



UNIVERSIDAD DE SALAMANCA
Departamento de Didáctica de la Matemática
y Didáctica de las Ciencias Experimentales

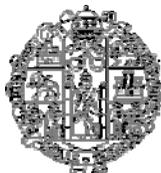
**Las reflexiones que los maestros en formación
incluyen en su portafolios sobre su aprendizaje
didáctico matemático en el aula universitaria**

María José Cáceres García

Directores
José M^a Chamoso Sánchez
Pilar Azcárate Goded

Salamanca, mayo 2010

Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por los proyectos US05/05 y SA032A08 del programa de apoyo a proyectos de investigación de la Junta de Castilla y León y por el proyecto ID9/196 de innovación docente de la Universidad de Salamanca.



José M^a Chamoso Sánchez
Universidad de Salamanca
Dpto. Didáctica de la Matemática y de las CCEE.
Tfno.: 923 294400 Ext. 3356
E-mail: jchamoso@usal.es

Dr. José María Chamoso Sánchez, Profesor Titular de Universidad del Departamento de Didáctica de la Matemática y Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Salamanca, y Dra. Pilar Azárate Goded, Profesora Titular de Universidad del Departamento de Didáctica de la Universidad de Cádiz

INFORMAN

Que la Memoria *Las reflexiones que los maestros en formación incluyen en su portafolios sobre su aprendizaje didáctico matemático* ha sido realizada por D^a M^a José Cáceres García bajo su dirección y constituye su tesis para optar al grado de Doctor.

Para que conste y tenga los efectos oportunos, autorizan la presentación de la misma.

Salamanca, 14 de mayo de 2010

Fdo.: José M^a Chamoso Sánchez

Fdo.: M^a del Pilar Azárate Goded

**DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA Y DIDÁCTICA DE
LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES DE LA UNIVERSIDAD DE SALAMANCA**

A mis padres,
Ignacio y Lucía.

A Alberto.

AGRADECIMIENTOS

Gracias a mis directores, Jose y Pilar, por su confianza y ánimo, por dedicar gran parte de su tiempo y esfuerzo a esta aventura compartida, por la paciencia y el tesón que han mostrado en todo el proceso y por todo lo que me han enseñado.

Mi agradecimiento al departamento de Didáctica de las Matemáticas y las Ciencias Experimentales, en especial a los profesores del programa de doctorado “Educación Matemática”, a su coordinador Modesto y a Maite por su ayuda durante el segundo curso; a todos mis compañeros con los disfruté en muchos momentos, tanto en las clases como en aquellas reuniones de los viernes. También quiero agradecer las apreciaciones de Ademir, Laura, Domingo y Jazmín, compañeros de los seminarios de investigación que Jose organizó con éxito y donde tanto aprendimos.

Igualmente gracias a la ayuda de mis compañeros del Yerne y a su paciencia para entender mi escaso inglés, así como a Konrad Krainer, Laurinda Brown y Barbara Jaworsky, mis profesores, que siempre se mostraron cercanos y, en cada ocasión, me dedicaron tiempo, me dieron consejos útiles y me contagiaron su entusiasmo.

Agradezco la ayuda de Pucho, José Orrantía, por su ánimo constante y ayuda en los estudios estadísticos y el manejo de los programas informáticos; las sabias aportaciones de Bill, William Rawson, que siempre me hicieron reflexionar un poco más sobre lo que trataba de comunicar; el apoyo y

correcciones de Juanjo, Juan José Arnaiz, que siempre me escuchó y confió en mi capacidad.

No puedo olvidar a todos y cada uno de mis compañeros del colegio San Jerónimo, que sufrieron mis nervios, despistes, retrasos y ausencias durante este tiempo. Gracias al equipo directivo, Charrancho, Antonio y Manolo, por su comprensión. Y a Baena, por cuidar de mi salud cuando fue necesario y apoyarme siempre.

Mi profundo agradecimiento a todos los que me han rodeado además de Alberto, quien más ha padecido todo el proceso, mis padres, que en su momento me quitaron la idea de ser peluquera, mis suegros, Ignacio y Lola, que siempre me han tratado como a una hija, toda mi familia y amigos. A todos ellos los he visto en este tiempo menos de lo que hubiera deseado.

Gracias a todos, por vuestra paciencia y comprensión. Sin vosotros, este trabajo no habría sido posible.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE FIGURAS.....	VII
ÍNDICE DE TABLAS.....	XI
INTRODUCCIÓN.....	3
PARTE I: MARCO TEÓRICO.....	11
Introducción.....	15
Capítulo I: LA FORMACIÓN DE MAESTROS DE MATEMÁTICAS.....	21
1. La formación de docentes en el ámbito de la educación matemática.....	23
1.1. Tendencias actuales en la enseñanza de matemáticas.....	23
1.2. El conocimiento profesional del profesorado de matemáticas en formación.....	28
1.2.1. El conocimiento profesional.....	28
1.2.2. Dimensiones y fuentes del conocimiento profesional.....	33
1.3. Elaboración de un conocimiento práctico profesional.....	42
1.3.1. Itinerarios de progresión del conocimiento profesional.....	46
1.3.2. Tendencias didácticas del conocimiento profesional.....	48
• <i>Tendencia didáctica tradicional del desarrollo profesional.....</i>	48

• <i>Tendencias didácticas de transición del desarrollo profesional.....</i>	51
• <i>Tendencia didáctica deseable en el desarrollo profesional.....</i>	55
1.4. La formación inicial de maestros de matemáticas.....	62
2. La reflexión en la formación de maestros.....	65
2.1. La reflexión como competencia profesional.....	65
2.2. Tipos y niveles de reflexión.....	74
2.3. El desarrollo de la reflexividad del docente.....	79
2.3.1. Proceso: ¿cómo reflexionan los docentes?.....	79
2.3.2. Contenido: ¿qué reflejan los docentes en sus reflexiones?.....	84
2.3.3. La reflexión en el proceso formativo.....	88
3. La evaluación en la formación de maestros de matemáticas: el portafolios.....	90
3.1. La evaluación en educación matemática... 93	
3.1.1. Tipos y tendencias de la evaluación. 93	
3.1.2. Criterios e instrumentos de evaluación.....	99
3.2. La evaluación en la formación de maestros de matemáticas.....	103
3.3. El portafolios en la formación de maestros de matemáticas.....	109

3.3.1. Cómo usar el portafolios en los procesos formativos.....	113
--	-----

PARTE II: PROCESO DE INVESTIGACIÓN..... 121

Introducción.....	125
-------------------	-----

Capítulo II: CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN.....	129
---	-----

1. Participantes.....	131
2. Características del proceso formativo.....	131
2.1. Finalidades, objetivos y contenidos del proceso.....	132
2.2. Desarrollo metodológico de la experiencia de formación.....	135
3. Desarrollo de la disciplina.....	138
4. Sistema de evaluación.....	152

Capítulo III: METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN.....	155
--	-----

1. Objetivos.....	157
2. Principios de la investigación.....	158
3. Muestra de la investigación.....	162
4. Fases de la investigación.....	163
5. Instrumentos de recogida y análisis de la información.....	166
5.1. Primer Estudio: Reflexiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje.....	167
5.1.1. Preguntas de investigación.....	167
5.1.2. Instrumentos de recogida de datos..	169

5.1.3. Diseño de los instrumentos de análisis.....	170
• <i>Referidos a la profundidad de las reflexiones.....</i>	170
• <i>Referidos al contenido de las reflexiones.....</i>	181
5.1.4. Aplicación de los instrumentos de análisis.....	188
• <i>Referido a la profundidad de las reflexiones.....</i>	188
• <i>Referidos al contenido de las reflexiones.....</i>	193
5.1.5. Fiabilidad y validez.....	195
5.1.6. Medidas.....	196
• <i>Referidas a la profundidad de las reflexiones.....</i>	196
• <i>Referidas al contenido de las reflexiones.....</i>	197
5.2. Segundo Estudio: Revisiones de un proyecto incluido en el portafolios de aprendizaje.....	198
5.2.1. Preguntas de investigación.....	198
5.2.2. Instrumentos de recogida de datos..	199
5.2.3. Diseño de los instrumentos de análisis.....	199
5.2.4. Aplicación de los instrumentos de análisis.....	204
5.2.5. Fiabilidad y validez.....	205
5.2.6. Medidas.....	205

PARTE III: DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	207
Introducción.....	211
Capítulo IV: RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	213
1. Reflexiones sobre el proceso de enseñanza- aprendizaje.....	215
1.1. Referidos a la profundidad.....	215
1.1.1. Niveles del pensamiento reflexivo...	215
1.1.2. Relación entre los niveles de reflexión y los de otros aspectos.....	222
1.2. Referidos al contenido.....	232
1.2.1. Aspectos del proceso de Enseñanza y Aprendizaje.....	233
• <i>Alusiones de los estudiantes para maestro en sus reflexiones a aspectos del proceso de Enseñanza y Aprendizaje.....</i>	233
• <i>Alusiones de los estudiantes para maestro en sus reflexiones a Competencias Matemáticas y Profesionales.....</i>	237
1.2.2. Profundidad en los aspectos de Enseñanza y Aprendizaje.....	243
2. Revisiones de un proyecto incluido en el portafolios de aprendizaje.....	248
2.1. Modificaciones realizadas en el proyecto final.....	248

2.2. Naturaleza de las modificaciones realizadas en el proyecto final.....	250
Capítulo V: DISCUSIÓN.....	257
PARTE IV: CONCLUSIONES.....	273
Introducción.....	277
Capítulo VI: CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS DE FUTURO.....	279
• <i>Conclusiones</i>	281
• <i>Perspectivas de futuro</i>	293
REFERENCIAS.....	297

ÍNDICE DE FIGURAS

- Figura 1: Mapa de los dominios del conocimiento matemático para enseñar..... 35
- Figura 2: Esquema del sistema de categorías y subcategorías para el análisis de los aspectos del proceso de *Enseñanza y Aprendizaje* sobre los que los estudiantes para maestro reflexionaron..... 183
- Figura 3: Medias obtenidas por los estudiantes para maestro en los niveles 1, 2 y 3 para las categorías *Reflexión, Conocimiento y Creatividad*.. 231
- Figura 4: Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a aspectos de *Enseñanza y Aprendizaje*..... 234
- Figura 5: Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a *Contenidos (C) y Metodología (M)* globalmente en cada una de las categorías *Enseñanza (E) y Aprendizaje (A)*..... 234
- Figura 6: Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, al *Aprendizaje de Contenidos (AC) y Metodología (AM)* con relación a la *Adquisición de conocimientos y su Aplicación*..... 236

- Figura 7: Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a *Competencias Matemáticas de Conocimiento* (CMA) y de *Profundización en el conocimiento* (CMB) y *Competencias Profesionales de Conocimiento* (CPA) y de *Profundización en el conocimiento* (CPB)..... 238
- Figura 8: Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a *Competencias Matemáticas de Conocimiento* (CMA) y de *Profundización en el conocimiento* (CMB) y *Competencias Profesionales de Conocimiento* (CPA) y de *Profundización en el conocimiento* (CPB) en relación con las categorías *Enseñanza y Aprendizaje*..... 240
- Figura 9: Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a la *Adquisición de conocimientos* y su *Aplicación* con relación a *Competencias Matemáticas de Conocimiento*(CMA) y de *Profundización en el conocimiento* (CMB) y *Competencias Profesionales de Conocimiento* (CPA) y de *Profundización en el conocimiento* (CPB)..... 242
- Figura 10: Diagrama de barras en porcentajes de los niveles de profundidad alcanzados por los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a aspectos de *Enseñanza y Aprendizaje*..... 244

- Figura 11: Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, sobre la *Adquisición de conocimientos* y su *Aplicación* con relación a los niveles de profundidad de las reflexiones *Descripción, Argumentación y Aportación*..... 246
- Figura 12: Proporción de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a *Competencias Matemáticas de Conocimiento (CMA)* y de *Profundización en el conocimiento (CMB)* y *Competencias Profesionales de Conocimiento (CPA)* y de *Profundización en el conocimiento (CPB)* en relación con los niveles de profundidad *Descripción, Argumentación y Aportación*..... 247
- Figura 13: Medias obtenidas por los estudiantes para maestro en las categorías *Contenido, Actividades, Metodología y Reflexión* en el proyecto inicial (PI) y en el proyecto final (PF)..... 248
- Figura 14: Porcentaje de estudiantes para maestro en cada nivel de valoración en las categorías *Contenido, Actividades, Metodología y Reflexión*, en el proyecto inicial (PI) y en el proyecto final (PF).. 251

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Paradigma de enseñanza tradicional en comparación con el constructivista.....	26
Tabla 2: Caracterización de las dimensiones del conocimiento profesional.....	39
Tabla 3: Rasgos básicos de distintas tendencias didácticas.....	61
Tabla 4: Tipología de reflexión: Dimensiones y preguntas-guía.....	78
Tabla 5: Comparación entre la evaluación tradicional y las nuevas tendencias de evaluación.....	97
Tabla 6: Niveles para la valoración de <i>Reflexión</i>	173
Tabla 7: Niveles para la valoración de <i>Conocimiento</i>	174
Tabla 8: Niveles para la valoración de <i>Creatividad</i>	175
Tabla 9: Plantilla de niveles para el estudio de <i>Conocimiento</i> en el proyecto desarrollado por los estudiantes.....	177
Tabla 10: Plantilla de niveles para el estudio de <i>Reflexión</i> en las producciones escritas de los estudiantes....	179
Tabla 11: Plantilla de niveles para el estudio de <i>Creatividad</i> en los proyectos realizados por los estudiantes....	180
Tabla 12: Categorización para caracterizar los aspectos del proceso de <i>Enseñanza</i> y de <i>Aprendizaje</i> a los que los estudiantes para maestro aludieron en sus reflexiones.....	185

Tabla 13: Categorización para caracterizar las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a la <i>Adquisición de conocimiento</i> o su <i>Aplicación</i>	186
Tabla 14: Categorización para caracterizar las <i>Competencias</i> a las que aluden los estudiantes para maestro en sus reflexiones.....	187
Tabla 15: Ejemplo de aplicación de la plantilla de valoración de <i>Reflexión</i>	191
Tabla 16: Ejemplo de una unidad de información y sus contenidos públicos asociados.....	193
Tabla 17: Ejemplo de aplicación de los sistemas de categorías a las reflexiones de los estudiantes para maestro.....	194
Tabla 18: Niveles para el estudio de los proyectos de los estudiantes para maestros en las categorías <i>Contenido, Actividades, Metodología y Reflexión</i>	201
Tabla 19: Niveles, indicadores y ejemplos para la valoración de las <i>Actividades</i> propuestas por los estudiantes para maestros en sus proyectos.....	202
Tabla 20: Resultados de los estudiantes en <i>Reflexión</i>	221
Tabla 21: Resultados de los estudiantes en <i>Reflexión</i> (valores absolutos y porcentajes).....	219
Tabla 22: Frecuencia de alumnos por intervalos, dependiendo del porcentaje de unidades de reflexión conseguidas en cada nivel 0, 1, 2 y 3 (valores absolutos y porcentajes).....	220

Tabla 23: Resultados de los estudiantes en la actividad seleccionada de <i>Conocimiento</i> (valores absolutos y porcentajes).....	224
Tabla 24: Frecuencia, por intervalos, de los alumnos en los distintos niveles de <i>Conocimiento</i> (valores absolutos y porcentajes).....	225
Tabla 25: Resultados de los estudiantes en el proyecto de <i>Creatividad</i> (valores absolutos y porcentajes).....	227
Tabla 26: Frecuencia de alumnos por intervalos en las distintas categorías de <i>Creatividad</i> (valores absolutos y porcentajes).....	228
Tabla 27: Resultados de los estudiantes en las actividades de <i>Conocimiento</i> , <i>Reflexión</i> y <i>Creatividad</i> (en porcentajes).....	230
Tabla 28: Resultados comparativos de las variables diferencias ente <i>Reflexión</i> , <i>Conocimiento</i> , <i>Creatividad</i> y <i>Prueba</i>	232.
Tabla 29: Resultados comparativos de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, tanto en <i>Contenidos</i> (C) como en <i>Metodología</i> (M) en función de las categorías <i>Enseñanza</i> (E) y <i>Aprendizaje</i> (A).....	235
Tabla 30: Resultados comparativos de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, en cada categoría <i>Enseñanza</i> (E) y <i>Aprendizaje</i> (A) con relación a <i>Contenidos</i> (C) y <i>Metodología</i> (M)....	235

Tabla 31: Porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, al <i>Aprendizaje de Contenidos</i> (AC) y <i>Metodología</i> (AM) con relación a la <i>Adquisición de conocimientos</i> y su <i>Aplicación</i>	237
Tabla 32: Resultados comparativos de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, en cada categoría <i>Competencias Matemáticas y Profesionales</i> con relación a <i>Conocimiento</i> y <i>Profundización en el conocimiento</i>	239
Tabla 33: Resultados comparativos de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, tanto en <i>Conocimiento</i> y como en <i>Profundización en el conocimiento</i> en función de las categorías <i>Competencias Matemáticas y Profesionales</i>	239
Tabla 34: Porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a <i>Competencias Matemáticas de Conocimiento</i> (CMA) y de <i>Profundización en el conocimiento</i> (CMB) y <i>Competencias Profesionales de Conocimiento</i> (CPA) y de <i>Profundización en el conocimiento</i> (CPB) en relación con la <i>Enseñanza</i> (E) y <i>Aprendizaje</i> (A) de <i>Contenidos</i> (C) y <i>Metodología</i> (M).....	240

Tabla 35: Porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a <i>Competencias Matemáticas de Conocimiento (CMA)</i> y de <i>Profundización en el conocimiento (CMB)</i> y <i>Competencias Profesionales de Conocimiento (CPA)</i> y de <i>Profundización en el conocimiento (CPB)</i> con relación a la <i>Adquisición de conocimientos</i> y su <i>Aplicación</i>	243
Tabla 36: Porcentajes niveles de profundidad de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, en relación con la <i>Enseñanza (E)</i> o <i>Aprendizaje (A)</i> de <i>Contenidos (C)</i> y <i>Metodología (M)</i>	245
Tabla 37: Porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, en cada nivel de profundidad de las reflexiones con relación a la <i>Adquisición de conocimientos</i> y su <i>Aplicación</i>	246
Tabla 38: Resultados comparativos entre las valoraciones medias obtenidas en las categorías <i>Contenido</i> , <i>Actividades</i> , <i>Metodología</i> y <i>Reflexión</i> en el proyecto inicial (PI) y el proyecto final (PF) de cada estudiante para maestro.....	250
Tabla 39: Número de estudiantes para maestro en cada categoría, en valor absoluto y en porcentajes, en función de la profundidad alcanzada en las modificaciones del conocimiento realizadas en el proyecto final (PF) respecto al proyecto inicial (PI) y desglosados en los que aumentan, igualan o disminuyen su valoración inicial respectivamente.....	252

Tabla 40: Resultados comparativos del proyecto inicial (PI) con el proyecto final (PF), por categorías, teniendo en cuenta si los estudiantes para maestro aludieron a aspectos del proceso de enseñanza y aprendizaje a nivel de Primaria..... 255

“Necesitamos abordar el desafío de informar a un público más amplio sobre el actual estado de la investigación en Educación Matemática y sus consecuencias para el futuro desarrollo de la enseñanza y la formación de profesores, para confrontar con la sociedad cuestiones abiertas, dilemas, alternativas o sugerencias. Sólo lo que se discute en público tiene posibilidad de ser realmente oído y de tener impacto.”

(Krainer, 2005, p. 77)

INTRODUCCIÓN

Desde mis inicios en la enseñanza de matemáticas en Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, hace 10 años, la evaluación supuso una gran preocupación por la complejidad de la tarea. En esos momentos la evaluación, usualmente, se realizaba de forma sumativa pero las directrices oficiales recomendaban realizar también una evaluación formativa así como utilizar múltiples instrumentos de evaluación (LOCE, 2002; LOE, 2006). Las dudas surgían al intentar plasmarlo en las programaciones de aula. Los intentos de utilización de métodos alternativos de evaluación fueron, generalmente, ineficaces por las dificultades para el registro de la información que se obtenía de cada alumno. Independientemente de la evaluación realizada, casi siempre mediante exámenes escritos que valoraban la adquisición de los contenidos del programa, un alumno aprobaba si su calificación era al menos un cinco al final del proceso. En un momento, después del diálogo en un claustro de evaluación, un compañero modificó a un cinco la calificación de un alumno que, en principio, tenía un cuatro argumentando que “hay cuatros y cuatros”. A pesar de que la evaluación era sumativa, parecía que se estaban teniendo en cuenta diferentes aspectos en la valoración del aprendizaje de los alumnos aunque no se dispusiera de instrumentos adecuados para recoger la información. Reflexiones de este tipo incrementaron mi interés sobre el tema y de ahí surgió la idea de realizar un trabajo de investigación sobre evaluación.

La investigación realizada para la adquisición del Diploma de Estudios Avanzados supuso una amplia revisión y estudio de la bibliografía sobre el aprendizaje de matemáticas y las diferentes formas e instrumentos de evaluación, entre ellos el portafolios como un instrumento que permite aportar evidencias sobre el proceso global de

aprendizaje. En casi todas las investigaciones se repetía que un objetivo de interés era que el alumno razonara. Como en la Enseñanza Secundaria y Bachillerato parecía que los exámenes escritos estaban muy influenciados por los que se realizaban en las Pruebas de Acceso a la Universidad (PAU), para comprobar si con ese tipo de prueba, como único instrumento de evaluación, se valoraba el razonamiento del estudiante se realizó un estudio de las actividades planteadas en las PAU en Castilla-León para la materia Matemáticas II, entre los cursos 98-99 y 02-03. Los resultados mostraron que en estas pruebas prevalecía el planteamiento de ejercicios rutinarios en vez de actividades que exigieran un razonamiento para el que el estudiante no hubiera sido entrenado (Cáceres, 2005). Esto hizo plantear el diseño de plantillas de valoración para diferentes actividades que se realizaban en el aula de matemáticas con la intención de aplicarlas para comprobar si de esa forma se mostraba el aprendizaje global y el razonamiento del estudiante, así como la influencia que esa forma de evaluar tenía en el trabajo del profesor en el aula de matemáticas.

La incorporación a la docencia en la Escuela de Educación y Turismo de Ávila en formación universitaria de maestros, durante un curso y medio, supuso el desarrollo de clases diferentes a las que estaba acostumbrada lo que desencadenó nuevas dificultades para valorar actividades formativas más abiertas que las que utilizaba en la Enseñanza Secundaria. A partir de ese momento, junto al director de esta tesis, se comenzó la búsqueda de formas de evaluar la variedad de actividades que se realizaban y se consideró conveniente el desarrollo de un portafolios de aprendizaje tanto en la Universidad como en Enseñanza Secundaria. La preparación para afrontar este reto propició que el concepto '*reflexión*' fuera tomando importancia. A partir de la lectura investigaciones localizadas en una primera búsqueda

bibliográfica sobre este aspecto se consideró que los estudiantes debían reflexionar tanto sobre las actividades que se realizaran en el aula como sobre el propio trabajo. En definitiva, tres aspectos estrechamente conectados comenzaron a tomar importancia.

En primer lugar, la evaluación se considera uno de los elementos más importantes de los procesos de enseñanza-aprendizaje y, generalmente, tiene gran influencia en las demás acciones asociadas a la intervención. El portafolios de aprendizaje puede ser un instrumento de evaluación adecuado para promover la reflexión en contextos de formación de futuros profesores.

Por otro lado, la reflexión en y sobre la práctica docente, actualmente, está considerada una de las principales competencias profesionales de los profesores y, por tanto, una de las principales finalidades de la formación inicial de los mismos.

En tercer lugar, en el ámbito del Desarrollo Profesional del Profesorado, se considera al docente como un elemento principal en los procesos de enseñanza-aprendizaje y se reconoce la importancia de la formación inicial de maestros como parte de su desarrollo profesional.

En definitiva, las investigaciones en educación realizadas en el campo del desarrollo profesional inciden en la necesidad de formar docentes de matemáticas que sean críticos con su propia práctica y que consideren la reflexión como uno de los aspectos más importantes para su formación con el objetivo de mejorar su práctica así como cuestionar la planificación y el desarrollo de los diferentes elementos curriculares implicados, entre los que se encuentra la evaluación. El portafolios de aprendizaje ha sido utilizado para promover la reflexión en la formación de docentes pero

existe poca evidencia de investigación que muestre la cualidad específica de la reflexión que emerge bajo diferentes condiciones.

Con estas ideas, se diseñó un proceso formativo dirigido a la formación de maestros de matemáticas que intentaba responder a los aspectos anteriores. En dicho proceso se incluyó la elaboración de un portafolios de aprendizaje por cada estudiante que permitiera valorar diversas capacidades de aprendizaje y clasificarlas de una manera acorde a las tendencias actuales en Educación Matemática (Chamoso y Cáceres, 2005).

En este contexto de formación se quería estudiar la naturaleza y nivel de reflexión de los estudiantes sobre las diferentes actividades realizadas durante el proceso formativo llevado a cabo en el aula universitaria, y detectar cómo esta reflexión influía en las modificaciones que cada estudiante realizó al revisar un proyecto de trabajo sobre el tratamiento de un tópico matemático para Primaria, incluido inicialmente en el portafolios de aprendizaje.

Una vez diseñada la experiencia de intervención en el aula formativa, se realizó el primer diseño de las herramientas para valorar la profundidad de las reflexiones y su comparación con las valoraciones obtenidas en otras actividades de aprendizaje. Este trabajo se desarrolló en un proyecto de investigación y se presentó parcialmente en un curso internacional de jóvenes investigadores (Cáceres y Chamoso, 2006). Estas herramientas se mejoraron a partir del trabajo de los estudiantes y se aplicaron de nuevo, además se diseñaron y aplicaron las herramientas de valoración de las revisiones realizadas por los estudiantes y, finalmente, se realizó el estudio de los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje a los que se referían los estudiantes en sus reflexiones, dando lugar a dos proyectos de investigación

cuyos resultados fueron parcialmente presentados. (Cáceres y Chamoso 2008a; 2008b; 2008c; 2009; Cáceres, Chamoso y Azcárate, 2009; 2010; Chamoso y Cáceres, 2009).

La documentación generada en el proceso de investigación se presenta en la memoria adjunta, dividida en seis capítulos, distribuidos en cuatro partes. En la Parte I se describen los principios teóricos en el marco de la formación de maestros sobre los que se asienta el estudio y se distinguen tres grandes bloques: la enseñanza de Matemáticas y el Conocimiento Profesional de los futuros docentes, el desarrollo de la reflexión como competencia profesional en la formación de maestros y, finalmente, el portafolios como instrumento de evaluación del proceso de aprendizaje en formación de maestros.

Una vez concretado el marco teórico, el segundo bloque (Parte II) constituye la secuencia metodológica donde, inicialmente, se presenta el diseño de la experiencia que refleja en qué consistió el proceso de formación llevado a cabo en el aula universitaria. Posteriormente se muestra el proceso seguido para el análisis de la información recogida en los diferentes documentos donde, para cada uno de los estudios realizados, se especifican el diseño de los instrumentos de análisis, el proceso de aplicación y las medidas consideradas.

La Parte III se dedica a la exposición de los resultados de investigación logrados organizados según los objetivos planteados, dando respuesta a cada pregunta de investigación. En un capítulo posterior se presenta la discusión de los mismos.

En el bloque final (Parte IV) se reseñan las conclusiones y perspectivas de trabajo futuro que pueden completar esta investigación o abrir nuevas líneas investigativas en este campo.

Se adjunta a este texto, en formato digital, la memoria presentada y las reflexiones escritas de los estudiantes con sus valoraciones para los diversos aspectos estudiados.

PARTE I:
MARCO TEÓRICO

PARTE I: MARCO TEÓRICO

Introducción

Capítulo I: La formación de maestros de
matemáticas

*“Oír o leer sin reflexionar es
una ocupación inútil”*

Confucio

Introducción

Existen muchas y variadas teorías sobre cómo se adquiere el conocimiento matemático, hecho que ha provocado fuertes cambios en educación, pero éstas han tenido poca repercusión en las aulas de matemáticas. En la mayor parte de las clases se sigue reflejando una forma de entender las matemáticas como un conjunto de hechos, procedimientos y soluciones conocidos que se encuentran, básicamente, en el manual o libro de texto. Incluso en las Pruebas de Matemáticas de Acceso a la Universidad prevalece la propuesta de resolución de ejercicios rutinarios en vez de actividades que exijan un razonamiento para el que el alumno no haya sido directamente entrenado (Cáceres, 2005, Rico, 1997). En definitiva, parece que se enseña a los alumnos a hacer, no a pensar (Kehle, 1999).

Sin embargo, las matemáticas no son sólo un conjunto de hechos y destrezas sino, más bien, una forma de pensamiento. De hecho, las directrices de la mayor parte de los países avanzados presentan una visión de los alumnos como personas que piensan y razonan. Ante esta realidad parece conveniente que los estudiantes sean participantes

activos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de forma que adquieran el conocimiento por sí mismos y desarrollen distintas habilidades y competencias. Para ello, en el aula de matemáticas no sería suficiente plantear únicamente actividades rutinarias, sino también otras que desarrollen la capacidad matemática como, por ejemplo, tareas abiertas que permitan que haya varias soluciones al mismo problema. Además, se debería promover el trabajo en equipo y reconocer la importancia de la comunicación y la discusión. El objetivo es que los alumnos sean capaces de razonar críticamente, resolver problemas complejos y aplicar su conocimiento a situaciones reales.

En ese contexto el sistema de evaluación juega un papel fundamental, porque sus finalidades y métodos ejercen más influencia en cómo y qué aprenden los estudiantes que cualquier otro elemento del proceso de aprendizaje. Por ello, debe dejar de ser un instrumento sancionador con el que el profesor muestra su autoridad para pasar a ser considerado como proceso que sirva de autorreflexión al estudiante, de manera que éste sepa qué es capaz de hacer, qué debe mejorar y cuáles son sus errores. El profesor debe aprovechar la información proporcionada para guiar el aprendizaje del alumno y para tomar decisiones (Boud, 2000). En esencia, la evaluación debe tener en cuenta el discurso y las actividades del aula, las realizadas fuera de ella y el proceso global de aprendizaje. Ello implica utilizar una selección de instrumentos que permitan aportar evidencias sobre el aprendizaje y su proceso. Una técnica que puede incluir todos esos aspectos es el portafolios.

En esta nueva forma de enseñanza-aprendizaje y evaluación, el papel del profesor debe ser más esperanzador que la tradicional interacción ‘paso a paso’ controlada por el docente pues debe permitir que el estudiante siga diversos caminos, de la misma forma que, en el futuro, tendrá que hacer frente a diversos problemas como ciudadano que no tengan un método establecido o solución exacta, o que le harán tomar una decisión que difiera de la del experto cuando, por ejemplo, tenga que contratar un seguro de vida u organizar sus impuestos (Voigt, 1994). Para ello, a lo largo del proceso de enseñanza-aprendizaje, el docente debe crear oportunidades de revisión del trabajo y discusiones con otros alumnos y el profesor y, a la vez, debe llevar un riguroso proceso de seguimiento y análisis de lo acontecido en el aula.

Siguiendo esta línea argumentativa, el responsable de introducir nuevas formas de enseñar y evaluar en el aula de matemáticas es el profesor. Es él quien ha de conocer e integrar, en su cuerpo de conocimiento, los nuevos argumentos que subyacen en las competencias profesionales que permiten esas nuevas formas de hacer en el aula. A la vez, el problema puede y debe ser abordado desde sus inicios, por lo que es imprescindible preparar al futuro docente para ello, aunque no sea posible proporcionarle el bagaje de conocimientos necesario para afrontar todas las posibles situaciones que se presenten, en sus diversos aspectos, en su futura labor profesional.

Actualmente hay una gran diversidad de aproximaciones a la formación inicial del profesorado de matemáticas en los diferentes países (Britton, Paine, Pimm y Raizen, 2003; European Commission, 2008; OCDE, 2005;

Tatto, Nielsen, Cummings, Kularatna y Dharmadasa, 1993) pero no hay evidencias de cómo inciden en la formación matemática de los escolares (Kulm, 2008) tal y como indican los resultados de estudios internacionales sobre los rendimientos matemáticos de los escolares como, por ejemplo, TIMSS o PISA (actualmente se está desarrollando el estudio TEDS-M que intenta analizar, sistematizar e interpretar esas diferencias a nivel internacional; Tatto, Schwille, Senk, Ingvarson, Peck y Rowley, 2008). En esencia, esas recomendaciones oficiales y de investigadores aconsejan que se forme a los docentes para que sean críticos con su propia práctica y que se potencien competencias y capacidades profesionales que les permitan abordar las diversas situaciones y evolucionar en su propia competencia profesional. La reflexión es, como capacidad y estrategia profesional, uno de los aspectos más importantes para su formación. De hecho muchos autores consideran la reflexión sobre la práctica docente como un elemento fundamental de la tarea profesional (por ejemplo Munby y Russell, 1987; Valli, 1997; Webb, 1999; Zeichner y Liston, 1996).

Con estas ideas se diseñó, desarrolló y evaluó un proceso formativo dirigido a la formación de maestros de matemáticas que intentaba responder a los aspectos anteriores. En dicho proceso se incluyó la elaboración de un portafolios de aprendizaje por cada estudiante que permitiera valorar diversas capacidades de aprendizaje y clasificarlas de una manera acorde a las tendencias actuales en educación matemática. Para ello, cada estudiante debía recoger una selección de actividades relacionadas entre sí que promovían la reflexión sobre la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

en Primaria y un diario con sus reflexiones sobre el propio proceso formativo desarrollado.

En este contexto de formación se pretendía estudiar la naturaleza y nivel de reflexión de los estudiantes sobre las diferentes actividades realizadas durante el proceso formativo llevado a cabo en el aula universitaria y detectar cómo esta reflexión influyó en las modificaciones que cada estudiante realizó al revisar un proyecto de trabajo sobre el tratamiento de un tópico matemático para Primaria, incluido inicialmente en el portafolios de aprendizaje.

Este estudio está centrado en el ámbito de investigación del Desarrollo Profesional del Profesorado (por ejemplo Cardenoso, Flores y Azcárate, 2001) donde se resaltan dos aspectos: la consideración del docente como un elemento principal en los procesos de enseñanza-aprendizaje y el reconocimiento de la importancia de la formación inicial de maestros como parte de su desarrollo profesional (por ejemplo Carrillo y Climent, 1999; Azcárate, 2001). Muchos autores inciden en la importancia de la formación de profesores como instrumento fundamental para mejorar la calidad de la enseñanza; por ejemplo Adler, Ball, Krainer, Lin y Novotna (2005) señalaron que *“la calidad de la instrucción depende de los profesores y, para ello, su formación inicial y continua es crucial”* (p. 360). En dicho contexto de formación inicial de maestros se quiere estudiar:

- La reflexión de los estudiantes sobre las diferentes actividades realizadas durante el proceso formativo llevado a cabo en el aula universitaria.

- Cómo influye esta reflexión en las revisiones que cada estudiante realizó en uno de los trabajos incluidos en el portafolios de aprendizaje.

Con esta investigación pretendemos aportar nuevas claves para el desarrollo de los procesos formativos en la línea indicada por Sánchez (2009), mostrar los resultados de las investigaciones desarrolladas en el campo de la formación de profesores y estudiar cómo integrarlos en los propios procesos de formación.

A lo largo de este capítulo se tratarán diferentes aspectos. Inicialmente, se proporciona un acercamiento hacia la construcción de un nuevo conocimiento profesional acorde con el actual modelo investigativo que se enmarca en el Espacio Europeo de Educación Superior (EEES). Posteriormente se analizan los dos elementos sobre los que hemos focalizado el estudio: por un lado los procesos de reflexión desarrollados en el proceso formativo y, por otro, el papel que la estrategia evaluativa utilizada representó en el proceso formativo, el portafolios.

Capítulo I:

LA FORMACIÓN DE MAESTROS DE MATEMÁTICAS

1. La formación de docentes en el ámbito de la educación matemática
 - 1.1. Tendencias actuales en la enseñanza de matemáticas
 - 1.2. El conocimiento profesional del profesorado de matemáticas en formación
 - 1.3. Elaboración de un conocimiento práctico profesional
 - 1.4. La formación inicial de maestros de matemáticas
2. La reflexión en la formación de maestros
 - 2.1. La reflexión como competencia profesional
 - 2.2. Tipos y niveles de reflexión
 - 2.3. El desarrollo de la reflexividad del docente
3. La evaluación en la formación de maestros de matemáticas: el portafolios
 - 3.1 La evaluación en educación matemática
 - 3.2. La evaluación en la formación de maestros de matemáticas
 - 3.3 El portafolios en la formación de maestros de matemáticas

1. La formación de docentes en el ámbito de la educación matemática

1.1. Tendencias actuales de la enseñanza de matemáticas

A lo largo del siglo XX han sido muchas y variadas las teorías sobre cómo se adquiere el conocimiento, aunque este hecho que ha provocado fuertes cambios en las directrices educativas, éstos no se han reflejado en la práctica del aula. Mayoritariamente se mantienen formas de enseñanza-aprendizaje tradicionales y se presentan las matemáticas de una manera formalizada, entendidas como un conjunto de hechos, procedimientos y soluciones conocidos que se encuentran, básicamente, en el manual o libro de texto (Chamoso, 2000; Kehle, 1999). Este hecho se reproduce, de forma generalizada, tanto en la enseñanza no universitaria como en la universitaria.

Esta situación se vislumbra en las Pruebas de Acceso a la Universidad. Un estudio sobre las actividades propuestas en las mencionadas pruebas de matemáticas entre los cursos 98-99 y 02-03 en Castilla-León resalta que más del 90% eran de tipo memorístico en las que el alumno debía conocer la estrategia que tenía que utilizar. Además, no se planteaban problemas, entendidos como actividades para las que el alumno no conociera una posible estrategia, en ningún caso. Es decir, en las Pruebas de Acceso a la Universidad prevalecía el planteamiento de ejercicios rutinarios para el que el

estudiante hubiera sido entrenado, en vez de actividades que exigieran un razonamiento (Cáceres, 2005).

En definitiva, parece que se enseña a los alumnos a hacer, no a pensar (Kehle, 1999). Pero las matemáticas no son sólo un conjunto de hechos y destrezas sino, más bien, una forma de pensamiento. Sin embargo, las directrices de la mayor parte de los países avanzados presentan una visión de los estudiantes como personas que piensan y razonan. En concreto, el NCTM (1989; 2000) recomienda que los estudiantes estudien principalmente la misma matemática que se enseñaba tradicionalmente, pero con un enfoque distinto, de forma que los fines que todos los alumnos deberían conseguir con relación a la importancia de la instrucción matemática fuesen que: aprendan a valorar la matemática, se sientan seguros de su capacidad de hacer matemáticas, lleguen a resolver problemas matemáticos, aprendan a comunicarse mediante las matemáticas y aprendan a razonar matemáticamente. Muchos coincidimos en que la educación también debe contribuir a desarrollar las capacidades mentales de los estudiantes, una de las cuales es la de razonar, en particular razonar en matemáticas.

Por otro lado, los profesores trabajamos para que los estudiantes sepan muchas matemáticas pero, además de que aprendan unos cuantos conceptos concretos, el objetivo debe ser la formación integral de la persona. Se deben formar personas que sean capaces de afrontar problemas, superen las dificultades y reconozcan los errores que cometen. En muchas ocasiones se aprende más de los errores que de los aciertos. En definitiva, nuestro trabajo consiste en preparar a

los estudiantes en las clases de hoy para vivir y trabajar en el mundo de mañana (Burrill, 1998; Chamoso y Rawson, 2003).

Existen investigaciones que muestran cómo se produce un conocimiento en matemáticas más significativo que en la enseñanza tradicional (por ejemplo, Carpenter, Fennema, Peterson, Chiang y Loef, 1989; Cobb, Wood, Yackel, Nicholls, Wheatley, Trigatti y Perlwitz, 1991). Para ello hay que poner especial atención en el papel del profesor, el cual debe permitir que el estudiante afronte situaciones problemáticas diversas, con diferentes formas de resolución, de la misma forma que en el futuro tendrá que hacer frente a diversos problemas como ciudadano que no tendrán un camino o solución exacta, y ante las cuales tendrá que tomar una decisión, por ejemplo, cuando tenga que contratar un seguro de vida, organizar sus impuestos o distribuir un espacio. Es decir, antes el objetivo era la comunidad, sin pensar en el individuo, y ahora es el individuo pero entendido dentro de un grupo (Burrill, 1998; Voigt, 1994).

Se presenta en la Tabla 1, de forma esquemática, una comparación entre el paradigma tradicional convencional y las nuevas tendencias constructivistas (Chamoso, 2000):

Paradigma convencional	Paradigma constructivista
Existe una única realidad, que además puede ser verificada por observaciones objetivas.	Existen múltiples realidades construidas socialmente y sobre las que hay que llegar a un consenso.
No se presentan situaciones a los estudiantes para comunicar ideas matemáticas y tomar parte en la negociación de significados.	Se presentan situaciones a los estudiantes para comunicar ideas matemáticas y tomar parte en la negociación de significados.
La aplicación se limita a la práctica y uso de la idea general presentada. Se presenta una idea abstracta y su aplicación en contextos específicos.	La aplicación es la exploración de nuevas ideas o extensión de algunas previas. Resolución de Problemas es un contexto específico seguido por la abstracción y generalización de ideas.
La responsabilidad para determinar la validez de nuevas ideas reside en el profesor o el libro de texto. Por ello se utiliza su lenguaje.	La responsabilidad para determinar la validez de nuevas ideas reside en la comunidad del aula. Por ello se utiliza el lenguaje de dicha comunidad.
Hechos y valores son independientes del observador.	Hechos y valores son interdependientes. No tienen significado por sí mismos, sino dentro de su contexto.
Las soluciones de los problemas tienen únicamente aplicaciones locales.	Las soluciones a los problemas tienen una amplia aplicación a través de diferentes contextos y por encima del tiempo.
La investigación científica es el modo natural de determinar la verdad definitiva y duradera sobre el estado actual de las cosas.	La investigación es problemática, entendida como un camino humano para construir situaciones que pueden requerir refinamiento continuo, revisión y sustitución.
Definición: Las matemáticas son un objeto definido que hay que dominar.	Definición: Las matemáticas son una forma de pensamiento abierta con margen a la creatividad, respetando el ritmo y la autonomía de cada persona.

Tabla 1: Paradigma de enseñanza convencional en comparación con el constructivista

La evaluación debe contribuir a que este cambio sea posible, debe dejar de ser un instrumento sancionador con el

que el profesor muestra su autoridad. Sus objetivos y métodos ejercen más influencia en cómo y qué aprenden los estudiantes que cualquier otro factor del proceso de aprendizaje. Por ello debe convertirse en un instrumento del proceso de aprendizaje que sirva de autorreflexión para el alumno, para que sepa qué es capaz de hacer, qué debe mejorar y cuáles son sus errores. El profesor debe aprovechar esta información para guiar el aprendizaje del estudiante y para la toma de decisiones tanto instruccionales como institucionales (Azcárate, 2006; Boud, 2000; Cardeñoso, 2006).

En el ámbito de la investigación se ha puesto de manifiesto la significativa relación entre la teoría y las ideas educativas de los docentes y su práctica (García, Sánchez, Escudero y Llinares, 2006; García, Sánchez y Escudero, 2007). Generalmente, se enseña de la misma forma en la que se fue enseñado por lo que es necesaria una nueva forma de vivenciar el aprendizaje de las matemáticas. Por tanto, desde la perspectiva de la formación de profesores, estas ideas y formas de concebir la educación matemática deben tener su reflejo en las aulas de formación como clave fundamental para mejorarla desde los primeros niveles educativos. En un contexto formativo es necesario considerar que ‘el medio es el mensaje’, pues es importante promover la elaboración de referentes prácticos a los futuros docentes (Azcárate y Cuesta, 2005a).

1.2. El conocimiento profesional del profesorado de matemáticas en formación

El desarrollo profesional se concibe como un proceso de aprendizaje que se inicia con la incorporación discente a la dinámica educativa y continúa durante toda la vida, y en el que incide directamente la elaboración de un conocimiento profesional cada vez más complejo (Cuesta, 2003). Se trata de comprender mejor no sólo cómo los estudiantes para profesor construyen el conocimiento, sino también cómo los formadores pueden influir sobre este proceso de construcción a través del propio proceso de enseñanza-aprendizaje que desarrollan y que siempre incluye un determinado modelo de evaluación.

La configuración tradicional del conocimiento profesional docente impone múltiples dificultades a la innovación pedagógica. Por tanto, se necesita la elaboración de un nuevo conocimiento profesional polivalente que pueda superar los obstáculos, que integre tanto los distintos ámbitos relacionados con el sistema educativo como los problemas que origina la construcción del conocimiento, la cultura educativa, el sistema metodológico-curricular como intervención práctica, el contexto y lo relacionado con los propios sujetos de enseñanza (González Faraco, 2000).

1.2.1. El conocimiento profesional

Si el objetivo de la formación es la construcción significativa del conocimiento profesional, es necesario conocer, contrastar y reflexionar sobre las ideas de los profesores y futuros profesores para poder posibilitar un

avance gradual y progresivo de las mismas y, para ello, se necesita disponer de una caracterización del conocimiento profesional y su evolución como referente de análisis.

En un primer acercamiento, el conocimiento profesional es el que emplean los profesores para llevar a cabo la tarea docente. Lo entendemos como el conjunto de saberes que el profesor posee y en los que se apoya para tomar sus decisiones docentes y realizar nuevos planteamientos. Está formado por conocimientos tanto teóricos como derivados de la práctica docente y, por tanto, ha de incluir saberes sobre la materia que imparte, sobre los estudiantes y sobre las situaciones didácticas en las que trabaja diariamente.

García Blanco (1997) hizo una revisión del término y mostró distintos aspectos del conocimiento profesional tal y como lo consideraron diferentes investigadores, mientras que Escudero (2003) recogió cuestiones sobre el conocimiento profesional, sus características y naturaleza, que los investigadores habían tratado de resolver desde diferentes perspectivas. Entre las primeras investigaciones destacó el modelo de Shulman (1986, 1987) al introducir un término de gran trascendencia y desarrollo posterior: el ‘conocimiento didáctico del contenido’ (Pedagogical Content Knowledge, PCK). Con él se refería a la habilidad de representar ideas importantes de forma que fueran comprensibles para los estudiantes; es decir, los profesores no sólo tenían que saber la materia sino también el modo de enseñarla con efectividad.

Numerosos autores revisaron el modelo de Shulman consiguiendo una propuesta cada más vez más compleja (Bullough, 2001) y, a la vez, promoviendo un acercamiento a

otras formas de caracterizar el conocimiento de los profesores. Investigadoras como Martín del Pozo y Rivero (2001) consideraron que el PCK puede ser entendido como un conocimiento práctico y profesionalizado del contenido, de su enseñanza y aprendizaje, es decir, configura el conocimiento que los profesores han de construir para la intervención. La expresión ‘conocimiento matemático para la enseñanza’ (Ball, Lubienski y Mewborn, 2000) se ha extendido en la investigación sobre formación de profesores de la última década, donde ‘conocimiento’ se entiende en un sentido holístico integrador de diferentes dimensiones. Diferentes autores han intentado caracterizar el conocimiento profesional analizando las diferentes dimensiones implicadas en su elaboración y, por tanto, en el desarrollo profesional de los docentes.

Entre los numerosos enfoques existentes en torno al desarrollo profesional del profesorado y las formas de concebir el conocimiento profesional, en este trabajo optamos por la de los investigadores del Proyecto Curricular ‘Investigación y Renovación Escolar’ (grupo IRES). Esta propuesta se apoya en una perspectiva sistémica y compleja, constructiva, investigativa y crítica de la educación en general, y de la formación de profesores en particular. La integración de estas perspectivas metadisciplinarias se refleja en una determinada manera de entender el conocimiento, sus relaciones y su elaboración, y promueve unas determinadas concepciones ideológicas y unos determinados valores que constituyen, consciente o inconscientemente, su marco global de referencia y permiten a los profesores elaborar su propia cosmovisión educativa. Una de sus líneas de investigación está focalizada en el estudio del desarrollo profesional

(Azcárate, 1995; 1996; 1998; 1999a; Azcárate y Cardeñoso, 1998; Azcárate y Cuesta, 2005b; Cardeñoso, 1998; García Díaz, 2003; 2004; Martín del Pozo, Porlán y Azcárate, 1998; Porlán, 1989; 1993; Porlán y Martín Toscano, 1994; Porlán y Rivero, 1998; Porlán, Rivero y Martín del Pozo, 1998; 2000; Rivero, 2003). Sus trabajos configuran ese nuevo conocimiento profesional, de naturaleza polivalente, como un saber que se caracteriza por ser práctico, integrador y profesionalizado, complejo, tentativo, evolutivo y procesual (Porlán, Rivero y Martín del Pozo, 1997; Azcárate, 1999a) en los siguientes sentidos:

- Práctico, porque parte de las disciplinas, sin ser académico, y de la práctica, sin ser empírico. Por tanto, se sitúa como nexo de las teorías formalizadas y la acción profesional.
- Integrador y profesionalizado, porque se organiza en torno a los problemas relevantes de la práctica profesional a través del cuestionamiento, el diálogo y la reflexión para buscar una coherencia entre éstos y los saberes (saber académico, creencias y principios, teorías implícitas y guiones de acción).
- Complejo, porque no pretende dar respuestas únicas e inequívocas sino que reconoce la complejidad de los procesos a los que se refiere y la dificultad de integración de los saberes que lo configuran.
- Tentativo, evolutivo y procesual, ya que parte de las acciones de los sujetos y, a través de procesos de investigación de problemas, experimentación de alternativas, y construcción y reestructuración de

significados, evoluciona desde posiciones simplificadoras, acabadas, fragmentarias y dependientes hacia posiciones más complejas, relativas, integradoras, autónomas y críticas.

Otros autores incidieron en caracterizaciones similares. Así, se considera el conocimiento del profesor como un conocimiento práctico (Carter, 1990; Conelly y Clandinin, 1986; Elbaz, 1983; Schön, 1983), dirigido a la intervención en el ámbito educativo y orientado a la acción (Beijaard y Verloop, 1996; Van Driel, Beijaard y Verloop, 2001). Es, además, complejo e integrador (Van Driel, Verloop y De Vos, 1998), pues no es un conjunto de técnicas didácticas estandarizadas, ni un conjunto de rutinas y principios elaborados a partir de la experiencia, sino que requiere de la interacción e integración rigurosa de saberes de distinto tipo ya que las situaciones que los profesores, comúnmente, encuentran en el aula son complejas y ambiguas (Zuckerman, 1999). Es crítico y ético (García Díaz, 2002; Porlán y Rivero, 1998) porque orienta la actuación del profesor en una determinada dirección, lo que también implica una opción ideológica y unos valores. Además, es profesionalizado (Bromme, 1994; Llinares, 1991) ya que debe abordar específicamente los problemas relacionados con la práctica de la enseñanza.

Es decir, se trata de un conocimiento profesional que emerge de la práctica y es fruto de la integración consciente entre saberes contextuales, adquiridos en la experiencia profesional, y saberes formalizados, producto de la investigación académica, que cobran realmente sentido a la luz de los problemas y experiencias del aula (Rivero, 2003).

1.2.2. Dimensiones y fuentes del conocimiento profesional

El conocimiento profesional, según lo explicado anteriormente, ha de integrar saberes de muy diferente naturaleza. A este respecto, numerosas investigaciones en educación matemática han mostrado que un conocimiento profundo y conectado del contenido matemático es una condición necesaria para una enseñanza que desarrolle conexiones matemáticas en la mente de los estudiantes. Según Shulman (1987), este conocimiento del contenido de los profesores consiste en tres componentes principales que, en el caso de los profesores de matemáticas, serían:

- El '*conocimiento de la materia*', que incluye el conocimiento de los conceptos matemáticos, definiciones y propiedades, diferentes tipos de conexiones matemáticas y su competencia para resolver problemas de diferentes formas y con distintos significados.
- El '*conocimiento didáctico del contenido*', que incluye el conocimiento de los estudiantes y la aptitud para adaptar las actividades de aprendizaje a sus estilos de aprendizaje.
- El '*conocimiento del contenido curricular*', que incluye el conocimiento de diferentes tipos de currícula y su habilidad para conectar una actividad matemática con diferentes tópicos y conceptos del curriculum.

Otros autores clasificaron el conocimiento del profesor de acuerdo con sus fuentes (por ejemplo Kennedy, 2002) en tres tipos:

- El primer tipo, el '*conocimiento experiencial*', tiene como fuente principal la experiencia y tiende a ser a-teórico e idiosincrático. Este tipo de conocimiento considera a los profesores como miembros de una comunidad de practicantes y está basado, principalmente, en las interacciones de los profesores con sus estudiantes y su reflexión sobre ello. Su desarrollo aparece en los modelos de Simon (1997) y Steinbring (1998).
- El segundo tipo, el '*conocimiento sistemático*', se adquiere principalmente a través de la participación en comunidades de aprendices. Incluye, por ejemplo, estudios en programas de formación inicial y permanente, así como lecturas de artículos de investigación y libros profesionales. Tiende a ser teórico, codificado y abstracto.
- El tercer tipo, el '*conocimiento prescriptivo*', se adquiere por medio de políticas institucionales y textos de diversa naturaleza, principalmente legislativos.

En esta línea, la propuesta de Hill, Ball y Schilling (2008) es un avance significativo en la formulación original de Shulman, al presentar un marco teórico para el estudio del '*conocimiento matemático para enseñar*' (MKT) que coloca, a los formadores e investigadores, ante el reto de concebir, diseñar y valorar actividades encaminadas a fomentar el desarrollo de esta forma de conocimiento. Estos autores propusieron seis tipos de conocimiento matemático para la enseñanza: tres

relacionados con el conocimiento de la materia y tres relacionados con el conocimiento didáctico del contenido (PCK) (Figura 1).

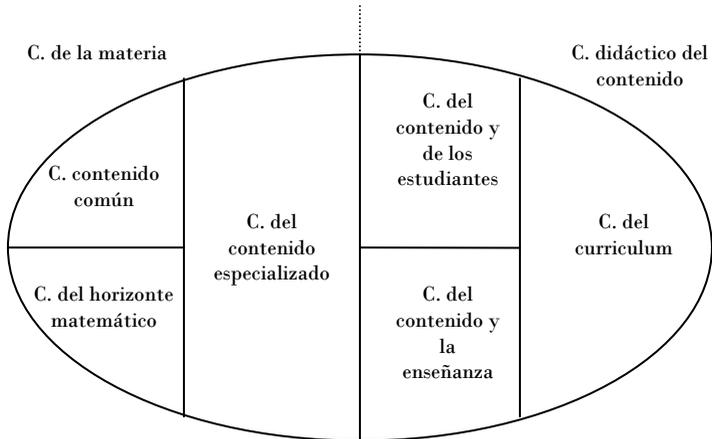


Figura 1: *Mapa de los dominios del conocimiento matemático para enseñar*

A partir de este enfoque, Porlán y Rivero (1998) organizaron el saber profesional en función de dos dimensiones, también relacionadas con sus fuentes: Dimensión epistemológica, que alude a las variables racional-experiencial, y Dimensión psicológica, que se relaciona con las variables explícito-implícito. Estas dimensiones permiten diferenciar cuatro tipos de saberes (saber académico, saber experiencial, rutinas y guiones de acción, y teorías implícitas), entendidos como:

a) *Saber académico*: Conjunto de concepciones disciplinares y metadisciplinares que los profesores tienen relacionados con las disciplinas que habitualmente sirven de

referencia para los contenidos escolares tradicionales (contenido matemático), con las llamadas ciencias de la educación (psicológico, pedagógico y didáctico) o con aquéllas que tienen por objeto de estudio los problemas relativos a los diversos tipos de conocimiento matemático y sus relaciones con la realidad (epistemológico). Se genera, fundamentalmente, durante procesos de formación y es de carácter explícito y racional.

Una fuente fundamental de este saber es un conocimiento adecuado de las matemáticas que implica conocer los marcos conceptuales generales y su estructura interna básica, lo cual tiene gran importancia para que el profesor elabore buenos criterios en la determinación de los conceptos, procedimientos y relaciones básicas de las matemáticas.

Desde nuestra perspectiva, cuando un profesor se enfrenta a la práctica docente en el ámbito de la educación matemática, en primer lugar debe reflexionar sobre el tratamiento del conocimiento escolar, entendiendo que éste debe ser algo más que una mera simplificación del conocimiento formal. Ello implica que el profesor ha de conocer las matemáticas más allá de una mera adaptación del conocimiento formal al contexto, es decir, necesita un conocimiento de índole didáctico-matemático cuya estructura y naturaleza dista mucho de ser la del conocimiento formal matemático, y se organiza en torno a la reflexión e interacción con problemas relevantes que surgen desde la propia enseñanza de las matemáticas. Este conocimiento de la materia debe complementarse con el conocimiento sobre

cómo se genera el conocimiento matemático y los obstáculos que deben superarse.

En segundo lugar, este conocimiento de las matemáticas también debe relacionarse con el conocimiento que las ciencias de la educación aportan, fundamentalmente conocimientos psicopedagógicos generales relacionados con el pensamiento y la conducta del profesor, la formación del profesor y su desarrollo profesional, la naturaleza de la profesión docente, el aprendizaje de los estudiantes, las características del desarrollo de los estudiantes, la relación entre desarrollo conceptual y afectivo, la interacción y comunicación en el aula, la dinámica psicosocial en los contextos escolares, la organización del aula y del centro, y aspectos metodológicos, entre otros. Entre las relaciones de carácter disciplinar que pueden darse entre algunos de estos conocimientos y los problemas prácticos de la profesión docente se incluyen, por ejemplo: las concepciones del profesor tanto explícitas como implícitas, los problemas de intervención relacionados con las características de los alumnos, cómo se produce el aprendizaje, la dimensión social del conocimiento y la teoría del currículum.

En tercer lugar, también se señala como fuente del saber académico, ya en sí misma integradora, la Didáctica de las Matemáticas, que constituye un saber aplicado y un conocimiento mixto en el sentido de ser producto de la integración de los conocimientos psicopedagógicos y los relacionados con la materia que se enseña. La Didáctica de las Matemáticas utiliza, y reinterpreta, los conocimientos del área y los psicopedagógicos para explicar los procesos de enseñanza-aprendizaje de ésta, y para proponer pautas

concretas de diseño y desarrollo curricular. Es, por tanto, un saber integrador y, además, una fuente que aporta conocimientos próximos a la práctica, específicos para la enseñanza-aprendizaje de contenidos escolares, y pautas e hipótesis de actuación con mayor o menor complejidad.

b) *Saber experiencial*: Conjunto de creencias e ideas que los profesores desarrollan durante el ejercicio de la profesión. Tiene un fuerte carácter socializador. Se caracteriza por ser adaptativo, con escasa organización interna y contradicciones, basado en argumentos inconsistentes cargados de connotaciones morales e ideológicas, relacionados con la tradición e influenciados por los significados dominantes socialmente. Tienen un fuerte poder orientador de la conducta profesional y, en el conocimiento deseable, es un saber autónomo y coherente con los saberes académicos. Se manifiesta con mayor claridad en momentos de programación, evaluación y, muy particularmente, en situaciones de diagnóstico de los problemas y conflictos que se dan en el aula. Es explícito en su ejecución práctica y experiencial en su origen.

c) *Rutinas y guiones de acción*: Conjunto de esquemas tácitos que predicen el curso inmediato de los acontecimientos en el aula y su manera de abordarlos. Se forma a lo largo de la propia escolarización mediante una asimilación de prácticas profesionales prototípicas que generan esquemas mentales simplificados de actuaciones incorporadas al modelo tradicional. Pertenecen a un tipo de significados que ayudan a resolver una parte importante de la actividad cotidiana, especialmente aquella que se repite con cierta frecuencia, y constituyen el saber más próximo a la

conducta (Lowyck, 1986). Es resistente al cambio, de carácter implícito y su evocación sólo es posible a través de su asociación con una práctica educativa concreta.

d) *Teorías implícitas*: Conjunto de interpretaciones que se configuran en auténticas conceptualizaciones teóricas elaboradas a posteriori atendiendo a categorías externas para explicar las creencias y acciones que están usualmente apoyadas en la tradición, y que se basan en modelos hegemónicos construidos socialmente. Sólo se pueden evidenciar con la ayuda de otras personas que ofrezcan las herramientas necesarias para analizar qué modelo de enseñanza-aprendizaje se esconde detrás de cada una. Su carácter no explícito conlleva implicaciones de gran importancia (Clandinin, 1986; Eraut, 1994): escapan al propio control, tienden a bloquear los cambios en el dominio de lo concreto y favorecen cierta disociación entre el discurso pedagógico y la intervención docente. Tomar conciencia de las teorías implícitas que se derivan de sus creencias y acciones, y pasarlas del plano tácito al racional, representa un avance importante en el desarrollo profesional del profesor (Ballenilla, 1999).

CONOCIMIENTO PROFESIONAL	RACIONAL	EXPERIENCIAL
EXPLÍCITO	<i>Saber académico</i>	<i>Saber experiencial</i>
IMPLÍCITO	<i>Teorías implícitas</i>	<i>Rutinas y guiones de acción</i>

Tabla 2: Caracterización de las dimensiones del conocimiento profesional

Para estos autores el conocimiento profesional es algo más que sus dimensiones, componentes o fuentes. Este conocimiento es aquel que surge como resultante de la interacción de todos ellos, pero no como suma ni yuxtaposición, sino como fruto personal del estudio y la experiencia, y de hacer cada vez más explícitos sus principios, ideas y creencias en relación con su conocimiento racional. Cuanto más explícito se hace el conocimiento, tanto el racional como el que procede de la experiencia, más se acerca al que se puede considerar el conocimiento profesional deseable.

Consideramos, por tanto, el conocimiento profesional deseable como el resultante de un complejo proceso de interacciones e integraciones, de diferente nivel y naturaleza, de la información procedente de las diversas fuentes presentadas (Rozada, 1996). El conocimiento sobre la enseñanza se crea como intersección del contenido, el contexto del aula, las acciones de enseñanza y las creencias, valores y sabiduría reflexiva que un profesor porta consigo para corroborar sus acciones y resultados (Steele, 2005). En definitiva, entendemos el conocimiento profesional como la integración de un conjunto de saberes y destrezas profesionales que el profesor posee, y en los que se apoya para tomar decisiones docentes y realizar nuevos planteamientos.

Esta integración no es una mera yuxtaposición de contenidos procedentes de las diversas fuentes, sino que implica una profunda tarea de reelaboración y transformación epistemológica y didáctica cuyo eje organizador es la práctica (Martín del Pozo, 1994). Pero la práctica no es entendida

como una simple actuación, como reflejo “*de un saber-hacer irreflexivo o inconsciente, sino en el de praxis, es decir, en el de una acción fundamentada y transformadora. Estos saberes prácticos son siempre producto de la reflexión crítica, que establece conexiones significativas entre los saberes más académicos y los empíricos, produciendo reconstrucciones vinculadas específicamente al campo de la enseñanza*” (Azcárate, 1999a, p. 114). Por eso, al estar vinculados a los problemas profesionales que surgen en la práctica docente, el término que entendemos que mejor refleja su caracterización es ‘*conocimiento práctico profesional*’, donde práctico se refiere a praxis, es decir, práctica reflexiva y fundamentada.

Una de las mayores complejidades de la enseñanza es la coordinación de múltiples aspectos del conocimiento que proceden de la situación que se presenta en cada momento en el aula (Steele, 2005; Even, 2005). Una enseñanza efectiva ha de moverse flexiblemente entre el conocimiento del contenido que los profesores están enseñando y el conocimiento sobre la enseñanza, sea general s relacionado específicamente con el contenido que utilizan (Sherin, 2002; Shulman, 1986), sea a partir del conocimiento formal como del que procede de la experiencia. Estos saberes incluyen materiales creados para o durante la práctica de enseñanza, la planificación de la misma, el trabajo de los estudiantes, su evaluación y todos aquellos aspectos relacionados con la práctica de enseñanza (Ball y Cohen, 1999; Smith, 2001).

1.3. Elaboración de un conocimiento práctico profesional

Una vez caracterizada nuestra visión del conocimiento profesional, el segundo gran referente es cómo elaboran los profesores y futuros profesores un conocimiento profesional de las características que se han descrito.

Desde la visión constructivista de la que partimos, dicho conocimiento surge de las situaciones y problemas que los profesores han de abordar como profesionales, y de los procesos de estudio y reflexión que conlleva la búsqueda de soluciones y respuestas. Estos problemas han de ser de carácter práctico, que conecten con los intereses y vivencias del profesorado y que, a la vez, requieran de la participación de otros saberes distintos del que proviene de la experiencia para su resolución, de manera que también sean potentes desde el punto de vista del conocimiento profesional deseable. En este sentido, la formación inicial de maestros de matemáticas se debe dirigir a la resolución de situaciones y problemas vinculados a la futura práctica educativa (Azcárate, 1999b; Llinares y Krainer, 2006).

Gran parte de estos problemas prácticos surgen en torno al diseño y desarrollo de los procesos de enseñanza-aprendizaje del conocimiento matemático. Ello implica que la organización de su conocimiento práctico debe responder al intento de dar respuesta a aquellos problemas que son relevantes para su actividad profesional (por ejemplo, cómo organizar un aula para facilitar la interacción, qué situaciones proponer, qué contenidos seleccionar y por qué, cómo organizar una determinada secuencia de actividades, qué

recursos utilizar y por qué) y que los problemas se conviertan en objeto de estudio para el saber profesional. En particular, los investigadores han identificado varios aspectos del conocimiento para la enseñanza de las matemáticas (por ejemplo, NCTM, 2000): conocimiento de las matemáticas, sobre las metas de los planes de estudio y sobre las ideas importantes que son fundamentales para su nivel de enseñanza; sobre los retos que pueden encontrar los alumnos en el aprendizaje de estas ideas; sobre cómo pueden ser representadas las ideas para enseñar con eficacia y sobre cómo se puede evaluar la comprensión de los estudiantes. Así, podemos considerar la elaboración del conocimiento profesional, vinculada a los ‘*Problemas Prácticos Profesionales*’, en un doble sentido: como origen y como finalidad (Azcárate, 1999b; García Díaz, 2002; Porlán, 1999).

La existencia de dichos problemas, la reflexión sobre ellos y sus posibles respuestas son el origen de un proceso de desarrollo profesional que facilita la integración de múltiples informaciones. Este proceso tiene como principal finalidad dotar al profesor de matemáticas de un saber organizado y adecuado para tomar decisiones y dar respuesta a dichos problemas prácticos. Desde esta perspectiva se reconoce el valor de la reflexión sobre la experiencia como un medio para estimular el aprendizaje del futuro profesor (Schön, 1983). Según Rogers (2001), la reflexión es el proceso que permite al aprendiz de profesor integrar la comprensión lograda en la propia experiencia como discente, con el fin de capacitarle para realizar mejores elecciones o acciones en su futuro docente. En la misma línea Llinares y Krainer (2006) destacaron que “*la práctica reflexiva ofrece una perspectiva de cómo los estudiantes para profesor aprenden sobre la enseñanza y proporciona*

información sobre los cambios en su enseñanza de las matemáticas. La reflexión de los estudiantes para profesor es un componente clave en esta visión del aprendizaje y se asume que uno aprende mediante la reflexión sobre la propia experiencia” (p. 437). Desde nuestra perspectiva, el vínculo entre el trabajo con problemas prácticos profesionales y los procesos de reflexión es uno de los factores claves que promueven una adecuada elaboración del conocimiento profesional y, en consecuencia, el desarrollo profesional de los docentes desde los inicios de su formación.

Algunos ejemplos de los problemas que se pueden trabajar son (Azcárate, 1999b; Martín del Pozo y Rivero, 2001):

- ¿Cómo favorecer la evolución significativa y relevante de las concepciones de los alumnos en relación con el conocimiento de las matemáticas?
- ¿Cómo regular el proceso de enseñanza-aprendizaje matemático en el contexto singular y complejo del aula?
- ¿Cómo diseñar un plan de intervención?, ¿qué elementos hay que considerar?, ¿qué relación existe entre ellos?
- ¿Cómo debería ser y qué debería orientar una secuencia de actividades?, ¿cómo formular un itinerario de aprendizaje del conocimiento escolar deseable que tenga en cuenta el punto de partida de los alumnos, sus expectativas e intereses potenciales?

- ¿Qué actividades, y en qué secuencia, pueden favorecer el cambio y la evolución significativa de las ideas de los alumnos?
- ¿Cómo gestionar y regular la dinámica del aula?, ¿cómo organizar los espacios y los tiempos?, ¿qué papel tiene el profesor y qué papel tienen los alumnos en la gestión de la clase?
- ¿Qué modelos existen de evaluación y en qué se fundamentan?, ¿qué concepción de la evaluación es compatible con un enfoque investigativo de la enseñanza?
- ¿Cómo evaluar el aprendizaje de los alumnos de manera rigurosa?, ¿qué datos tomar y cómo hacerlo para obtener información adecuada sobre el curriculum en la acción?
- ¿Qué papel han de jugar alumnos y profesores en el proceso de evaluación y toma de decisiones?

A partir del análisis y reflexión sobre las diferentes formas de abordar estos problemas, y de buscar respuestas cada vez más complejas, el profesor evoluciona en su forma de entender la educación y complejiza su conocimiento profesional. En este sentido, las actividades formativas deben girar en torno a dichos problemas y la reflexión sobre su posible resolución como forma de dar sentido al conocimiento tratado y de facilitar su integración.

1.3.1. Itinerarios de progresión del conocimiento profesional

Siguiendo a Rivero (2003) y Azcárate (1999a), se puede establecer una gradación general en la evolución del conocimiento profesional en correspondencia con el desarrollo profesional desde perspectivas simplificadoras, reduccionistas, estáticas y acríticas, que se corresponderían con los primeros años de docencia, que suelen ser más tradicionales, hacia otras más coherentes con enfoques alternativos de carácter constructivista e investigativo, pasando por niveles intermedios que suelen superar, en parte, la postura tradicional pero que, en sí mismas, presentan obstáculos que se deben salvar. Los profesores pasan por sucesivos niveles de desarrollo profesional o *'estados de interés'*, según la denominación de Jones, Lubinski, Swafford y Thornton (1994).

La construcción de este conocimiento es, por tanto, un proceso gradual cuyo contenido se puede presentar en grado creciente de complejidad en función de ciertos *'itinerarios de progresión'* que permiten orientar los procesos formativos, pues constituyen la meta que se desea alcanzar. El objetivo fundamental consiste en que el conocimiento de los profesores evolucione hacia formas elaboradas con mayor cantidad y calidad de información, y que mantenga relaciones complejas. Para ello es necesario realizar un ajuste continuo entre el conocimiento real de los individuos, sus concepciones y la progresión del conocimiento que se pretende alcanzar. Por tanto, dichos itinerarios constituirían referentes teóricos orientativos de los procesos de formación, tanto para el diseño de contenidos como de estrategias y procedimientos

(Porlán y Rivero, 1998). Las bases teóricas para su elaboración serían: estudios sobre el conocimiento que debe tener un profesor de matemáticas en Primaria y estudios en torno a las concepciones de los profesores.

En función de esa base teórica, la progresión del conocimiento se puede concretar en tres estadios diferentes como gran marco de referencia:

- *Estadio 1*: Nivel de partida constituido por las ideas y actuaciones profesionales dominantes y cuyos paradigmas epistemológicos más frecuentes son el absolutista y reduccionista, que implican una forma de actuación en torno al modelo tradicional.
- *Estadio 2*: Estadio intermedio, de transición, en que se mantiene la concepción simple del conocimiento y de la realidad característica del estadio anterior, pero con ciertas matizaciones de relevancia.
- *Estadio 3*: Meta de referencia de conocimiento y actuación que se suele corresponder con un modelo de enseñanza constructivista e investigativo y con un perfil de profesional acorde con la idea de profesor-investigador.

Cada uno de estos estadios se asocia con una concepción epistemológica de la enseñanza que define las características de cada nivel de progresión. A su vez, la evolución hacia niveles más complejos se lleva a cabo a través de estrategias formativas específicas que favorezcan el desarrollo de un nuevo modelo didáctico desde una actitud y práctica innovadora. En resumen, no se propone una representación estática y finalista de un desarrollo profesional

ideal sino una posible evolución del mismo que no constituye un itinerario obligado para el desarrollo profesional, sino lo que algunos investigadores identifican como distintas '*etapas de enseñanza*' (Artzt, 1999; Artzt y Armour-Thomas, 1999).

1.3.2. Tendencias didácticas del conocimiento profesional

Desde un punto de vista teórico, y como referente de análisis, la progresión del conocimiento práctico profesional la entendemos como un itinerario hipotético a través de diferentes formas de hacer en el aula que se puede concretar en tres tendencias diferentes: el conocimiento y actuaciones profesionales hegemónicas en el profesorado más tradicional; una tendencia intermedia de transición e innovación; y el conocimiento y actuación profesional que consideramos deseable, la tendencia investigativa que planteamos como horizonte. Cada una de ellas representa una concepción educativa diferente que se refleja en las formas de concebir el conocimiento escolar matemático, la metodología y la evaluación.

Tendencia didáctica tradicional del desarrollo profesional

Podemos considerar que el profesor parte de una visión absolutista de las matemáticas, entendiendo que existen independientemente de quien aprende y, que considera superior a otras formas de conocimiento. Para el profesor de esta tendencia didáctica el conocimiento matemático constituye un cuerpo estático, ajeno al sujeto que lo descubre, que surge de los modelos deductivos de construcción del conocimiento.

El profesor que se aproxima a esta tendencia didáctica suele organizar la realidad y los conocimientos de forma acumulativa y aditiva. Así, también tiene una idea acumulativa y fragmentaria del saber matemático, del curriculum y del propio conocimiento escolar, por lo que tampoco suele reconocer el carácter organizador de las relaciones ni las interacciones entre los elementos curriculares, que suele entenderlas como un conjunto formalista de temas inconexos (Oliva, 1995).

El profesor situado en la *‘etapa inicial’* de desarrollo profesional concibe el conocimiento matemático escolar como un conocimiento académico cuyo único referente son las matemáticas. Toda la actividad educativa la orientará a la adquisición de contenidos matemáticos, organizados coherentemente con la propia estructura de la materia y, usualmente, presentada con modos de argumentación deductivos. La programación estará centrada en los contenidos académicos, descontextualizados y fragmentados. Se podría decir que tiene obsesión por ellos (Serradó, 2000).

Artzt y Armour-Thomas (1999) señalaron que, habitualmente, esta etapa inicial de enseñanza se caracteriza por la forma tradicional de enseñar, en la que el profesor considera que los estudiantes aprenden cuando les transmiten el conocimiento mediante una explicación clara, para lo cual no son necesarias muchas interacciones, producto en la mayoría de los casos de su propia vivencia como discente (Artzt, 1999; Simon, Tzur, Heinz, Kinzel y Smith, 2000; Tzurt, Simon, Heinz y Kinzel, 2001).

Habitualmente la metodología que este profesor lleva a cabo está caracterizada por una falta de preocupación por

cómo enseñar. Suele presentar actividades que reflejan tareas cerradas y simples, con el objetivo de que los alumnos repitan los procedimientos mostrados anteriormente por el profesor. La resolución de problemas se concibe como la realización de ejercicios rutinarios de aplicación, más o menos directa e inmediata, de los contenidos que se han explicado, homogéneos y, la mayor parte de las veces, algorítmicos. Organiza la secuencia de actividades desde la perspectiva del conocimiento que quiere ilustrar, que se caracteriza por tratarse de actividades aisladas y fragmentadas, sin formulaciones ni diversos grados de complejidad. Las actividades se conciben como tarea individual, *“ignorando la dimensión social del aprendizaje, así como el papel de la negociación de significados. En los aspectos de gestión de la dinámica del aula y de su propia organización espacio-temporal, predomina una visión rígida y estática, con un claro control del profesor sobre el espacio y el tiempo, caracterizando un sistema de comunicación unidireccional, que refleja una falta de destrezas en el manejo de la dinámica del aula”* (Azcárate, 1999, p. 75). No valora el pequeño grupo ni la interacción entre iguales, ni considera distintos ritmos de aprendizaje, por lo que la organización del tiempo es la misma para todos. El profesor transmite los contenidos matemáticos como una estructura acabada, ajena a su intervención y la de los alumnos, lo que presupone el dominio de los mismos y su exposición ordenada y clara. En la forma de presentar el conocimiento subyace la idea de que éste se aprende y se aplica sin consideraciones sobre cómo se produce este aprendizaje ni cómo se ha de enseñar.

En esta línea la evaluación es sancionadora, es decir, se entiende fundamentalmente como calificación y se centra en los contenidos. La comprobación del aprendizaje de los

alumnos, medido desde un nivel prefijado, se extrae casi exclusivamente de la información aportada por los exámenes que, en general, se realizan al final del proceso y miden la capacidad de repetición de los conceptos y el manejo de los procedimientos algorítmicos y ejercicios de aplicación trabajados en clase, en los que se valoran más los productos que los procesos. Quien evalúa es el profesor y los únicos evaluados son los estudiantes.

Tendencias didácticas de transición del desarrollo profesional

Cuando un profesor como el descrito anteriormente se enfrenta a las diversas problemáticas que pueden surgir en el aula o participa en procesos de formación que movilizan su visión de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, puede plantearse cambios en sus prácticas e introducir innovaciones en las mismas. Esta evolución podría considerarse como la resultante de dos fuerzas: por un lado, la que procede del rigor del conocimiento matemático y de las ciencias de la educación y, por otro, la búsqueda de mejoras en los procesos de enseñanza-aprendizaje, del clima escolar, de valores democráticos y otros aspectos ideológicos.

En estas '*etapas de transición*' se mantiene una concepción simple de la estructura del conocimiento y la realidad. En relación con los aspectos ideológicos hay un cierto cambio de actitudes, en la medida en que se reconoce la necesidad de mejorar la enseñanza. Para ello se requiere la participación activa del alumno y dar importancia a su actividad psicológica, ya que los objetos de aprendizaje están mediados por la actividad personal, de forma que los conocimientos previos,

la motivación, el uso de recursos didácticos manipulativos, lúdicos y variados, no suelen obviar la actividad del estudiante o su nivel de desarrollo cognitivo. Sin embargo, aunque muchas veces se identifica aprendizaje activo o protagonismo del alumno con el constructivismo, hay que tener en cuenta que el paso a concepciones constructivas requiere una reestructuración profunda de los conocimientos de la persona que, con frecuencia, no se da en este nivel.

El desarrollo de esta etapa de enseñanza se caracteriza por la evolución del profesor hacia una mayor ayuda a los estudiantes para que construyan el conocimiento, responsabilizándolos más de su propio aprendizaje y facilitando un mayor intercambio verbal entre los componentes del aula (Artzt, 1999; Artzt y Armour-Thomas, 1999). El profesorado que se sitúa en este nivel, que llamaremos '*de transición o innovador*', pretende favorecer el aprendizaje significativo de su alumnado y su implicación en el mismo, a la vez que no quiere renunciar a impartir los contenidos disciplinares. Por ello tratará de garantizar el desarrollo de un conocimiento matemático adecuado y coherente, y la necesidad de motivar a los alumnos para que se impliquen en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Se podría considerar que se produce el tránsito hacia la innovación cuando el protagonismo del estudiante va aumentando en el proceso.

Existe una gran variedad de concepciones en relación al conocimiento matemático escolar, en la medida que los profesores dan mayor o menor importancia a otros referentes. Las matemáticas siguen siendo lo fundamental, aunque con una concepción más abierta y flexible de las

mismas. Para el profesor innovador el aprendizaje matemático es un proceso de experimentación directa de las matemáticas, por lo que su visión de la enseñanza es proporcionar situaciones a los estudiantes que pongan de manifiesto las ideas matemáticas y sus relaciones, así como los aspectos claves de dichas situaciones (Simon, Tzur, Heinz, Kinzel y Smith, 2000; Tzurt, Simon, Heinz y Kinzel, 2001). Es lo que estos autores denominan una *‘perspectiva basada en la percepción’*.

En este caso la metodología que este profesor desarrolla se sitúa, desde los planteamientos de la organización de actividades prefijadas de antemano, muy dirigidas y escalonadas en cuanto a la dificultad de los contenidos, con un hilo conductor rígido y una orientación más tecnológica, hasta otros planteamientos con actividades sin un hilo conductor claro, en las que priman los intereses de los alumnos sobre los propios conocimientos objeto de enseñanza-aprendizaje. En el primer caso, aparece cierto hilo conductor regido por la lógica de la materia, cuyos contenidos deben ser enseñados a todos los estudiantes. La secuencia de actividades está planificada previamente por el profesor sin la intervención del alumno. *“A veces reflejan una aparente secuencia constructivista, pero claramente dirigidas por el profesor”* (Azcárate, 1999c, p. 73). En el segundo caso, el profesor no suele tener una secuencia sistemática previamente diseñada. La planificación es escasa y a corto plazo, plegada a la respuesta de los alumnos a las actividades propuestas tanto en actividades colectivas como individuales. En ambos casos, los profesores tienden a incorporar nuevos recursos didácticos y la transición viene también marcada por un mayor protagonismo de los alumnos y por el interés por conocer y

utilizar nuevos recursos en el aula, cuyo uso puede ser muy variado.

Aunque el profesor organice a los alumnos en pequeños grupos, las actividades planteadas suelen trabajarse individualmente y su distribución temporal está previamente establecida. Suelen aparecer modificaciones significativas con respecto al papel que el profesor y los estudiantes juegan, buscando una mayor implicación de éstos en el proceso, aunque no se les otorga la capacidad de decidir. Las actividades, en la mayoría de los casos, están estrictamente dirigidas por el profesor, aunque con la intención de que el alumno participe activamente en su desarrollo. El papel transmisivo del profesor aún ocupa un lugar importante, al menos para introducir y cerrar las temáticas, y no existe un uso didáctico, sistemático y explícito de las ideas de los estudiantes, pero se interesa por sus conocimientos previos. En la medida en que evolucionan las formas de actuación en el aula aumenta el protagonismo del alumno que, en algunos casos, puede ser casi absoluto, donde el profesor queda relegado a facilitar las actividades, medios y recursos necesarios sin apenas intervenir en el proceso.

En relación con la evaluación, el profesor pretende una medición rigurosa del grado de cumplimiento de los objetivos y contenidos programados mediante exámenes y notas de clase, como referencias objetivas. En la medida en que el estudiante adquiere protagonismo, el profesor pretende evaluar la dinámica psicosocial del aula a través de la participación de los alumnos (asambleas, murales, etc.) y de sus observaciones e impresiones asistemáticas. El aprendizaje de los estudiantes es también, en este caso, objeto directo de

evaluación pero sin referencias objetivas claras. En cualquier caso no se evalúan los procesos de enseñanza-aprendizaje y quien evalúa es el profesor.

Tendencia didáctica deseable en el desarrollo profesional

La última tendencia, que consideramos como meta de la evolución del desarrollo profesional, se corresponde con un modelo de enseñanza constructivista e investigativo y con un perfil profesional coherente con la idea de profesor-investigador. El profesor que alcanza este nivel de desarrollo profesional tiene una visión del mundo basada en una concepción compleja y relativa de la realidad, con un planteamiento ideológico crítico y una perspectiva constructivista, dinámica y evolutiva del conocimiento, lo que se concreta en:

- Una concepción sistémica de la realidad en general, y del medio escolar en particular.
- Un enfoque relativista y descentrado del conocimiento matemático.
- Una consideración de los cambios, también de los escolares, como procesos evolutivos e irreversibles.
- Un reconocimiento del carácter abierto y complejo de los problemas educativos, de la investigación y de la reflexión como estrategias adecuadas para el tratamiento de los mismos.
- Una posición ideológica que pretende el desarrollo de la autonomía en profesores y alumnos.

- Una concepción de las relaciones e intercambios basada en la tolerancia y el respeto crítico a la diversidad.
- Una construcción compartida del conocimiento profesional y escolar basada en datos y argumentos más que en principios de autoridad y relaciones de poder.

En cuanto al conocimiento matemático escolar, los contenidos no se reducen a los formales ni siguen la lógica tradicional de las disciplinas, sino que mantienen una lógica de carácter didáctico que impregna la selección de aquellos problemas que son, a la vez, relevantes para las matemáticas y significativos y funcionales para los alumnos. Esta selección está directamente relacionada con la estructuración de qué enseñar y sus fuentes de información. En esta tendencia, el conocimiento escolar se entiende como un conocimiento epistemológicamente diferenciado, resultado de la reelaboración e integración de conocimientos diversos que, progresivamente, pretende hacer más complejo el conocimiento cotidiano de los alumnos.

En lo que se refiere al aprendizaje, el profesor adopta una perspectiva constructivista tanto en el plano individual como social, exigiendo del alumno una actividad intensa, fundamentalmente interna, mediante procesos reflexivos personales y grupales. Esto caracteriza este modelo de intervención como participativo y comunicativo, que permite la evolución o transformación de las concepciones de los estudiantes. En esta tendencia juega un papel importante la idea de ‘asimilación’, es decir, el acceso del individuo a la realidad depende de las formas en que las experimenta, por lo

que las concepciones de las personas condicionan qué se aprende y cómo lo aprende (la '*perspectiva basada en las concepciones*' de Simon, Tzur, Heinz, Kinzel y Smith, 2000; Tzurt, Simon, Heinz y Kinzel, 2001).

Con respecto a la metodología, el profesor adopta una visión sistémica e integradora del proceso metodológico pues considera opciones de mayor complejidad que las descritas anteriormente, dando protagonismo a las ideas de los alumnos y a su implicación en sus procesos de aprendizaje. El eje de la estructura metodológica es la investigación escolar de problemas significativos que responden a los intereses e ideas de sus alumnos, para los que considera varias secuencias de actividades como vertebradoras de las acciones que surgen de los problemas de investigación planteados. Esto conlleva la creación de actividades que permitan conseguir ciertos objetivos que faciliten su realización, a la vez que fomenta la reflexión sobre los efectos y modelos de la actividad realizada en sus alumnos. Estas propuestas son diversificadas y abiertas, de acuerdo con las finalidades, con actividades que pueden requerir un alto nivel cognitivo, distintas estrategias de resolución, cierto grado de incertidumbre o soluciones múltiples, diversos niveles de formulación y de distinto tipo, y donde el profesor tiene en cuenta los obstáculos que se deben superar.

El profesor ofrece un clima de aprendizaje en el cual los estudiantes operen y construyan conocimiento de las matemáticas escolares casi autónomamente, por la interpretación subjetiva de las actividades y la consiguiente reflexión sobre su trabajo. Por lo tanto el profesor considera la distribución de los alumnos como uno de los aspectos

importantes de la organización del aula y utiliza los agrupamientos más adecuados según los objetivos de aprendizaje que persiga. Por una parte el profesor aprovecha el potencial del trabajo de los estudiantes en pequeños grupos y, por otra, es de suma importancia el trabajo individual y en gran grupo, que cumplen su papel en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Robert y Rogalski, 2005).

Al optar el profesor por una metodología más integradora, cambia sustancialmente su papel y el de los estudiantes. En tanto que el profesor adopta una postura constructivista de la intervención educativa, facilita que el alumno construya, modifique, diversifique y enriquezca sus esquemas; además reflexiona sobre lo ocurrido, valora e introduce cambios que le permitan mejorar su enseñanza. Por ello, su papel no es activista sino reflexivo, y evoluciona hacia la capacidad de tomar decisiones. El profesor que se aproxima a esta tendencia se acerca, al mismo tiempo, al perfil del *'profesor investigador en el contexto de la práctica'* por su capacidad para reflexionar en la acción. Las acciones de enseñanza son singulares y significativas, dependen de las intenciones atribuidas a sus protagonistas y pueden ayudar a la construcción del conocimiento práctico profesional (Schön, 1983).

En este caso la evaluación no se reduce a la comprobación de los resultados del aprendizaje del alumno, sino que el profesor considera que han de estar presentes todos los aspectos implicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje -planificación, actividades, recursos, papel del profesor-, así como la investigación del grado de ajuste entre las hipótesis curriculares del profesor, el aprendizaje de los

alumnos y la dinámica del aula. La finalidad de la evaluación es conocer para mejorar y, para ello, utiliza diversidad de técnicas que ofrecen información descriptiva del desarrollo del proceso. En esencia, la evaluación debe tener en cuenta el discurso y las actividades del aula, las realizadas fuera de ella y el proceso global de aprendizaje. Ello implica utilizar una selección de instrumentos para aportar evidencias sobre el aprendizaje. Una técnica que puede incluir todos esos aspectos es el portafolios.

Sintetizamos lo anteriormente expuesto en la tabla 3, inspirada libremente en la que, a partir de diversas fuentes, García Pérez (2000) recogió los rasgos básicos que caracterizan distintas tendencias didácticas en el desarrollo profesional, y para la que se tuvieron en cuenta los indicadores de Serradó (2000).

	TENDENCIA TRADICIONAL	TENDENCIAS DE TRANSICIÓN	TENDENCIA INVESTIGADORA
Conocimiento	Visión absolutista y racionalista de las matemáticas.	Visión absolutista e instrumentalista de las matemáticas.	Visión relativista y evolutiva de las matemáticas.
Enseñanza- aprendizaje	El profesor transmite el saber académico matemático, lo más clara y ordenadamente posible. Sigue una programación detallada, centrada en los contenidos. No tiene en cuenta ni los intereses ni las ideas de los alumnos. Si el alumno está atento, aprende.	El profesor transmite saberes disciplinares actualizados e incorpora algunos conocimientos no disciplinares. Tiene en cuenta las ideas de los alumnos, como conocimientos previos. El alumno atiende y participa en las actividades.	El profesor tiene en cuenta procesos investigativos que requieren conocimiento 'escolar', que integra diversos referentes: disciplinares, cotidianos, problemática socio-ambiental, conocimiento metadisciplinar. Tiene en cuenta los intereses y las ideas de los alumnos. Éstos aprenden mediante la resolución de problemas significativos.

	TENDENCIA TRADICIONAL	TENDENCIAS DE TRANSICIÓN	TENDENCIA INVESTIGADORA
Cómo enseñar	<p>Metodología basada en la transmisión del profesor.</p> <p>Modelo deductivo.</p> <p>Actividades de aplicación simple, de los contenidos.</p> <p>Secuencia de actividades cerrada y rígida, que sigue la lógica de la materia.</p> <p>Trabajo individual.</p>	<p>Metodología vinculada a los métodos del área.</p> <p>Modelo inductivo.</p> <p>Actividades que combinan la exposición y la resolución de ejercicios de aplicación.</p> <p>Secuencia de actividades cerrada y rígida, que sigue la lógica de la materia.</p> <p>Trabajo individual y/o con menor frecuencia en grupo.</p>	<p>Metodología investigativa.</p> <p>Modelo transductivo.</p> <p>Trabajo en torno a ‘problemas’, con posibles secuencias de actividades relativas al tratamiento de éstos.</p> <p>Las actividades admiten diversas estrategias de resolución o soluciones múltiples.</p> <p>Uso de múltiples recursos.</p> <p>Trabajo activo y participativo, personal y en grupo.</p> <p>El profesor facilita el aprendizaje del alumno.</p>
Evaluación	<p>Para calificar.</p> <p>Centrada en ‘reproducir’ los contenidos.</p> <p>Atiende, sobre todo, al producto.</p> <p>Realizada por el profesor al final del proceso mediante exámenes.</p>	<p>Para calificar a los alumnos y medir la consecución de los objetivos prefijados.</p> <p>Centrada en la medición detallada de los aprendizajes.</p> <p>Atiende al producto, intentando medir la consecución de los objetivos fijados.</p> <p>Realizada por el profesor y/o los alumnos al inicio y final del proceso.</p>	<p>Para valorar la evolución de las ideas de los alumnos y mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje.</p> <p>Centrada en el seguimiento de la evolución del conocimiento del alumno, la actuación del profesor y el desarrollo del proyecto.</p> <p>Atiende con sistematización a los procesos.</p> <p>Realizada de forma continua por el profesor y los alumnos con diversidad de instrumentos de seguimiento.</p>

Tabla 3: Rasgos básicos de distintas tendencias didácticas

En resumen, hemos elaborado una propuesta genérica que permite disponer de posibles itinerarios de progresión del conocimiento profesional y una posible evolución del mismo hasta el que consideramos deseable. Esta propuesta no se considera cerrada y acabada sino que, teniendo en cuenta este marco teórico, permite formular procesos formativos que intenten incidir en dicha evolución y su progresiva reelaboración, que integre los diferentes estudios parciales que se realicen.

1.4. La formación inicial de maestros de matemáticas

Estas ideas llevan a entender que los programas de formación inicial de maestros de matemáticas, contexto donde se desarrolla esta investigación, deben involucrar a los futuros docentes en una variedad de actividades interesantes que permitan, por ejemplo, trabajar de forma colaborativa, preguntar y responder preguntas, comprometerse en discusiones sustanciales sobre aspectos de educación matemática y reflexionar sobre qué se está aprendiendo y sobre la naturaleza de las matemáticas. Respetando las mismas ideas que se promueven para el proceso de enseñanza-aprendizaje del conocimiento matemático, el eje de la estructura metodológica de los procesos formativos debe ser la investigación de problemas significativos que respondan a los intereses e ideas de los futuros profesionales, en línea con el isoformismo entre el modelo didáctico y el modelo de formación de Azcárate (1999b); dicho de otra manera, *“la idea de que los profesores en formación deben ser enseñados de la misma manera que se espera que ellos enseñen como profesores”* (Ponte y Chapman, 2008, p. 238).

Está aceptado que aprender a enseñar es algo más que conocer técnicas o estrategias pedagógicas, por lo que la formación inicial de maestros de matemáticas ha de intentar algo más que una mera presentación de métodos y ha de estar dirigida a preparar al futuro docente para la resolución de situaciones y problemas vinculados a la futura práctica educativa. La reflexión sobre dichas tareas es la que permite poner en funcionamiento ideas y formas de entender la educación matemática. Parece necesario proponer proyectos y tareas abiertas para que los estudiantes para profesor de Primaria sean capaces de razonar críticamente, realizar actividades complejas y aplicar su conocimiento a situaciones reales. Reflexionar sobre cómo resolver situaciones y problemas prácticos vinculados a su futura práctica profesional es lo que permite que se pongan en práctica las ideas y las formas de comprensión que tienen de la educación matemática y, por tanto, promover su evolución (Llinares y Krainer, 2006).

Para ello, la presentación y tratamiento de los recursos o instrumentos en las aulas de formación debe favorecer el desarrollo profesional del futuro docente mediante la construcción de conocimiento profesional que facilite la adquisición de competencias profesionales adecuadas tales como análisis y síntesis, organización y planificación, colaboración y reflexión e investigación (Newell, 1996). Por otro lado, el término ‘competencia’ se ha introducido con gran fuerza en el discurso educativo de diversas formas, como en el informe final del Proyecto Tuning (González y Wagenaar, 2003). Las competencias han sido entendidas como ‘*conocer y comprender*’ -conocimiento teórico de un campo académico-, ‘*saber cómo actuar*’ -aplicación práctica y operativa

del conocimiento a ciertas situaciones- y ‘*saber cómo ser*’ - valores como parte integrante de la forma de percibir a los otros y vivir en un contexto social-.

Estas competencias generales, en el caso del profesor de matemáticas de Primaria, se pueden concretar en la de analizar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, sintetizar la compleja red de conocimientos relacionados con dichos procesos y actuar con idoneidad en el diseño, implementación y evaluación de la propia práctica docente. Se trata de un acercamiento a las competencias desde la complejidad, asumiendo que “*una competencia es el producto de la interacción dialéctica y permanente entre la reflexión y la acción, entendiéndose por reflexión la posibilidad de análisis, conceptualización, sistematización, procesamiento, teorización, inferencia, etc. y la acción como la posibilidad de desempeño, de hacer, de actuar, de ejecutar*” (Tejada, 2007, p. 47). Los procesos formativos han de intentar incidir sobre el desarrollo de las competencias profesionales.

La atención prestada a la competencia del docente como uno de los factores determinantes de la calidad de la enseñanza de matemáticas crece sistemáticamente. Por tanto, considerando la complejidad de la tarea del profesor, es necesario ver la capacidad del docente como una estructura que consta, entre otras de competencia didáctica de la materia y competencia pedagógica (Oosterheert y Vermunt, 2001). Este aspecto ha recibido considerable atención en las investigaciones que, en cada caso, identificaron sistemas de categorías diferentes para valorarlo (más detalle, por ejemplo, Hong, Horng, Lin y ChanLin, 2008).

2. La reflexión en la formación de maestros

En el contexto expuesto en el apartado anterior, relativo al desarrollo profesional y a los procesos formativos, entendemos que la elaboración del conocimiento profesional, en el que el docente se apoya para tomar decisiones y realizar nuevos planteamientos, debe estar vinculada a la resolución de situaciones y problemas ligados a la presente o futura práctica educativa. La reflexión sobre dichas situaciones y problemas es la que permite poner en funcionamiento y modificar las ideas y formas de entender la educación matemática. Para ello, se han de proporcionar oportunidades para que los maestros en formación se pregunten y reflexionen sobre sus propias propuestas de enseñanza, la de los compañeros y la realizada en el aula de formación (Goodlad, 1990).

2.1. La reflexión como competencia profesional

El valor de la reflexión sobre la experiencia como medio para estimular el aprendizaje ha sido destacado desde hace décadas. En la actualidad, la reflexión en y sobre la práctica docente se considera una de las principales competencias profesionales de los docentes y, por tanto, una de las principales finalidades de los procesos formativos en la línea de establecer un isomorfismo entre éste y el contenido que se promueve. Las recomendaciones oficiales y de investigación aconsejan que los futuros maestros deben ser formados para ser críticos con su propia práctica y que la reflexión debe ser considerada como uno de los aspectos más

importantes de su formación (por ejemplo Artzt, 1999; Harrington, Quinn-Leering y Hodson, 1996; NCTM, 2000).

Así, autores como Munby y Russell (1987) entendieron que, a través de la práctica reflexiva, los docentes reinterpretan y recontextualizan sus experiencias desde una perspectiva diferente. Zeichner y Liston (1996) consideraron que la reflexión es un componente esencial para comprender la compleja naturaleza de las aulas y establecieron la diferencia entre acción rutinaria, entendida como la que se guía principalmente por el impulso, la tradición y la autoridad, y acción reflexiva, como la que conlleva una consideración activa, persistente y cuidadosa. De hecho, Webb (1999) la calificó como la *'grand idée'* para la formación del profesor.

En el ámbito educativo, Dewey (1933) fue el primer autor que la consideró refiriéndose a ideas de Platón, Aristóteles, Confucio, Lao Tzu y Buda (Houston, 1988) y la caracterizó como *“una consideración activa, persistente y cuidadosa sobre cualquier creencia, idea o forma de conocimiento a la luz de las razones que las sustentan y las conclusiones hacia las que tiende para actuar de manera deliberada e intencional”* (p. 9). Del trabajo original de Dewey surgen cuatro interrogantes acerca de la reflexión (Hatton y Smith, 1995):

1. Si está limitada a procesos de pensamiento sobre la acción o vinculada a la acción.
2. Si se desarrolla en un contexto temporal relativamente inmediato o, más bien, lo hace extendida y sistemática como Dewey pareció indicar.
3. Si está centrada, o no, en el problema.

4. Si la que un docente realiza tiene en cuenta, conscientemente, valores históricos, culturales y políticos o creencias sobre el contexto de problemas prácticos que se está abordando, de manera que se está ante un proceso denominado reflexión crítica.

Años después, Schön (1983, 1987, 1992) enfatizó la importancia del contexto y del tiempo en que la reflexión tiene lugar al distinguir entre *'reflection in action'*, la que se produce cuando se está enseñando, y *'reflection on action'*, que se refiere a lo que se piensa antes o después del desarrollo de la sesión de aula. Schön (1983) describió la reflexión como “*una continua interacción entre el pensamiento y la acción*” (p. 281) y describió al *'práctico reflexivo'* como la persona que “*reflexiona sobre las comprensiones implícitas en la propia acción, que las hace explícitas, las critica, reestructura y aplica en la acción futura*” (p. 50). Considera que el reto de los procesos formativos es ayudar a los docentes a ser más competentes para que sean capaces de pensar y analizar reflexivamente qué sucede en el aula, poder modificar sus actuaciones si fuera necesario y adaptarse a las situaciones de incertidumbre o sorpresa que surgen en ella. Esta idea corrobora el reconocimiento de la importancia de la reflexión en los procesos de enseñanza-aprendizaje promovida por Dewey (1910).

Jay y Johnson (2002) consideraron la reflexión como un proceso, tanto individual como colaborativo, en forma de diálogo con uno mismo o con otros, que implica experiencia e incertidumbre e incluye preguntas identificativas y elementos claves sobre el asunto que se trate. Para que sea significativa para el proceso debe incluir referencias a 1)

perspectivas adicionales; 2) valores, experiencias y creencias propias; 3) contexto en el que sus pensamientos se enmarcan.

Parece que hay acuerdo general en que el pensamiento reflexivo es una forma especial de pensamiento, vinculado a la acción, entendido como la implementación de las soluciones que se han considerado. Es decir, su objetivo es modificar la acción en el contexto de las creencias y conocimientos, con una actitud abierta, responsable y entusiasta, que contrasta con la acción rutinaria que deriva del impulso, la tradición y la autoridad. A través de esa reflexión, el asunto que se intenta clarificar puede adoptar cambios en acción y disposición, lo que permite que surjan nuevas preguntas que posibilitan que el proceso se reproduzca. En definitiva, cualquier práctica reflexiva debería considerar: un foco en alguna dimensión pedagógica y que esa dimensión se considere desde una variedad de perspectivas, utilizando una variedad de técnicas y referentes que promuevan el diálogo para iluminar los pensamientos y el contexto en el que tiene lugar. El objetivo es actuar basándose en los entendimientos reflexivos de hechos, alternativas y principios éticos.

Los investigadores han profundizado en el concepto a lo largo del tiempo y han adoptado varias definiciones y fundamentos sobre el pensamiento reflexivo sin que se haya conseguido un consenso o una definición común, por lo que tiene diferentes significados en función del contexto de referencia (Lee, 2005). Realmente la reflexión es una idea compleja que engloba aspectos difíciles de caracterizar y, en cualquier caso, no es algo que se pueda enseñar sino una competencia que se puede promover. Sin embargo,

globalmente se pueden encontrar aspectos comunes a todas ellas:

- 1) Reflexión es cualitativamente diferente a recolección o racionalización, puesto que el objetivo de un pensamiento reflexivo aplicado a la enseñanza está en reconocer que la enseñanza es problemática.
- 2) La acción es una parte integral del proceso de reflexión.
- 3) La reflexión es una experiencia tanto individual como compartida.

A partir de esto, el pensamiento reflexivo es un pensamiento deliberado sobre la acción con intención de mejorarla y conlleva tener una mente receptiva para reconocer la validez de otras perspectivas, responsabilidad para considerar las consecuencias éticas y morales de cada elección e identificación y clarificación de las limitaciones de lo que se asume cuando se toman decisiones docentes (Harrington, Quinn-Leering y Hodson, 1996; Hatton y Smith, 1995). En este sentido, consideramos que la propuesta de recoger por escrito las reflexiones sobre las tareas desarrolladas en el aula de formación y sobre su propio trabajo relacionado con el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas de Primaria es una actividad adecuada para los maestros durante su formación inicial, pues supone explicitar sus ideas y deliberar sobre ellas (Chamoso y Cáceres, 2009).

Se ha escrito mucho sobre reflexión en diversos sentidos y bajo expresiones diferentes que incluyen, por ejemplo, enseñanza reflexiva, pensamiento reflexivo, reflexión en la acción, reflexión sobre la acción, acción reflexiva,

reflexión crítica y cuestionamientos (*inquiry*), enseñanza reflexiva para el conocimiento y desarrollo profesional, práctica reflexiva o investigación-acción. Sin embargo, ¿qué es la reflexión en la práctica? ¿Cómo se puede reconocer a un docente reflexivo y distinguirlo de otros que sean menos reflexivos? Copeland, Birmingham, Cruz y Lewin (1993) consideraron cuatro atributos críticos para definir, operativamente, reflexión en la enseñanza:

1. La práctica reflexiva incluye un proceso de resolución de problemas y construcción de significados que permita clarificar y modificar la propia práctica profesional y reconstruir el entendimiento. Estos problemas o situaciones problemáticas son dilemas del aula que se basan en información de experiencias pasadas y en aspectos actuales que permiten decidir las acciones que influirán en hechos futuros. Pero ni el aprendizaje ni la resolución de problemas constituyen la reflexión sino que son componentes necesarios de ella.
2. La práctica reflexiva en la enseñanza se manifiesta como una postura hacia la investigación. Si el pensamiento reflexivo se identifica como un proceso, el docente reflexivo se identifica con una actitud hacia la enseñanza.
3. La práctica reflexiva se demuestra en un espectro de posibilidades porque los docentes pueden reflexionar con distinta profundidad en diferentes situaciones dependiendo, por ejemplo, del contexto.

4. La práctica reflexiva se produce en un contexto social porque la educación es una actividad social que envuelve a muchos participantes y se desarrolla en un espacio compartido.

Los atributos críticos de la práctica reflexiva en la enseñanza que pueden indicar la postura de un profesor hacia la reflexión son (Copeland, Birmingham, Cruz y Lewin, 1993):

1. Relativos a la identificación del problema:

- Se identifica un problema: un docente reflexivo no sólo es consciente de ese problema sino que también debe definirlo de manera explícita y consciente.
- El problema deriva de una situación concreta práctica que incluye, por ejemplo, instrucción, entendimiento, planificación, control, construcción y mantenimiento de relaciones profesionales, y evaluación de las acciones profesionales propias, que se pueden relacionar con los tres niveles de reflexión de Van Manen (1977): analítico-técnico, fenomenológico-hermenéutico y dialéctico-crítico.
- El problema identificado tiene un significado para el docente.
- El problema es un aspecto importante para la mejora de la enseñanza- aprendizaje en el contexto en el que se identifica.

2. Relativos a la generación de soluciones:

- La generación de posibles soluciones del problema pueden surgir rápida y automáticamente o como consecuencia de una búsqueda deliberada.
- Las soluciones se generan, de manera explícita, a partir de teorías, resultados de investigación u otro conocimiento del docente.
- La generación de soluciones es el resultado de un análisis crítico de las propias acciones profesionales del docente y sus objetivos.
- Se debería esperar que las soluciones tengan consecuencias positivas en términos del aprendizaje del estudiante.

3. Relativos a probar las soluciones:

- Se selecciona una solución al problema.
- La solución elegida es implementada porque, aunque la literatura en reflexión se ha caracterizado por separar la reflexión de la acción, la reflexión es incompleta sin acción (Dewey, 1933). En este sentido la reflexión se entiende de manera diferente de la que se utiliza en el lenguaje usual.
- La solución se valora en función de sus efectos sobre los objetivos de las acciones y sus consecuencias en términos de resultados con los estudiantes.

4. Relativo al aprendizaje desde la práctica reflexiva:

- El proceso reflexivo conduce a una mejora del entendimiento del profesor que permite dar significado al contexto profesional en el que se identifica el problema.

La reflexión ha impulsado gran cantidad de investigaciones en educación (Hoban y Hastings, 2006; Valli, 1997). En general, muestran que se puede obtener información tanto de tipo cognoscitivo como no cognoscitivo a través de la observación, el diálogo y los escritos de los docentes para tomar decisiones sobre su aprendizaje y de la planificación de la instrucción. Sin embargo, se debe continuar investigando el aprendizaje reflexivo para construir un repertorio de prácticas porque, si es difícil caracterizar el concepto, aún lo es más promoverlo y evaluarlo sin que se reduzca únicamente a una técnica. Además, existe poca evidencia de investigación que muestre la cualidad específica de la reflexión que emerge bajo diferentes condiciones (Artzt y Armour-Thomas, 2002; Hatton y Smith, 1995; Jay y Johnson, 2002; McKenna, 1999; Zeichner and Wray, 2001).

Copeland, Birmingham, Cruz y Lewin (1993) recomendaron analizar la relación entre reflexión y otros aspectos o atributos del profesor. Algunos trabajos se han dirigido a ello como, por ejemplo, el de Korthagen (1988) que analizó la correlación entre reflexión y las orientaciones proactiva y reactiva a la enseñanza. Zeichner y Liston (1987) indicaron que los sistemas de valores de los profesores están relacionados con la reflexividad, a la vez que recomendaron profundizar en cómo se manifiesta la reflexividad de los profesores en su trabajo usual, cómo difiere el trabajo de los docentes altamente reflexivos de los que son menos reflexivos

y la naturaleza de la reflexividad en sí misma. Otros autores aconsejaron examinar la relación entre los valores de la reflexión con otros obtenidos en constructos relacionados con la enseñanza y aprendizaje (El-Dib, 2007). En ese sentido, Winitzky (1992) descubrió cierta correlación en las formas de pensamiento de los profesores en formación, entre la complejidad de la estructura del conocimiento y la habilidad para reflexionar sobre la dirección del aula utilizando un portafolios para recoger las evidencias del pensamiento reflexivo de los estudiantes para profesor. El portafolios se considera un instrumento adecuado para promover la reflexión en contextos de formación de futuros profesores (Mansvelder-Longayroux, Beijaard y Verloop, 2007).

2.2. Tipos y niveles de reflexión

Si la reflexión es considerada como una finalidad importante de los procesos formativos y está aceptado que existe una gran variedad de grados de reflexividad en las diferentes personas, es necesario configurar referentes que permitan elaborar instrumentos y obtener datos que aporten indicadores de los niveles de reflexión en los que una persona está operando. Los intentos en este sentido han seguido diferentes esquemas de análisis dependiendo de la naturaleza de la investigación (para una revisión de la literatura ver, por ejemplo, El-Dib, 2007). En esa línea, Van Manen (1977), siguiendo a Habermas, estableció tres niveles de reflexión:

- Reflexión técnica, relacionada con la eficiencia y efectividad de significados para conseguir ciertos fines que no están abiertos a la crítica o la modificación.

- Reflexión práctica, que permite el análisis abierto no sólo de significados sino también de objetivos, suposiciones en que se basan y resultados que se consiguen, reconociendo que los significados no son absolutos sino negociados con el lenguaje.
- Reflexión crítica, que incluye los dos niveles previos teniendo en cuenta criterios morales y éticos, y en la que se hacen juicios sobre si la actividad profesional es equitativa y justa en función de las personas que considera, teniendo en cuenta cualquier análisis personal de la acción dentro del amplio contexto socio-histórico y político-cultural.

Distintos contextos en la formación del profesor pueden conducir a un tipo de reflexión más que a otros, pero es importante tener en cuenta que los diversos tipos de reflexión no se deben considerar una jerarquía creciente. Sin embargo, esencialmente, muestran hechos similares que podemos agrupar en función de las siguientes dimensiones, no necesariamente exclusivas:

1. *Reflexión Descriptiva*: Se refiere al aspecto o problema sobre el que versa la reflexión. Schön (1983) la describió como el proceso en que se define la decisión que se tiene que tomar, el fin que se debe conocer o el significado que puede ser escogido. En la práctica real los problemas no se presentan como tales por ellos mismos, sino que se construyen a partir de situaciones problemáticas entendidas como cualquier cosa que produzca perplejidad, conflicto, incertidumbre o, simplemente, interés. Pueden ser específicos o explícitos, vagos e implícitos, y

considerar aspectos tanto intelectuales como emocionales. Schön (1983) consideró que es tan importante encontrar y delimitar el problema como solucionarlo porque, una vez que el problema está definido, el profesor puede reflexionar sobre él.

2. *Reflexión Comparativa*: Enmarca el aspecto de reflexión en relación con, por ejemplo, visiones alternativas, otras perspectivas o investigaciones. Cualquier contexto se focaliza en cierta información y excluye el resto de manera que, cuando se pierde información importante, se producen consecuencias en la percepción que se tiene del mismo. Considerar el punto de vista de la situación de otros permite explorar e iluminar las limitaciones del propio contexto. Por eso la reflexión comparativa se refiere a pensar sobre el asunto de reflexión desde diferentes contextos y perspectivas, teniendo en cuenta las propias creencias y orientaciones. Se trata de lo que Schön (1983) describió como un experimento del contexto que involucra la consideración de otros contextos para conseguir nuevos elementos o un mejor entendimiento. Dewey (1933) consideró que este tipo de reflexión requiere tener amplitud de miras para el descubrimiento del fenómeno, que puede ser incongruente con el problema inicial, con la pretensión de recontextualizarlo y entender el punto de vista de otros aunque sea diferente del propio.
3. *Reflexión Crítica*: Describe el resultado de considerar cuidadosamente un problema desde múltiples

perspectivas, cada una de las cuales puede conducir a diferentes consecuencias y llevar a diferentes reacciones. No es el último paso, sino una reconsideración del propio entendimiento. Schön (1983) lo describió como la forma de integrar los puntos de vista de la situación y lo que se ha descubierto para conseguir un mejor entendimiento del problema y encontrar un nuevo significado a la situación y, posiblemente, reaccionar respecto a ella. Frecuentemente conlleva hacer un juicio que responda a la pregunta: ¿Cuál es la mejor forma de entender, cambiar o hacer esto?, donde la palabra ‘mejor’ implica múltiples consideraciones ya sean docentes, de las características de los estudiantes, de los padres o de otro tipo, y teniendo en cuenta aspectos históricos, socio-políticos y morales del contexto de escolarización. La reflexión raramente termina con una solución sencilla sino con material para futuras reflexiones y nuevas preguntas para mejorar el entendimiento. Los reflexivos se ven a sí mismos como agentes de cambio que no sólo son capaces de entender qué es, sino también de trabajar para crear qué debería ser. En definitiva, consideran las implicaciones de la reflexión y establecen una nueva perspectiva.

Algunos investigadores añaden otra dimensión, la descripción escrita no reflexiva, que únicamente recoge hechos sin justificar ni reflexionar (más detalle, por ejemplo, Hatton y Smith, 1995; Jay y Johnson, 2002; Lee, 2005).

Estas dimensiones no son mutuamente excluyentes, sino que están relacionadas entre sí y se caracterizan por los interrogantes que permiten formular cuando el docente se enfrenta a las diferentes situaciones (tabla 4).

Tipología de reflexión: dimensiones y preguntas-guía		
Dimensión	Definición	Preguntas típicas
Descriptiva	Describe el aspecto sobre el que versa la reflexión.	¿Qué está sucediendo? ¿Funciona y por qué? ¿Por qué no funciona? ¿Cómo lo sé? ¿Qué siento? ¿Qué me gusta respecto a ello? ¿Qué es lo que no entiendo? ¿Está relacionado con mis objetivos o en qué sentido los extiende?
Comparativa	Enmarca el aspecto de reflexión a la luz de, por ejemplo, puntos de vista alternativos u otras perspectivas.	¿Qué puntos de vista alternativos existen de lo que está sucediendo? ¿Cómo otras personas, directa o indirectamente implicados, describen y explican qué está sucediendo? ¿Qué explica la investigación sobre ello? ¿Cómo puedo mejorar lo que no funciona? Si hay un objetivo marcado, ¿hay otras formas de lograrlo? ¿Cómo consiguen ese objetivo otras personas? Cada perspectiva y alternativa, ¿a quién sirve y a quién no?
Crítica	Después de considerar las implicaciones del aspecto que se trate, establece una nueva perspectiva.	¿Cuáles son las implicaciones del asunto cuando se ve desde perspectivas alternativas? Dadas varias alternativas y sus implicaciones ¿cuál es la mejor para ese asunto particular? ¿Cuál es el significado más profundo de lo que está sucediendo y qué refleja el asunto en términos de objetivos de escolarización? ¿Cómo este proceso reflexivo informa y replantea mi perspectiva?

Tabla 4: Tipología de reflexión: Dimensiones y preguntas-guía

2.3. El desarrollo de la reflexividad del docente

Se han experimentado una gran variedad de métodos para promover la reflexividad de los profesores como, por ejemplo, realizar escritos autobiográficos, utilizar metáforas, desarrollar un contexto social ofrecido por un grupo de discusión, involucrar a los estudiantes en etnografía, enfatizar el modelo de enseñanza ofrecido por los profesores y supervisores universitarios, usar apropiadas aproximaciones supervisoras, involucrar a los estudiantes para profesores en investigación-acción, y analizar y desarrollar el curriculum (Copeland, Birmingham, Cruz y Lewin, 1993, dan ejemplos de cada caso). Sin embargo, no se ha podido caracterizar claramente la incidencia de los diferentes métodos en el desarrollo de la reflexibilidad de los docentes. En esta línea, hemos focalizado nuestro análisis en alguno de los aspectos que inciden en el desarrollo de los procesos reflexivos que pueden reflejar claves para promover e interpretar dicha reflexibilidad en los procesos formativos, en concreto los referidos a cómo reflexionan los profesores y cuál es el contenido de su reflexión.

2.3.1. Proceso: ¿cómo reflexionan los profesores?

Las diferentes formas de caracterizar el proceso de reflexión parece que incluyen procesos comunes como describir la situación, plantear y preguntar sobre lo que se entiende y concibe en un primer momento, y persistir, con tolerancia y responsabilidad (Dewey, 1933; Schön, 1983; Valli, 1997). Todo esto parece que incide más en la definición que en cómo reflexionan los docentes.

Se ha utilizado un amplio abanico de aproximaciones para fomentar la reflexión en los estudiantes en formación con, al menos, cuatro estrategias delimitadas: proyectos de investigación-acción; estudios de casos y estudios etnográficos de estudiantes, profesores, aulas y escuelas; micro-enseñanza y otras experiencias prácticas supervisadas y tareas estructuradas del currículo. Los instrumentos que se han utilizado son diversos como, por ejemplo, lecturas ficticias y no ficticias, entrevistas orales y tareas escritas usualmente en forma de diario de clase. Hay poca evidencia de investigación que muestre su efectividad, que identifique la forma en la que se evidencian los procesos reflexivos y que demuestren los determinados tipos de reflexión que se producen.

‘Cómo enseñar a reflexionar’ ha sido el objetivo de muchas investigaciones educativas en diferentes sentidos, porque la complejidad de la reflexión hace que sea difícil enseñarla. Por ejemplo, Zeichner y Liston (1996) describieron cinco tradiciones de reflexión entendidas como paradigmas para guiar a que los profesores piensen en cómo reflexionar: tradición académica, tradición de eficiencia social, tradición de desarrollo, tradición de reconstrucción social y tradición genérica. Es decir, consideraron que los profesores deberían reflexionar no sólo en cómo abordar una situación sino también en los contextos que tienen para hacerlo, que pueden ser aspectos sencillos como, por ejemplo, si su práctica es efectiva o compleja, entender cómo funciona y por qué.

Jay y Johnson (2002) explicaron cómo consiguieron que estudiantes para docentes mejoraran su reflexión con la ayuda de un asistente técnico que hacía preguntas del tipo de las que se recogen en la Tabla 4, y concluyeron reflejando algunos

aspectos que consideraron importantes para la enseñanza de reflexión:

- La complejidad de la reflexión impide que su desarrollo se reduzca a la enseñanza de una técnica o estrategia.
- Enseñar reflexión a futuros docentes incluye mucho más que un seminario sobre reflexión y completar un portafolios.
- La tipología pedagógica de la reflexión es flexible y se tiene que adaptar, por ejemplo, a si se realiza de manera individual o colaborativa.

Estos autores recomendaron que se realizaran más estudios para valorar la práctica reflexiva en términos de entender cómo los futuros docentes utilizan la reflexión como parte de su práctica de enseñanza y cómo la tipología descrita se puede utilizar para valorar un portafolios final.

Otros autores estudiaron, por ejemplo, el proceso de reflexión, o cómo los profesores reflexionan sobre su práctica (Richert, 2003), o las características de la reflexión en el contexto de diferentes programas formativos (Jay y Johnson, 2002). Todos esos trabajos han contribuido significativamente a mejorar la comprensión de las posibilidades de la reflexión para formar profesores, pero también corroboran que su complejidad hace que sea difícil enseñarla y se considere necesaria una reforma profunda que persiga una visión reflexiva de la enseñanza (Zeichner, 1983). Esto hace que surja la necesidad de construir un repertorio de prácticas para enseñar a desarrollar la reflexión (Jay y Johnson, 2002).

En esta línea, Loughran (1996), basándose en Dewey (1933) y Schön (1983), desarrolló un contexto formativo para ayudar a los profesores en formación a estructurar sistemáticamente sus experiencias haciendo explícito lo tácito y promover la capacidad de reflexión. Consistió en reflexionar durante la planificación de la sesión (reflexión anticipatoria), durante la sesión (reflexión contemporánea) y después de la sesión (reflexión retrospectiva).

Freese (1999) realizó una investigación para examinar cómo 11 profesores en formación reflexionaron sobre su práctica en el contexto de enseñanza a lo largo de 3 semestres, utilizando el contexto reflexivo de Loughran (1996), para desarrollar e internalizar estrategias reflexivas de manera consistente tanto en vocabulario como en práctica. Definió reflexión como el proceso de dar sentido a las experiencias propias examinando los propios pensamientos y acciones, de manera deliberada y activa, tanto de manera individual como en grupo, para llegar a nuevas formas de entenderse a uno mismo como profesor. Otra motivación fue recoger datos para entender y mejorar la propia práctica del profesor que trabaja en un contexto de desarrollo profesional para lo cual se grabaron sesiones de formación, los estudiantes realizaron un diario con sus observaciones, cuestiones o comentarios y se les realizaron entrevistas al final de la formación (Carr y Kemmis, 1986; Cochran-Smith y Lytle, 1993). A partir de los datos se establecieron categorías organizadas en los siguientes aspectos: a) la reflexión como método de autoevaluación para mejorar la enseñanza; b) la reflexión cuando hay que tomar decisiones espontáneas; c) la reflexión como parte de una comunidad; d) la reflexión como parte integral de la profesión de enseñanza. Los datos mostraron que, debido a la

formación efectuada, la mayor parte de los estudiantes recogieron aspectos referidos a los cuatro apartados.

Ponte y Santos (1998) explicaron que no es suficiente que en los programas de formación de maestros se discuta y reflexione sobre la matemática y el currículum. Es imprescindible que el futuro docente tenga una actitud positiva y una mente abierta para corregir y mejorar a partir del análisis de su experiencia. De acuerdo con estos autores, además de la actitud de cambio por parte del maestro, es necesario orientar dicha evolución así como un referente que guíe esta reflexión. La reflexión debe promoverse de manera individual y colectiva mediante diferentes herramientas de análisis, pues para el maestro no es fácil interiorizar los aspectos que debe mejorar. Su investigación reflejó la necesidad de presentar evidencias al docente que le permitan ver y analizar su acción, y para que disponga de elementos concretos con los que valorar la actividad matemática que intenta promover en sus alumnos. Además, detectaron que los cambios en el proceso reflexivo de los profesores evolucionó a lo largo de los cuatro ciclos reflexivos que cada maestro realizó, y éstos se hicieron cada vez más críticos y objetivos. Sin embargo, indicaron que el pensamiento reflexivo se construye con constancia y procesos de formación adecuados que incidan tanto en la actitud reflexiva como en la preparación académica. Se trata de una tarea de reflexión meta-cognitiva poco común, pero valiosa, para lograr que los futuros profesores profundicen en el conocimiento matemático especializado para la enseñanza (Jaworski, 2005), y de “...*hacer explícitos los conflictos y discutirlos con futuros profesores con el propósito de desarrollar una percepción*

profesionalmente relevante sobre las matemáticas” (Moreira y David, 2007, p. 1).

De hecho, en trabajos recientes realizados en diversos campos, se ha introducido el concepto de ‘*reflexión guiada*’ como un proceso de indagación innovador en el que el práctico es asistido por un mentor (o ‘*guía*’) mediante un proceso de auto-indagación, desarrollo y aprendizaje a través de la reflexión, con el fin de llegar a ser enteramente efectivo (Johns, 2002). En el campo de la formación de profesores también hay referencias de investigaciones en las que se desarrollan y experimentan técnicas específicas de ‘*reflexión guiada*’ (Nolan, 2008). Esta reflexión guiada también puede desarrollarse en las etapas de formación inicial introduciendo al futuro docente en estrategias reflexivas, a través del apoyo del formador y de las indicaciones o guías que éste le facilite, que pueden ser un sistema de indicadores o pautas que recuerda aspectos críticos y que proporciona una estructura para la reflexión entendida de manera holística (Klein, 2008), articulada (Ash y Clayton, 2004), guiada (Husu, Toom y Patrikainen, 2008), crítica (Harrison, Lawson y Wortley, 2005) y cooperativa (Tomlinson, 2008).

2.3.2. Contenido: ¿qué reflejan los profesores en sus reflexiones?

Las posibilidades de investigación sobre las reflexiones que realizan los docentes son ilimitadas. Algunos estudios centran su atención en el estudio del contenido de la reflexión o lo que los profesores reflejan en sus reflexiones (Liston y Zeichner, 1987; Zeichner y Liston, 1996) como, por ejemplo, Valli (1997) que consideró el aprendizaje del estudiante, los

procesos instruccionales y el contenido escolar. Respecto a los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje sobre los que los estudiantes para maestro de matemáticas reflexionan durante su formación universitaria, algunas investigaciones identificaron diferentes categorías (Alexander, Muir y Chant, 1992; Davis, 2003; 2006; Davis y Linn, 2000; Ward y McCotter, 2004) o al tratamiento de los incidentes críticos (Goodell, 2006). En concreto, Davis (2003; 2006) caracterizó diferentes ámbitos implicados en los procesos de enseñanza-aprendizaje como contenido de los procesos reflexivos desarrollados por los docentes:

- *Los alumnos y el aprendizaje*: por ejemplo, ideas de los estudiantes e ideas alternativas, conocimiento previo y experiencia, compromiso y motivación, colaboración, resultados del aprendizaje, características propias o comunes entre los estudiantes, procesos de desarrollo cognitivo y social, contexto.
- *Objeto de conocimiento*: por ejemplo, naturaleza de la materia, del conocimiento matemático, el propio contenido matemático, conexiones entre los conceptos, hechos y teorías.
- *Instrucción*: por ejemplo, aspectos como introducción o cierre de la lección, enlaces con actividades previas o posteriores, gestión (de los estudiantes, materiales o actividades), materiales o recursos, búsqueda de las ideas de la lección, aprovechamiento de los recursos existentes, representaciones de instrucción, actividades, objetivos de instrucción, preguntas de

dirección, cantidad de tiempo, secuencia de instrucción y armonización con los objetivos.

- *Evaluación*: por ejemplo, el sentido de la evaluación, el propio sistema de evaluación, métodos, los objetivos, enfoques, usos y criterios de evaluación, la coherencia entre los objetivos de instrucción y evaluación y la valoración de la eficacia del proceso evaluativo. Este ámbito es uno de los más complejos y sobre el que los profesores tienen más dificultades para modificar las ideas, por lo que es uno de los contenidos de la reflexión por excelencia.

Even y Lappan (1994) o Ball (1988) afirmaron que la configuración de un conocimiento específico para enseñar matemáticas por parte de los futuros maestros está obstaculizada por una compleja trama de creencias, conocimientos y actitudes sobre las que el estudiante fundamenta sus decisiones. Los estudiantes disponen de lo que Hargreaves (1993) llamó '*conocimientos profesionales de sentido común*' que se apoyan habitualmente en consideraciones socialmente admitidas y vividas en sus experiencias previas por lo que, para iniciar el cambio de las ideas, es necesario un proceso de reconstrucción de ese conocimiento en contenidos y relaciones a través de complejos procesos de reflexión. El análisis y reflexión sobre dichas informaciones puede promover la reformulación y evolución de las cuestiones iniciales.

Este proceso de reelaboración de las concepciones previas sobre el propio conocimiento matemático, su enseñanza y su aprendizaje tiene un papel fundamental en la formación inicial. Ésta debe facilitar no sólo la explicitación

de este conocimiento, sino también hacerlo evolucionar mediante procesos reflexivos y colaborativos basados en el tratamiento y resolución de problemas profesionales (Azcárate y Cuesta, 2005b; Ponte, 2004). En este sentido el contenido de la reflexión debe estar ligado a las informaciones vinculadas a dichos problemas. Como indica Richert (2003), es de esperar que este proceso de indagación desemboque en nuevas ideas y en la modificación de referentes de la futura práctica profesional, distanciándose de lo vivido como discente.

En el caso del profesor de matemáticas, un contenido de las reflexiones por excelencia es el relacionado con el análisis, síntesis y acción didáctica pues debe poder analizar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y actuar con idoneidad en el diseño, implementación y evaluación de la propia práctica docente. El profesor de matemáticas debe tener competencia matemática, es decir, debe conocer y ser capaz de aplicar las prácticas matemáticas necesarias para resolver los problemas usualmente abordables en el aula. Pero, desde el punto de vista de la enseñanza y el aprendizaje, el profesor debe ser también capaz de analizar la actividad matemática realizada al resolver los problemas, identificar los objetos y significados puestos en juego con el fin de enriquecer su desempeño y contribuir al desarrollo de sus competencias profesionales. Todo ello se configura como objeto de reflexión ya que, como se ha indicado previamente, es una de las estrategias básicas para promover la adquisición del conocimiento profesional de los estudiantes para maestro de matemáticas en Primaria.

2.3.3. La reflexión en el proceso formativo

El profesor reflexivo es considerado como una nueva manera de concebir la actuación profesional. Se trata de que el profesor pueda orientar el conjunto de su trabajo: planificar, llevar a la práctica, decidir qué y cómo evaluar en un proceso de reflexión deliberativa para, en y sobre la acción. *“A través de la reflexión deliberativa o investigación-acción, los profesores elaboran sus propias soluciones en relación con los problemas prácticos a los que se enfrentan”* (Elliot, 1990, p. 245). La reflexión se puede considerar como uno de los principales motores del propio desarrollo profesional e implica el desarrollo de las siguientes competencias profesionales:

- Tomar conciencia del propio sistema de ideas acerca de los procesos de enseñanza-aprendizaje.
- Observar críticamente la práctica, reconociendo los problemas y obstáculos que son significativos en la misma.
- Contrastar el propio sistema de ideas con los de otros profesionales y otros saberes como forma de hacerlo evolucionar.
- Formular propuestas curriculares de intervención, de forma consciente y razonada, para posibilitar su posterior análisis después de su puesta en práctica.
- Contrastar los resultados con las expectativas e ideas de partida, establecer conclusiones y tomar decisiones.

Éste sería el fin deseado y, como apuntábamos anteriormente, en el caso de la formación inicial se está al

principio del proceso y, por coherencia, es necesario respetar el nivel de desarrollo profesional del maestro en formación facilitándole su aproximación sucesiva. El profesor-formador debe generar un ambiente de aprendizaje idóneo para que los estudiantes para maestro expliciten, cuestionen y modifiquen sus concepciones en interacción con sus compañeros y el medio escolar: “*cuando (a los profesores en formación) se les cuestiona sobre sus ideas y sobre sus porqués, buscan nuevos datos para profundizar en la comprensión de sus ideas*” (Castle y Aichele, 1994, p. 6).

Durante el proceso de formación inicial se debe facilitar que el estudiante para maestro elabore gradual y progresivamente su propio conocimiento profesional como referente necesario para tomar decisiones racionales en su futura labor profesional. Este proceso deberá realizarse a través de la indagación en la resolución de los problemas prácticos profesionales o situaciones de aprendizaje del conocimiento profesional que plantea el profesor-formador, lo que implica focalizar la formación inicial en el desarrollo de aquellas competencias que puedan ayudar al futuro docente en la toma de decisiones en las complejas situaciones con las que se enfrentará en el ámbito educativo, una de las cuales es la reflexividad, aspecto fundamental en el que se focaliza nuestro estudio.

3. La evaluación en la formación de maestros de matemáticas: el portafolios

Como se indicó anteriormente, en las últimas décadas se han realizado diferentes propuestas e intentos de cambio relacionados con la educación matemática. Desde las perspectivas actuales, las matemáticas ya no se pueden considerar como un conjunto de hechos y destrezas sino, más bien, una forma de pensamiento. De hecho, las directrices curriculares de la mayor parte de los países presentan las matemáticas como el ámbito de conocimiento que mejor puede ayudar al desarrollo de los alumnos como personas que piensan y razonan. Para conseguirlo parece conveniente que los estudiantes sean participantes activos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, adquieran el conocimiento por sí mismos y desarrollen distintas capacidades. La finalidad es que los estudiantes sean capaces de razonar críticamente, resolver problemas complejos y aplicar su conocimiento a situaciones reales (Harkness, D'Ambrosio y Morrone, 2007; Törner, Schoenfeld y Reiss, 2007).

Uno de los elementos curriculares que debe contribuir significativamente a este cambio es el sistema de evaluación. Sus objetivos y métodos ejercen más influencia en cómo y qué aprenden los estudiantes que cualquier otro elemento del proceso de aprendizaje (Boud, 2000). Sin embargo, en muchas de las nuevas propuestas, las cuestiones relativas a este aspecto han quedado en un segundo plano sin alcanzar el mismo nivel de desarrollo que otros aspectos del curriculum

y, en consecuencia, sin realmente producirse el necesario y profundo proceso de reflexión sobre ella y sus implicaciones.

Esta situación ha producido que, en los últimos años, tanto en el ámbito de innovación como en el de investigación, las cuestiones sobre evaluación hayan ido progresivamente adquiriendo un cierto protagonismo de manera que se configure como uno de los focos prioritarios de atención en el análisis, reflexión y debates que realiza la comunidad de educadores matemáticos (Rico, 1997; Kelly y Lesh, 2000). Desde nuestra perspectiva, la evaluación es uno de los elementos más importante de los procesos de enseñanza-aprendizaje y, en la mayoría de los casos, determina las demás acciones asociadas a la intervención. De hecho, cada vez más docentes consideran que la clave del cambio en la acción didáctica es la evolución de la concepción de la evaluación, porque no parece posible un progreso en la docencia si no hay un profundo cambio en la idea y desarrollo de la evaluación.

La actividad docente está caracterizada por intentar dar respuesta a problemas claves como los relacionados con el qué y el cómo actuar y, en muchos casos, las tareas relacionadas con la evaluación y actuaciones o decisiones asociadas a ella son las que más dudas y contradicciones promueven en dicha actividad (Azcárate, 1999a). Esas dudas y contradicciones se incrementan cuando se adoptan perspectivas alternativas a una concepción tradicional de la enseñanza-aprendizaje, pues surgen cuestiones como:

- ¿Cuál es la finalidad de la evaluación educativa?

- ¿Qué y cómo evaluar en relación con el aprendizaje de los alumnos?
- ¿Qué datos tomar para obtener información adecuada sobre el aprendizaje?
- ¿Con qué instrumentos y técnicas de análisis?
- ¿Qué relación existe entre las actividades de enseñanza-aprendizaje y la evaluación?
- ¿Cómo compartir la información con padres y alumnos?
- ¿Qué y cómo evaluar en relación con la dinámica del aula?
 - ¿Qué papel han de jugar alumnos y profesores en el proceso de evaluación y toma de decisiones?
 - ¿Qué datos tomar para obtener información adecuada sobre la dinámica del aula?
 - ¿Con qué instrumentos y técnicas de análisis?
- ¿Es lo mismo evaluar que calificar?
 - ¿Para qué se califica realmente?
 - ¿Qué implicaciones tiene la calificación en el papel del alumno?
 - ¿Qué implicaciones tiene la calificación para el modelo de profesionalidad?

Las posibles y variadas respuestas a estos interrogantes permiten avanzar, progresivamente, en la concepción de la evaluación y del papel que tiene en las aulas.

3.1. La evaluación en educación matemática

Si se busca la palabra evaluación en diccionarios, sus acepciones reflejan significados cercanos a ideas tales como verificar, medir, valorar, comprender, aprehender, conocer, jugar, comparar, constatar, apreciar, decir, ayudar, cifrar, interpretar, estimar, experimentar, posicionar y expresar. Estos adjetivos sugieren que, desde una perspectiva educativa, detrás de la evaluación hay un amplio conjunto de posibilidades asociadas al conjunto de objetivos y finalidades que se pueden concretar en cada diseño curricular (Bertoni, Poggi y Teobaldo, 1997). De hecho, referido al concepto de evaluación en el ámbito educativo, se encuentran múltiples significados, distintos tipos y diferentes clasificaciones según la perspectiva educativa desde la que se analicen los procesos de enseñanza-aprendizaje del conocimiento matemático.

3.1.1. Tipos y tendencias de la evaluación

Durante años la evaluación ha sido, en un modelo tradicional de intervención en el aula, la comprobación del logro de los objetivos iniciales. Estaba asociada a control y sanción del aprendizaje matemático final conseguido por los estudiantes, como una forma de averiguar qué no saben y, por tanto, cuál es su nivel de ‘aprendizaje’. Es decir, la clásica definición de evaluación sumativa.

El aprendizaje se caracteriza por ser un proceso de elaboración de significados donde las nuevas informaciones se seleccionan, organizan e integran en la medida que conectan con los conocimientos previos que el alumno posee. Concebir la evaluación como la comprobación de logros

alcanzados por los alumnos al finalizar el proceso, entendidos como los objetivos previamente explicitados en el diseño, aproxima a una visión del profesor que asume los objetivos como válidos y cuya misión queda reducida a constatar su consecución y a informar de los contrastes de éstos. La acepción de este enfoque obliga a que la evaluación no sea simplemente un instrumento de control sino un instrumento de perfeccionamiento, dinámico y multidimensional de forma que tenga presente la interacción entre lo cognitivo, la motivación, la autoestima y el aprendizaje.

Así, el significado de evaluación ha ido variando según las finalidades que se le otorgan, desde la medición del logro de los estudiantes hasta la recolección sistemática de evidencias para ayudar a la toma de decisiones que se refieran al aprendizaje de los estudiantes o al desarrollo de los materiales y el programa (Romberg, 1989). Progresivamente han ido surgiendo nuevos planteamientos teóricos que le conceden un lugar preponderante en los procesos de enseñanza-aprendizaje no sólo como controladora de los resultados, sino como reguladora de dicho proceso.

En esta línea, en el ámbito de la educación matemática, ya en 1995, el NCTM caracterizaba la evaluación como el proceso de obtención de evidencia sobre el conocimiento adquirido por los estudiantes, la capacidad para usarlo, la disposición hacia su uso y las inferencias a partir de la información recogida para una variedad de propósitos. Este nuevo significado requiere la evaluación continua como apoyo del aprendizaje matemático, que deberá dar soporte al aprendizaje de las matemáticas y aportar información importante para los alumnos y los profesores. Además, incide

en la gran diversidad de instrumentos que los profesores tienen a su disposición para su desarrollo (NCTM, 2000).

En esencia, habitualmente se hace referencia a dos tipos de evaluación: la formativa, que trata de la orientación y asesoramiento del alumno, y que suele ser de carácter cualitativo, y la sumativa, que se ocupa de la calificación y promoción del alumno, y que suele ser cuantitativa. En el mundo anglosajón se diferencian los términos '*assessment*' y '*evaluation*' según se asocie a la evaluación formativa o a la sumativa respectivamente (Rico, 1993). En cualquier caso, se consideran tres grandes fines de la evaluación: proveer de información al alumno, al profesor y al sistema; tomar decisiones y acciones sobre la promoción de alumnos y profesores; y controlar el desarrollo del sistema dentro de la realidad social (Niss, 1993).

En definitiva, la evaluación es la que debe aportar información sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje del conocimiento matemático y permitir tomar decisiones que conduzcan a la elección y al desarrollo de las estrategias de intervención más adecuadas a partir de la información obtenida (Serradó y Azcárate, 1999). Así entendida, se presenta como un importante mecanismo regulador y retroalimentador, útil para describir, valorar y reorientar la acción de los agentes que operan en el marco de una realidad educativa específica (Mateo, 2000). La evaluación auténtica conlleva una continua monitorización del progreso de aprendizaje de los alumnos, de sus actuaciones y del proceso en su conjunto.

En el ámbito de la educación matemática, la evaluación se presenta como un proceso de reflexión sobre el

funcionamiento de un individuo o grupo de individuos en el desarrollo y aplicación del conocimiento matemático, orientada a la formación matemática de forma continua, tanto del individuo como del grupo (Webb, 1992). Es decir, desde esta perspectiva se entiende como un elemento fundamental dentro del curriculum y, por tanto, unida a la instrucción. Esta visión actual de la evaluación se basa en tendencias aportadas por diversos autores (Kilpatrick, 1993; NCTM 2000; Rico, 1997; Romberg, 1993) cuyo contraste con la tendencia más tradicional se resume en los siguientes sentidos:

Tendencia tradicional	Tendencia alternativa
Comparar la actuación de unos alumnos con la de otros.	Comparar el progreso de los alumnos con criterios establecidos.
Evaluar el conocimiento por medio de hechos y destrezas aisladas.	Evaluar la capacidad matemática global por medio de múltiples posibilidades.
Considerar pocos rasgos cuantificables para tener en cuenta en la evaluación.	Considerar todo aquello que se relaciona con el aprendizaje matemático para que se tenga en cuenta en la evaluación.
Considerar la evaluación como algo secreto, exclusivo y fijo.	Concebir la evaluación como un proceso público, participativo y dinámico.
Visión restringida de la existencia de una única forma de mostrar el conocimiento matemático.	Visión compartida de qué hay que evaluar y cómo hacerlo.
Ver a los alumnos como los objetos de la evaluación.	Ver a los alumnos como participantes activos del proceso de evaluación.
Usar la evaluación como filtro para seleccionar estudiantes.	Usar la evaluación para aprender y mejorar la enseñanza.
Independencia entre la evaluación y el currículum o la instrucción.	Coherencia de la evaluación con el currículum y la instrucción.
Considerar la evaluación como algo esporádico y conclusivo.	Considerar la evaluación como un proceso continuo y recursivo.
Escasa confianza en la valoración de los profesores.	Confiar en la valoración de los profesores.

Tabla 5: Comparación entre la evaluación tradicional y las nuevas tendencias de evaluación

Estas ideas sobre evaluación aproximan a un modelo en el que el profesor se interesa por averiguar cuáles son las

experiencias de enseñanza-aprendizaje que se viven en el aula y cómo el proyecto que pretendía llevar a la práctica está siendo comprendido y usado, así como el modo en que esto afecta a la dinámica del aula y a las vivencias de los implicados (Contreras, 1990; 1997). En coherencia con dicho modelo, se hace preciso articular un sistema de evaluación que permita la recopilación de la información necesaria para adoptar decisiones y evaluar, además de los resultados, el propio diseño y el contexto donde se integra.

Desde esta perspectiva, evaluar es un proceso que necesita una información continua acerca de cómo se está desarrollando el proceso de enseñanza-aprendizaje matemático en el aula con la finalidad de ayudar al alumno, adaptarse a sus características y necesidades, y comprobar la adecuación de la acción didáctica del docente. Este proceso debe reflejar:

- Un carácter continuado a través de la observación sistemática del proceso que pretende describir e interpretar más que medir y clasificar.
- Un carácter global y diversificado que atiende a los diferentes tipos de contenidos, estilos de aprendizaje y diferentes actividades de enseñanza-aprendizaje, y que utiliza variados instrumentos de evaluación ajustados a esa diversidad.
- Un carácter coherente e integrador que tiene como punto de referencia las finalidades formativas, más que verificar la consecución de los objetivos del área (Serradó y Azcárate, 1999).

Para poder llevar a cabo procesos de evaluación de estas características es necesario usar múltiples procedimientos que permitan analizar la evolución de los conocimientos de los alumnos, sus dificultades, la evolución de sus estrategias, su interacción con el proceso diseñado y la propia adecuación de éste. La selección de dichos instrumentos es parte fundamental de la labor docente y supone reconocer y formular qué queremos valorar, cómo y cuándo (Alsina, Burgués, Fortuny y Giménez, 1996).

3.1.2. Criterios e instrumentos de evaluación

A lo largo de la historia, la evaluación generalmente se ha concretado en unos instrumentos específicos que se han aplicado en exámenes y controles, las pruebas. Sin embargo, según la línea argumentativa anterior, son necesarios nuevos instrumentos de evaluación que permitan mejorar la obtención de una información global del proceso que se caractericen por (Bell, Burkhardt y Swan, 1992; Rico, 1997):

- a) Relevancia práctica, la evaluación debe ser algo que interese y forme al estudiante.
- b) Coherencia en el sistema de las tareas de evaluación.
- c) Con diferentes rangos de respuestas posibles que permitan que haya varias soluciones al mismo problema o situación.
- d) Con incidencia en las experiencias de aprendizaje válidas y aceptables, y que recojan formas de trabajo individual y cooperativo.

Estos criterios e instrumentos de evaluación deberían ser explícitos y negociados porque, de esa forma, se convierten en orientadores del aprendizaje de los alumnos. Además, deben ser (Azcárate, 2006):

- Flexibles, es decir, que puedan ser modificados cuando se considere apropiado.
- Personalizados, es decir, que puedan adecuarse a cada individuo y grupo porque, en cada caso, existen diferentes necesidades e intereses.
- Equilibrados entre la cantidad y la calidad de información, priorizando la calidad en caso necesario.

En esencia, la evaluación debe tener en cuenta el discurso y las actividades del aula, las realizadas fuera de ella y el proceso global de aprendizaje. Este tipo de tareas formales o informales requiere métodos de análisis e interpretación que reflejen los criterios de evaluación del proceso y que se establezcan distintos niveles de consecución de cada uno de ellos (Ross, McDougall y Hogaboam-Gray, 2003). Si bien el examen o prueba tradicional puede ser útil dentro de un sistema de evaluación, se han de considerar otras formas de valoración con diferentes instrumentos como:

- Distintos tipos de exámenes como los que constan de preguntas de elección múltiple, preguntas cortas, resolución de ejercicios prácticos o de desarrollo, y que se pueden realizar utilizando libros o de forma oral.

- Instrumentos alternativos a las pruebas como observaciones, dossier o portafolios, diarios de clase, trabajos, mapas conceptuales, estudios de casos, resolución de problemas, autoevaluación, coevaluación o procesos de investigación.

De todos ellos, un instrumento que puede incluir una información significativa del proceso es el portafolios (Silver y Kenney, 1995). El término portafolios se ha utilizado en numerosas investigaciones con diferentes significados (De Lange, 1995). Entre sus múltiples definiciones consideramos, por la simplicidad y cantidad de información que aporta, la de Margalef (1997, p. 134): *“una colección de documentos que refleja la actuación y productos realizados por el estudiante durante su proceso de aprendizaje dentro y fuera de la escuela”*. En esencia, el portafolios puede contener una gran variedad de trabajos realizados por el alumno durante un periodo de tiempo y en una determinada área curricular, tanto en clase como fuera de ella, así como la explicación de las estrategias didácticas utilizadas. Los trabajos que se incluyen pueden reflejar habilidades, nivel de desarrollo y condiciones ambientales del hacer del alumno.

Desde esta perspectiva, el portafolios es una colección de trabajos realizados por el alumno que permite aportar evidencias sobre su conocimiento, habilidades, disposición y reflexión sobre su trabajo así como su evolución (De Lange, 1995). De esa forma sirve como motivación al estudiante, como ayuda para mejorar su aprendizaje y crear un hábito de revisión (Kelly y Lesh, 2000; Paulson, Paulson y Meyer, 1991; Tierney, Carter y Desai, 1991), además de que posibilita que el profesor mejore su instrucción (Bastidas, 1996). En definitiva, es una herramienta completa de evaluación que promueve el

aprendizaje reflexivo y que los alumnos adquieran experiencia en ideas matemáticas generales, vean las matemáticas como parte de la cultura y se involucren en experiencias matemáticas (Britton y Johannes, 2003; Lajoie, 1995; Farr Darling, 2001).

El portafolios se ha usado con éxito en enseñanzas artísticas y humanidades, y también se ha utilizado en matemáticas tanto de forma institucional, por ejemplo en los Estados de California y Vermont en USA (Silver y Kenney, 1995), como por iniciativas personales de profesorado (Kuh, 1994; Robinson, 1998). Lo más destacable de la evaluación utilizando el portafolios, algo que no es tan claro con otros métodos de evaluación, es que muestra el trabajo al final de un proceso pero también permite conocer el progreso del aprendizaje matemático del alumno, las responsabilidades que asume, cómo participa en el proceso de evaluación, sus actitudes, sus hábitos de independencia y reflexión, y sus habilidades tanto en resolución de problemas como en comunicación, razonamiento y análisis de los resultados. Además, mejora la comunicación ya que, al destacar el proceso de aprendizaje más que la calificación final, la información que se obtiene hace más comprensible la educación. Tiene otra característica de vital importancia y es que, como se ha indicado, es un instrumento que también permite la autoevaluación, lo que se considera clave en la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje. Stenhouse (1984) señaló que la capacidad de autoevaluarse no es una capacidad intuitiva ni espontánea sino que se ha de aprender y practicar. De esta forma la evaluación formativa se convierte en una evaluación formadora.

La aplicación de estrategias de evaluación, en este sentido, requiere un rotundo cambio en la concepción que, sobre el término evaluación, sigue estando presente en la mente de muchos profesores. Es decir, promueve un salto desde su consideración como una simple rendición de cuentas o comprobación de logros hacia un verdadero análisis de cómo se ha desarrollado el proceso de enseñanza-aprendizaje. De esa forma se debe preparar al futuro docente y facilitarle, desde su propio proceso de formación inicial, nuevas formas de evaluación que le permitan construir referentes prácticos. Puesto que no es posible proporcionar el bagaje de conocimientos necesario para afrontar las diversas situaciones y actividades de evaluación que se presenten en su futura labor profesional, las investigaciones realizadas en el campo del desarrollo profesional inciden en la necesidad de formar a los docentes para que sean críticos con su propia práctica y que consideren la reflexión como uno de los aspectos más importantes para su formación, ya que les permitirá mejorar su práctica, cuestionar la planificación y desarrollo de los diferentes elementos curriculares implicados, entre ellos, la evaluación como elemento determinante.

3.2. La evaluación en la formación de maestros de matemáticas

Como se ha indicado, las ideas sobre el aprendizaje y la enseñanza han evolucionado significativamente durante las últimas décadas (De Rijdt, Tiquet, Dochy y Devolder, 2006). Este cambio, en la mayoría de los casos, se ha dirigido hacia perspectivas coherentes con una visión constructivista del aprendizaje, vinculando el desarrollo de habilidades y estrategias en los alumnos con procesos activos,

autorregulados y colaborativos (Van der Shaaf, Stokking y Verloop, 2008). La integración de estas consideraciones en las aulas depende del nivel de aceptación y comprensión de los docentes.

Para ello, los programas de formación de profesores de matemáticas en Primaria deben involucrar a los estudiantes para maestro en una variedad de actividades que les permitan crear nuevos referentes e imágenes sobre, por ejemplo, cómo trabajar de forma colaborativa, preguntar y responder preguntas, comprometerse en discusiones sustanciales sobre aspectos de educación matemática y reflexionar sobre qué se está aprendiendo y sobre la naturaleza de las matemáticas. Parece necesario proponer proyectos y tareas abiertas para que los futuros docentes sean capaces de razonar críticamente, realizar actividades complejas y aplicar su conocimiento profesional a situaciones reales (Azcárate, 1999a).

Esto también implica que el sistema de evaluación que regula el proceso formativo no sea sometido a las limitaciones que se han descrito como técnicas, mecánicas o de evaluación tecnológica (Craig, 2003a), sino que se requieren nuevos métodos de análisis e interpretación que permitan construir un saber profesional personal y colectivo sobre el aprendizaje y sobre la evaluación (Silver y Kenney, 1995). Para conseguirlo, los programas de formación de docentes de matemáticas en Primaria deben utilizar una variada colección de instrumentos que permitan proporcionar evidencias significativas sobre el conocimiento profesional elaborado tales como observaciones, trabajos escritos, diálogos, entrevistas, diarios reflexivos, estudio de casos, exposiciones,

pruebas basadas en problemas o investigaciones (Darling-Hammond y Synder, 2000). En definitiva, instrumentos que permitan involucrar a los estudiantes para maestro en una amplia variedad de actividades de evaluación como trabajar de forma colaborativa, realizar y responder preguntas, comprometerse en discusiones sustanciales ya sea sobre educación matemática o sobre la forma en que está siendo enseñando y qué está aprendiendo, y expresarlo a través de diferentes instrumentos como los diarios reflexivos o proyectos de intervención.

Por otro lado, al proponer actividades de evaluación abiertas y complejas, es necesario disponer de métodos de análisis e interpretación adecuados y criterios explícitos de valoración de la información (Silver y Kenney, 1995). Modificar la forma de evaluación conlleva utilizar formas alternativas de valoración para lo que se ha de diseñar un sistema de evaluación que incluya no sólo nuevos instrumentos sino también criterios que permitan la valoración de esas actividades. Asimismo, para el registro de la información se pueden utilizar plantillas de valoración en las que se reflejen los criterios de evaluación y se establezcan distintos niveles de consecución para cada uno de ellos (Graue, 1995; Ross, McDougall y Hogaboam-Gray, 2003; Shepard, 1995; Silver y Kenney, 1995).

La autoevaluación tiene, además, propósitos sociales y motivacionales, y mejora el desarrollo del conocimiento al permitir la colaboración entre estudiante y formador (Shepard, 2001). De hecho, un indicador de la excelencia del progreso sería que los estudiantes para maestro pudieran evaluar su propio trabajo de la misma forma que lo hacen sus

formadores. Por ello, tienen que conocer claramente los criterios por los que van a ser evaluados. Entenderlos, ser capaces de aplicarlos al trabajo propio e, incluso, cambiar las reglas en determinados casos son aspectos importantes para la formación del docente. Esto permite satisfacer el sentido de justicia pero también, y más importante, ayuda a comprender la finalidad del conocimiento que deben elaborar, mejorar el aprendizaje y desarrollar el conocimiento metacognitivo necesario para monitorizar las propias estrategias.

Silver y Kenney (1995) presentaron una posible clasificación de los instrumentos que pueden ser integrados en los sistemas de evaluación e incluyeron ejemplos de experimentaciones e investigaciones que los caracterizan:

- a. *Evaluación dentro del discurso y las actividades del aula:* Algunas posibilidades para la evaluación del discurso entre formador y estudiante, y entre los mismos estudiantes son: observación (Vincent y Wilson, 1996); realización de preguntas constructivas del profesor basadas en aspectos como comprensión, relaciones, comunicación, entrevistas y autoevaluación (por ejemplo Schloemer, 1997; Shepard, 2001) y discurso escrito (por ejemplo mediante los diarios del estudiante, Stenmark, 1989). Tiene el inconveniente de que es probable que mucha de la información no se registre.
- b. *Evaluación de las actividades matemáticas ya sea en el aula o fuera de ella:* problemas abiertos, investigaciones, resolución de problemas, proyectos y trabajos relacionados con situaciones contextualizadas

(Stephens y Money, 1993; Chamoso y Rawson, 2001; Chamoso, Cáceres, Azcárate y Cardeñoso, 2007); mapas conceptuales para evaluar la comprensión conceptual, detectar errores y caracterizar el conocimiento previo de los estudiantes (Williams, 1998; Costamagna, 2001; Serradó, Cardeñoso y Azcárate, 2004).

- c. *Evaluación global del proceso de aprendizaje*: portafolios, cuya elaboración puede englobar muchas de las técnicas anteriores por lo que, por su importancia, se considerará en un apartado posterior.

En los contextos formativos es necesario respetar la idea de isomorfismo que se indicaba en el primer apartado. En este sentido, al igual que los demás elementos del proceso de formación, la evaluación debe ser coherente con los principios educativos que se intenta promover en los estudiantes para maestro. Uno de los resultados más significativos de Vacc y Bright (1994) en su trabajo con futuros docentes fue el importante efecto que tiene la coherencia y consistencia entre la forma de trabajar del formador y la filosofía que el contenido del programa intenta transmitir en el buen desarrollo del proceso de formación.

En línea con los principios relacionados con el desarrollo profesional y la naturaleza de la educación matemática que debe promover un proceso formativo expuestos en el primer apartado, la finalidad del proceso debe estar orientada hacia un objetivo genérico: conseguir que los futuros maestros sean capaces de reflexionar en y sobre su práctica para descubrir, criticar y transformar los modelos, esquemas y creencias que subyacen a la misma y ser capaces

de diseñar, desarrollar y modificar, desde su propia interpretación, el currículum prescriptivo en los diferentes contextos y niveles. Este objetivo, planteado de esta forma, ha de permitir la mejora de las prácticas educativas a los futuros docentes y a los propios formadores. Potenciar la reflexión en los periodos de formación inicial en los futuros profesores de Primaria ha de considerarse como una estrategia de formación que invite a la investigación en la acción. La reflexión ha de permitir al docente elaborar su marco de referencia que guíe sus prácticas en los primeros años de actuación.

La evaluación es el elemento curricular por excelencia para promover dicha reflexión a lo largo de todo el proceso formativo, para lo cual se deben configurar instrumentos de trabajo que fomenten la reflexión sobre el contenido y sobre el propio proceso realizado. De esta forma no se evalúa exclusivamente al futuro maestro y su competencia curricular, sino también los procesos y situaciones de enseñanza-aprendizaje, así como la interacción del futuro docente con esta situación. En este sentido, la información permite al formador valorar las necesidades de formación de los futuros profesores de Primaria y, en lugar de generar prácticas profesionales que respondan a criterios técnicos alejados de la realidad de los estudiantes, debe intentar coordinar la información obtenida para desarrollar programas formativos adaptados al grupo. Estos planteamientos sugieren la necesidad de que la evaluación contemple la complejidad de los contextos de los estudiantes y su influencia en la construcción de su conocimiento profesional, y en los que adquiere importancia la propia percepción del sujeto, las características de las distintas personas que interactúan con él,

así como la influencia que ejercen en el desarrollo del proceso (Verdugo, 1991).

Para poder llevar a cabo un sistema de evaluación de estas características, un instrumento especialmente útil es el portafolios ya que permite analizar la evolución en las concepciones de los estudiantes para maestro sobre el significado del conocimiento profesional, detectar el marco teórico que se configura y cómo lo aplican durante el proceso formativo.

3.3. El portafolios en la formación de maestros de matemáticas

En la literatura se han identificado varios tipos de portafolios de enseñanza en función de su finalidad, de lo que se incluye en él, de la naturaleza y la calidad de las interacciones sociales que los estudiantes para docente experimentan durante el proceso de su construcción o de lo que ocurre con el portafolios una vez que se completado (más detalle, Zeichner y Wray, 2001). Por lo general, los investigadores distinguen entre portafolios de aprendizaje, portafolios de evaluación y portafolios para el empleo. El portafolio de aprendizaje, utilizado habitualmente en programas de formación inicial de docentes, se define generalmente como una colección personalizada de trabajos para promover la reflexión, que tiene el propósito de involucrar a los maestros en formación en la investigación sobre su enseñanza y la documentación de su desarrollo (Craig, 2003b; Dinham y Scott, 2003; Xu, 2003; Zeichner y Wray, 2001).

Al igual que el portafolios del alumno, en el contexto de los procesos formativos entendemos por portafolios de aprendizaje el conjunto de trabajos realizados por cada estudiante que, por su naturaleza, se consideran significativos para aportar evidencias sobre el conocimiento elaborado, habilidades, estrategias, razonamientos, disposición y reflexión sobre su trabajo, así como su evolución (Cáceres, Chamoso y Azcárate, 2009). Lo más destacable de la evaluación al utilizar el portafolios de aprendizaje es que muestra el trabajo al final de un proceso pero también permite conocer el progreso del aprendizaje del estudiante, las responsabilidades que asume, cómo participa en el proceso de diagnóstico y evaluación, sus actitudes, sus hábitos de independencia y reflexión, y sus habilidades tanto en resolución de problemas profesionales como en comunicación, razonamiento y análisis. En definitiva, es una herramienta completa de evaluación que promueve el aprendizaje reflexivo (Asturias, 1994; Azcárate, 2004; Martinello y Cook, 2000; Silver y Kenney, 1995).

El objetivo de esa recopilación debe ser claro y compartido, de manera que los estudiantes para maestro estén informados desde el primer momento de qué se pretende con la elaboración del portafolios de aprendizaje, cuáles son los objetivos, los apartados que lo constituirán, qué debe contener cada uno de ellos, cómo se valorarán y con qué criterios. Es aconsejable que todo ello se acuerde entre formador y estudiantes mediante un diálogo consensuado, pues conocer la forma de valoración favorece, por ejemplo, la autoevaluación, la reflexión y la autocorrección.

Los trabajos que se incluyan en el portafolios de aprendizaje dependerán del propósito acordado, del uso que se le vaya a dar, de los objetivos específicos de la propia evaluación y del resto de instrumentos de evaluación que se utilicen en el aula de formación. Si la intención es la documentación de la evolución y el progreso profesional del estudiante a lo largo del proceso formativo, se deben incluir, por ejemplo, proyectos de intervención iniciales y finales, o resolución de problemas profesionales relacionados con la educación matemática que puedan mostrar la evolución de los conceptos o procedimientos aplicados a lo largo del proceso. En algunas experiencias también se valora el tiempo dedicado, si el trabajo ha sido individual o grupal, y las reflexiones realizadas por el estudiante como instrumento de autoevaluación (Asturias, 1994; Barberá, 1997; Crowley, 1993; Kuhs, 1994).

Hay muchos tipos de actividades y trabajos que se pueden incluir en un portafolios de aprendizaje cuando se trabaja con futuros profesores de matemáticas, tanto realizados en el aula o fuera de ella. Algunos ejemplos serían: autobiografías sobre experiencias profesionales, descripciones escritas de resultados de investigaciones realizadas de manera individual o en grupo, análisis de situaciones problemáticas e investigaciones, procesos de resolución de problemas, soluciones diversas de problemas que supongan retos, informes con las mejores ideas matemáticas obtenidas en investigaciones, respuestas a preguntas abiertas o cerradas, problemas propuestos por el estudiante, ejemplos de trabajos realizados con ordenador o a partir de vídeos (Crowley, 1993; Silver y Kenney, 1995; Stenmark, 1989).

Los programas de formación que usan portafolios suelen serlo de formación inicial y lo hacen con la intención de incrementar la reflexión y proveer de un material escrito sobre el proceso de desarrollo del docente (Doolittle, 1994, Lee, 2005) que puede incluir una visión general de cómo se perciben los incidentes críticos, la capacidad de reflexionar sobre el propio papel en un conflicto, la voluntad de aceptar sus propios errores y la consideración de los errores como oportunidades de aprendizaje. Aunque se ha creado una gran expectativa sobre su uso, los estudios realizados sobre la eficacia del instrumento han sido escasos (Imhof y Picard, 2009). Todavía se necesita aprender más sobre la naturaleza y calidad de las reflexiones que emergen bajo las condiciones que impone el uso del portafolios de aprendizaje en los procesos formativos (Zeichner y Wray, 2001).

Para valorar el portafolios, en función de los criterios, es necesario establecer niveles de desarrollo de los diferentes aspectos sobre los que se ha decidido focalizar el proceso formativo. Un ejemplo que diversos autores siguen es el del Vermont Department of Education de 1991. Consta de seis categorías que se puntúan, dependiendo de la frecuencia con la que se dan las fuentes de evidencia, desde 0 cuando no hay evidencia o es pobre, hasta 3 cuando ocurre siempre y se usa de forma precisa (Wilson, 1995):

- 1) Comprensión de la tarea (explicación, razonamiento del procedimiento y correcciones que permitan inferir la comprensión).
- 2) Calidad de los planteamientos y procedimientos (demostraciones, descripciones, proyectos y borradores de trabajos).

- 3) Toma de decisiones en un momento concreto (cambios en planteamientos, explicaciones orales o escritas y comprobaciones).
- 4) Resultados de las actividades (soluciones, aproximaciones, observaciones, conexiones, aplicaciones, síntesis, generalizaciones y abstracciones).
- 5) Utilización del lenguaje propio de la educación matemática (terminología).
- 6) Claridad en las presentaciones (grabaciones de audio o vídeo, transcripciones, trabajos escritos, entrevistas y observaciones con el profesor, comentarios del diario y autoevaluación).

La aplicación de estrategias de evaluación como la presentada requiere por parte del docente una concepción del término evaluación en el sentido de análisis sobre la forma en que se ha desarrollado el proceso de enseñanza-aprendizaje más que como rendición de cuentas y comprobación de logros. El portafolios de aprendizaje hace hincapié en las formas y finalidades con que se utiliza en el proceso formativo.

3.3.1. Cómo usar el portafolios en los procesos formativos

El portafolios como instrumento de evaluación cada vez se impone más en las aulas de formación, pero hay poca información sobre las formas en las que está siendo utilizado. En un proceso formativo, no debe estar constituido por una recopilación de material en sí mismo, sino por un conjunto de material trabajado que debe aportar información sobre, por

ejemplo, dificultades en la construcción de los referentes teóricos de índole profesional y las diferentes tendencias educativas que surgen en el aula o su evolución. De esta forma, el formador puede planificar su intervención en función de las necesidades de formación de cada uno de los futuros profesores. Para el futuro maestro el contenido del portafolios de aprendizaje se configura como una única actividad de reflexión sobre la educación matemática y el significado de cada uno de los elementos ha de ser coherente con los anteriores. Intentar establecer esta coherencia es lo que permite al futuro docente evolucionar en su saber profesional y elaborar nuevos referentes.

En la puesta en práctica de esta modalidad de evaluación es importante, tal y como manifiestan los autores que hacen referencia a la misma, que tanto el estudiante para maestro como el formador seleccionen los trabajos que se incluirán en el portafolios de aprendizaje, reflexionando sobre qué criterios han seguido para seleccionar y evaluar los mismos. Farr (1994) indicó que elegir y preparar un portafolios de aprendizaje es una forma de involucrar al futuro docente en el análisis del contenido del trabajo. De esta manera, al implicarlo en la reflexión y toma de decisiones sobre el contenido del aprendizaje, permite que tome conciencia del progreso que ha realizado. El objetivo es potenciar la autoevaluación.

El principal beneficio del uso del porfolios es su capacidad de contextualizar la formación y la consideración de las historias personales de los docentes, además de que (Tellez, 1996):

- Permite obtener información directa sobre el aprendizaje de los futuros maestros con relación a los contenidos curriculares y sobre la evolución de sus reflexiones y conocimientos.
- Promueve el diálogo entre formadores y futuros maestros permitiendo a ambos la toma de conciencia del proceso realizado.
- Permite a formadores y futuros maestros disponer de todo el proceso de aprendizaje y no sólo del producto final.
- Enriquece el proceso evaluador en el sentido de que todas las actividades de autoaprendizaje que se realizan son objeto del mismo, eliminando el riesgo de valoraciones simples.

El portafolios puede y debe incluir actividades variadas como las ya señaladas. Por ello, es un método potencialmente válido en los programas de formación de docentes que intentan promover la construcción de un saber profesional desde la propia experiencia del estudiante para profesor y la comprensión del proceso de enseñanza y aprendizaje desarrollado en las aulas de formación (Wade y Yarbrough, 1996). Actualmente, cuatro aspectos parecen definir el contexto para un uso adecuado del portafolios de aprendizaje (Imhof y Picard, 2009):

- Las teorías constructivistas del aprendizaje autorregulado que describen el aprendizaje como una serie de ciclos desde la planificación hasta la evaluación del progreso en el tiempo y a través de diferentes entornos de aprendizaje.

- Reconocimiento de aprendizaje individualizado en un contexto de auto-reflexión y auto-regulación.
- La competencia y la orientación de la formación docente.
- La documentación y la reflexión continua sobre la experiencia profesional.

En los últimos años, el uso de los portafolios se ha convertido en lugar común en la formación docente con diferentes finalidades (Farr Darling, 2001; Van Tartwijk, Van Rijswijk, Tuithof y Driessen, 2008; Zeichner y Wray, 2001). Por ejemplo, para estimular a los futuros docentes en la reflexión sobre temas específicos en su contexto (Mansvelder-Longayroux, Beijaard y Verloop, 2007) o para documentar el aprendizaje y la evolución en un proyecto específico (Wade y Yarbrough, 1996). De acuerdo con Dinham y Scott (2003), consideramos el portafolios de aprendizaje como esencialmente formativo, con capacidad de alteración debido al aumento de la experiencia y del desarrollo de la comprensión. Xu (2003) recomendó extender el uso de los portafolios durante el periodo de formación inicial para promover el desarrollo profesional, dado el valor de la utilización de este instrumento como mecanismo para promover la reflexión y el aprendizaje profesional.

Finalmente, desde todas las consideraciones expuestas en este marco teórico, el uso de portafolios de aprendizaje en el proceso formativo se enmarca a partir de la consideración de algunas nociones fundamentales generalmente aceptadas como:

- Está fuertemente focalizado en el proceso de reflexión que los estudiantes para ser profesores de Primaria tienen que realizar (De Rijdt, Tiquet, Dochy y Devolder, 2006).
- Incide en el cultivo de dos hábitos intelectuales importantes: la visión de la enseñanza como un proceso de investigación en curso y la colaboración como un camino valioso para llegar a saber enseñar (Grant y Huebner, 1998).
- Promueve que los estudiantes para maestro tengan que tomar decisiones importantes acerca de cuáles son las ideas que se deben incluir y cuáles se deben omitir, y comunicar sus razones (Loughran y Corrigan, 1995).
- Promueve un verdadero ‘trabajo de los estudiantes’ que las pruebas objetivas no puede revelar, vislumbrando todo el potencial de crecimiento del futuro docente (Wade y Yarbrough, 1996).
- Sirve a los propósitos tanto del formador como del estudiante (Wade y Yarbrough, 1996).
- La reflexión no es una actividad en un momento determinado en el tiempo sino un proceso que necesita ser realizado durante un período de tiempo determinado (Meyer y Tusin, 1999).

Uno de los problemas que se detectan actualmente es la explicitación de los criterios para determinar la calidad de la documentación recogida en los portafolios de aprendizaje debido a la fuerte dependencia en el proceso de evaluación

del contexto y las circunstancias en las que se elabora dicho portafolios (Tillema y Smith, 2007). De hecho, los lectores que participan en las evaluaciones de los portafolios frecuentemente limitan su lectura e interpretación a reconocer características superficiales de los resultados y tienen grandes dificultades para dar argumentos que justifiquen sus valoraciones (Delandshere y Arens, 2003). Esto hace que, a veces, exista poca transparencia de cara a los estudiantes para poder determinar qué se requiere realmente de ellos. Algunos investigadores consideran que la valoración de la información recogida en los portafolios de aprendizaje debe centrarse en la calidad de las reflexiones reflejadas y en los textos elaborados de forma individual (por ejemplo Ward y McCotter, 2004).

La comprensión de los criterios de valoración de los portafolios es un tema de considerable debate (Shepard, 2000). La práctica efectiva de la valoración y clasificación de los productos recogidos en un portafolios puede realizarse de muchas formas y a través de una diversidad de métodos (Tillema y Smith, 2007). Una de las posibilidades es la utilizada por el Departamento de Educación de Vermont que se ha explicado.

Un programa de formación de maestros no es sólo el comienzo del desarrollo profesional, sino que representa la base para ese futuro desarrollo y el empleo adecuado del portafolios puede ayudar a que sea así (Farr Darling, 2001). De hecho, históricamente, los portafolios de aprendizaje han sido considerados ejemplos de buena práctica que pueden reflejar lo que los estudiantes entienden como una buena enseñanza y cómo ellos aprenden (Wray, 2007). Se consideran como una forma de mejorar la autenticidad de la evaluación

del futuro docente y como una herramienta útil para el aprendizaje de los conocimientos y competencias profesionales (Shulman, 1998; Wade y Yarbrough, 1996).

El mismo portafolios puede ser utilizado, en función del propósito, para realizar una evaluación formativa del aprendizaje profesional durante el proceso formativo, una evaluación sumativa del aprendizaje obtenido al final del mismo (Tillema y Smith, 2007). Nuestra investigación se va a centrar en el primer aspecto.

Este trabajo se contextualiza en una propuesta de innovación que pretendía integrar un proceso de enseñanza-aprendizaje con uno de evaluación que incluyó la elaboración de un portafolios de aprendizaje. Se intentó investigar la naturaleza de las reflexiones que emergen a partir de la elaboración de un portafolios de aprendizaje, donde la idea de ‘reflexión’ fue desarrollada a través de un camino específico relacionado con las consideraciones que cada estudiante para profesor realizó al modificar un trabajo propio en función de la formación obtenida en el aula universitaria. La reconsideración del propio trabajo es uno de los aspectos fundamentales en los que se basa el portafolios de aprendizaje según se ha explicado (Campbell, Melenyzer, Nettles y Wyman, 1999; Hartmann, 2004). Pero, si bien se ha escrito mucho sobre la importancia de la práctica reflexiva, ha sido escasa la atención prestada al proceso reflexivo que los futuros docentes experimentan durante la realización de un portafolios de aprendizaje (Tillema, 1998).

PARTE II:
PROCESO DE
INVESTIGACIÓN

PARTE II: PROCESO DE INVESTIGACIÓN

Introducción

Capítulo II: Contexto de la Investigación

Capítulo III: Metodología de la
Investigación

Introducción

Una vez presentados los fundamentos teóricos en los que se enmarca el estudio, en esta parte se describe el contexto en el que se llevó a cabo y el esquema metodológico de investigación.

Esta investigación se contextualiza en una propuesta para la formación inicial de profesores de matemáticas de Primaria y pretende construir una herramienta para valorar el pensamiento reflexivo que los estudiantes para maestro expresan en los diarios escritos que incluyen en su portafolio de aprendizaje, así como construir herramientas para valorar otras capacidades utilizando criterios comunes a todas ellas. Además, pretende valorar las reflexiones que los estudiantes para maestro de matemáticas hacen sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje desarrollado en las aulas de formación en el sentido de profundidad y referente al contenido considerado, así como las revisiones que realizan del propio trabajo realizado.

En el marco del EEES se pretende que el estudiante universitario sea activo, desarrolle distintas capacidades de aprendizaje y adquiera el conocimiento por sí mismo. Desde esa perspectiva, como formadores de maestros, diseñamos y desarrollamos un proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula de la asignatura Matemáticas y su Didáctica II, de la diplomatura de maestro de Primaria, que integraba un sistema de evaluación con técnicas alternativas de valoración que permitieran obtener información sobre el proceso de aprendizaje del estudiante y sus actitudes hacia la formación

como docente de matemáticas. El objetivo de este proceso era desarrollar capacidades relacionadas con las competencias específicas para la formación de profesores de matemáticas en Primaria, en especial, una de gran relevancia: la reflexión.

En la actualidad, la reflexión sobre la práctica docente es una capacidad inherente al conocimiento profesional, entendido éste como el conjunto de saberes y destrezas profesionales que el profesor posee y en el que se apoya para tomar decisiones docentes y realizar nuevos planteamientos. Por tanto, es una capacidad que se debe desarrollar para la formación de maestros de matemáticas en Primaria. Si bien se puede encontrar variada literatura sobre investigaciones con profesores en activo o mientras realizan sus prácticas de enseñanza en los colegios de Primaria, es escasa la investigación sobre las reflexiones que realizan los estudiantes para maestro sobre su formación en aulas universitarias antes de que se enfrenten a la realidad del aula. Además, como ya se ha explicado, en la revisión de la literatura se constata que existe poca evidencia de investigación que muestre la calidad específica de la reflexión que surge bajo diferentes condiciones, por lo que se considera que es necesario crear instrumentos de valoración para caracterizar el pensamiento reflexivo en que opera cada estudiante. Los intentos en este sentido han seguido diferentes esquemas de análisis dependiendo de la naturaleza de la investigación.

A continuación, se describe el contexto de la investigación donde se presentan los participantes, el esquema metodológico del desarrollo del proceso formativo, indicando los objetivos de la experiencia, la forma de enseñanza y el sistema de evaluación que utilizó un portafolios de aprendizaje. Posteriormente, se presentan los objetivos y

principios desde los que se desarrolla la investigación, la muestra de estudio, las fases que tuvieron lugar durante el proceso investigativo, los diferentes instrumentos de recogida y análisis de los datos para cada uno de los estudios realizados y, finalmente, cómo se valoraron los resultados.

Capítulo II:

CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN

1. Participantes
2. Características del proceso formativo
 - 2.1. Finalidades, objetivos y contenidos del proceso
 - 2.2. Desarrollo metodológico de la experiencia de formación
3. Desarrollo de la disciplina
4. Sistema de evaluación

1. Participantes

La experimentación fue realizada en un aula de formación de maestros de Primaria en el contexto institucional universitario, durante los cursos 2006-07 y 2007-08. Los grupos fueron establecidos según la organización del centro.

Los alumnos matriculados en el curso 2006-07 fueron 39 y en el curso 2007-08 fueron 37. En ningún caso estos estudiantes para maestro tenían experiencia previa en la utilización de portafolios de aprendizaje. El proceso formativo que configuró la experiencia estudiada fue desarrollado por el profesor habitual de la asignatura que, en el curso 2006-07, llevaba 20 años de ejercicio en la profesión.

2. Características del proceso formativo

Como se ha indicado la investigación se enmarca en un proceso formativo que se realizó durante los cursos 2006-07 y 2007-08, en 2º curso de la Diplomatura de Maestro de Primaria, en la Facultad de Educación de la Universidad de Salamanca, en la asignatura Matemáticas y su Didáctica II. Esta es una asignatura troncal de 4.5 créditos que se imparte durante un cuatrimestre y es la última disciplina relacionada con matemáticas que cursan los estudiantes para maestro de Primaria hasta que se termina la enseñanza reglada universitaria.

Los estudiantes que la cursaban ya habían estudiado otra asignatura anual de 9 créditos relacionada con

matemáticas, en 1^{er} curso, impartida por el mismo profesor. En ese momento, el curriculum para formar maestros de Primaria en la Universidad de Salamanca se desarrollaba en tres años y, durante los dos últimos cursos, se incluían unos dos meses de practicum en centros de enseñanza Primaria. Cuando la experiencia se llevó a cabo, los estudiantes para maestro todavía no habían empezado a desarrollar el practicum.

2.1. Finalidades, objetivos y contenidos del proceso

Se consideró que, para la formación inicial de futuros docentes de matemáticas de Primaria, además de un conocimiento teórico (saber), era necesario poseer destrezas suficientes para impartir los contenidos (saber hacer), lo que se organizó en términos de competencias desde dos puntos de vista y, a su vez, cada una de ellas clasificada en dos subaspectos diferentes (Cáceres, Chamoso y Azcárate, 2010):

1. *Competencias matemáticas*:
 - a) *de conocimiento*, entendidas como aquellos conceptos, propiedades y actividades matemáticas adecuadas para el nivel de Primaria,
 - b) *de profundización en el conocimiento*, entendidas, por ejemplo, como la capacidad de experimentar un contenido matemático, realizar actividades abiertas o establecer relaciones con otros contenidos o áreas.
2. *Competencias profesionales* para enseñar matemáticas en Primaria:

- a) *de conocimiento*, entendidas como lo que la educación matemática aporta para facilitar la enseñanza y aprendizaje como, por ejemplo, materiales y recursos, peculiaridades de los estudiantes de Primaria cuando se enfrentan al aprendizaje o aspectos metodológicos,
- b) *de profundización en el conocimiento*, entendidas como la capacidad de aplicar el conocimiento a la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos en Primaria como, por ejemplo, el diseño de la aplicación de un determinado conocimiento en el aula de Primaria; la reflexión sobre las acciones propias o las de los demás, y sobre otros elementos que caracterizan una situación educativa; o el diseño de actividades creativas para Primaria.

Con este planteamiento se diseñaron y desarrollaron las sesiones en el aula de formación. El diseño se adecuó a los objetivos y contenidos de la asignatura.

Los objetivos fueron:

- Recordar los conocimientos relacionados con medida y geometría a nivel de enseñanza Primaria.
- Dar diferentes visiones de los contenidos anteriores y profundizar en los mismos desde el punto de vista del aprendizaje.
- Reflexionar sobre la forma de trabajar esos contenidos en un aula de Primaria.

- Mostrar la importancia de la utilización de materiales y de otros recursos para el aprendizaje de las matemáticas.
- Trabajar en problemas abiertos que permitan crear hábitos de persistencia de búsqueda de soluciones, las peculiaridades de trabajar en grupo, la confianza en el propio trabajo y la importancia de la creatividad.

Durante el proceso formativo se trabajaron contenidos relacionados con geometría plana y espacial y medida, considerados desde el punto de vista de su docencia en la enseñanza Primaria. Concretamente:

1. La medida y sistemas de medida. Didáctica de la medida.
2. Proporcionalidad y su didáctica.
3. Elementos de geometría plana y espacial y su didáctica.
4. Transformaciones geométricas planas y espaciales y su didáctica.
5. Áreas y volúmenes de formas planas y espaciales y su didáctica.
6. Materiales para la enseñanza de la medida y la geometría.

2.2. Desarrollo metodológico de la experiencia de formación

En las sesiones, fundamentalmente, se trató de desarrollar aplicaciones prácticas de los conocimientos matemáticos a partir de juegos, materiales y recursos para aplicar en el aula de Primaria. Se pretendió formar un soporte intuitivo a la vez que observar, manipular, dibujar, representar, clasificar, razonar, abstraer, relacionar, crear, relacionar con el medio y con la vida diaria, y desarrollar la intuición espacial. Todo ello se hizo de forma diversa según se iban recorriendo los distintos contenidos de programa, pero siempre buscando la participación activa de los estudiantes, tanto en el aula como fuera de ella, y tanto de forma individual como en grupo: por ejemplo, mediante presentaciones del profesor, sesiones de laboratorio, lectura de artículos o capítulos de libro y problemas abiertos. En el trabajo individual se promovió el estudio, la reflexión y la presentación de ideas y estrategias utilizadas en las actividades que se desarrollaron. En el trabajo en grupo se fomentó el análisis, la reflexión crítica y la discusión durante la realización de las actividades.

Las sesiones se centraron en el trabajo del estudiante para maestro donde se compaginaba el conocimiento y profundización de competencias matemáticas y profesionales con el desarrollo de propuestas de trabajo para el estudiante vinculadas a los cuatro subaspectos indicados anteriormente de dichas competencias. Una sesión habitual siempre utilizaba el tratamiento de un contenido matemático del programa y solía iniciarse con una presentación del profesor, trabajo en pequeños grupos basado en la adquisición de *Competencias*

matemáticas de Profundización en el conocimiento o en *Competencias Profesionales de Conocimiento* y, finalmente, una puesta en común final cuyo principal objetivo era reflexionar sobre el trabajo efectuado y, referido al mismo, profundizar en aspectos relacionados con *Competencias Profesionales de Profundización en el conocimiento*. En resumen, el principal objetivo de las sesiones era conseguir que los estudiantes para maestro alcanzaran *Competencias Profesionales de Profundización en el conocimiento* en algún sentido; es decir, pensarán como profesores de matemáticas a nivel de Primaria para lo cual necesitaban, además de poseer el *Conocimiento Matemático*, utilizar la *Profundización en el conocimiento Matemático* y mostrar el *Conocimiento Profesional*.

En este sentido, las propuestas de trabajo para los estudiantes se vincularon a esos cuatro subaspectos y, en función del número de ellos que involucraron, se denominaron:

- *Ejercicios*, un único subaspecto, por ejemplo, el ejercicio 2 fue “Construye la recta de Euler utilizando solamente un trozo de papel”,
- *Actividades*, más de un subaspecto, por ejemplo, la actividad 5 tenía el objetivo de identificar cómo cada estudiante para maestro relacionaba y aplicaba su comprensión de ejemplos de matemáticas extraídas de otros contextos culturales o de su propia experiencia. Para ello se desarrolló una sesión de aula con el fin de utilizar prácticas matemáticas para analizar la actitud intercultural de los futuros docentes y donde se utilizaron ejemplos reales de diferencias interculturales relacionadas con

geometría, aritmética y resolución de problemas, ver Planas, Chamoso y Rodríguez, (2007). Posteriormente, los estudiantes tuvieron dos semanas para escribir su propia definición de actitud intercultural y buscar ejemplos de diferencias culturales relacionadas con matemáticas que cumplieran esa definición. Las actividades realizadas por los estudiantes se presentaron posteriormente para su discusión en parte de una sesión usual de aula, y

- *Proyectos*, los cuatro subaspectos, por ejemplo, el proyecto 1 consistía en el desarrollo de un contenido matemático a nivel de Primaria. Se detalla posteriormente.

En total se realizaron seis ejercicios, ocho actividades y cuatro proyectos. Para todos ellos existía posibilidad de revisión y mejora. Algunas propuestas de trabajo se desarrollaron en pequeños grupos, pero cada estudiante tenía que realizar la presentación final, individualmente, en su portafolio. Algunas se podían completar fuera del aula y otras se desarrollaron exclusivamente fuera de ella. El profesor actuó como mediador e informó a los alumnos, por ejemplo, sobre objetivos de enseñanza y aprendizaje, metodología, criterios y formas de valoración, y revisión de los trabajos. Además, orientó a los estudiantes en el desarrollo de las diferentes actividades realizadas. Todo ello se presentó al inicio del curso y se acordó previamente entre alumnos y profesor.

Como apoyo para realizar la experiencia se contó, durante el curso 2007-08, con la plataforma virtual Studium

de la Universidad de Salamanca, basada en Moodle, con tres objetivos fundamentales: proporcionar información previa del objetivo, desarrollo y documentación de cada sesión y de otros aspectos del desarrollo general del curso; gestionar la recogida del trabajo de los estudiantes para maestro, aunque también se podía entregar presencialmente, y ampliar las posibilidades de comunicación entre los estudiantes y de éstos con el profesor.

3. Desarrollo de la disciplina

Se consideró que el futuro maestro debía conocer los contenidos de la materia que iba a impartir y posibles formas de hacerlo, estar capacitado para reflexionar sobre su futura práctica docente y para diseñar o adaptar recursos según las necesidades y características de las personas con las que trabajaría en el futuro, por lo que el objetivo del curso consideró cuatro aspectos fundamentales: matemático, metodológico, reflexión y creatividad.

Referido a conocimiento matemático, tanto en aspectos teóricos como actividades prácticas, se consideraba que los estudiantes para maestro, al llegar a la Universidad, debían poseer el dominio suficiente de los mismos aunque no la forma de llevarlos a la práctica. A pesar de que habían cursado diferentes disciplinas teóricas relacionadas con Didáctica General, Psicología aplicada a la Educación y Didácticas Específicas, se suponía que era uno de los aspectos en el que presentaban más carencias. Por ello, al inicio del curso, se desarrollaron seis sesiones de dos horas (27% del curso), cada una con objetivos diferentes, donde se trabajó algún contenido matemático relacionado con el programa

haciendo especial hincapié en aspectos metodológicos como el trabajo en grupo, la importancia de situarse en la manera de pensar del alumno cuando se enfrenta a una actividad, la búsqueda de lo importante en el aula, los objetivos de la evaluación, materiales para el aula, mapas conceptuales, el diálogo en el aula y rutas matemáticas (más detalle, por ejemplo, Chamoso 2000; 2003; 2004; Chamoso, Durán, García, Martín y Rodríguez, 2004; Chamoso y Rawson, 2001; 2004; Chamoso, Fernández y Reyes, 2009). Al finalizar cada una de estas sesiones se discutió sobre el objetivo del trabajo realizado y sobre lo aprendido. A continuación se detallan algunas de las sesiones que se llevaron a cabo:

- a) Trabajo en grupos. El objetivo que se pretendía era descubrir las ventajas y posibilidades del trabajo en grupo y, de forma indirecta, reconocer la necesidad de estar alerta ante el contexto cercano ya que puede proporcionar elementos valiosos para la enseñanza como revistas, libros, manuales, materiales, imágenes e incluso los mismos compañeros. Se realizó de la siguiente manera.

Al finalizar la sesión anterior se dividió la clase en grupos de forma que hubiese tantos miembros en cada uno de ellos como grupos hubiera (es decir, 3 grupos de 3 miembros, 4 de 4, 5 de 5, o acaso 6 de 6). Si ello no se pudiera conseguir, después de formar grupos completos, los estudiantes sobrantes se añadirían a cada uno de los grupos sucesivos respectivamente. Se habían seleccionado artículos de revistas de matemáticas relacionados con geometría y medida, cuidadosamente elegidos para que fuesen

prácticos, sencillos, atractivos y que ofrecieran posibilidad de diálogo y discusión. Para ello se entregó material para que se trabajase fuera del aula, el mismo para cada miembro de un mismo grupo pero diferente del de los demás grupos.

Ya en la sesión de aula, en cada grupo se discutió el artículo y se extrajo, de forma conjunta, qué se podía conseguir de lo que habían leído y discutido, como: las ideas positivas y negativas que sugería, las posibilidades de aplicación al aula o de investigación, o la relación con otras situaciones conocidas. Después se presentaron las conclusiones a los demás miembros de la clase de la forma siguiente: se separaron los grupos y se formaron otros nuevos, contando cada uno de éstos con un miembro de cada uno de los anteriores. En cada nuevo grupo cada uno explicó su artículo a los demás miembros, aportando toda la información posible y respondiendo a las preguntas que se plantearon. Con posterioridad, se volvieron a formar los grupos iniciales y se discutieron todos los artículos de nuevo con el fin de corroborar la información, descubrir deficiencias y nuevas posibilidades en cada caso.

Para finalizar, se discutió la bondad y dificultades del trabajo en grupo y se consideraron las posibilidades de utilización en un aula de Primaria (por ejemplo, se comentó cómo, si una persona “no hace los deberes” por la razón que sea, hay unas cuantas personas que se quedan sin conocer su parte, con lo que se descubre que del trabajo de cada uno dependen

personas, y el hecho de que uno se esconda o falle tiene consecuencias para otros).

- b) La búsqueda de lo importante en el aula de matemáticas. Se trató de trabajar con los estudiantes de forma similar a como se podría hacer con los alumnos de Primaria. De esa forma se intentó conseguir que se situaran en la posición de éstos, en su manera de pensar cuando se enfrentaban a una actividad. Por ello, inicialmente, se les pidió que resolvieran un problema, concretamente *la diagonal del rectángulo*. Una vez terminado se discutió la posibilidad de que fuese realizado por estudiantes de Primaria. Posteriormente, se puso un vídeo que mostraba cómo estudiantes de 10-11 años lo habían resuelto. Se estudiaron las transcripciones de la actuación y se señalaron indicadores que mostraban el progreso de los estudiantes en la resolución. Se estudiaron otras circunstancias de esa enseñanza con la finalidad de establecer diálogo, opiniones y discusión. Se explicó que lo importante no es qué, sino cómo hay que trabajarlo en el aula (más detalle, Chamoso y Rawson, 2001).
- c) Evaluación en matemáticas. Se eligieron varias respuestas a una actividad abierta propuesta a alumnos de primer curso de magisterio en años anteriores para que fueran evaluados por los estudiantes, en grupos (eran respuestas a la pregunta: *“Explica cómo apareció en el hombre la necesidad de contar, cómo lo hizo, cómo surgió el concepto de número y de cifra, el sistema posicional, sus cambios a lo largo de la historia.*

Estructura, peculiaridades y dificultades del conjunto de los naturales. Explica cómo tú los presentarías a un estudiante de Primaria. Detalla materiales que emplearías y ejemplos concretos”. Para ello, con el fin de poder determinar qué estaba bien o mal desde su punto de vista, cada grupo debía establecer criterios de evaluación propios que tenía que defender posteriormente, de forma que, a partir de todo ello y ante la esperada diferencia de calificación, criterios y puntos de vista entre unos grupos y otros, se desarrolló un debate sobre las causas, así como la posibilidad de organizar directrices comunes pensando en su aplicación en el aula de Primaria.

El objetivo era establecer criterios para decidir cuándo algo está bien o está mal, y hasta qué punto lo está. Y, sobre todo, concienciar sobre la necesidad de hacerlo. Surgió un enriquecedor debate y diálogo posterior en que se discutió, por ejemplo, si una respuesta debería estar objetivamente bien para todos; cómo se puntuaría a un alumno que respondiese una pregunta mal pero que recogiera lo que el profesor dijo que, por circunstancias o error, también lo explicó mal; cómo se evaluaría a un alumno que utilizara la memoria y “calcara” lo que escribió el profesor en la pizarra pero sin entenderlo, o si una respuesta se debía confeccionar según el criterio del estudiante o intentando agradar el pensamiento del profesor.

Después de esta preparación metodológica, el desarrollo de las demás sesiones se realizó en un triple sentido según los aspectos que se tuvieran en cuenta:

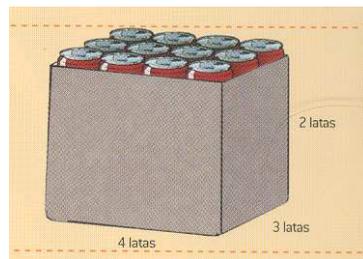
1. Conocimiento del contenido matemático y metodológico para la enseñanza de las matemáticas en Primaria (*Conocimiento*, 36% del curso), referido tanto a contenido teórico de matemáticas como a diferentes formas de enseñarlo en el aula. Como se consideraba que los estudiantes para maestro poseían el dominio suficiente del primero, aunque no del segundo, pareció importante que cada estudiante se centrara en un contenido determinado del programa para profundizar en el mismo, tanto desde el punto de vista matemático como del de su aplicación en la enseñanza Primaria. Esto se realizó en un doble sentido:
 - a) Conocimiento matemático y metodológico (18% del curso): Los estudiantes, de acuerdo con el docente, clasificaron los contenidos del programa de la disciplina de manera que se dividiesen entre todos ellos para que cada uno profundizara en uno de ellos. La capacidad de logro en un caso permitiría suponer sus posibilidades con cualquier otro. De esa forma se podrían recorrer los contenidos del programa si se tenía en cuenta el trabajo de todos los estudiantes. Todos podían acceder al trabajo del resto y recogerlo en su cuaderno. Eso también valoraba la importancia del trabajo en grupo. Así, cada estudiante consideró un contenido determinado que

permitiese, además de recordarlo, profundizar en él pensando en su tratamiento en Primaria teniendo en cuenta, por ejemplo, actividades, materiales adecuados o dificultades previstas. Para ello se disponía de documentación suficiente. Posteriormente, algunos estudiantes lo presentaron en el aula tanto para que los demás compañeros y el docente lo conociesen y aportasen su punto de vista respecto al mismo, como para experimentar, de forma directa, cómo se debería desarrollar la enseñanza de ese contenido. Referido a este aspecto, sus interlocutores serían futuros docentes en vez de estudiantes de Primaria, por lo que deberían adaptar su presentación a este hecho. Además, debían recoger su trabajo por escrito donde podrían añadir circunstancias que no se hubieran considerado por alguna razón como, por ejemplo, falta de tiempo, incorporar actividades o proponer adaptaciones al nivel de los alumnos a los que fuera dirigido. Los estudiantes habían realizado una actividad similar con el mismo docente durante el curso anterior. El profesor realizó la primera presentación que sirvió como instrumento de reflexión, crítica y discusión en sesiones posteriores.

- b) Actividades (18% del curso): La amplitud de contenidos del programa suponía una gran cantidad de actividades posibles pero, como no era posible realizar todas las existentes, se decidió trabajar las siguientes:

- El desarrollo de una selección de ellas referidas a los diversos contenidos del programa. Con la finalidad de que no se convirtiesen en actividades rutinarias, se plantearon de forma abierta y general con un nivel superior a las que se suelen proponer a los estudiantes de 6 a 12 años. Se realizaron en grupos durante una sesión de dos horas en el aula usual. El objetivo era discutir y descubrir la forma de trabajarlas.
- El desarrollo de una determinada actividad, de forma individual aunque en contacto con los demás miembros del aula, haciendo hincapié en el razonamiento de la resolución para conseguir la solución. En concreto, fue la siguiente: “En

una caja se almacenan 24 latas de 33 cl. de refresco como se ve en la figura. ¿Cuáles son las dimensiones de



la caja si la altura de la caja coincide con la de dos latas, el largo con el de 4 latas y el ancho con el de 3 latas? ¿Cuánto cartón se necesita para construirla? ¿Cuánto espacio libre queda entre las latas? Explícalo con detalle”. Una vez que los estudiantes entregaron la actividad, en otra sesión posterior se les entregó una plantilla de valoración, confeccionada por el profesor de la asignatura y la doctoranda, para que autoevaluasen su

trabajo. Posteriormente, se les pidió que hiciesen lo mismo con las resoluciones de otros dos estudiantes de la misma actividad con el objetivo de que reflexionasen y fueran críticos con lo que habían hecho.

- El desarrollo de, al menos, tres actividades que cada estudiante debía elegir libremente de una colección de problemas propuestos que se ajustaban a los contenidos del curso y que debían resolver haciendo hincapié en el proceso de resolución. Cada uno lo debía realizar fuera del aula y presentarlo en el plazo de dos semanas.

2. *Reflexión* (18% del curso): Los estudiantes para maestro no tenían formación ni experiencia previa en hacer reflexiones en el contexto de un programa de formación. Este aspecto se desarrolló tanto en sesiones formativas sobre la importancia de la reflexión como informativas para conocer formas de hacerlo, en dos sentidos:

- a) Reflexión conjunta en el aula de cada una de las 3 sesiones iniciales. Posteriormente, los estudiantes escribieron y entregaron sus reflexiones individualmente. Una vez revisadas por el profesor, fueron devueltas con puntualizaciones, usualmente en forma de preguntas al margen, con el objetivo de clarificar el objetivo que se perseguía al realizarlas.
- b) Sesiones de formación en los siguientes aspectos:

- Reflexión personal del profesor a las pocas semanas del comienzo del curso sobre el desarrollo de cada una de las sesiones que se habían realizado hasta ese momento, referidos a aspectos tales como los contenidos desarrollados, la participación de los estudiantes y profesor, las carencias presentadas y formas de mejorar. Su punto de vista se completó con la aportación de los estudiantes.
 - Formación sobre la importancia de la reflexión para los docentes y formas de hacerlo (Jay y Johnson, 2002).
 - Valoración final del desarrollo del curso realizada entre los estudiantes para maestro y el profesor.
3. *Creatividad* entendida como la capacidad de crear en situaciones no previstas (18% del curso):
- a) Problemas. Durante el curso anterior se habían desarrollado algunas sesiones de Resolución de Problemas por lo que, como ya se conocía esa forma de trabajo, se plantearon dos sesiones con los estudiantes, cada una con un problema diferente. Por ejemplo, uno fue el siguiente: *“Una persona debe llevar un mensaje a través del desierto. Para cruzar el mismo son necesarios 9 días. Una persona puede llevar comida solamente para 12 días. No hay alimento en el lugar donde debe dejar el mensaje. ¿Es posible que entre dos personas sean capaces de llevar el mensaje y volver sin*

que les falte comida? (Supón en un caso que no se puede enterrar o esconder comida y en otro que sí se puede)”. Los estudiantes lo trabajaron en el aula, aunque podían completarlo en casa y entregarlo una semana después. Después, en una sesión posterior, cada uno reflexionó sobre su trabajo.

- b) Actividad abierta. Se creó un cuento con un doble criterio, que realmente fuera una lectura adecuada y agradable para niños, similar a la que realizan normalmente, y que, de su desarrollo, fuera posible extraer actividades matemáticas. Se presentó en una sesión de dos horas de duración y los estudiantes buscaron actividades o conceptos relacionados con matemáticas que se podían extraer de su lectura. El objetivo era que pensarán en el cuento como un instrumento de enseñanza y estudiaran sus aspectos positivos y negativos para ello. Posteriormente, se presentaron actividades organizadas para su posible aplicación directa en el aula de matemáticas de Primaria. Después, se pidió a los estudiantes que inventaran un pequeño pasaje, una historia corta o adaptaran algo conocido a partir de lo cual se pudiesen realizar actividades en el aula de matemáticas de Primaria (más detalle, Chamoso, González y Hernández, 2005).
- c) Proyecto. Se pidió que cada estudiante eligiera un oficio y desarrollara las matemáticas de ese oficio para poder llevarlo al aula de Primaria. Las actividades se podían estructurar a lo largo de los

días de una semana. Es decir, “*Una semana en la vida del... carpintero / taxista / campesino / bombero / sastrero / pescador / cartero...*”. Además, debían presentar el oficio explicando, por ejemplo, en qué consistía, las herramientas que se utilizaban y el lugar donde se realizaba, con el objetivo de contextualizar aquello que se emplearía en las actividades matemáticas. Para que entendieran el objetivo se consideró un ejemplo. Tenían un mes para realizarlo. En una sesión posterior de aula, cada estudiante defendió su trabajo.

Este planteamiento se mantuvo durante los cursos 2006-07 y 2007-08. Sin embargo, con el objetivo de profundizar en las revisiones que los estudiantes para maestro hacían de sus propios trabajos, aunque ellos podían realizar revisiones voluntarias de algunos de ellos, en el curso 2007-2008 se decidió incluir una de ellas como obligatoria: el proyecto referido a conocimiento matemático y metodológico. De esa forma, al principio del curso 2007-08, se distribuyeron los contenidos matemáticos del programa entre los estudiantes para maestro para que cada uno, en el plazo de una semana, diseñara una propuesta (que a partir de ahora llamaremos proyecto inicial) sobre cómo desarrollaría el contenido matemático al nivel de Primaria teniendo en cuenta: a) *Contenido* en el nivel de enseñanza elegido, b) *Actividades* de distintos tipos relacionadas con los contenidos desarrollados y adecuadas al nivel seleccionado, c) *Metodología* de enseñanza, d) *Reflexión* sobre el trabajo realizado. Al finalizar el curso, cada estudiante revisó su propio trabajo a partir de la formación recibida, modificó el proyecto inicial y

lo incluyó de nuevo en el portafolios de aprendizaje (que a partir de ahora denominaremos proyecto final).

Los estudiantes para maestro realizaron sus revisiones en el proyecto inicial a partir de la formación desarrollada en las sesiones de aula. De hecho, en algunas sesiones se trabajaron aspectos directamente relacionados con el proyecto mencionado mientras que en otras no se hizo así, aunque se esperaba que también tuvieran repercusión en el desarrollo del proyecto final de cada estudiante. En concreto, la formación en el aula universitaria referida a este aspecto se realizó en los siguientes sentidos:

1. Directamente, mediante el tratamiento de aspectos relacionados con el proyecto mencionado (22% del módulo):
 - El profesor realizó un ejemplo con posterioridad a la entrega del proyecto inicial de cada estudiante para maestro. En concreto, realizó la construcción de la geometría plana elemental sin otro material que papel. Los estudiantes analizaron cómo se podía recoger esa presentación en un trabajo como el solicitado. En sesiones posteriores el profesor presentó una colección de actividades de diversos tipos con el mismo objetivo a partir de, por ejemplo, fotografías del entorno cercano, comics, materiales como el tangram o las señales de tráfico y papiroflexia que se pusieron a disposición de los estudiantes. Posteriormente, los estudiantes analizaron cómo se podían clasificar esas actividades en función de su aplicación al aula de Primaria tanto desde el punto de vista del

profesor como del estudiante (más detalle, Chamoso y Rawson, 2004).

- Algunos estudiantes para maestro presentaron su trabajo en el aula para que fuera valorado por los compañeros.
2. Indirectamente, mediante el desarrollo de aspectos que no están explícitamente relacionados con el proyecto mencionado (78% del módulo):
- a. *Contenido*: No hubo ninguna preparación específica en ese sentido porque, como se ha explicado antes, según las directrices oficiales, se consideró que los estudiantes para maestro debían poseer el dominio suficiente del mismo. El contenido matemático únicamente se consideró como medio para desarrollar las diferentes sesiones en el aula de formación.
 - b. *Actividades matemáticas*: (18% del módulo): Al igual que en el apartado anterior, se consideró que los estudiantes para maestro debían dominarlas de manera suficiente. Sin embargo, se trabajó sobre las diversas formas en que las actividades se pueden introducir en el aula en función de la finalidad con que se trabaja el conocimiento en el proceso de enseñanza y aprendizaje ya sea, por ejemplo, para introducir una sesión, explicar un concepto, profundizar, explicar fórmulas, demostrar teoremas, descubrir formas geométricas en el entorno, plantear actividades y plantear problemas rutinarios y de otro tipo, como de la forma en que deben abordarlas los

estudiantes, ya sea como ejercicios, problemas, investigaciones u otro tipo de actividades abiertas (Chamoso, 2007; Chamoso y Rawson, 2001).

- c. *Metodología* (42% del módulo): Fue el principal objetivo de gran cantidad de las sesiones desarrolladas en el aula de formación en diversos sentidos. Por ello, la mayor parte de las sesiones, aunque además tuviesen otros objetivos, se desarrollaron con metodologías diferentes como, por ejemplo, la importancia del trabajo en grupo, diálogo en el aula, la manera de utilizar actividades abiertas, la importancia de tener en cuenta factores multiculturales o la capacidad de crear en situaciones no previstas. Otras se centraron en valorar la utilización de materiales de cualquier tipo en el aula ya fuera vídeo, tecnológico o de otro tipo. Un tercer grupo de sesiones tuvo como objetivo la relación de las matemáticas con otras áreas, con aspectos cotidianos o desde el medioambiente para lo cual, por ejemplo, se crearon cuentos o se desarrollaron rutas matemáticas.
- d. *Reflexión* (18% del curso): se desarrolló en el sentido explicado anteriormente.

4. Sistema de evaluación

Se utilizó un sistema de evaluación para interpretar qué ocurría en el aula cuando se utilizaban técnicas de evaluación distintas a las usuales, cómo afectaba al aprendizaje del alumno y cómo utilizaba el profesor la información que

obtenía. Para ello se emplearon instrumentos fácilmente manejables y adaptados al ritmo habitual del trabajo en el aula para valorar el conocimiento del alumno. El sistema de evaluación fue presentado al principio del curso y se acordó entre los estudiantes para maestro y el profesor.

Cada uno de estos estudiantes desarrolló, a lo largo de todo el proceso formativo, un portafolios de aprendizaje que debía recoger una selección de los contenidos y actividades trabajados en el aula, todas las desarrolladas fuera del aula y actividades voluntarias sobre aspectos del proceso formativo. El contenido del portafolios de aprendizaje debía mostrar el conocimiento adquirido por estudiante. Además, debían incluir un diario con la reflexión crítica semanal del propio trabajo, el de sus compañeros y sobre el desarrollo de las sesiones.

Para cada una de las propuestas de trabajo realizadas a los estudiantes para maestro se proporcionaron plantillas de valoración con la finalidad de que cada uno pudiera realizar una autoevaluación del trabajo desarrollado, identificar carencias o errores y modificarlo a medida que avanzaba su formación. Un elemento fundamental de ese portafolios era la inclusión de las versiones iniciales y finales para cada una de las actividades revisadas y una reflexión de porqué se habían realizado las correspondientes modificaciones.

Este sistema de evaluación desarrollado durante el proceso formativo se completó con una prueba escrita, sobre los diversos contenidos desarrollados, al final del mismo.

Capítulo III:

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

1. Objetivos
2. Principios de la investigación
3. Muestra
4. Fases de la investigación
5. Instrumentos de recogida y análisis de la información
 - 5.1. Primer Estudio: Reflexiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje
 - 5.2. Segundo Estudio: Revisiones de un proyecto incluido en el portafolios de aprendizaje

1. Objetivos

Esta investigación, que se contextualiza en la propuesta formativa previamente presentada, pretende construir una herramienta para valorar el pensamiento reflexivo que los estudiantes para maestro expresan en los diarios escritos que incluyen en su portafolios de aprendizaje y construir herramientas para valorar otras capacidades utilizando criterios comunes a todas ellas. Además, evaluar las reflexiones que los estudiantes para maestro de Matemáticas hacen sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje desarrollado en las aulas de formación en el sentido de la profundidad que alcanzan y referente al contenido sobre el que se expresan, así como las revisiones que efectúan en el propio trabajo.

En definitiva, con este estudio se pretendían conseguir los siguientes objetivos:

1. Analizar la profundidad de las reflexiones de los estudiantes para maestro de Matemáticas sobre el proceso de aprendizaje desarrollado en el aula universitaria.
2. Analizar los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje sobre los que reflexionaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en su formación universitaria.
3. Analizar las revisiones que los estudiantes para maestro de Matemáticas realizaron del propio trabajo tras la formación recibida en las aulas.

2. Principios de la investigación

Una vez presentados brevemente los objetivos del estudio, se intenta caracterizar la manera práctica y concreta de responder a las cuestiones de investigación. Cualquier propuesta de investigación debe responder a las siguientes preguntas: ¿qué va a ser investigado?, ¿por qué debe investigarse? y ¿cómo va a investigarse? Esto implica seleccionar un plan o estrategia para obtener la información deseada, es decir, establecer un diseño de investigación desde un determinado enfoque y aplicarlo a nuestro contexto concreto.

El criterio principal para la selección, desarrollo y puesta en práctica de un modelo de investigación es plantearse si permite abordar eficazmente los fines y cuestiones propuestos (Goetz y LeCompte, 1988). Los propósitos de cada investigación y las cuestiones sobre las que gira no pueden ser abordados desde cualquier enfoque de investigación educativa, el propio objeto de estudio y su contexto reclaman una determinada aproximación metodológica. A partir de los años ochenta, la investigación educativa se decantó por enfoques de investigación cualitativos (Mellado, 1998), alejándose progresivamente de la tradición anterior centrada en paradigmas de racionalidad técnica y enfoques de naturaleza predominantemente cuantitativos. Se puede afirmar que la investigación educativa está en la actualidad imbuida del modelo cualitativo.

En un enfoque cuantitativo, el investigador utiliza su diseño para analizar la certeza de las hipótesis formuladas en un contexto particular o para aportar pruebas en la dirección de la investigación. Existen muchos tipos de diseños

cuantitativos, donde se distinguen principalmente los experimentales y no experimentales (Hernández, Fernández-Collado y Baptista, 2008). En un enfoque cualitativo, una vez concebida la idea del estudio, el investigador tiene que familiarizarse con el tema en cuestión, sus características esenciales, para poder plantear ajustadamente el problema que se va a investigar. Williams, Grinnell y Unrau (2005) ofrecen la siguiente metáfora de un planteamiento cualitativo: es como adentrarse en un laberinto, se sabe dónde se comienza pero no dónde se terminará.

Situarse en una perspectiva cualitativa de investigación supone admitir que su diseño sea flexible, capaz de “adaptarse en cada momento y circunstancia en función de la evolución que se produzca en la realidad que se está indagando” (Rodríguez, Gil y García, 1999, p. 91).

¿Cuáles son las características más definitorias de estos planteamientos? La investigación cualitativa engloba aquellos planteamientos de análisis alternativos al enfoque positivista en la investigación educativa. Bajo este término se sitúan una gran variedad de perspectivas y de enfoques, donde las obras que se centran en definir y clarificar las características, los métodos y los diseños de la investigación cualitativa son abundantes. Frente a la diversidad de enfoques, planteamientos, matices y términos empleados, creemos que la revisión de Rodríguez, Gil y García recogieron sus características más comprensivas, centradas en subrayar la importancia de considerar el contexto de estudio y los significados que otorgan los participantes. En palabras de estos autores (1999, p. 32):

“Los investigadores cualitativos estudian la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar, los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas. La investigación educativa implica la utilización y recogida de una gran variedad de materiales -entrevista, experiencia personal, historias de vida, observaciones, textos históricos, imágenes, sonidos- que describen la rutina y las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas”.

El enfoque de la investigación que nos ocupa es interpretativo porque, como señalaron Buendía, González y Pegalajar (1999), en estos estudios se parte de los puntos de vista de las personas que están inmersas en la situación educativa (en este estudio, desde el plano de las ideas que exponen los estudiantes), las cuales se encuentran en un contexto social particular que influencia la conducta humana. La finalidad de este tipo de investigaciones es, principalmente, la comprensión de cómo los sujetos experimentan, perciben e interpretan la realidad.

Los mayores obstáculos de la investigación cualitativa de corte interpretativo son los sesgos que el investigador pueda introducir en la recogida y el análisis de los datos, que disponga de una sola fuente y/o su inexperiencia para codificar. Coleman y Unrau (2005) recomendaron evitar que las creencias y opiniones del investigador afecten a la sistematización y coherencia de la interpretación de los datos, así como la necesidad de considerarlos todos sin establecer conclusiones antes de terminar el análisis de los mismos. Se aportan pruebas a favor de la confiabilidad cualitativa cuando el investigador aporta su perspectiva teórica de investigación y el diseño metodológico utilizado explica con claridad los

criterios de selección de los instrumentos de recogida de datos, ofrece descripciones de los métodos de análisis empleados, especifica el contexto de la recogida de datos y cómo se ha incorporado al análisis e indica las técnicas cualitativas y cuantitativas empleadas (Hernández, Fernández-Collado y Baptista, 2008).

Desde las características de la metodología de investigación es necesario analizar cuáles son los instrumentos de recogida de información más adecuados. De nuevo es necesario recurrir a las características del estudio para concretar un método de recogida de información acorde con las necesidades de investigación del mismo. En nuestro caso los instrumentos de recogida de información son fundamentalmente todos aquellos documentos que se han generado a lo largo del proceso formativo. El análisis de los documentos constituirá una base fundamental de recogida de información. El posterior análisis de los datos no es una fase independiente de la recogida y elaboración de los mismos sino que está dirigido a la búsqueda de significados.

El proceso de análisis se apoyará en el Análisis de Contenido de la información recogida en los diferentes documentos. Éste puede considerarse como un instrumento que permite descubrir la estructura interna de la información, ya sea en su composición, forma de organización y estructura, o en su dinámica. Este proceso lleva a suponer que el contenido está en el documento físico y que, analizado, se puede desvelar su significado, de forma que una nueva interpretación de los datos de análisis, permitiría un nuevo conocimiento. Este procedimiento de análisis del contenido se basa en el supuesto de que las respuestas verbales o documentales de un sujeto ante diversas situaciones

proporcionan información sobre sus ideas. Hace referencia a dos niveles: el manifiesto o lo que aparece y el latente o lo que subyace o puede leerse entre líneas. El primer análisis manifiesto del contenido se limita a analizar lo que el sujeto ha dicho sin que suponga nada; este nivel es, simplemente una transcripción directa de la respuesta en función de un código determinado. Sin embargo, en el nivel latente el investigador trata de codificar el significado de la respuesta. En nuestra investigación esto ha sido posible gracias a los instrumentos de análisis desarrollados y presentados en los apartados siguientes.

3. Muestra de la investigación

En el proceso cualitativo, la muestra es un grupo de personas, eventos, sucesos o comunidades sobre el que se habrán de recolectar los datos, sin que necesariamente sea representativo del universo o población que se estudia, a diferencia del proceso cuantitativo (Hernández, Fernández-Collado y Baptista, 2008). En algún momento de la inmersión inicial se define la muestra, pero no hay un momento específico en el que haya que hacerlo ni una concreción tentativa, puesto que puede modificarse durante el proceso; es decir, el muestreo cualitativo es propositivo (Creswell, 2005).

En este caso, el estudio se realizó durante dos cursos sucesivos con dos grupos de alumnos diferentes que participaron en el desarrollo de la misma disciplina: Matemáticas y su Didáctica.

En el primer curso, para el estudio se consideraron 33 estudiantes para maestro (10 varones, 30%, y 23 mujeres, 70%), que fueron los que completaron todas las actividades

del curso, de los 39 matriculados. Su media de edad era de 21.7 años. En el segundo curso fueron 30 (10 varones, 33%, y 20 mujeres, 67%) los estudiantes que completaron todas las actividades del curso de los 37 matriculados. Su media de edad era 22.1.

Como ya hemos indicado, ninguno tenía experiencia previa en la utilización de portafolios de aprendizaje.

4. Fases de la investigación

El proceso de investigación posee un carácter continuo, con una serie de fases que no tienen un principio y final claramente delimitados, sino que se superponen y mezclan unas con otras, pero siempre en un proceso de avance que pretende responder a las cuestiones planteadas en la investigación. Las distintas fases por las que se ha pasado para el desarrollo de la investigación realizada son:

Fase preparatoria

Se determinó la problemática que se iba a abordar, los objetivos, los fundamentos teóricos y el diseño metodológico más adecuado en una primera aproximación al trabajo de investigación. Durante esta fase se realizaron las siguientes actividades:

1. Revisión bibliográfica (1 año). Si bien esta fase se concreta en un periodo determinado dentro del proceso de investigación, el acceso a recursos bibliográficos se realizó a lo largo de todo el estudio. Tuvo como finalidad establecer un marco fundamentado a la realidad objeto de estudio.

2. Planificación de la experiencia formativa y la metodología de investigación (3 meses). En este periodo se diseñó la experiencia formativa y se establecieron los principios metodológicos que se consideraron adecuados para la problemática planteada. También se eligió el diseño metodológico que se consideró más apropiado en una primera aproximación al trabajo de investigación, así como los instrumentos metodológicos de recogida y análisis de la información.
3. Prueba piloto (5 meses). En este momento se puso en marcha el proceso formativo diseñado y los instrumentos de recogida de datos seleccionados.
4. Análisis de la prueba piloto (7 meses). Durante este periodo se analizaron los datos obtenidos, se aplicaron los instrumentos de análisis diseñados y se realizaron los ajustes necesarios en función de la calidad de la información obtenida y la opinión de los expertos consultados.

Fase de recogida de datos

En esta fase se desarrolló la experiencia de formación y se procedió a la recogida de información a través de la aplicación en el aula de instrumentos rediseñados y con el objetivo de obtener información relevante. Durante esta fase se realizaron las siguientes actividades:

5. Desarrollo de la experiencia definitiva y recogida de datos (5 meses en cada curso). Debido a que la investigación se contextualizó en un proceso formativo concreto, la recogida de datos se realizó

durante el desarrollo de la asignatura en la que se enmarcó y durante el tiempo en que ésta se impartió en los dos cursos escolares considerados.

Fase de análisis de los datos

Una vez recogida la información, el siguiente paso consistió en la extracción de unidades de información y su codificación en cada estudio:

6. Tratamiento y análisis de datos (7 meses en cada estudio). Durante esta fase se procedió a la transcripción y organización de datos a través de los instrumentos y plantillas de análisis elaborados y ajustados en la primera fase y que eran susceptibles de modificación en función de los datos. Se realizó una descripción y análisis de la información obtenida con el objetivo de establecer conclusiones que ayudaran a comprender mejor la realidad estudiada y a dar respuestas a las cuestiones planteadas, siempre desde una visión abierta y flexible.

Fase de interpretación e informativa

Durante esta fase de la investigación adquiere forma todo el estudio y se integran los diferentes aspectos trabajados dando una unidad al informe final.

7. Escritura y revisión de la memoria de Tesis doctoral (1 año). Una vez realizadas las fases anteriores, durante este periodo nos centramos en plasmar por escrito todos y cada uno de los apartados que dan forma a la memoria de Tesis y que supone la concreción de todo un proceso de reflexión, análisis

e interpretación. Otorgar coherencia y fundamentación al presente documento fue nuestro principal objetivo en ese momento del proceso, así como dirigir una pequeña luz a la comprensión de nuestro contexto, la formación de docentes.

8. Negociación y cierre del Informe (1 mes). Finalmente, se trató durante este periodo de ofrecer una mayor credibilidad al trabajo realizado, mediante el análisis del documento elaborado por los profesionales implicados en el proceso de investigación.

Para finalizar, con todo este proceso queremos destacar que, sin pretender obtener resultados generalizables, perseguimos una rigurosidad en el tratamiento de los datos y en su análisis.

5. Instrumentos de recogida y análisis de la información

Puesto que el trabajo se realizó en dos cursos diferentes, y con diferentes objetivos, este apartado se presenta dividido en dos partes que se corresponden con los dos estudios realizados:

- En una primera parte se presenta el proceso efectuado para el estudio de las reflexiones que los estudiantes para maestro del curso 2006-2007 realizaron sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje llevado a cabo en el aula de formación universitaria.
- En la segunda, se recoge el estudio de las revisiones realizadas por los estudiantes del curso 2007-2008 de

uno de los trabajos incluidos en sus portafolios tras el proceso de formación.

En ambos casos se presenta la información siguiendo el mismo esquema: en primer lugar, se presentan las preguntas de investigación asociadas a cada uno de los objetivos planteados, a continuación, se muestran los instrumentos utilizados para la recolección de datos, el diseño de las plantillas para el análisis de los diferentes aspectos considerados y la aplicación a los trabajos, se justifica la fiabilidad y validez de dichos instrumentos, y finalmente, se plantean las medidas de investigación.

5.1. Primer Estudio: Reflexiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje

El diseño del sistema de evaluación para la asignatura Matemáticas y su Didáctica II de la diplomatura de Maestro se basó, fundamentalmente, en la elaboración de un portafolios de acuerdo con lo explicado antes en el desarrollo de la disciplina. Los apartados que constituían la carpeta se establecieron en tres sentidos: *Reflexión*, *Conocimiento* y *Creatividad*. En cada uno de ellos se incluyeron diferentes actividades procedentes del discurso y las actividades realizadas en el aula, actividades realizadas fuera del aula y actividades voluntarias según se ha explicado anteriormente.

5.1.1. Preguntas de investigación

Objetivo 1: Para analizar la profundidad de las reflexiones de los estudiantes para maestro de Matemáticas sobre el proceso de aprendizaje desarrollado en el aula

universitaria, se plantearon dos preguntas específicas de investigación:

- 1.1. ¿Qué niveles de pensamiento reflexivo exhibieron los estudiantes para maestro de Matemáticas en su portafolios de aprendizaje sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje llevado a cabo en el aula de formación universitaria?
- 1.2. ¿Cuál fue la relación entre los niveles de reflexión alcanzados por los estudiantes para maestro de Matemáticas y los obtenidos en otros aspectos del proceso de aprendizaje?

Objetivo 2: En el análisis de los aspectos del proceso de aprendizaje sobre los que reflexionaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en su formación universitaria, las preguntas fueron las siguientes:

- 2.1. ¿Cuáles fueron los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollado en el aula universitaria de formación sobre los que reflexionaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en sus diarios incluidos en el portafolios de aprendizaje?
- 2.2. ¿Qué relación hubo entre la profundidad y los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollado en el aula universitaria de formación sobre los que reflexionaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en sus diarios incluidos en el portafolios de aprendizaje?

5.1.2. Instrumentos de recogida de datos

Para contestar estas preguntas se utilizaron diversos trabajos escritos que los estudiantes para maestro incluyeron en su portafolios de aprendizaje. A continuación, se especifican los instrumentos que se utilizaron para recoger la información que permitirían dar respuesta a cada una de las cuestiones formuladas.

Referido a la profundidad de las reflexiones de los estudiantes para maestro de Matemáticas sobre el proceso de aprendizaje desarrollado en el aula universitaria:

Para el estudio de los niveles de pensamiento reflexivo el instrumento fue:

- Las reflexiones escritas de cada uno de los estudiantes para maestro sobre las diferentes sesiones en el aula.

Para determinar la relación entre los niveles de reflexión y los obtenidos en otros aspectos del proceso formativo, en cada apartado del portafolios de aprendizaje se eligió una de las propuestas de trabajo para el estudiante, ya que, en cada caso, tenían como objetivo el desarrollo de diferentes capacidades del conocimiento profesional. Concretamente:

- Para el estudio del conocimiento, se eligió el desarrollo del proyecto en que el estudiante debía elaborar el desarrollo teórico a nivel de Primaria de un contenido del programa.
- Para el estudio de la creatividad, se seleccionó el desarrollo del proyecto en el que el estudiante debía proponer actividades matemáticas dirigidas a estudiantes de Primaria a partir de un oficio.

- Además, se consideraron las respuestas a la prueba escrita final (*Prueba*) sobre los contenidos de la asignatura.

Referido al análisis de los aspectos del proceso de aprendizaje sobre los que reflexionaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en su formación universitaria se utilizaron:

- Las reflexiones escritas de cada uno de ellos sobre las diferentes sesiones en el aula.

5.1.3. Diseño de los instrumentos de análisis

Referidos a la profundidad de las reflexiones

El aprendizaje de cada estudiante se analizó en dos sentidos: por un lado, la consecución de los 3 objetivos anteriormente señalados de forma independiente (*Reflexión, Conocimiento y Creatividad*), para lo que se establecieron medidas generales de valoración que, posteriormente, se concretaron para cada uno de ellos; por otro, estableciendo relaciones entre ellos con el fin de dar una valoración global a cada estudiante.

Ese planteamiento inicial era muy general ya que pretendía incluir todos los aspectos que se consideraban representativos de los objetivos de cada una de las actividades propuestas. Cuando se valoraron los trabajos de algunos estudiantes, se observó que se perdían los objetivos particulares de cada actividad y se encontraban serias dificultades para la obtención de conclusiones valorativas de cada uno en sí mismo y en comparación con otros. Por tanto, se realizó un replanteamiento del trabajo y se decidió

perfeccionar los instrumentos de valoración manteniendo los mismos objetivos que se habían planteado inicialmente: establecer el grado de implicación de cada estudiante en los diferentes aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje considerados a partir del estudio, tanto individual como en conjunto, de los tres trabajos seleccionados.

Para ello, se revisaron los trabajos de los estudiantes tratando de establecer aspectos comunes y de relacionarlos con los indicadores de valoración propuestos anteriormente. Además, se realizó una búsqueda bibliográfica que permitió descubrir cómo se había trabajado en educación matemática en situaciones similares. No se encontraron demasiados trabajos en esas circunstancias pero sí algunos que podían aportar información como, por ejemplo, el de Clarke, Waywood y Stephens (1993), que estudiaron cómo los estudiantes comunicaban matemáticas en su diario de clase. Para ello consideraron las expresiones que utilizaban los estudiantes cuando trataban de explicar los conocimientos que habían adquirido al finalizar una clase de Matemáticas. En concreto, estos autores establecieron tres niveles según el grado de reflexión del estudiante con el propósito de describir su aprendizaje matemático y estudiar la progresión de su actividad matemática:

- *Contar*: El estudiante recoge aspectos generales como, por ejemplo, lo que se ha escrito en la pizarra, o se plantea preguntas imprecisas.
- *Resumir*: El estudiante refleja aspectos concretos como, por ejemplo, las ideas principales, ejemplos adecuados, o se pregunta sobre errores o malentendidos.

- *Dialogar*: El estudiante refleja aspectos con cierta relevancia o formula una visión de conjunto con un lenguaje adecuado como, por ejemplo, relación entre conceptos, ejemplos matemáticos relevantes, o se plantea preguntas concretas, relevantes y adecuadas.

Posteriormente, comprobaron cómo estos niveles clasificaban a cada estudiante en las mismas cotas que lo hacían otras herramientas de evaluación (Waywood, 1994).

A partir de todo esto y de las dimensiones utilizadas en investigaciones previas con estudiantes de magisterio cuando realizaban el practicum, se consideró el nivel de profundidad alcanzada por cada estudiante para maestro en función de su participación en el proceso de aprendizaje: si el estudiante tenía un punto de vista externo al mismo, era un participante activo o si, además, el estudiante tomaba decisiones y sugería sus propias propuestas. Para evaluar el aprendizaje de los estudiantes de magisterio, se decidió realizar una categorización general, común para todos los trabajos estudiados, en función de su profundización, calidad en el desarrollo del tópico considerado y su implicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el siguiente sentido:

Nivel 1 (Descripción): Cuando el estudiante participa en el proceso con una visión externa.

Nivel 2 (Argumentación): Cuando el estudiante participa de forma activa en el proceso.

Nivel 3 (Aportación): Cuando el estudiante, además de participar, se involucra en el proceso, y toma decisiones propias.

Estos criterios generales, a partir de la revisión del trabajo de los estudiantes, se adaptaron para valorar las actividades seleccionadas para las categorías *Reflexión*, *Conocimiento* y *Creatividad* (Tabla 6, Tabla 7 y Tabla 8).

En concreto, referido a *Reflexión*, el objetivo era analizar las reflexiones de los estudiantes sobre las diferentes sesiones realizadas en el aula a partir de su diario personal para lo cual se establecieron tres niveles:

REFLEXIÓN	
Niveles	Indicadores generales
1 (Descripción)	Cuando el estudiante describe aspectos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje sin implicarse, es decir, se limita a reseñar qué se ha hecho durante el desarrollo de una actividad.
2 (Argumentación)	Cuando el estudiante argumenta, justifica o extrae conclusiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, participa en el proceso tratando de comprender el sentido de la actividad.
3 (Aportación)	Cuando el estudiante realiza aportaciones propias con el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, además de comprender, se involucra en el desarrollo y mejora de las actividades.

Tabla 6: Niveles para la valoración de Reflexión

En el estudio del *Conocimiento*, el objetivo era analizar el desarrollo de los contenidos matemáticos desarrollados por los estudiantes para su aplicación en el aula de Primaria a partir de tres niveles:

CONOCIMIENTO	
Niveles	Indicadores generales
1 (Descripción)	Cuando el estudiante presenta el contenido de forma lineal, plantea ejemplos y actividades que requieran la aplicación directa del concepto explicado sin distinguir los niveles de Primaria a los que se dirige.
2 (Argumentación)	Cuando el estudiante relaciona contenidos, utiliza ejemplos o actividades motivadoras como introducción que permitan la relación entre ellos, los relaciona con otras áreas o la vida cotidiana, sigue una secuencia lógica en su explicación o distingue diferentes niveles de aplicación en Primaria.
3 (Aportación)	Cuando el estudiante explica los contenidos con argumentos propios, utiliza ejemplos y actividades motivadoras adecuadas, plantea ejemplos y actividades variadas y originales que posibilitan la creatividad del alumno o aplica esos contenidos para diferentes niveles de Primaria.

Tabla 7: Niveles para la valoración de Conocimiento

Referido a Creatividad, el objetivo era analizar la relación de los contenidos matemáticos con el contexto seleccionado en el trabajo de cada estudiante para lo cual se establecieron tres categorías:

CREATIVIDAD	
Niveles	Indicadores generales
1 (Descripción)	Cuando el estudiante demuestra conocer los contenidos pero no los relaciona entre sí y tanto el desarrollo global como las actividades son las habituales de un libro de texto.
2 (Argumentación)	Cuando el estudiante relaciona conceptos y sigue una secuencia lógica que explique el desarrollo global del trabajo con gráficos y dibujos, es decir, adapta las actividades de forma que tengan relación con el contexto aunque no surjan del mismo.
3 (Aportación)	Cuando el estudiante utiliza argumentos propios y crea modelos originales para explicar los contenidos, el desarrollo global del trabajo con gráficos y dibujos, es decir, las actividades surgen del contexto sin adaptarlas.

Tabla 8: Niveles para la valoración de Creatividad

Estos niveles se fueron delimitando a partir del análisis de los trabajos de cada estudiante con el objetivo de que dos personas que aplicaran la plantilla a un mismo trabajo obtuvieran los mismos resultados, hasta lograr una plantilla de valoración para cada uno de los aspectos considerados tanto en la descripción de indicadores para cada nivel como en los aspectos concretos y globales. Además, a partir de la revisión

de los trabajos de los estudiantes se observó que, en ocasiones, referido a *Reflexión*, expresaban aspectos ajenos al proceso de enseñanza-aprendizaje o generalidades que no reflejaban ese proceso aunque se refirieran a él (Generalidad) y, referido a *Conocimiento* y *Creatividad*, tomaban definiciones, propiedades, desarrollo y gráficos directamente de otras fuentes estructurados sin criterio aparente. Como no aportaban información al objetivo que se pretendía no se consideraron en el estudio (nivel 0).

A continuación se muestran las plantillas definitivas (Tabla 9, Tabla 10 y Tabla 11). Cada una consta de 2 columnas: la primera refleja los niveles (0, 1, 2 y 3) y la segunda, recoge los indicadores utilizados para aclarar peculiaridades aparecidas en ejemplos concretos para cada uno de ellos. Además, se añadió un apartado para valoración global de la estructura del trabajo y criterios generales de aplicación de cada una de ellas.

ESTUDIO DEL <i>CONOCIMIENTO</i>	
Niveles	Indicadores
0 (Generalidad): Toma los contenidos directamente de otras fuentes y los estructura sin criterio aparente.	<ul style="list-style-type: none"> • Los contenidos están expresados sin criterio aparente. • No suele utilizar ejemplos. • El desarrollo no se ajusta al título.
1 (Descripción): Presenta los contenidos de forma lineal, sin relacionarlos entre sí.	<ul style="list-style-type: none"> • Sus ejemplos y actividades son aplicación directa del contenido presentado.

ESTUDIO DEL <i>CONOCIMIENTO</i>	
Niveles	Indicadores
<p>2 (Argumentación): Relaciona los contenidos entre sí y los desarrolla siguiendo una secuencia lógica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Relaciona los contenidos con conceptos previos. • Utiliza algún ejemplo o actividad motivadora que permitan un acercamiento al contenido antes de su explicación, aunque no sean totalmente adecuados. • Utiliza ejemplos y actividades que relacionan las Matemáticas con otras áreas o con la vida cotidiana. • Reflexiona sobre sus objetivos.
<p>3 (Aportación): Explica los contenidos con argumentos propios para clarificar su significado y crea modelos originales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliza los conceptos en diferentes contextos creando modelos originales. • Utiliza algún ejemplo o actividad motivadora que introduzca el contenido de forma adecuada y con cierta creatividad. • Utiliza ejemplos y actividades variadas y originales que posibilitan la creatividad del alumno. • Reflexiona sobre sus objetivos y muestra que se han cumplido.
<p>Valoración global de la estructura del trabajo escrito (esquema, desarrollo, objetivos, conclusión, bibliografía, reflexión personal).</p>	<p>0: Carece de los aspectos fundamentales y no se aprecia coherencia aparente.</p> <p>1: Presenta algunos aspectos fundamentales.</p> <p>2: Incluye la mayor parte de los aspectos fundamentales.</p> <p>3: Incluye todos los aspectos fundamentales con coherencia.</p>

Tabla 9: *Plantilla de niveles para el estudio de Conocimiento en el proyecto desarrollado por los estudiantes*

ESTUDIO DE LA REFLEXIÓN	
Niveles	Indicadores
<p>0 (Generalidad): Refleja aspectos ajenos al proceso de aprendizaje o generalidades que no reflejan el proceso de aprendizaje, aunque se refieren a él, sin justificar.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Consideraciones subjetivas sobre la actitud de otros, del tiempo empleado en realizar algo, etc. • Suele reflejar sus gustos, afinidades o impresiones personales sin justificar. • Expresa situaciones personales. • Dice qué personas han desarrollado una actividad. • Dice que se ha conseguido algo pero no aclara exactamente qué. • Expresa qué utensilios se utilizan para realizar una explicación (pizarra, transparencias...), cómo se han organizado los grupos o distribuido el tiempo de clase.
<p>1 (Descripción): Describe aspectos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje sin implicarse o se sobreentiende de forma implícita.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Alude al tipo de actividad sobre la que se va a reflexionar. • Describe su objetivo al realizar un trabajo. • Completa una generalidad con expresiones explicativas que permiten apreciar algo sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje. • Alude a la relación de las Matemáticas con otras asignaturas o con la vida cotidiana. • Dice lo que ha aprendido o conseguido tras realizar una actividad.

ESTUDIO DE LA REFLEXIÓN	
Niveles	Indicadores
<p>2 (Argumentación): Completa las descripciones: argumenta, relaciona, saca conclusiones o justifica con razonamientos propios aspectos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Completa descripciones o saca conclusiones con argumentos propios. • Explica por qué se pueden relacionar las matemáticas con otras asignaturas o con la vida cotidiana. • Reflexiona qué se consigue o se puede conseguir con determinada explicación, metodología, etc. explicando cómo o por qué. • Alude a la importancia de un aspecto concreto o muestra interés por profundizar en el tema pero no llega a aportar algo concreto. • Reflexiona sobre aspectos que están en el aula pero no de forma explícita, como por ejemplo la posible aplicación de una actividad en enseñanza Primaria. • Reflexiona sobre su situación personal ante una actividad, aclara con argumentos propios sus impresiones personales. • Obtiene conclusiones sobre la consecución de los objetivos que se habían planteado. • Realiza reflexiones globales sobre cuestiones que ha comentado anteriormente. • Detecta una carencia pero no aporta una solución concreta.
<p>3 (Aportación): Añade aportaciones que complementan las descripciones con asuntos nuevos y diferentes a los presentados por otros relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje con el objetivo de mejorar aunque no deje completamente claro su argumento.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Sugiere posibilidades concretas que permiten relacionar las Matemáticas con otras materias o con la vida cotidiana. • Expresa cómo mejorar su aprendizaje aunque no deje totalmente claro su argumento. • Explica su visión personal sobre el proceso seguido con una argumentación clara. • Se pregunta o argumenta con fundamento sobre cuestiones como: qué, cómo, por qué, con qué finalidad o en qué momento del proceso de aprendizaje se debe hacer algo en el aula aunque no deje totalmente claro su argumento. • Explica su visión personal sobre el proceso seguido con una argumentación clara.

Tabla 10: Plantilla de niveles para el estudio de Reflexión en las producciones escritas de los estudiantes

ESTUDIO DE LA CREATIVIDAD	
Niveles	Indicadores
<p>0 (Generalidad): Toma los contenidos directamente de otras fuentes y los estructura sin criterio aparente.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El contexto, el argumento y las actividades no son válidos. • No se adapta al trabajo pedido.
<p>1 (Descripción): Conoce lo que utiliza sin relacionarlo entre sí para explicar los contenidos, el desarrollo global, y los gráficos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El contexto, al argumento y las actividades son válidos. • Las aportaciones son las habituales.
<p>2 (Argumentación): Argumenta lo que realiza relacionándolo entre sí y siguiendo una secuencia lógica para explicar los contenidos, el desarrollo global, y los gráficos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El contexto, al argumento y las actividades son válidos, apropiados y motivadores. • Las aportaciones son variadas.
<p>3 (Aportación): Utiliza argumentos propios y crea modelos originales para explicar los contenidos, el desarrollo global, y los gráficos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • El contexto, al argumento y las actividades son válidos, apropiados, motivadores y creativos. • Adapta el trabajo a distintos niveles de dificultad. • Las aportaciones son muy variadas en diferentes sentidos.
<p>Valoración global de la estructura del trabajo escrito (esquema, desarrollo, objetivos, conclusión, bibliografía, reflexión personal).</p>	<p>0: Carece de los aspectos fundamentales y no se aprecia coherencia aparente. 1: Presenta algunos aspectos fundamentales. 2: Incluye la mayor parte de aspectos fundamentales. 3: Incluye todos los aspectos fundamentales con coherencia.</p>

Tabla 11: *Plantilla de niveles para el estudio de Creatividad en los proyectos realizados por los estudiantes*

Referidos al contenido de las reflexiones

Además de estudiar la profundidad de las reflexiones realizadas, se pretendía caracterizar los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje sobre los que se expresaban los estudiantes para maestro. Este estudio se realizó en dos sentidos: primero se distinguieron las alusiones a aspectos de *Enseñanza* y las referidas al *Aprendizaje*, y en cada una de ellas se observaron diferentes características; en segundo lugar, se caracterizaron las alusiones a las competencias tanto matemáticas como profesionales. Ante la escasez de investigaciones similares se diseñaron sistemas de categorías previas siguiendo las investigaciones mencionadas anteriormente.

En concreto, en primer lugar se caracterizaron en dos niveles: en el primero, se consideró si los estudiantes para maestro aludían en sus reflexiones a aspectos relacionados con la organización, desarrollo e impartición de las sesiones desarrolladas en el aula de formación (*Enseñanza*) o a aspectos que influyeron en su conocimiento, ya fuera a partir de las sesiones desarrolladas en el aula de formación o de su trabajo personal (*Aprendizaje*). En un segundo nivel, se realizó un análisis más pormenorizado en cada una de las categorías anteriores y se establecieron subcategorías dependiendo de si esos aspectos se referían a qué se enseñaba o aprendía (*Contenido*) o cómo se enseñaban o aprendían formas de enseñar (*Metodología*). Además, cuando se referían a aspectos del proceso de *Aprendizaje*, se estableció un nuevo sistema de subcategorías donde se tuvo en cuenta si aludían a aspectos directamente relacionados con la *Adquisición de conocimiento* o a su *Aplicación*. Para la *Adquisición del conocimiento* se consideró si aludían al *Conocimiento previo* a las sesiones desarrolladas en el

aula de formación, ya fuera en su formación previa o en su experiencia personal (C); a la *Adquisición actual de conocimientos* entendido como el adquirido durante el proceso formativo donde se consideraron: *Logros* conseguidos (L), *Hallazgos* surgidos (H), *Dificultades* encontradas (D), o *Actitud* mostrada (A); y a la *Profundización* (P) entendida como aspectos de conocimiento que entendían que requerían profundizar; por otro lado, la *Aplicación se* entendió como *Utilidades* del conocimiento adquirido (U) (el esquema se presenta en Figura 2; más detalle, Tabla 12 y Tabla 13).

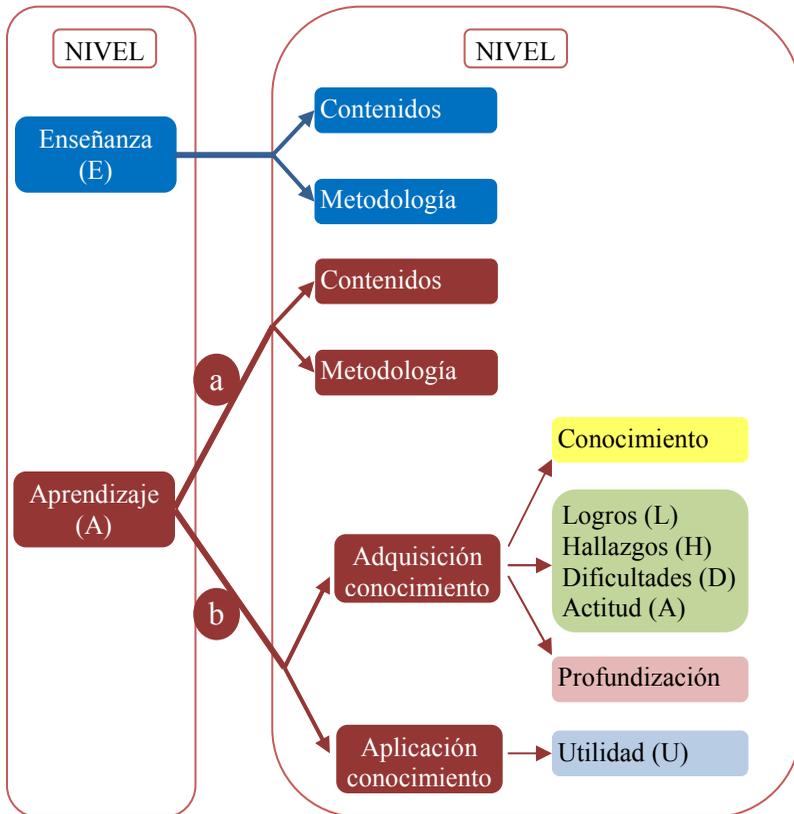


Figura 2: *Esquema del sistema de categorías y subcategorías para el análisis de los aspectos del proceso de Enseñanza y Aprendizaje sobre los que los estudiantes para maestro reflexionaron*

Por otro lado, se consideró si los estudiantes para maestro aludían en sus reflexiones a las competencias que se habían considerado objetivo de aprendizaje de los estudiantes para maestro en el sentido explicado anteriormente, y se estableció el siguiente sistema de categorías y subcategorías: *Competencia Matemática* (CM), ya fuera del mismo contenido (CMA) o su profundización y aplicación en otros contextos (CMB), y *Competencia Profesional* (CP), ya fueran aspectos

relacionados con la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en Primaria que formarían parte de su futuro trabajo como docentes (CPA) o la capacidad de aplicación de dichos aspectos en el aula de Primaria (CPB; más detalle, Tabla 14). Otros aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje que no se ajustaron a ninguna de estas categorías se clasificaron como *Otros*.

Posteriormente se establecieron pautas para caracterizar cada uno de los aspectos considerados. En todos los casos, las categorías se redefinieron y clarificaron basándose en el análisis del trabajo de cada estudiante para maestro (Tabla 12):

PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE		
Categorías	Subcategorías	Ejemplos
Enseñanza (E): aluden a aspectos relacionados con la organización, desarrollo e impartición de las sesiones desarrolladas en el aula de formación.	Contenidos (EC): objetivos, conceptos o actividades realizadas.	<i>“Se explicó que se pueden construir triángulos con ángulos de 90°, etc.”</i>
	Metodología (EM): forma de desarrollo de la asignatura, sesión o actividad de enseñanza, es decir, tipo de actividades que se utilizaron o recursos para el desarrollo de la docencia, incluyendo aspectos relacionados con la distribución del tiempo.	<i>“Durante toda la semana trabajamos en grupos”.</i>
Aprendizaje del estudiante (A): aluden a aspectos que influyeron en la adquisición del conocimiento.	Contenidos (AC): aprendizaje conceptual a partir de las tareas realizadas.	<i>“No sabía qué era la Topología”.</i>
	Metodología (AM): aprendizaje relativo, por ejemplo, a la forma de desarrollar la asignatura, tipos de actividades, materiales o recursos.	<i>“Las puestas en común de las actividades son una buena forma de enriquecimiento de ideas”.</i>

Tabla 12: Categorización para caracterizar los aspectos del proceso de Enseñanza y de Aprendizaje a los que los estudiantes para maestro aludieron en sus reflexiones

Posteriormente, cuando se referían al proceso de *Aprendizaje*, se tuvo en cuenta si aludían a aspectos directamente relacionados con la *Adquisición de Conocimiento*, en concreto si lo hacían a situaciones previas, actuales o posteriores al desarrollo de las sesiones del aula de formación, o a su *Aplicación* (Tabla 13):

ADQUISICIÓN Y APLICACIÓN DEL CONOCIMIENTO			
Categ.	Subcategorías	Ejemplos	
ADQUISICIÓN DE CONOCIMIENTO	Conocimiento o experiencia previa (C): Alude a la formación previa, ya sea conocimiento o desconocimiento, sobre aspectos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje.	<i>“En un principio este término resultaba prácticamente desconocido para todos”.</i>	
	A. Actual Alude a la adquisición de conocimientos durante el proceso formativo.	Logros (L): Alude a la comprensión, comprobación o adquisición de conocimiento durante el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.	<i>“Entendí la idea, la definición y el ejemplo del papel con un círculo arrugado”.</i>
		Hallazgos (H): Alude a descubrimientos o aspectos que provocaron sorpresa, extrañeza o admiración durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.	<i>“Descubrí que las matemáticas están en todas partes, que las necesitamos para cualquier cosa”.</i>
		Dificultades (D): Alude a obstáculos en la comprensión o asimilación de aspectos durante el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.	<i>“No comprendí el ejemplo de la ciudad ni el apartado de ángulos pares e impares en las figuras”.</i>
		Actitud (A): Alude a aspectos relacionados con la disposición o motivación hacia el aprendizaje.	<i>“Me motivó para trabajar e intentar hacer las cosas bien para aprender lo máximo posible en este corto período de tiempo”.</i>
	Profundización (P): Alude a aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje en los que considera que se deberá perseverar.	<i>“Necesito profundizar en conceptos como mediana y altura”.</i>	
APLICACIÓN DE CONOCIMIENTO	Utilidades (U): Alude, de forma explícita, a futuras aplicaciones de lo aprendido en el proceso de enseñanza-aprendizaje, ya sea en Primaria o en otros campos.	<i>“Creo que todo esto nos será muy útil para ser más justos a la hora de evaluar”.</i>	

Tabla 13: Categorización para caracterizar las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a la Adquisición de conocimiento o su Aplicación

El tercer paso fue elaborar pautas para identificar las alusiones sobre las competencias que se consideraron objetivo de aprendizaje de los estudiantes para maestro en el sentido explicado anteriormente (Tabla 14):

COMPETENCIAS		
Categorías	Subcategorías	Ejemplos
Conocimiento matemático (CM): Alude a aspectos relacionados con Matemáticas.	Contenido (CMA): conocimiento de y sobre las matemáticas.	<i>“Aprendimos cómo se puede dividir un ángulo en tres partes iguales”.</i>
	Profundización (CMB): capacidad de reconocer y aplicar conocimientos matemáticos en otros contextos como otras áreas de conocimiento, la vida cotidiana o la relación entre diferentes partes de las Matemáticas.	<i>“Las señales que vemos a diario guardan relación con la geometría”.</i>
Conocimiento profesional (CP): Alude a aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de Matemáticas en Primaria o se puede entender que se dice desde ese punto de vista.	Contenido (CPA): aspectos que la educación matemática aporta para facilitar la enseñanza y aprendizaje en Primaria o considera que formarán parte de su futuro trabajo como docentes de Primaria, o peculiaridades de los estudiantes de Primaria cuando se enfrentan al aprendizaje.	<i>“Trabajar con papiroflexia podría ser una forma de transmisión a nuestros futuros alumnos”.</i>
	Profundización (CPB): capacidad de aplicar el conocimiento a la enseñanza de matemáticas en Primaria, es decir, se sitúa en la posición de un profesor para desarrollar una clase de matemáticas en Primaria.	<i>“Los niños pueden experimentar con el globo terráqueo y los mapas para estudiar y comparar la segunda y tercera dimensión”.</i>

Tabla 14: *Categorización para caracterizar las Competencias a las que aluden los estudiantes para maestro en sus reflexiones*

5.1.4. Aplicación de los instrumentos de análisis

Referido a la profundidad de las reflexiones

Tras la elaboración de plantillas de análisis se procedió a su aplicación a los trabajos de todos los estudiantes. Se identificaron unidades completas de información cuya extensión varió desde una frase corta a varios párrafos (entre todos los estudiantes hubo, en total, 2432 unidades en *Reflexión*, 321 en *Contenido* y 270 en *Creatividad*). Posteriormente se aplicó la plantilla de valoración correspondiente. Para ello se siguieron los siguientes criterios:

Para el estudio de la *Reflexión*:

- Se consideraron unidades completas de información o unidades reflexivas, entendidas como cada idea o pensamiento simple acerca de un determinado tópico o suceso, y se desecharon las afirmaciones en las que se produjeron contradicciones.
- Se entendió por aspectos relacionados con el proceso de aprendizaje todo lo que se refería al quehacer del profesor, de los compañeros o propio, independientemente de que hubiera ocurrido en el aula (exposiciones, realización de actividades, etc.) o fuera de ella (preparación, elaboración, realización de trabajos, conclusiones, etc.).
- Cuando las afirmaciones no fueron claras o fueron demasiado generales, así como cuando se apoyaron en su situación personal ante determinados estímulos (por ejemplo, “me gustó...”, “fue bueno...”), se consideraron en un nivel inferior.

- No podía haber *Argumentación* ni *Aportación* si no había una *Descripción* previa implícita o explícita.

Para el estudio del *Conocimiento* y de la *Creatividad*:

- Se consideraron unidades completas de información entendidas como unidades con sentido siempre que se refirieran a diferentes aspectos (desarrollo conceptual, aplicación, forma de explicarlo...) aunque versaran sobre el mismo tema, y se desecharon las afirmaciones en las que se produjeron contradicciones.
- Cuando el estudiante planteaba ejercicios similares se consideraron todos ellos como una única unidad de información.

Un ejemplo de la aplicación de la plantilla al trabajo de un estudiante referido a *Reflexión* es el que sigue: en la primera fila aparece la identificación del estudiante mediante tres letras correspondientes a las iniciales de sus dos apellidos y primer nombre, precedido de “refl”; en la primera columna se recoge su trabajo dividido en unidades completas de información, “unidades reflexivas” para cada una de las actividades realizadas en el aula de formación a las que aludieron en su diario, en la segunda el nivel al que pertenecía según la plantilla correspondiente y, en la tercera, una breve explicación de por qué esa unidad de análisis se consideró en dicho nivel (Tabla 15).

reflSCM		
Act. 8 (Ángulos)		
1. Resume los contenidos del tema.	1	Describe lo que se ha explicado en el aula sin implicarse.
2. Nuestras compañeras nos han acercado de una manera clara, precisa y muy elemental al tema de ángulos, lo que nos ha permitido comprender y entender este tema sin ningún problema.	0	Expresa impresiones personales que no aclara ni justifica.
3. Nos han explicado conceptos tales como qué es un ángulo, cómo denominar un ángulo, los tipos de ángulos que existen, cómo medir un ángulo, qué es un radián y qué entendemos por grados, y han introducido algunas nociones de historia. Conceptos que todos sabemos porque en algún momento de nuestra vida escolar los hemos estudiado o nos los han explicado. Con esta explicación nos han recordado y aclarado conceptos que teníamos un poco olvidados y lo han hecho, en mi opinión, de manera muy acertada y precisa.	1	Describe exactamente los conceptos que ha recordado.
4. El único punto negativo que yo pondría o que yo veo es la explicación que nos han dado del concepto de radián, no por cómo se ha explicado sino por la complejidad que supone explicar y hacer comprender dicho término. No es fácil explicar a niños de Primaria qué es un radián, cómo se obtiene o cuál es su equivalencia.	2	Argumenta sobre la idoneidad de la aplicación en el aula de Primaria de una explicación realizada en el aula.

reflSCM		
Act. 8 (Ángulos)		
5. También destacaría la ausencia de actividades propuestas para desarrollar en el aula de Primaria, sólo han mencionado una actividad para que los niños entiendan qué es un ángulo (trabajar el ángulo con una cuerda y una estaca). Para trabajar el resto de conceptos no se ha propuesto ninguna actividad, algo esencial si queremos que los conceptos queden entendidos.	2	Argumenta sobre la aplicación en el aula de Primaria de actividades relacionadas con los conceptos explicados.
6. Una actividad que podemos realizar con los niños a la hora de desarrollar este tema es la construcción de nuestros propios aparatos de medición de ángulos. Podemos construir un sextante simplemente con un semicírculo graduado y una sencilla plomada, también podemos construir planchetas. Estos instrumentos contarán con amplios márgenes de error; eso no será importante ya que tenemos que tener en cuenta que la finalidad es aprender, además debemos tener en cuenta lo motivador que resulta para el alumno utilizar sus propios aparatos de medición. De esta forma lo que conseguiremos será una clase amena, participativa y en la que los conceptos quedarán registrados de manera más eficaz.	3	Tras la argumentación anterior propone, de forma explícita, actividades alternativas que considera adecuadas y explica por qué.

Tabla 15: Ejemplo de aplicación de la plantilla de valoración de Reflexión

Una vez valorados los trabajos de cada estudiante, los resultados para cada aspecto se recogieron en tablas donde en cada casilla 0, 1, 2 ó 3 se reflejó la cantidad de unidades completas de información de cada estudiante en cada caso. Debemos señalar que, cuando los estudiantes entregaron cada trabajo al profesor por primera vez, éste los revisó con el único objetivo de decidir si alcanzaba, al menos, el nivel 1 para, en otro caso, devolverlo para dar posibilidad de revisión. Además de los datos absolutos, también se presentaron en porcentajes. Sólo se dejaron casillas en blanco cuando el trabajo no fue entregado o no se efectuó la revisión solicitada por el profesor por no haber alcanzado el nivel mínimo exigido para su aceptación.

Además, como los resultados en *Reflexión* se pretendían analizar, tanto para estudiar el grado de reflexión alcanzado por cada estudiante como para estudiar qué actividades provocaron mayores niveles de reflexión, se diseñó una tabla en la que se especificaron las diferentes actividades y en la que se reflejó el recuento de unidades completas correspondientes a cada nivel de cada estudiante. La adición de los resultados de cada estudiante multiplicados, respectivamente, por el factor de la categoría correspondiente y, el resultado final, dividido entre la suma de todas las unidades completas de información, se consideró como valoración en cada uno de los aspectos considerados. Además, la calificación que cada estudiante alcanzó en la *Prueba* escrita final sobre los contenidos de la asignatura según los criterios usuales de su profesor se consideró como valoración para este aspecto.

Referido al contenido de las reflexiones

El segundo paso en el estudio de las reflexiones fue caracterizar si cada una de las unidades de información seleccionadas para el estudio de la profundidad se refería a aspectos de *Enseñanza* o *Aprendizaje* y, en cada uno de ellos, si se dirigían a *Contenido* o *Metodología* en el sentido explicado anteriormente. Gran parte de las unidades de información incluían referencias a varios de esos aspectos por lo que se dividieron en frases que llevasen asociado un contenido público entendido como una frase sencilla con una única idea acerca de los aspectos considerados (entre todos los estudiantes para maestro fueron, en total, 4948). Un ejemplo se muestra en la Tabla 16:

Reflexión del estudiante	Contenido público
La exposición fue clara aunque algunos contenidos fueron difíciles de entender; no conseguí entender las fractales.	<i>La exposición fue clara.</i> <i>Algunos contenidos fueron difíciles de entender.</i> <i>No conseguí entender las fractales.</i>

Tabla 16: *Ejemplo de una unidad de información y sus contenidos públicos asociados*

Referido a la aplicación de los sistemas de categorías al trabajo de un estudiante para maestro, se muestra un ejemplo en la tabla 17. En la primera fila aparece la identificación del estudiante mediante tres letras correspondientes a las iniciales de sus dos apellidos y primer nombre precedido de “refl”; en la primera columna se muestra el trabajo de los estudiantes para maestro dividido en unidades completas de información en el sentido explicado anteriormente, “unidades reflexivas”; en la segunda se recoge el contenido público que resume lo

que los estudiantes para maestro habían reflejado en cada una de las “subunidades reflexivas” consideradas; las demás columnas reflejan las valoraciones en cada caso en cada uno de los aspectos y sub-aspectos considerados (*Objeto de Enseñanza o Aprendizaje, Adquisición o Aplicación del conocimiento, Competencias y Profundidad* de las reflexiones). Las valoraciones de las reflexiones de cada uno de los estudiantes para maestro en los distintos aspectos mencionados se incluyen en el anexo.

reflMCA					
Reflexión del estudiante	Contenido público	E-A	Con.	Comp.	Prof.
Act. 13 (Construyendo Geometría)					
(1) Algunos de los ejercicios se detallan a continuación. Nos dedicamos durante dos horas a realizar estos ejercicios en parejas.	<i>Dedicamos dos horas a realizar ejercicios.</i>	EM		CMA	1
	<i>Algunos de los ejercicios se detallan a continuación.</i>	EC		CMA	
	<i>Resolvimos los ejercicios en parejas.</i>	EM		CMA	
(2) Ha sido una forma diferente de hacernos pensar y utilizar todos los recursos que tenemos en nuestra cabeza.	<i>Fue una forma diferente de hacernos pensar y utilizar todos los recursos que tenemos en nuestra cabeza.</i>	EM		CMB	1
(3) La actividad me ha gustado porque es una manera en la que parece que estás adivinando, jugando y realmente estás trabajando matemáticas, por lo que puede resultar muy interesante para trabajar en el aula.	<i>La actividad me gustó porque es una manera en la que parece que estás adivinando, jugando, y realmente estás trabajando matemáticas.</i>	EC		CPA	2
	<i>Puede resultar muy interesante para trabajar en el aula.</i>	AC	U	CPA	

refIMCA					
Reflexión del estudiante	Contenido público	E-A	Con.	Comp.	Prof.
(4) Además creo que motiva al alumno para que intente, de todas las maneras posibles, resolver el problema que se le plantea, algo que no hacen cuando es un problema “normal”.	<i>Creo que la actividad motiva al alumno.</i>	AC	L	CPA	2
	<i>La actividad hace que el alumno intente resolver el problema que se le plantea de todas las maneras posibles.</i>	AC	L	CPA	
	<i>Es algo que los alumnos no hacen cuando es un problema “normal”.</i>	AC	L	CPA	
(5) Por otro lado, hemos hecho tantas que al final de la clase me encontraba saturada. Algo a tener en cuenta si un día se aplica sobre niños de Primaria.	<i>Hicimos muchas actividades.</i>	EM		CMA	3
	<i>Al final de la clase estaba saturada.</i>	AM	D		
	<i>Es algo que hay que tener en cuenta si un día se aplica a niños de Primaria.</i>	AM	U	CPA	

Tabla 17: Ejemplo de aplicación de los sistemas de categorías a las reflexiones de los estudiantes para maestro

Después de categorizar el trabajo de cada estudiante para maestro, la proporción de los resultados de cada uno de ellos se consideró como valoración en cada uno de los aspectos considerados.

5.1.5. Fiabilidad y validez

En todos los casos la valoración de los trabajos de los estudiantes para maestro se realizó de forma independiente por los miembros del equipo investigador hasta llegar a un acuerdo entre ellos. Posteriormente fue revisada por un juez independiente, un investigador en psicología educativa, que

coincidió en la mayor parte: 93% en la profundidad de la *Reflexión*, 87% en *Conocimiento* y 91% en *Creatividad* para el estudio del primer objetivo, y 93% en el *Objeto de Enseñanza* o *Aprendizaje*, 97% en la *Adquisición* o *Aplicación del conocimiento* y 87% en *Competencias* para el estudio del segundo objetivo. Los desacuerdos se resolvieron a partir de la discusión y acuerdo entre los investigadores y el juez.

5.1.6. Medidas

Referidas a la profundidad de las reflexiones

Para el análisis de la profundidad de las reflexiones realizadas por los estudiantes para maestro sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje y su relación con las valoraciones obtenidas en otros aspectos de dicho proceso se establecieron las siguientes medidas:

1. La descripción de los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro en la categoría *Reflexión*, tanto para establecer niveles de pensamiento reflexivo de los estudiantes como para detectar los niveles de pensamiento reflexivo que provocaban las diversas actividades desarrolladas durante el proceso formativo.
2. La descripción de los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro en las categorías *Conocimiento* y *Creatividad*.
3. La relación entre los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro en *Reflexión*, *Conocimiento*, *Creatividad* y *Prueba*, para establecer la coherencia

entre el nivel alcanzado por cada alumno en los diversos aspectos.

Referidas al contenido de las reflexiones

Además, para analizar las reflexiones de los estudiantes para maestro, sobre las diferentes sesiones llevadas a cabo en el aula universitaria de formación, incluidas en sus portafolios de aprendizaje, y caracterizar sobre qué aspectos reflexionaban, se consideró:

1. La descripción de los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro en las categorías *Enseñanza* y *Aprendizaje* y, en cada uno de los casos, en *Contenido* y *Metodología*.
2. La descripción de los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro en las categorías sobre su *Competencia* para ser maestro.
3. Las relaciones entre las diferentes categorías anteriores y el nivel de profundidad alcanzado por los estudiantes para maestro en sus reflexiones.

Los trabajos que cada estudiante incluyó en su portafolios se analizaron de manera cualitativa de acuerdo a las categorías consideradas. Para el análisis cuantitativo de los datos se comprobó que se mantenía la normalidad y homogeneidad de la varianza y se utilizó estadística descriptiva, análisis de la varianza de medidas repetidas (ANOVA) con corrección de Bonferroni.

5.2. Segundo estudio: Revisiones de un proyecto incluido en el portafolios de aprendizaje

Como indicamos en el anterior capítulo, uno de los aspectos que caracterizan al portafolios de aprendizaje es la posibilidad que ofrece para revisar los trabajos que en él se incluyen. Los estudiantes revisaron el proyecto inicial referido a conocimiento matemático y metodológico tras la formación recibida en el aula de formación.

Este segundo estudio se centra en las reflexiones y revisiones que realizaron los estudiantes sobre el proyecto elaborado tras el proceso formativo.

5.2.1. Preguntas de investigación

Objetivo 3: Para analizar las revisiones que los estudiantes para maestro de Matemáticas realizaron del propio trabajo tras la formación recibida en las aulas se plantearon las siguientes preguntas de investigación:

- 3.1. ¿Qué modificaciones realizaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en uno de los proyectos incluidos en el portafolios de aprendizaje tras la formación recibida en las aulas universitarias?
- 3.2. ¿Cuál fue la naturaleza de las modificaciones que realizaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en uno de los proyectos incluidos en el portafolios de aprendizaje tras la formación recibida en las aulas universitarias?

5.2.2. Instrumentos de recogida de datos

Los instrumentos de recogida de datos fueron el proyecto inicial que cada estudiante para maestro incluyó en su portafolios de aprendizaje al principio del curso, y el proyecto final, realizado al finalizar el mismo, referidos a la propuesta elaborada en el sentido explicado anteriormente. En general, los trabajos presentados por cada uno de ellos en cada caso siguieron los elementos sugeridos. La mayor parte incluyó imágenes, fotografías y gráficas propias o recogidas de otras fuentes. Su extensión varió de 6 a 47 páginas.

5.2.3. Diseño de los instrumentos de análisis

En primer lugar, para valorar los trabajos realizados se establecieron niveles generales según el grado de aprendizaje de cada estudiante para maestro, a partir de sus producciones en el proyecto inicial y el proyecto final, en los siguientes sentidos:

- Nivel 1:* El estudiante para maestro participa en el proceso como espectador describiendo el conocimiento sin implicarse en su enseñanza en Primaria.
- Nivel 2:* El estudiante para maestro participa activamente en el proceso tratando de comprender el sentido del conocimiento que recoge y su tratamiento en el aula de Primaria.
- Nivel 3:* El estudiante para maestro, además de participar, se involucró en el proceso y mejora del conocimiento tomando sus

propias decisiones para su aplicación en el aula de Primaria.

Estos criterios se adaptaron para valorar cada uno de los elementos solicitados en el proyecto que desarrollaron los estudiantes en cuatro categorías: *Contenido*, *Actividades*, *Metodología* y *Reflexión* (Tabla 18).

NIVELES PARA EL ESTUDIO DE LOS PROYECTOS				
Nivel	Contenido	Actividades	Metodología	Reflexión
(1)	Presenta los contenidos de forma lineal sin relacionarlos entre sí.	Presenta las actividades de forma aislada, sin que se perciba relación entre ellas.	Reproduce lo que se indica en directrices oficiales u otras fuentes.	Describe aspectos relacionados con su propio proceso de enseñanza-aprendizaje.
(2)	Relaciona los contenidos entre sí y los desarrolla siguiendo una secuencia lógica.	Relaciona las actividades entre sí o con los contenidos a los que se refieren.	Alude a aspectos relacionados con el proceso de enseñanza y aprendizaje aunque sea de forma aislada.	Argumenta, justifica o presenta conclusiones sobre su propio proceso de enseñanza-aprendizaje.
(3)	Explica los contenidos con argumentos propios para clarificar su significado y crear modelos originales.	Diseña actividades para involucrar al alumno de forma activa en la construcción de su conocimiento.	Elabora una propuesta de enseñanza donde se percibe una visión de qué se pretende realizar en el aula.	Realiza contribuciones para mejorar su propio proceso de enseñanza-aprendizaje.

Tabla 18: Niveles para el estudio de los proyectos de los estudiantes para maestros en las categorías Contenido, Actividades, Metodología y Reflexión

Para cada uno de los cuatro aspectos, se confeccionó la correspondiente plantilla de valoración basada en el análisis del trabajo de cada estudiante para maestro, que se fue

modificando a lo largo del proceso tanto en la descripción de los indicadores para cada categoría como en aspectos específicos y generales de aplicación a partir de las peculiaridades concretas que se debían considerar en cada caso hasta conseguir una plantilla de valoración para cada uno de ellos. Se muestra como ejemplo la plantilla definitiva para la valoración de las actividades de cada trabajo (Tabla 19). Consta de 3 columnas: la primera refleja el nivel, la segunda recoge los indicadores para cada una de ellas y, en la tercera, se añaden ejemplos concretos.

PLANTILLA DE VALORACIÓN DE <i>ACTIVIDADES</i>		
Nivel	Indicadores	Ejemplos
(1)	<ul style="list-style-type: none"> • Exigen la aplicación directa de rutinas como aplicar fórmulas o identificar algo que se ha presentado previamente. • Están tomados de otras fuentes directamente. • Se plantean posibilidades sin precisar de forma clara qué debe hacer el alumno de Primaria. 	<ul style="list-style-type: none"> • “Dado el triángulo a, b, c. Decir lo que mide el cateto b, si el cateto a mide 3 y la hipotenusa 7. Resuélvelo mediante el teorema de Pitágoras.” • “Listado de oraciones en las que los alumnos deben decir si la situación expuesta es un ejemplo de proporcionalidad inversa.”
(2)	<ul style="list-style-type: none"> • Se intuye la preocupación por hacer algo no rutinario que exija el razonamiento, construcción o manipulación por el alumno. • Relacionan las Matemáticas con otras áreas o con la vida cotidiana aunque no sea del todo preciso. • Organiza varias con un mismo objetivo de aprendizaje. 	<ul style="list-style-type: none"> • “Recortar los diferentes ángulos, poner su nombre (llano, agudo, etc.) y los grados que mide cada ángulo (90°, 180°, etc.). Luego se pegarán en un mural agrupados según los diferentes tipos.” • “Traer al colegio objetos que tengan formas geométricas para nombrarlos, medirlos, calcular áreas y volúmenes y clasificarlos.”

PLANTILLA DE VALORACIÓN DE <i>ACTIVIDADES</i>		
Nivel	Indicadores	Ejemplos
(3)	<ul style="list-style-type: none"> • Las diseña y adapta al nivel elegido para involucrar al alumno de forma activa, exigir su participación y colaboración de forma coherente de manera que constituyen un proyecto de enseñanza. • Relaciona con otras áreas o con la vida cotidiana de forma razonada. • Agrupa las actividades con un criterio claro, las secuencia por nivel de dificultad o distingue su utilidad en el proceso de enseñanza y aprendizaje. • Justifica por qué propone la actividad y su relación con el contenido u otros aspectos. 	<ul style="list-style-type: none"> • “Entre todos los alumnos desarrollarán un mosaico gigante para el que cada uno deberá crear una ficha. Primero decidirán cuál es la pieza que debe crear cada uno, discutiendo qué figuras regulares o irregulares permiten la creación de un mosaico, posteriormente las pegarán comprobando si son válidas o no y decidiendo cómo deben modificarse las piezas inadecuadas. Al final, cada estudiante escribirá un resumen en su cuaderno.” • “Inventar un cuento en el que los protagonistas sean las figuras geométricas y algunos personajes que hicieron descubrimientos matemáticos (p. e. Pitágoras o Thales de Mileto) incluyendo el descubrimiento y, si es el caso, la formulación de los teoremas correspondientes dentro del mismo cuento (relacionado con Lengua y Literatura).”

Tabla 19: Niveles, indicadores y ejemplos para la valoración de las Actividades propuestas por los estudiantes para maestros en sus proyectos

Para el estudio de la profundidad de las modificaciones en el proyecto final se establecieron, en función del proceso de reflexión que cada estudiante para maestro realizó en cada caso para mejorar su proyecto inicial, los siguientes niveles:

Nivel 4: Rehace completamente el proyecto inicial de nuevo.

Nivel 3: Reorganiza completamente el proyecto inicial y quizás añade algunas cosas.

Nivel 2: Reorganiza o modifica únicamente algunas partes del proyecto inicial.

Nivel 1: Añade nuevo conocimiento sin modificar ni reorganizar el proyecto inicial.

Nivel 0: No realiza ninguna modificación a la propuesta del proyecto inicial.

5.2.4. Aplicación de los instrumentos de análisis

Tras la elaboración de las plantillas de análisis se procedió a su aplicación a los trabajos de todos los estudiantes. Para ello, en primer lugar se identificaron las unidades completas de información entendidas como cada idea, pensamiento o conocimiento acerca un determinado tópico o suceso, usualmente a partir de la organización que los estudiantes para maestros realizaron en su trabajo (entre todos los estudiantes hubo, en total, 1231 unidades, de las cuales, referidos a los proyectos inicial y final respectivamente en cada caso, fueron 137 y 190 en *Contenido*, 178 y 403 en *Actividades*, 59 y 82 en *Metodología* y 78 y 104 en *Reflexión*). Las unidades de información variaron desde una frase corta hasta párrafos largos. Después, se aplicaron las plantillas a cada uno de los proyectos presentados por cada uno de los estudiantes para maestro y las valoraciones se organizaron en tablas donde, en la primera columna se recogía su trabajo dividido en unidades completas de información, en la segunda la categoría a la que pertenecía según la plantilla correspondiente

y, en la tercera, el contenido público que resumía lo reflejado por el estudiante según se ha explicado anteriormente.

Una vez categorizado el trabajo de los estudiantes, los resultados para cada aspecto se recogieron en tablas en las que en cada casilla 1, 2 ó 3 se reflejó la cantidad de unidades completas de información de cada estudiante para maestro correspondientes a *Contenido*, *Actividades*, *Metodología* y *Reflexión*, tanto en valores absolutos como en porcentajes. La valoración para cada uno de estos aspectos fue la adición de los resultados de cada estudiante multiplicados, respectivamente, por el factor de la categoría correspondiente y, el resultado final, dividido entre la suma de todas las unidades completas de información.

5.2.5. Fiabilidad y validez

En todos los aspectos considerados, la valoración se realizó de forma independiente por los dos miembros del equipo investigador hasta llegar a un consenso entre ellos. Además, este trabajo fue revisado por un investigador en psicología educativa cuyas valoraciones coincidieron en mayoría de las unidades de análisis (88% en *Contenido*, 95% en *Actividades*, 86% en *Metodología* y 97% en *Reflexión*). Los desacuerdos se resolvieron mediante la discusión y toma de decisiones conjuntas entre ellos.

5.2.6. Medidas

Para analizar el progreso que cada estudiante para maestro mostró en su trabajo a partir de la formación recibida y determinar la naturaleza de las revisiones realizadas en los trabajos iniciales, se consideraron las siguientes medidas:

1. Las diferencias en la valoración de los proyectos inicial y final de cada estudiante para maestro globalmente y en cada una de las categorías: *Contenido, Actividades, Metodología y Reflexión*.
2. Las modificaciones producidas en el proyecto final respecto al proyecto inicial de cada estudiante para maestro, para lo que se analizó tanto el nivel de profundidad de las mismas como los aspectos a los que aludieron los estudiantes para maestros en sus trabajos.

Los trabajos que cada estudiante incluyó en su portafolios se analizaron de manera cualitativa de acuerdo a las categorías consideradas. Para el análisis cuantitativo de los datos se comprobó que se mantenía la normalidad y homogeneidad de la varianza y se utilizó estadística descriptiva, la prueba t de medidas repetidas y la prueba Chi-cuadrado de Pearson.

PARTE III:
DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS
DE LOS RESULTADOS

PARTE III: DESCRIPCIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Introducción

Capítulo IV: Resultados de la
investigación

Capítulo V: Discusión

Introducción

Una vez seleccionado el marco teórico, explicada la experiencia y la metodología de investigación, los instrumentos de análisis y la forma en que se recogieron los datos, en esta tercera parte se reflejan los resultados de este trabajo, destacando aquellos que aportan las mayores contribuciones al estado actual de la educación matemática. Una vez realizadas las valoraciones de los trabajos de los estudiantes, el registro de datos y el análisis de los mismos, en los próximos capítulos se exponen los resultados obtenidos de acuerdo con los estudios realizados, así como la discusión de los mismos.

En concreto, el capítulo IV se dedica a la presentación de los resultados de acuerdo con los objetivos propuestos y, para cada uno de ellos, en función de las preguntas de investigación planteadas.

Los resultados relativos a las reflexiones que realizaron los estudiantes para maestro sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollado en el aula universitaria de formación y que incluyeron en su portafolio de aprendizaje se exponen en dos sentidos.

En primer lugar, se muestran los resultados referidos a la profundidad de la *Reflexión* tanto vinculados a los niveles de pensamiento reflexivo alcanzados en ellas por los estudiantes como a las relaciones que se produjeron entre los niveles alcanzados por los estudiantes en *Reflexión*, *Conocimiento matemático*, *Creatividad* y la *Prueba* escrita final.

En segundo lugar, se muestran los resultados obtenidos a partir del análisis de los aspectos del proceso de aprendizaje sobre los que reflexionaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en su formación universitaria, tanto su caracterización en función de si los estudiantes se referían a aspectos de *Enseñanza* o de *Aprendizaje* y si lo hacían a *Competencias Matemáticas* o *Profesionales*, de acuerdo a las plantillas de valoración diseñadas para estos aspectos, como la relación entre la profundidad alcanzada y cada uno de estos aspectos.

Finalmente, se muestran los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro en las revisiones realizadas al proyecto relativo al desarrollo de un contenido matemático a nivel de Primaria después de recibir el proceso de formación correspondiente. De acuerdo con las preguntas de investigación, se comienza presentando la caracterización de las modificaciones realizadas en el proyecto revisado, para lo que se detalla la valoración de la producciones realizadas según las plantillas diseñadas para cada categoría (*Contenido, Actividades, Metodología y Reflexión*) y las relaciones que se produjeron entre los resultados obtenidos en estas categorías en el proyecto inicial y en el proyecto final; posteriormente, se muestra la naturaleza de las modificaciones realizadas en cada proyecto final respecto al proyecto inicial de acuerdo, en ambos casos, con las plantillas de valoración diseñadas.

En el capítulo V se discuten los resultados obtenidos en la investigación y se muestra la relación de este estudio con resultados obtenidos en otras investigaciones o aspectos que pueden tener trascendencia en el campo de Didáctica de las Matemáticas.

Capítulo IV:

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

1. Reflexiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje
 - 1.1. Referidos a la profundidad
 - 1.2. Referidos al contenido
2. Revisiones de un proyecto incluido en el portafolios de aprendizaje
 - 2.1. Modificaciones realizadas en el proyecto final
 - 2.2. Naturaleza de las modificaciones realizadas en el proyecto final

1. Reflexiones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje

Las reflexiones de los estudiantes proporcionaron resultados en varios sentidos que presentamos de acuerdo con los objetivos planteados en este trabajo, en concreto con las preguntas de investigación que se pretendían contestar para cada uno de ellos.

1.1. Referidos a la profundidad

El primer objetivo consistía en el análisis de la profundidad de las reflexiones de los estudiantes para maestro de matemáticas sobre el proceso de aprendizaje desarrollado en el aula universitaria. Este análisis se realizó en dos sentidos: se estudiaron los niveles de pensamiento reflexivo que presentaron de acuerdo con las plantillas de análisis diseñadas y la relación que existió entre dichos niveles y los obtenidos en el desarrollo de un contenido matemático a nivel de Primaria, en el desarrollo de la creatividad en el diseño de actividades matemáticas relacionadas con un oficio y en el examen final en el sentido explicado anteriormente de acuerdo con las preguntas de investigación.

1.1.1. Niveles del pensamiento reflexivo

Para establecer cuáles fueron los niveles de pensamiento reflexivo que los estudiantes para maestro de matemáticas exhibieron en su portafolios de aprendizaje sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje llevado a cabo en el aula de formación, los resultados obtenidos a partir de las reflexiones

escritas de los estudiantes, se consideraron en dos sentidos: los niveles globales de reflexión alcanzados por los estudiantes y con relación a las diversas actividades realizadas durante el proceso formativo. Para ello se recogieron en tablas tanto los resultados obtenidos por los estudiantes en cada una de las actividades (Tabla 20) como, posteriormente, los resultados globales de cada estudiante, en valores absolutos y en porcentajes para los diferentes niveles establecidos en la correspondiente plantilla de valoración (Tabla 21), así como agrupados en intervalos de amplitud 10 según los porcentajes obtenidos en cada nivel (Tabla 22).

	Act 14	Act 15	Act 16	Act 17	Act 18	Act 19	Act 20	Act 21	Act 22	Act 23	Act 24	Act 25
	0 1 2 3	0 1 2 3	0 1 2 3	0 1 2 3	0 1 2 3	0 1 2 3	0 1 2 3	0 1 2 3	0 1 2 3	0 1 2 3	0 1 2 3	0 1 2 3
CPM	1 4 1 1	1 1 1 1	4 0 1 0	2 3 0 0	1 2 1 0	1 2 1 0	1 2 1 0	1 2 1 0	1 2 1 0	1 2 1 0	2 1 0 1	1 4 1 0
GNL	2 3 1 0	1 6 0 0	1 4 0 0	1 4 1 0	1 4 1 0	1 4 1 0	2 4 0 0	2 4 0 0	2 4 0 0	2 4 0 0	2 5 1 0	0 4 5 0
JCR	0 4 0 0		0 4 2 0	0 3 2 0	0 5 0 0	0 3 1 0	0 2 4 0	0 3 0 0	0 2 5 0	0 3 1 0	0 4 1 0	0 2 5 0
LHS	1 3 2 0	0 2 1 0	0 3 0 0				0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 3 1 1	1 1 1 0
MCA	4 1 0 3	1 1 1 0		2 1 2 2	1 2 1 0	1 2 1 1	1 1 1 0	1 1 1 0	1 1 1 0	1 1 1 0	1 2 1 0	1 1 1 0
MGS	4 3 1 0	0 3 7 0			1 2 2 0	0 2 0 0	0 2 0 0	0 2 1 0	0 2 0 0	0 2 1 0	0 2 14 0	0 1 1 3
MGY	1 3 0 0		1 1 0 0	1 2 1 0	1 2 0 0	2 1 0 0					1 3 0 0	
MMMA	0 2 4 0	0 2 2 0	0 2 4 0	0 3 3 1	0 3 2 0				0 4 0 1		0 5 4 0	0 4 4 0
MMFE	1 1 2 0	0 2 0 0	2 2 2 0	2 3 0 0	2 3 0 0	2 3 0 0	3 1 1 0	4 2 0 0			0 2 4 0	
MMMS	0 2 1 0			3 3 1 0	3 3 1 0	3 3 1 0	1 2 0 0	0 2 3 0	1 3 0 0	1 3 0 0		2 1 3 1
MPJ		0 1 0 1		0 1 0 1		0 2 1 0	1 2 1 0		1 1 0 0	1 1 0 0		
MRA	3 2 0 0			0 2 1 0	2 1 0 0	2 5 0 0	5 1 0 0	1 1 0 0	2 1 0 0			0 1 1 0
MSA	2 6 0 0	0 2 0 0	0 2 0 0	1 2 0 0	0 1 0 0		3 4 0 0	3 4 0 0	3 4 0 0	3 4 0 0	1 0 0 0	
NRJ	0 3 1 0		1 3 0 0	0 3 1 0	1 4 0 0		2 3 0 0	3 1 0 0	1 1 0 0	1 1 0 0	0 3 0 0	1 5 3 0
PGJ	2 9 2 1	1 0 3 0	0 4 3 0	1 4 1 0	2 1 0 0	1 3 0 0	5 1 0 0	5 1 0 0	5 1 0 0	5 1 0 0	5 1 0 0	0 4 6 0
PGS	1 2 2 3		0 3 1 0	0 1 3 1	1 2 1 1	1 2 2 0	1 1 2 0		2 1 3 0			
PPE	0 2 2 0	0 6 0 0	1 2 2 1	0 3 2 0	2 4 1 0	2 3 0 0	1 1 2 0	2 5 0 0	1 1 2 1			
PRL	2 1 0 1		2 0 0 0	1 0 0 1								
RGB												
RPB	0 2 0 0		0 1 1 0	5 2 1 0	5 0 0 0	5 0 0 0	5 0 0 0	5 0 0 0	5 0 0 0	5 0 0 0		0 9 2 0
RSC	3 3 1 0	3 3 1 0	0 6 1 0	0 6 1 0	0 6 1 0	0 6 1 0	0 3 0 0	0 3 0 0	0 3 0 0	0 3 0 0	0 3 0 0	3 2 4 0
SCM	0 2 4 2		0 3 0 0	1 0 4 0	4 0 3 1	1 0 5 2	2 0 2 1	0 0 3 0	0 2 1 0	4 0 4 0		0 0 6 1
SGC	1 2 1 0	0 4 0 0		1 1 1 0	1 2 0 0	1 3 0 0	0 2 0 0	1 1 3 0	0 2 1 0	2 2 0 0	1 2 1 0	1 1 0 4 0
SGM	3 2 1 0	0 1 0 1		1 2 1 0	0 2 1 1			0 2 0 2	0 2 0 1	1 2 1 0		
SOM	0 1 0 0	1 2 1 0	0 7 0 0	1 1 1 0	1 1 0 0	1 1 0 0						1 2 2 0
SRA	2 3 0 0	1 2 0 0	0 3 0 0	1 6 0 0	1 6 0 0	1 6 0 0	3 5 0 0	3 5 0 0	3 5 0 0	3 5 0 0	1 3 1 0	1 7 3 0
SRD	5 1 1 0	5 1 1 0	2 1 2 1	2 1 2 1	2 1 2 1	2 1 2 1	3 8 0 0	3 8 0 0	3 8 0 0	3 8 0 0	3 8 0 0	5 3 0 0
TGS	1 5 1 0		0 4 1 0	0 2 1 0			0 2 0 0	2 2 4 0	2 2 4 0	2 2 4 0	0 3 1 0	0 0 7 5
VCJ	2 2 0 3			0 1 2 3			2 4 0 0	2 4 0 0	2 4 0 0	0 12 2 0		
VGO	3 3 1 0	2 2 1 0	2 3 0 0	3 5 1 0	3 5 1 0	3 5 1 0	2 9 0 0	2 9 0 0	2 9 0 0	2 9 0 0	1 4 0 0	3 7 0 0
VMM	0 3 0 0	0 3 0 0	0 3 0 0	0 2 0 0	0 1 0 0	2 1 0 0	0 6 6 0	0 6 6 0	0 6 6 0	0 6 6 0	0 4 1 0	
VSL			0 5 1 0	1 1 1 0	2 2 0 0	3 3 0 0	0 3 0 0	0 2 1 0	0 4 4 0	0 2 0 2	0 1 6 2	0 3 2 5 0

Tabla 20: Resultados de los estudiantes en Reflexión

El recuento en cada uno de los niveles de cada uno de los estudiantes para maestro se presenta a continuación.

Resultados en <i>Reflexión</i>								
Estu- dian- te	Valores absolutos				Porcentajes			
	0	1	2	3	0	1	2	3
CPM	16	22	6	3	34	47	13	6
GNL	21	68	13	0	20	67	13	0
JCR	23	70	17	0	21	64	15	0
LHS	12	35	15	4	18	53	23	6
MCA	14	25	24	13	18	33	32	17
MGS	8	53	38	8	7	50	36	7
MGY	8	27	2	0	22	73	5	0
MMA	0	45	28	5	0	58	36	6
MME	21	30	19	0	30	43	27	0
MMS	15	40	16	3	20	54	22	4
MPD								
MPJ	5	18	5	2	17	60	17	6
MRA	24	18	2	0	54	41	5	0
MSA	19	40	5	0	30	62	8	0
NRJ	19	41	10	0	27	59	14	0
PGJ	32	53	33	1	27	44	28	1
PGS	10	23	27	11	14	32	38	16
PPE	18	81	17	2	15	69	14	2
PRL	9	15	3	2	31	52	10	7
RGB	10	24	34	3	14	34	48	4
RPB	22	32	11	3	32	47	16	5
RSC	15	34	7	0	27	61	12	0
SCM	4	64	46	26	3	46	33	18
SGC	20	33	12	0	31	51	18	0
SGM	9	24	12	15	15	40	20	25
SOM	20	37	6	0	32	59	9	0
SRA	14	58	8	0	18	72	10	0
SRD	21	39	8	1	30	57	12	1
TGS	7	38	18	6	10	55	26	9
VCJ	9	42	19	9	11	53	25	11
VGO	33	69	11	0	29	61	10	0
VMM	26	73	2	6	24	68	2	6
VSL	36	46	15	0	37	47	16	0
Media	16	41	15	4	23	53	19	5

Tabla 21: Resultados de los estudiantes en *Reflexión*
(valores absolutos y porcentajes)

Para un estudio más pormenorizado de estos datos se agruparon los porcentajes de unidades de reflexión en cada uno de los niveles de profundidad en intervalos, salvo el porcentaje nulo que se consideró aparte, y se tuvo en cuenta la frecuencia de estudiantes que se encontraba en cada uno de ellos; estos datos se consideraron también en porcentajes, como se muestra en la Tabla 22, y en la que se observa, por ejemplo, que el 13% de alumnos tuvieron entre 31% y 40% de unidades de reflexión en el nivel 1.

Intervalos en <i>Reflexión</i>								
Niveles	Valores absolutos				Porcentajes			
	0	1	2	3	0	1	2	3
0	1	0	0	13	3	0	0	41
[1,10]	3	0	8	14	9	0	25	44
[11,20]	10	0	12	4	31	0	37	12
[21,30]	11	0	6	1	35	0	19	3
[31,40]	6	4	5	0	19	13	16	0
[41,50]	0	8	1	0	0	25	3	0
[51,60]	1	11	0	0	3	34	0	0
[61,70]	0	7	0	0	0	22	0	0
[71,80]	0	2	0	0	0	6	0	0
[81,90]	0	0	0	0	0	0	0	0
[91,100]	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 22: Frecuencia de alumnos por intervalos, dependiendo del porcentaje de unidades de reflexión conseguidas en cada nivel 0, 1 2 y 3 (valores absolutos y porcentajes)

En la Tabla 22 se observa que el 62% de los alumnos tuvo más del 50% de descripciones en su trabajo de *Reflexión* (nivel 1) y ninguno tuvo menos del 31%. De esta manera, los estudiantes realizaron entre el 31% y el 80% de descripciones

en este trabajo. Respecto al porcentaje de respuestas de cada estudiante en argumentación (nivel 2), no hubo ningún alumno sin ellas y tampoco con más del 50% de sus producciones en este nivel. De hecho, el 97% de los alumnos se encuentra en el intervalo entre el 1% y el 40% de los cuales el 63% se situó entre el 1% y 20% de argumentaciones. En nivel 3, en que los estudiantes, además de describir y argumentar también realizaron aportaciones, el 41% no realizó ninguna. En ningún caso se superó el 30% en aportaciones y sólo hubo un alumno (3%) cuyas argumentaciones estuvieron por encima del 20%. Cabe mencionar que únicamente un alumno no tuvo resultados en el nivel 0, lo que puede hacer pensar que esa persona únicamente recogía aspectos que aportaban algo a su explicación.

En definitiva, los alumnos, en sus reflexiones, principalmente describieron aspectos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje pero sin implicarse, llegando a justificar y argumentar con razonamientos propios en un porcentaje inferior. En un porcentaje aún menor, realizaron aportaciones que complementaban las descripciones y argumentaciones. Esto se relacionaba con su implicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje, lo que quizás puede mostrar que el alumno tuvo una visión externa de lo que sucedía, únicamente de escucha y no participación a pesar de los buenos resultados obtenidos en las actividades realizadas que, quizás, pueda ser consecuencia de una enseñanza tradicional no participativa donde el estudiante se limitó a realizar lo que le pedían sin crítica, justificación y aportaciones de lo que hiciera.

En un análisis pormenorizado vertical de la tabla 20 se observa que las actividades donde más se argumentó y aportó fueron aquellas que exigían una visión más general de aspectos relacionados con la enseñanza y aprendizaje, en concreto, la valoración personal en que había que realizar una reflexión personal global de la asignatura (actividad 25) y el debate realizado en el aula donde, después de un tiempo de preparación previa, un grupo de estudiantes defendía la nueva metodología de enseñanza, mientras que otro la atacaba con argumentaciones y aportaciones, y cuyo objetivo era derrotar verbalmente al grupo contrario (actividad 24).

1.1.2. Relación entre los niveles de reflexión y los de otros aspectos

Para establecer la relación entre los niveles de reflexión alcanzados por los estudiantes para maestro de matemáticas y los obtenidos en otros aspectos del proceso de aprendizaje, se muestran los resultados de cada estudiante, obtenidos a partir de las plantillas de valoración y de la forma que se explicó anteriormente para los aspectos *Conocimiento* y *Creatividad* organizados en tablas. En ellas se tuvieron en cuenta tanto los valores globales absolutos de cada estudiante en cada actividad considerada como en porcentajes, para poder comparar unos con otros. Además, se agruparon en intervalos de amplitud 10 según los porcentajes obtenidos en cada categoría. Posteriormente se presentan las relaciones que se dieron entre los resultados obtenidos en estos aspectos, en *Reflexión* y la valoración obtenida por cada estudiante para maestro en la *Prueba* escrita final a partir del ANOVA de medidas repetidas con corrección de Bonferroni.

Los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro en *Conocimiento* (Tabla 23) y agrupados en intervalos según los niveles alcanzados (Tabla 24) fueron los siguientes:

Resultados en <i>Conocimiento</i>								
Estu- dian- te	Valores absolutos				Porcentajes			
	0	1	2	3	0	1	2	3
CPM	1	8	0	0	11	89	0	0
GNL	0	3	2	0	0	60	40	0
JCR	0	4	10	4	0	22	56	22
LHS	0	0	6	5	0	0	55	45
MCA	0	1	16	0	0	6	94	0
MGS	0	8	1	0	0	89	11	0
MGY								
MMA								
MME	1	4	5	3	8	31	38	23
MMS	1	4	5	3	8	31	38	23
MPD								
MPJ								
MRA	0	1	16	0	0	6	94	0
MSA								
NRJ								
PGJ	2	1	7	5	13	7	47	33
PGS	1	0	2	0	33	0	67	0
PPE	0	6	9	5	0	30	45	25
PRL	1	7	7	0	6	47	47	0
RGB	1	7	5	0	8	54	38	0
RPB	1	8	0	0	11	89	0	0
RSC	0	0	6	5	0	0	55	45
SCM	0	4	10	4	0	22	56	22
SGC	0	10	4	1	0	66	27	7
SGM	0	8	1	0	0	89	11	0
SOM	0	10	4	1	0	66	27	7
SRA	0	3	2	0	0	60	40	0
SRD	2	1	7	5	13	7	47	33
TGS	0	0	1	5	0	0	17	83
VCJ	0	6	9	5	0	30	45	25
VGO	0	0	1	5	0	0	17	83
VMM	0	2	4	3	0	22	45	33
VSL	1	0	2	0	33	0	67	0
Media	0.4	3.9	5.3	2.2	5	34	41	19

Tabla 23: *Resultados de los estudiantes en la actividad seleccionada de Conocimiento (valores absolutos y porcentajes)*

Intervalos en <i>Conocimiento</i>								
Niveles	Valores absolutos				Porcentajes			
	0	1	2	3	0	1	2	3
0	17	6	2	12	63	22	7	43
[1,10]	4	4	0	2	15	16	0	8
[11,20]	4	0	4	0	15	0	15	0
[21,30]	0	5	2	6	0	18	7	22
[31,40]	2	2	5	3	7	7	20	11
[41,50]	0	1	6	2	0	4	22	8
[51,60]	0	3	4	0	0	11	15	0
[61,70]	0	2	2	0	0	7	7	0
[71,80]	0	0	0	0	0	0	0	0
[81,90]	0	4	0	2	0	15	0	8
[91,100]	0	0	2	0	0	0	7	0

Tabla 24: *Frecuencia, por intervalos, de los alumnos en los distintos niveles de Conocimiento (valores absolutos y porcentajes)*

Se observa que, globalmente, la mayoría de las respuestas de los estudiantes se encontraron en los niveles 1 y 2 (con medias de 34% y 41% respectivamente), es decir, desarrollaron los contenidos de forma lineal o los relacionaron entre sí siguiendo una secuencia lógica. En muchos menos casos (media de 19%), explicaban los contenidos con argumentos propios y creaban modelos originales.

Más concretamente, en el nivel 1 existe gran dispersión con una varianza alta (56.45%). En el nivel 2, la mayor parte de las producciones estaban entre el 11% y el 70%, donde se encuentra el 85% de los casos. Respecto al tercer nivel, el 44% no realizó ninguna producción. Destaca el hecho de que

2 alumnos (7%) tuvieron un 83% de las unidades de información referidas a *Conocimiento* en este nivel y el 41% restante se encontraban en un intervalo entre el 21% y el 50%. En definitiva, se observa gran variabilidad en los resultados de los alumnos. Destacan algunos casos como, por un lado, el que 2 (7%) de ellos sólo presentaron producciones en los niveles 0 y 1 y, por otro, 4 (13%) sólo lo hicieron en los niveles 2 y 3.

Referido a la actividad seleccionada de *Creatividad*, los resultados fueron los siguientes tanto en relación con cada estudiante como considerados en intervalos (en valores absolutos y en porcentajes):

Resultados en <i>Creatividad</i>								
Estudiante	Valores absolutos				Porcentajes			
	0	1	2	3	0	1	2	3
CPM	1	2	5	1	11	22	56	11
GNL	0	5	2	2	0	56	22	22
JCR	1	1	6	1	11	11	67	11
LHS	0	0	5	4	0	0	56	44
MCA	0	2	1	6	0	22	11	67
MGS	0	1	7	1	0	11	78	11
MGY	0	6	3	0	0	67	33	0
MMA	1	5	3	0	11	56	33	0
MME	0	1	3	5	0	11	33	56
MMS	0	2	6	1	0	22	67	11
MPD	0	1	6	2	0	11	67	22
MPJ	1	6	2	0	11	67	22	0
MRA	0	4	4	1	0	44	45	11
MSA								
NRJ	0	6	3	0	0	67	33	0
PGJ	0	5	3	1	0	56	33	11
PGS	0	6	3	0	0	67	33	0
PPE	1	6	2	0	11	67	22	0
PRL								
RGB	1	1	4	3	11	11	45	33
RPB	0	8	1	0	0	89	11	0
RSC	2	6	1	0	22	67	11	0
SCM	0	0	1	8	0	0	11	89
SGC	0	2	5	2	0	22	56	22
SGM								
SOM	0	0	2	7	0	0	22	78
SRA	0	5	2	2	0	56	22	22
SRD	0	1	4	4	0	11	45	44
TGS	3	4	2	0	33	45	22	0
VCJ	0	0	3	6	0	0	33	67
VGO	0	0	5	4	0	0	56	44
VMM	0	6	3	0	0	67	33	0
VSL	0	3	3	3	0	33	33	33
Media	0.4	3.2	3.3	2.1	4	35	37	24

Tabla 25: *Resultados de los estudiantes en el proyecto de Creatividad (valores absolutos y porcentajes)*

Intervalos en <i>Creatividad</i>								
Niveles	Valores absolutos				Porcentajes			
	0	1	2	3	0	1	2	3
0	22	5	0	10	73	17	0	33
[1,10]	0	0	0	0	0	0	0	0
[11,20]	6	6	4	6	20	20	13	20
[21,30]	1	4	6	4	3	13	20	13
[31,40]	1	1	9	2	3	3	30	7
[41,50]	0	2	3	3	0	7	10	10
[51,60]	0	4	4	1	0	13	13	3
[61,70]	0	7	3	2	0	23	10	6
[71,80]	0	0	1	1	0	0	3	3
[81,90]	0	1	0	1	0	3	0	3
[91,100]	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 26: *Frecuencia de alumnos por intervalos en los distintos niveles de Creatividad (valores absolutos y porcentajes)*

Se puede observar que hubo gran variabilidad en los niveles 1, 2 y 3. La mayoría de los alumnos presentaron sus producciones en el trabajo de *Creatividad* en los niveles 1 y 2 (35% y 37% de media). En concreto, hubo 5 alumnos (17%) que tuvieron resultados únicamente en 2 y 3 (sólo 2 de ellos coincidieron con alguno de los 4 estudiantes mencionados antes referido a *Conocimiento*), uno de ellos con el 89% de sus producciones en el nivel 3, mientras que 10 (30%) no tuvieron ninguna en este nivel. En definitiva, existió gran variabilidad en los resultados en los tres aspectos, pero parece que cada alumno tuvo tendencia a presentar la mayor parte de sus producciones en torno al mismo nivel.

Si se consideran los resultados de las actividades seleccionadas de los 3 aspectos de *Conocimiento*, *Reflexión* y *Creatividad* (ver Tabla 27) no se descubren regularidades en los resultados. Por ejemplo, los de LHS parecen homogéneos en los tres aspectos considerados; los de MRA fueron bajos en *Reflexión* y medios en *Conocimiento* y *Creatividad*; los de RPB fueron bajos en conocimientos matemáticos y en *Creatividad*, y medio en *Reflexión*; los de RSC fueron altos en *Conocimiento* y bajos en *Reflexión* y *Creatividad*; los de SCM fueron muy altos en *Creatividad*, en *Reflexión* muy altos y medios en *Conocimiento*; los de SGM fueron altos en *Reflexión* y muy bajos en *Conocimiento* los de SRD fueron muy altos en *Conocimiento* pero medios en *Reflexión*; los de VGO fueron altos en *Creatividad* y *Conocimiento* matemático y bajos en *Reflexión*. En definitiva, cada alumno obtuvo resultados diferentes en cada actividad sin que en cada caso, aparentemente, existiera relación entre los tres aspectos estudiados. Esta variabilidad en los resultados en los aspectos confirma la importancia de trabajar y evaluar según múltiples aspectos para conseguir una formación integral del alumno.

Porcentajes en <i>Conocimiento, Reflexión y Creatividad</i>												
Estudiante	Conocimiento matemático				Reflexión				Creatividad			
	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3
CPM	11	89	0	0	34	47	13	6	11	22	56	11
GNL	0	60	40	0	20	67	13	0	0	56	22	22
JCR	0	22	56	22	21	64	15	0	11	11	67	11
LHS	0	0	55	45	18	53	23	6	0	0	56	44
MCA	0	6	94	0	18	33	32	17	0	22	11	67
MGS	0	89	11	0	7	50	36	7	0	11	78	11
MGY					22	73	5	0	0	67	33	0
MMA					0	58	36	6	11	56	33	0
MME	8	31	38	23	30	43	27	0	0	11	33	56
MMS	8	31	38	23	20	54	22	4	0	22	67	11
MPD									0	11	67	22
MPJ					17	60	17	6	11	67	22	0
MRA	0	6	94	0	54	41	5	0	0	44	44	11
MSA					30	62	8	0				
NRJ					27	59	14	0	0	67	33	0
PGJ	13	7	47	33	27	44	28	1	0	56	33	11
PGS	33	0	67	0	14	32	38	16	0	67	33	0
PPE	0	30	45	25	15	69	14	2	11	67	22	0
PRL	6	47	47	0	31	52	10	7				
RGB	8	54	38	0	14	34	48	4	11	11	44	33
RPB	11	89	0	0	32	47	16	5	0	89	11	0
RSC	0	0	55	45	27	61	12	0	22	67	11	0
SCM	0	22	56	22	3	46	33	18	0	0	11	89
SGC	0	66	27	7	31	51	18	0	0	22	56	22
SGM	0	89	11	0	15	40	20	25				
SOM	0	66	27	7	32	59	9	0	0	0	22	78
SRA	0	60	40	0	18	72	10	0	0	56	22	22
SRD	13	7	47	33	30	57	12	1	0	11	44	44
TGS	0	0	17	83	10	55	26	9	33	44	22	0
VCJ	0	30	45	25	11	53	25	11	0	0	33	67
VGO	0	0	17	83	29	61	10	0	0	0	56	44
VMM	0	22	45	33	24	68	2	6	0	67	33	0
VSL	33	0	67	0	37	47	16	0	0	33	33	33
Media	5	34	41	19	23	53	19	5	4	35	37	24

Tabla 27: *Resultados de los estudiantes en las actividades de Conocimiento, Reflexión y Creatividad (en porcentajes)*

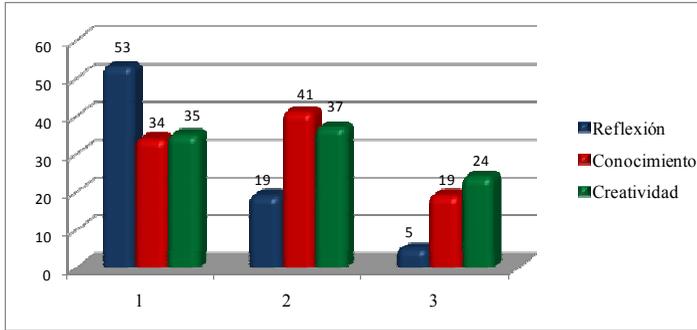


Figura 3: Medias obtenidas por los estudiantes para maestro en los niveles 1, 2 y 3 para las categorías Reflexión, Conocimiento y Creatividad.

*Como no se consideró el nivel 0, la suma de los resultados no es el 100 %

El análisis de la varianza de medidas repetidas mostró que, globalmente, existieron diferencias significativas entre los resultados obtenidos en los cuatro aspectos considerados: *Reflexión*, *Conocimiento*, *Creatividad* y *Prueba* [$F(3, 69)=11.75$, $p<0.001$]. Para descubrir esas diferencias se realizaron contrastes entre medias con ajuste Bonferroni para reducir el nivel alfa a un nivel más conservador de 0.008 (es decir, $0.05/6$). Este análisis muestra que las diferencias fueron significativas entre los resultados obtenidos en *Reflexión* y cada uno de los otros tres aspectos (Tabla 28), lo que refleja que el primero valora habilidades diferentes que los otros.

	Diferencia de medias	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>Reflexión y Conocimiento</i>	-0.644	-5.441	0.000 **
<i>Reflexión y Creatividad</i>	-0.706	-6.297	0.000 **
<i>Reflexión y Prueba</i>	-0.587	-5.060	0.000 **
<i>Conocimiento y Creatividad</i>	-0.097	-0.647	0.523
<i>Conocimiento y Prueba</i>	0.067	0.370	0.714
<i>Creatividad y Prueba</i>	0.095	0.589	0.561

* n.s. < 0.05 ** n.s. < 0.01

Tabla 28: Resultados comparativos de las variables diferencias entre Reflexión, Conocimiento, Creatividad y Prueba

Ello refuerza la necesidad de utilizar instrumentos de valoración adecuados a cada una de las diversas capacidades que se pretendan desarrollar en la formación de los estudiantes para maestro de Matemáticas.

1.2. Referidos al contenido

El segundo objetivo pretendía el análisis de los aspectos de enseñanza-aprendizaje sobre los aspectos que reflexionaron los estudiantes para maestro de matemáticas en su formación universitaria. Para este estudio se caracterizaron los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje a los que los estudiantes aludían de acuerdo con las categorizaciones establecidas previamente, tanto referidas a *Enseñanza* como a *Aprendizaje*, y si lo hacían a *Competencias Matemáticas* o *Profesionales*.

1.2.1. Aspectos del proceso de Enseñanza y Aprendizaje

La respuesta a cuáles fueron los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollado en el aula universitaria de formación sobre los que reflexionan los estudiantes para maestro de Matemáticas en sus diarios incluidos en el portafolio de aprendizaje se presenta en dos sentidos: primero se muestran los resultados correspondientes a las categorías *Enseñanza* y *Aprendizaje*, y en cada una de ellas los relativos a *Conocimiento* y *Metodología*, además para la categoría *Aprendizaje* se muestran resultados sobre la *Adquisición del conocimiento* y su *Aplicación*; posteriormente se indican los resultados relacionados con las *Competencias Matemáticas* y *Profesionales*.

Alusiones de los estudiantes para maestro en sus reflexiones a aspectos del proceso de Enseñanza y Aprendizaje

En sus reflexiones los estudiantes para maestro aludieron, en porcentajes, a aspectos de *Enseñanza* más que de *Aprendizaje* (más detalle, Figura 4). Más concretamente, referido a *Contenidos* y *Metodología* en cada una de esas categorías, el porcentaje de alusiones fueron, respectivamente, 24% y 36% en *Enseñanza* y 23% y 17% en *Aprendizaje*. Por otro lado, considerando las categorías de *Enseñanza* y *Aprendizaje* independientemente, referido a la primera el mayor porcentaje de las alusiones de los estudiantes para maestro se refirieron a *Metodología* mientras que, en el caso de *Aprendizaje*, la mayor parte se dirigieron a *Contenidos* (más detalle, Figura 5).

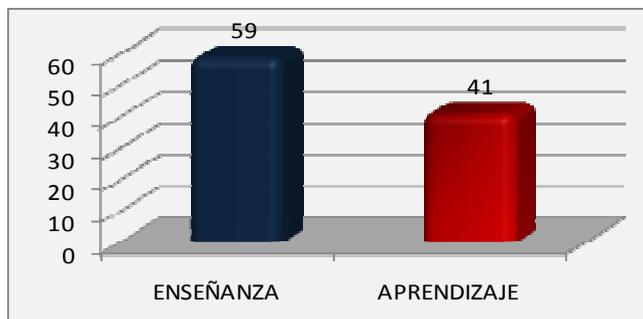


Figura 4: *Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a aspectos de Enseñanza y Aprendizaje*

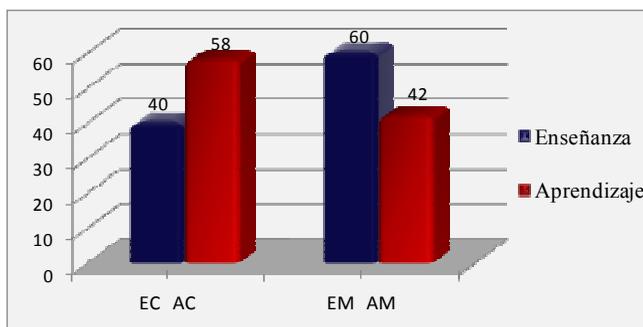


Figura 5: *Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a Contenidos (C) y Metodología (M) globalmente en cada una de las categorías Enseñanza (E) y Aprendizaje (A)*

El análisis de la varianza de medidas repetidas mostró que había diferencias significativas entre los resultados obtenidos en las categorías *Enseñanza* y *Aprendizaje* [$F(1, 31)=15.220$, $p<0.001$], en *Contenidos* y *Metodología* [$F(1, 31)=6.2$, $p=0.018$] y entre cada uno de los aspectos *Enseñanza de Contenidos* (EC), *Enseñanza de Metodología* (EM), *Aprendizaje de Contenidos* (AC) y *Aprendizaje de Metodología* (AM), [$F(1,$

31)=42.858, $p < 0.001$]. Para descubrir estas diferencias se realizaron pruebas de medias con ajuste de Bonferroni para reducir el nivel de significación a uno más conservador de 0.008 (es decir, $0.05/6$) (Tabla 29 y Tabla 30).

	Diferencia de medias	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>ECy AC</i>	0.013	0.453	0.654
<i>EMy AM</i>	0.195	6.394	0.000**

*n.s.<0.05, **n.s.<0.01

Tabla 29: Resultados comparativos de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, tanto en Contenidos (C) como en Metodología (M) en función de las categorías Enseñanza (E) y Aprendizaje (A)

	Diferencia de medias	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>ECy EM</i>	-0.122	-6.107	0.000**
<i>ACy AM</i>	0.059	3.372	0.002*

*n.s.<0.05, **n.s.<0.01

Tabla 30: Resultados comparativos de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, en cada categoría Enseñanza (E) y Aprendizaje (A) con relación a Contenidos (C) y Metodología (M)

Un análisis pormenorizado de la categoría *Aprendizaje* mostró que los estudiantes para maestro aludieron a la *Adquisición de conocimientos* (85%) más que a su *Aplicación* (15%). Centrándose en lo primero, el porcentaje de sus alusiones a aspectos relacionados con el conocimiento adquirido durante el periodo de formación fue más del doble de las dirigidas a *Conocimientos Previos* y a la *Profundización* del

mismo consideradas de forma conjunta. Referido a *Contenidos* y *Metodología*, sus alusiones al primer aspecto superaron a las del segundo en todas las subcategorías consideradas excepto en la *Utilidad del conocimiento* (más detalle, Figura 6). Observando con más detalle el *Conocimiento adquirido* durante el proceso formativo, más de la mitad del porcentaje de sus alusiones se vincularon con *Logros* conseguidos, mientras que las *Dificultades* fueron a las que más se refirieron a continuación, relacionadas principalmente con *Contenidos* (más detalle, Tabla 31).

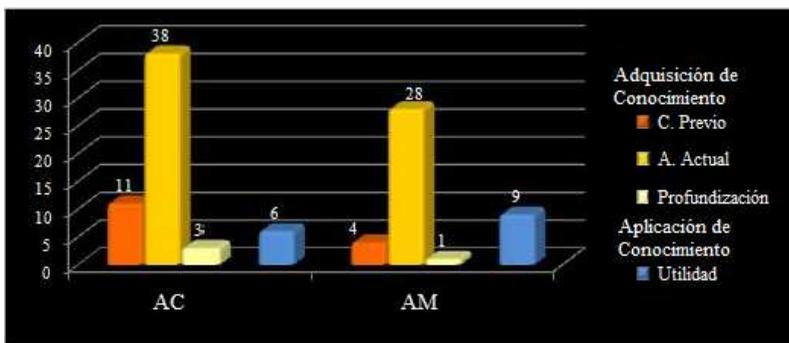


Figura 6: *Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, al Aprendizaje de Contenidos (AC) y Metodología (AM) con relación a la Adquisición de conocimientos y su Aplicación*

		Proceso de aprendizaje							Total
		Adquisición conocimiento					Aplicación conocimiento		
		C. Previo	Adquisición Actual			T. Futuro	Utilidad		
		C	L	H	D	A	P	U	
Objeto de aprendizaje	AC	11	22	3	12	1	3	6	58
	AM	4	21	2	2	3	1	9	42
Total		15	43	5	14	4	4	15	100

Tabla 31: Porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, al Aprendizaje de Contenidos (AC) y Metodología (AM) con relación a la Adquisición de conocimientos y su Aplicación

Alusiones de los estudiantes para maestro en sus reflexiones a Competencias Matemáticas y Profesionales

Los porcentajes de alusiones de los estudiantes para maestro a *Competencias Matemáticas* y *Profesionales* principalmente se dirigieron a *Conocimiento* en ambos casos (más detalle, Figura 7).

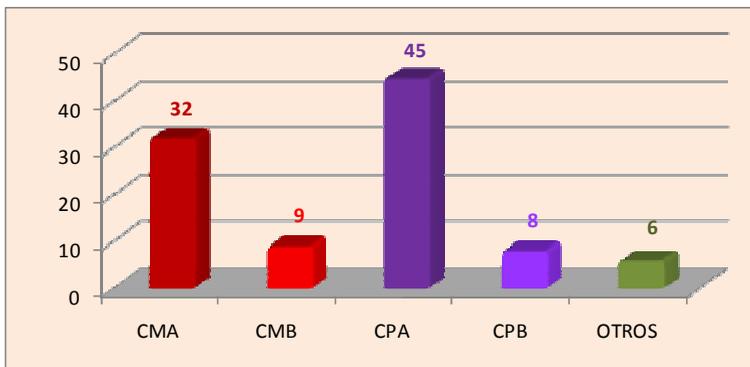


Figura 7: Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a Competencias Matemáticas de Conocimiento (CMA) y de Profundización en el conocimiento (CMB) y Competencias Profesionales de Conocimiento (CPA) y de Profundización en el conocimiento (CPB)

El ANOVA de medidas repetidas mostró que no hubo diferencias significativas entre los resultados obtenidos en las categorías *Competencia Matemática* y *Competencia Profesional* [$F(1, 31)=15.220$, $p=0.601$], aunque las hubo entre el nivel de adquisición de las *Competencias de Conocimiento* y de *Profundización en el conocimiento* [$F(1, 31)= 461.739$, $p<0.001$] y entre *Competencias Matemáticas de Conocimiento* (CMA), *Competencias Matemáticas de Profundización en el conocimiento* (CMB), *Competencias Profesionales de Conocimiento* (CPA) y *Competencias Profesionales de Profundización en el conocimiento* (CPB), [$F(1, 31)=4.570$, $p=0.041$]. Para descubrir esas diferencias, se realizaron test de diferencias de medias con ajuste de Bonferroni para reducir el nivel de significación a uno más conservador de 0.008 (es decir, $0.05/6$) (ver Tabla 32 y Tabla 33).

	Diferencia de medias	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>CMA y CPA</i>	0.193	-0.683	0.500
<i>CMB y CPB</i>	0.082	3.128	0.004*

*n.s.<0.05, **n.s.<0.01

Tabla 32: Resultados comparativos de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, en cada categoría Competencias Matemáticas y Profesionales con relación a Conocimiento y Profundización en el conocimiento

	Diferencia de medias	<i>t</i>	<i>p</i>
<i>CMA y CMB</i>	0.117	15.011	0.000**
<i>CPA y CPB</i>	0.138	15.491	0.000**

*n.s.<0.05, **n.s.<0.01

Tabla 33: Resultados comparativos de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, tanto en Conocimiento como en Profundización en el conocimiento en función de las categorías Competencias Matemáticas y Profesionales

Los porcentajes de alusiones de los estudiantes para maestro a las *Competencias* con relación a la *Enseñanza* fueron mayores o iguales en todos los casos a los obtenidos con relación al *Aprendizaje* (más detalle, Figura 8). Si se consideran de forma independiente las categorías *Enseñanza* y *Aprendizaje*, la mayor parte de sus alusiones a las *Competencias*, tanto a aspectos de *Enseñanza* como de *Aprendizaje*, se refirieron a *Competencias Matemáticas de Conocimiento*, en su mayoría relacionadas con *Contenidos*, y a *Competencias Profesionales de Conocimiento*, principalmente vinculadas a *Metodología* (más detalle, Tabla 34).

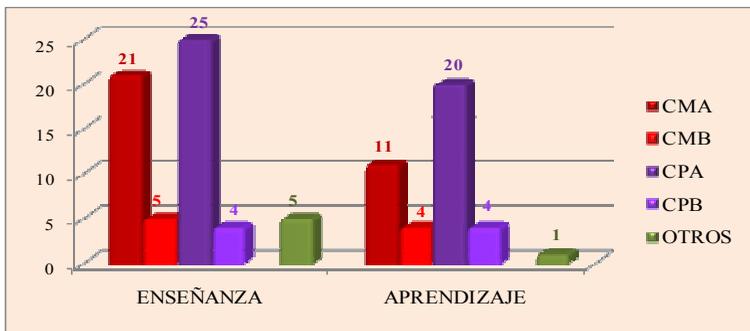


Figura 8: *Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a Competencias Matemáticas de Conocimiento (CMA) y de Profundización en el conocimiento (CMB) y Competencias Profesionales de Conocimiento (CPA) y de Profundización en el conocimiento (CPB) en relación con las categorías Enseñanza y Aprendizaje*

		Objeto de Enseñanza			Objeto de Aprendizaje		
		% parciales respecto al total de E			% parciales respecto al total de A		
		EC	EM	Total	AC	AM	Total
Competencias	CMA	27	9	36	30	2	32
	CMB	4	3	7	7	2	9
	CPA	8	21	29	16	29	45
	CPB	1	1	2	4	4	8
	OTROS	0	26	26	1	5	6
Total		40	60	100	58	42	100

Tabla 34: *Porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a Competencias Matemáticas de Conocimiento (CMA) y de Profundización en el conocimiento (CMB) y Competencias Profesionales de Conocimiento (CPA) y de Profundización en el conocimiento (CPB) en relación con la Enseñanza (E) y Aprendizaje (A) de Contenidos (C) y Metodología (M)*

Un análisis más pormenorizado en la categoría *Aprendizaje* mostró que los porcentajes de alusiones de los estudiantes para maestro a la *Adquisición de conocimiento* superaron el 79%, mientras que sólo el 15% se refirieron a su *Aplicación*, superando las del primer caso a las del segundo en todas las *Competencias* excepto en *Competencias Profesionales de Profundización en el conocimiento*. Centrándose en lo primero, el porcentaje de sus alusiones a aspectos relacionados con el conocimiento adquirido durante el periodo de formación fue muy superior a las dirigidas a *Conocimientos Previos* y a la *Profundización* del mismo, donde destacó el elevado porcentaje de alusiones sobre el *Conocimiento Previo* en *Competencias Matemáticas de Conocimiento* con relación al resto de *Competencias* y la escasez de alusiones a la *Profundización* de lo aprendido, que sólo se produjo en *Competencias Matemáticas de Conocimiento* y *Competencias Profesionales de Conocimiento*. Referidos a la *Aplicación de conocimientos*, únicamente se aludió vinculado a *Competencias Profesionales de Conocimiento* y *Competencias Profesionales de Profundización en el conocimiento* (más detalle, Figura 9).

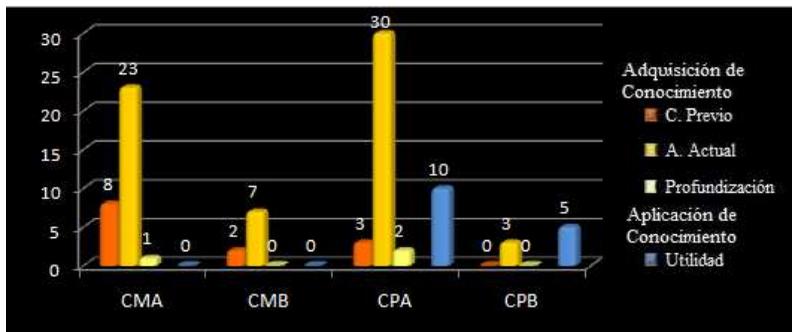


Figura 9: *D*íagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a la Adquisición de conocimientos y su Aplicación con relación a Competencias Matemáticas de Conocimiento (CMA) y de Profundización en el conocimiento (CMB) y Competencias Profesionales de Conocimiento (CPA) y de Profundización en el conocimiento (CPB)

*Como la categoría *Otros* no se consideró, los resultados no suman el 100%

Por otro lado, el elevado porcentaje de alusiones a Competencias *Profesionales de Conocimiento* en el conocimiento adquirido durante el periodo formativo se centró principalmente en *Logros*, mientras que en *Competencias Matemáticas de Conocimiento* se repartió entre *Logros* y *Dificultades*; en *Competencias Profesionales de Profundización en el conocimiento* aludieron únicamente a *Logros* (más detalle, Tabla 35).

		Proceso de aprendizaje							Total
		Adquisición conocimiento					Aplicación conocimiento		
		C. Previo	C. Actual				T. Futuro	Utilidad	
		C	L	H	D	A	P	U	
Competencias	CMA	8	10	2	10	1	1	0	32
	CMB	2	5	1	1	0	0	0	9
	CPA	3	23	2	3	2	2	10	45
	CPB	0	3	0	0	0	0	5	8
	OTROS	2	2	0	0	1	1	0	6
Total		15	43	5	14	4	4	15	100

Tabla 35. *Porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a Competencias Matemáticas de Conocimiento (CMA) y de Profundización en el conocimiento (CMB) y Competencias Profesionales de Conocimiento (CPA) y de Profundización en el conocimiento (CPB) con relación a la Adquisición de conocimientos y su Aplicación*

1.2.2. Profundidad en los aspectos del proceso de Enseñanza y Aprendizaje

Seguidamente se da respuesta a la relación que existe entre la profundidad y los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollado en el aula universitaria de formación sobre los que reflexionan los estudiantes para maestro de Matemáticas en sus diarios incluidos en el portafolio de aprendizaje.

Como ya se ha indicado, los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, principalmente realizaron *Descripciones* sobre los aspectos relacionados con el proceso de enseñanza-

aprendizaje, mientras que los porcentajes referidos a *Argumentaciones* y *Aportaciones* decrecieron a medida que aumentaba el nivel de profundidad. A continuación se precisan los aspectos de cada categoría *Enseñanza* y *Aprendizaje* que provocaron mayores niveles de reflexión.

Los estudiantes para maestro alcanzaron los mayores niveles de reflexión en aspectos relacionados con *Aprendizaje*, principalmente referido a aspectos de *Metodología*, al contrario de lo sucedido en el menor nivel de reflexión, mientras que se limitaron esencialmente a *Describir* lo ocurrido en aspectos relacionados con *Enseñanza* en porcentajes similares entre *Contenidos* y *Metodología* (más detalle, Figura 10 y Tabla 36).

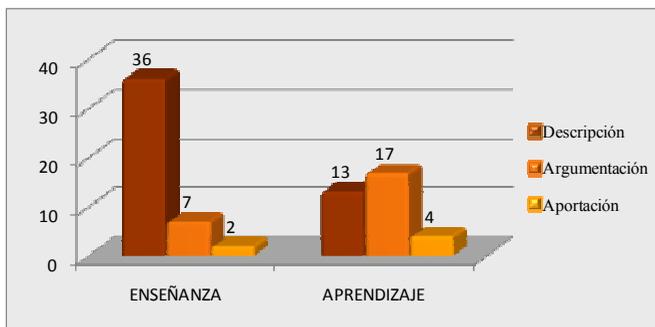


Figura 10: Diagrama de barras en porcentajes de los niveles de profundidad alcanzados por los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a aspectos de Enseñanza y Aprendizaje

*Como el nivel *Generalidad* no se consideró, los resultados no suman el 100%

		Objeto de Enseñanza			Objeto de Aprendizaje		
		% parciales respecto al total de E			% parciales respecto al total de A		
		EC	EM	Total	AC	AM	Total
Profundidad	Generalidad	5	18	23	14	5	19
	Descripción	29	32	61	24	14	38
	Argumentación	5	8	13	16	19	35
	Aportación	1	2	3	4	4	8
Total		40	60	100	58	42	100

Tabla 36: Porcentajes de los niveles de profundidad alcanzados por los estudiantes para maestro en sus reflexiones, en relación con la Enseñanza (E) o Aprendizaje (A) de Contenidos (C) y de Metodología (M)

En cuanto a los niveles de la profundidad de las reflexiones de los estudiantes para maestro en la *Adquisición del conocimiento* y su *Aplicación*, en el primer caso, la mayoría de las veces *Describieron* o *Argumentaron*, mientras que en el segundo, fundamentalmente *Argumentaron* (más detalle, Figura 11). Centrándose en el *Conocimiento Adquirido* durante el proceso formativo, el porcentaje de *Argumentaciones* fue inferior en todos los aspectos que el de *Descripciones*, salvo cuando se refirieron a *Logros*. Las aportaciones alcanzaron el porcentaje más alto cuando se referían a *Logros* (más detalle, Tabla 37).

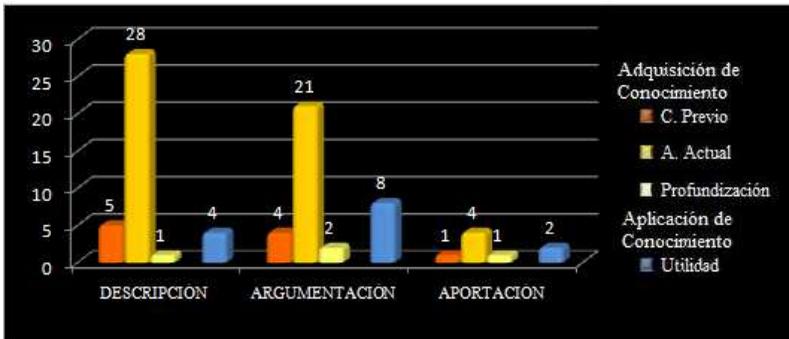


Figura 11: Diagrama de barras en porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, sobre la Adquisición de conocimientos y su Aplicación con relación a los niveles de profundidad de las reflexiones Descripción, Argumentación y Aportación

*Como el nivel *Generalidad* no se consideró, los resultados no suman el 100%

		Proceso de aprendizaje							Total
		Adquisición conocimiento					Aplicación conocimiento		
		C. Previo	C. Actual				T. Futuro	Utilidad	
			C	L	H	D			
Profundidad	Generalidad	5	6	1	5	1	0	1	19
	Descripción	5	17	3	6	2	1	4	38
	Argumentación	4	17	1	2	1	2	8	35
	Aportación	1	3	0	1	0	1	2	8
Total		15	43	5	14	4	4	15	100

Tabla 37: Porcentajes de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, en cada nivel de profundidad de las reflexiones con relación a la Adquisición de conocimientos y su Aplicación

Relacionando la profundidad de las reflexiones con las *Competencias Matemáticas* y *Profesionales*, referido a *Descripciones* y *Argumentaciones*, el porcentaje fue similar en *Competencias Matemáticas de Profundización en el conocimiento* y *Competencias Profesionales de Conocimiento*, mientras que aumentó las del segundo caso en *Competencias Profesionales de Profundización en el conocimiento* y decreció en *Competencias Matemáticas de Conocimiento*. Sólo se realizaron *Aportaciones* en *Competencias Profesionales* (más detalle, Figura 12).

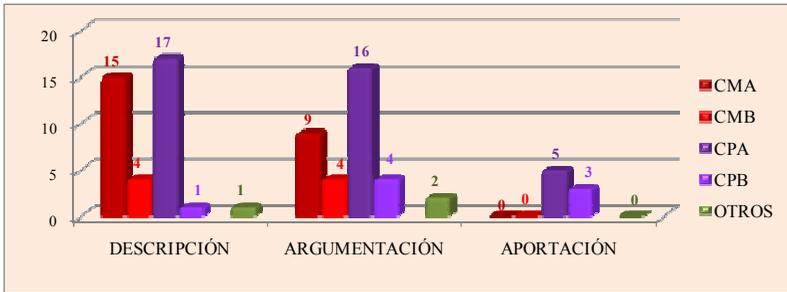


Figura 12: *Proporción de las alusiones de los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, a Competencias Matemáticas de Conocimiento (CMA) y de Profundización en el conocimiento (CMB) y Competencias Profesionales de Conocimiento (CPA) y de Profundización en el conocimiento (CPB) en relación con los niveles de profundidad Descripción, Argumentación y Aportación*

*Como el nivel *Generalidad* no se consideró, los resultados no suman el 100%

2. Revisiones de un proyecto incluido en el portafolios de aprendizaje

2.1. Modificaciones realizadas en el proyecto final

El tercer objetivo fue analizar las revisiones que los estudiantes para maestro de Matemáticas realizaron del propio trabajo tras la formación recibida en las aulas. Para ello se plantearon dos preguntas de investigación que se consideran a continuación.

Para conocer las modificaciones que los estudiantes para maestro de Matemáticas realizaron en uno de los proyectos incluidos en el portafolio de aprendizaje después de la formación recibida en las aulas universitarias, se valoraron tanto en el proyecto inicial como en el proyecto final y se compararon los resultados promedio (Figura 13) y además se calculó el porcentaje de estudiantes que se encontraban en cada nivel de valoración en las diferentes categorías (Figura 14).

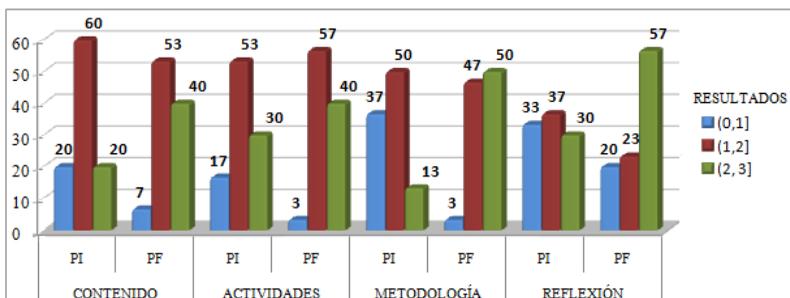


Figura 13: *Medias obtenidas por los estudiantes para maestro en las categorías Contenido, Actividades, Metodología y Reflexión en el proyecto inicial (PI) y en el proyecto final (PF)*

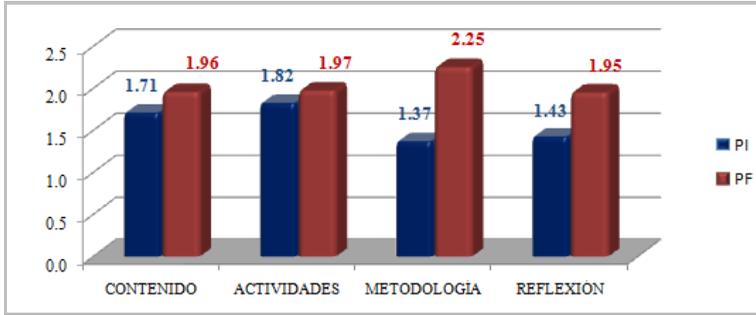


Figura 14: *Porcentaje de estudiantes para maestro en cada nivel de valoración en las categorías Contenido, Actividades, Metodología y Reflexión, en el proyecto inicial (PI) y en el proyecto final (PF)*

La prueba t de medidas relacionadas mostró que la valoración global de cada estudiante para maestro considerando las 4 categorías aumentó significativamente en el proyecto final tras la revisión del proyecto inicial como resultado de la reflexión realizada debido a la formación recibida [$t(29)=5.820$, $p<001$]. En concreto, comparando los resultados en cada una de las categorías *Contenido*, *Actividades*, *Metodología* y *Reflexión*, la prueba t de medidas repetidas mostró diferencias significativas entre los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro entre los proyectos inicial y final en todas las categorías, salvo en *Actividades* (Tabla 38).

	Diferencia de medias	<i>t</i>	<i>p</i>
Contenido	0.247	4.034	0.000**
Actividades	0.148	1.723	0.096
Metodología	0.884	5.646	0.000**
Reflexión	0.525	3.682	0.001**

* n.s. < 0.05 ** n.s. < 0.01

Tabla 38: Resultados comparativos entre las valoraciones medias obtenidas en las categorías Contenido, Actividades, Metodología y Reflexión en el proyecto inicial (PI) y el proyecto final (PF) de cada estudiante para maestro

También se analizó la homogeneidad entre los resultados obtenidos por los estudiantes para maestro entre las diferentes categorías tanto en el proyecto inicial como en el proyecto final. Referido al primero, se apreciaron diferencias significativas entre los niveles alcanzados en *Actividades* con relación a *Metodología* y *Reflexión* [$t(29)=2.587$, $p<0.05$ y $t(29)=2.067$, $p<0.05$ respectivamente], mientras que en los proyectos finales hubo diferencias significativas entre *Contenido* y *Metodología* [$t(29)=2.365$, $p<0.05$] y *Actividades* y *Metodología* [$t(29)=2.687$, $p<0.05$].

2.2. Naturaleza de las modificaciones en el proyecto final

Nos preguntamos, además, cuál había sido la naturaleza de las modificaciones que realizaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en uno de los proyectos incluidos en el portafolio de aprendizaje tras la formación recibida en las aulas universitarias. Para dar respuesta a esta cuestión los resultados obtenidos en el estudio de la profundidad de las

revisiones realizadas por los estudiantes para maestro en cada categoría en función de los cinco niveles considerados, tanto en valor absoluto como en porcentaje global, se organizaron en una tabla (Tabla 39) donde cada cantidad se desglosó, en la fila inmediatamente inferior, en el número de estudiantes para maestro cuya valoración obtenida en el proyecto final fue, de izquierda a derecha, superior, igual o inferior a la del proyecto inicial respectivamente, tanto en términos absolutos como en porcentajes parciales en cada caso. Así, por ejemplo, de los 30 estudiantes para maestro, 10 (33%) modificaron completamente el *Contenido* en la presentación del proyecto final respecto al proyecto inicial, de los cuales 6 mejoraron la valoración y 4 obtuvieron resultados inferiores.

Niveles		<i>Contenido</i>			<i>Actividades</i>			<i>Metodología</i>			<i>Reflexión</i>		
(4) Rehace completamente	n(%)	10(33%)			13(43%)			14(47%)			18(60%)		
	n	6	0	4	9	1	3	13	1	0	18	0	0
	%	60	0	40	69	8	23	93	7	0	100	0	0
(3) Reorganiza completamente y quizás añade	n(%)	5(17%)			0 (0%)			3(10%)			0 (0%)		
	n	5	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0
	(%)	100	0	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0
(2) Reorganiza o modifica algunas partes	n(%)	4(13%)			1(3%)			3(10%)			0 (0%)		
	n	3	1	0	1	0	0	1	2	0	0	0	0
	(%)	75	25	0	100	0	0	33	67	0	0	0	0
(1) Añade nuevo conocimiento sin modificar ni reorganizar	n(%)	8(27%)			13(43%)			5(17%)			3(10%)		
	n	6	2	0	7	3	3	4	1	0	3	0	0
	(%)	75	25	0	54	23	23	80	20	0	100	0	0
(0) No realiza ninguna modificación	n(%)	3(10%)			3(10%)			5(17%)			9(30%)		
	n	0	3	0	0	3	0	0	5	0	0	9	0
	(%)	0	100	0	0	100	0	0	100	0	0	100	0

Tabla 39: Número de estudiantes para maestro en cada categoría, en valor absoluto y en porcentajes, en función de la profundidad alcanzada en las modificaciones del conocimiento realizadas en el proyecto final (PF) respecto al proyecto inicial (PI) y desglosados en los que aumentan, igualan o disminuyen su valoración inicial respectivamente

El número de estudiantes para maestro que modificaron completamente el proyecto final en todas las categorías fue mayor que los que realizaron otro tipo de modificación, salvo en el caso de *Actividades*, donde la cantidad se iguala a la de los que sólo añaden conocimiento en el proyecto inicial sin realizar otras modificaciones. La mayor parte de los estudiantes para maestro mejoraron su valoración en el proyecto final con relación al proyecto inicial en todas las

categorías, salvo en *Contenido* y *Actividades*, donde 4(13% del total) y 6(20% del total) estudiantes para maestro obtuvieron una valoración inferior en el proyecto final, de los cuales 3 coincidieron en ambos casos.

Referido al nivel de las modificaciones, todos los estudiantes para maestro realizaron algún tipo de revisión al menos en dos de las cuatro categorías de los cuales 6(20%) rehicieron de nuevo completamente el trabajo en todos los casos mientras que 3(10%) lo rehicieron en tres de las cuatro categorías. Es decir, el 30% de los estudiantes para maestro rehicieron de nuevo el trabajo en todas o la mayor parte de las categorías. Por el contrario 8(24%) estudiantes para maestro no alcanzaron ese nivel en ninguna categoría.

A partir del análisis de las producciones de los estudiantes para maestro, se compararon aspectos del conocimiento al que aludían tanto en el proyecto inicial como en el proyecto final. Por ejemplo, en el proyecto inicial, 7(23%) estudiantes para maestro aludieron a propuestas de trabajo en grupo y 8(27%) propusieron problemas o actividades abiertas y, a pesar de que en la mayor parte de las sesiones de formación se desarrollaron en grupos y a partir de actividades abiertas, en el proyecto final, sólo 15(50%) estudiantes para maestro aludieron a propuestas de trabajo en grupo y 19(63%) propusieron problemas o actividades abiertas, en todos los casos de forma aislada. A pesar de esa escasa transferencia, la prueba estadística Chi-cuadrado con un nivel alfa de significación predeterminado 0.01 y 1 grado de libertad permitió afirmar, con una probabilidad inferior al 1%, que existieron diferencias significativas en ambos casos superiores en el proyecto final respecto al proyecto inicial ($\chi^2 = 9.130, p < 0.01$ y $\chi^2 = 12.139, p < 0.01$ respectivamente). Por

otro lado, ningún estudiante para maestro tuvo en cuenta aspectos multiculturales ni en el proyecto inicial ni en el proyecto final a pesar de que se desarrolló una sesión formativa y los estudiantes para maestro realizaron un proyecto con ese objetivo. Referido a las *Actividades*, 4(13%) estudiantes para maestro las clasificaron con 3 criterios diferentes en el proyecto inicial mientras que en el proyecto final, únicamente lo hicieron 15(50%), a pesar de la formación recibida en ese sentido (además de las clasificaciones anteriores propusieron 4 posibilidades más).

También se comparó si las propuestas de los estudiantes para maestro aludían a aspectos del proceso de enseñanza y aprendizaje de Primaria, es decir, si tenían en cuenta aspectos como, por ejemplo, el tipo de tarea que se plantea, la naturaleza de la misma, el papel que ésta juega en el proceso, el tipo de conocimiento que se pone en juego, la consideración de motivaciones y obstáculos, la atención a la diversidad, la secuencia metodológica, los recursos didácticos, las relaciones socio-personales, la organización del aula y la evaluación. El número de estudiantes para maestro que consideraron dichos aspectos pasó, del proyecto inicial al proyecto final, de 6 a 9 en *Contenido*, 9 a 11 en *Actividades*, 14 a 22 en *Metodología* y 10 a 17 en *Reflexión*, donde las menores diferencias volvieron a ser en *Contenido* y *Actividades* (Tabla 40). A pesar de las escasas diferencias, la prueba estadística Chi-cuadrado con un nivel alfa de significación predeterminado 0.01 y 1 grado de libertad estableció, con una probabilidad menor que 1%, diferencias significativas en todos los casos ($\chi^2 = 10.159$, $p < 0.01$ en *Contenido*; $\chi^2 = 22.208$, $p < 0.01$ en *Actividades*; $\chi^2 = 9.545$, $p < 0.01$ en *Metodología* y $\chi^2 = 11.471$, $p < 0.01$ en *Reflexión*).

		PF							
		Contenido		Actividades		Metodología		Reflexión	
		Sí	No	Sí	No	Sí	No	Sí	No
PI	Sí	5	1	9	0	14	0	10	0
	No	4	20	2	19	8	8	7	13

Tabla 40: Resultados comparativos del proyecto inicial (PI) con el proyecto final (PF), por categorías, teniendo en cuenta si los estudiantes para maestro aludieron a aspectos del proceso de enseñanza y aprendizaje a nivel de Primaria

Capítulo V:
DISCUSIÓN

Los estudiantes para maestro de matemáticas en Primaria participaron activamente en las sesiones formativas y se mostraron motivados y extrañados de que se pudieran presentar los contenidos matemáticos de formas tan distintas a las que estaban acostumbrados (*“Hemos trabajado duro y aprendido mucho pero sin apenas darnos cuenta de ello”, “Quién me iba a decir que en este cuatrimestre iba a dedicar más horas a las Matemáticas, haciendo cosas interesantes, que al Inglés o al Arte, ¡las cosas que más me gustan!”, “Me gustaría tener más clases para seguir descubriendo cosas sorprendentes para la enseñanza de las Matemáticas”, “Nunca antes había trabajado de esta forma y ahora me doy cuenta de que hay una y mil maneras de trabajar las Matemáticas”*).

Sin embargo, en sus reflexiones, los estudiantes para maestro fundamentalmente describieron aspectos relacionados con el proceso de enseñanza-aprendizaje sin llegar a involucrarse y, en un porcentaje mucho menor, argumentaron o realizaron aportaciones, a pesar de la formación en reflexión realizada en el aula. Al principio estos resultados parecieron frustrantes, pero la literatura revisada sobre el tema proporciona evidencias de que, si sólo se involucra a los estudiantes en reflexiones escritas, no se suele promover una reflexión realmente productiva (Hatton y Smith, 1995; Loughran, 2002). Con todo, estos resultados son similares a los obtenidos en investigaciones sobre las reflexiones que realizaban los estudiantes para maestro durante sus prácticas en centros de enseñanza (por ejemplo El-Dib, 2007; Goodell, 2006; Ward y McCotter, 2004).

La mayoría de los estudiantes para maestro no estaban acostumbrados a realizar reflexiones sobre actividades matemáticas y, sin embargo, los resultados de algunos de ellos sugieren que es posible alcanzar un alto nivel de reflexión. Este fue, por ejemplo, el caso de un estudiante cuya edad, estudios y formación previa eran similares a las de los demás. En las sesiones de aula no destacó en conocimiento, creatividad u otras actividades ni había llamado especialmente la atención del profesor por sus intervenciones, no obstante, tuvo el 69% de sus contribuciones en los niveles 2 y 3.

Todas las actividades realizadas en el aula universitaria de formación no provocaron los mismos niveles de reflexión. De hecho, los niveles más altos se alcanzaron en aquéllas en las que los estudiantes para maestro participaron activamente, lo que hace pensar que la calidad de la reflexión depende de los aspectos a los que se refieran, como sugirieron, por ejemplo, Mansvelder-Longayroux, Beijaard y Verloop (2007). También es posible que la falta de reflexión en otras actividades pueda deberse a que aquellas que usualmente los estudiantes estaban acostumbrados a realizar de una determinada manera, normalmente de modo pasivo, es difícil que sean modificadas a corto plazo, pero no porque no fueran capaces de hacerlo sino porque, simplemente, no lo hicieron. Esto nos hace suponer que los estudiantes eran capaces de reflexionar con más profundidad, pero no estaban acostumbrados a hacerlo.

Esta carencia de reflexión general también puede hacer pensar que no se dedicó suficiente tiempo a la formación de los estudiantes en ese sentido, pero consideramos que no fue así. Se realizó una reflexión conjunta después de cada una de las diversas actividades realizadas en el aula durante todo el

desarrollo de la disciplina y, además, tres sesiones completas en diferentes sentidos como, por ejemplo, una reflexión personal del profesor a las pocas semanas de empezar las clases. Es decir, a pesar del tiempo que se dedicó a ello, no se reflejó en las reflexiones escritas por los estudiantes sobre las actividades. Esto lleva a pensar que este aspecto es de desarrollo lento debido quizás a una enseñanza previa duradera que propició bajos niveles de reflexión.

Por otro lado, no se puede olvidar que no es fácil poseer un alto nivel de reflexión porque, de hecho, pocos adultos lo manifiestan (Zuckerman, 2004). Esto puede ser un problema porque, aunque varía de unos a otros, los ciudadanos en su vida personal o en sus ocupaciones diarias necesitan realizar continuamente juicios rápidos y tomar decisiones en entornos problemáticos o situaciones cambiantes, a veces bajo una presión extrema. A menudo tales demandas requieren algo más que poseer conocimientos y habilidades. Sin embargo, si la reflexión se debe considerar un aspecto básico de la competencia profesional del individuo, necesitamos conocer más sobre su estructura, peculiaridad y naturaleza para saber lo que puede conseguir el pensamiento reflexivo (Iser, 1999). La educación, sobre todo las universidades, deberían esforzarse en resolver las carencias de formación en ese aspecto, en particular con los futuros maestros porque ellos tendrán que educar a los futuros ciudadanos (Barnett, 1997).

En otro sentido, los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, enfatizaron la enseñanza principalmente referida a metodología, más que el aprendizaje en su mayor parte referido a contenidos, al igual que sucedió en otros estudios con estudiantes para maestro que habían cursado el practicum

en los centros de primaria (Davis, 2006). Además, a pesar de los objetivos de enseñanza y aprendizaje planteados y de la formación desarrollada en el aula, las alusiones de los estudiantes para maestro sobre los aspectos de enseñanza se dirigieron principalmente a conocimiento tanto matemático como profesional, al igual que ocurrió cuando aludieron a su aprendizaje. Precisamente en el aprendizaje de contenidos, sobre todo referido a conocimiento matemático, fue donde los estudiantes para maestro aludieron a un mayor conocimiento previo, encontraron mayores dificultades y sintieron mayor necesidad de profundizar. Esto permite suponer que los estudiantes para maestro no eran realmente conscientes del proceso desarrollado en el aula de formación y se fijaron principalmente en aquellos aspectos a los que estaban acostumbrados. Es decir, los estudiantes para maestro participaron en el proceso formativo como espectadores más que como parte activa del mismo y se dedicaron más a observar qué ocurría en el aula de formación que a intentar interiorizarlo. Esto hace pensar en la necesidad de buscar formas para que los estudiantes para maestro establezcan congruencias y fricciones entre las estrategias de enseñanza y aprendizaje (Vermunt y Verloop, 1999).

Por otro lado, los estudiantes para maestro, en sus reflexiones, fundamentalmente describieron, pero argumentaron en mayor medida cuando aludían al aprendizaje, tanto en contenido como en metodología y, especialmente, en sus referencias a profundización o aplicación del conocimiento, donde las aportaciones superaron a las descripciones. Sin embargo, los mayores niveles de reflexión se alcanzaron cuando se referían a logros conseguidos en aspectos relacionados con conocimiento

profesional, donde se realizaron más aportaciones que en los relativos a profundización en el conocimiento profesional, lo que refuerza que los estudiantes para maestro alcanzaron los mayores niveles de profundidad en su pensamiento reflexivo cuando se refirieron a aspectos formativos en los que se sintieron más involucrados. Esto muestra la dificultad que tuvieron los estudiantes para maestro para considerarse auténticos docentes de una clase de primaria, aunque no se puede olvidar que las reflexiones se realizaron sobre lo ocurrido en el aula de formación y estudios previos mostraron que es necesario tener experiencia docente para tener capacidad de valorar aspectos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje del aula. Aunque el desarrollo de la experiencia didáctica comienza durante su formación universitaria, en la fase previa a la práctica docente, los esquemas de lo acontecido en el aula pueden estar poco desarrollados y organizados (Oppewal, 1993).

El hecho de que existieran diferencias significativas entre la frecuencia de alusiones a enseñanza de metodología y su aprendizaje, enseñanza de contenidos y de metodología, y entre las relativas al aprendizaje en cada caso, permite pensar que los estudiantes para maestro percibieron estos cuatro aspectos del proceso formativo de distinta forma. Además, las diferencias entre los resultados obtenidos en las alusiones a competencias referidas a conocimiento y a profundización en el conocimiento y, en este segundo caso, entre competencias matemáticas y profesionales fueron significativas, lo que confirma la necesidad de considerar dichos aspectos de forma independiente para formar futuros docentes.

El sistema de valoración diseñado permitió analizar las modificaciones realizadas por los estudiantes para maestro de

su propio proyecto como resultado de la reflexión sobre formación recibida en el aula universitaria. Los estudiantes incluyeron en sus portafolios de aprendizaje, durante las primeras semanas proceso formativo, el proyecto consistente en el desarrollo de un contenido matemático a nivel de Primaria, que revisaron y completaron después de recibir la formación establecida en el plan de trabajo para el curso. Como se esperaba, hubo evidencias de mejora en el proyecto final. En concreto, los estudiantes para maestro prestaron más atención, en sus modificaciones, a aspectos relacionados con metodología y reflexión, y pusieron menos énfasis en otras dimensiones importantes como el diseño de las actividades. Esto pudo deberse a que durante el proceso formativo se puso menos énfasis en esos aspectos mientras que, por el contrario, se utilizaron diferentes metodologías y se realizaron reflexiones individuales o grupales de forma explícita y, además, se trataron de manera implícita en otros sentidos. Otra razón pudo ser que los estudiantes para maestro tenían menor conocimiento inicial de de esos aspectos y, por tanto, estaban dispuestos a adaptarse fácilmente a estas nuevas experiencias.

El portafolios de aprendizaje se consideró como un instrumento que aportaba evidencias sobre una parte del desarrollo del conocimiento de los estudiantes, el que mostraron en los diferentes trabajos que lo constituían (Dinham y Scott, 2003). Por ello, incluía gran cantidad de actividades relacionadas con aspectos que los estudiantes para maestro podían utilizar en sus modificaciones. Esto permitió que un cierto número de ellos realizaran una revisión profunda del proyecto inicial. Sugerimos que esto indica que el proceso de aprendizaje desarrollado en el aula de formación

produjo un alto grado de reflexión. Sus ideas iniciales, generalmente más próximas a un estilo más dirigido de enseñanza, parecían haberse adaptado a las propuestas de la metodología interna del curso. Este grupo de estudiantes para maestro demostró que entendían el conocimiento como un proceso de reconstrucción permanente, lo que se reflejó en sus portafolios.

Llama la atención que, a pesar de dedicar sesiones específicas y propuestas de trabajo a algunos aspectos que los estudiantes para maestro podían incorporar en su portafolio de aprendizaje como, por ejemplo, la consideración de aspectos multiculturales, ninguno de los estudiantes para maestro los tuvieron en cuenta en las revisiones de sus proyectos. Se ha reconocido la importancia de trabajar con los estudiantes para maestro la posibilidad de enfrentarse en las aulas de enseñanza a diversos contextos culturales. Sin embargo, hay mucha evidencia en la literatura de las carencias que los estudiantes para maestro a menudo muestran en sus perspectivas sobre la educación multicultural, así como de la escasa ayuda que los programas de formación ofrecen habitualmente a estos estudiantes para volver a examinar sus puntos de vista y desarrollar más prácticas de enseñanza culturalmente relevantes (Ladson-Billings, 1999). Quizás éste sea un aspecto que necesite mayor investigación. Posiblemente los estudiantes para maestro sólo eran capaces de ver la enseñanza a través de la lente de sus propias experiencias.

Sin embargo, algunos estudiantes para maestro consideraron en sus proyectos finales otros aspectos a los que no suelen estar acostumbrados como el trabajo en grupo o la propuesta de tareas abiertas, aunque lo hicieran de manera

aislada. Quizás este pequeño paso sea importante, porque se puede inferir que esto refleja una comprensión de los resultados obtenidos en el aprendizaje mediante la interacción en grupos y la participación en actividades con finalidades determinadas, pero esas conexiones entre las ideas generales sobre la enseñanza y el aprendizaje resultan difíciles de explicitar en la práctica (Delandshere y Arens, 2003). Por otro lado, cabe destacar que algunos estudiantes para maestro incorporaron algunas propuestas similares a las realizadas en el aula de formación en su proyecto final como la invención de un cuento (2, 7%) o solicitaron la reflexión tras la realización de una actividad (2, 7%).

La utilización del portafolios de aprendizaje promovió el desarrollo de las ideas iniciales de los estudiantes para maestro, aunque también debemos destacar la falta de coherencia entre las cuatro categorías aplicadas en nuestro estudio tanto del proyecto inicial como del proyecto final de cada estudiante para maestro. La organización y la ausencia de conexiones entre las diferentes secciones del portafolios de aprendizaje es, a la vez, incoherente e inconsistente (Zeichner y Wray, 2001). Esto sugiere que, incluso después de la elaboración del portafolio de aprendizaje, este grupo de estudiantes para maestro continuaban percibiendo la enseñanza como una lista de cosas que hay que saber y saber hacer, pero con pocas justificaciones o fundamentos (Delandshere y Arens, 2003). Además, muchos estudiantes para maestro se inscriben en un programa de educación de maestros con la expectativa de que se les dirá cómo enseñar y esta percepción está acompañada frecuentemente de una visión bien desarrollada del aprendizaje, pero que está basada en la transmisión (Clark, 1988). A pesar de que es posible que

los estudiantes para maestro pretendan ser alumnos más independientes, esto es un proceso evolutivo y no un cambio inmediato (Loughran y Corrigan, 1995)

En resumen, las reflexiones de los estudiantes para maestro apenas permitieron descubrir cómo se produjo el aprendizaje ni, en general, cómo se desarrolló la enseñanza. Concretamente, no recogieron si entendían la enseñanza como pura transmisión de conocimientos o construcción propia del aprendizaje. Los investigadores, así como los formadores de docentes, tienen poco conocimiento sobre el proceso de aprender a enseñar, así como sobre los estudiantes que se encuentran en ese proceso (Oosterheert y Vermunt, 2001). Por ello entendemos que los educadores de docentes deben ayudar a los estudiantes para maestro a que reflexionen sobre cómo se desarrollan las sesiones formativas y cómo se produce el aprendizaje.

Aunque, como recuerda Fendler, (2003), la reflexión, como una mirada al pasado de uno mismo, puede ser peligrosa ya que puede revelar únicamente lo que ya se sabe, entendemos que los resultados obtenidos pueden proporcionar información a los formadores de los estudiantes para maestro respecto al rango de experiencias a las que los estudiantes se enfrentan cuando pasan a ser docentes, y a los estudiantes de magisterio para descubrir que su punto de vista conlleva multitud de elementos implícitos y explícitos que se pueden considerar de manera más efectiva.

Postholm (2008) entendía que los conceptos de Schön (1983) '*reflection in action*' y '*reflection on action*' resultan demasiado insuficientes en la descripción de las reflexiones que podrían allanar el camino para el desarrollo, y sugirió

‘reflexiones antes de las acciones’ sobre experiencias previas que prepararan a los docentes para futuras acciones. Como investigadores pensamos que se necesita tener en cuenta otro tipo de reflexión, la *‘reflexión fuera de la acción’*, como la que se produce por los estudiantes para maestro en su formación universitaria, antes de realizar sus prácticas en los centros educativos, cuando se intenta que tomen conciencia del proceso de enseñanza y aprendizaje que se realiza en las aulas de Primaria.

Consideramos que los estudiantes para maestro debían tener dificultades para desarrollar un pensamiento reflexivo cuando la enseñanza que habían experimentado antes de llegar al aula de formación universitaria había sido, habitualmente, pasiva y sin crítica, justificación o contribuciones, es decir, con información discreta y respuestas correctas, algo diferente al tipo de pensamiento requerido para un pensamiento reflexivo profesional. Los profesores de docentes algunas veces olvidamos que los estudiantes han tenido una formación basada, principalmente, en la práctica tradicional. Además, aunque cada Universidad tiene autonomía para diseñar su propio programa, muchas de ellas preparan a los estudiantes para maestro centrando la formación en el curriculum, instrucción y técnicas y estrategias de enseñanza-aprendizaje relativas a las disciplinas de Primaria, pero pueden carecer de la preparación para entender el desarrollo de pensamiento crítico en la enseñanza (por ejemplo El-Dib, 2007). Crear oportunidades para la disonancia cognitiva a través de, por ejemplo, la enseñanza constructivista y las experiencias puede alterar el punto de vista de los estudiantes para maestro aunque quizás se deberían desarrollar más investigaciones en este sentido.

Flores, López, Gallegos y Barojas (2000) señalaron la necesidad de moderar las expectativas de cambio en las actividades formativas y procurar transiciones progresivas que supongan avances consolidados en las concepciones de los futuros profesores en vez de dar saltos al vacío con pocas posibilidades de mantenerse en el tiempo. Las reflexiones sobre el diseño de la práctica, una de las estrategias dominantes en los programas de formación, tienen una clara influencia en las ideas de los futuros profesores como se ha comprobado en este estudio. Pero los futuros docentes necesitan experimentar sus nuevas ideas y reflexionar sobre dicha experimentación para consolidar los cambios (Watts y Jofili, 1998).

Esto no es contrastable con ideas teóricas generales sino con otras de naturaleza práctica, de carácter alternativo. Por ello la formación de profesores debe adoptar enfoques progresivos y constructivistas, tal como se propone en este estudio. Esto permitirá a los futuros profesores elaborar referentes prácticos que cada uno deberá adaptar a su formación y creencias. Parece necesario que los futuros profesores contrasten sus propias visiones con prácticas alternativas y no sólo con informaciones teóricas (Duit y Treagust, 2003).

Nos hemos dado cuenta que enseñar a reflexionar a los estudiantes para maestro implica mucho más que dedicar algunas sesiones de formación a la reflexión y la creación de un portafolios de aprendizaje. Pensamos que existe la necesidad de describir técnicas o actividades que se puedan usar en seminarios de formación de docentes con la intención de promover la reflexión y, además, realizar más investigación en este sentido (por ejemplo, Korthagen, 1992; Valli, 1992).

También somos conscientes de que, en términos de una práctica reflexiva eficaz, trabajar con situaciones reales es fundamental para crear un aprendizaje a través de la experiencia para orientar a una comprensión y desarrollo del conocimiento profesional. Antes de esto, la preparación de los profesores ofrece un camino para sensibilizar a los estudiantes para maestro sobre este proceso y, al hacerlo, capacitarlos como profesionales. No se puede esperar que los estudiantes para maestro reflexionen con la misma profundidad que un experto, pero se les debería apoyar en el inicio de un camino que les llevará a una reflexión más experta y efectiva (Loughran, 2002).

Los resultados obtenidos han podido estar influenciados por el hecho de que analizamos las reflexiones escritas de los estudiantes para maestro, las cuales pueden limitar la capacidad para transmitir sus pensamientos. Algunos autores recomiendan la utilización de otros instrumentos como presentaciones orales formales, entrevistas o encuestas (Kagan, 1990). Quizás los resultados fueran diferentes si hubiéramos considerado otras formas de reflexión como la reflexión colaborativa (Wade y Yarbrough, 1996; Winitzky, 1992; Hatton y Smith, 1995; Jay y Johnson, 2002). El diálogo refuerza el aprendizaje de los estudiantes para maestro y revela cierto grado de satisfacción que no es inherente al formato de la respuesta. Dar oportunidades a este tipo de evaluaciones debe proporcionar el potencial para un modelo de aprendizaje en la formación inicial de docentes más colaborativo, aunque para ello habría que crear un ambiente que produzca el libre flujo de ideas (Roe y Stallman, 1994). Por otro lado, no podemos olvidar que sabemos mucho más de lo que podemos transmitir (Polanyi, 1967).

La investigación existente sobre el pensamiento reflexivo de los estudiantes para maestro, antes de comenzar sus prácticas de enseñanza en centros educativos, es escasa. Las investigaciones sobre el tema aseguran que una de las posibilidades que ofrecen el desarrollo del portafolios de aprendizaje y la reflexión sobre el proceso formativo es la de dar evidencia sobre la evolución de las ideas iniciales de los estudiantes, pero no se han encontrado investigaciones en las que este aspecto se haya estudiado empíricamente, al menos referido al ámbito de formación de docentes o relacionado con la Didáctica de las Matemáticas. Esto es especialmente relevante cuando, en el sistema de enseñanza-aprendizaje diseñado, se ha dado la oportunidad a cada estudiante para maestro de reflexionar en su portafolio de aprendizaje.

Por tanto, el presente estudio debería contribuir a la investigación empírica sobre los procesos de pensamiento de los estudiantes para maestro y cómo toman conciencia de la formación que han recibido, ya que los sistemas de categorías diseñados para cada uno de los aspectos considerados, unido al sistema de análisis utilizado, pueden proporcionar un método para valorar el pensamiento reflexivo de los estudiantes para maestro, otras capacidades propias de esta formación, los aspectos del proceso formativo sobre los que se expresan y cómo lo hacen y las modificaciones que hacen en sus informes escritos que se podrían utilizar en futuras investigaciones. Además este método puede ser útil para los formadores de docentes que trabajan tanto en formación universitaria de futuros profesores como en la formación permanente del profesorado.

PARTE IV:
CONCLUSIONES

PARTE IV: CONCLUSIONES

Introducción

Capítulo VI: Conclusiones y perspectivas
de futuro

Introducción

Finalmente, después de una primera parte de presentación del problema de investigación, los modelos teóricos en que se sustenta y el estado de la cuestión, una posterior de explicación de la experiencia realizada, los instrumentos de recolección de datos, la metodología de análisis, y una tercera, con los resultados y discusión de los datos obtenidos, en esta parte final se establecen las conclusiones derivadas de este estudio y algunas posibilidades para continuar esta línea de trabajo en futuras investigaciones.

Capítulo VI:

**CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS DE
FUTURO**

Conclusiones

Con la intención de formar a los docentes para que fueran críticos con su propia práctica y potenciar competencias y capacidades profesionales que les permitieran abordar las diversas situaciones y evolucionar en su propia competencia profesional, se diseñó y desarrolló un proceso formativo dirigido a la formación de maestros de matemáticas donde la reflexión se consideró un aspecto fundamental. El sistema de enseñanza-aprendizaje integraba un proceso de evaluación a partir de actividades diseñadas con el objetivo de que el estudiante para maestro fuera capaz de construir su propio aprendizaje y reflexionara sobre su trabajo. Los estudiantes de magisterio se enfrentaron a actividades diferentes como, por ejemplo, realización de trabajos escritos, presentaciones orales, resolución de problemas, elaboración de proyectos y tareas abiertas, reflexiones en común, discusión sobre lo realizado y valoraciones del trabajo efectuado utilizando plantillas de valoración. Las sesiones formativas desarrolladas en el aula universitaria se realizaron utilizando variadas metodologías, diferentes a las usuales, que tenían el objetivo de favorecer la participación activa y la construcción del conocimiento por los estudiantes.

Tanto los objetivos que se querían alcanzar durante el proceso formativo como los criterios de evaluación se presentaron inicialmente y se consensuaron con los estudiantes. Además, en su desarrollo en el aula se mantuvo un diálogo continuo entre profesor y alumnos durante todo el proceso que permitió modificar la planificación cuando

pareció adecuado. El profesor revisó, en todo momento, el trabajo de los alumnos. Además, realizó sus propias reflexiones y las compartió con ellos. Transmitió sus propios aciertos y errores, y explicó las causas de cada modificación de la planificación inicial con el objetivo de que el estudiante tomara conciencia del desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Así, para evaluar el proceso global de aprendizaje, cada estudiante para maestro, además de una prueba final escrita, elaboró un portafolios de aprendizaje donde recogió una selección de actividades sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Primaria, y un diario con sus reflexiones sobre el proceso formativo llevado a cabo. Se diseñaron guías de evaluación para los diversos trabajos que debían realizar los estudiantes que permitieron valorar diversas capacidades de aprendizaje. Concretamente, los apartados que constituían el portafolios se establecieron en tres sentidos: Conocimiento matemático, Reflexión y Creatividad. De cada uno de estos apartados se analizó una actividad que, en cada caso, tenían como objetivo el desarrollo de diferentes capacidades del conocimiento profesional. Sólo en el caso de las reflexiones se analizaron todas las producciones de los estudiantes.

Con este planteamiento de enseñanza se consiguió una alta participación y motivación de los alumnos. Los trabajos, en general, fueron de gran calidad. La elaboración del portafolios, la utilización de las plantillas de valoración y la puesta en común de los resultados en el aula y su discusión posterior permitió una evaluación formativa durante todo el curso que facilitó que cada estudiante evaluara su trabajo y revisara sus respuestas. Además, permitió una reflexión

continua personal y conjunta sobre qué se estaba haciendo bien y qué se debía mejorar, tanto sobre el propio trabajo y el de los compañeros como sobre el del profesor.

Las producciones escritas de los estudiantes para maestro se analizaron en diferentes sentidos. Se diseñaron los instrumentos de análisis utilizados en cada caso debido a la escasez de investigaciones donde se trabajara la reflexión con estudiantes para docentes previamente al periodo de prácticas de enseñanza en centros educativos. En concreto, se diseñaron plantillas de valoración en función de la profundización y calidad en el desarrollo del tópico considerado y su implicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje, a partir de los trabajos presentados por los estudiantes en sus portafolios de aprendizaje, para detectar los niveles de reflexión, conocimiento y creatividad. Además, se categorizaron los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje y las competencias a las que los estudiantes para maestro se referían en las reflexiones de acuerdo con la formación recibida y, dentro del aprendizaje, los aspectos de adquisición y aplicación de los conocimientos. Finalmente, se diseñaron plantillas de valoración para descubrir las modificaciones realizadas por los estudiantes en sus trabajos iniciales, tras la formación recibida, en 4 aspectos -contenido, actividades, metodología y reflexión- y se establecieron los niveles para el estudio de la profundidad de las modificaciones.

Los estudiantes para maestro no tenían experiencia previa en la elaboración de portafolios de aprendizaje ni en la reflexión sobre el proceso de enseñanza aprendizaje y la formación tuvo una duración de un sólo cuatrimestre. Por

ello, los resultados hay que entenderlos en el marco del proceso en que se desarrollaron. A continuación se presentan las conclusiones obtenidas para cada uno de los tres objetivos planteados.

Objetivo 1: Analizar la profundidad de las reflexiones de los estudiantes para maestro de Matemáticas sobre el proceso de aprendizaje desarrollado en el aula universitaria.

Este objetivo se concretó en las siguientes preguntas de investigación:

1.1. ¿Qué niveles de pensamiento reflexivo exhibieron los estudiantes para maestro de Matemáticas en su portafolio de aprendizaje sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje llevado a cabo en el aula de formación universitaria?

Los estudiantes para maestro presentaron, en general, niveles bajos de pensamiento reflexivo en sus diarios escritos, aunque algunos de ellos tuvieron la mayor parte de contribuciones en los niveles superiores. Los niveles de pensamiento reflexivo variaron en función de las actividades sobre las que se reflexionaba, de manera que las que propiciaron mayores niveles de reflexión fueron aquellas en las que se sintieron más involucrados, concretamente, las que exigían una visión más general de aspectos relacionados con la enseñanza y aprendizaje. Esta capacidad de reflexión de los

estudiantes para maestro quizás podría mejorarse con una adecuada formación en este sentido en el aula universitaria.

1.2. ¿Cuál fue la relación entre los niveles de reflexión alcanzados por los estudiantes para maestro de Matemáticas y los obtenidos en otros aspectos del proceso de aprendizaje?

En el desarrollo de un contenido matemático a nivel de Primaria, la mayoría de los estudiantes para maestro trataron los contenidos de forma lineal, en menor medida los relacionaron entre sí siguiendo una secuencia lógica y, en muchos menos casos, los explicaron con argumentos propios y crearon modelos originales. Algo similar ocurrió en el caso de la creatividad. En general, se observó gran variabilidad en los resultados de los estudiantes para maestro, pero en la creatividad cada estudiante para maestro tuvo tendencia a presentar la mayor parte de sus producciones en torno al mismo nivel.

No se apreciaron relaciones entre los resultados obtenidos en reflexión y los relativos a conocimiento, creatividad y prueba, es decir, cada aspecto valoró habilidades diferentes. Esto confirma que en el aula universitaria de formación de maestros es importante trabajar y evaluar según múltiples aspectos para conseguir una formación integral del alumno.

Objetivo 2: Analizar los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje sobre los que reflexionaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en su formación universitaria.

Las preguntas de investigación que delimitaron este objetivo fueron:

2.1. ¿Cuáles son los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollado en el aula universitaria de formación sobre los que reflexionaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en sus diarios incluidos en el portafolio de aprendizaje?

Referidos a la Enseñanza y el Aprendizaje

En sus reflexiones, los estudiantes para maestro aludieron a aspectos de enseñanza, que se vincularon mayoritariamente con metodología, más que de aprendizaje, la mayor parte referidas a contenidos. Además consideraron de forma distinta la enseñanza y el aprendizaje así como los contenidos y la metodología, que también tuvieron distinto tratamiento según los relacionaran con aspectos de enseñanza o de aprendizaje.

Cuando aludían al aprendizaje, los estudiantes para maestro tuvieron tendencia a hacerlo, principalmente, a los logros conseguidos en el momento en que se produjo la

enseñanza, más que a sus conocimientos previos, las dificultades encontradas o a la necesidad de profundizar. Las reflexiones, en general, tenían escasez de aplicaciones de dicho conocimiento y, cuando las había, se asociaban, habitualmente, a aspectos metodológicos.

Referidos a las Competencias Matemáticas y Profesionales

Los estudiantes dieron un tratamiento diferente a las dos competencias consideradas, matemáticas y profesionales, en sus dos niveles: conocimiento y profundización en el conocimiento. Los estudiantes para maestro se refirieron a competencias profesionales más que a competencias matemáticas y, en ambos casos, se dirigieron principalmente a conocimiento y fueron muy escasas las alusiones referidas a la profundización en el conocimiento.

En sus alusiones al conocimiento previo, los estudiantes para maestro se centraron sobre todo en competencias matemáticas de conocimiento, mientras que las referidas a profundización de lo aprendido sólo se dirigieron a competencias de contenido. Las referencias a la utilidad de los conocimientos adquiridos estuvieron siempre vinculadas a competencias profesionales.

2.2. ¿Qué relación existe entre la profundidad y los aspectos del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollado en el aula universitaria de formación sobre los que reflexionaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en sus diarios incluidos en el portafolio de aprendizaje?

Los estudiantes para maestro alcanzaron los mayores niveles de reflexión en aspectos relacionados con aprendizaje, principalmente referido a aspectos de metodología, al contrario de lo sucedido en el menor nivel de reflexión. Sin embargo, se limitaron esencialmente a describir lo ocurrido en aspectos relacionados con enseñanza tanto referidos a contenidos como a metodología.

En sus reflexiones, los estudiantes para maestro fundamentalmente describieron, llegando a argumentar en algún caso, cuando se refirieron a la adquisición del conocimiento; y principalmente argumentaron cuando aludieron a su aplicación. Las aportaciones se realizaron, esencialmente, referidas a logros conseguidos durante el proceso formativo relacionados con competencias profesionales.

Finalmente, el tercer objetivo:

Objetivo 3: Analizar las revisiones que los estudiantes para maestro de Matemáticas realizaron del propio trabajo tras la formación recibida en las aulas.

Se concretó en las siguientes preguntas de investigación:

3.1. ¿Qué modificaciones realizaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en uno de los proyectos incluidos en el portafolio de aprendizaje tras la formación recibida en las aulas universitarias?

Los proyectos iniciales fueron modificados en todas las categorías consideradas -contenido, actividades, metodología y reflexión-, de modo que la valoración de los proyectos finales mejoró significativamente en todos los aspectos considerados en el estudio. Además, si bien en el proyecto inicial los estudiantes dieron un tratamiento especial al planteamiento de actividades, en el proyecto final pasaron a dar mayor importancia a la metodología.

3.2. ¿Cuál fue la naturaleza de las modificaciones que realizaron los estudiantes para maestro de Matemáticas en uno de los proyectos incluidos en el portafolio de aprendizaje tras la formación recibida en las aulas universitarias?

Todos los estudiantes para maestro realizaron algún tipo de revisión del trabajo en, al menos, dos de las cuatro categorías consideradas -contenido, actividades, metodología y reflexión-, una quinta parte de ellos lo rehicieron de nuevo, constituyendo la tercera parte los estudiantes que modificaron la mayor parte de dichos aspectos, y casi la cuarta parte los que no realizaron modificaciones con esta profundidad en ninguno de los apartados considerados.

La formación recibida en el aula influyó significativamente en el tratamiento de los proyectos finales de los estudiantes para maestro en algunos aspectos, como las propuestas relacionadas con el trabajo en grupo, con los problemas o actividades abiertas o con la diversidad en la

clasificación de actividades, aunque en todos los casos se hizo de forma aislada. Sin embargo, no todos los aspectos tratados en el aula de formación fueron considerados por los estudiantes para maestro pues, por ejemplo, no se consideraron aspectos multiculturales a pesar de que se desarrolló una sesión formativa y los estudiantes para maestro realizaron un proyecto con ese objetivo.

En definitiva, la información obtenida se concreta en las siguientes conclusiones:

- Parece necesario trabajar y evaluar según múltiples herramientas para conseguir una formación integral del futuro docente. En concreto, la reflexión sobre el propio trabajo desarrolla capacidades diferentes a otras actividades formativas. Su desarrollo permite una evolución de las ideas iniciales de los estudiantes, por lo que se considera que es necesario trabajarla durante la formación inicial de docentes para llegar a conseguir niveles de profundidad satisfactorios en el pensamiento reflexivo.
- Los mayores niveles de profundidad en el pensamiento reflexivo de los estudiantes para maestro se alcanzaron en actividades que exigían una visión general de aspectos relacionados con la enseñanza y aprendizaje. Los estudiantes para maestro percibieron de distinta manera la formación que se les ofreció para el desarrollo de competencias matemáticas y profesionales, y tuvieron grandes dificultades para profundizar en los diferentes aspectos que influían en el desarrollo de las mismas.

Además, sus reflexiones se centraron sobre todo en lo que se les enseñaba, y cuando aludieron a su aprendizaje se refirieron fundamentalmente a lo que estaban consiguiendo, sin considerar lo que tendrán que llevar a la práctica cuando sean docentes.

- El estudio realizado puede proporcionar un método para analizar tanto el pensamiento reflexivo de los estudiantes como las revisiones que realizan sobre sus propios trabajos incluidos en el portafolios, un aspecto novedoso del que no hemos encontrado evidencias en investigaciones previas, al menos en el ámbito de formación de docentes o relacionadas con la Didáctica de las Matemáticas. Este método se puede usar en futuras investigaciones. Las herramientas de valoración diseñadas permitieron la evaluación del proceso formativo por lo que también pueden ser útiles para los educadores de docentes, por ejemplo, como guía para formación en reflexión o como autoevaluación de la reflexión sobre la práctica para profesores en activo.
- Con este trabajo hemos aprendido aspectos sobre cómo piensa este grupo de estudiantes para maestro y las razones por las que lo hacen así. Al mismo tiempo hemos examinado nuestras creencias y supuestos como educadores de acuerdo con distintos puntos de vista. Todo ello ha propiciado que hayamos aprendido más sobre nosotros mismos y hayamos mejorado nuestra práctica como educadores de futuros maestros de Educación Primaria.

- El hecho de tener que diseñar tanto la forma de enseñanza como las herramientas de evaluación, la profunda revisión de investigaciones relacionadas con la utilización del portafolios o con la reflexión de docentes, así como el análisis desarrollado nos han enriquecido y, a pesar de las dificultades encontradas hemos disfrutado durante su realización.

Perspectivas de futuro

El estudio realizado abre perspectivas para futuros trabajos de investigación. Para empezar, entendemos que el sistema de análisis utilizado precisaría mayor experimentación. Además, era la primera vez que los investigadores implicados trabajaban las reflexiones con estudiantes para maestro, lo que pudo limitar el desarrollo de algunos aspectos. Consideramos que una mayor experiencia del formador en este tipo de tarea podría permitir facilitar la profundidad de las reflexiones de los estudiantes para maestro y que en ellas se percibieran otros aspectos de la formación desarrollada. También se considera la posibilidad de que un trimestre no sea tiempo suficiente para que los estudiantes para maestro consigan profundidad en sus reflexiones. Un estudio similar desarrollado durante un periodo más largo de tiempo podría clarificar si se produce mejora en el proceso de la práctica reflexiva.

Por otro lado, la investigación presentada podría ser ampliada mediante un estudio de naturaleza similar en los siguientes sentidos: se podría repetir la experiencia con otro grupo de estudiantes para maestro para comparar los resultados, o repetir la experiencia con un mismo grupo de estudiantes para maestro durante varios cursos para analizar en qué sentido influye la experiencia en los estudiantes para maestro y en el profesor. Quizás un diseño más sistemático de las actividades formativas en términos de competencias podría permitir comparar la formación recibida por los estudiantes para maestro con el contenido de sus reflexiones

en el mismo sentido, lo que podría abrir puertas para mejorar la enseñanza con estos estudiantes.

Sería conveniente utilizar otros instrumentos como presentaciones orales formales, entrevistas, encuestas o cualquier otra forma que les permita expresarse; o considerar otras formas de reflexión. Además, podría ser aconsejable realizar el estudio de casos de algunos estudiantes para analizar si los niveles de reflexión de los estudiantes para maestro se modifican a lo largo del periodo formativo.

También se podrían analizar aspectos concretos de las reflexiones de los estudiantes para maestro en diversos sentidos como, por ejemplo, el contenido y la profundidad de los incidentes críticos que reflejan, en el sentido de Goodell (2006), para descubrir en qué aspectos son diferentes con los resultados obtenidos en este estudio; explorar las cuestiones afectivas identificadas en las reflexiones de los estudiantes para maestro teniendo en cuenta el trabajo de, por ejemplo, Shoffner (2008) o examinar las reflexiones prospectivas para investigar su identidad profesional a partir de la dimensión futura de las reflexiones basándose en el trabajo y las categorías de Urzúa y Vásquez (2008).

Sería conveniente analizar las razones de la escasa influencia de ciertos temas tratados en el aula de formación, como la perspectiva multicultural en el proyecto final de los estudiantes para maestro, así como comparar los resultados obtenidos en las revisiones del proyecto presentado con las de otros trabajos incluidos en sus portafolios de aprendizaje.

Muchos los autores han trabajado las reflexiones de docentes en formación de formas muy diversas. La clasificación de estas investigaciones, considerando como

punto de partida la base de datos realizada a partir de la búsqueda bibliográfica para el desarrollo de este trabajo, podría constituir una amplia fuente de información que permitiría avanzar en el conocimiento de la reflexión de la comunidad investigadora.

Por otro lado, el mismo portafolios de aprendizaje se puede utilizar para finalidades de enseñanza o de evaluación sumativa. Por tanto, se podrían comparar los resultados obtenidos en este trabajo con la evaluación sumativa realizada por el profesor como resultado del aprendizaje de los estudiantes para maestro al final del proceso. También se podría estudiar cómo utiliza el profesor la información obtenida mediante esta forma de evaluación.

En otro sentido, la literatura en la que se discuta la naturaleza y consecuencias de la utilización de portafolios electrónicos en programas de formación de docentes en comparación con el tradicional portafolios elaborado con lápiz y papel con estudiantes para maestro es escasa. La futura investigación también podría dirigirse en esa línea.

REFERENCIAS

-
- Adler, J.; Ball, D.L.; Krainer, K.; Lin, F.-L. y Novotna, J. (2005): Reflections on an emerging field: researching mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 359-381.
- Alexander, D.; Muir, D. y Chant, D. (1992): Interrogating stories: How teachers think they learned to teach. *Teaching and Teacher Education*, 8(1), 59-68.
- Alsina, C.; Burgués, C.; Fortuny, J.M. y Giménez, J. (1996): *Enseñar matemáticas*. Barcelona: Graó.
- Artzt, A.F. y Armour-Thomas, E. (1999): A cognitive model for examining teachers' instructional practice in mathematics: a guide for facilitating teacher reflection. *Educational Studies in Mathematics*, 40(3), 211-235.
- Artzt, A.F. y Armour-Thomas, E. (2002): *Becoming a Reflective Mathematics Teacher*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Artzt, A.F. (1999): A structure to enable pre-service teachers of mathematics to reflect on their teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(2), 143-166.
- Ash, S.L. y Clayton, P.H. (2004): The articulated learning: An approach to guided reflection and assessment. *Innovative Higher Education*, 29(2), 137-154.
- Asturias, H. (1994): Using Students' Portfolios to assess Mathematical Understanding. *The Mathematics Teacher*, 87(9), 698-701.
- Azcárate, P. (1995): *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad*. Tesis Doctoral. Universidad de Cádiz.
- Azcárate, P. (1996): *Proyecto docente del Área de Didáctica de la Matemática*. Documento inédito. Universidad de Cádiz.

- Azcárate, P. (1998): La formación inicial del profesor de matemáticas: Análisis desde la perspectiva del conocimiento práctico profesional. *Revista Interuniversitaria del Profesorado*, 32, 129-142.
- Azcárate, P. (1999a): Conocimiento profesional. Naturaleza, fuentes, organización y desarrollo. *Cuadrante*, 8, 111-138.
- Azcárate, P. (1999b): Estrategias metodológicas para la formación de maestros. En J. Carrillo y N. Climent (Ed.), *Modelos de formación de Maestros en Matemáticas* (pp.17-40). Huelva: Universidad de Huelva, Servicio de Publicaciones.
- Azcárate, P. (1999c): Metodología de enseñanza. *Cuadernos de Pedagogía*, 276, 72-78.
- Azcárate, P. (2001): *El conocimiento profesional didáctico-matemático en la formación inicial de los maestros*. Cádiz: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz.
- Azcárate, P. (2004): Los procesos de formación: En busca de estrategias y recursos. En E. Castro y E. de la Torre (Eds.), *Investigación en Educación Matemática* (pp. 43-60). VIII SEIEM (Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática). La Coruña: Universidad de La Coruña.
- Azcárate, P. (2006): Propuestas alternativas de evaluación en el aula de matemáticas. En J.M. Chamoso (Ed.), *Enfoques actuales en la didáctica de las Matemáticas* (pp. 187-219). Madrid: MEC, Colección Aulas de Verano.
- Azcárate, P. y Cardenoso, J.M. (1998): La formación inicial de profesores de matemáticas: finalidades, limitaciones y obstáculos. *Investigación en la Escuela*, 35, 75-86.
- Azcárate, P. y Cuesta, J. (2005): El profesorado novel de secundaria y su práctica. Estudio de un caso en las áreas de ciencias. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(3), 393-402.

-
- Azcárate, P. y Cuesta, J. (2005a): Estrategias y recursos para promover la reflexión en un programa formativo. *Actas del V CIBEM (Congreso Iberoamericano de Educación Matemática)*, (CD-ROM): Porto: Associação de Professores de Matemática.
- Ball, D.L. (1988): I haven't done these since high school: Prospective teacher's understanding of mathematics. En M.J. Behr, C.B. Lacampagne y M.M. Wheeler (Eds.), *Proceedings of the 10th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 268-274): Dekalb, Illinois: PME-NA.
- Ball, D.L. y Cohen, D.K. (1999): Developing practice, developing practitioners: toward a practice-based theory of professional development. En L. Darling-Hammond y G. Skyes (Eds.), *Teaching as the learning professional: Handbook of policy and practice* (pp. 3-32). San Francisco: Jossey-Bass.
- Ball, D.L.; Lubienski, S.T. y Mewborn, D.S. (2000): Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 433-456). Washington, D.C: American Educational Research Association.
- Ballenilla, F. (1999): *Enseñar investigando. ¿Cómo formar profesores desde la práctica?* Sevilla: Díada.
- Barberá, E. (1997): Carpetas para evaluar las Matemáticas. *Uno*, 11, 25-32.
- Barnett, R. (1997): *The limits of competence: knowledge, higher education and society*. Buckingham: Open University Press.
- Bastidas, J.A. (1996): The teaching portfolio: A tool to become a reflective teacher. *English Teaching Forum*, 34(3), 24-28.
- Beijaard, D. y Verloop, N. (1996): Assessing teachers' practical knowledge. *Studies in Educational Evaluation*, 22(3), 275-286.

- Bell, A.; Burkhardt, H. y Swan, M. (1992): *Balanced Assessment of Mathematical Performance*. En R. Lesh y S.J. Lamon (Eds.), *Assessment of Authentic Performance in School Mathematics* (pp. 119-144). Washington D.C.: American Association for the Advancement of Science.
- Bertoni, A.L.; Poggi, M. y Teobaldo, M.E. (1997): *Evaluación, nuevos significados para una práctica compleja*. Colección Triángulos pedagógicos. Bogotá: Editorial Norma, Kapeluz.
- Boud, D. (2000): *Understanding learning at work*. London: Routledge.
- Britton, E.; Paine, L.; Pimm, D. y Raizen, S. (2003): *Comprehensive teacher induction*. Boston, MA: Kluwer Academic Publisher.
- Britton, K.L. y Johannes, J.L. (2003): *Portfolios and a Backward Approach to Assessment*. *Mathematics teaching in the middle School*, 9(2), 70-76.
- Bromme, R. (1994): *Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge*. En R. Biehler, R.W. Scholz, R. Sträßer y B. Winkelmann (Eds.), *Mathematics didactics as a scientific discipline: The state of the art* (pp. 73-88). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Buendía, L.; González, D. y Pegalajar, M. (1999): *Modelos de análisis de la investigación educativa*. Sevilla: Ediciones Alfar.
- Bullough, R.V. (2001): *Pedagogical content knowledge circa 1907 and 1987: a study in the history of an idea*. *Teaching and Teacher Education*, 17(6), 655-666.
- Burrill, G. (1998): *Changes in Your Classroom: From the Past to the Present to the Future*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(5), 583-596.
- Cáceres, M.J. (2005): *Análisis de un sistema de evaluación alternativa en la enseñanza de las matemáticas*. Memoria del Periodo de Investigación presentado para la obtención del DEA. Documento Inédito. Universidad de Salamanca.

-
- Cáceres, M.J.; Chamoso J.M. y Azcárate, P. (2009): *The depth and issues of the reflections expressed in the written journals included in the Mathematics student-teachers' portfolios*. Paper presented at the 13 Biennial EARLI Conference, Amsterdam, The Netherlands.
- Cáceres, M.J.; Chamoso, J.M. y Azcárate, P. (2010): Analysis of the revisions that pre-service teachers of Mathematics make of their own project included in their learning portfolio. *Teaching and Teacher Education*, 26(5), 1115-1226.
- Campbell, D.M.; Melenyzer, B.J.; Nettles, D.H. y Wyman, R.M. (1999): *Portfolio and Performance Assessment in Teacher Education*. Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.
- Cardenoso, J.M. (1998): *Las creencias y conocimientos de los profesores de Primaria sobre la matemática escolar. Modelización de concepciones sobre la aleatoriedad y probabilidad*. Tesis Doctoral Inédita. Universidad de Cádiz.
- Cardenoso, J.M. (2006): La evaluación como elemento de instrucción y sus peculiaridades en el área de Matemáticas. En J.M. Chamoso (Ed.), *Enfoques actuales en la Didáctica de las Matemáticas* (pp. 158-185): Madrid: MEC, Colección Aulas de Verano.
- Cardenoso, J.M.; Flores, P. y Azcárate, P. (2001): El desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como campo de investigación en Educación Matemática. En P. Gómez y L. Rico (Eds.), *Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática* (pp. 233-264). Granada: D. Didáctica de la Matemática.
- Carpenter, T.; Fennema, E.; Peterson, P.; Chiang, D. y Loef, M. (1989): Using knowledge of children's mathematics thinking in classroom teaching: An experimental study. *American Educational Research Journal*, 26, 499-531.
- Carr, W. y Kemmis, S. (1986): *Becoming critical: Education, knowledge and action research*. Falmer: Philadelphia.
- Carrillo, J. y Climent, N. (1999): *Modelos de formación de maestros en Matemáticas*. Huelva: Editorial Universidad de Huelva.
-

- Carter, K. (1990): Teacher knowledge and learning to teach. En W.R. Houston (Eds.), *Handbook of Research on teaching Education* (pp. 291-310). New York: McMillan.
- Castle, K. y Aichele, D.B. (1994): Professional development and teacher autonomy. En D.B. Aichele y A.F. Coxford (Eds.), *Professional development for teachers of mathematics* (pp. 1-8). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Chamoso, J.M. (2007): A mathematics vision from the usual environment. *Scientific Research and Essays*, 2(7), 222-231.
- Chamoso, J.M. (2004): In pursuit of patterns: a dialogued enquiry. *Mathematics Teaching*, 188, 22-26.
- Chamoso, J.M. (2003): Considering dialogue as a social instrument in the Mathematics class. *For the Learning of Mathematics*, 23(1), 30-40.
- Chamoso, J.M. (2000): *Análisis de una experiencia de resolución de problemas para la mejora de la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas*. Tesis doctoral. Universidad de Salamanca.
- Chamoso, J.M. y Cáceres, M.J. (2009): Analysis of the reflections of student-teachers of Mathematics when working with learning portfolios in Spanish university classrooms. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 198-206.
- Chamoso, J.M. y Rawson, W. (2004): *Contando la Geometría*. Colección Diálogos de Matemáticas. Madrid: Nivola.
- Chamoso, J.M. y Rawson, W. (2003): *Matemáticas en una tarde de paseo*. Colección Diálogos de Matemáticas. Madrid: Nivola.
- Chamoso, J.M. y Rawson, W. (2001): En la búsqueda de lo importante en el aula de Matemáticas. *Suma*, 36, 33-41.
- Chamoso, J.M.; Cáceres, M.J.; Azcárate, P. y Cardenoso, J.M. (2007): *Organizando la estadística*. Colección Diálogos de Matemáticas, Madrid: Nivola.

-
- Chamoso, J.M.; Durán, J.; García, J.; Martín, J. y Rodríguez, M. (2004): Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *Suma*, 47, 47-58.
- Chamoso, J.M.; Fernández, I. y Reyes, E. (2009): *Burbujas de arte y matemáticas. Colección Diálogos de Matemáticas*. Madrid: Nivola.
- Chamoso, J.M.; González, M. y Hernández, L. (2005): Analysing Stories to Teach Mathematics. *International Journal of Early Childhood*, 37(1), 79-93.
- Clandinin, D.J. (1986): *Classroom practice: Teacher images in action*. London: Falmer Press.
- Clark, C. (1988): Asking the right questions about teacher preparation: Contributions of research on teaching thinking. *Educational Researcher*, 17(2), 5-12.
- Cobb, P.; Wood, T.; Yackel, E.; Nicholls, J.; Wheatley, G.; Trigatti, B. y Perlwitz, M. (1991): Assessment of a problem-centered second-grade Mathematics Project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(1), 3-29.
- Cochran-Smith, M. y Lytle, S. (1993): *Inside outside: Teacher research and knowledge*. New York: Teachers College Press.
- Coleman, H. y Unrau, Y.A. (2005): Analyzing Qualitative Data. En R.M. Grinnell y Y.A. Unrau (Eds.), *Social work: Research and evaluation. Quantitative and qualitative approaches* (7ª ed., pp. 403-420). New York: Oxford University Press.
- Conelly, F.M. y Clandinin, J. (1986): Stories of experiences and narrative inquiry. *Educational Research*, 19(5), 2-14.
- Contreras, J. (1990): *Enseñanza, curriculum y profesorado*. Madrid: Akal.
- Contreras, J. (1997): *La autonomía del profesorado*. Madrid: Morata.
- Copeland, W.D.; Birmingham, C.; Cruz, E. y Lewin, B. (1993): The reflective practitioner in teaching: toward a research agenda. *Journal of Teacher Education*, 9(4), 347-359.
-

- Costamagna, A.M. (2001): Mapas conceptuales como expresión de procesos de interrelación para evaluar la evolución del conocimiento de alumnos universitarios. *Enseñanza de las Ciencias*, 19(2), 309-318.
- Craig, C.J. (2003a): What teachers come to know through school portfolio development. *Teaching and Teacher Education*, 19(8), 815-827.
- Craig, C.J. (2003b): School Portfolio Development: A Teacher Knowledge Approach. *Journal of Teacher Education*, 54(2), 122-134.
- Creswell, J. (2005): *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative Research*. Upper Saddle River: Pearson Education Inc.
- Crowley, M.L. (1993): Students Mathematics Portfolio: More Than a Display Case. *The Mathematics Teacher*, 86(7), 544-546.
- Cuesta, J. (2003): *La formación del profesorado novel de Secundaria de Ciencias y Matemáticas. Estudio de un caso*. Tesis Doctoral Inédita. Universidad de Cádiz.
- Darling-Hammond, L. y Synder, J. (2000): Authentic assessment of teaching in context. *Teaching and Teacher Education*, 16(5-6), 523-545.
- Davis, E.A. (2003): Prompting middle school science students for productive reflection: Generic and directed prompts. *The Journal of the Learning Sciences*, 12(1), 91-142.
- Davis, E.A. (2006): Characterizing productive reflection among preservice elementary teachers: Seeing what matters. *Teaching and Teacher Education*, 22(3), 281-301.
- Davis, E.A. y Linn, M.C. (2000): Scaffolding students' knowledge integration: Prompts for reflection in KIE. *International Journal of Science Education*, 22(8), 819-837.

-
- De Lange, J. (1995): Assessment: No Change without Problems. En T.A. Romberg (Ed.), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp. 19-37). Albany: State University of New York Press.
- De Rijdt, C.; Tiquet, E.; Dochy, F. y Devolder, M. (2006): Teaching portfolios in higher education and their effects: An explorative study. *Teaching and Teacher Education*, 22(8), 1084-1093.
- Delandshere, G. y Arens, S.A. (2003): Examining the quality of the evidence in preservice teacher portfolios. *Journal of Teacher Education*, 54(1), 57-73.
- Dewey, J. (1910): *How we think*. Boston, MA: D.C. Heath and Company.
- Dewey, J. (1933): *How We Think: A Restatement of the Relation of Reflective Thinking to the Educative Process*. Boston: D.C. Heath y Co.
- Dinham, S. y Scott, C. (2003): Benefits to Teachers of the Professional Learning Portfolio: a case study. *Teacher Development*, 7(2), 229-244.
- Doolittle, P. (1994): Teacher portfolio assessment. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 4 (1). Disponible el 30 de Abril de 2010 en <http://ericae.net/edo/ED385608.htm>.
- Duit, R. y Treagust, D. (2003): Conceptual change: a powerful framework for improving science teaching and learning. *International Journal of Science Education*, 25(6), 671-688.
- Elbaz, F. (1983): *Teacher thinking. A study of practical knowledge*. London: Crom Helm.
- El-Dib, M. (2007): Levels of reflection in action research. An overview and an assessment tool. *Teaching and Teacher Education*, 23(1), 24-35.
- Elliot, J. (1990): *La Investigación-Acción en Educación*. Madrid: Morata.

- Escudero, I. (2003): *La relación entre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas de enseñanza secundaria y su práctica. La semejanza como objeto de enseñanza aprendizaje*. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla.
- European Commission (2008): *Levels of Autonomy and Responsibilities of Teachers in Europe*. Brussels: Eurydice.
- Even, R. (2005): Integrating knowledge and practice at manor in the development of providers of professional development for teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(4), 343-357.
- Even, R. y Lappan, G. (1994): Constructing meaningful understanding of mathematics content. En D.B. Aichele y A.F. Coxford (Eds.), *Profesional development for teachers of mathematics* (pp. 128-143). Reston, Virginia: NCTM.
- Farr Darling, L. (2001): Portfolio as practice: the narratives of emerging teachers. *Teaching and Teacher Education*, 17(1), 107-121.
- Farr, R. (1994): Building the portfolio: what goes in it. En *Portfolio Performance Assessment. Helping students evaluate their progress as readers and writers* (pp. 49-81). Fort Worth: Harcourt Brace College Publishers.
- Fendler, L. (2003): Teacher reflection in a hall of mirrors: Historical influences and political reverberations. *Educational Researcher*, 32(3), 16-25.
- Flores, F.; López, A.; Gallegos, L. y Barojas, J. (2000): Transforming science and learning concepts of physics teachers. *International Journal of Science Education*, 22(2), 197-208.
- Freese, A. R. (1999): The role of reflection on preservice teachers' development in the context of a professional development school. *Teaching and Teacher Education*, 15(1), 895-909.
- García Blanco, M. (1997): *Conocimiento profesional del profesor de matemáticas. El concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje*. Sevilla: Kronos-Giem.

-
- García Díaz, J.E. (2002): *Educación Ambiental*. Proyecto Docente Inédito. Universidad de Sevilla.
- García Díaz, J.E. (2003): Activismo y conocimiento profesional. *Actas III Congreso Andaluz de Educación Ambiental* (pp. 28-33). Sevilla.
- García Díaz, J.E. (2004): *Medio ambiente y sociedad. La civilización industrial y los límites del planeta*. Madrid: Alianza Editorial.
- García Pérez, F.F. (2000): Los modelos didácticos como instrumento de análisis y de intervención en la realidad educativa. *Biblio 3W. Revista Bibliográfica de Geografía y Ciencias Sociales*, 207. Disponible el 30 de Abril 2010 en <http://www.ub.es/geocrit/b3w-207.htm>.
- García, M.; Sánchez, V.; Escudero, I. y Llinares, S. (2006): The dialectic relationship between theory and practice in Mathematics Teacher Education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(2), 109-128.
- García, M.; Sánchez, V. y Escudero, I. (2007): Learning Through Reflection in Mathematics Teacher Education. *Educational Studies in Mathematics*, 64(1), 1-17.
- Goetz, J.P. y LeCompte, M.D. (1988): *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.
- González Faraco, J.C. (2000): *Cómo se fabrican los maestros: el conocimiento pedagógico en la formación del futuro docente*. Hergué.
- Gonzalez, J.S. y Wagenaar, R. (2003): *Tuning educational structures in Europe*. Bilbao: Universidad de Deusto-Universidad de Groningen.
- Goodell, J.E. (2006): Using critical incident reflections: A self-study as a mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(3), 221-248.
- Goodlad, J. (1990): Studying the education of educators: From conceptions to finding. *Phi Delta Kappan*, 72(9), 698-701.
-

- Grant, G. y Huebner, T.A. (1998): The portfolio question: The power of self-directed inquiry. En N. Lyons (Ed.), *With portfolio in hand: Validating the new teacher professionalism* (pp. 156-171). New York: Teacher College Press.
- Graue, M.E. (1995): Connecting Visions of Authentic Assessment to the Realities of Educational Practice. En T. A. Romberg (Ed.), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp. 260-275). Albany: State University of New York Press.
- Hargreaves, D.H. (1993): A common-sense model of the professional development of teachers. En J. Elliot (Ed.), *Reconstructing teacher education: teacher development* (pp. 86-92). Lewes: Falmer.
- Harkness, S.S.; D'Ambrosio, B. y Morrone, A. (2007): Preservice Elementary Teachers' Voices Describe how their Teacher Motivated Them to do Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 65(2), 235-254.
- Harrington, H.; Quinn-Leering, K. y Hodson, L. (1996): Written case analyses and critical reflection. *Teaching and Teacher Education*, 12(1), 25-37.
- Harrison, J.K.; Lawson, T. y Wortley, A. (2005): Mentoring the beginning teacher: developing professional autonomy through critical reflection on practice. *Reflective Practice*, 6(3), 419- 441.
- Hartmann, C. (2004): Using Teacher Portfolios to Enrich the Methods Course Experiences of Prospective Mathematics Teachers. *School Science and Mathematics*, 104(8), 392-407.
- Hatton, N. y Smith, D. (1995): Reflection in teacher education: Towards definition and implementation. *Teaching and Teacher Education*, 11(1), 33-49.
- Hernández, R.; Fernández-Collado, C. y Baptista, P. (2008): *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill/Interamericana.

-
- Hill, H.C.; Ball, D.L. y Schilling, S.G. (2008): Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.
- Hoban, G. y Hastings, G. (2006): Developing different forms of student feedback to promote teacher education: A 10-year collaboration. *Teaching and Teacher Education*, 22(8), 1006-1019.
- Hong, J.C.; Horng, J.S.; Lin, C.L. y ChanLin, L.J. (2008): Competency disparity between pre-service teacher education and in-service teaching requirements in Taiwan. *International Journal of Educational Development*, 28(1), 4-20.
- Houston, W. (1988): Reflecting on reflection in Teacher Education. En H.J. Waxman, J.C. Freiberg, J. Vaughn y M. Weil, (Eds.), *Images of reflection in teacher education* (pp. 7-8). Reston, Virginia: Association of Teacher Educators.
- Husu, J.; Toom, A. y Patrikainen, S. (2008): Guided reflection as a means to demonstrate and develop student teachers' reflective competencies. *Reflective Practice*, 9(1), 37-51.
- Imhof, M. y Picard, C. (2009): Views on using portfolio in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 149-154.
- Ixer, G. (1999): There's no such thing as reflection. *British Journal of Social Work*, 29(13), 513-527.
- Jaworski, B. (2005): Tools and tasks for learning and meta-learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(5), 359-361.
- Jay, J. y Johnson, K. (2002): Capturing complexity: a typology of reflective practice for teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 18(1), 73-85.
- Johns, C. (2002): *Guided reflection. Advancing Practice*. Blackwell Pub.
- Jones, G.A.; Lubinski, C.A.; Swafford, J.O. y Thornton, C.A. (1994): A framework for the Professional Development of K-12 Mathematics Teachers. En D.B. Aichele y A.F. Coxford (Eds.), *Professional Development for Teachers of Mathematics* (pp. 23-36). Reston, Virginia: NCTM.
-

- Kagan, D.M. (1990): Ways of Evaluating Teachers Cognition: Inferences Concerning the Goldilocks Principle. *Review of Educational Research*, 60(3), 419-469.
- Kehle, P. (1999): Shifting Our Focus from Ends to Means: Mathematical Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(4), 468-474.
- Kelly, A.E. y Lesh, R. (2000): Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kennedy, M.M. (2002): Knowledge and teaching. *Teacher and Teaching: theory and practice*, 8(3), 355-370.
- Kilpatrick, J. (1993): The chain and the arrow: From the history of mathematics assessment. En M. Niss (Ed.), *Investigations into assessment in mathematics education. An ICMI Study* (pp. 31-46). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Klein, S.R. (2008): Holistic reflection in teacher education: issues and strategies. *Reflective Practice*, 9(2), 111-121.
- Korthagen, F.A.J. (1988): The influence of learning orientations on the development of reflective teaching. En J. Calderhead (Ed.), *Teachers' professional learning* (pp. 35-50). London: Falmer Press.
- Korthagen, F.A.J. (1992): Techniques for stimulating reflection in teacher education seminars. *Teaching and Teacher Education*, 8(3), 265-274.
- Krainer, K. (2005): Editorial: What is “Good” Mathematics Teaching, and How Can Research Inform Practice and Policy? *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(2), 75-81.
- Kuhs, T.M. (1994): Portfolio Assessment: Making It Work for the First Time. *The Mathematics Teacher*, 87(5), 332-335.
- Kulm, G. (2008): *Teacher knowledge and practice in middle grades mathematics*. Rotterdam: Sense Publishers.

-
- Ladson-Billings, G. (1999): Preparing teachers for diversity: Historical contexts. En L. Darling-Hammond y G. Sykes (Eds.), *Teaching as a learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 86-124). San Francisco: Jossey Bass.
- Lajoie, S.P. (1995): A Framework for Authentic Assessment in Mathematics. En T.A. Romberg (Ed.), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp. 19-37). Albany: State University of New York Press.
- Lee, H.J. (2005): Understanding and assessing preservice teachers reflective thinking. *Teaching and Teacher Education*, 21(6), 699-715.
- Liston, D.P. y Zeichner, K.M. (1987): Reflective teacher education and moral deliberation. *Journal of Teacher Education*, 38(6), 2-8.
- Llinares, S. (1991): *La formación de profesores de matemáticas*. Sevilla: GID. Universidad de Sevilla.
- Llinares, S. y Krainer, K. (2006): Mathematics (students) teachers and teacher educators. En A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present, and Future* (pp. 429-459). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers B.V.
- Loughran, J.J. (2002). Effective reflective practice. In search of meaning in learning about teaching. *Journal of Teacher Education*, 53(1), 33-43.
- Loughran, J.J. (1996): *Developing reflective practice: Learning about teaching and learning through modelling*. London: Falmer Press.
- Loughran, J.J. y Corrigan, D. (1995): Teaching portfolios: A strategy for developing learning and teaching in preservice education. *Teaching and Teacher Education*, 11(6), 565-577.
- Lowyck, J. (1986): Pensamiento del profesor: una contribución al análisis de la complejidad de la enseñanza. *Actas del I Congreso Internacional sobre Pensamiento de Profesores y Toma de Decisiones* (pp. 227-249). Sevilla: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla.
-

- Mansvelder-Longayroux, D.D.; Beijaard, D. y Verloop, N. (2007): The portfolio as a tool for stimulating reflection by student teachers. *Teaching and Teacher Education*, 23(1), 47-62.
- Margalef, L. (1997): Nuevas tendencias en la evaluación: propuestas metodológicas alternativas. *Bordón*, 49(2), 131-136.
- Martín del Pozo, R. (1994): *El conocimiento profesional del cambio químico en la formación inicial del profesorado. Estudio de las concepciones disciplinares y didácticas de los estudiantes de Magisterio*. Tesis Doctoral Inédita. Universidad de Sevilla.
- Martín del Pozo, R. y Rivero, A. (2001): Construyendo un conocimiento profesionalizado para enseñar ciencias en la Educación Secundaria: los ámbitos de investigación profesional en la formación inicial del profesorado. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 40, 63-79.
- Martín del Pozo, R.; Porlán, R. y Azcárate, P. (1998): Una perspectiva epistemológica para analizar y transformar la formación inicial del profesorado. En E. Banet y A. De Pro (Eds.), *Investigación e Innovación en la Enseñanza de las Ciencias, Vol. 1* (pp. 171-177). Barcelona: Enseñanza de las Ciencias.
- Martinello M.L. y Cook, G.E. (2000): *Indagación interdisciplinaria en la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: Gedisa.
- Mateo, J. (2000): *La evaluación educativa, su práctica y otras metáforas*. Barcelona: Institut de Ciències de l'Educació de la Universitat de Barcelona.
- McKenna, H. (1999): *Educating for social justice: Reflection and preservice teacher educators*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Montreal, Canada.
- Mellado, V. (1998): El estudio de aula en la formación continua del profesorado de ciencias. *Alambique*, 15, 39-46.
- Meyer, D.K. y Tusin, L.F. (1999): Preservice teachers' perceptions of portfolios: Process versus product. *Journal of Teacher Education*, 50(2), 131-139.

-
- Moreira, P. y David, M. (2007): Academic mathematics and mathematical knowledge needed in school teaching practice: some conflicting elements. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(3), 205-225.
- Munby, H. y Russell, T. (1987): Metaphor in the study of teachers' professional knowledge. *Theory into Practice*, 29(2), 116-121.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989): *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (1995): *Assessment standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000): *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Newell, S.T. (1996): Practical inquiry: collaboration and reflection in teacher education reform. *Teaching and Teacher Education*, 12(6), 567-576.
- Niss, M. (1993): Assessment in Mathematics Education and its Effects: An Introduction. En M. Niss (Ed.), *Cases of assessment in Mathematics Education* (pp. 1-7). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Nolan, A. (2008): Encouraging the reflection process in undergraduate teachers using guided reflection. *Australian Journal of Early Childhood*, 33(1), 31-36.
- OCDE (2005): *Teachers matter: Attracting, developing, and retaining effective teachers*. Paris: OCDE.
- Oliva, A. (1995): Ideas de educadores preescolares españoles sobre desarrollo y educación infantil. *Revista de Educación*, 306, 375-394.
- Oosterheert, I.E. y Vermunt, J.D. (2001): Individual differences in learning to teach: Relating cognition, regulation and affect. *Learning and Instruction*, 11(2), 133-156.
- Oppewal, T.J. (1993): Preservice teachers' thinking about classroom events. *Teaching and Teacher Education*, 9(2), 127-136.

- Paulson, F.L.; Paulson, P.R. y Meyer, C.A. (1991): What makes a portfolio a portfolio? *Educational Leadership*, 48(5), 60-63.
- Planas, N.; Chamoso, J.M. y Rodríguez, M. (2007): Retazos interculturales para la formación del profesorado de matemáticas. *XIII Jornadas para la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas (XIII JAEM)*. Granada.
- Polanyi, M. (1967): *The tacit dimension*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Ponte, J.P. (2004): A formação matemática do professor: Uma agenda com questões para reflexão e investigação. En A. Borralho, C. Monteiro, y R. Espadeiro (Eds), *A Matemática na formação do professor* (pp. 71-74). Lisboa: Secção de Educação e Matemática da SPCE.
- Ponte, J.P. y Chapman, O. (2008): Preservice Mathematics Teachers' Knowledge and development. En L. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 223-261). New York, NY: Routledge.
- Ponte, J.P. y Santos, L. (1998): Prácticas lectivas en un contexto de reforma curricular. *Quadrante*, 7(1), 3-33.
- Porlán, R. (1989): *Teoría del conocimiento, teoría de la enseñanza y desarrollo profesional. Las concepciones epistemológicas del profesorado*. Tesis Doctoral Inédita. Universidad de Sevilla.
- Porlán, R. (1993): *Constructivismo y escuela. Hacia un modelo de enseñanza-aprendizaje basado en la investigación*. Sevilla: Díada.
- Porlán, R. (1999): Investigar la práctica. *Cuadernos de Pedagogía*, 276, 48-49.
- Porlán, R. y Martín Toscano, J. (1994): El saber práctico de los profesores especialistas. Aportaciones desde las didácticas específicas. *Investigación en la Escuela*, 24, 49-58.
- Porlán, R. y Rivero, A. (1998): *El conocimiento de los profesores*. Sevilla: Díada.

-
- Porlán, R.; Rivero, A. y Martín del Pozo, R. (1997): Conocimiento profesional y epistemología de los profesores (I): Teoría, métodos e instrumentos. *Enseñanza de las Ciencias*, 15(2), 155-171.
- Porlán, R.; Rivero, A. y Martín del Pozo, R. (1998): Conocimiento profesional y epistemología de los profesores (II): Estudios empíricos y conclusiones. *Enseñanza de las Ciencias*, 16(2), 271-289.
- Porlán, R.; Rivero, A. y Martín del Pozo, R. (2000): El conocimiento del profesorado sobre la ciencia, su enseñanza y aprendizaje. En F.J. Perales Palacios y P. Cañal de León (Eds.), *Didáctica de las Ciencias Experimentales* (pp. 507-533). Alcoy: Marfil.
- Postholm, M.B. (2008): Teachers developing practice: Reflection as key activity. *Teaching and Teacher Education*, 24(7), 1717-1728.
- Richert, A. (2003): La narrativa como texto experiencial: Incluirse en el texto. En A. Liberman y L. Millar (Eds.), *La indagación*. Barcelona: Octaedro.
- Rico, L. (1993): Mathematics Assessment in the Spanish Educational System. En M. Niss (Ed.), *Cases of assessment in Mathematics Education* (pp. 9-20). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Rico, L. (1997): Cuestiones abiertas sobre evaluación en Matemáticas. *Uno*, 11, 7-23.
- Rivero, A. (2003): *Proyecto Docente*. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales. Universidad de Sevilla.
- Robert, A. y Rogalski, J. (2005): A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class. *Educational Studies in Mathematics*, 59(1-3), 269-298.
- Robinson, D. (1998): Student Portfolios in Mathematics. *The Mathematics Teacher*, 91(4), 318-325.
- Rodríguez, G.; Gil, J. y García, E. (1999): *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Aljibe.

- Roe, M.F. y Stallman, A.C. (1994): A comparative study of dialogue and response journals. *Teaching and Teacher Education*, 10(6), 579-588.
- Rogers, R. (2001): Reflection in higher education: A concept analysis. *Innovative Higher Education*, 26(1), 37-57.
- Romberg, T.A. (1989): Evaluation: a coat of many colours. En D. Robitaille (Ed.), *Evaluation and Assessment in Mathematics Education* (pp. 3-17). París: Unesco.
- Romberg, T.A. (1993): Como uno aprende: modelos y teorías del aprendizaje de las matemáticas. *Sigma*, 15, 3-17.
- Ross, J.A.; McDougall, D. y Hogaboam-Gray, A. (2003): A Survey Measuring Elementary Teachers' Implementation of Standards-Based Mathematics Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(4), 344-363.
- Rozada, J.M. (1996): Los tres pilares de la formación: estudiar, reflexionar y actuar. Notas sobre la situación en España. *Investigación en la Escuela*, 29, 7-22.
- Sánchez, V. (2009): Investigación en Educación Matemática y formación de profesores. Visibilizando una relación. En M.J. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática*. XIII SEIEM (Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática). Santander.
- Schloemer, C.G. (1997): Some Practical Possibilities for Alternative Assessment. *The Mathematics Teacher*, 90(1), 46-49.
- Schön, D.A. (1992): Designing as reflective conversation with the materials of a design situation. *Knowledge-Based Systems*, 5(1): 3-14.
- Schön, D.A. (1987): *Educating the reflective practitioner: Towards a new design for teaching and learning in the professions*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Schön, D.A. (1983): *The reflective practitioner: How professionals think in action*. New York: Basic Books, Inc.

-
- Serradó, A. (2000): *Diseño de las unidades dedicadas al 'tratamiento del azar' en los libros de texto de Educación Secundaria Obligatoria*. Memoria del Periodo de Investigación presentado para la obtención del DEA. Documento Inédito. Universidad de Cádiz.
- Serradó, A. y Azcárate, P. (1999): Didáctica de las Matemáticas. En P. Azcárate, S. Ibarra y A. Navarrete (Ed.), *Materiales curriculares para la formación inicial del profesorado de Educación Secundaria*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz.
- Serradó, A.; Cardenoso, J.M. y Azcárate, P. (2004): Los mapas conceptuales y el desarrollo profesional del docente. *Actas I Congreso Internacional sobre mapas conceptuales*. Pamplona.
- Shepard, L.A. (2001): The Role of Classroom Assessment in Teaching and Learning. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 1066-1101). Washington: American Educational Research Association.
- Shepard, L.A. (2000): The role of assessment in a learning culture. *Educational Research*, 29(7), 4-15.
- Shepard, L.A. (1995): Using assessment to improve learning. *Educational leadership*, 52(5), 38-43.
- Sherin, M.G. (2002): When teaching becomes learning. *Cognition and Instruction*, 20(2), 119-150.
- Shoffner, M. (2009): The place of the personal: Exploring the affective domain through reflection in teacher preparation. *Teaching and Teacher Education*, 25(6), 783-789.
- Shulman, L.S. (1998): Teachers portfolios: A theoretical activity. En N. Lyons (Ed.), *With portfolio in hand: Validating the new teacher professionalism*, 23-37. New York: Teachers College Press.
- Shulman, L.S. (1987): Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57, 1-22.
- Shulman, L.S. (1986): Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
-

- Silver, E.A. y Kenney, P.A. (1995): Sources of Assessment Information for Instructional Guidance in Mathematics. En T.A. Romberg (Ed.), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp. 38-86). Albany: State University of New York Press.
- Simon, A.M. (1997): Developing new models of mathematics teaching: An imperative for research on mathematics teacher development. En E. Fennema y B. Scott-Nelson (Eds.), *Mathematics teachers in transition* (pp. 55-86). Mahwah, New Jersey: Erlbaum.
- Simon, M.A.; Tzur, R.; Heinz, K.; Kinzel, M. y Smith, M.S. (2000): Characterizing a Perspective Underlying the Practice of Mathematics Teachers in Transition. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(5), 579-601.
- Smith, M.S. (2001): *Practice-based professional development for teachers of mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Steele, M.D. (2005): Comparing knowledge bases and reasoning structures in discussions of mathematics and pedagogy. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(4), 291-328.
- Steinbring, H. (1998): Elements of epistemological knowledge for mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 1(2), 157-189.
- Stenhouse, L. (1984): *Investigación y desarrollo del currículo*. Madrid: Morata.
- Stenmark, J.K. (1989): *Assessment alternatives in mathematics, an overview of assessment techniques that promote learning*. Berkeley: EQUALS and the California Mathematics Council.
- Stephens, M. y Money, R. (1993): New Developments in Senior Secondary Assessment in Australia. En M. Niss (Ed.), *Cases of assessment in Mathematics Education* (pp. 155-171). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

-
- Tatto, M.T.; Nielsen, H.D.; Cummings, W.C.; Kularatna, N.G. y Dharmadasa, D.H. (1993): Comparing the effectiveness and costs of different approaches for educating primary school teachers in Sri Lanka. *Teaching and Teacher Education*, 9(1), 41-64.
- Tatto, M.T.; Schwille, J.; Senk, S.; Ingvarson, L.; Peck, R. y Rowley, G. (2008): *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics. Conceptual framework*. East Lansing, MI: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University.
- Tejada, A. (2007): Desarrollo y formación de competencias: un acercamiento desde la complejidad. *Acción Pedagógica*, 16(1), 40-47.
- Tellez, K. (1996): Authentic Assessment. En J. Sikula, T.J. Buttery y E. Guyton (Eds.), *Handbook of Research on Teacher Education* (pp. 704-721). New York: Macmillan.
- Tierney, R.C.; Carter M.A. y Desai, L.E. (1991): *Portfolio Assessment in the reading-writing classroom*. Norwood, MA: Christopher Gordon.
- Tillema, H.H. (1998): Design and validity of a portfolio instrument for professional training. *Studies in Educational Evaluation*, 24(3), 263-278.
- Tillema, H. y Smith, K. (2007): Portfolio appraisal: In search of criteria. *Teaching and Teacher Education*, 23(4), 442-456.
- Tomlinson, K. (2008): The impact of cooperative guided reflection on student learning: the case of optimization problem solving in Calculus 1. Disponible el 30 de Abril de 2010 en <http://minds.wisconsin.edu/handle/1793/24574>.
- Törner, G; Schoenfeld, A.H. y Reiss, K.M. (2007): Problem solving around the world: summing up the state of the art. *ZDM Mathematics Education*, 39(5), 353-563.
- Tzur, R.; Simon, M.A.; Heinz, K. y Kinzel, M. (2001): An Account of a Teacher's Perspective on Learning and Teaching Mathematics: Implications for Teacher development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(3), 227-254.

- Urzúa, A. y Vásquez, C. (2008): Reflection and professional identity in teachers' future-oriented discourse. *Teaching and Teacher Education*, 24(7), 1935-1946.
- Vacc, N.N. y Bricght, G.W. (1994): Changing preservice teacher-education programs. En D.B. Aichele y A.F. Coxford (Eds.), *Professional Development for Teachers of Mathematics* (pp. 116-127). Reston, Virginia: NCTM.
- Valli, L. (1997): Listening to other voices: A description of teacher reflection in the United States. *Peabody Journal of Education*, 72(1), 67-88.
- Valli, L. (1992): *Reflective teacher education: Cases and critiques*. Albany: State University of New York Press.
- Van der Shaaf, M.F.; Stokking, K.M. y Verloop, N. (2008): Teachers beliefs and teacher behaviour in portfolio assessment. *Teaching and Teacher Education*, 24(7), 1691-1704.
- Van Driel, J.; Beijaard, D. y Verloop, N. (2001): Professional development and reform in science education: the role of teachers' practical knowledge. *Journal of Research in Science Teaching*, 38(2), 137-158.
- Van Driel, J.; Verloop, N. y De Vos, W. (1998): Developing science teachers' pedagogical content knowledge. *Journal of Research in Science Teaching*, 35(6), 673-695.
- Van Manen, M. (1977): Linking ways of knowing with ways of being practical. *Curriculum Inquiry*, 6(3), 205-228.
- Van Tartwijk, J.; Van Rijswijk, M.; Tuithof, H. y Driessen, E.W. (2008): Using an analogy in the introduction of a portfolio. *Teaching and Teacher Education*, 24(4), 927-938.
- Verdugo, M.A. (1991): *Evaluación curricular*. Madrid: Santillana, Siglo XXI.
- Vermont Department of Education (1991): *Looking beyond "the answer": The report of Vermont's mathematics portfolio assessment program*. Montpelier, VT: Vermont Department of Education.

-
- Vermunt, J.D. y Verloop, N. (1999): Congruence and friction between learning and teaching. *Learning and Instruction*, 9(3), 257-280.
- Vincent, M.L. y Wilson, L. (1996): Informal Assessment: A Story from the classroom. *The Mathematics Teacher*, 89(3), 248-250.
- Voigt, J. (1994): Negotiation of mathematical meaning and learning Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 26(2-3), 275-298.
- Wade, R.C. y Yarbrough, D.B. (1996): Portfolios: a tool for reflective thinking in teacher education? *Teaching and Teacher Education*, 12(1), 63-79.
- Ward, J.R. y McCotter, S.S. (2004): Reflection as a visible outcome for preservice teachers. *Teaching and Teacher Education*, 20(3), 243-257.
- Watts, M. y Jofili, Z. (1998): Towards critical constructivist teaching. *International Journal of Science Education*, 20(2), 173-185.
- Webb, N.L. (1992): Assessment of Students' Knowledge of Mathematics: Steps toward a Theory. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 661-683). New York: MacMillan.
- Webb, P.T. (1999): *The use of language in reflective teaching: Implications for self-understanding*. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association. Montreal, Canada.
- Williams, C.G. (1998): Using Concept Maps to Assess Conceptual Knowledge of Function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(4), 414-421.
- Williams, M.; Unrau, Y.A. y Grinnell, R.M. (2005): The qualitative research approach. En R.M. Grinnel y Y.A. Unrau (Eds.), *Social work: Research and evaluation. Quantitative and qualitative approaches* (7^a ed., pp. 75-87). New York: Oxford University Press.
- Wilson, M. (1995): Assessment Nets: An Alternative Approach to Assessment in Mathematics Achievement. En T.A. Romberg (Ed.), *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment* (pp. 236-259). Albany: State University of New York Press.
-

- Winitzky, N. (1992): Structure and process in thinking about classroom management: an exploratory study of prospective teachers. *Teaching and Teacher Education*, 8(1), 1-14.
- Wray, S. (2007): Teaching portfolios, community, and pre-service teachers' professional development. *Teaching and Teacher Education*, 23(7), 1139-1152.
- Xu, J. (2003): Promoting School-Centered Professional Development through Teaching Portfolios: A Case Study. *Journal of Teacher Education*, 54(4), 347-361.
- Zeichner, K.M. (1983): Alternative paradigms of teacher education. *Journal of Teacher Education*, 34(3), 3-9.
- Zeichner, K.M. y Liston, D.P. (1996): *Reflective teaching: An introduction*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Zeichner, K.M. y Liston, D.P. (1987): Teaching student teachers to reflect. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Zeichner, K.M. y Wray, S. (2001): The teaching portfolio in US teacher education programs: what we know, and what we need to know. *Teaching and Teacher Education*, 17(5), 613-621.
- Zuckerman, G. (2004): Development of reflection through learning activity. *European Journal of Psychology of Education*, 19(1), 9-18.
- Zuckerman, J.T. (1999): Students science teachers constructing practical knowledge from inservice science supervisors' stories. *Journal of Science Teacher Education*, 10(3), 235-245.