo de avance del encendido (o ángulo de ignición) óptimo como función de la velocidad. Se verá que para cada requerimiento de potencia se puede determinar qué ángulo corresponde al máximo rendimiento.

A partir de la simulación se puede calcular la potencia,  $P$ , del motor para cualquier velocidad de giro,  $\omega$ , y para cualquier ángulo de avance del encendido,  $\varphi_0$ , o dicho de otra forma se obtiene  $P = P(\omega, \varphi_0)$ .

En la figura 5.13 se representan las curvas de  $P = P(\omega)$  parametrizadas con  $\varphi_0$  en un intervalo entre 300° y 350°. Se elige como criterio de optimización el tomar para cada  $\omega$  el valor de  $\varphi_0$  correspondiente a la máxima potencia posible correspondiente a esa velocidad. Si para cada  $\omega$  se escribe como  $\bar{\varphi}_0^P$  ese ángulo de ignición óptimo, se obtiene una serie discreta de pares  $(\omega, \bar{\varphi}_0^P)$ . Mediante una interpolación numérica se obtiene la función  $\bar{\varphi}_0^P = \bar{\varphi}_0^P(\omega)$ . Cuando la simulación incorpora este avance de encendido, dependiente de  $\omega$ , la curva de la potencia,  $\bar{P}(\omega)$ , representa una envolvente (en términos geométricos) a las potencias,  $P = P(\omega, \varphi_0)$ .

Es interesante mencionar que la función óptima,  $\bar{\varphi}_0^P(\omega)$ , es lineal y corresponde numéricamente a,  $\bar{\varphi}_0^P(\omega) = 363,85 - 0,27\omega$ , con  $\varphi_0$  en (°) y  $\omega$  en rad/s. Nótese que en el caso límite en que  $\omega \rightarrow 0$ , el ciclo termodinámico corresponde al ciclo de

---

<sup>3</sup>El MBT se define como el máximo par,  $M_{\text{máx}}$ , que puede alcanzar un motor, generalmente se mide mediante un dinamómetro y se cumple que  $P = \omega M_{\text{máx}}$ , donde  $P$  no necesariamente es la máxima potencia. El término de *brake* (freno) viene porque el dinamómetro frena al motor para mantener su velocidad constante.



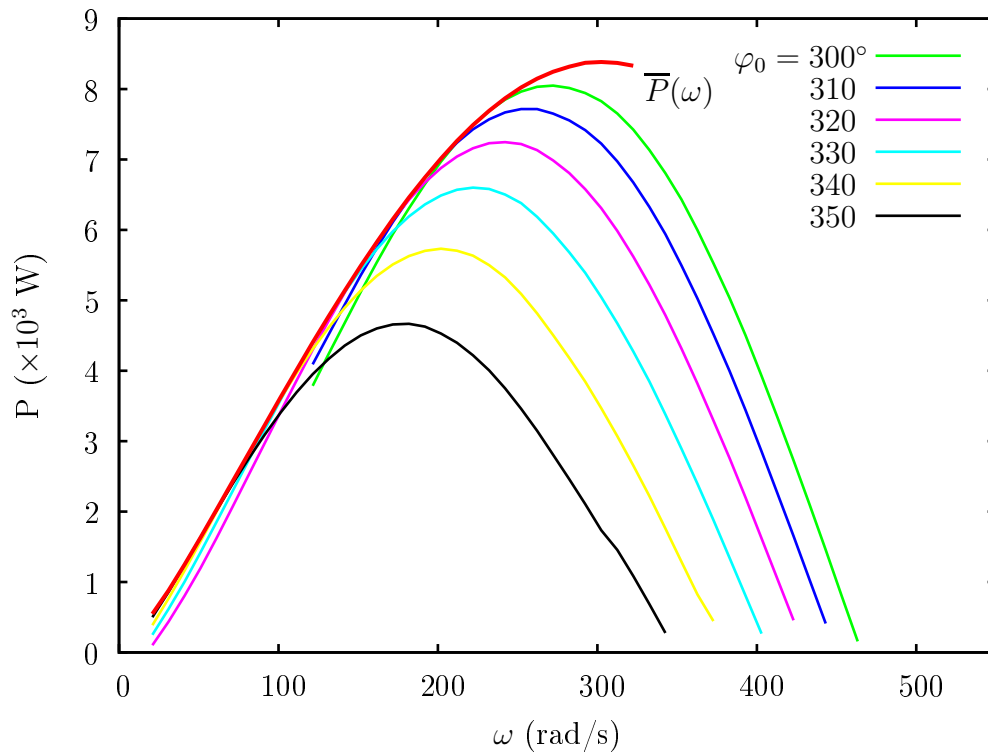


Figura 5.13: Potencia calculada por la simulación como función de la velocidad de giro del motor,  $\omega$ , para diferentes ángulos de ignición,  $\varphi_0$ . También se representa la envolvente,  $\bar{P} = \bar{P}(\omega)$ , obtenida a partir del ángulo de ignición, dependiente de la velocidad optimizado,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ .

Otto reversible dado que el tiempo de duración del ciclo sería infinito. En este caso  $\bar{\varphi}_0^P$  debería ser  $360^\circ$ , o lo que es lo mismo, que la combustión debería empezar en el pms. Los valores numéricos son ligeramente diferentes debido al ajuste numérico biparamétrico de la recta,  $\bar{\varphi}_0^P(\omega)$ .

Efectuando el mismo procedimiento para obtener el avance de encendido óptimo, pero maximizando el rendimiento se obtiene,  $\bar{\varphi}_0^\eta(\omega)$ . En la figura 5.14 se representan las curvas  $\eta = \eta(\omega, \varphi_0)$  parametrizadas a diferentes avances de encendido,  $\varphi_0$ . También se representa la envolvente a estas curvas,  $\bar{\eta}(\omega)$ , la cual representa el rendimiento obtenido con el ángulo de ignición (variable con la velocidad) correspondiente al máximo rendimiento posible para cada  $\omega$ .

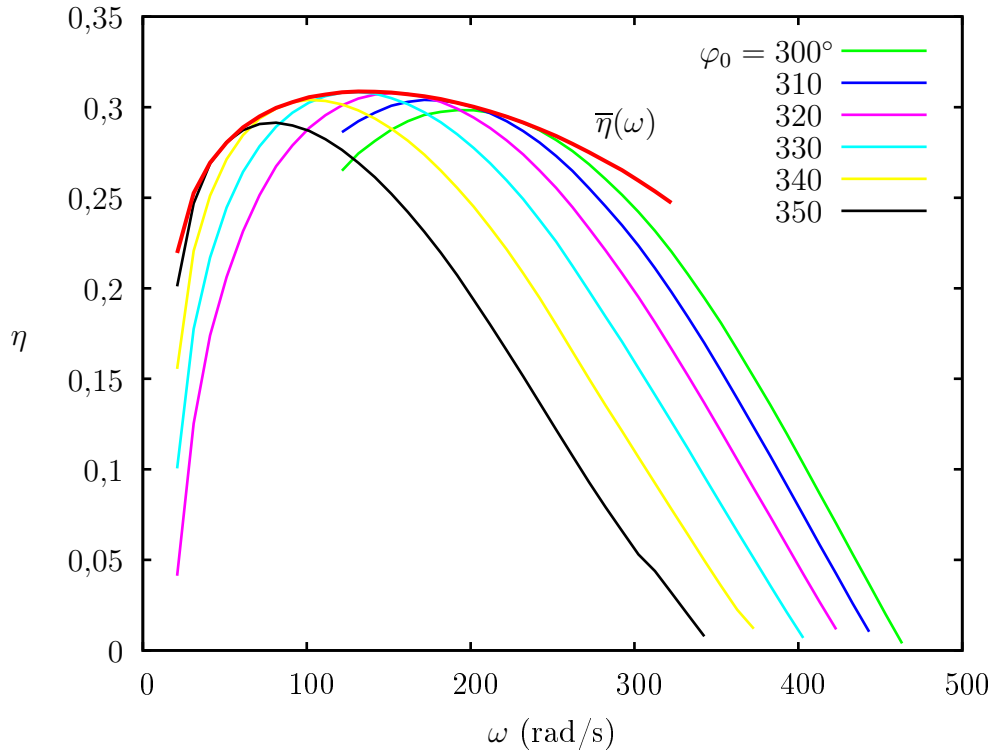


Figura 5.14: Rendimiento calculado mediante la simulación como función de la velocidad de giro del motor,  $\omega$ , para diferentes ángulos de ignición,  $\varphi_0$ . También se representa la envolvente,  $\bar{\eta} = \bar{\eta}(\omega)$ , obtenida a partir del ángulo de ignición, dependiente de la velocidad optimizado,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ .

Es de destacar que las funciones  $\bar{\varphi}_0^P(\omega)$  y  $\bar{\varphi}_0^\eta(\omega)$  son numéricamente muy similares,  $\bar{\varphi}_0^P(\omega) \simeq \bar{\varphi}_0^\eta(\omega) \equiv \bar{\varphi}_0(\omega)$ . O lo que es lo mismo, es posible encontrar un ángulo de encendido óptimo, que variando con la velocidad de giro, maximice simultáneamente la potencia y el rendimiento. Esto es razonable debido a que el rendimiento, como se ve en la ecuación (2.71), se relaciona con el trabajo (o la potencia) a través de la masa de combustible que entra al pistón, la cual no depende del ángulo de ignición. Sin embargo, cuando la masa de combustible varía con el parámetro a optimizar, como es el caso del *fuel ratio*, no necesariamente se puede optimizar la potencia y el rendimiento a la vez. Dicho de otra forma, habrá una envolvente diferente tanto para la potencia como para el rendimiento, en ese caso, como veremos más adelante,

hay que recurrir a la envolvente directamente en el diagrama  $P - \eta$ .

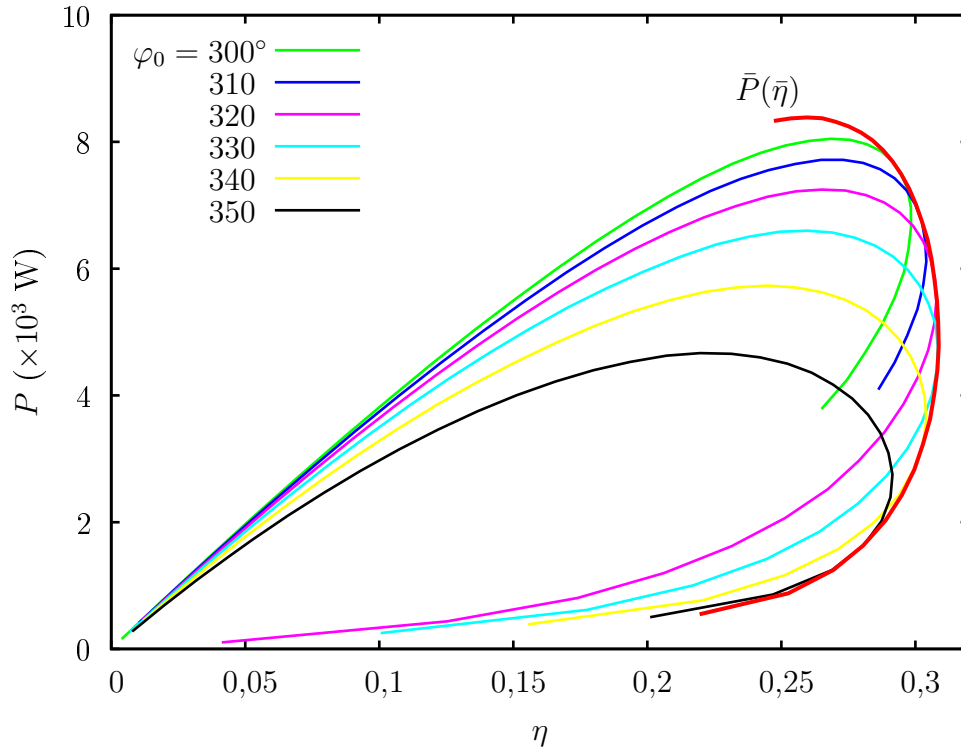


Figura 5.15: Curvas de potencia-rendimiento,  $P = P(\eta)$ , obtenidas a partir de eliminar  $\omega$  entre  $P = P(\omega)$  y  $\eta = \eta(\omega)$  para distintos ángulos de ignición. La envolvente,  $\bar{P} = \bar{P}(\bar{\eta})$  se obtiene considerando el avance de encendido óptimo,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ .

En la figura 5.15 se representan las curvas paramétricas de potencia-rendimiento obtenidas a partir de eliminar la velocidad angular entre  $P = P(\omega, \varphi_0)$  y  $\eta = \eta(\omega, \varphi_0)$ , para los valores de avance de encendido considerados. También se representa la envolvente a dichas curvas,  $\bar{P} = \bar{P}(\bar{\eta})$ , que se obtiene a partir de considerar el ángulo de ignición óptimo para cada velocidad, por ejemplo, eliminando  $\omega$  entre  $\bar{P}(\omega)$  y  $\bar{\eta}(\omega)$  o lo que es lo mismo ejecutando la simulación con el avance de encendido óptimo (variable con la velocidad de giro),  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ . La envolvente representa el máximo valor de rendimiento alcanzable para cada nivel de potencia, la cual, debido a la condición de trabajo de este tipo de máquinas, se considera como un parámetro externo. En las secciones siguientes las simulaciones tendrán en cuenta estos resul-

tados, o dicho de otra forma, se considerará el ángulo de ignición variable con  $\omega$ ,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ .

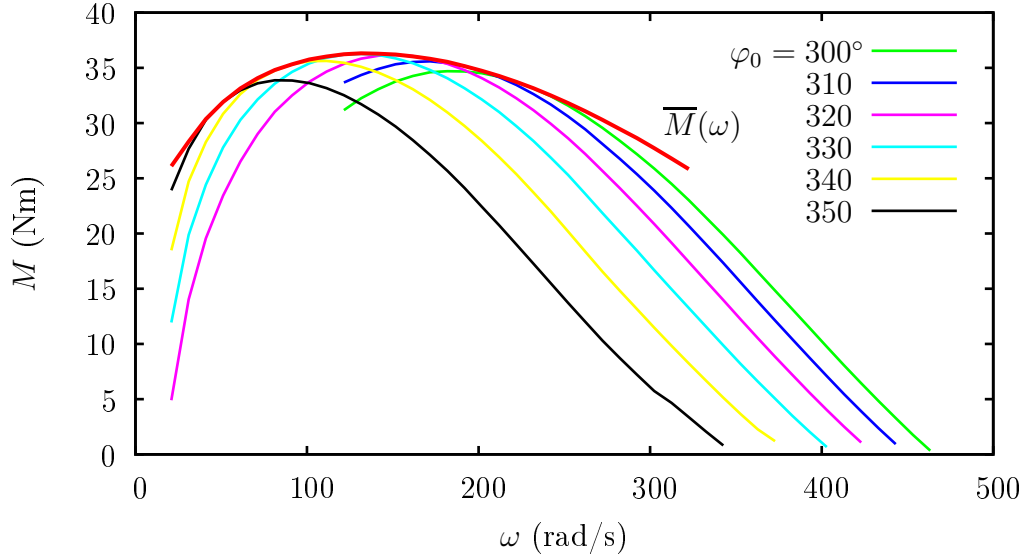


Figura 5.16: Par calculado por la simulación como función de la velocidad de giro del motor,  $\omega$ , para diferentes ángulos de ignición,  $\varphi_0$ . También se representa la envolvente,  $\bar{M} = \bar{M}(\omega)$ , obtenida a partir del ángulo de ignición, dependiente de la velocidad, optimizado,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ .

A modo de comprobación, se utilizó el mismo procedimiento de optimización, pero considerando el par (o en inglés *torque*),  $M$ , (véase la figura 5.16). La forma de las curvas del par para diferentes valores de  $\varphi_0$  son muy similares a los obtenidos para el rendimiento (figura 5.14). Y el avance de encendido dependiente de la velocidad correspondiente a la envolvente de las curvas de torque también es muy similar a  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ , por lo tanto, la optimización con respecto al torque no introduce nuevas características.

Es interesante el análisis del procedimiento de optimización en términos de las pérdidas de trabajo, introducidas en la sección 3.1, las cuales se calculan a partir de la simulación según se muestra en la sección 4.2. A modo de ilustración, en la figura 5.17 se describen las pérdidas asociadas a la transferencia de calor,  $|W_Q|$ , fricción,  $|W_{\text{fric}}|$  y a las irreversibilidades internas,  $|W_{\text{int}}|$  y la suma de todas las

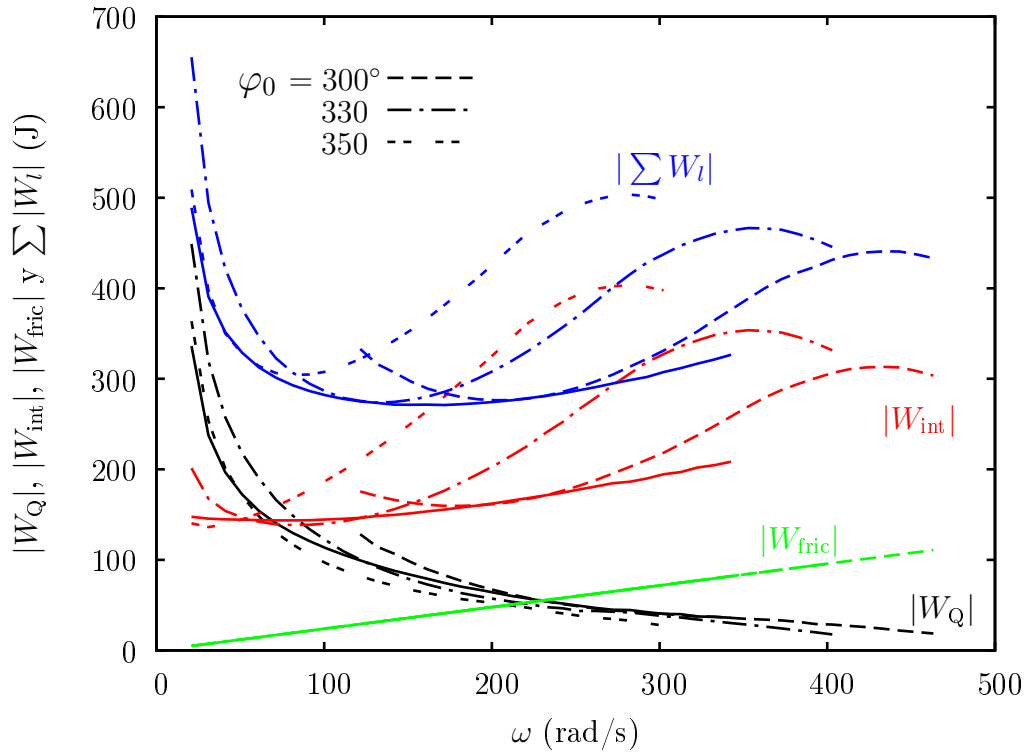


Figura 5.17: Análisis de las pérdidas de trabajo del motor como función de la velocidad de giro para tres ángulos de ignición. Se representa la envolvente obtenida a partir del avance de encendido óptimo,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ , mediante una línea sólida. Todas las curvas se calculan a *fuel ratio*,  $\phi = 1,0$  y una temperatura de pared,  $T_w = 500$  K.

pérdidas de trabajo,  $|\sum W_i|$  (ver ecuación (3.4)), para tres valores de  $\varphi_0$  y para  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ . A partir de la figura se deducen las siguientes conclusiones:

- (i) A bajas revoluciones las pérdidas totales,  $|\sum W_i|$ , son dominadas por la transferencia de calor,  $|W_Q|$ , pero a velocidades intermedias y altas la contribución a las pérdidas totales de las irreversibilidades internas,  $|W_{int}|$ , se vuelve más importante. Las pérdidas por fricción,  $|W_{fric}|$ , son independientes de  $\varphi_0$  y según el modelo crecen linealmente con  $\omega$ .
- (ii) Cuando el motor trabaja con el avance de encendido óptimo,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ , las pérdidas por transferencia de calor o por irreversibilidades internas son prácti-

amente minimizadas: a bajas velocidades procedentes de la transferencia de calor y a velocidades altas o intermedias de las irreversibilidades internas. Como consecuencia la adición de todas las pérdidas,  $|\sum W_l|$ , se mantiene en el mínimo valor posible a cualquier velocidad de rotación.

- (iii) La envolvente observada en  $|\sum W_l|$  generada a partir de considerar el avance de encendido óptimo  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ , puede entenderse como una visión complementaria a la que se muestra en  $\bar{P} = \bar{P}(\bar{\eta})$  (figura 5.15), en términos de mínimas pérdidas de trabajo en lugar de la máximo rendimiento. De esta forma, el procedimiento de optimización presentado puede entenderse físicamente como un mecanismo para minimizar las pérdidas totales, reduciendo las pérdidas por transferencia de calor o por irreversibilidades internas como función de  $\omega$  en los diferentes regímenes de operación del motor. Este se puede generalizar a cualquier parámetro que no afecte al trabajo reversible que se obtiene del ciclo ni a la masa de combustible que entra en el cilindro.

### 5.2.2. Razón de equivalencia de combustible y aire

La razón de equivalencia de combustible y aire, o *equivalence fuel ratio* (para simplificar se usa *fuel ratio*), como se definió anteriormente, es la relación que hay entre la fracción de combustible-aire actual y el estequiométrico. Además de afectar a la potencia y el rendimiento del motor, tiene un efecto directo en las emisiones liberadas a la atmósfera y la autoignición. El *fuel ratio* debe acercarse a la unidad para obtener una ignición satisfactoria y una propagación del frente de llama adecuada. Mezclas pobres de combustible y aire ( $\phi < 1$ ) se quemarán más lentamente y provocarán bajos valores de temperatura y presión máxima. En esta subsección se muestra explícitamente cómo los valores de desempeño, a cualquier velocidad de giro, varían con  $\phi$ . También, se presenta cómo variando la relación entre el *fuel ratio* y la velocidad de giro se puede optimizar el desempeño del motor, consiguiendo mayores niveles de rendimiento para cualquier requerimiento de potencia.

En la figura 5.18a se representa la potencia obtenida de la simulación para diferentes valores de  $\phi$ . Se puede observar que  $\phi = 1,1$  devuelve mejores resultados de potencia para cualquier velocidad de giro. Sin embargo, como se ve en la figura 5.18b, el mismo valor de  $\phi$  corresponde a valores muy bajos de rendimiento. En

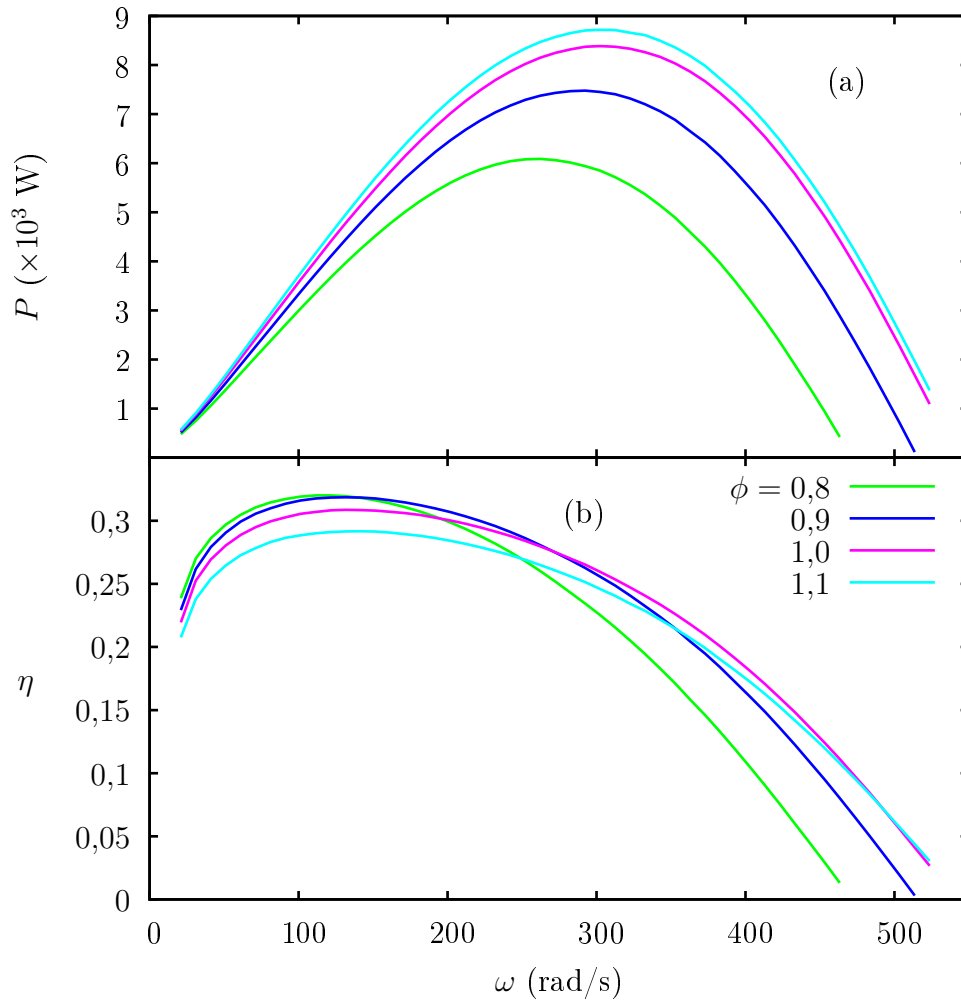


Figura 5.18: (a) Potencia de salida a partir de la simulación para diferentes razones de equivalencia de combustible y aire,  $\phi$ . Se considerando el avance de encendido variable óptimo,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ , y una temperatura de pared,  $T_w = 500$  K. (b) Rendimiento,  $\eta$ , para las mismas condiciones.

particular, en esta figura se ve que para valores de  $\omega$  menores que 250 rad/s, aproximadamente, el *fuel ratio* más elevado,  $\phi = 1,1$ , corresponde a los peores resultados de rendimiento. Esto es razonable debido a la presencia de combustible sin quemar después de la combustión cuando  $\phi$  supera la unidad.

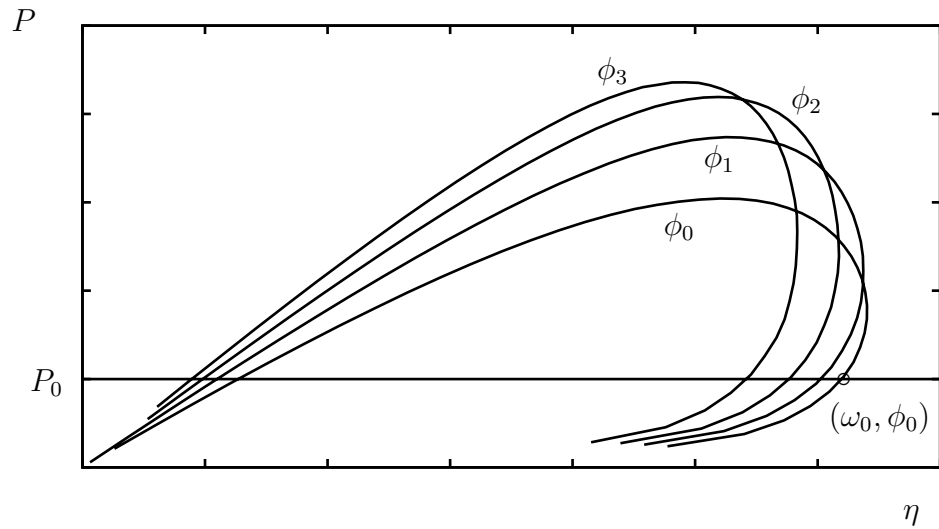


Figura 5.19: Esquema del procedimiento para la optimización del *fuel ratio* a partir del diagrama potencia-rendimiento.

Si se siguen los mismos pasos de optimización que en el avance de encendido, se concluye que para la potencia hay un único valor de  $\phi$  independiente de la velocidad de giro que la maximiza, sin embargo, para maximizar el rendimiento  $\phi$  debe variar con  $\omega$ . Por lo tanto, no es posible maximizar la potencia y el rendimiento a la vez para cada velocidad de giro. Por el contrario, en la curva de potencia-rendimiento sí se puede encontrar una envolvente que maximice el rendimiento para cada nivel de potencia.

Dado que la potencia y el rendimiento dependen de  $\omega$  y de  $\phi$ , hay que encontrar la relación entre estas últimas que maximice el rendimiento para cada potencia dada. Por lo tanto, teniendo en cuenta el diagrama  $P - \eta$ , el procedimiento es el siguiente: se establece un valor de potencia,  $P_0$ , el cual corta a las curvas  $P(\eta, \phi)$ , véase la figura 5.19, parametrizadas con respecto a  $\phi$ , de esta forma se obtiene el punto  $(\omega_0, \phi_0)$  correspondiente al máximo rendimiento posible para la potencia elegida. Se repite el procedimiento para diferentes potencias y se obtiene la serie de puntos:  $(\omega_0, \phi_0), (\omega_1, \phi_1), \dots, (\omega_n, \phi_n)$ , la cual se ajusta para obtener una función que relacione  $\phi$  con  $\omega$ . Como en el caso del avance del encendido, esta función es muy simple, aproximadamente lineal y para los parámetros de simulación elegidos es la



siguiente:  $\bar{\phi}(\omega) = 0,64 + 1,53 \times 10^{-3}\omega$  con  $\omega$  en rad/s. Este *fuel ratio* variable da lugar a los máximos valores posibles de rendimiento para cada nivel de potencia. En la figura 5.20 se representan las curvas  $P - \eta$  parametrizadas con respecto a  $\phi$ , también se presenta la envolvente,  $\bar{P}(\bar{\eta})$ , obtenida a partir de considerar  $\bar{\phi} = \bar{\phi}(\omega)$ . Es conveniente mencionar que el par motor también crece monótonamente con  $\phi$ , por

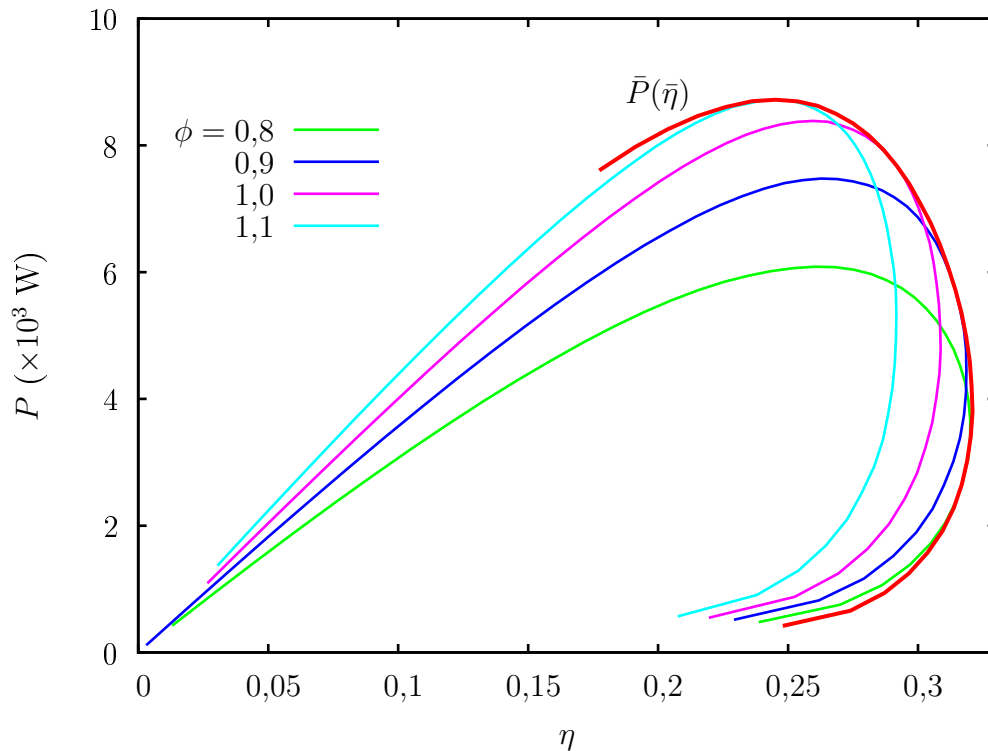


Figura 5.20: Diagrama potencia-rendimiento a partir de la simulación para diferentes razones de equivalencia de combustible y aire,  $\phi$ , considerando el avance de encendido variable según el óptimo,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ , y una temperatura de pared,  $T_w = 500$  K.

lo tanto, este parámetro no permite un procedimiento alternativo de optimización.

Además, es interesante estudiar cómo la variación en el *fuel ratio* afecta las pérdidas asociadas a diferentes fuentes de irreversibilidades. En la figura 5.21 se representan las diferentes pérdidas de trabajo,  $|W_{\text{fric}}|$ ,  $|W_{\text{Q}}|$ ,  $|W_{\text{int}}|$  y la suma de todas las pérdidas de trabajo,  $|\sum W_i|$ .

Al igual que con el ángulo de ignición, a bajas revoluciones las pérdidas totales,

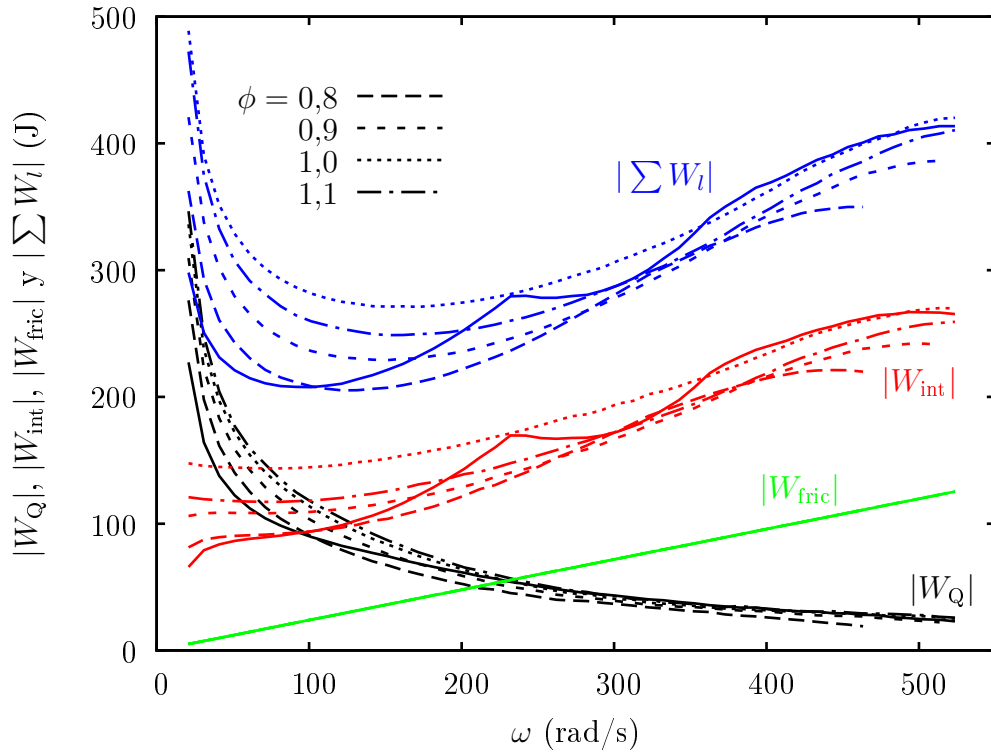


Figura 5.21: Análisis de las pérdidas de trabajo como función de la velocidad de giro del motor para diferentes razones de equivalencia de combustible-aire, considerando  $\bar{\varphi}_0(\omega)$  y  $T_w = 500$  K. También se muestra para cada pérdida la obtenida al tener en cuenta  $\bar{\phi}(\omega)$ .

$|\Sigma W_l|$ , son dominadas por la transferencia de calor hacia las paredes del cilindro, pero cuando  $\omega$  aumenta éstas disminuyen rápidamente. Simultáneamente,  $|W_{fric}|$  y  $|W_{int}|$  aumentan, así que  $|\Sigma W_l|$  presenta un mínimo, que dependiendo de  $\phi$  y según los parámetros elegidos corresponde a  $\omega \simeq 100 - 200$  rad/s. Cabe mencionar que las pérdidas totales aumentan con respecto a  $\phi$  hasta un valor de  $\phi = 1,0$ , en donde hay un cambio de comportamiento, por esto los valores de  $|\Sigma W_l|$  son menores para  $\phi = 1,1$  que para  $\phi = 1,0$ .

El cambio de sentido en la evolución de las pérdidas cuando se alcanza la condición estequiométrica, es el responsable del máximo relativo en  $|\Sigma W_l|$  cerca de 240 rad/s, cuando se considera  $\bar{\phi}(\omega)$  (véase el punto singular para  $|\Sigma W_l|$  y  $|W_{int}|$  en la

figura 5.21): las pérdidas totales aumentan a medida que crece  $\phi$  hasta alcanzar el máximo valor en  $\phi = 1,0$ , después del cual decrece.

Hay que mencionar que a diferencia del avance del encendido, el *fuel ratio* no determina la envolvente minimizando las pérdidas de trabajo, debido a que, como se ha mencionado antes, la función  $\bar{\phi}(\omega)$  no produce envolventes simultáneas para la potencia y el rendimiento. La razón de este comportamiento se debe a que en la ecuación (2.71) varía únicamente el numerador cuando cambia el avance del encendido, el cual corresponde al trabajo realizado en el ciclo. Sin embargo, cuando se modifica  $\phi$ , varían tanto el numerador como el denominador, este último a través de la masa de combustible que entra en la cámara, que depende directamente de  $\phi$ .

### 5.2.3. Temperatura de pared

La transferencia de calor afecta fuertemente al desempeño del motor y las emisiones. Para una velocidad de rotación y una masa de combustible dentro del cilindro, fijos, una elevada transferencia de calor desde la mezcla de gases hacia las paredes del cilindro provoca una disminución de la temperatura promedio de combustión y de la presión, y por ende del trabajo producido por ciclo.

La transferencia de calor dentro del cilindro se produce esencialmente por convección y radiación, pero en motores de encendido por chispa, la radiación generalmente se puede considerar despreciable o se incorpora al término convectivo [70]. En cualquier caso, como se menciona en la sección 2.4, la transferencia es proporcional a la diferencia de temperaturas  $T - T_w$ , donde  $T$  es la temperatura instantánea del fluido de trabajo y  $T_w$  la de la pared interna del cilindro, pero también depende de forma compleja de la combustión, la cual determina la presión y la temperatura dentro del cilindro.

En esta subsección se desarrolla un análisis de la influencia de la temperatura interna de pared,  $T_w$ , en los parámetros de desempeño del motor, en el rango de 400 a 700 K. Durante la simulación se consideran los valores optimizados del avance del encendido,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$  y de la razón de equivalencia combustible-aire,  $\bar{\phi}(\omega)$ .

La figura 5.22 muestra una pequeña pero interesante dependencia de la potencia y el rendimiento con respecto a  $T_w$ . A bajas velocidades, ambas funciones presentan los valores más altos a bajas temperaturas: en el caso del rendimiento hasta 240

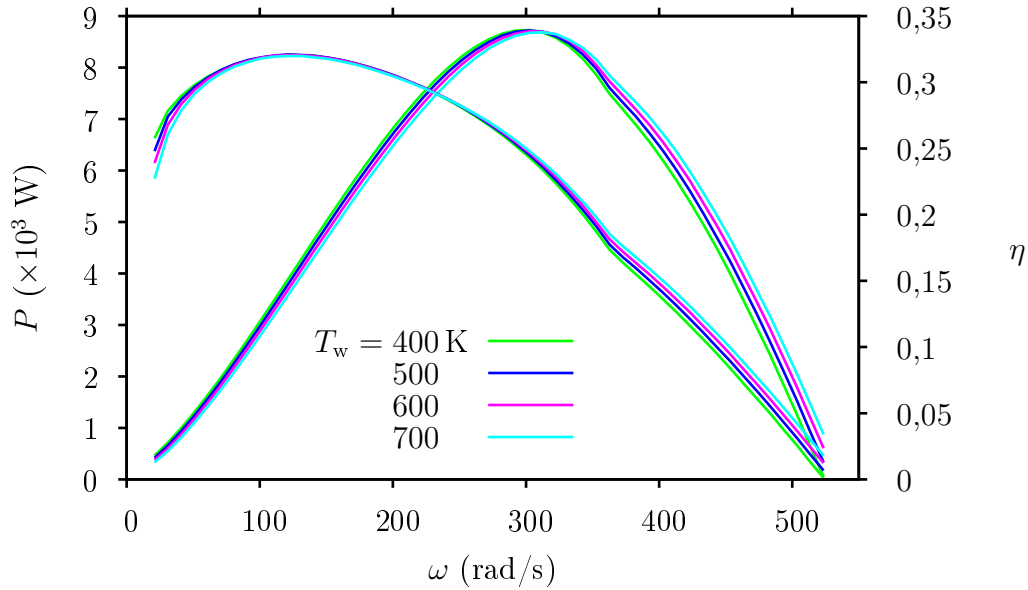


Figura 5.22: Potencia de salida y rendimiento a partir de la simulación para diferentes temperaturas de pared,  $T_w$ , considerando el avance de encendido variable óptimo,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ , y el *fuel ratio* óptimo,  $\bar{\phi}(\omega)$ .

rad/s y para la potencia hasta 310 rad/s. Se puede decir que, aproximadamente para  $\omega < 240$  rad/s, los valores más altos de potencia y rendimiento se obtienen a bajas temperaturas de pared,  $T_w$  y para  $\omega > 310$  rad/s claramente se aprecia que los valores más altos de los parámetros de desempeño se consiguen con altas temperaturas de pared,  $T_w$ . Sin embargo, estas curvas no revelan claramente cuál sería la temperatura óptima en el intervalo entre 240 y 310 rad/s, que se encuentra en la región delimitada por los puntos de máximo rendimiento y máxima potencia, que es probablemente la región más adecuada de trabajo para un régimen estacionario de cualquier convertidor energético.

Si se representan las curvas de  $P = P(\eta)$  para cada temperatura (figura 5.23), en esta región la menor temperatura de pared,  $T_w$ , produce el máximo rendimiento posible para cada valor particular de potencia. Por lo tanto, se puede decir que en esta región, entre los puntos de máximo rendimiento y máxima potencia, la temperatura óptima es la más baja.

Es ilustrativo observar la evolución de las pérdidas de trabajo con respecto a  $T_w$ .

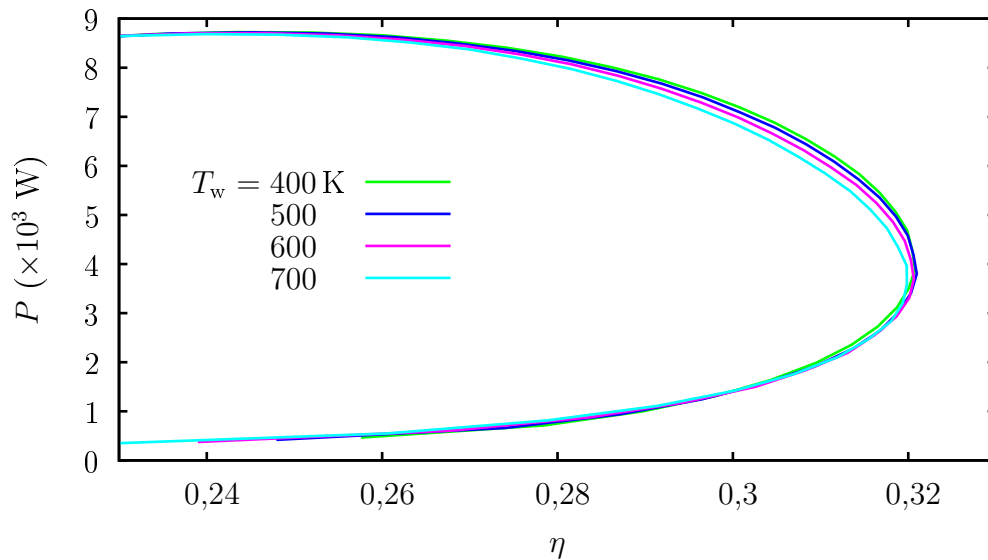


Figura 5.23: Diagrama potencia-rendimiento a partir de la simulación para diferentes temperaturas de pared,  $T_w$ . Considerando el avance de encendido variable según el óptimo,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$  y el *fuel ratio*,  $\bar{\phi}(\omega)$ .

En la figura 5.24 se describen nuevamente como función de la velocidad angular. Las fuerzas de fricción y las asociadas a las irreversibilidades internas no dependen de la temperatura de pared, así que la única influencia de  $T_w$  se observa en las pérdidas asociadas a la transferencia de calor,  $|W_Q|$ . Sería de esperar que estas pérdidas aumentaran cuando decrece  $T_w$ , debido a que la transferencia de calor depende linealmente con el gradiente de temperaturas,  $T - T_w$ . Sin embargo esta figura, a velocidades bajas e intermedias, muestra precisamente lo contrario, hasta el punto en que las curvas parecen cruzarse,  $\sim 310$  rad/s. Este efecto está asociado a los detalles de la combustión. Se debe particularmente a dos efectos interconectados:

- (i) Durante el período de admisión las bajas temperaturas reducen la transferencia de calor, lo que produce un aumento de la densidad de la mezcla de gases y el cilindro carga más masa en cada ciclo.
- (ii) Además, el aumento de masa provoca un aumento en el flujo de entrada al cilindro y consecuentemente aumenta la intensidad turbulenta,  $u_t$ , la cual acelera el proceso de combustión, ver ecuación (2.44).

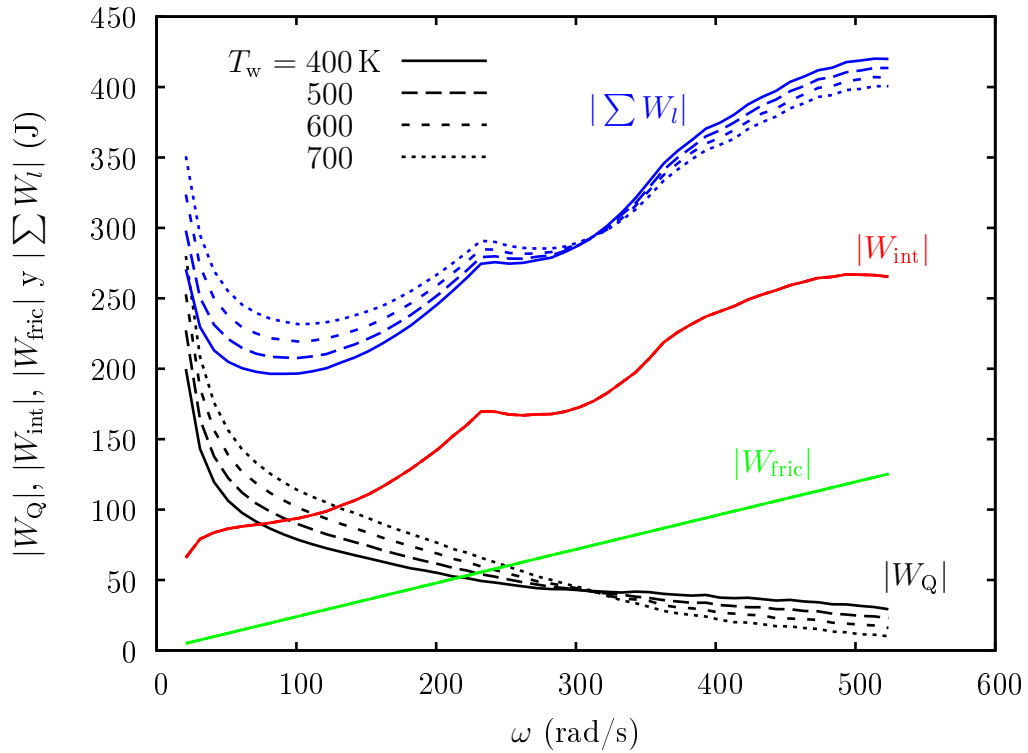


Figura 5.24: Análisis de las pérdidas de trabajo como función de la velocidad de giro del motor para diferentes temperaturas de pared,  $T_w$ , considerando el avance de encendido variable según el óptimo,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$  y el *fuel ratio*,  $\bar{\phi}(\omega)$ .

Así que, para velocidades por debajo de 310 rad/s (aproximadamente el punto donde la potencia del motor es máxima), las pérdidas de trabajo por transferencia de calor son mínimas para  $T_w$  bajos, mientras que para velocidades superiores el comportamiento de las pérdidas de calor es el opuesto.

### 5.3. Resumen y conclusiones

Se ha desarrollado un análisis de un motor de combustión interna monocilíndrico, estudiando la sensibilidad de los parámetros de desempeño del mismo al cambio de diferentes variables, tanto geométricas como de funcionamiento. Mediante la base de la simulación numérica descrita en el capítulo 2, con el aporte de las técnicas

heredadas de la TTF (el diagrama  $P - \eta$  y el análisis de las pérdidas de trabajos asociadas a diferentes fuentes de irreversibilidad, descritas en los capítulos 3 y 4), se revela una visión global del problema que permite una optimización integral y además ofrece una base física para interpretar esta optimización.

El capítulo comienza con un análisis de las principales variables geométricas como la posición de la ignición,  $R_c$ , la relación carrera diámetro,  $R_{sb}$ , la relación de compresión,  $r$  y el volumen del cilindro,  $V_{cil}$ . Bajo la hipótesis de una máquina de potencia variable, se define como criterio de optimización el valor de *rendimiento más alto alcanzable para cada nivel de potencia en el que trabaja la máquina*. Se concluye que:

- (i) En una cámara de combustión cilíndrica, se obtienen mejores valores de potencia y rendimiento a medida que la ignición se acerca al centro del cilindro ( $R_c \rightarrow 0$ ), siempre y cuando no haya indicios de autoignición.
- (ii) Para la configuración elegida, la sensibilidad de la potencia,  $P$  y el rendimiento,  $\eta$ , a la variación de la relación carrera-diámetro es clara, tanto  $P$  como  $\eta$  muestran valores más elevados cuando  $R_{sb}$  se encuentra en el entorno de 0,5 a 1,0.
- (iii) Los valores más altos de la relación de compresión,  $r$ , han presentado los resultados más elevados de potencia,  $P$  y rendimiento,  $\eta$ . Sin embargo, al igual que con  $R_c$ , la autoignición juega un papel muy importante, dado que a medida que aumenta  $r$ , la presión en la cámara crece, favoreciendo la aparición del fenómeno.
- (iv) En el análisis cuando varía el volumen del cilindro, los parámetros de potencia,  $P$  y trabajo,  $|W|$  se comparan por unidad de volumen,  $P/V_{cil}$  y  $|w|$ , dado que el volumen máximo de la cámara, se encuentra fuertemente ligado a la energía que entra en el cilindro en cada ciclo y los resultados a diferentes volúmenes no se encuentran en las mismas condiciones, por lo tanto, no serían comparables. Para las condiciones establecidas, a revoluciones inferiores a 160 rad/s la variación del volumen máximo no presenta grandes diferencias tanto en  $P/V_{cil}$  y en  $\eta$  son inferiores al 1%. Mientras que para velocidades superiores, el menor volumen,  $V_{cil} = 0,7 l$ , presenta un aumento cercano al 5% en comparación con el volumen

máximo. Esto corresponde a los mejores resultados cuando se quiere un buen rango de potencias de trabajo, con rendimientos aceptables.

Una vez definido el diseño óptimo, en términos geométricos, se enfoca el estudio hacia las variables de funcionamiento, que permiten más versatilidad que las variables geométricas, dado que pueden variar según las condiciones de operación. En la segunda parte se analizó el avance de encendido o ángulo de ignición,  $\varphi_0$ , la razón de equivalencia de combustible-aire o *equivalence fuel ratio*,  $\phi$  y la temperatura interna de la pared del cilindro,  $T_w$ . Las conclusiones obtenidas fueron las siguientes:

- (i) Dada una velocidad de giro cualquiera,  $\omega$ , hay un ángulo de ignición,  $\varphi_0$ , que maximiza simultáneamente la potencia y el rendimiento. Por lo tanto es posible configurar el avance del encendido como una función de la velocidad,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ , que maximice la potencia y el rendimiento. En el diagrama  $P - \eta$  (cuando se elimina la dependencia de  $\omega$ ) esto significa que a cada potencia le corresponde el rendimiento máximo posible, que se representa en la figura 5.15 como una envolvente a las curvas parametrizadas en  $\varphi_0$ .
- (ii) Bajo la hipótesis de un motor optimizado según el avance de encendido óptimo,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ , dada una potencia de trabajo se puede encontrar un par  $(\omega_i, \phi_i)$  que maximiza el el rendimiento. Operando iterativamente se obtiene una serie de puntos, que interpolados dan una función,  $\bar{\phi}(\omega)$ , que maximiza el rendimiento para cada potencia de trabajo del motor. En el diagrama  $P - \eta$ , representado en la figura 5.20 se describe como una envolvente a las curvas parametrizadas en  $\phi$ .
- (iii) La temperatura de pared,  $T_w$ , no presenta gran influencia en los parámetros de desempeño del motor. Sin embargo, la temperatura más baja mejora los resultados en la región de trabajo comprendida entre el máximo rendimiento y la máxima potencia.

El análisis de los parámetros de funcionamiento da lugar a un procedimiento de optimización en tres etapas. Se parte de una simulación de referencia en la que  $\varphi_0 = 330^\circ$ ,  $\phi = 1,0$  y  $T_w = 500$  K son parámetros constantes: en el primer paso (en la Etapa 1) se optimiza el avance de encendido,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ , manteniendo los demás parámetros constantes; en el segundo (en la Etapa 2), considerando el avance óptimo,



se optimiza el *fuel ratio*,  $\bar{\phi}(\omega)$ , manteniendo constante la temperatura de pared y, por último (Etapa 3), utilizando  $\bar{\varphi}_0(\omega)$  y  $\bar{\phi}(\omega)$ , se elige la temperatura óptima, que es  $T_w = 400$  K (ésta no varía con  $\omega$ ). Cabe aclarar que los resultados de la Etapa 2 no presentan diferencias apreciables con los de la Etapa 3.

En la figura 5.25 se representan los diagramas de potencia-rendimiento para las diferentes etapas de optimización y en el cuadro 5.2 se resumen los valores de rendimiento máximo, potencia máxima y su velocidad de operación correspondiente. En particular, la máxima potencia aumenta alrededor de un 4% y el rendimiento máximo un 3%. Para potencias bajas, por ejemplo cercanas a 1 kW el incremento de rendimiento cuando se pasa de los parámetros de referencia a la curva más externa es aproximadamente del 34%. Es interesante destacar que tanto la función  $\bar{\varphi}_0(\omega)$  como  $\bar{\phi}(\omega)$  son lineales con la velocidad de giro.

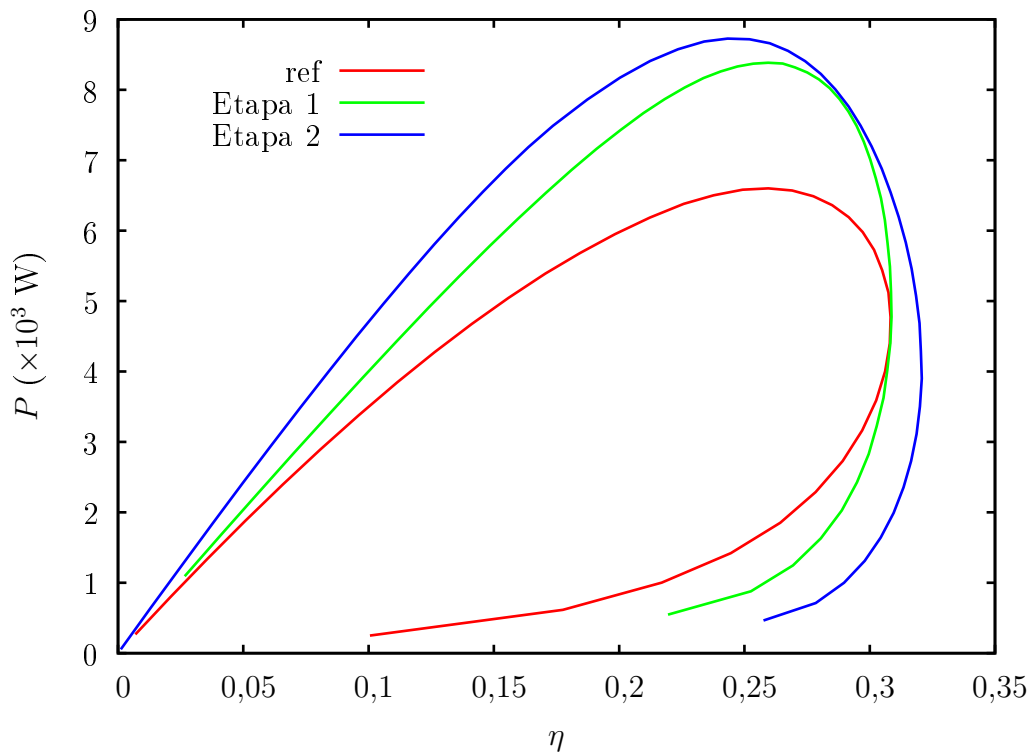


Figura 5.25: Diagrama  $P - \eta$  para las diferentes etapas de optimización de los parámetros de funcionamiento.

Cuadro 5.2: Valores de máxima potencia,  $P_{\text{máx}}$  y máximo rendimiento,  $\eta_{\text{máx}}$ , en las tres etapas del procedimiento de optimización y los valores correspondientes de la velocidad de operación,  $\omega_{P_{\text{máx}}}$  y  $\omega_{\eta_{\text{máx}}}$ .

	$\omega_{P_{\text{máx}}}$ (rad/s)	$P_{\text{máx}}$ (kW)	$\omega_{\eta_{\text{máx}}}$ (rad/s)	$\eta_{\text{máx}}$
Ref.	220.0	6.60	131.5	0.31
Etapla 1	302.4	8.39	131.5	0.31
Etapla 2	302.4	8.73	121.5	0.32

Con respecto al análisis de las pérdidas de trabajo, para todos los procesos de optimización se ve claramente cómo estos se relacionan con un balance entre las pérdidas producidas por la transferencia de calor,  $|W_Q|$  y la suma de las producidas por las irreversibilidades internas,  $|W_{\text{int}}|$  y las de fricción,  $|W_{\text{fric}}|$ . A bajas velocidades predomina  $|W_Q|$ , pero decrece rápidamente a medida que  $\omega$  aumenta, a velocidades intermedias  $|W_{\text{int}}|$  se vuelve más significativa y a altas velocidades las principales pérdidas son producidas por  $|W_{\text{int}}| + |W_{\text{fric}}|$ . Este comportamiento provoca siempre un mínimo en las pérdidas totales,  $|\sum W_l|$ .

Se puede decir que el uso combinado de las técnicas de simulación numérica y de TTF puede ser de gran interés en la investigación y optimización de motores de combustión interna reales, tanto en el diseño como en el funcionamiento. Además, el criterio de *maximizar el rendimiento en el intervalo de potencias de trabajo*, para máquinas no estacionarias, permite proponer configuraciones óptimas y sienta las bases para futuros análisis.

# Capítulo 6

## Variabilidad ciclo a ciclo

Hasta el momento, el presente trabajo ha considerado un régimen de funcionamiento uniforme del motor a lo largo del tiempo, donde no hay fluctuaciones aleatorias de ninguno de los parámetros básicos del modelo. Esto es válido si se analizan los valores promedio de los motores. Sin embargo, en la realidad, el funcionamiento es bastante diferente, existe una gran variabilidad de un ciclo al siguiente en las propiedades termodinámicas del motor, esencialmente asociadas a la combustión turbulenta que tiene lugar en el cilindro, lo que lleva asociada una desviación importante en los parámetros de desempeño.

Ozdor y otros [47] reconocen que la variabilidad cíclica limita el rango de operación de los motores de encendido por chispa, incluso mencionan que su eliminación puede aumentar en un 10 % la potencia de salida del motor, para el mismo consumo de combustible. En algunos casos la variabilidad ciclo a ciclo produce grandes diferencias en la velocidad del motor, lo que da lugar a una baja manejabilidad.

Esta variación ciclo a ciclo, en los motores de combustión interna, es fundamentalmente un problema de combustión [47–51], que está afectada por muchas variables como las propiedades del combustible, la composición de la mezcla de aire-combustible en los alrededores de la ignición, la energía liberada durante la ignición, la homogeneidad de la carga, la cantidad de carga, la dilución de los gases de escape, etc. Especialmente importante es la aerodinámica de la mezcla justo antes de la ignición, dado que determina tanto el crecimiento del núcleo del frente de llama en la fase inicial, como las variaciones en su propagación, lo cual afecta a la velocidad

con la que se queman los gases. Un examen detallado, acompañado de una discusión técnica de la influencia de diferentes indicadores de la variabilidad ciclo a ciclo, es presentado en la revisión bibliográfica de Ozdor y otros [47].

En lo que respecta a la dinámica no lineal involucrada en los fenómenos de variabilidad se pueden mencionar los siguientes trabajos. Letelier y otros [52] han obtenido resultados experimentales para la variación de la presión en el interior del cilindro en función del ángulo del cigüeñal, para motores de cuatro tiempos. Utilizando herramientas de dinámica no lineal como la reconstrucción del espacio de fases, secciones de Poincaré y mapas de retorno, concluyen que las variaciones ciclo a ciclo no son gobernadas por un proceso caótico, sino por la superposición de una dinámica no lineal determinista con una componente estocástica.

En los trabajos realizados por Daw y otros [53, 54] se presenta un análisis de un motor de encendido por chispa a través de un modelo matemático simple, físicamente orientado: el combustible residual y las propiedades del aire se modelan estocásticamente en cada ciclo mediante un ruido aleatorio y un acoplamiento no lineal, determinista, entre ciclos. El modelo no intenta simular los detalles espaciales, sino que en su lugar, hace énfasis en los valores promedio de los balances de masa y energía liberada dentro del cilindro. Los valores obtenidos de la variación ciclo a ciclo se comparan con datos experimentales, analizando diagramas de bifurcación y mapas de retorno para diferentes parámetros del modelo, principalmente las intensidades de ruido, las desviaciones estándar del *fuel ratio* y la fracción de mezcla de aire y combustible remanente, que no reacciona, en cada ciclo. Además, se presenta un análisis de la irreversibilidad de las series temporales, empleando un enfoque simbólico para caracterizar la dinámica del ruido [55].

Litak y colaboradores [56, 58] han realizado un amplio trabajo en el estudio de las variaciones ciclo a ciclo sobre la máxima presión alcanzada en la cámara (pico de presión), su posición y el calor liberado durante la combustión, en función del avance de encendido para diferentes pares de carga y condiciones estequiométricas. Los cambios cualitativos observados en la combustión se analizan utilizando diferentes métodos estadísticos como las curvas de recurrencia [56, 57], correlaciones de entropía de grano grueso [80], recientemente las técnicas de multifractalidad [81] y la llamada entropía de multiescala (según sus siglas en inglés, MSE), o entropía de muestra [58]. Esta última es una herramienta estadística mejorada que permite

analizar la complejidad de las series temporales, con múltiples escalas temporales o espaciales.

Las simulaciones numéricas de motores de combustión interna han demostrado su versatilidad en muchas ocasiones [11, 21, 23, 35, 61], reafirmando su utilidad para diferentes análisis. Particularmente se mencionan los trabajos de simulación que incorporan variabilidad, como el trabajo de Abdi Aghdam [51] que utiliza como parámetro aleatorio la velocidad característica en un modelo cuasi-dimensional, el trabajo de Hu [49] que analiza el efecto de la variación en la posición del punto de ignición sobre las variaciones en la combustión, para un modelo cuasi-dimensional o recientemente Curto-Risso y otros [82] que utiliza la longitud característica como parámetro aleatorio en un modelo cuasi-dimensional. Este tipo de estudios que incorporan modelos de variabilidad permiten acercarse aún más a la realidad los resultados que se obtienen con los modelos cuasi-dimensionales.

El principal objetivo de este capítulo es identificar físicamente los principales parámetros de combustión que influyen en la variabilidad ciclo a ciclo. A partir de esta identificación se presenta una adaptación del modelo cuasi-dimensional descrito en el capítulo 2, que permite obtener resultados aceptables de variabilidad en un motor monocilíndrico de encendido por chispa. Con el objetivo de mostrar la utilidad y el alcance de un simulador de tales características, al final del capítulo se presenta a modo de ejemplo un análisis de una de las variables del sistema, el calor liberado durante la combustión,  $Q_r$ .

## 6.1. Fluctuaciones de los parámetros de combustión

Como se mencionó anteriormente, tanto las variables de estado como los parámetros de desempeño no son uniformes con respecto al tiempo y varían de un ciclo a otro. Las fuentes de esta variación se asocian a diferentes factores que interactúan entre sí [48, 50, 51, 83, 84]:

- (i) El movimiento turbulento del gas dentro del cilindro durante la combustión.
- (ii) La variación de las cantidades de combustible, aire y gases residuales (si procede, también los gases de recirculación<sup>1</sup>) suministrados al cilindro en cada

---

<sup>1</sup>Una técnica para disminuir la concentración de  $\text{NO}_x$  es reducir la temperatura que alcanza la

ciclo.

- (iii) La variación en la carga de combustible en cada ciclo.
- (iv) La variación en la composición de la mezcla en el cilindro en cada ciclo, especialmente cerca del punto de ignición, debidas a la variación de la mezcla entre el combustible, aire y gases residuales.
- (v) Las características de la descarga de la chispa y el desplazamiento aleatorio del núcleo inicial del frente de llama.

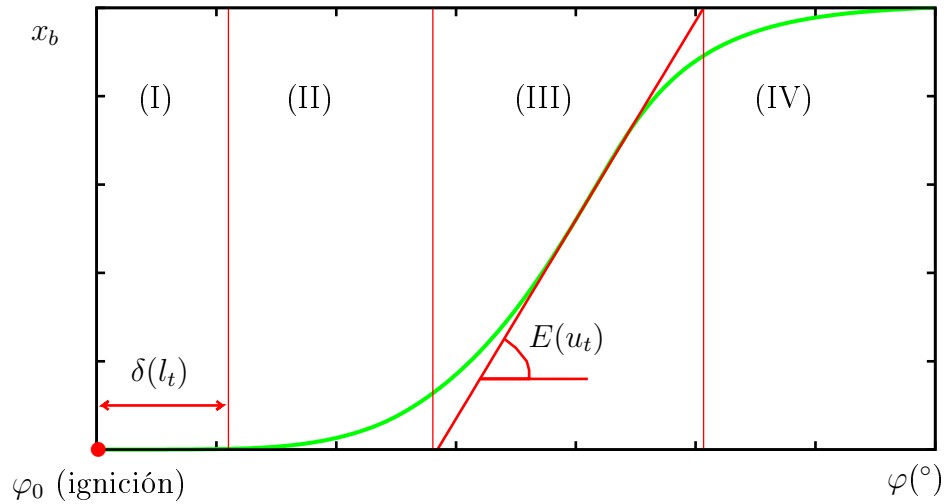


Figura 6.1: Esquema de la evolución de los gases quemados,  $x_b$  en función del ángulo del cigüeñal.

El desarrollo de la combustión se puede dividir en cuatro etapas diferentes (véase figura 6.1). La etapa inicial (I) en que la combustión se desarrolla de forma laminar, se caracteriza porque depende del movimiento del fluido en las cercanías de la bujía en el momento de la ignición. Durante esta etapa el núcleo no alcanza un volumen apreciable, por lo tanto, la fracción gases quemados es imperceptible y se asume como un período de retraso,  $\delta$ , desde que se produce la ignición en  $\varphi_0$ , mediante mezcla durante la combustión haciendo recircular los gases de escape.

la chispa en la bujía. Esto se refleja en la ecuación (2.47) mediante un término de amortiguamiento, caracterizado por la longitud característica,  $l_t$ , a partir de la relación  $\tau_b = l_t/S_l$ .

Seguidamente hay un período de transición, etapa (II), en donde el término de amortiguamiento, de la ecuación (2.47), aumenta, igualando los órdenes de magnitud de la velocidad característica y la velocidad de llama laminar.

A partir de la ecuación (2.47) se observa que en la etapa (III) la combustión es dominada por el régimen turbulento de la mezcla de gases dentro del cilindro. El término de la velocidad característica,  $u_t$ , controla esta etapa dado que supera en magnitud a la velocidad de llama laminar,  $S_l$ .

El fin de la combustión, etapa (IV), queda caracterizado por la ecuación (2.48), definida únicamente por las condiciones en el instante  $t_w$  en que la masa de gases dentro del frente de llama,  $m_e$ , alcanza la totalidad de la cámara<sup>2</sup>.

Por lo tanto, teniendo en cuenta la ecuación (2.47) y considerando que las densidades de la mezcla dentro del cilindro no presentan grandes variaciones de un ciclo a otro, se distinguen cuatro parámetros fundamentales de los cuales dependerá el desarrollo de la combustión:

- (i) La distancia entre el núcleo de la ignición y la bujía,  $R_c$ , dado que el área del frente de llama afecta a la velocidad de combustión durante las primeras tres etapas<sup>3</sup> y su fuente de variación es la dispersión que presenta  $R_c$  (véase apéndice C).
- (ii) La velocidad característica,  $u_t$ , que determina la pendiente,  $E(u_t)$ , alrededor del punto de inflexión en la curva de la fracción de gases quemados.
- (iii) La longitud característica,  $l_t$ , que determina el período de retraso,  $\delta(l_t)$ , al inicio de la combustión<sup>4</sup>.

---

<sup>2</sup>Según esta clasificación la etapa (IV) no necesariamente comienza en el tiempo  $t_w$ .

<sup>3</sup>Teniendo en cuenta que la última etapa depende de las anteriores, se puede decir que el área afecta a todo el desarrollo de la combustión

<sup>4</sup>Es importante mencionar que el avance de encendido,  $\varphi_0$ , se optimiza habitualmente para entregar el máximo par. La variación de  $\delta$  provoca una combustión más rápida o más lenta respecto a la correspondiente a ese valor óptimo, lo cual reduce el pico de potencia y así la potencia promedio de salida del motor

(iv) La velocidad de llama laminar,  $S_l$ , que determina cómo se queman los gases a pequeña escala<sup>5</sup>.

Bajo la hipótesis de que no hay fluctuaciones en el *fuel ratio*, en la ecuación (2.39) se observa que  $S_l$  varía únicamente dependiendo de la dinámica del sistema. Por lo tanto, no hay que actuar en  $S_l$  para incorporar su efecto en la variabilidad en el modelo, éste está considerado implícitamente.

Si se asume que el núcleo de la ignición se encuentra a una distancia acotada muy pequeña de la posición de la bujía<sup>6</sup> [51],  $\Delta R_c \rightarrow 0$ , las principales variables involucradas en la variabilidad ciclo a ciclo pueden ser  $l_t$  y  $u_t$ .

Teniendo en cuenta las correlaciones empíricas para  $l_t$  y  $u_t$ , ecuaciones (2.44) y (2.46), se puede observar que el término del cociente de densidades,  $\rho_i/\rho_u$ , es común a ambas, lo que permite establecer una relación entre las dos variables. Se supone de momento que todas las fuentes de variación quedan determinadas a partir de  $l_t$ . La variable  $u_t$  se obtiene a partir de sustituir (2.46) en (2.44):

$$u_t = 0,08U_i \left( \frac{0,8L_{v,max}}{l_t} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (6.1)$$

Entonces, basta con determinar la variación de  $l_t$  ciclo a ciclo, para incorporar a la simulación un modelo estocástico, sencillo, que en principio contemple la variabilidad del motor. El modelo propuesto para representar la variación de  $l_t$  incorpora la aleatoriedad únicamente al inicio de la combustión en cada ciclo. Suponiendo que los valores de  $l_t$  al inicio de la combustión se ajustan a una distribución  $H$  de media  $\mu_{l_t}$  y una desviación estándar  $\sigma_{l_t}$ , al inicio de la combustión se puede calcular:

$$\lambda_{ini} = \left( \frac{\rho_i}{\rho_u} \right)^{3/4} \quad (6.2)$$

y

$$l_{t,1} = G_H(\mu_{l_t}, \sigma_{l_t}) \quad (6.3)$$

---

<sup>5</sup>Nótese que  $S_l$  es quién determina la combustión efectiva de los gases, dado que  $u_t$  es simplemente la velocidad de la masa sin quemar que atraviesa el frente de llama por convección. Una vez dentro del frente de llama, el área real de contacto entre los gases quemados y sin quemar es mucho mayor y se quema en un tiempo  $\tau_b$ , ecuación (2.38).

<sup>6</sup>La variación ciclo a ciclo del área del frente de llama es muy pequeña, su efecto se traduce como un ruido durante el transcurso de la combustión



donde  $G_H$  es un generador de números aleatorios de la distribución  $H$ . El valor de  $l_t$  a lo largo de la evolución de la combustión se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$l_t = \frac{l_{t,1}}{\lambda_{\text{ini}}} \left( \frac{\rho_i}{\rho_u} \right)^{3/4} \quad (6.4)$$

Nótese que este modelo incorpora la aleatoriedad en la variable  $l_t$  únicamente al inicio de la combustión y manteniendo su relación evolutiva con respecto a las densidades a lo largo de la misma.

Una vez establecidos  $H$ ,  $\mu_{l_t}$  y  $\sigma_{l_t}$  queda definido  $l_t$  mediante la ecuación (6.4) y  $u_t$  a partir de la relación (6.1). Para determinar la distribución y sus características se utilizan los datos de Beretta [19], que calcula diferentes valores de  $l_t$  medidos en un motor real. Siguiendo la idea de Abdi Aghdam [51], se considera una distribución *log-normal* para representar la evolución aleatoria. Mediante un test no paramétrico se determina que los valores se ajustan a esa distribución y se estima la desviación estándar,  $\sigma_{l_t} = 0,2217$ . Sin embargo, el promedio de  $l_t$  se puede calcular directamente del modelo: tomando como valor esperado de  $l_t$  al inicio de la combustión  $l_t^0$ , que se obtiene de la correlación empírica, ecuación (2.46),  $l_t^0 = 0,8L_{v,max} (\rho_i/\rho_u)^{3/4}$ . Por lo tanto, el valor promedio de  $l_t$  se calcula para la distribución *log-normal* como:

$$\mu_{l_t} = \log(l_t^0) - \frac{\sigma_{l_t}^2}{2} \quad (6.5)$$

De esta forma queda definida la componente aleatoria para la variabilidad ciclo a ciclo en el simulador. En la siguiente sección se presentan los resultados obtenidos con los parámetros de un motor monocilíndrico de ciclo Otto cuando se incorpora este modelo aleatorio a la simulación *cuasi-dimensional*. Seguidamente bajo las mismas condiciones, se hace una caracterización estadística del calor liberado durante la combustión.

## 6.2. Variabilidad en el modelo *cuasi dimensional*

La presente sección muestra los efectos del modelo de variabilidad propuesto en la sección 6.1 en los principales parámetros de un motor de combustión interna de encendido por chispa, sobre la base del modelo cuasi dimensional descrito en el capítulo 2. Los datos geométricos y de funcionamiento son tomados de Beretta [19].

Los parámetros a tener en cuenta son: la potencia,  $P$ , el rendimiento,  $\eta$ , la presión dentro de la cámara durante cada ciclo,  $p$  y el calor liberado durante la reacción de combustión (o en inglés, *heat release*),  $Q_r$ . Los parámetros  $P$ ,  $\eta$  y  $p$  se definen en el capítulo 2. Para calcular el *heat release* se aplica el primer principio de la termodinámica para sistemas abiertos al volumen de control durante la reacción de combustión. Identificando el *heat release*,  $\delta Q_r$ , la energía interna,  $dU$ , el trabajo de salida del motor,  $\delta W$  y la transferencia de calor desde el fluido de trabajo (considerado como una mezcla de gases ideales) hacia las paredes del cilindro,  $\delta Q$ :

$$\delta Q_r = dU + \delta W + \delta Q \quad (6.6)$$

donde la energía interna y las pérdidas de calor incluyen los términos asociados a los gases quemados y sin quemar:  $U = m_u c_{v,u} T_u + m_b c_{v,b} T_b$  y  $\delta Q = \delta Q_u + \delta Q_b$ . Dada la forma diferencial de esa expresión, cada uno de los términos se puede derivar tanto respecto al tiempo,  $t$ , como respecto al ángulo del cigüeñal,  $\varphi$ . El calor liberado durante la combustión es calculado a partir de integrar la ecuación (6.6) durante el período en que esta transcurre.

En la figura 6.2a se presenta la evolución de la potencia,  $P$ , para 500 ciclos consecutivos. Los parámetros y características son los de Beretta [19], con un *fuel ratio*,  $\phi = 1,0$  y una velocidad de giro de 109 rad/s. El comportamiento cualitativamente es similar al que se encuentra en la literatura [85].

Se puede observar como hay una coherencia entre el comportamiento de la potencia y el rendimiento, cuando la potencia disminuye el rendimiento también lo hace. A modo de ejemplo, el mínimo valor de la potencia se observa en el ciclo 272 que corresponde al mínimo valor del rendimiento. Esto se explica a partir de la ecuación (2.71) la cual muestra que el rendimiento,  $\eta$ , está ligado al trabajo (y así a la potencia,  $P$ ) mediante la masa de combustible que entra al sistema,  $m_f$ , que depende de las presiones durante el período de admisión. Dado que las diferencias de presiones entre ciclos diferentes se amortiguan en dicho período, es de esperar que  $m_f$  prácticamente no varíe, dejando una relación prácticamente lineal entre  $P$  y  $\eta$ .

Es interesante mencionar el fenómeno cíclico de evaporación y condensación de combustible en el ducto de admisión. Guzzella [1], predice una variación cíclica de la masa de combustible que entra al pistón, provocando un efecto de variación

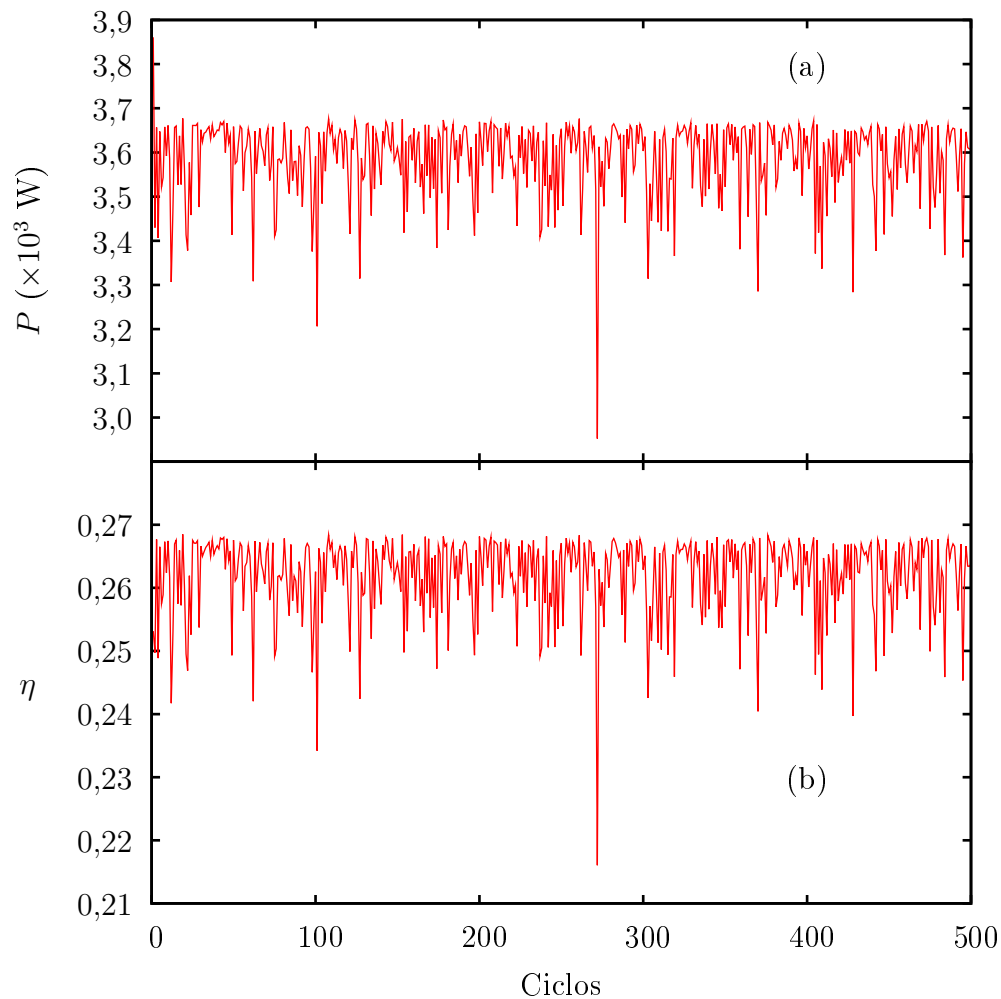


Figura 6.2: Potencia de salida,  $P$  y rendimiento,  $\eta$ , para 500 ciclos, con un *fuel ratio*,  $\phi = 1,0$  y una velocidad de giro de 109 rad/s. Se considera a  $l_t$  como el único término causa la variabilidad.

periódico. Este efecto no se considera en este trabajo dado que los períodos en los que se éste produce son de un orden muy elevado en comparación a los que se intenta modelar.

El modelo también reproduce cualitativamente los resultados fluctuantes del *heat release*,  $Q_r$ . En la figura 6.3 se muestra su evolución para 500 ciclos consecutivos. En

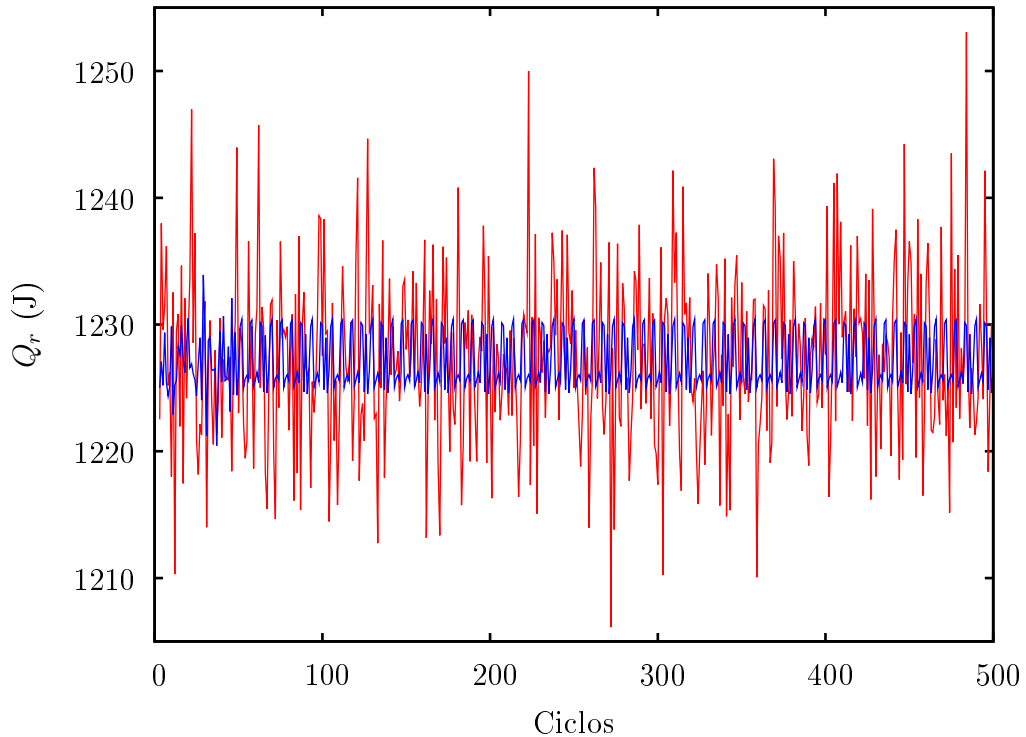


Figura 6.3: Calor liberado durante el período de combustión,  $Q_r$ , para 500 ciclos, con un *fuel ratio*,  $\phi = 1,0$  y una velocidad de giro de 109 rad/s. Se considera a  $l_t$  como el único término causa la variabilidad. La línea oscura representa el comportamiento determinista del sistema bajo las mismas condiciones (sin considerar fluctuaciones estocásticas en los parámetros de combustión).

la figura también se superponen los resultados del modelo cuando no se considera la aleatoriedad en ningún parámetro. Los parámetros y características considerados son los de Beretta [19], con un *fuel ratio*,  $\phi = 1,0$  y una velocidad de giro de 109 rad/s. La evolución determinista presenta una fluctuación periódica con varias frecuencias fijas. Sin embargo, se puede observar como aumenta la amplitud de la serie cuando se consideran las fluctuaciones en los parámetros de combustión. En este último caso, los resultados son muy similares a los encontrados en la literatura [53, 81, 85, 86]. Por lo tanto, considerando los resultados para la potencia, el rendimiento y el *heat release*, se puede decir hasta aquí que las figuras muestran de forma cualitativa que

el modelo de variabilidad, considerando como fuente de variabilidad la turbulencia en la combustión, concretamente en el parámetro  $l_t$ , es capaz de reproducir las fluctuaciones reales que se producen en un motor de combustión interna de encendido por chispa.

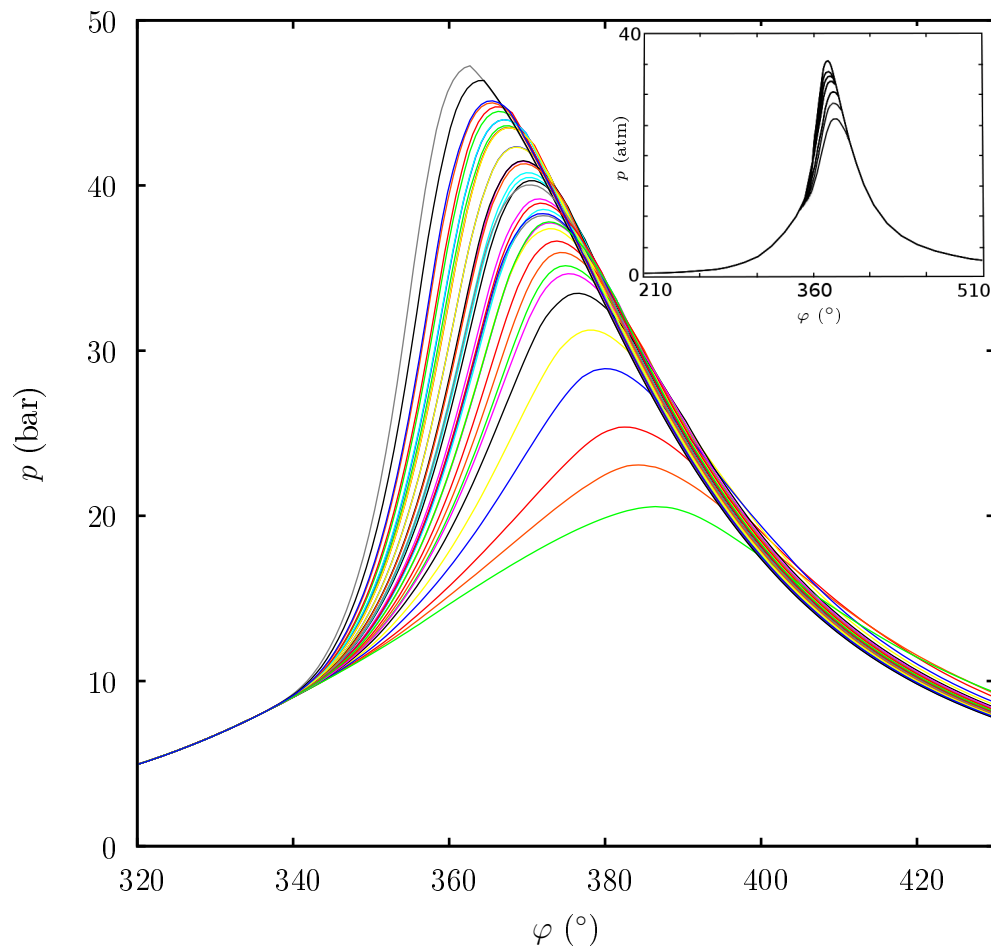


Figura 6.4: Evolución de la presión,  $p$ , en función del ángulo del cigüeñal,  $\varphi$ , para 39 ciclos (no consecutivos), con un *fuel ratio*,  $\phi = 1,0$  y una velocidad de giro de 109 rad/s. Se considera a  $l_t$  como el único término causa la variabilidad.. El cuadro representa las mediciones experimentales de la presión en función del ángulo, obtenidas de Heywood [50].

Si bien todas las variables son significativas en el análisis de la variabilidad, la

presión juega un papel muy importante, debido a que el trabajo ejercido por los gases en cada ciclo y consecuentemente la potencia, se obtienen directamente de ella. Su evolución a lo largo del ciclo y el valor máximo que alcanza son características fundamentales de cada ciclo. En la figura 6.4 se muestra la evolución de la presión,  $p$ , en función del ángulo del cigüeñal,  $\varphi$ , para 39 ciclos seleccionados equidistantes de una simulación de 2800 ciclos. También se presenta un cuadro con los resultados experimentales obtenidos de Heywood [50]. Los valores obtenidos aquí se corresponden cualitativamente con ellos y con otros encontrados en la literatura [50, 51, 87], mostrando una dispersión importante de la presión en diferentes ciclos a partir de un cierto ángulo después de la ignición. Por lo tanto, nuevamente se puede decir que el modelo que considera el comportamiento turbulento del fluido de trabajo como fuente de fluctuaciones, caracterizado mediante el parámetro,  $l_t$ , reproduce cualitativamente los resultados encontrados en la literatura.

### 6.3. Caracterización del calor liberado

El objetivo de esta sección es mostrar la capacidad de la simulación que se ha desarrollado de analizar en profundidad la variabilidad ciclo a ciclo, mediante el análisis de una magnitud característica como el calor liberado durante la combustión,  $Q_r$ , que es objeto de análisis habitual en la literatura [54, 86, 88].

El análisis que aquí se presenta no posee el rigor que merece un estudio adecuado del comportamiento, no lineal y/o estadístico, de una variable de tales características. Pretende ser simplemente un ejemplo de las posibilidades que permite esta herramienta de trabajo. Tomando los valores geométricos y de funcionamiento de Beretta [19], descritos en el apéndice D, se analiza la influencia de la longitud característica,  $l_t$  y la velocidad característica,  $u_t$ , manteniendo la posición de la ignición en  $R_c = 25$  mm. Asumiendo la relación (6.1) entre las magnitudes características y utilizando el ajuste estadístico descrito en la sección 6.1.

Los resultados obtenidos para el calor liberado,  $Q_r$ , en los primeros 500 ciclos se presentan en la figura 6.5, para valores de la razón de equivalencia entre combustible y aire que van desde mezclas pobres ( $\phi = 0,4$ ) a mezclas por encima de la estequiométrica ( $\phi = 1,1$ ).

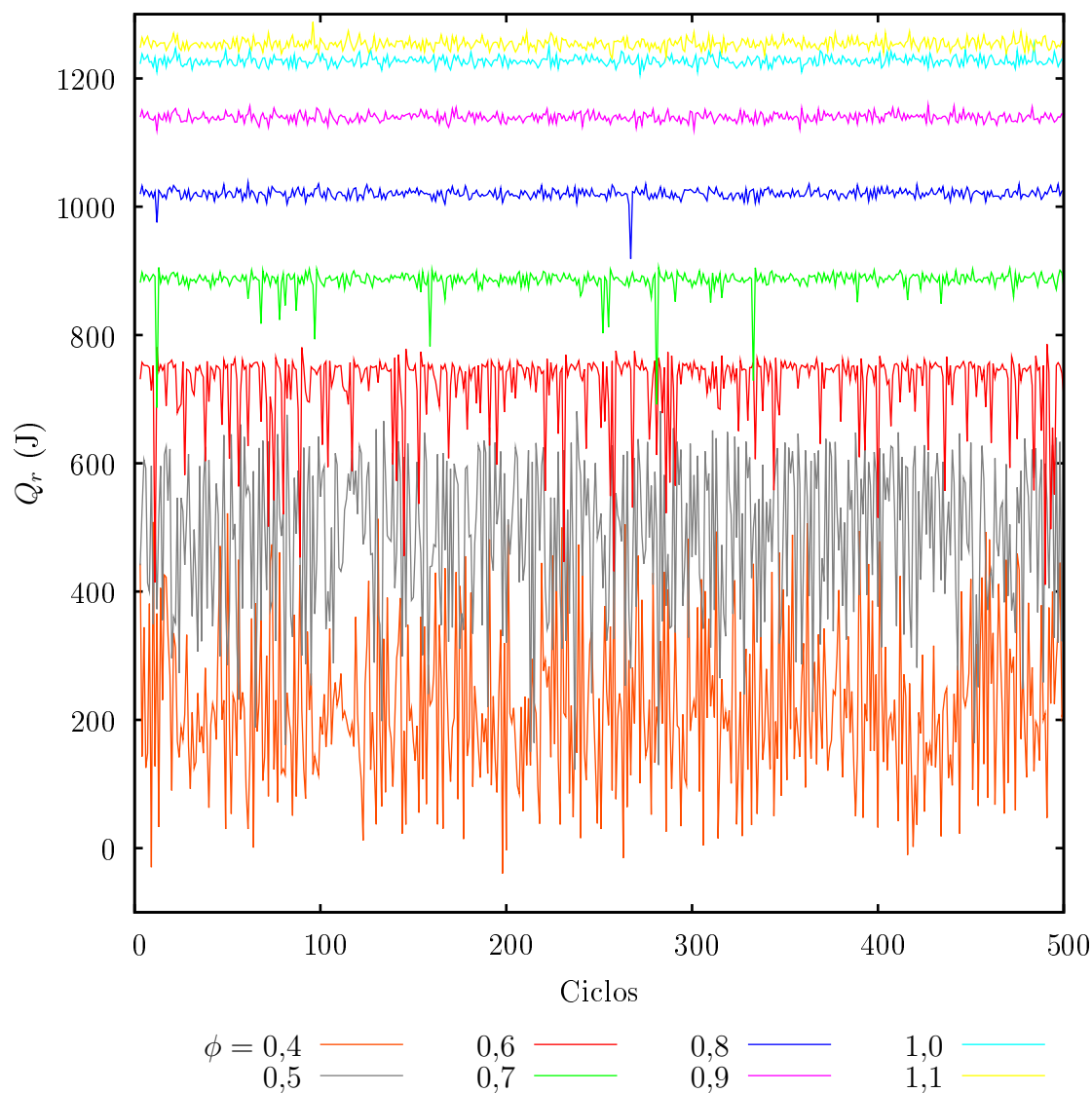


Figura 6.5: Series temporales del calor liberado,  $Q_r$ , para los primeros 500 ciclos. Se muestran los resultados para diferentes razones de equivalencia de combustible y aire, que varían desde  $\phi = 0,4$  a 1,1.

En el cuadro 6.1 se presentan algunos parámetros estadísticos usuales, para el modelo estocástico desarrollado, como el promedio,  $\mu$ , la desviación estándar,  $\sigma$ , el coeficiente de covarianza,  $COV$  ( $COV = \sigma/\mu$ ) y otros dos un poco menos comunes, el

Cuadro 6.1: Parámetros estadísticos de las series temporales del calor liberado,  $Q_r$ , representadas en la figura 6.5 para diferentes *fuel ratios*: promedio,  $\mu$ , desviación estándar,  $\sigma$ , coeficiente de covarianza,  $COV$ , *skewness*,  $S$  y *kurtosis*,  $K$ .

Estocástico								
$\phi$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
$\mu$ (J)	218,09	492,50	726,23	885,43	1020,24	1139,51	1227,16	1253,71
$\sigma$ (J)	124,225	122,966	57,872	17,937	7,333	6,326	6,663	7,093
$COV$	0,570	0,250	0,0797	0,0203	0,0072	0,0056	0,0054	0,0057
$S$	0,509	-0,643	-3,028	-8,388	-3,194	0,147	0,423	0,335
$K$	2,676	2,495	13,455	104,475	49,491	3,579	3,710	3,454

*skewness*,  $S = \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^3 / [(N-1)\sigma^3]$  y la *kurtosis*,  $K = \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^4 / [(N-1)\sigma^4]$ .  $S$  es una medida de la asimetría de los datos, los valores negativos (positivos) corresponden a una configuración en la que la rama izquierda (derecha) es mayor que la derecha (izquierda).  $K$  mide lo concentrados que están los datos con respecto a sus valores extremos, dicho de otra forma, si la función de distribución es muy puntiaguda o no<sup>7</sup>. En el cuadro 6.2 se presentan los mismos parámetros que el cuadro 6.1 pero para el modelo determinista (que no incorpora aleatoriedad en ningún parámetro), donde las variaciones son producidas únicamente por la evolución de las ecuaciones diferenciales del sistema. Se puede observar que la media no presenta grandes diferencias, sin embargo los parámetros asociados a la dispersión, presentan variaciones muy significativas.

En la figura 6.6, arriba, se muestran los mapas de retorno,  $Q_{r,i+1}$  versus  $Q_{r,i}$  para los primeros 2000 puntos en el mismo intervalo de  $\phi$  considerado en la la figura 6.5, abajo, se presentan los mapas de retorno obtenidos experimentalmente, presentados por Green y otros [88], para tres *fuel ratios* distintos,  $\phi = 1,0; 0,71; 0,59$ . El subíndice  $i$  es simplemente explicativo, se escribe para diferenciar el calor liberado en un ciclo  $i$  con el que se libera en el siguiente  $i + 1$ . Se observa el grado de similitud con que los resultados del modelo reproducen los datos experimentales, destacando

<sup>7</sup>Como referencia, los valores de una distribución normal de  $\mu = 0$  y  $\sigma = 1$ , son  $S = 0$  y  $K = 3$ .



Cuadro 6.2: Los mismos parámetros que el cuadro 6.1, pero para el modelo determinista.

		Determinista						
$\phi$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
$\mu$ (J)	195,05	500,84	746,19	886,82	1019,73	1138,79	1227,20	1253,32
$\sigma$ (J)	1,046	2,593	0,320	0,785	1,463	1,969	2,249	2,255
$COV$	0,0054	0,0052	0,0004	0,0009	0,0014	0,0017	0,0018	0,0018
$S$	-1,638	-0,004	0,057	-0,106	-0,013	1,317	0,376	-0,062
$K$	39,058	2,485	2,638	1,332	1,326	3,61	1,361	3,458

principalmente los resultados para mezclas ricas ( $\phi = 1,0$ ) y pobres ( $\phi = 0,71$ ). Además, de esta figura y del cuadro 6.1 se deducen los cuatro puntos siguientes:

- (i) A elevados valores de  $\phi$  (0,9–1,1) las variaciones del calor liberado se comportan como puntos característicos de poco ruido con distribuciones de pequeña amplitud, asimétricas con ramas hacia la derecha y un poco más cercanas a una distribución gaussiana, que a valores más bajos de  $\phi$ . Para  $\phi = 1,0$  y 1,1 hay una superposición parcial de las nubes de puntos.
- (ii) A valores intermedios de *fuel ratio* ( $\phi = 0,6 - 0,8$ ) se observan claramente patrones en forma de *bumerán*, que aún muestran algunas características de aleatoriedad, debido a ruido del sistema. Es interesante mencionar que estas series corresponden a distribuciones con valores muy concentrados cerca de la media, disminuyendo con bastante rapidez hacia sus extremos, y además muestran una leve tendencia a presentar ramas hacia la izquierda.
- (iii) A bajos *fuel ratios* ( $\phi = 0,4$  y 0,5) se observan grupos no estructurados que a primera vista, podría ser consecuencia de la aparición de patrones multi-periódicos (o caóticos). Las distribuciones presentan elevadas amplitudes, ramas asimétricas y concentraciones más distribuidas que la gaussiana.
- (iv) Mediante una inspección más profunda se puede observar que la figura 6.6 revela una cierta asimetría con respecto a la diagonal, más pronunciada a

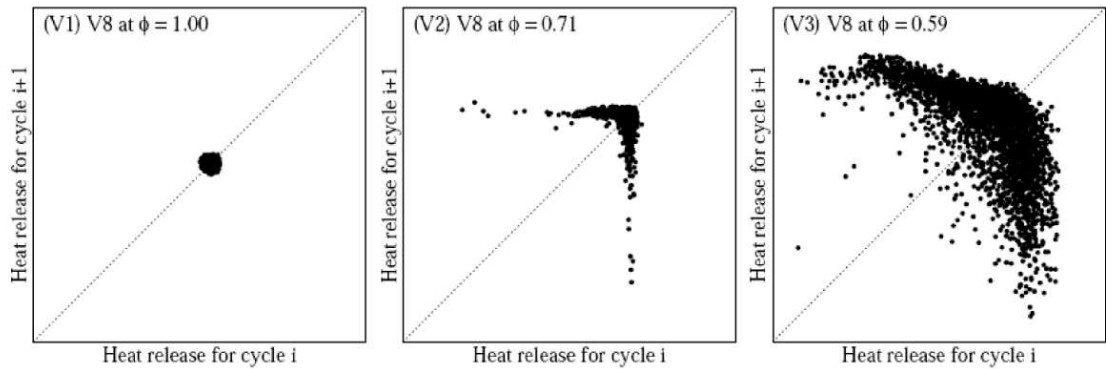
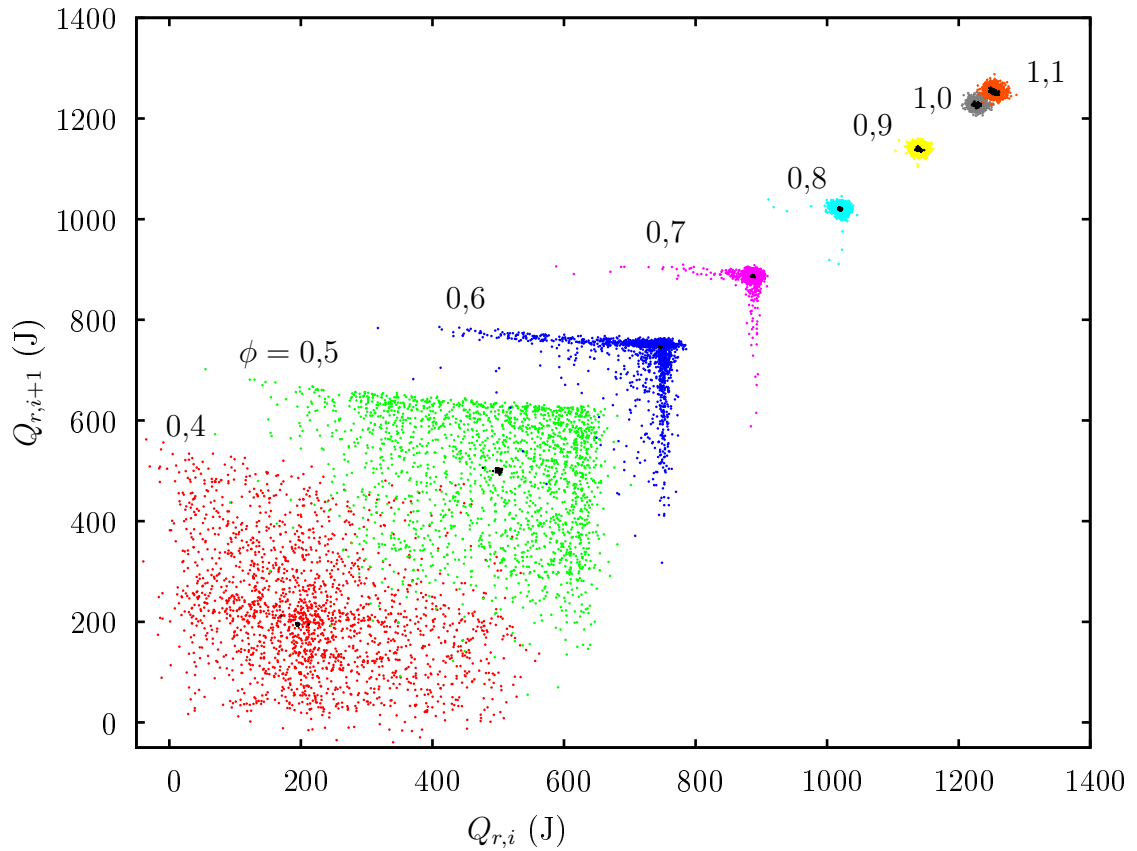


Figura 6.6: Arriba, mapas de retorno del calor liberado,  $Q_r$ . Los núcleos centrales de cada  $\phi$  representan los resultados deterministas en cada caso. Abajo, figura tomada de [88], mapas de retorno con resultados experimentales para tres *fuel ratios* distintos,  $\phi = 1,0$ ;  $0,71$  y  $0,59$ .

medida que disminuyen los valores de  $\phi$ , reflejando el carácter irreversible de los datos. Una descripción cuantitativa de esta irreversibilidad, observada en el tiempo utilizando un análisis simbólico de series temporales (en inglés *symbolic time-series analysis*) se presenta en [55].

Daw y colaboradores [53,54], mediante un simple modelo matemático físicamente orientado, han obtenido diagramas de bifurcación del calor liberado en la combustión, en términos de dos parámetros: la razón de equivalencia de combustible y aire y la fracción de combustible no quemado que permanece en el cilindro de un ciclo al siguiente. Concluyen que:

- (a) Cerca de la condición estequiométrica, los valores del calor liberado se estabilizan entorno a un punto.
- (b) A relativamente bajos *fuel ratios* aparecen bifurcaciones de período 2 en los diagramas, más o menos visible dependiendo de la intensidad de ruido considerada en los parámetros de entrada.
- (c) A *fuel ratios* suficientemente bajos las oscilaciones del calor liberado son complejas, debido principalmente a una multi-periodicidad o a un comportamiento caótico.

Para comprobar este comportamiento en un modelo físicamente más elaborado (como el descrito en este trabajo), se presenta en la figura 6.7 un análisis del calor liberado durante la combustión,  $Q_r$ , versus  $\phi$  con  $0,4 \leq \phi \leq 0,7$ , mostrando 300 valores de  $Q_r$  para cada  $\phi$  (en total se presentan  $1,5 \times 10^5$  puntos). Se puede observar claramente la tendencia a reducir el ruido, para valores elevados de  $\phi$  y los patrones complejos para bajos  $\phi$ . Para  $\phi < 0,45$  se observa claramente una zona densa de pendiente negativa, comportamiento que aparentemente se repite para  $\phi \simeq 0,60$ . Este comportamiento se puede asociar al comportamiento determinista, que presenta un comportamiento particular en esos puntos (véase la figura 6.7).

Hasta ahora se ha presentado un análisis de la influencia de los parámetros  $l_t$  y  $u_t$  en el fenómeno de variación cíclica, relacionando a ambos mediante la ecuación (6.1). A partir de ahora, se plantean dos objetivos: el primero, analizar la influencia de  $u_t$  y  $l_t$  pero considerándolos independientes entre sí. También, otro punto interesante que

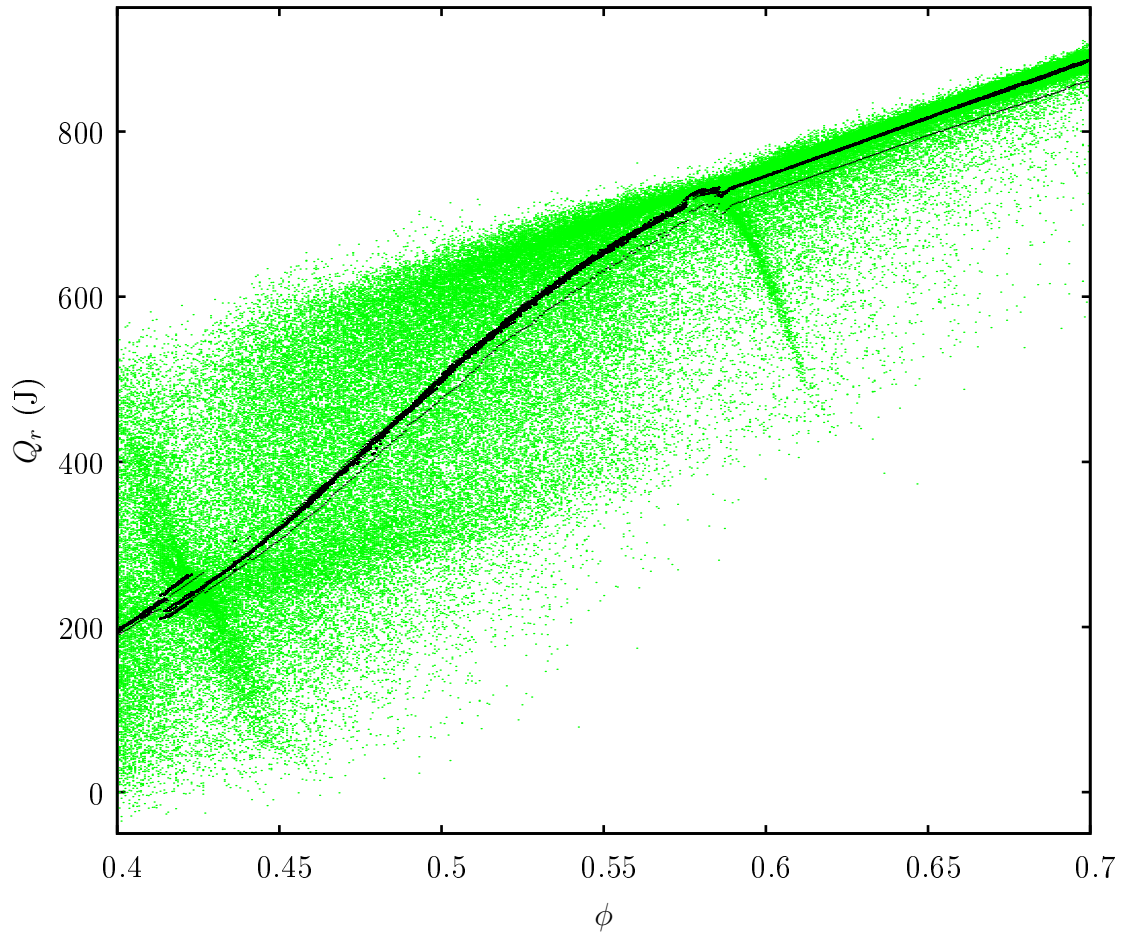


Figura 6.7: Diagrama del calor liberado,  $Q_r$ , para  $0,4 \leq \phi \leq 0,7$ , mostrando 300 valores de  $Q_r$  para cada  $\phi$ . Los puntos oscuros representan el comportamiento determinista del sistema bajo las mismas condiciones (sin considerar fluctuaciones estocásticas en los parámetros de combustión).

se menciona en la literatura [48, 49, 83] es el efecto del desarrollo inicial de la llama, que determina la posición del centro del frente de llama,  $R_c$ , que a su vez (como se mencionó anteriormente) se encuentra fuertemente ligado al desarrollo del área del frente de llama. Por esta razón el segundo objetivo es incorporar al análisis la influencia de la posición de la ignición,  $R_c$ . Para esto se ejecutan 2800 ciclos consecutivos, con las relaciones de equivalencia de combustible y aire consideradas anteriormente,

imponiendo un modelo estocástico para cada uno de los tres parámetros.

Primero se consideran fluctuaciones únicamente en  $l_t$ , utilizando la distribución descrita en la sección 6.1. En la figura 6.8a se muestra el mapa de retorno correspondiente, el cual debe ser comparado con la figura 6.6. De esta comparación se puede concluir que las principales características de los mapas de retorno obtenidos cuando  $l_t$  y  $u_t$  se consideran ligados por la ecuación (6.1) (ruido en puntos cercanos al estequiométrico, la estructura de *bumerán* a *fuel ratios* intermedios y los patrones complejos a bajos  $\phi$ ) están incluidos cuando se considera solamente la variabilidad en la distribución aleatoria de la longitud característica,  $l_t$ . La diferencia entre ambas figuras sólo afecta la dispersión de los brazos del *bumerán*. A continuación se consideran fluctuaciones estocásticas sólo en la velocidad característica.

En relación a  $u_t$ , es importante destacar que no es fácil encontrar en la literatura datos experimentales que permitan obtener una distribución estocástica para esta velocidad característica con adecuada certidumbre. Por esta razón, se han utilizado los datos de la referencia [51] para la intensidad turbulenta, transformándolos, para generar una distribución *log-normal* de la velocidad característica,  $u_t$  y se comprobó cómo afectan leves cambios en los parámetros de la distribución dentro de intervalos realistas. De esta forma, se asume finalmente una distribución log-normal,  $LogN(\mu_{\log u_t}, \sigma_{\log u_t})$ , alrededor de un valor nominal  $u_t^0 = 0,08U_i(\rho_u/\rho_i)^{1/2}$  con una desviación estándar  $\sigma_{\log u_t} = 0,02 u_t^0$  y una media  $\mu_{\log u_t} = \log(u_t^0) - (\sigma_{\log u_t}^2/2)$ . Cuando la variación estocástica se introduce únicamente en  $u_t$ , el comportamiento en el mapa de retorno no se ve alterado significativamente, véase la figura 6.8b: a bajos  $\phi$  se pueden encontrar comportamientos con forma de *bumerán*, aunque se aprecia una sensibilidad más acentuada hacia sus ramas. Además no se perciben nuevos comportamientos o características en los mapas de retorno que los obtenidos mediante la variación de  $l_t$ .

Con respecto a la posición del centro del frente de llama,  $R_c$ , primero se debe resaltar que no es sencillo evaluar numéricamente el radio y el área del frente de llama cuando  $R_c$  está desplazado del origen. En el apéndice C se describe con detalle el cálculo de el radio, el área y el volumen del frente de llama para diferentes configuraciones geométricas. Segundo, se asume una distribución gaussiana con una desviación estándar  $\sigma_{R_c} = 2,965 \times 10^{-3}$  m, de acuerdo con los resultados descritos por Beretta [19]. A la vista de la figura 6.8c se observa claramente que la influencia

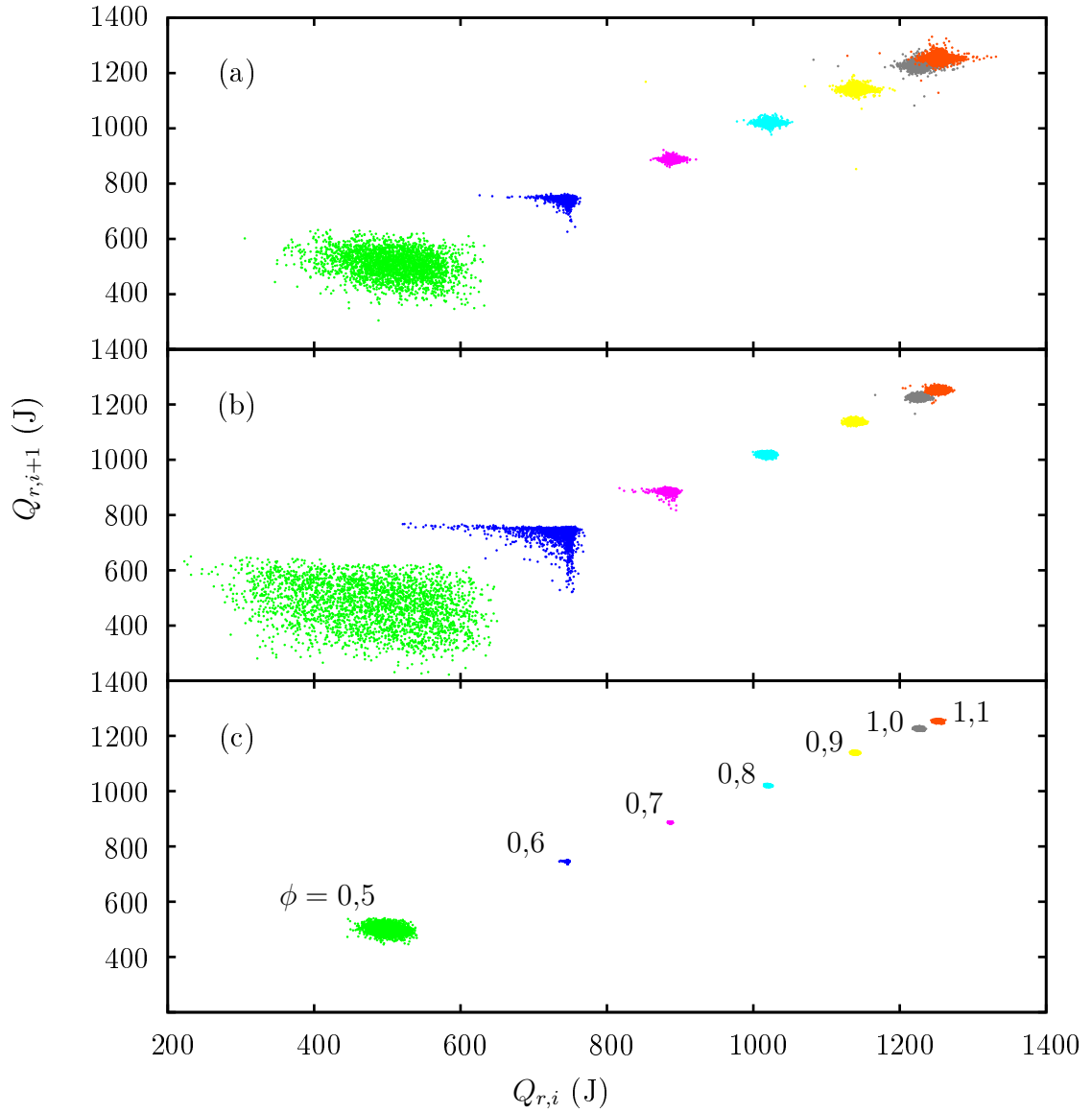


Figura 6.8: Mapas de retorno del calor liberado por ciclo, considerando tres parámetros básicos de la combustión,  $l_t$ ,  $u_t$  y  $R_c$  como independientes y estocásticos. (a) Las fluctuaciones son introducidas únicamente en  $l_t$ , (b) fluctuaciones solamente en  $u_t$  y (c) se considera  $R_c$  como el único parámetro estocástico.

de la componente estocástica en  $R_c$  se limita a causar ruido en torno a un punto central para todos los  $\phi$  considerados, y no se perciben las estructuras de *bumerán* características en estos mapas de retorno.

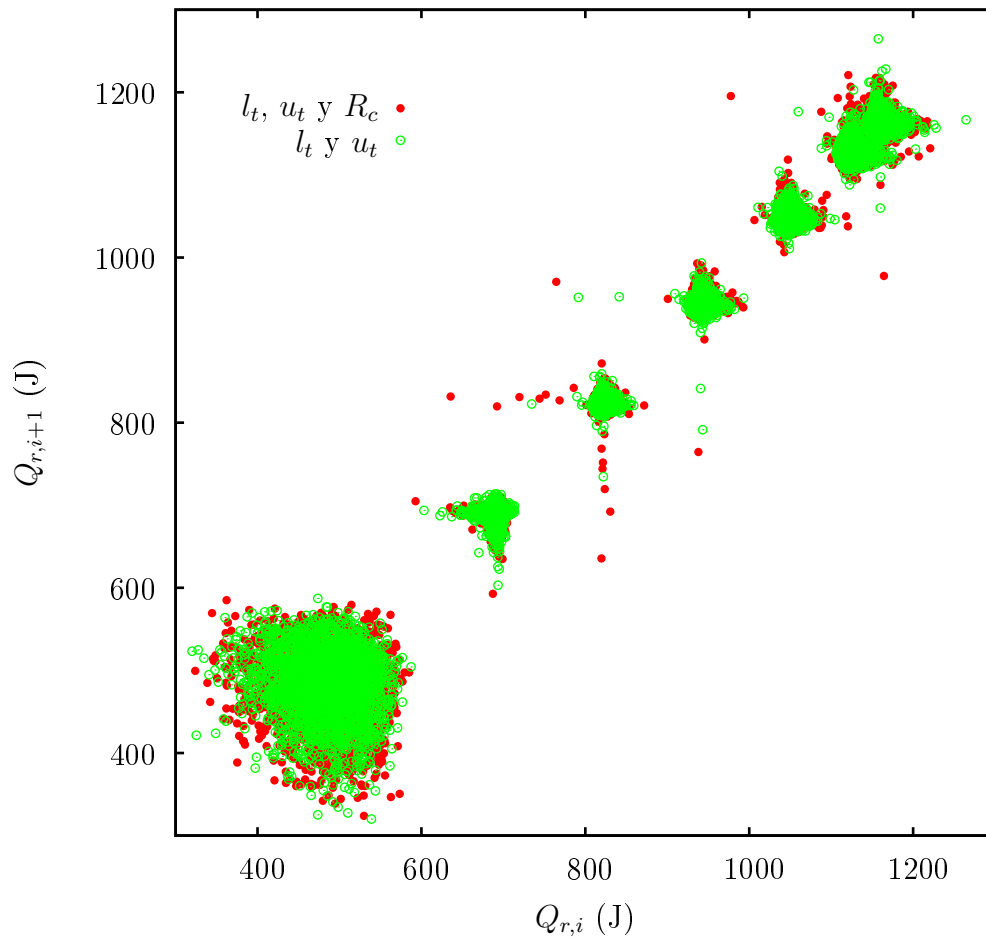


Figura 6.9: Comparación de los mapas de retorno del calor liberado por ciclo, cuando se consideran componentes aleatorias independientes en los tres parámetros básicos de la combustión,  $l_t$ ,  $u_t$  y  $R_c$  con los obtenidos cuando sólo se consideran  $l_t$  y  $u_t$  independientes.

Finalmente, en la figura 6.9 se comprueba lo que sucede cuando los tres parámetros son independientes y simultáneamente introducidos de forma estocástica en la simulación y se compara con el caso en que sólo se incluyen  $l_t$  y  $u_t$  independientes.

Se observa claramente que la adición de  $R_c$  no afecta los resultados y no agrega más información que la que se obtiene al no considerarlo. A la vista de estos resultados se puede decir que el comportamiento observado en el calor liberado,  $Q_r$  en términos de  $\phi$  se debe principalmente a la variación estocástica de  $l_t$  y  $u_t$  y la no linealidad introducida por la dinámica del proceso de combustión, independientemente de la fluctuación en la posición del centro del frente de llama.

## 6.4. Resumen y conclusiones

El estudio del comportamiento no lineal en la dinámica del interior del cilindro en un motor de combustión interna de encendido por chispa ha sido abordado por varios autores. Letelier y otros [52], realizando un análisis de los datos de presión, utilizando métodos como la reconstrucción del espacio de fases, los diagramas de Poincaré y los mapas de retorno, concluyen que el comportamiento de las variaciones de presión no están gobernadas por un proceso caótico, sino, por la combinación de un proceso con una componente no caótica determinista que deriva de una dinámica no lineal y otra estocástica; en acuerdo con los resultados de Daw y otros [53,54] para las series temporales del calor liberado. Globalmente los resultados de este trabajo concuerdan con ambos.

El control y la optimización de las fluctuaciones, considerando el *fuel ratio* como un parámetro básico, debe ser de gran importancia en la optimización de los parámetros de funcionamiento de un motor de encendido por chispa. En el capítulo 5 se refleja la importancia de las curvas potencia-rendimiento en el procedimiento de optimización del diseño o el funcionamiento de un motor. En la figura 6.10 se muestra la evolución paramétrica de las curvas potencia-rendimiento,  $P = P(\eta)$ , obtenidas a partir de eliminar el *fuel ratio* de  $P = P(\phi)$  y  $\eta = \eta(\phi)$  cuando se considera el sistema sin añadir ninguna componente aleatoria, puntos oscuros en la figura 6.10 (es decir, cuando el sistema dinámico es una superposición no lineal de ecuaciones diferenciales para la presión y la temperatura por una parte y para la combustión por otra) y también cuando se consideran variaciones cíclicas mediante la inclusión de una componente estocástica en  $l_t$ , figura 6.10 (véase la sección 6.1).

Los resultados después de 10000 ciclos, para diferentes valores de,  $\phi$ , muestran



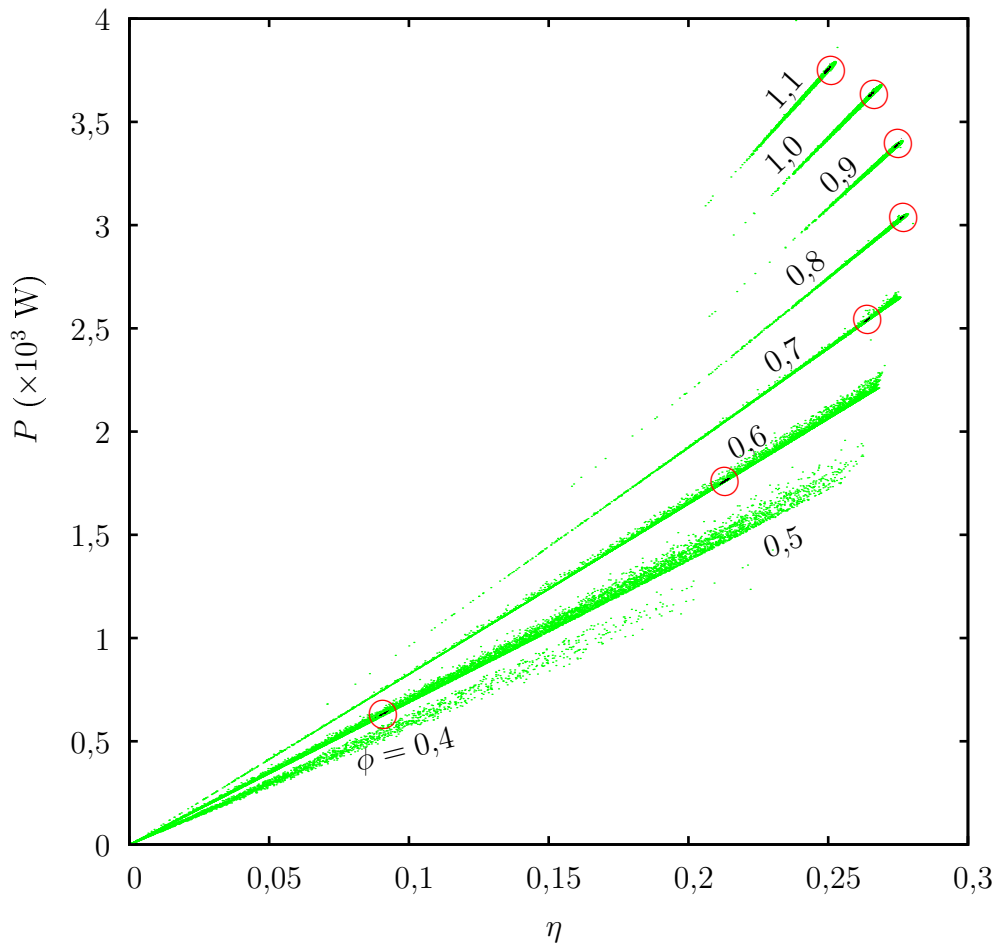


Figura 6.10: Diagramas de potencia-rendimiento,  $P = P(\eta)$ , obtenidas a partir de eliminar el *fuel-ratio* después de considerar la potencia,  $P$  y el rendimiento  $\eta$  como funciones de  $\phi$  (nubes de puntos), tomando una distribución log-normal para la longitud característica,  $l_t$ . Los núcleos oscuros, señalizados con un círculo, en las nubes de puntos corresponden al modelo determinista (sin considerar fluctuaciones estocásticas en los parámetros de combustión).

(figura 6.10) que cuando no se introducen componentes fluctuantes de los parámetros de la combustión se obtienen un conjunto de puntos bien definidos cuya interpolación daría lugar a una curva cerrada potencia-rendimiento del mismo tipo que las

obtenidas en los capítulos anteriores. En esta curva se observa cómo los puntos de máxima potencia y máxima eficiencia son distintos, pero se encuentran próximos, como es habitual en este tipo de sistemas, donde los parámetros óptimos de funcionamiento deben ser un compromiso entre los que maximizan ambas funciones,  $P$  y  $\eta$ .

Sin embargo, al considerar variabilidad en los parámetros básicos de la combustión, los puntos bien definidos se transforman en nubes de densidad no homogénea, figura 6.10. Los estudios de optimización habituales se basan en los bucles bien definidos mediante líneas. Esta figura muestra cambios importantes en la forma de las curvas de potencia-rendimiento, para cada valor de  $\phi$  existe una dispersión clara producto de la variabilidad cíclica. Se puede observar una transición, en términos de  $\phi$ , de la posición de la zona con mayor densidad de puntos en las nubes. A elevados valores de  $\phi$  (desde 1,1 a 0,8) hay una gran densidad en la zona derecha de la nube (zona de elevada potencia y elevado rendimiento), para  $\phi = 0,7$  y  $0,6$  la distribución es aproximadamente uniforme a lo largo de toda la nube y para valores más bajos de  $\phi$  la máxima densidad se sitúa a la izquierda de la nube (zona de baja potencia y rendimiento). Rocha-Martinez y otros [85] han desarrollado un modelo irreversible simplificado, donde se analizan las fluctuaciones de la potencia y el rendimiento en términos de las variaciones del calor liberado durante la combustión.

En resumen, utilizando un simulador numérico de un motor de encendido por chispa se ha analizado la influencia en el fenómeno de la variabilidad ciclo a ciclo de tres parámetros básicos que gobiernan el proceso de combustión: la longitud característica,  $l_t$ , la velocidad característica,  $u_t$  y la posición del centro del frente de llama,  $R_c$ . La influencia del primero parece ser determinante en las estructuras observadas de las series temporales del calor liberado durante la combustión.

# Capítulo 7

## Conclusiones generales

El objetivo de este trabajo ha sido analizar el ciclo termodinámico de un motor monocilíndrico de encendido por chispa mediante dos métodos alternativos. Por un lado el modelo numérico que resuelve las ecuaciones diferenciales mecánicas y termodinámicas del sistema en función del ángulo del cigüeñal y por otro un modelo teórico, basado en la Termodinámica de Tiempos Finitos (TTF) que resuelve el comportamiento de una máquina térmica considerando las irreversibilidades de los distintos procesos termodinámicos. A partir de estos modelos se extienden las ventajas de cada uno en el otro (la precisión del modelo numérico y la visión global del modelo teórico) con el objetivo de mejorar ambos. Además, mediante el análisis de la física de la combustión, se propone un modelo numérico que incorpora la variabilidad ciclo a ciclo observada en los motores reales.

- A) Inicialmente se describe un modelo numérico, basado en la primera ley de la termodinámica para determinar las ecuaciones diferenciales de la temperatura y la presión y en la segunda ley de Newton de la rotación para la evolución de la velocidad angular. Las ecuaciones diferenciales mecánica y termodinámica no son independientes, están relacionadas mediante la presión de la cámara a través de la fuerza que ejercen los gases sobre el pistón. Cada una de las etapas del sistema requiere de un modelo determinado, particularmente en la combustión se utiliza el modelo *cuasi-dimensional*, llamado así porque considera que el frente de llama evoluciona en una dimensión espacial colineal con su

radio. Este modelo se basa en que durante la propagación de la llama no toda la masa que entra al frente de llama (considerado esférico) se quema, si no que existen pequeños volúmenes de gases sin quemar provocados por los vórtices de la turbulencia. El modelo es validado a partir de datos experimentales.

- B) A continuación se ha presentado un modelo teórico, enmarcado dentro de la TTF, que toma como base el modelo reversible de la Termodinámica Clásica del Equilibrio y agrega diversas irreversibilidades haciendo los resultados más realistas, pero manteniendo en todo momento una simplicidad que lo convierte en un modelo muy interesante. Las principales fuentes de irreversibilidad son: las asociadas al fluido de trabajo (denominadas irreversibilidades internas), las asociadas a las fuerzas de rozamiento del pistón y las asociadas a la transferencia de calor desde el fluido de trabajo hacia las paredes del cilindro. Éstas quedan definidas a partir de tres parámetros:  $I_R$ ,  $\mu$  y  $\varepsilon$  respectivamente.

Este modelo, tal y como se presenta en el capítulo 3, reproduce el comportamiento cualitativo de los motores de ciclo Otto, pero no los valores numéricos reales de potencia y rendimiento, debido esencialmente a su simplicidad. Por esto, una vez presentados ambos modelos, se utilizó la simulación cuasi-dimensional de dos zonas para el sistema cilindro-pistón, con el objetivo de comparar cualitativa y cuantitativamente los resultados. Dada la versatilidad que permite la simulación, ésta posibilita obtener, con poca dificultad, las diferentes contribuciones a las pérdidas de trabajo: fricción, transferencia de calor a través de las paredes y las irreversibilidades internas asociadas a la combustión. A partir de las simulaciones se pueden obtener para cada  $\omega$ , la masa de gas,  $m$ , que entra al cilindro en cada ciclo, las principales temperaturas del ciclo,  $T_1$  y  $T_3$  (mínima y máxima respectivamente), y los parámetros de irreversibilidad asociados a las pérdidas internas,  $I_R$  y a la transferencia de calor,  $\varepsilon$  (los valores promedios obtenidos para estos últimos son comparables a los utilizados en trabajos previos [34, 40, 72]). Utilizando ajustes polinómicos para estos parámetros e incorporándolos al modelo teórico, se reproducen cuantitativamente los resultados de la simulación, en todo el rango de velocidades así como los valores de potencia y rendimiento máximos.

- C) Por otro lado, tomando como base la simulación numérica, con el aporte de

las técnicas heredadas de la TTF (análisis del diagrama  $P - \eta$  y análisis de las pérdidas de trabajo asociadas a diferentes fuentes de irreversibilidad), se ha estudiado la sensibilidad de los parámetros de desempeño del motor al cambio de diferentes variables, tanto geométricas como de funcionamiento. El uso combinado de las técnicas de simulación numérica y de TTF puede ser de gran interés en la investigación y optimización de motores de combustión interna reales, tanto en su diseño como en su funcionamiento.

Usualmente en TTF se optimiza una función determinada con respecto a los parámetros característicos del problema obteniéndose un punto de funcionamiento óptimo en la curva  $P(\eta)$  del diagrama  $P - \eta$ , que generalmente es una solución de compromiso entre la máxima potencia y el máximo rendimiento. Sin embargo, dado el uso real de los motores de combustión interna, que generalmente no trabajan en un punto definido de potencia, sino en un cierto intervalo, en este trabajo se ha propuesto un criterio de optimización sobre la propia curva  $P(\eta)$ , de tal forma que se obtenga el máximo rendimiento posible para cualquier potencia de trabajo.

Desde este punto de vista se analizan las principales variables geométricas como la posición de la ignición,  $R_c$ , la relación carrera-diámetro,  $R_{sb}$ , la relación de compresión,  $r$  y el volumen del cilindro,  $V_{cil}$ . Bajo la hipótesis de una máquina de potencia variable, se concluye que:

- (i) En una cámara de combustión cilíndrica, se obtienen mejores valores de potencia y rendimiento a medida que la ignición se acerca al centro del cilindro ( $R_c \rightarrow 0$ ), siempre y cuando no haya indicios de autoignición.
- (ii) Para la configuración elegida (véase el capítulo 5), la sensibilidad de la potencia,  $P$  y el rendimiento,  $\eta$ , a la variación de la relación carrera-diámetro es clara, tanto  $P$  como  $\eta$  muestran valores más elevados cuando  $R_{sb}$  se encuentra en el entorno de 0,5 a 1,0.
- (iii) Los valores más altos de la relación de compresión,  $r$ , han presentado los resultados más elevados de potencia,  $P$  y rendimiento,  $\eta$ . Sin embargo, al igual que con  $R_c$ , la autoignición juega un papel muy importante, dado que a medida que aumenta  $r$ , la presión en la cámara crece, favoreciendo la aparición del fenómeno.

- (iv) Para las condiciones consideradas, a revoluciones muy bajas la variación del volumen máximo no da lugar a grandes diferencias en  $P/V_{\text{cil}}$  y en  $\eta$ . Sin embargo, para velocidades mayores, los volúmenes pequeños, proporcionan aumentos cercanos al 5 % en comparación con el volumen máximo.

Una vez definido el diseño optimizado, en términos geométricos, se enfoca el estudio a las variables de funcionamiento, que pueden variar según las condiciones de operación. De esta forma, el análisis continúa con el avance de encendido o ángulo de ignición,  $\varphi_0$ , la razón de equivalencia de combustible-aire,  $\phi$  y la temperatura interna de la pared del cilindro,  $T_w$ . Las conclusiones obtenidas fueron las siguientes:

- (i) Dada una velocidad de giro cualquiera,  $\omega$ , hay un ángulo de ignición,  $\varphi_0$ , que maximiza simultáneamente la potencia y el rendimiento. Por lo tanto, es posible configurar el avance del encendido como una función de la velocidad,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ , que maximice la potencia y el rendimiento. En el diagrama  $P - \eta$  (cuando se elimina la dependencia de  $\omega$ ) esto significa que a cada potencia le corresponde el rendimiento máximo posible, que se representa en la figura 5.15 como una envolvente a las curvas parametrizadas en  $\varphi_0$ .
- (ii) Bajo la hipótesis de un motor optimizado según el avance de encendido óptimo,  $\bar{\varphi}_0(\omega)$ , dada una potencia de trabajo se puede encontrar un par velocidad-*fuel ratio*,  $(\omega_i, \phi_i)$ , que maximiza el rendimiento. Operando iterativamente se obtiene una serie de puntos, que interpolados dan una función,  $\bar{\phi}(\omega)$ , que maximiza el rendimiento para cada potencia de trabajo del motor. En el diagrama  $P - \eta$ , representado en la figura 5.20 se describe como una envolvente a las curvas parametrizadas respecto al *fuel ratio*,  $\phi$ .
- (iii) La temperatura de pared,  $T_w$ , no presenta gran influencia en los parámetros de desempeño del motor. Sin embargo, la temperatura más baja mejora los resultados en la región de trabajo comprendida entre el máximo rendimiento y la máxima potencia.

En el cuadro 5.2 se resumen los valores de rendimiento máximo, potencia máxima y su velocidad de operación correspondiente obtenidos después del proceso

de optimización propuesto. En particular, la máxima potencia aumenta alrededor de un 4% y el rendimiento máximo un 3%. Para potencias bajas, el incremento de rendimiento cuando se compara con los resultados usuales en TTF es del orden del 34%.

- D) Posteriormente, con el objetivo de mejorar el modelo numérico, para que éste reproduzca la variación ciclo a ciclo de los parámetros del sistema, que se observa en los motores reales, se analizan las principales causas de la variabilidad y se identifican físicamente los parámetros más importantes involucrados en este fenómeno. Se estudió el efecto de tres parámetros básicos que gobiernan el proceso de combustión: la longitud característica de los remolinos de gases sin quemar dentro del frente de llamas, la velocidad con que éstos atraviesan el frente de llamas,  $u_t$  y la posición del centro del frente de llama,  $R_c$ . La influencia del primero es determinante en las estructuras observadas de las series temporales del calor liberado durante la combustión, y se reproducen los resultados obtenidos por diferentes autores [53, 54] a partir de otras técnicas.

Finalmente corresponde destacar la utilidad de los métodos desarrollados en este trabajo, donde se integraron métodos para analizar motores alternativos de combustión interna radicalmente diferentes. Esto ha permitido obtener nuevos resultados que pueden aportar mejoras a la investigación y el desarrollo de motores de ciclo Otto.

A continuación se enumeran las publicaciones y contribuciones a congresos a los que ha dado lugar el presente trabajo:

1. P. L. CURTO RISSO, A. MEDINA, AND ANTONIO CALVO HERNÁNDEZ.  
Theoretical and simulated model for an irreversible Otto cycle.  
*J. Appl. Phys.* **104**, 094911 (2008)
2. P. L. CURTO RISSO, A. MEDINA, AND ANTONIO CALVO HERNÁNDEZ.  
Optimizing the operation of a spark ignition engine: simulation and theoretical tools.  
*J. Appl. Phys.* **105**, 094904 (2009)
3. P. L. CURTO RISSO, A. MEDINA, AND ANTONIO CALVO HERNÁNDEZ.  
On cycle-to-cycle heat release variations in a simulated spark ignition heat engine.  
*Phys. Rev. E* (2009), enviado.
4. P. L. CURTO RISSO, A. MEDINA, AND ANTONIO CALVO HERNÁNDEZ.  
Optimizing the design of a spark ignition engine through numerical and theoretical tools  
En preparación.
5. P. L. CURTO RISSO, A. MEDINA Y ANTONIO CALVO HERNÁNDEZ.  
Simulación numérica de fluctuaciones ciclo a ciclo en motores Otto.  
*VI Jornadas Nacionales de Ingeniería Termodinámica*, Córdoba (España), Junio 3 - 5, 2009.  
Comunicación oral.
6. P. L. CURTO RISSO, A. MEDINA, AND ANTONIO CALVO HERNÁNDEZ.  
Thermodynamic optimization of an spark ignition engine.  
*Proceedings of the Congress ECOS 2009*, Foz do Iguaçu (Brasil), August 31 - September 3, 2009.  
Comunicación oral aceptada.



# Bibliografía

- [1] L. Guzzella and C. H. Onder. *Introduction to Modeling and Control of Internal Combustion Engine Systems*. Springer, Berlin, 2004.
- [2] J. B. Heywood. *Internal Combustion Engine Fundamentals*. McGraw-Hill, 1988.
- [3] C. R. Ferguson. *Internal Combustion Engines, Applied Thermosciences*. John Wiley & Sons., 1986.
- [4] R. Stone. *Introduction to Internal Combustion Engines*. Macmillan Press LTD., 1999.
- [5] C. Borgnakke, P. Puzinauskas, and Y. Jajjaja Xiao. Spark ignition engine simulation models. Technical report, Department of Mechanical Engineering and Applied Mechanics. University of Michigan. Report No. UM-MEAM-86-35, February 1986.
- [6] H. Bayraktar and O. Durgun. Mathematical modeling of spark-ignition engine cycles. *Energy Sources*, 25:439–455, 2003.
- [7] C. D. Rakopoulos and E. G. Giakoumis. Second-law analyses applied to internal-combustion engines operation. *Prog. Energy Combust. Sci.*, 32:2–47, 2006.
- [8] G. H. Abd Alla. Computer simulation of a four stroke spark ignition engine. *Energy Convers. Manage.*, 43:1043–1061, 2002.

- [9] R. S. Benson, J. D. Annand, and P. C. Baruah. A simulation model including intake and exhaust systems for a single cylinder four-stroke cycle spark ignition engine. *Int. J. Mech. Sci.*, 17:97–124, 1975.
- [10] E. Sher and T. Bar-Kohany. Optimization of variable valve timing for maximizing performance of an unthrottled SI engine: a theoretical study. *Energy*, 27:757–775, 2002.
- [11] M. A. R. S. Al-Baghdadi. A simulation model for a single cylinder four-stroke spark ignition engine fueled with alternative fuels. *Turkish J. Eng. Env. Sci.*, 30:331–350, 2006.
- [12] J. B. Heywood. *Internal Combustion Engine Fundamentals*, chapter 14, pages 766–768. McGraw-Hill, 1988.
- [13] M. Tazerout and O. Le Corre. A new method to determine the start and end of combustion in an internal combustion engine using entropy changes. *Int. J. Applied Thermodynamics*, 3(2):49–55, June 2000.
- [14] E. González and J. Duque. Simulación termodinámica cero-dimensional de un motor de combustión interna monocilíndrico de cuatro tiempos de encendido por chispa trabajando con gasolina. *Revista Tecnológica*, 15(1), December 2002.
- [15] D. Ramajo and N. Nigro. Modelización numérica de la combustión en motores de combustión interna. In *XIV Congreso sobre métodos numéricos y sus aplicaciones*. ENIEF, 2004.
- [16] J. C. Keck. Turbulent flame structure and speed in spark ignition engines. In *Proceedings of Nineteenth Symposium (International) on Combustion*, pages 1451–66. The Combustion Institute, Pittsburgh, 1982.
- [17] R. J. Tabaczynski. Turbulence and turbulent combustion in spark-ignition engines. *Prog. Energy Combust. Sci.*, 2:143–165, 1976.
- [18] R. J. Tabaczynski, F. H. Trinker, and B. A. S. Shannon. Further refinement and validation of a turbulent flame propagation model for spark-ignition engines. *Combust. Flame*, 39:111–121, 1980.

- [19] G. P. Beretta, M. Rashidi, and J. C. Keck. Turbulent flame propagation and combustion in spark ignition engines. *Combust. Flame*, 52:217–245, 1983.
- [20] H. Bayraktar and O. Durgun. Development of an empirical correlation for combustion durations in spark ignition engines. *Energy Convers. Manage.*, 45:1419–1431, 2004.
- [21] H. Bayraktar. Theoretical investigation of flame propagation process in an SI engine running on gasoline-ethanol blends. *Renewable Energy*, 32:758–771, 2007.
- [22] H. Bayraktar and O. Durgun. Investigating the effects of LPG on spark ignition engine combustion and performance. *Energy Convers. Manage.*, 46:2317–2333, 2005.
- [23] H. Bayraktar. Experimental and theoretical investigation of using gasoline-ethanol blends in spark-ignition engines. *Renewable Energy*, 30:1733–1747, 2005.
- [24] J. B. Heywood. *Internal Combustion Engine Fundamentals*, chapter 14, pages 771–773. McGraw-Hill, 1988.
- [25] N. C. Blizard and J. C. Keck. Experimental and theoretical investigation of turbulent burning model for internal combustion engines. *SAE*, 1974. Paper No. 740191.
- [26] A. Bejan. *Advanced engineering thermodynamics*. Wiley, 1988.
- [27] A. Calvo Hernández, J. M. M. Roco, A. Medina, and S. Velasco. An irreversible and optimized four stroke cycle model for automotive engines. *Eur. J. Phys.*, 17:11–18, 1996.
- [28] F. Angulo-Brown, J. A. Rocha-Martínez, and T. D. Navarrete-González. A non-endoreversible Otto cycle model: improving power output and efficiency. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 29:80–83, 1996.
- [29] J. Chen, Y. Zhao, and J. He. Optimization criteria for the important parameters of an irreversible Otto heat-engine. *Appl. Energy*, 83:228–238, 2006.

- [30] S. Sieniutycz and P. Salamon. *Finite-Time Thermodynamics and Thermoecconomics*. Taylor and Francis, 1990.
- [31] A. Bejan and E. Mamut. *Thermodynamic Optimization of Complex Energy Systems*. Kluwer Academic, NATO Science Series, 1999.
- [32] R. S. Berry, V. Kazakov, S. Sieniutycz, Z. Szwast, and A. M. Tsirlin. *Thermodynamic Optimization of Finite-Time Processes*. Wiley, 2000.
- [33] L. Chen and F. Sun. *Advances in Finite-Time Thermodynamics*. Nova Science Publishers, Hauppauge, New York, 2004.
- [34] M. Mozurkewich and R. S. Berry. Optimal paths for thermodynamic systems: The ideal Otto cycle. *J. Appl. Phys.*, 53 (1):34–42, 1982.
- [35] B. M. Aizenbud, Y. B. Band, and O. Kafri. Optimization of a model internal combustion engine. *J. Appl. Phys.*, 53(3):1277–82, 1982.
- [36] L. Chen, C. Wu, F. Sun, and S. Cao. Heat-transfer effect on the net power output and efficiency characteristics for an air standard Otto cycle. *Energy Convers. Manage.*, 39(7):643–48, 1998.
- [37] V. N. Orlov and R. S. Berry. Power and efficiency limits for internal-combustion engines via methods of finite-time thermodynamics. *J. Appl. Phys.*, 74(10):4317–22, 1993.
- [38] F. Angulo-Brown, J. Fernández-Betanzos, and C. A. Pico. Compression ratio of an optimized Otto cycle model. *Eur. J. Phys.*, 15(1):38–42, 1994.
- [39] A. Calvo Hernández, A. Medina, J. M. M. Roco, and S. Velasco. On an irreversible air standard Otto-cycle model. *Eur. J. Phys.*, 16:73–75, 1995.
- [40] F. Angulo-Brown, T. D. Navarrete-González, and J. A. Rocha-Martínez. An irreversible Otto cycle model including chemical reactions. In C. Wu, L. Chen, and J. Chen, editors, *Recent Advances in Finite-Time Thermodynamics*, Com-mack, New York, 1999. Nova Science Publishers.

- [41] Y. Ge, L. Chen, F. Sun, and C. Wu. The effects of variable specific heats of working fluid on the performance of an irreversible Otto cycle. *Int. J. Exergy*, 2(3):274–83, 2005.
- [42] O. A. Ozsoysal. Heat loss as a percentage of fuel’s energy in air standard Otto and diesel cycles. *Energy Convers. Manage.*, 47:1051–62, 2006.
- [43] A. Fischer and K. H. Hoffmann. Can a quantitative simulation of an Otto engine be accurately rendered by a simple Novikov model with heat leak? *J. Non-Equilib. Thermodyn.*, 29:9–28, 2004.
- [44] J. M. Gordon and M. Huleihil. General performance characteristics of real heat engines. *J. Appl. Phys.*, 72:829–837, 1992.
- [45] D. Descieux and M. Feidt. One zone thermodynamic model simulation of an ignition compression engine. *Appl. Therm. Eng.*, 27:1457–1466, 2007.
- [46] J. Chen. The maximum power output and maximum efficiency of an irreversible Carnot heat engine. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 27:1144–49, 1994.
- [47] N. Ozdor, M. Dulger, and E. Sher. Cyclic variability in spark ignition engines. A literature survey. *SAE*, 1994. Paper No. 940987.
- [48] C. R. Stone, Brown A. G., and P. Beckwith. Cycle-by-cycle variations in spark ignition engine combustion - part ii: Modelling of flame kernel displacements as a cause of cycle-by-cycle variations. *SAE*, 1996. Paper No. 960613.
- [49] Z. Hu. Non-linear instabilities of combustion processes and cycle-to-cycle variations in spark-ignition engines. *SAE*, 1996. Paper No. 961197.
- [50] J. B. Heywood. *Internal Combustion Engine Fundamentals*, chapter 9, pages 413–427. McGraw-Hill, 1988.
- [51] E. Abdi Aghdam, A. A. Burluka, T. Hattrell, K. Liu, G. W. Sheppard, J. Neumeister, and N. Crundwell. Study of cyclic variation in an SI engine using quasi-dimensional combustion model. *SAE*, 2007. Paper No. 2007-01-0939.

- [52] C. Letelier, S. Meunier, G. Gouesbet, F. Neveu, T. Duverger, and B. Cousyn. Use of the nonlinear dynamical system theory to study cycle-by-cycle variations from spark ignition engine pressure data. *SAE*, 1997. Paper No. 971640.
- [53] C. S. Daw, M. B. Kennel, C. E. A. Finney, and F. T. Connolly. Observing and modeling nonlinear dynamics in an internal combustion engine. *Phys. Rev. E*, 57:2811–2819, 1998.
- [54] C. S. Daw, C. E. A. Finney, J. B. Green, M. B. Kennel, J. F. Thomas, and F. T. Connolly. A simple model for cyclic variations in a spark-ignition engine. *SAE*, 1996. Paper No 962086.
- [55] C. S. Daw, C. E. A. Finney, and M. B. Kennel. Symbolic approach for measuring temporal irreversibility. *Phys. Rev. E*, 62:1912–1921, 2000.
- [56] G. Litak, T. Kaminski, J. Czarnigowski, D. Zukowski, and M. Wendeker. Cycle-to-cycle oscillations of heat release in a spark ignition engine. *Meccanica*, 42:423–433, 2007.
- [57] G. Litak, T. Kaminski, R. Rusinek, J. Czarnigowski, and M. Wendeker. Patterns in the combustion process in a spark ignition engine. *Chaos, Solitons and Fractals*, 35:578–565, 2008.
- [58] G. Litak, T. Kaminski, J. Czarnigowski, A. K. Sen, and M. Wendeker. Combustion process in a spark ignition engine: analysis of cyclic peak pressures and peak pressures angle oscillations. *Meccanica*, 2008 (in press). Available online.
- [59] G. Li and B. Yao. Nonlinear dynamics of cycle-to-cycle combustion variations in a lean-burn natural gas engine. *Appl. Therm. Eng.*, 28:611, 2008.
- [60] H. W. Barnes-Moss. *A Designer's Viewpoint in Passenger Car Engines, Conference Proceedings*, pages 133–147. Institution of Mechanical Engineers, London, 1975.
- [61] J. Abraham, F. V. Bracco, and R. D. Reitz. Comparisons of computed and measured premixed charge engine combustion. *Combust. Flame*, 60:309–322, 1985.

- [62] C. R. Ferguson. *Internal Combustion Engines, Applied Thermosciences*, chapter 4, page 179. John Wiley & Sons., 1986.
- [63] C. F. Taylor. *The Internal Combustion Engine in Theory and Practice*. The Massachusetts Institute of Technology, 1985.
- [64] J. B. Heywood. *Internal Combustion Engine Fundamentals*, chapter 9, pages 402–406. McGraw-Hill, 1988.
- [65] Ö. L. Gülder. Correlations of laminar combustion data for alternative SI engine fuels. Technical Report 841000, SAE, 1984.
- [66] J. B. Heywood. *Internal Combustion Engine Fundamentals*, chapter 12, pages 670–673. McGraw-Hill, 1988.
- [67] G. Woschni. A universally applicable equation for the instantaneous heat transfer coefficient in the internal combustion engine. *SAE*, 1967. Paper No. 670931.
- [68] G. Eichelberg. Some new investigations on old combustion-engine problems. *Engineering*, 148:463–547, 1939.
- [69] M. I. Karamangil, O. Kaynakli, and A. Surmen. Parametric investigation of cylinder and jacket side convective heat transfer coefficients of gasoline engines. *Energy Convers. Manage.*, 47:800–816, 2006.
- [70] R. Stone. *Introduction to Internal Combustion Engines*, chapter 10, pages 429–433. Macmillan Press LTD., 1999.
- [71] B. J. McBride and G. Sanford. Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions and applications. Users Manual 1311, National Aeronautics and Space Administration, NASA, June 1996.
- [72] J. M. M. Roco, A. Medina, A. Calvo Hernández, and S. Velasco. Ciclo Otto con irreversibilidades. *Revista Española de Física*, 12:39–43, 1998.
- [73] P. L. Curto-Risso, A. Medina, and A. Calvo Hernández. Theoretical and simulated models for an irreversible Otto cycle. *J. Appl. Phys.*, 104:094911(1–11), 2008.

- [74] S. Özkaynak, S. Götkun, and H. Yavuz. Finite-time thermodynamic analysis of a radiative heat engine with internal irreversibility. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 27:1139–43, 1994.
- [75] S. Özkaynak. The theoretical efficiency limits for a combined cycle under the condition of maximum power output. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 28:2024–28, 1995.
- [76] X. Qin, L. Chen, F. Sun, and C. Wu. The universal power and efficiency characteristics for irreversible reciprocating heat engine cycles. *Eur. J. Phys.*, 24:359–366, 2003.
- [77] Y. Ge, L. Chen, F. Sun, and C. Wu. Reciprocating heat-engine cycles. *Appl. Energy*, 81:397–408, 2005.
- [78] P. L. Curto-Risso, A. Medina, and A. Calvo Hernández. Optimizing the operation of an spark ignition engine: simulation and theoretical tools. *J. Appl. Phys.*, 105:094904(1–10), 2009.
- [79] J. B. Heywood. *Internal Combustion Engine Fundamentals*, chapter 15, pages 827–829. McGraw-Hill, 1988.
- [80] G. Litak, R. Taccani, R. Radu, K. Urbanowicz, J. A. Holyst, M. Wendeker, and A. Giadrossi. Estimation of a noise level using coarse-grained entropy of experimental time series of internal pressure in a combustion engine. *Chaos, Solitons and Fractals*, 23:1695–1701, 2005.
- [81] A. K. Sen, G. Litak, T. Kaminski, and M. Wendeker. Multifractal and statistical analyses of heat release fluctuations in a spark ignition engine. *Chaos*, 18:033115–1–6, 2008.
- [82] P. L. Curto-Risso, A. Medina, and A. Calvo Hernández. On cycle-to-cycle heat release variations in a simulated spark ignition heat engine. *Phys. Rev. E*, 2009. enviado.
- [83] S. Pischinger and J. B. Heywood. How heat losses to the spark plug electrodes affect flame kernel development in an si-engine. *SAE*, 1990. Paper No. 900021.



- [84] P. C. Hinze. *Cycle-to-Cycle Combustion Variations in a Spark-Ignition Engine Operating at Idle*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1997.
- [85] J. A. Rocha-Martínez, T. D. Navarrete-González, C. G. Pavía-Miller, A. Ramírez-Rojas, and F. Angulo-Brown. A simplified irreversible Otto engine model with fluctuations in the combustion heat. *Int. J. Amb. Energy*, 27:181–192, 2006.
- [86] T. Kaminski, M. Wendeker, K. Urbanowicz, and G. Litak. Combustion process in a spark ignition engine: Dynamics and noise level estimation. *Chaos*, 14(2):461–466, 2004.
- [87] S. Soylu and J. Gerpen. Development of empirically based burning rate sub-models for a natural gas engine. *Energy Convers. Manage.*, 45:467–481, 2004.
- [88] J. B. Jr. Green, C. S. Daw, J. S. Armfield, R. M. Wagner, J. A. Drallmeier, M. B. Kennel, and P. Durbetaki. Time irreversibility and comparison of cyclic-variability models. *SAE*, 1999. Paper No 1999-01-0221; 1999.
- [89] J. B. Heywood. *Internal Combustion Engine Fundamentals*, chapter 6, pages 220–230. McGraw-Hill, 1988.
- [90] J. B. Heywood. *Internal Combustion Engine Fundamentals*, chapter 4, pages 100–154. McGraw-Hill, 1988.
- [91] C. R. Ferguson. *Internal Combustion Engines*, chapter 3, page 121. John Wiley & Sons., 1986.
- [92] Y. Xiao. Thermodynamics properties for engine combustion simulation. Technical report, Departament of Mechanical Engineering and Applied Mechanics, University of Michigan, Ann Arbor, July 1989.



# Apéndice A

## Flujo de gas

Durante la admisión o el escape el sistema es abierto y es necesario cuantificar la cantidad de masa que entra o sale del sistema para poder definir las ecuaciones (2.22) y (2.23). Para ello se asume un modelo de flujo de gas a través de un orificio.

Los cálculos de flujo de gas en válvulas deslizantes se basan en la suposición de que el comportamiento se asemeja al flujo isentrópico en un orificio, provocado por un gradiente de presiones. La ecuación de la energía para un flujo estacionario en

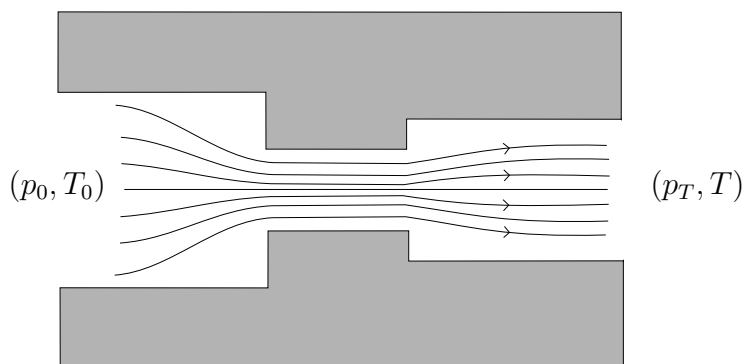


Figura A.1: Esquema de un flujo a través de un orificio.

un orificio con un flujo de masa constante es:

$$\left(h + \frac{v^2}{2}\right)_{\text{Entrada}} + q = \left(h + \frac{v^2}{2}\right)_{\text{Salida}} \quad (\text{A.1})$$

donde  $h$  es la entalpía por unidad de masa,  $v$  el módulo de la velocidad del gas y  $q$  el calor por unidad de masa transferido en el proceso.

La transferencia de calor puede ser despreciada debido a que el área de la pared del orificio es muy pequeña ( $q = 0$ ). Por lo tanto, si se considera que la velocidad del gas en la entrada es mucho menor que en la salida, la energía de entrada o de *estancamiento* es constante a través de la sección y vale,

$$h_{st} = h + \frac{v^2}{2} \quad (\text{A.2})$$

Considerando el calor específico constante a través del orificio (figura A.1),  $p_0$  y  $T_0$ , la presión y la temperatura de estancamiento (*stagnation*) respectivamente, se relacionan con las condiciones al otro lado del ducto mediante la ecuación (A.2) y la relación isentrópica,

$$T_0 = T + \frac{v^2}{2C_p} \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{T}{T_0} = \left( \frac{p_T}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (\text{A.4})$$

Introduciendo el número de Mach  $M = v/\sqrt{\gamma RT}$  (el divisor corresponde a la velocidad del sonido) se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{p_0}{p_T} = \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{A.6})$$

El flujo de masa ideal que pasa a través del orificio es  $\dot{m}_{\text{ideal}} = \rho A_T v$  donde  $A_T$  es el área transversal del orificio. Utilizando la ley de los gases ideales y las ecuaciones (A.5) y (A.6), se obtiene la siguiente expresión para el flujo másico ideal.

$$\frac{\dot{m}_{\text{ideal}} \sqrt{\gamma RT_0}}{A_T p_0} = \gamma M \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-\frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} \quad (\text{A.7})$$

O bien, escrita de otra forma:

$$\frac{\dot{m}_{\text{ideal}} \sqrt{\gamma RT_0}}{A_T p_0} = \gamma \left( \frac{p_T}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left\{ \frac{2}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_T}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.8})$$

Para valores dados de  $p_0$  y  $T_0$ , el máximo flujo másico ocurre cuando la velocidad en el estrechamiento es igual a la velocidad del sonido. Esta condición es llamada de *flujo crítico* (cuando la velocidad del flujo es menor que la del sonido, se dice que el flujo es *subcrítico*) y la relación de presiones entre la de entrada ( $p_0$ ) y la del orificio ( $p_T$ ) es,

$$\frac{p_T}{p_0} = \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (\text{A.9})$$

Esta fracción se conoce como fracción de presión crítica. Para valores menores o iguales de  $p_T/p_0$  el flujo másico es el máximo:

$$\frac{\dot{m}_{\text{ideal}} \sqrt{\gamma R T_0}}{A_T p_0} = \gamma \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (\text{A.10})$$

Para obtener los valores reales del flujo másico que entra o sale del cilindro, se introduce el *coeficiente de descarga*, que es el cociente entre el flujo ideal y real a través del orificio. El flujo de masa en la condición crítica y subcrítica respectivamente se presenta en las siguientes ecuaciones:

$$\dot{m}_{\text{real}} = \frac{C_D A_T p_0}{\sqrt{R T_0}} \gamma^{\frac{1}{2}} \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (\text{A.11})$$

$$\dot{m}_{\text{real}} = \frac{C_D A_T p_0}{\sqrt{R T_0}} \left( \frac{p_T}{p_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left\{ \frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_T}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.12})$$

En el cuadro A.1 se describen los parámetros necesarios para calcular cada flujo de masa, tanto en la admisión, adm, como el escape, esc. El coeficiente de descarga ( $C_D$ ) suele tomarse entre 0,55 y 0,7 [89].  $A_{v,\text{adm}}$  corresponde al área transversal al

Cuadro A.1: Parámetros para calcular los flujos de masa

		$p_T$	$p_0$	$T_0$	$A_T$	$R$
$\dot{m}_{\text{adm}}$	$(p_{\text{adm}} > p)$	$p$	$p_{\text{adm}}$	$T_{\text{adm}}$	$A_{v,\text{adm}}$	$R_{\text{adm}}$
$-\dot{m}_{\text{adm}}$	$(p > p_{\text{adm}})$	$p_{\text{adm}}$	$p$	$T$	$A_{v,\text{adm}}$	$R_{\text{adm}}$
$-\dot{m}_{\text{esc}}$	$(p > p_{\text{esc}})$	$p_{\text{esc}}$	$p$	$T$	$A_{v,\text{esc}}$	$R_{\text{cil}}$
$\dot{m}_{\text{esc}}$	$(p_{\text{esc}} > p)$	$p$	$p_{\text{esc}}$	$T_{\text{esc}}$	$A_{v,\text{esc}}$	$R_{\text{cil}}$

flujo en la válvula de admisión,  $A_{v,esc}$  al área transversal al flujo en la válvula de escape y  $R_{cil}$  a la constante del gas que se encuentra encerrado dentro del cilindro.  $T$  corresponde a la temperatura del gas dentro del cilindro,  $T_{esc}$  la temperatura del gas en el interior del ducto de escape<sup>1</sup> y  $T_{adm}$  la temperatura dentro del ducto de admisión.

## A.1. Flujos de masa y entalpía durante el *overlap-ping*

Si se considera  $x_b$  como la fracción másica de gases quemados,

$$x_b = \frac{m_b}{m_u + m_b} \quad (\text{A.13})$$

se puede decir que lo que entra por la válvula de admisión son gases sin quemar y lo que hay en el cilindro y en el ducto de escape es una mezcla de  $(1 - x_b)$  gases sin quemar y  $x_b$  gases quemados. Una vez conocida la composición de los gases en los ductos de admisión y de escape se pueden calcular las entalpías de forma directa.

Dado un *fuel ratio*  $\phi$ , la composición de los gases de entrada según sus fracciones másicas será:

- $x_f^* = \frac{\phi r_q}{1 + \phi r_q}$
- $x_a^* = \frac{1}{1 + \phi r_q}$

donde  $x$  corresponde a las fracciones másicas y los subíndices  $f$  y  $a$  al combustible y aire respectivamente y  $r_q$  es el cociente entre la masa de combustible y la masa de aire en condiciones estequiométricas. El asterisco indica condiciones externas al cilindro.

Las entalpías se calculan de la siguiente forma:

---

<sup>1</sup>Una aproximación para  $T_{esc}$  puede ser la siguiente:  $T_{esc} = \frac{T_{g,ae} + T_{g,ce}}{2}$  siendo  $T_{g,ae}$  la temperatura del gas cuando se abre la válvula de escape y  $T_{g,ce}$  la temperatura del gas cuando se cierra la válvula de escape.

(i) Cuando el flujo entra al cilindro por la válvula de admisión:

$$h_{\text{adm}} = x_f^* h_f + x_a^* h_a \quad (\text{A.14})$$

(ii) Cuando el flujo sale del cilindro por la válvula de admisión:

$$h_{\text{adm}} = (1 - x_b) h_u + x_b h_b \quad (\text{A.15})$$

(iii) Cuando el flujo entra o sale de la válvula de escape:

$$h_{\text{esc}} = (1 - x_b) h_u + x_b h_b \quad (\text{A.16})$$

Los flujos de masas se calculan a partir de un balance de masas, dependiendo de la presión del cilindro y las presiones en la admisión y el escape, y las composiciones en el cilindro, en el ducto de admisión y en el escape. Los casos posibles se describen en el cuadro A.2.

Cuadro A.2: Casos posibles de presiones en *overlapping*.

Caso I	$p < p_{\text{adm}}$	$p < p_{\text{esc}}$	Entra el flujo en la admisión y el escape
Caso II	$p < p_{\text{adm}}$	$p > p_{\text{esc}}$	Entra el flujo en la admisión y sale en el escape
Caso III	$p > p_{\text{adm}}$	$p < p_{\text{esc}}$	Sale el flujo en la admisión y entra en el escape
Caso IV	$p > p_{\text{adm}}$	$p > p_{\text{esc}}$	Sale el flujo en la admisión y el escape

### Caso I

$$\begin{aligned} \dot{m}_u &= \dot{m}_{\text{adm}} + (1 - x_b) \dot{m}_{\text{esc}} \\ \dot{m}_b &= x_b \dot{m}_{\text{esc}} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

### Caso II

$$\begin{aligned} \dot{m}_u &= \dot{m}_{\text{adm}} - (1 - x_b) \dot{m}_{\text{esc}} \\ \dot{m}_b &= -x_b \dot{m}_{\text{esc}} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

### Caso III

$$\begin{aligned} \dot{m}_u &= -(1 - x_b) \dot{m}_{\text{adm}} + (1 - x_b) \dot{m}_{\text{esc}} \\ \dot{m}_b &= -x_b \dot{m}_{\text{adm}} + x_b \dot{m}_{\text{esc}} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

**Caso IV**

$$\begin{aligned}\dot{m}_u &= -(1 - x_b)\dot{m}_{\text{adm}} - (1 - x_b)\dot{m}_{\text{esc}} \\ \dot{m}_b &= -x_b\dot{m}_{\text{adm}} - x_b\dot{m}_{\text{esc}}\end{aligned}\tag{A.20}$$



# Apéndice B

## Geometría de las válvulas

Para poder calcular el flujo másico se necesita el área de paso a través de la válvula. Siguiendo el desarrollo dado en [89] se considera que la geometría de las válvulas tiene una simetría de revolución, donde la sección transversal se describe en la figura B.1.

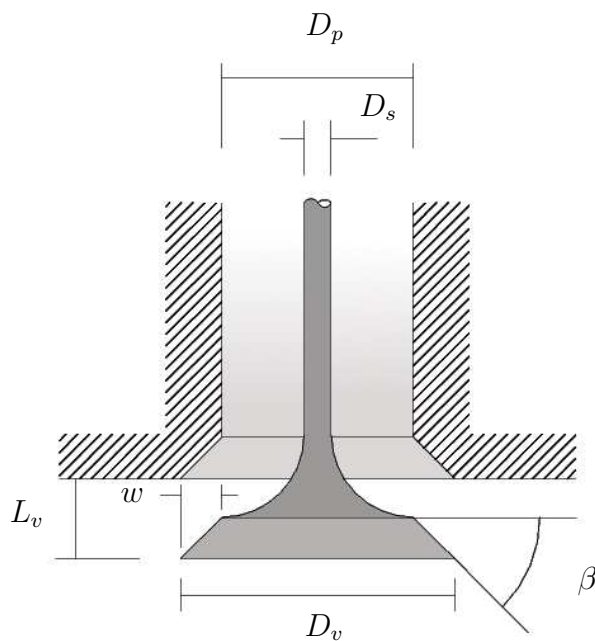


Figura B.1: Geometría de las válvulas de admisión y escape.

Teniendo en cuenta que la menor área de paso depende del grado de apertura de

la válvula, habrá tres formas de calcularla. En primer lugar, cuando la apertura ( $L_v$ ) de la válvula es menor que  $\frac{w}{\sin \beta \cos \beta}$ , siendo  $\beta$  el ángulo del asiento de la válvula, el área mínima de paso corresponde a la sección del cono formado por la válvula y el asiento de válvula, y su valor es:

$$A_T = \pi L_v \cos \beta \left[ D_v - 2w + \frac{L_v}{2} \sin(2\beta) \right] \quad (\text{B.1})$$

En segundo lugar, si la apertura es superior a  $\frac{w}{\sin \beta \cos \beta}$  pero inferior o igual a  $\left[ \left( \frac{D_p^2 - D_s^2}{4D_m} \right) - w^2 \right]^{\frac{1}{2}} + w \tan \beta$ , siendo  $D_p$  el diámetro del conducto y  $D_m$  diámetro medio del asiento ( $D_v - w$ ), el área de mínimo paso es la que se forma entre el extremo del asiento de válvula y el inicio del chanfle de la válvula, y corresponde a:

$$A_T = \pi D_m \sqrt{(L_v - w \tan \beta)^2 + w^2} \quad (\text{B.2})$$

Por último, para valores de  $L_v$ , superiores a  $\left[ \left( \frac{D_p^2 - D_s^2}{4D_m} \right) - w^2 \right]^{\frac{1}{2}} + w \tan \beta$ , el área

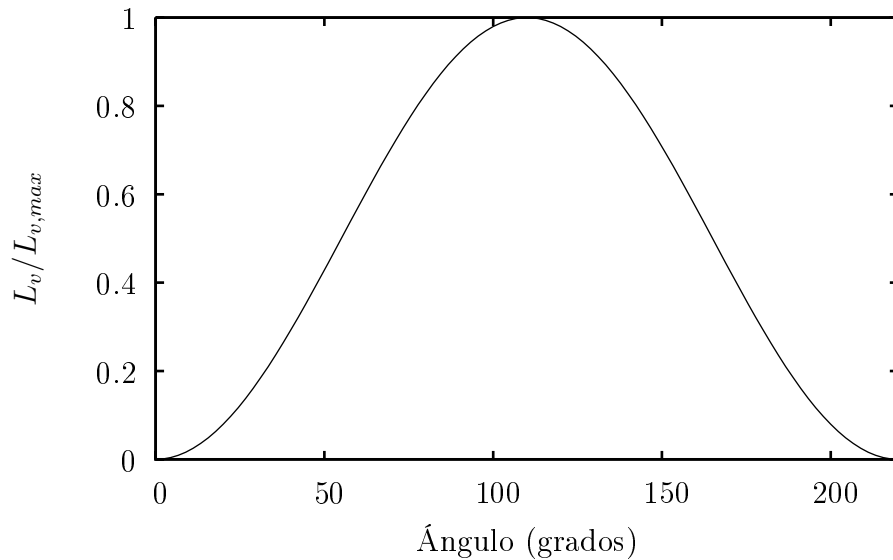


Figura B.2: Apertura de válvula,  $L_v$ .

mínima de paso corresponde al anillo formado por el ducto y el vástago de la válvula:

$$A_T = \frac{\pi}{4} (D_p^2 - D_s^2) \quad (\text{B.3})$$

De esta forma, el área queda definida mediante su apertura  $L_v$ , pero para poder incluirla en las ecuaciones dinámicas hay que escribirla en función de  $\varphi$ . Una función que se acerca a un *timing* típico para un motor de cuatro tiempos es  $L_v = L_{v,max} \sin^2(\frac{\varphi - \varphi_{ap}}{\varphi_{ci} - \varphi_{ap}} \pi)$ . En la figura B.2 se presenta un gráfico de esta ecuación normalizada;  $\varphi_{ap}$  y  $\varphi_{ci}$  corresponden a los ángulos de apertura y cierre respectivamente, tanto de la válvula de admisión como de la válvula de escape. En el cuadro B.1 se detallan las características geométricas de las válvulas que describen tanto la admisión como el escape.

Cuadro B.1: Características geométricas y cinemáticas de las válvulas de admisión y escape.

$L_{v,max}$	Apertura máxima de la válvula
$D_v$	Diámetro de la válvula
$\beta$	Ángulo del asiento de válvula
$w$	Ancho del asiento de válvula
$D_s$	Diámetro del vástago
$D_p$	Diámetro del ducto
$\varphi_{ap}$	Ángulo de apertura
$\varphi_{ci}$	Ángulo de cierre



# Apéndice C

## Área del frente de llama

Para poder resolver las ecuaciones (2.38) y (2.47) es necesario conocer cuál es el valor del área del frente de llama durante el tiempo en que se desarrolla la combustión. Para su cálculo, se supone que éste se desarrolla de forma esférica, por lo tanto, si se conoce el radio, se puede estimar matemáticamente. El cálculo del radio se hace a partir de dos métodos:

- Según Beretta [19], depende del espesor característico de llama turbulenta ( $L_T$ ) y del radio de los gases quemados ( $r_b$ ). La ecuación empírica que correlaciona los datos es:

$$r_f = r_b + L_T \left[ 1 - e^{-\left(\frac{r_b}{L_T}\right)^2} \right] \quad (\text{C.1})$$

donde  $L_T = u_t \tau_b$  y  $r_b$  se calcula a partir de  $V_b$  y la geometría esférica del frente de llama.

- Según Bayraktar en [6], directamente a partir del volumen y suponiendo, también, una forma esférica del frente de llama. Este es el modelo que se utiliza en la simulación numérica desarrollada en este trabajo.

El volumen de gases que se encuentra dentro del frente de llama es,

$$V_f = V_b + \frac{m_e - m_b}{\rho_u} \quad (\text{C.2})$$

con  $V_b$  igual al volumen de los gases que se queman en la combustión ( $V_b = m_b/\rho_b$ ).

En este trabajo se presentan tres formas diferentes para calcular las áreas del frente de llama a partir de su volumen: ignición centrada, ignición descentrada (método aproximado) e ignición descentrada (método exacto).

## C.1. Ignición centrada

Las cuatro configuraciones de los posibles frentes de llama, para una bujía centrada con respecto al pistón, se muestran en la figura C.1. En general, el desarrollo típico es, primero el caso I, luego el II y por último el IV. Para que se pueda dar el caso III, el volumen mínimo de la cámara debe ser demasiado grande.

- Caso I:

$$V_f = \frac{2}{3}\pi R_f^3$$

$$R_f = \left(\frac{3V_f}{2\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$$

- Caso II:

$$V_f = \frac{\pi}{3}h(3R_f^2 - h^2)$$

$$R_f = \sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{3V_f}{h\pi} + h^2\right)}$$

- Caso III:

$$V_f = \frac{2\pi}{3}\left[R_f^3 - \frac{1}{8}(4R_f^2 - B^2)^{\frac{3}{2}}\right]$$

- Caso IV:

$$V_f = \frac{\pi}{6}\left[\frac{3}{4}B^2\left(R_f + \sqrt{R_f^2 - \frac{B^2}{4}}\right) - 2(2R_f + h)(R_f - h)^2 + \left(R_f + \sqrt{R_f^2 - \frac{B^2}{4}}\right)^3\right]$$

El radio de llama ( $R_f$ ) en los casos III y IV se calcula a partir de algún método iterativo.

A partir del radio de llama se calcula el área del frente de llama:

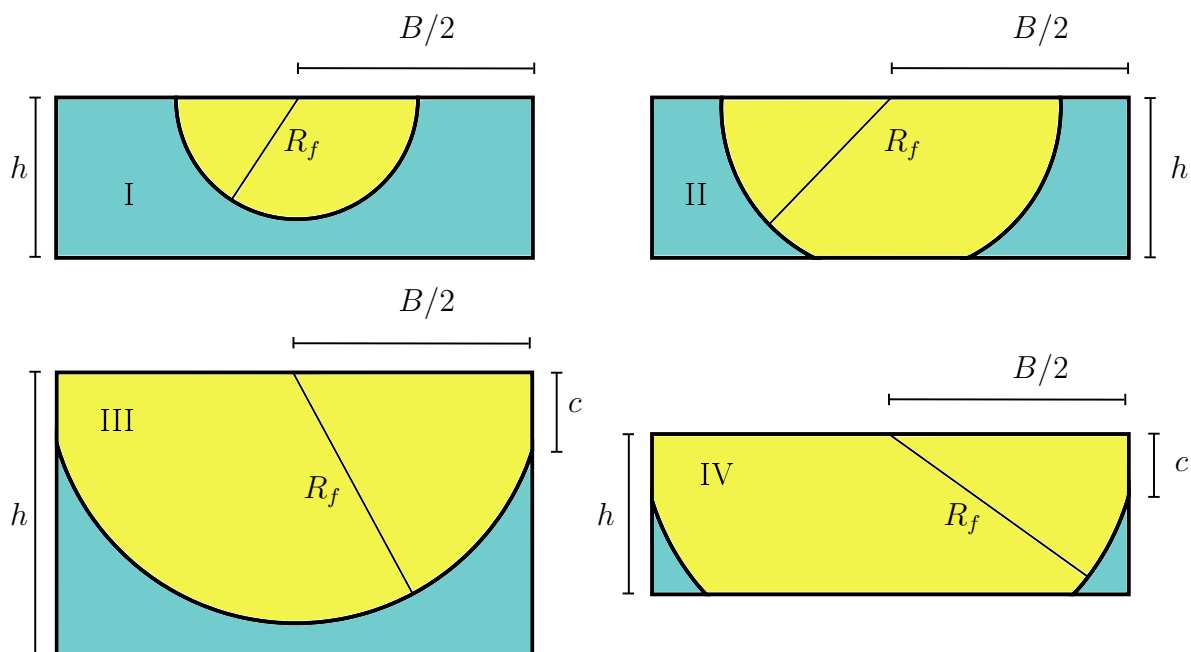


Figura C.1: Casos posibles del frente de llama para una ignición centrada.

- Caso I:

$$A_f = 2\pi R_f^2$$

- Caso II:

$$A_f = 2\pi R_f h$$

- Caso III:

$$A_f = 2\pi R_f \left( R_f - \sqrt{R_f^2 - \frac{B^2}{4}} \right)$$

- Caso IV:

$$A_f = 2\pi R_f \left( h - \sqrt{R_f^2 - \frac{B^2}{4}} \right)$$

## C.2. Ignición descentrada (método aproximado)

Cuando el punto de ignición no está centrado en el área del pistón, el frente de llama se desarrolla de forma diferente, [21, 25].

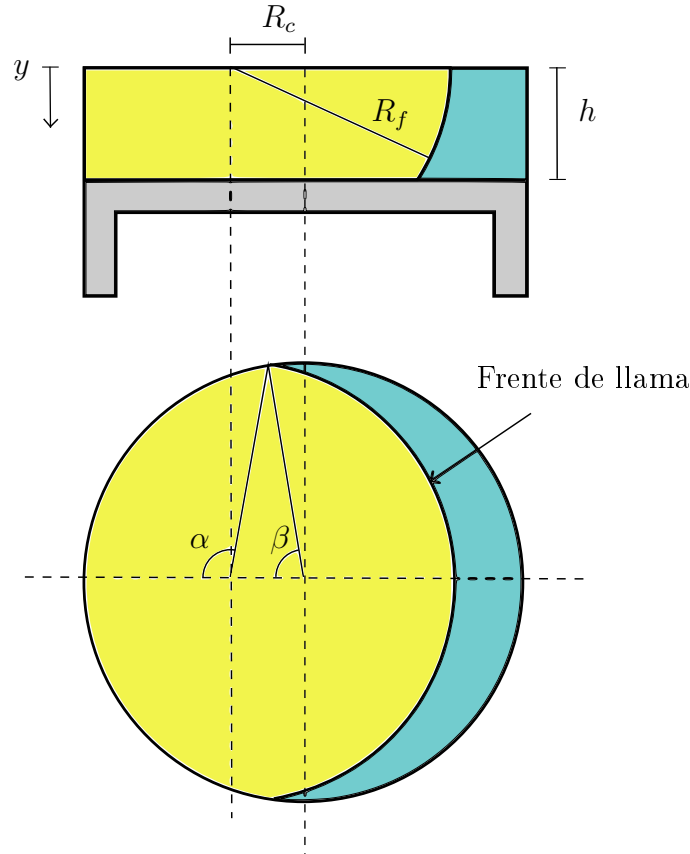


Figura C.2: Frente de llama para una ignición descentrada (aprox.).

El cálculo del radio, cuando éste no alcanza la cabeza del pistón, es el mismo que cuando se considera el caso centrado (Casos I y II del modelo anterior). Para la posición de la llama mostrada en la figura C.2, Bayraktar [21] propone las siguientes ecuaciones para calcular el área y el volumen, aproximando el frente de llama a un cilindro:

$$A_{f,i} = \int_0^S 2(\pi - \alpha) R_{f,i} dy \quad (\text{C.3})$$



$$V_{f,i} = \int_0^S \left[ \left( \pi - \alpha + \frac{\text{sen}(2\alpha)}{2} \right) (R_{f,i}^2 - y^2) + (2\beta - \text{sen}(2\beta)) \frac{B^2}{8} \right] dy \quad (\text{C.4})$$

donde  $S = R_{f,i}$  cuando  $R_{f,i} < h$  y  $S = h$  en los demás casos. Para calcular el radio se utiliza un método iterativo donde:

$$R_{f,i+1} = R_{f,i} + \frac{V_f - V_{f,i}}{A_{f,i}}$$

Una vez que el cálculo converge ( $R_{f,i+1} \simeq R_{f,i}$ ), se calcula el área nuevamente a partir de la ecuación (C.3).

### C.3. Ignición descentrada (método exacto)

Si se es más riguroso en la consideración de la forma del frente de llama, suponiendo que adopta la forma de una esfera truncada por la forma de la cámara de combustión, se observan 7 casos posibles. Considerando la función  $A_c$  como el área de un corte horizontal del volumen de gases dentro del frente de llama a una altura  $y$ , y  $P_c$  como el perímetro del frente de llama en el mismo corte:

$$A_c(R_f, R_c, B, y) = \frac{\beta B^2}{4} + (R_f^2 - y^2) (\pi - \alpha) - \frac{R_c B}{2} \text{sen } \beta$$

$$P_c(R_f, R_c, B, y) = 2(\pi - \alpha) \sqrt{R_f^2 - y^2}$$

donde los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  se obtienen a partir de relaciones geométricas,

$$\alpha(R_f, R_c, B, y) = \arccos \left[ \frac{B^2 - 4(R_f^2 - y^2 + R_c^2)}{8R_c \sqrt{R_f^2 - y^2}} \right]$$

$$\beta(R_f, R_c, B, y) = \arccos \left[ \frac{B^2 - 4(R_f^2 - y^2 - R_c^2)}{4R_c B} \right]$$

Se calculan a continuación, los volúmenes y las áreas, para los diferentes casos, véase la figura C.3

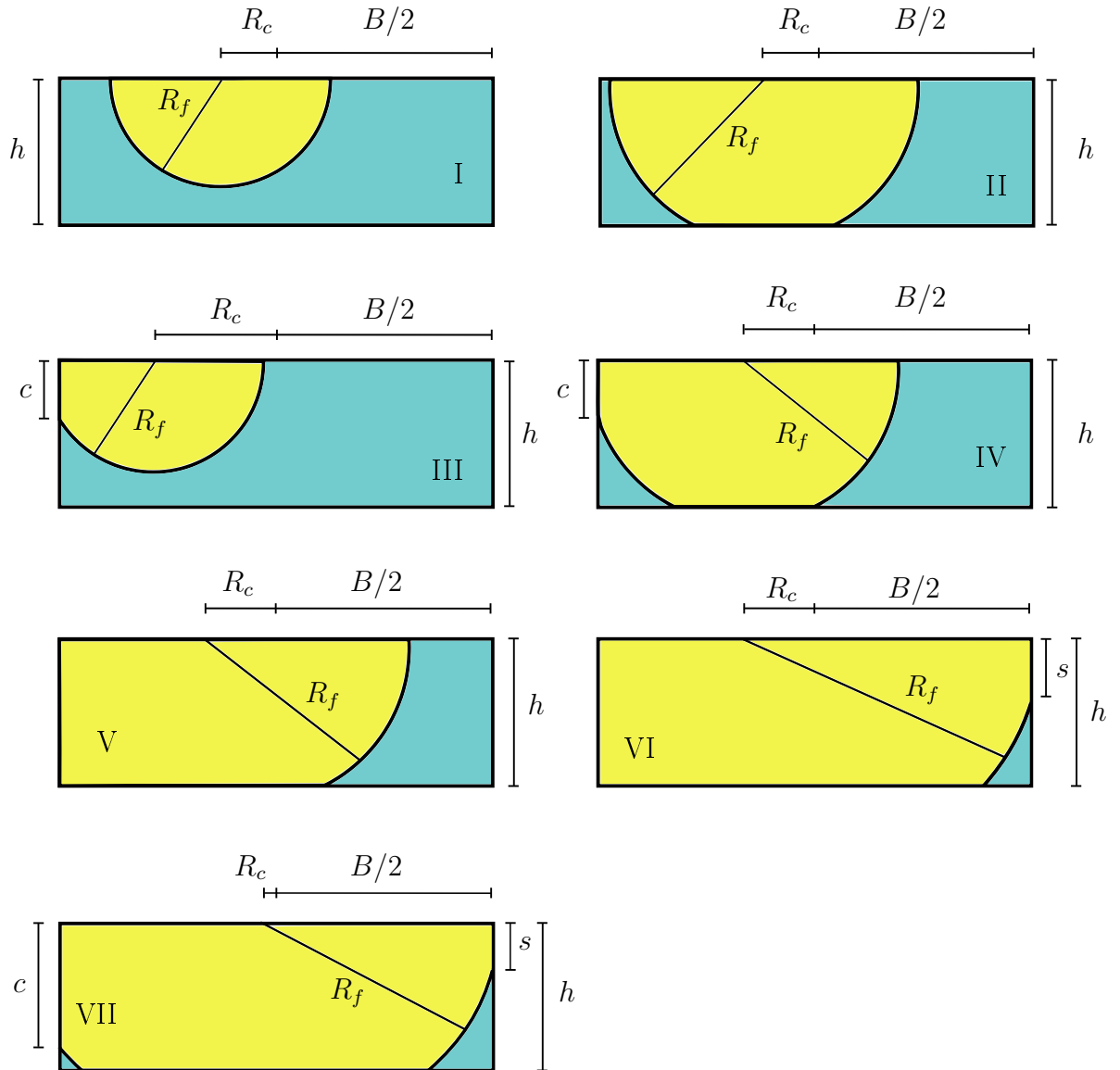


Figura C.3: Casos posibles del frente de llama, para una posición descentrada de la ignición.

■ Caso I:

$$V_f = \frac{2}{3}\pi R_f^3$$

$$R_f = \left( \frac{3V_f}{2\pi} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$A_f = 2\pi R_f^2$$

- Caso II:

$$V_f = \frac{\pi}{3} h (3R_f^2 - h^2)$$

$$R_f = \sqrt{\frac{1}{3} \left( \frac{3V_f}{h\pi} + h^2 \right)}$$

$$A_f = 2\pi R_f h$$

- Caso III:

$$V_f = \int_0^c A_c(R_f, R_c, B, y) dy + \int_c^{R_f} \pi (R_f^2 - y^2) dy$$

$$A_f = \int_0^c P_c(R_f, R_c, B, y) dy + \int_c^{R_f} 2\pi \sqrt{R_f^2 - y^2} dy$$

- Caso IV:

$$V_f = \int_0^c A_c(R_f, R_c, B, y) dy + \int_c^h \pi (R_f^2 - y^2) dy$$

$$A_f = \int_0^c P_c(R_f, R_c, B, y) dy + \int_c^h 2\pi \sqrt{R_f^2 - y^2} dy$$

- Caso V:

$$V_f = \int_0^h A_c(R_f, R_c, B, y) dy$$

$$A_f = \int_0^h P_c(R_f, R_c, B, y) dy$$

- Caso VI:

$$V_f = \frac{s\pi B^2}{4} + \int_s^h A_c(R_f, R_c, B, y) dy$$

$$A_f = \int_s^h P_c(R_f, R_c, B, y) dy$$

- Caso VII:

$$V_f = \frac{s\pi B^2}{4} + \int_s^c A_c(R_f, R_c, B, y) dy + \int_c^h \pi (R_f^2 - y^2) dy$$

$$A_f = \int_s^c P_c(R_f, R_c, B, y) dy + \int_c^h 2\pi \sqrt{R_f^2 - y^2} dy$$

s y c son las alturas de las intersecciones del frente de llama con las paredes del pistón, la más alejada y la más cercana de la ignición, respectivamente:

$$s = \sqrt{R_f^2 - \left(\frac{B}{2} + R_c\right)^2} \quad c = \sqrt{R_f^2 - \left(\frac{B}{2} - R_c\right)^2}$$

# Apéndice D

## Parámetros utilizados en los diferentes modelos

En los cuadros D.1, D.2 y D.3 se detallan las características utilizadas para la validación del modelo, los datos fueron tomados de Beretta [19].

Cuadro D.1: Características de configuración del modelo.

$\varphi_0$	Ángulo en el que se aplica la chispa (en grados).	330,0
$C_D$	Coefficiente de contracción para el flujo de masa.	0,6
$p_{adm}$	Presión en la admisión (en Pa).	$0,72 \times 10^5$
$T_{adm}$	Temperatura en la admisión (en K).	350,0
$p_{esc}$	Presión en el escape (en Pa).	$1,05 \times 10^5$
$T_{esc}$	Temperatura en el escape (en K).	600,0
$\varphi_{adm,a}$	Ángulo de apertura de la válvula de admisión (en grados).	-50
$\varphi_{adm,c}$	Ángulo de cierre de la válvula de admisión (en grados).	214
$\varphi_{esc,a}$	Ángulo de apertura de la válvula de escape (en grados).	490
$\varphi_{esc,c}$	Ángulo de cierre de la válvula de escape (en grados).	750

Cuadro D.2: Características geométricas del modelo (véase la figura B.1 en relación a la geometría de la válvula).

$a$ Longitud de la manivela del cigüeñal (en m).	$44,45 \times 10^{-3}$
$C$ Coeficiente de fricción (en kg/s).	10,0
$m_p$ Masa del pistón (en kg).	$80,0 \times 10^{-3}$
$J$ Momento de inercia (en $\text{kgm}^2$ ).	0,5
$\ell$ Largo de la biela (en m).	$147,0 \times 10^{-3}$
$V_0$ Volumen residual o volumen muerto en el cilindro (en $\text{m}^3$ ).	$1,05 \times 10^{-4}$
$r$ Relación de compresión.	7,86
$B$ Diámetro del pistón (en m).	$101,6 \times 10^{-3}$
$w_{adm}$ Ancho del asiento de la válvula de admisión (en m).	$3,81 \times 10^{-3}$
$w_{esc}$ Ancho del asiento de la válvula de escape (en m).	$3,04 \times 10^{-3}$
$\beta_{adm}$ Ángulo del asiento de la válvula de admisión (en grados).	45,0
$\beta_{esc}$ Ángulo del asiento de la válvula de escape (en grados).	45,0
$D_{v,adm}$ Diámetro de la cabeza de la válvula de admisión (en m).	$48,3 \times 10^{-3}$
$D_{v,esc}$ Diámetro de la cabeza de la válvula de escape (en m).	$38,5 \times 10^{-3}$
$D_{p,adm}$ Diámetro del conducto de la válvula de admisión (en m).	$39,4 \times 10^{-3}$
$D_{p,esc}$ Diámetro del conducto de la válvula de escape (en m).	$31,41 \times 10^{-3}$
$D_{s,adm}$ Diámetro del vástago de la válvula de admisión (en m).	$8,9 \times 10^{-3}$
$D_{s,esc}$ Diámetro del vástago de la válvula de escape (en m).	$7,09 \times 10^{-3}$
$L_{v,max,adm}$ Máxima apertura de la válvula de admisión (en m).	$9,3 \times 10^{-3}$
$L_{v,max,esc}$ Máxima apertura de la válvula de escape (en m).	$9,3 \times 10^{-3}$

Cuadro D.3: Características del combustible utilizado en el modelo

$\phi$ fuel-air equivalence ratio $\left(\frac{\text{combustible/aire}}{(\text{combustible/aire})_e}\right)$ .	0,99
Precisión para calcular el tiempo de combustión.	0,999
Tipo de combustible.	$C_8H_{18}$ (iso-octano)
(masa fuel/masa aire) (estequiométrico).	0,0683

Parámetros geométricos de las válvulas de admisión y escape utilizados en la sección 4.2.

Cuadro D.4: Geometría de las válvulas de admisión y de escape, para una configuración de cuatro válvulas por cilindro.

$w_{adm}$ Ancho del asiento de la válvula de admisión.	$1,4 \times 10^{-3}$ m
$w_{esc}$ Ancho del asiento de la válvula de escape.	$1,4 \times 10^{-3}$ m
$\beta_{adm}$ Ángulo del asiento de la válvula de admisión.	$45,0^\circ$
$\beta_{esc}$ Ángulo del asiento de la válvula de escape.	$45,0^\circ$
$D_{v,adm}$ Diámetro de la cabeza de la válvula de admisión.	$18,0 \times 10^{-3}$ m
$D_{v,esc}$ Diámetro de la cabeza de la válvula de escape.	$18,0 \times 10^{-3}$ m
$D_{p,adm}$ Diámetro del conducto de la válvula de admisión.	$15,2 \times 10^{-3}$ m
$D_{p,esc}$ Diámetro del conducto de la válvula de escape.	$15,2 \times 10^{-3}$ m
$D_{s,adm}$ Diámetro del vástago de la válvula de admisión.	$4,0 \times 10^{-3}$ m
$D_{s,esc}$ Diámetro del vástago de la válvula de escape.	$4,0 \times 10^{-3}$ m
$L_{v,max,adm}$ Máxima apertura de la válvula de admisión.	$7,6 \times 10^{-3}$ m
$L_{v,max,esc}$ Máxima apertura de la válvula de escape.	$7,6 \times 10^{-3}$ m





# Apéndice E

## Áreas de transferencia de calor

Las áreas de transferencias de calor están delimitadas por las zonas de gases quemados y no quemados. Esta diferencia es apreciable durante el período de combustión, donde existe una frontera bien definida: el frente de llama. La mayor parte de la transferencia de calor ocurre entre los gases quemados y el área de contacto de la pared del cilindro, que es proporcional a la superficie mojada por los gases quemados.

A partir del volumen de cada gas, se determina el área de transferencia, considerando el radio del frente de llama calculado anteriormente (apéndice C). Utilizando los mismos casos que para el cálculo del área del frente de llama, se calcula la superficie mojada por los gases quemados. Para un esquema con la ignición centrada con respecto al cilindro, las áreas de transferencias se determinan según la longitud relativa del radio del frente de llama.

- Caso I:

$$A_b = K \pi R_f^2$$
$$A_u = K \left( \pi \frac{B^2}{2} - \pi R_f^2 \right) + 4 \frac{V}{B}$$

- Caso II:

$$A_b = \pi (2R_f^2 - h^2)$$
$$A_u = K \left[ \pi \frac{B^2}{2} - \pi (2R_f^2 - h^2) \right] + 4 \frac{V}{B}$$

- Caso III:

$$A_b = K\pi\frac{B^2}{4} + \pi B\sqrt{R_f^2 - \frac{B^2}{4}}$$

$$A_u = K\left(\pi\frac{B^2}{4}\right) + 4\frac{V}{B} - \pi B\sqrt{R_f^2 - \frac{B^2}{4}}$$

- Caso IV:

$$A_b = K\left[\pi\frac{B^2}{4} + \pi(R_f^2 - h^2)\right] + \pi B\sqrt{R_f^2 - \frac{B^2}{4}}$$

$$A_u = K\left[\pi\frac{B^2}{2} - \pi\frac{B^2}{4} + \pi(R_f^2 - h^2)\right] + 4\frac{V}{B}$$

donde  $B$  es el diámetro del cilindro,  $h$  la altura instantánea de la cámara (considerando una cámara cilíndrica) y  $K$  un factor para reducir el área de transferencia de la tapa y la base de la cámara, dado que en estas zonas no hay refrigeración como en la pared del cilindro.

Si la bujía se encuentra descentrada con respecto a la superficie superior, las áreas serán diferentes. Se observan siete configuraciones posibles, mencionadas en el apéndice C. En este caso se calcula la superficie mojada por cada uno de los gases. Para ello, se define la función del perímetro mojado,

$$P_m(R_f, R_c, B, y) = 2\alpha\sqrt{R_f^2 - y^2} \quad (\text{E.1})$$

- Caso I:

$$A_b = K\pi R_f^2$$

$$A_u = K\left(\pi\frac{B^2}{2} - \pi R_f^2\right) + 4\frac{V}{B}$$

- Caso II:

$$A_b = \pi(2R_f^2 - h^2)$$

$$A_u = K\left[\pi\frac{B^2}{2} - \pi(2R_f^2 - h^2)\right] + 4\frac{V}{B}$$

- Caso III:

$$A_b = KA_c(R_f, R_c, B, y = 0) + \int_0^c P_m(R_f, R_c, B, y) dy$$

$$A_u = K\left[\pi\frac{B^2}{2} - A_c(R_f, R_c, B, y = 0)\right] + \pi Bh - \int_0^c P_m(R_f, R_c, B, y) dy$$

- Caso IV:

$$A_b = K [A_c(R_f, R_c, B, y = 0) + \pi (R_f^2 - h^2)] + \int_0^c P_m(R_f, R_c, B, y) dy$$

$$A_u = K \left[ \pi \frac{B^2}{2} - A_c(R_f, R_c, B, y = 0) - \pi (R_f^2 - h^2) \right] + \pi Bh - \int_0^c P_m(R_f, R_c, B, y) dy$$

- Caso V:

$$A_b = K [A_c(R_f, R_c, B, y = 0) + A_c(R_f, R_c, B, y = h)] + \int_0^h P_m(R_f, R_c, B, y) dy$$

$$A_u = K \left[ \pi \frac{B^2}{2} - A_c(R_f, R_c, B, y = 0) - A_c(R_f, R_c, B, y = h) \right] + \pi Bh - \int_0^h P_m(R_f, R_c, B, y) dy$$

- Caso VI:

$$A_b = K \left[ \pi \frac{B^2}{4} + A_c(R_f, R_c, B, y = h) \right] + \pi Bs + \int_s^h P_m(R_f, R_c, B, y) dy$$

$$A_u = K \left[ \pi \frac{B^2}{4} - A_c(R_f, R_c, B, y = h) \right] + \pi B(h - s) - \int_s^h P_m(R_f, R_c, B, y) dy$$

- Caso VII:

$$A_b = K \left[ \pi \frac{B^2}{4} + \pi (R_f^2 - h^2) \right] + \pi Bs + \int_s^c P_m(R_f, R_c, B, y) dy$$

$$A_u = K \left[ \pi \frac{B^2}{4} - \pi (R_f^2 - h^2) \right] + \pi B(h - s) - \int_s^c P_m(R_f, R_c, B, y) dy$$

Los parámetros involucrados son los definidos en el apéndice C en el cálculo de las áreas de llama para el caso de chispa descentrada.

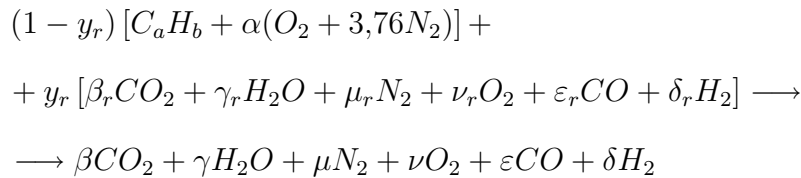


# Apéndice F

## Equilibrio químico

### F.1. Equilibrio químico sin disociación

Si se tiene en cuenta que hay gases residuales dentro de la cámara de combustión, la ecuación de la reacción química se escribe de la siguiente forma:



donde  $y_r$  es la fracción molar de los gases residuales, el subíndice  $r$  representa los gases quemados residuales y las unidades son moles por cada mol de combustible.

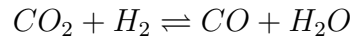
$$\begin{aligned} & \alpha \left[ \frac{mol_{O_2 \text{aire}}}{mol_f} \right] \beta \left[ \frac{mol_{CO_2}}{mol_f} \right] \gamma \left[ \frac{mol_{H_2O}}{mol_f} \right] \mu \left[ \frac{mol_{N_2}}{mol_f} \right] \nu \left[ \frac{mol_{O_2 \text{humos}}}{mol_f} \right] \\ & \varepsilon \left[ \frac{mol_{CO}}{mol_f} \right] \delta \left[ \frac{mol_{H_2}}{mol_f} \right] a \left[ \frac{mol_{C \text{fuel}}}{mol_f} \right] \frac{b}{2} \left[ \frac{mol_{H_2 \text{fuel}}}{mol_f} \right] \\ & \beta_r \left[ \frac{mol_{CO_2, \text{residual}}}{mol_f} \right] \gamma_r \left[ \frac{mol_{H_2O, \text{residual}}}{mol_f} \right] \mu_r \left[ \frac{mol_{N_2, \text{residual}}}{mol_f} \right] \nu_r \left[ \frac{mol_{O_2, \text{residual}}}{mol_f} \right] \end{aligned}$$

$$\varepsilon_r \left[ \frac{\text{mol}_{CO,\text{residual}}}{\text{mol}_f} \right] \delta_r \left[ \frac{\text{mol}_{H_2,\text{residual}}}{\text{mol}_f} \right]$$

Aquí se supone que los gases residuales corresponden a los productos de una combustión de iguales características a la que se calcula. Por ejemplo, si la mezcla de aire combustible es pobre, no se tendrá en cuenta el hidrógeno ni el monóxido de carbono en los gases residuales.

Bajo las siguientes hipótesis, se calcula la composición de los gases de combustión en función de la composición de la mezcla.

- Si la mezcla es pobre,  $\phi < 1 \rightarrow CO$  y  $H_2$  son despreciables.
- Si la mezcla es rica,  $\phi \geq 1 \rightarrow O_2$  es despreciable. Cuando  $\phi > 1$  se asume que la ecuación del agua se encuentra en equilibrio.



### *Mezcla pobre en combustible*

Para una mezcla pobre en combustible  $\phi < 1$ , el sistema de ecuaciones con su solución es el siguiente:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 - y_r) a + y_r \beta_r = \beta \\ (1 - y_r) \frac{b}{2} + y_r \gamma_r = \gamma \\ (1 - y_r) \alpha + y_r \left( \beta_r + \frac{\gamma_r}{2} + \nu_r \right) = \beta + \frac{\gamma}{2} + \nu \\ 3,76 (1 - y_r) \alpha + y_r \mu_r = \mu \\ \phi = \frac{4a+b}{4\alpha} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \beta = (1 - y_r) a + y_r \beta_r \\ \gamma = (1 - y_r) \frac{b}{2} + y_r \gamma_r \\ \alpha = \frac{4a+b}{4\phi} \\ \nu = (1 - y_r) \frac{(1-\phi)(4a+b)}{4\phi} + y_r \nu_r \\ \mu = 3,76 \frac{4a+b}{4\phi} (1 - y_r) + y_r \mu_r \end{array} \right.$$

### *Mezcla rica en combustible*

Para resolver el sistema cuando la mezcla es rica en combustible se utiliza la ecuación que agrega la condición de equilibrio químico del agua. La constante de equilibrio se calcula a partir de la ecuación empírica [90]:

$$\ln[K(T)] = 2,743 - \frac{1,761 \cdot 10^3}{T} - \frac{1,611 \cdot 10^6}{T^2} + \frac{0,2803 \cdot 10^9}{T^3} \quad (\text{F.1})$$

Para una mezcla rica en combustible  $\phi > 1$ , el sistema de ecuaciones es el siguiente:

$$\begin{cases} (1 - y_r) a + y_r (\beta_r + \varepsilon_r) = \beta + \varepsilon \\ (1 - y_r) \frac{b}{2} + y_r (\gamma_r + \delta_r) = \gamma + \delta \\ (1 - y_r) \alpha + y_r \left( \beta_r + \frac{\gamma_r}{2} + \frac{\varepsilon_r}{2} \right) = \beta + \frac{\gamma}{2} + \frac{\varepsilon}{2} \\ 3,76 (1 - y_r) \alpha + y_r \mu_r = \mu \\ \alpha = \frac{(4a+b)}{4\phi} \\ K = \frac{\gamma\varepsilon}{\beta\delta} \end{cases}$$

La solución es:

$$\begin{cases} \varepsilon = (1 - y_r) a + y_r (\beta_r + \varepsilon_r) - \beta \\ \delta = \beta - (1 - y_r) \left[ \frac{2a(2-\phi)+b(1-\phi)}{2\phi} \right] + y_r (\delta_r - \beta_r) \\ \gamma = (1 - y_r) \frac{2a(2-\phi)+b}{2\phi} + y_r (\beta_r + \gamma_r) - \beta \\ \alpha = \frac{(4a+b)}{4\phi} \\ \mu = 3,76 (1 - y_r) \frac{4a+b}{4\phi} + y_r \mu_r \end{cases}$$

Si se supone que la ecuación del agua se encuentra en equilibrio,  $\beta$  se obtiene al resolver el siguiente polinomio de segundo grado:  $m\beta^2 + n\beta + h = 0$  con,

$$\blacksquare m = (K - 1)$$

$$\blacksquare n = (1 - y_r) \left\{ \frac{a}{\phi} [2 - K(2 - \phi)] + \frac{b}{2\phi} [1 - K(1 - \phi)] \right\} + y_r [\beta_r(2 - K) + \gamma_r + \varepsilon_r + K\delta_r]$$

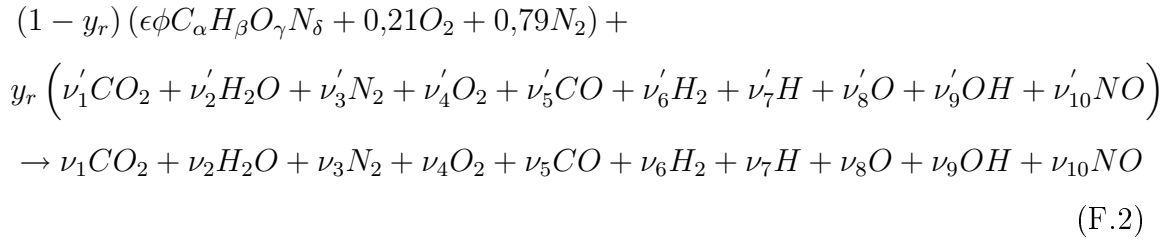
$$\blacksquare h = - \left[ (1 - y_r) \left[ \frac{2a(2 - \phi) + b}{2\phi} \right] + y_r (\beta_r + \gamma_r) \right] [(1 - y_r) a + y_r (\beta_r + \varepsilon_r)]$$

En [71] se encuentra disponible el programa CEA (*Chemical Equilibrium with Applications*) para calcular los productos de combustión en una variedad muy amplia de condiciones.

## F.2. Equilibrio con disociación para diez especies

Cuando en el problema se considera la disociación de algunas especies, aparecen nuevos elementos a tener en cuenta. Según Ferguson [91] las especies más importantes son diez, es decir, se agregan cuatro más a las que ya se consideran en los apartados anteriores:  $H$ ,  $OH$ ,  $O$  y  $NO$ .

La ecuación de la reacción química considerando las diez especies es la siguiente:



En el modelo no se consideran trazas de  $C_8H_{18}$  en los productos de la combustión, pero sí elementos combustibles como  $CO$  ó  $H_2$ , etc. Benson y Annand en [9] o Yun Xiao [92] describen posibles métodos para resolver el equilibrio químico cuando se consideran algunas disociaciones. En este apéndice se presenta el método descrito por Ferguson [91], para resolver la composición del equilibrio químico para diez especies, considerando, también, la fracción de gases residuales.

Los elementos designados con una prima como super índice, corresponden a la composición molar de los gases residuales originados en la combustión del ciclo anterior, que permanecen dentro del cilindro. Si  $N = \sum_{i=1}^{10} \nu_i$  y definiendo  $y_i = \nu_i/N$ , el balance es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 \text{C} \quad & (1 - y_r) \epsilon\phi\alpha + y_r R_1 = (y_1 + y_5) N \\
 \text{H} \quad & (1 - y_r) \epsilon\phi\beta + y_r R_2 = (2y_2 + 2y_6 + y_7 + y_9) N \\
 \text{O} \quad & (1 - y_r) (\epsilon\phi\gamma + 0,42) + y_r R_3 = (2y_1 + y_2 + 2y_4 + y_5 + y_8 + y_9 + y_{10}) N \\
 \text{N} \quad & (1 - y_r) (\epsilon\phi\delta + 1,58) + y_r R_4 = (2y_3 + y_{10}) N
 \end{aligned}$$

donde,

$$\begin{aligned}
 R_1 &= \nu'_1 + \nu'_5 \\
 R_2 &= 2\nu'_2 + 2\nu'_6 + \nu'_7 + \nu'_9
 \end{aligned}$$



$$R_3 = 2\nu'_1 + \nu'_2 + 2\nu'_4 + \nu'_5 + \nu'_8 + \nu'_8 + \nu'_{10}$$

$$R_4 = 2\nu'_3 + \nu'_{10}$$

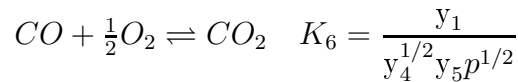
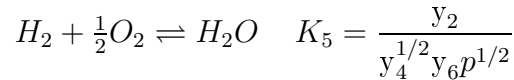
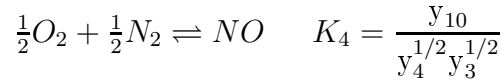
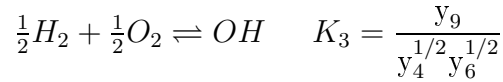
Por definición se sabe que,

$$\sum_{i=1}^{10} y_i - 1 = 0 \quad (\text{F.3})$$

A partir de la ecuación para una combustión neutra se deduce que:

$$\epsilon = 0,210/(\alpha + 0,25\beta - 0,5\gamma)$$

Si se introducen 6 ecuaciones de equilibrio químico se puede resolver el sistema de ecuaciones no lineales de diez fracciones molares desconocidas más el número de moles. Las reacciones consideradas son las siguientes:



donde  $p$  representa la presión a la que se da la reacción, en atmósferas.

Las constantes de equilibrio  $K_i$  presentan la siguiente forma:

$$\log K_i = A \ln \left( \frac{T}{1000} \right) + \frac{B}{T} + C + DT + ET^2$$

Cuadro F.1: Parámetros para evaluar las constantes del equilibrio químico.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
$K_1$	0,432168	$-0,112464 \times 10^5$	$0,267269 \times 10^1$	$-0,745744 \times 10^{-4}$	$0,242484 \times 10^{-8}$
$K_2$	0,310805	$-0,129540 \times 10^5$	$0,321779 \times 10^1$	$-0,738336 \times 10^{-4}$	$0,344645 \times 10^{-8}$
$K_3$	-0,141784	$-0,213308 \times 10^4$	0,853461	$0,355015 \times 10^{-4}$	$-0,310227 \times 10^{-8}$
$K_4$	$0,150879 \times 10^{-1}$	$-0,470959 \times 10^4$	0,646096	$0,272805 \times 10^{-5}$	$-0,154444 \times 10^{-8}$
$K_5$	-0,752364	$0,124210 \times 10^5$	$-0,260286 \times 10^1$	$0,259556 \times 10^{-3}$	$-0,162687 \times 10^{-7}$
$K_6$	$-0,415302 \times 10^{-2}$	$0,148627 \times 10^5$	$-0,475746 \times 10^1$	$0,124699 \times 10^{-3}$	$-0,900227 \times 10^{-8}$

En la tabla F.1 se describen los parámetros para evaluar las constantes del equilibrio químico. Las expresiones de las constantes de equilibrio químico pueden ser reordenadas para expresar las fracciones molares de todas las especies en términos de  $y_3$ ,  $y_4$ ,  $y_5$  y  $y_6$ , las fracciones molares de  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $CO$  y  $H_2$  respectivamente.

$$\begin{aligned}
 y_7 &= c_1 y_6^{1/2} && \text{con } c_1 = K_1/p^{1/2} \\
 y_8 &= c_2 y_4^{1/2} && \text{con } c_2 = K_2/p^{1/2} \\
 y_9 &= c_3 y_4^{1/2} y_6^{1/2} && \text{con } c_3 = K_3 \\
 y_{10} &= c_4 y_4^{1/2} y_3^{1/2} && \text{con } c_4 = K_4 \\
 y_2 &= c_5 y_4^{1/2} y_6 && \text{con } c_5 = K_5 p^{1/2} \\
 y_1 &= c_6 y_4^{1/2} y_5 && \text{con } c_6 = K_6 p^{1/2}
 \end{aligned}$$

Eliminando  $N$  de las ecuaciones de balance, se obtienen 3 ecuaciones que dependen de las variables elegidas anteriormente, que junto con la ecuación (F.3) componen un sistema de cuatro ecuaciones cuatro incógnitas. Sustituyendo cada variable por su ecuación correspondiente, el nuevo sistema de ecuaciones es el siguiente:

$$2c_5y_4^{1/2}y_6 + 2y_6 + c_1y_6^{1/2} + c_3y_4^{1/2}y_6^{1/2} - d_1 \left( c_6y_4^{1/2}y_5 + y_5 \right) = 0 \quad (\text{F.4})$$

$$y_4^{1/2} \left( 2c_6y_5 + c_5y_6 + c_2 + c_3y_6^{1/2} + c_4y_3^{1/2} \right) + 2y_4 + y_5 - d_2 \left( c_6y_4^{1/2}y_5 + y_5 \right) = 0 \quad (\text{F.5})$$

$$2y_3 + c_4y_4^{1/2}y_3^{1/2} - d_3 \left( c_6y_4^{1/2}y_5 + y_5 \right) = 0 \quad (\text{F.6})$$

con:

$$d_1 = \frac{(1 - y_r)\epsilon\phi\beta + y_rR_2}{(1 - y_r)\epsilon\phi\alpha + y_rR_1}$$

$$d_2 = \frac{(1 - y_r)(\epsilon\phi\gamma + 0,42) + y_rR_3}{(1 - y_r)\epsilon\phi\alpha + y_rR_1}$$

$$d_3 = \frac{(1 - y_r)(\epsilon\phi\delta + 1,58) + y_rR_4}{(1 - y_r)\epsilon\phi\alpha + y_rR_1}$$

Ferguson [91] recomienda el método iterativo de Newton-Raphson para resolver este sistema de ecuaciones no lineales. Las cuatro ecuaciones pueden ser escritas como:

$$f_j(y_3, y_4, y_5, y_6) = 0 \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{F.7})$$

Utilizando la solución para el problema de seis especies sin disociación como valores iniciales,  $[y_3^{(1)}, y_4^{(1)}, y_5^{(1)}, y_6^{(1)}]$ , que se encuentra razonablemente cerca de la solución,  $(y_3^*, y_4^*, y_5^*, y_6^*)$ , la diferencia entre la aproximación y la solución es:

$$\Delta y_i = y_i^* - y_i^{(1)} \quad i = 3, 4, 5, 6 \quad (\text{F.8})$$

Aproximando el término de la izquierda en la ecuación (F.7) por una serie de Taylor y despreciando los términos mayores al segundo orden, se pueden obtener aproximaciones para  $\Delta y_i$ ,

$$f_j + \frac{\partial f_j}{\partial y_3} \Delta y_3 + \frac{\partial f_j}{\partial y_4} \Delta y_4 + \frac{\partial f_j}{\partial y_5} \Delta y_5 + \frac{\partial f_j}{\partial y_6} \Delta y_6 \approx 0 \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{F.9})$$

que escrito en forma matricial es  $[A][\Delta y] + [f] = 0$  donde los términos de  $A$  son:

$$\begin{aligned}
A_{11} &= 1 + \frac{1}{2} \frac{c_4 y_4^{1/2}}{y_3^{1/2}} \\
A_{12} &= \frac{c_6 y_5 + c_5 y_6 + c_1 + c_4 y_3^{1/2} + c_3 y_6^{1/2}}{2 y_4^{1/2}} + 1 \\
A_{13} &= 1 + c_6 y_4^{1/2} \\
A_{14} &= c_5 y_4^{1/2} + \frac{c_1 + c_3 y_4^{1/2}}{2 y_6^{1/2}} + 1 \\
A_{21} &= 0 \\
A_{22} &= \frac{2 c_5 y_6 + c_3 y_6^{1/2} - d_1 c_6 y_5}{2 y_4^{1/2}} \\
A_{23} &= -d_1 \left( 1 + c_6 y_4^{1/2} \right) \\
A_{24} &= 2 c_5 y_4^{1/2} + \frac{c_1 + c_3 y_4^{1/2}}{2 y_6^{1/2}} + 2 \\
A_{31} &= \frac{1}{2} \frac{c_4 y_4^{1/2}}{y_3^{1/2}} \\
A_{32} &= \frac{(2 - d_2) c_6 y_5 + c_5 y_6 + c_1 + c_4 y_3^{1/2} + c_3 y_6^{1/2}}{2 y_4^{1/2}} + 2 \\
A_{33} &= (2 - d_2) c_6 y_4^{1/2} + 1 - d_2 \\
A_{34} &= c_5 y_4^{1/2} + \frac{1}{2} \frac{c_3 y_4^{1/2}}{y_6^{1/2}} \\
A_{41} &= 2 + \frac{1}{2} \frac{c_4 y_4^{1/2}}{y_3^{1/2}} \\
A_{42} &= \frac{c_4 y_3^{1/2} - d_3 c_6 y_5}{2 y_4^{1/2}} \\
A_{43} &= d_3 \left( c_6 y_4^{1/2} - 1 \right) \\
A_{44} &= 0
\end{aligned}$$

Para calcular el siguiente paso de la iteración se resuelve este sistema de ecuaciones lineales, mediante cualquier método de álgebra de matrices. La expresión para calcular el  $n$ -ésimo paso es la siguiente:

$$y_i^{(n)} = y_i^{(n-1)} + \Delta y_i \quad i = 3, 4, 5, 6 \quad (\text{F.10})$$

La iteración se repite hasta que  $|\Delta y_i| < \xi \ll 1$  donde  $\xi$  es una tolerancia especificada.

# Índice alfabético

- Aire
  - composición, 57
- Autoignición, 106, 112, 126
- Avance del encendido, 119
- Cero-dimensional, 46
- Coefficiente de descarga, 181
- Consumo de combustible, 72
- Cuasi-dimensional, 46
- Eficiencia volumétrica, 48
- Emisividad, 51
- Energía interna, 56
- Energía química, 45
- Entalpía, 56
- Entropía de muestra, 140
- Espacio de fases, 140
- Estancamiento (*stagnation*), 180
- Flujo crítico, 181
- Fracción de gases quemados, 182
- Frente de llama, 44
  - área, 46
  - velocidad, 46
  - velocidad laminar, 47
- Fricción total media efectiva, 71
- Gases residuales, 56
- Irreversibilidades internas, 77
- Longitud característica, 47
- Máximo par al freno (MBT), 120
- Mach, número, 180
- Mapa de retorno, 140
- Octanaje, 106
- Overlapping, 29
- Perímetro mojado, 202
- Pistón
  - carrera, 32
  - fricción, 33
  - fuerzas, 30
  - posición, 31
- Poder calorífico, 71
- Potencia, 70, 78
  - por gramo de combustible, 72
- Presión crítica, 181
- Presión media efectiva, 34, 71
- Razón de equivalencia combustible/aire (*Fuel ratio*), 36, 119
- Reacción química, 205, 208
- Relación de compresión, 32, 76
- Rendimiento
  - de conversión de combustible, 71

térmico, 71, 78

Sección de Poincaré, 140

Temperatura

de llama adiabática, 81

de pared, 52, 53, 119

Tiempo característico, 47

Trabajo

de bombeo, 34

de fricción, 33, 70

de rozamiento mecánico, 34

de sistemas auxiliares, 34

del gas, 70

Transferencia de calor

coeficiente, 51, 53

conducción, 50

convección, 50

radiación, 51

Velocidad característica, 46

Velocidad de llama laminar, 46

Volumen de control, 38