Geometria speculatiua

Thome brauardini recolligens omnes conclusiones geo metricas studentibꝰ artiū ꝛ philosophie aristotelis valde necessarias simul cum quodam tractatu de quardratura circuli nouiter edito.

Breue cōpendium artis geometrie

a Thoma brauardini ex libris Euclidis Boecij et campani peroptime cōpilatus. et diuiditur in quattuor tractatus Prohemium

Geometria est arithmetice

consecutiua: nam posterioris ordinis est et passiones nume rorum magnitudinibus deseruiunt. Propter quod euclides geometrie arithmeticam interposuit. Nos autem in alio tra ctatu de Arithmetica expediuimus ideo conclusiones in per mixtas. i. distintas ab arithmetica ponemus geometricas.

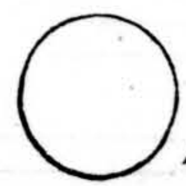
¶ Diuiditur asit geometria in theoricam et praticam Theorica passiones magnitu dinis inuestigat sillogismo et ratione quēadmodum concludimus q̄ omnis recta li nea est apta nata esse basis trianguli equilateri per diffinitionem circuli et per hoc assumptum q̄ omnem rectā lineam cōtingit esse semidiametrum duorum circuloꝝ.

¶ Praticavero est que mensuras magnitudinū inuestigat arte et instrumento. Et subdiuiditur in altimetriam et planimetriam et solimetriā. quarū prima est de mēsu ratione altitudinū. secūda de mensuratione planoꝝ. tercia de mensuratione soli dorum. Instrumēta que huiusmodi mensurationibus deseruiunt sunt quadrās chi lindrum. astrolabium. armille et torquetū nauicula. Et huiusmodi passiōes quas de magnitudine demōstramus sunt pene oīs relatiue. vt equalitas et inequalitas regularitas et irregularitas. cōmensurabilitas et incōmensurabilitas. Etiam vtrū tales passiōes sint res distinte a subiectis solēt fieri altercatiōes sed hoc ad aliā per tinet facultatem.

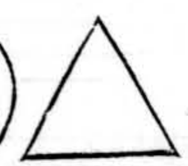
¶ Tractatus primus Capitulum primum de principijs incomplexis que sunt diffinitiones terminorum.

Suppono igitur principia demonstrationis et voco principia demonstra tionis diffinitiones et propositiōes in mediatas. qm̄ propositiones in me diate nō habent se priores ex q̄bus demōstrent. talia em̄ p̄supponi habēt in qualibet sciēcia. Huiusmodi em̄ principioꝝ quodam est dignitas vel maxima p positio et ad hoc genus principiorum reducuntur propositiones in mediate in geo metria que dicūtur cōmunes animi conceptiones: siue cōmunes scientie. Aliud est quod vocatur ab aristotele positio. positiōis qdā est principiū cōplexū et vocat ab aristotile suppositio in geometria petitio. Aliud est tm̄ extremū ppositōis et vocat diffinicio. ¶ A diffinitionibus igit exordiū est sumēdū q̄ significata terminoꝝ expri munt significata autē terminoꝝ in oībus sciēcijs presupponi habēt. ¶ Punctū vero voco quod magnitudinis est principiū. Magnitudinū autē que vnam habet dimen sionē: linea dicitur: que duas supfities que vero .3. corp⁹ appellatur Est vero corp⁹ perfectius omni q̄titate quia post trinam nō est quarta dimensio. Figuram vero vo co magnitudinem terminatam aut lineis aut superficiebus. Ergo figura oīs aut est plana aut est solida planas quidem termināt linee figuras solidas superficies. Omnis autem figura solida aut est rotunda aut conica. i. angularis. ¶ Conicarum autem alie regulares et sunt solum. 5. s. tetracedron/exacedron/octo cedron/duo decedron/icocedron. quemadmodum declarabo. Alie vero sunt irregulares: vt sunt corpora/serratilia/et piramides laterate et huiusmodi. ¶ Rotūdarum quedā sunt regulares vt sperica. quedam irregulares vt ouales et lenticulares. Planarū vero figurarū: alia circularis. i. sine angulo. Alia rectilinea et poligonia. i. multoꝝ angulorum. ¶ Circulus est figura plana vnica linea contenta que circūferentia no minatur in cuius medio est punctus a quo omēs linee ducte ad circūferentiam sunt equales et hic punctus centrum circuli dicitur. Rectilinearum quedam sunt sim plices. Alie egredientiū angulorum Simplicium vero Alis trium an guloꝝ tm̄ et

Circulus



triāgul⁹



q̄dratū

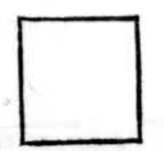
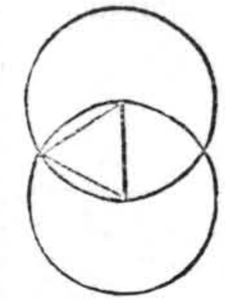
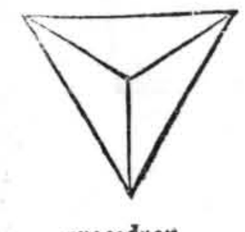


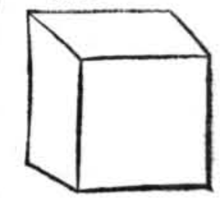
figura egrediētiū anguloꝝ



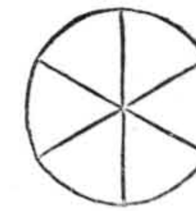
tetracedron



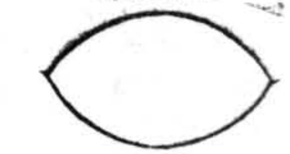
exacedron



sphera

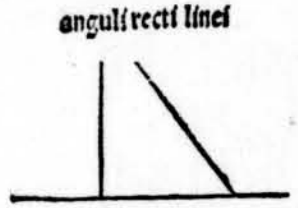


corpus ouale



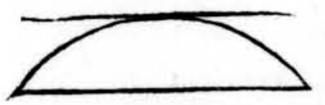
corpus lēticulare

anguli recti linei



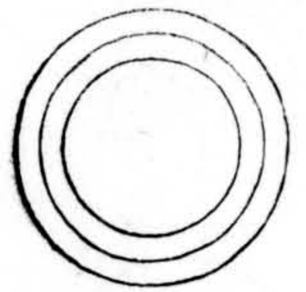
anguli curui linei

anguli mixti

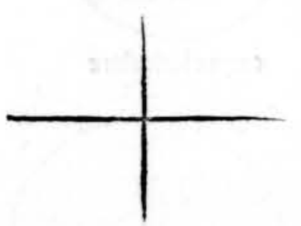


prima peticio

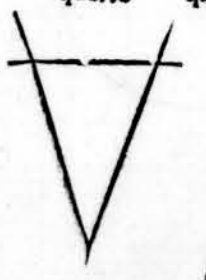
secunda peticio



tercia peticio



quarta



quinta peticio

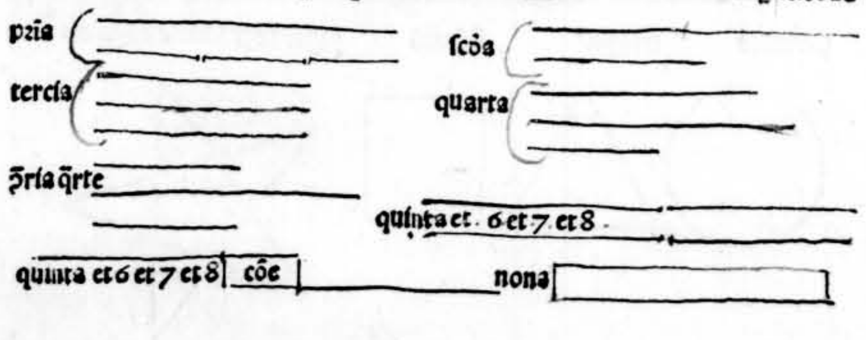
vocatur triangulus. Alia quattuor et vocatur quadratum. Alia vero quinq3 et vocatur pentagonus et sic in infinitum. ¶ Et in qualibet specie istarum sunt figure regulares et irregulares quarũ regulares sunt que hñt vni formitatem in angulis et lateribus. irregulares vero que nequaq̃. ¶ Angulorũ alius planus alius est solidus. Est autem angulus planus duarum linearũ contactus alternus quarum spansio s' supficiem applicatio seu extẽsio non est directa ¶ Omnis talis angul⁹ aut est rectus: aut obtusus: aut acutus. Angulus rectus est quẽ constituit linea recta sup lineam rectã cadens perpendiculariter. linea perpẽdiculariter cadens est que sup lineam i q̃ cadit duos angulos rectos constituit. vnde eam orthogonaliter secare dicitur qñ ad angulos rectos eam diuidit. Angulus qui maior est recto obtusus dicitur. Angulus qui minor est acutus nominatur.

Capitulũ secũdũ de principijs cõplexis ppriis in geometria

Peticiones ab euclide sic ponuntur quinq3. Prima de recta linea talis. (A quolibet puncto ad quẽlibet punctũ rectam lineam ducere) ¶ Et ponuntur omnes petitiones ab euclide sub infinitio tanq̃ dicta non vt propositiones Et addo ad predictam petitionem: et ipsam esse omniũ conterminabilium breuissimam. ¶ Secunda est de linea curua siue arcuali. (Sup centrum quodlibet q̃tũlibet occupãdo spacium circulũ designare) ¶ Per circulũ in proposito intelligitur linea curua. i. circũferentia siue terminus circuli sepe enim noia figurarũ acomodant' tminis figurarũ ¶ Tercia est de ãgulis rectis talis oẽs angulos rectos sibi inuicẽ esse equales. Est eñ forma recti posita in indiuisibili. et ideo variari non potest. ¶ Quarta et quinta sunt de supficie quarta est affirmatiua talis. (Si recta linea super duas lineas rectas ceciderit. duoque anguli interiores ex vna parte duobus angulis rectis minores fuerint: illas duas lineas in eadem pte protractas cõiunctim se ire). Ex quo patet tales tres lineas supficiem claudere ¶ Quita est de supficie s3 negatiua talis duas rectas lineas supficiẽ claudere nullã. ¶ Ex hac negatiua et pcedenti affirmatiua concluditur triangulum esse primam rectilinearum figurarum. Dicuntur enim huiusmodi propositiones peticiones vel suppositiones qñ supponuntur et petũtur et non probantur. vñr enim euidentiam habere sufficiẽtem ex solo confuso terminorũ conceptu.

Capitulum tercium de principijs cõplexis cõmunibus

Omunes sciẽcie multe sunt: sed sufficiũt. 9. et h' sũt (Prima. omẽ totũ est equũ omibus suis ptibus simul sũptis et ecõuerso Scda omne totũ est maius sua parte) et vtrobiq3 sumitur totum. Cathegoreumatice et non sincathegoreumatice. (Tercia quecũque vni et eidem sũt equalia ipsa inter se sũt equalia. Quarta quecũque vni et eidem sunt inequalia, et inequaliter ipsa sibi inuicem sunt inequalia. Quinta si equalia equalibus addantur vel idẽ cõmune: ipsa tota fiũt equalia. Sexta si ab equalibus equalia demas: vel idem cõmune semper manebunt equalia. Septima si inequalibus equalia addas vel idem cõmune tota fiẽt inequalia. Octaua si ab inequalibus equalia detrahas vel idem cõmune: relinquũtur inequalia. Nona est si aliqua res suponatur alteri aplicet'q3 ei vniformiter: nec excedit altera alteram, ille sibi inuicem erunt equales) ¶ Iste igit' propositiones et consimiles dicuntur propositiones prime et immediate qñ statim ex confuso terminorũ conceptu cognoscuntur sine discursu: et si cognoscantur cum discursu: tamen non est hmõi discursus perceptibilis: ideo tanq̃ prime admitãtur Et ideo dicit alacem in secundo de aspectibus de hac propositione omne totum est maius sua parte q' non comprehenditur solo intellectu. sed aprehensio eius est per sillogismum cõpositum ex intẽtionibus terminorũ quia tñ intellectus velocitatem argumentationis facit que est in tempore incensibili ideo putatur q' comprehendit' solo intellectu. Et omẽ quod est istius generis ob oibus vocatur propositio prima ¶ Passiones magnitudinũ quas geometra cõsiderat sunt de lineis vel supficiebus



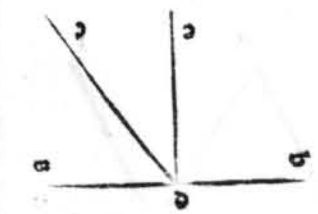
vel corporibus que solum tres dicuntur magnitudines secundũ genus q̃titatis sed nec de linea cõcludit aliquas passiones: nisi in ordine ad superficiem vel ad corpora solũ enim superficies et corpus figure sunt. ¶ Incipiam igitur de lineis concurrẽtibus ad angulum pp̄ter q' istud capitulũ vocatur de lineis et sic veniã ad superficies lineis terminatas et seruabo ordinem rectum de minimo ad maximũ deueniendo.

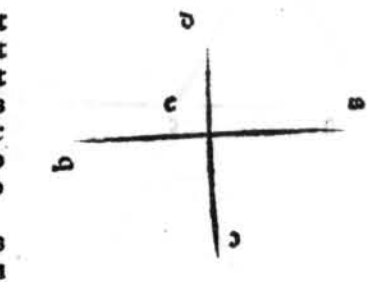
Capitulũ quartũ de lineis. Prima conclusio.

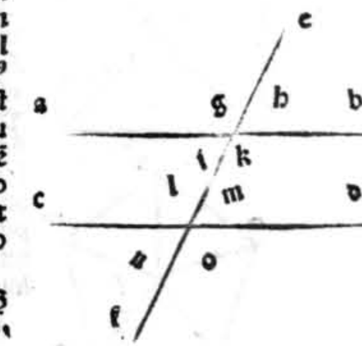
I recta linea super rectam lineã steterit duo anguli vtrobiq3 aut sũt recti aut duobus rectis equales. Ex quo p3 correlariũ (Totũ spaciũ q' circũstat aliquẽ pũctum in plano quatuor angulis rectis esse equale. ¶ Nam si super lineã a b incidat linea e d vel ẽ sup eã ppẽdiculariter cadens vel non: si sic habentur duo anguli recti in forma p diffinitionẽ anguli recti: si nõ sit ppendiculariter cadens: erũt anguli equales duobus rectis: licet non sint in forma recti. quod ostẽdo sic: sit linea e d ppẽdiculariter sup a b lineã erũtq3 duo anguli a d e et e d b recti per diffinitionẽ anguli recti vt prius: sed duo anguli a d c et c d e adeq̃tur angulo a d e per primã animi cõceptionem ergo idẽ duo anguli cũ angulo e d b erũt equales duobus rectis per terciã animi cõceptionem quare oẽs illi tres anguli sũt equales duobus rectis: sed angulus c d b obtusus est equalis illis duobus quia sunt omnes eius partes ergo per quintã animi cõceptionẽ angulus c d b obtusus cũ ãgulo a d c qui est accutus est equalis duob⁹ rectis. et hoc est quod volumus. Correlariũ p3 qr ex quo medietas spacij que est sup punctũ d valet duos rectos. Alia medietas similiter inferior valet duos rectos: ergo totũ spaciũ valet quattuor rectos et q̃tũcũq3 illud spaciũ diuidat' in multos angulos cũ oẽs illi anguli sint ptes illius spacij toci⁹ oẽs precise valẽt quatuor rectos vt p3 p primã cõem sciẽtiam. ¶ Scda pclusio.

Omnium duarũ linearũ se inuicẽ secantium oẽs anguli cõtra se positi sunt equales. ¶ Ista p3 p premissã: nam duo anguli a e c et c e b cõiunctim sũt equales duobus rectis. similiter duo anguli c e b et b e d simul iuncti sunt equales duobus rectis: ergo duo anguli primi simul sunt equales duob⁹ postremis dempto ergo angulo cõmuni puta c e b residua erunt equalia. s. a e c et d e b per sextam cõmunem scienciam: et isti sunt anguli contra se positi: ergo anguli contra se positi sunt equales quod erat demõstrãdum. et simili modo probatur de reliquis duobus angulis contra se positis. ¶ Tercia conclusio.

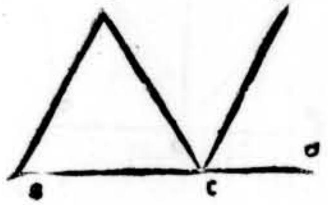
I duabus lineis eque distãtibus tercia linea superuenerit quales quãtosq3 sup vnam illarum fecerit angulos tales tantosq3 faciet super reliquam Ex quo manifestum est quod omnis angulus extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito est equalis. et q' quil3 anguli coalterni inuicẽ sũt equales. et q' ql3 duo anguli intrinseci et ex eadẽ pte cõstituti duobus rectis sint equales ¶ Sit due linee equedistantes a b et c d qb⁹ linea e f superueniat dico q' quales et q̃tos angulos constituit linea e f super lineã a b tales et tantos constituit super lineam c d eoẽ ordine ita q' anguli supiores a b equãtur angulis superioribus c d et inferiores inferioribus ex eadem parte linee e f sumptis. Verbigratia angulus g adequatur angulo l et angulus h similiter angulo m et ita de alijs. ¶ Probatur nam si angulus l non sit equalis angulo g ergo alter illorum erit maior sit ãgulus l maior sed angul⁹ g et angulus k sunt equales quia sunt cõtra se positi ergo per premissã angulus l est maior angulo k sed duo anguli l et m sunt equales duobus rectis per primã conclusionem ergo duo anguli k et m sunt minores duobus rectis per septimã cõmunẽ sciẽtiam ergo per quartam peticionem due linee a b et c d si protrahantur in partes b d concurrunt et per consequens non sunt eque distantes q' est contra ipotesim erunt igitur duo anguli g et l equales quod erat probandum eodem modo arguitur de h m similiter de i et n k et o qui sunt inferiores sub lineis eque distantibus predictis. ¶ Patet igitur prima pars correlarij solum exponendo terminos nam quorumli3 duorum angulorum quos equiualere ostendimus, alter vocatur intrinsecus qui. s.





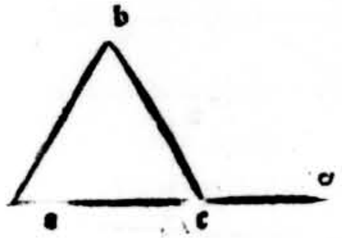


est inter eque distātes lineas et alter extrinsecus qui.s.est exterius vel sub vel supra Secunda pars patet modicum transeundo et terminos exponendo dicūtur igitur anguli coalterni qui habent alternatum situm q̄tū ad superius et inferius et dextrū et sinistrum linee cadentis euiusmodi sunt k et l q sint equales probo quia anguli g et l sunt equales per primam partem correlarij. sed angulus k est equalis angulo g qui contra se ponitur per premissam: ergo angulus k est equalis angulo l per terciā cōmunem scienciam et eodemmodo arguitur de i et m qui sibi sunt anguli coalterni Tercia pars statim patet scilicet quod duo anguli intrinseci ex eadem parte sunt equales duobus rectis puta k et m nā l et m per primam sunt equales duobus rectis sed k est equalis l per secūdam partem correlarij ergo ēt. k et m valēt duos rectos.



Quarta conclusio

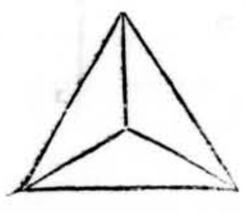
c Uiuslibet trianguli omnis angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis ¶ Uocat autem angulus extrinsecus qui constituit ex protractione alicuius lateris incontinuū et directum. vt si in triangulo a b c protrahatur latus a c vsq ad d. tūc angulus d c b dicitur extrinsecus et duobus sibi oppositis intrinsecis equalis.s.a et b. Quod probo sic: a puncto c protrahatur linea in f eque distāter lateri a b eritq angulus f c b equalis b angulo intrinseco quia sunt coalterni propter lineam b c incidentem super eisdem duabus lineis eque distantibus et angulus f c d est equalis a angulo intrinseco: qui.s.angulus f c d est extrinsecus ad eum ⁊ oppositus ei propter lineam a d incidentē super eisdem duabus lineis eque distantibus: vt pz per premissam quare totus angulus b c d est equalis duobus angulis intrinsecis.s.a et b per primam cōem scienciam.



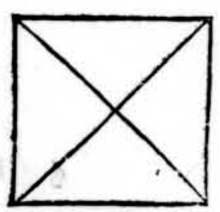
Quinta conclusio

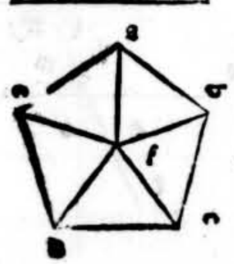
o Mnis triāgulus habet tres angulos eq̄les duobus rectis. ¶ Nam totus angulus b c d extrinsecus est equalis duobus intrinsecis.s. a b sibi oppositis per premissam. sed si addas toti angulo illi extrinseco angulum c intrinsecum coniunctum sibi totum erit equale duobus rectis per primam: ergo duo anguli a et b cum angulo c intrinseco sunt equales duobus rectis per quintam communem scienciam.

Sexta conclusio



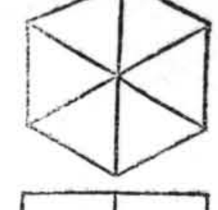
o Mnis figure poligonie omnes anguli pariter accepti tot rectis sunt equales quot sunt ipsi duplicati demptis quattuor. ex quo pz quod quelibet sequens in ordine figurarum poligoniarum addit supra precedentem duos rectos in valore. ¶ Hec propositio pz per precedentem cum resolueris q̄libet talem figuram in tot triangulos quot sūt anguli eius. hoc autem fit ducendo a quolibet angulo eius ad punctum in medio signatum lineam rectam. quoniam omnes illi anguli illorum triangulorum sunt partes angulorum talis figure poligonie exceptis hijs qui sunt circa punctum medium. et illi per correlarium prime sunt precise quatuor rectis equales pz igitur propositum. Uerbigracia. sit pentagonus a b c d e dico q eius anguli quinq sūt equales decem rectis exceptis quatuor hoc est sex rectis sunt equales signādo igitur signum aliquod in medio et sit f ducatur a singulis angulis linea recta eruntq quinq trianguli iuxta numerum angulorum pentagoni .s. quinq quorum anguli valent. 10. rectos per premissam: demptis igitur hijs qui ad f sunt qui valent. 4. rectos residui valent. 6. rectos. Pz correlarium inductiue. Pz eciam de valore angulorum extrinsecorum talium figurarum quoniam omnis figure poligonie omnes anguli extrinseci. 4. rectis sunt equales. sunt enim extrinseci et intrinseci simul bis tot rectis equales q fuerint anguli figure principalis per primam conclusionem. intrinseci autem tot rectis sūt equales quod sunt anguli duplicati exceptis. 4. vt nunc ostendimus ergo extrinseci tantū. 4. super addunt huiusmodi exemplū habes si ducas lineam b e in continuū et directum ex parte a et lineam c b in partē b, et sic de alijs vt pz in figura.

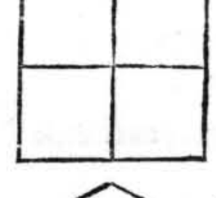


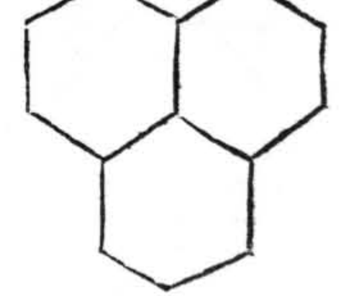


Septima conclusio.

t Res figure regulares.s. triangulus quadrangulus et exagonus replent locū et nulle alie. ¶ Dicitur autem figura regularis que est equiangula ⁊ equilatera: replere aūt locū dicit hic occupare totū spaciū q circūstat aliquem punctū in plano. pars affirmatiua probatur de triangulo et exagono de quadrato aūt planū est qz cū habeat oīs angulos suos in forma rectos. igit si. 4. simul ponātur totū spaciū occupabūt et p ↄ̄ns totū locū replebūt. De exagono probatur qz cū. 6. anguli eiusdē sint equales. 8. rectis p premissā. 3. eius anguli valebūt. 4. rectos igit si tres exagoni ponantur simul circa pūctū in plano replebūt locum. De triāgulo silr̄ pz qm̄ āgulus exagoni est duplus ad angulum trigoni si fuerit regularis qȯ pz qz tres āguli exagoni valēt duplū eius q sūt. 3. anguli trigoni qz valent. 4. rectos. g̃ in duplo plures trigoni reqrūtur ad replectionē loci q exagoni: sz tres exagoni replēt. g̃. 6. trigoni replebūt. Cōfirmatur qz tres anguli trigoni valēt duos rectos. g̃. 6. valebūt. 4. et sic replebūt locū. locū g̃ replere dicūtur. 3. exagoni. 4. tetragoni. 6. trigoni equilateri. Negatiua ps probat.s. qȯ nulla alia figura regularis sit apta replere locū supposito q quelz seq̄ns figura habet maiores angulos q̄ prior precedēs qȯ pz ex correlario premisse nā quelz posterior addit p correlariū p̄cedentis supra precedētē in valore duos rectos et vnū tm̄ in nūero. sed nullus angulus pōt valere duos rectos p diffinitionē anguli plani. g̃ trāsmitit aliq̄d ad reliquos sed nō nisi ad oēs qz oēs anguli sūt eq̄les i figuris regularibus de quibus hic loquimur q̄re oīs angulus figure posterioris maior est quolz angulo prioris figure ex quo pz q nulla figura post exagonū nata est replere locū qz si accipiātur tres anguli regularis figure post exagonū illi suphabūdāt. nulli etiā duo anguli replēt locū sicut nec due linee claudūt supficiē. qz eīn nullus angul9 q̄tūcūq magnus valet duos rectos g̃ nec duo anguli valēt. 4. rectos p diffinitionē anguli plani. Pētagonus etiā nō replet qz. 3. anguli eius nō valēt. 4. rectos alioquī haberet angulos ita magnos sicut exagonus et. 4. eius anguli plus. 4. rectis valēt qz sequit tetragonū in ordine figurarū. ¶ Hee. 7. cōclusiōes sint de isto cplo quaꝝ nulla est q̄ nō depēdeat a precedēti et ad sequētē nō assumatur: excepta prima q̄ ex inmediatis ꝓpositiōibus infertur. ⁊ vltima q̄ nō assumit ad aliā qm̄ postrema est. Et fz hūc modū augēt demōstratōes in post assumēdo fz pḃm in posterioribus. Oēs quoq in pḃia nobis deseruiunt.





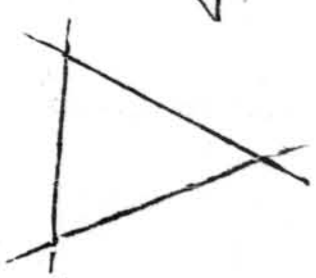


¶ Capitulū scōm de figuris egredientium angulorꝝ

f Equit de figuris egrediētiū angulorꝝ. Et dicā in hoc capitulo fm cōsiderationē vīez et in cōi rarus eīn sermo de hijs nec vidi sermonē de eis nisi solū cāpanū q̄ de pētagono solo parꝝ tetigit cañalit. Dr̄ figura egrediētiū āgulorꝝ figura poligonia cui9 siplicia latera in vtrāq ptē sūt ꝓtracta donec exteri9 cōcurrāt bina ac bina. de q̄ p̄ma cōclusio est ista.

¶ Prima conclusio

f Igurarꝝ egrediētiū angulorꝝ pentagonus est prima ¶ Ista statim pz qm̄ iuxta trigonū nō accipit aliqua figurarꝝ istius ordinis. qm̄ in trigono simplici vnūquodq latus a duobus reliquis lateribus intersecatur: qua ꝓpter impossibile est iterꝝ vnum istorꝝ cū reliquo concurrere quia tūc due linee recte supficiē clauderēt q est cōtra peticionē vltimā. Silr̄ pz de tetragono nā latera quadrāguli si sūt eq̄distātia nō ↄcurrēt extius. sz si nō sūt eq̄distātia ↄcurrēt in alterā ptē qz vnūq̄q latus hēbit āgulos obtusos et acutos et tūc latera ex vna pte cōcurrēt ex alia vō nō: ⁊ nō erit hoc mō figura pfecta hui9 ordis egrediētiū āgulorꝝ. Cū g̃ oīa latera pētagoni (cui prīo cōuenit hr̄e oēs āgulos obtusos) ꝓtracta vtriq cōcurrāt bina et bina. manifestū est qȯ pētagonus egrediētiū āgulorꝝ est p̄ma figura i ordine taliū figurarū qz omīa et singula bina et bina latera in cōtinuū et directū protracta possunt ad angulos deuenire.

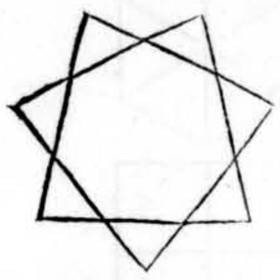


¶ Secūda conclusio

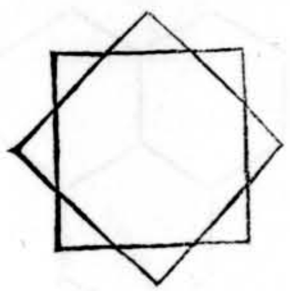
p Entagonus egrediētiū āgulorꝝ habet.s. angulos equales duobus rectis ¶ Hoc ꝓbat sic seccet lat9 a c. a linea b e i pūcto f et a linea b d in pūcto g eritq angulus g f b equalis duobus angulis e et c cū sit extrisec9 ad eos

pentagonus primi ordinis exagonus primi ordinis

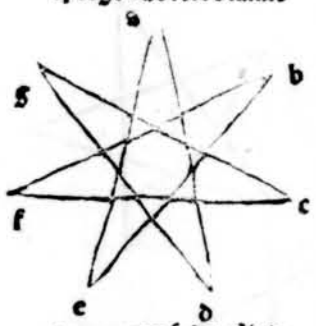
eptagonus primi ordinis



octogonus primi ordinis



eptagonus scdi ordinis



octogonus scdi ordinis

nonagonus scdi ordinis

in triangulo f e c. Item angulus b g f est equalis pari ratione duobus angulis d et a cum sit extrinsecus ad eos in triangulo g d a: vt p3 per quartam precedentis capituli sed duo anguli b f g et b g f cum angulo b sūt equales duobus rectis per quītam precedentis capituli. ergo quattuor anguli. s. a c et d e cum angulo b sunt equales duobus rectis per quintam cōmunem scientiam q fuit propositum Et sicut ordo simplicium figurarum incipit a duobus rectis sic ordo egredientium angulorum incipit ad duobus rectis in valore. Et sicut quel3 simpliciū figurarum sequens addit supra precedētē duos rectos sicquel3 egredientium angulorum addit supra precedētem duos rectos in valore.

Tercia conclusio.

Igurarum egredientium angulorum quelibet sequēs in ordine addit supra precedentem duos rectos. Istud p3 statim de omnibus figuris parē locū tenentibus quelibet enim talis ex duabus figuris simplicibus sibi mutuo inuexis componitur propter q p3 propositum. P3 enim quod exagonus qui scōm continet locum v3 quattuor rectos nam ex duobus triangulis componitur qui sūt a b c et d e f quorum quilibet v3 duos rectos. Similiter octogonus qui componitur ex duobus quadrangulis et decagonus ex duobus pentagonis et sic vlterius. Sed de figuris imparem locum tenentibus non est ita clarum. sed nec ita faciliter cōclusio in eis probari potest sicut in alijs verisimile tamen est: quia eptagonus addit supra exagonum duos rectos vt sit .6. rectorum in valore et nonagonus super octogonum duos rectos et sit .10. rectorum et sic de alijs.

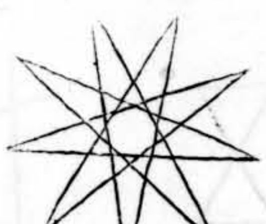
Quarta conclusio.

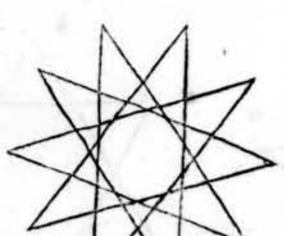
N secundo ordine figurarum egredientium angulorum eptagonus est prima figura. ¶ Sicut enī primus ordo acceptus est iuxta ordinem figurarum simplicium ita vlterius iuxta illum secundum ordinem accipi potest alius ordo secundus figurarum egredientium angulorum semp protrahendo latera vsq ad concursum eorūdem ex quo p3 quod iuxta pentagonum non potest accipi alius ordo nec alis figure: sicut nec iuxta trigonum potest quia in pentagono quodlibet latus attingit omnia alia latera aut secando aut concurrendo et ideo impossibile est aliquid illorum iterum cum alio concurrere propter vltimā peticionem. De exagono si regulariter disponatur in vnaquaq parte. p3 quod quel3 duo latera opposita sunt eque distancia et ideo nunq concurrunt iterum si autem irregulariter disponatur in vnam quidem partem concurrēt et in alia non. et ideo iam non erit figure dispositio completa. Latera autem eptagoni concurrere possūt sicut p3 in figura eptagona a b c d e f g igitur ipsa erit prima in hoc genere figurarum egredientium angulorum et octogonus secunda et sic de alijs sequitur. et sic semper vltra vsq in infinitum potest procedi.

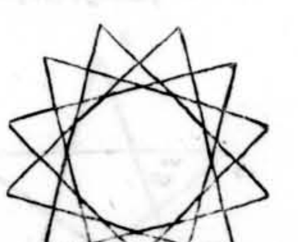
Quinta conclusio

N infinitum in renouatione ordinum figurarum egredientium angulorum potest procedi propter protractionem laterum modo predicto et semper prima figura sequentis ordinis sumitur ex tercia figura ordinis precedentis. ¶ Hoc palam est in antedictis ordinibus. quoniā eptagonus qui est primus huius ordinis vltimi oritur ex eptagono qui est tercius alterius ordinis egredientium angulorum et pentagonus qui est primus primi ordinis oritur ex pentagono qui est tercius in ordine figurarum simpliciū respectu trianguli ymo etiam triangulus qui est primus in ordine figurarum simplicium consurgit ex ternario numero linearum De valore autem angulorum talium discutere esset maior labor q vtilitas ideo nō insisto. videbatur michi aliquando quod omnes ordines figurarum de loco primo conuenirent q tū ad hoc quod prima semper valet duos rectos et quel3 semper sequens adderet tantūdem supra precedentem scilicet duos rectos sed q uis propinquū sit ei secundum rem non asero tñ hoc. et hec sufficiāt de figuris conicis. Et sic cōpleta est prima ps tractatus que est de cōsiderationibus huius operis coibus.

nonagonus tercij ordis — decagon⁹ tercij ordis — duodecagon⁹ tercij ordis







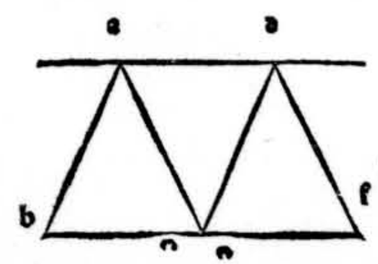
¶ Tractatus secundus de figuris planis.
Capitulū primū de diffinitioibus terminorum

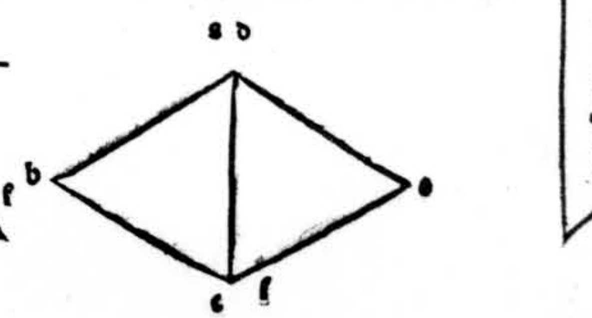
Edeo in secunda parte super figuras planas secūdū considerationem specialē dicendo de triangulis quadrāgulis et circulis sequēdo ordinē euclidis et hic tāgam etiam de figuris isoperimetris quas pretermisit euclides et faciam compēdiosum sermonē incipiendo a diffinitionibus. Triāgulus est figura plana tribus rectis lineis contenta. Triangulorum Alius omniū triū laterum equaliū: et vocatur ysoplerus Alius autē duorum equaliū laterū et vocat ysocheles Alius trium laterum inequaliū et vocatur ansocheles vel scalenō grece. latine vero gradatus et ista diuisio sumitur ex parte laterum. Ex parte autē angulorum diuidit in orthogonium qui habet vnū angulum rectum et in ampligoniū qui habet vnum angulū obtusum et duos accutos. et in exigoniū qui habet omēs angulos accutos Dicitur etiam quadrangulus ortogonius cū omnes eius anguli sunt recti. et quadrangulus dicitur ysoplerus cū oia eius latera sint equalia et omnis figura equilatera inuenitur ab auctoribus isoplerus dicta. Quadrangulus est figura plana quattuor rectis lineis contenta. Quadrangulorum alius paralelogramus. i. eque distātiū laterum. Alius disparalelogramus. i. inequedistantiū laterū. ¶ Paralelogramorum Alius est habens omia latera equalia et vocatur quadratus vel quadratum. Alius tm̄ oppositorum laterum equalium et vocatur altera parte longior. ¶ Quadratorū alius ortogonius et vocatur proprie quadratus Alius inequalium angulorum et vocatur helimalim quia habet semper oppositos angulos equales sicut demōstrabit Altera parte longiorum alius orthogonius qui ab aliquibus tetragonismus apellat Alius inequalium angulorum et vocatur similis helimialim et d similis helimialim quia habet opposita latera et oppositos angulos equales. Omnes vo quadrāguli non eque distantium laterū sunt helimialim. i. irregulares figure et iste irregulares nominātur non q alie omnes sint regulares: qm̄ solus quadratus est regularis in genere quadrāgulorum. sed qm̄ iste figure plus irregularitatis habēt q alij quadrāguli equedistantiū laterum. De triangulis sit hec Prima cōclusio.

I vnus angulus vnius trianguli equalis fuerit vni āgulo alterius triāguli. fuerintq duo latera dictum āgulum continentia equalia duobus lateribus alterius similem āgulum continentibus residui anguli vnius residuis āgulis alterius equales erūt. basis vnius basis alteri⁹ equalis erit. totusq triangulus toti triangulo equalis. ¶ Istam conclusionem primam pono quia nō dependet nisi ex vltima cōmuni sciencia supponam enim vnum triangulum super alterum quorum vnus sit a b c alius d e f et aplicabo angulum d angulo a qui per ipotesim sunt equales in diuersis triangulis ergo latus d f erit sup latus a c et latus d e super latus a b si autem nō: erit angulus d maior aut minor angulo a vel econuerso q est contra ipotesim cum ergo latera lateribus sint equalia: erit nccio basis e f super basim b c. et per consequens totus vnus triāgulus erit super totum alium triangulum nec excedens nec excessus alioquin due recte linee superficiem clauderent quod est incōueniens et ita erunt equales sibi inuicem secundum totum et secūdum partes per vltimā cōmunem scientiam. Ex ista procedam vlterius ad ostendendū equalitatem inter angulos eiusdem trianguli per equalitatem laterum et sit hec secūda cōclusio.

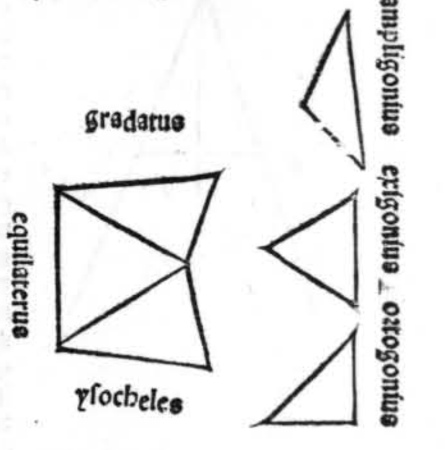
¶ Secunda conclusio

Mnis trianguli duū equaliū laterū angulos qui sup basim sūt equales esse necesse est et similiter angulos qui sub basi cōstituūt si eius prima latera directe ptrahantur. ¶ Hec est quita cōclusio euclidis et vocat ad

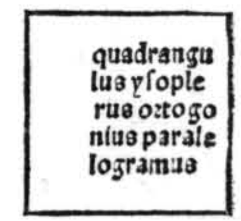


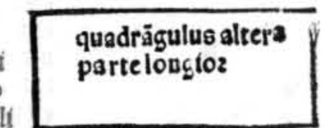


Species triangulorum

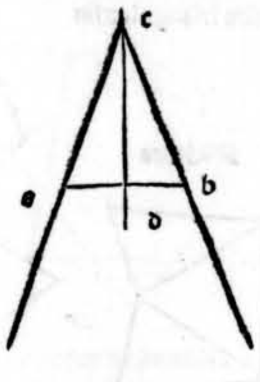


species quadrangulorum





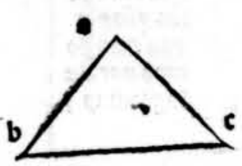
helimalim

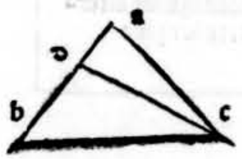


mirātib⁹ eleusuga.i.fuga miserorum qm̄ miseri ingenio cū ad eandem perueniunt fugā capiūt. sed ne deſ fuge occasio ostēdā eā breuiter et ostēsiōe leui q̄ sufficit adistē ti et erit medium demonstrationis q᷑ talis triangulus diuiditur vel diuidi potest in duos triangulos equales. Sit ergo linea. a.b. basis cui insistat linea. c.d. secans eam orthogonaliter id est ad angulos rectos et per equalia in puncto. d. et ducantur latera. c.b. et. c.a. que sunt equalia eritq; triangulus duum equalium laterum a.b.c. et āguli sup basim sūt āgul⁹.b.et angul⁹.a.quos dico esse equales. Triāguiū enim totalem diuidam per equalia per lineam.c.d.perpendiculariter in duos triangulos parciales qui sunt triangulus.d.c.b.et.c.d.a. eritq; angulus.c.d.b. in primo triangulo equalis angulo.c.d.a.in secundo triangulo quia vterq; eorum est rectus et latera istos angulos continentia sunt equalia ex ipotesi et latus.b.d. est equale d.a.et latus.c.d.est cōmune quare per premissam conclusionem residui anguli vni⁹ residuis angulis alterius erunt equales: puta āgul⁹.a.c.d.et.b.c.d.et iterum anguli a.et.b.q᷑ fuit propositum. Patet etiam quod anguli sub basi similiter sint equales quoniam duo anguli qui sunt apud. a. sunt equales duobus rectis per primam de lineis rectis: similiter duo anguli qui sunt apud.b.sūt equales duobus rectis: ergo demptis superioribus qui sunt equales vt probatum est reliquiſ equales esse qui sunt inferius per sextam cōmunem scienciam. Ex ista demonstratione patet quod triangulus equilaterus est equi angulus et econuerso quia equalitas quorumlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorum sibi correspondentiū et ex ista sequitur cōclusio tercia scilicet quod ex habitudine angulorum accipitur habitudo laterum inter se.

Tercia conclusio

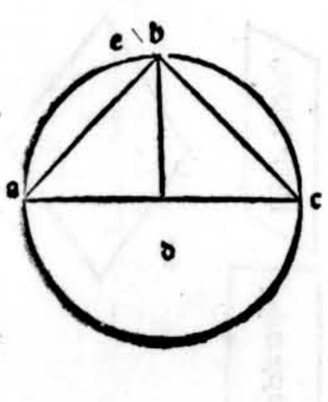
Omnis trianguli lōgius latus maiori angulo oppositū est: et ecōuerso ¶ vbigra: sicut si in triāgulo.a.b.c.āgul⁹.a.sit maior āgulo.c. et āgulo b erit latus.c.b.maius latere.a.b.Qd̄ si nō: aut igitur erit minus aut equale. si equale ergo per precedentem āgul⁹.a. erit equalis angulo. c. q᷑ est contra ipotesin: si autem.b.c.est minus et.a.b. maius resecetur ad equalitatem eius. scilicet c.b.in pūcto.d.sitq; latus.d b equale c b ergo per premissam erit āgul⁹.b.c.d. equalis angulo.b.d.c.sed angulus.b.d.c.est maior angulo.b.a.c. quia est extrinsecus ad eum in triangulo.d.a.c.ergo angulus.d.c.b. qui est equalis ei erit maior eodem.b.a.c.sed.a. ponebatur maior toto.c. ergo angul⁹.b.c.d.est maior toto.c.quare maior est pars suo toto quod est.c.q᷑ est impossibile. Et sequitur econuerso hoc latus est maius: ergo angulus ei oppositus est maior quod facile ostenditur ex priori conuersa. Iste tres conclusiones sunt de triangulo secundum se considerato: nūc ponam aliquas conclusiones de triangulo prout est pars aliarum figurarum et primo prout describiſ in circulo et est ps circuli et sit hec pria cōclusio.





Quarta conclusio

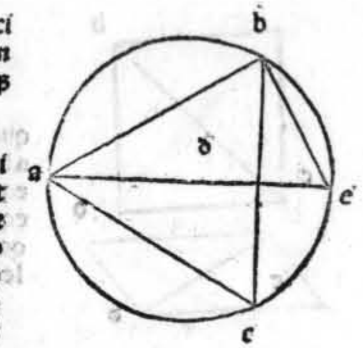
Omnis trianguli in semi circulo super diametrū colocati angulus apud circūferentiam existens rectus est.¶ q᷑ probo sic: sit triangulus a b c super diametrum a c cōstitutus dico q᷑ angulus b est rectus in quacūque parte circūferencie ponatur. protraham ab ipso angulo in centrum lineam b d et erunt duo trianguli quilibet duum equalium laterum per diffinitionem circuli eruntq; in vno illorum duo anguli equales inter se. s. a et b per secundam huius capituli. similiter in altero triāgulo b et c erunt eq̄les per eādē. sed āgulus b d c est equalis duobus primis. s. a et b quia est extrinsecus ad eos in triangulo a d b et angulus a d b est equalis duobus secundis.s.b et c quia extrinsecus est ad eos in triangulo c d b quare duo anguli qui sunt apud d sunt dupli ad duos angulos qui sunt apud b quia valēt eos et angulos a et c qui sunt eis equales sed duo anguli apud d sunt equales duobus rectis per primā capituli de lineis ergo angulus b totalis est rectus quoniam est medietas illorum quatuor qui valēt duos rectos. Aliter ostenditur idem et breuius habita eadem dispositione figure protrahatur c b vsq; ad .e.

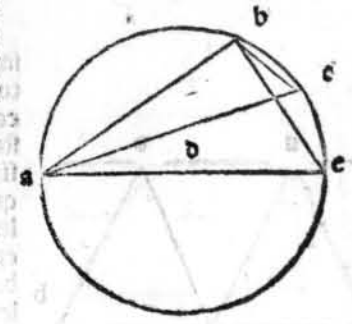


exterius eritq; angul⁹.a b e.equalis duobus angulis.a et c.sed duo anguli intrinseci apud b sunt equales duobus angulis a et c.vt deductum est: ḡ angulus.a b e.extrinsecus est equalis duobus angulis intrinsecis apud b hoc est totali angulo b ḡ vterq; eorum est rectus per diffinitionē anguli recti.s.tam e q̄ b

Quinta conclusio.

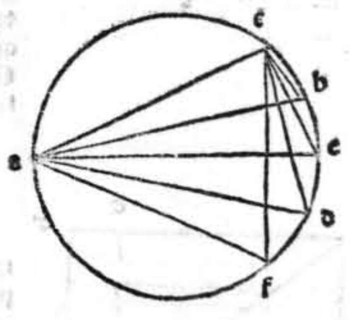
Omnis trianguli in portione circuli super cordam locati si sit porcio circuli semi circulo maior erit angulus apud circūferētiam existens recto minor et si sit porcio semicirculo minor erit angulus apud circūferētiā recto maior et vlſ q̄to porcio maior tanto angulus minor et ecōuerso. ¶ q᷑ probo sic: sit porcio semicirculo maior.a b c.corda a c.dico quod angulus b trianguli.a b c.colocati sup cordā qui est apud circūferentiam: est recto minor. Ducatur.n. diameſ.a d e. sſ centrū.d et linea e b. ducatur et q: per premissam angulus b totalis est rectus quare angulus.a b c.est minor per secūdam cōem sciētiā cum sit eius pars sicut pꝫ sensu. Secundam partem ostendo sic sit porcio semicirculo minor. a b c.corda.a c. dico q̄d angulus b trianguli locati super hanc cordā est recto maior. Ducatur enim per centrū d diameter. a d e. ducaturq; linea. b e. eritq; per premissam angulus.a b e. rectus quare angulus.a b c.erit maior recto cū āgul⁹. a b e. rectus sit eius pars p secūdam cōem scienciam. Tercia pars pꝫ accipiendo porciones maiores et minores semicirculo et sit porcio.a c d.maior porciōe.a c b. dico quod angulus.a c d.minor est angulo.a c b.q: est ps eius. similiter se habet de alijs porciōibus minoribus Si velis aduertere in hijs duab⁹ propositiōibus habes drās triāgulorum.s.orthogonij.ampligonij. et exigonij sed de alijs differencijs triangulorum nunc dicemus.s.ysopleri/ysochelis et ansochelis.





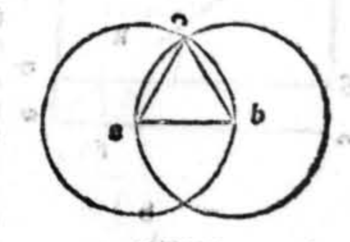
Sexta conclusio.

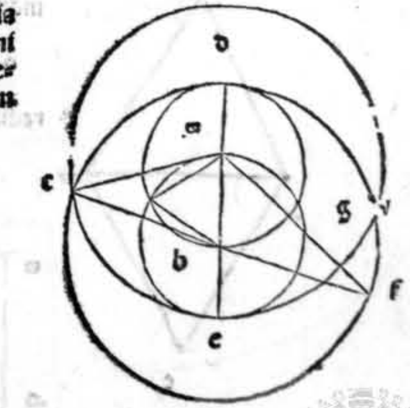
Omnis triāgulus cuius vnum latus est semidiameter duorum circulorum et angulus oppositus est apud seccionē eorūdem est equilaterus. ¶ Accipiamus. a b.lineā et super a punctum describamus circulum occupando totam lineam.a b. Item super punctum b describatur alter circulus equalis ita q̄d linea.a b.sit semidiameter duorum circulorum et a cōi secciōe illorum circulorum que sit c ducantur due linee.s.c.b.et c a.dico tunc quod triangulus iste. a b c.est triangulus equilaterus. Nam per diffinitionem circuli linee.a b et c a.sunt equales quia veniunt a cōmuni centro ad circūferentiam. Item.c b.et b a.sunt equales pari ratiōe: ergo omnes erunt inter se equales per terciam cōem sciētiam.

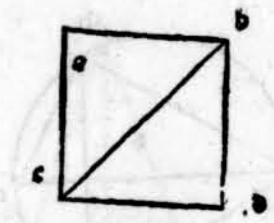


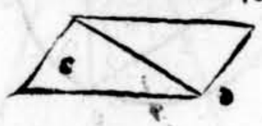
Septima conclusio.

Omnis triangulus cuius vnum latus est minus semi diametro duorum circulorum terminatum ad eorum centra et cuius oppositus angulus est in seccione eorūdem est triangulus duorum tantum equalium laterum et cuius oppositus angulus est extra seccionem eorūdem est ōiꝫ in equalium laterum. ¶ Ut sit linea. d a b e. et describatur sup a pūctum circulus equalis secundum q̄titatem linee.a b e. Item super. b. pūctum describatur alter circulus equalis secūdū q̄titatem linee.b a d.et inter seccent se in puncto.c.dico q᷑ linee. a c. et b c.sūt equales quoniam sunt semidiametri circulorum equaliū et quod.a b.linea sit minor eis patet quia cum veniat a centro non attingit circūferentiam: sicut.a c et b c. ergo est minor eis patet ergo quod triangulus. a b c. est duorum tantum equalium laterum et sic erit isocheles. ¶ Rursus sit alius triangulus.a b f.et sit punctus.f.extra seccionem dico q᷑ omnia latera sunt in equalia: nam latus. b f. cum sit equalis. b d. quia semidiameter eiusdem circuli erit maius latere.a b.et latus.a f.cum sit plus q̄ semidiameter equalis circuli est maius latere.b f.nā.a g.est.b f.equale.quia semidiametri duorum circulorum equalium quare ōis latera sunt inequalia. ¶ Nunc ponam conclusiones de triangulo prout est pars quadranguli.







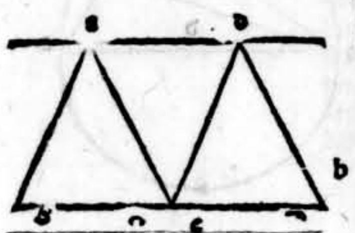


Octaua conclusio

q Uilʒ duo triāguli in superficie eque distātiū laterū iuxta lineā diagonalē accepti sunt eq̄les ℭ Est enim linea diagonalis que ducitur ab angulo ad angulū et si est in quadrato vocatur diameter. istud ostēdā in quadrāgulis qui sunt altera pte longiores inequalium laterū i quibus minus vꝫ sit ꝙ hmōi figura a b c d. ducatur ab angulo ad angulū linea. c b. dico quod triāguli. a b c et c d b. sūt equales: nā angulus b supior et angulus c inferior sūt equales quia coalterni inter eque distātes lineas. a b et c d. et latera cōtinentia istos duos angulos sunt equalia quia linea c d equalis est b a. et linea b c est cōmunis quare residui anguli sunt equales et totus triāgulus toti triāgulo equalis est per pimā cōclusionē huius capituli.

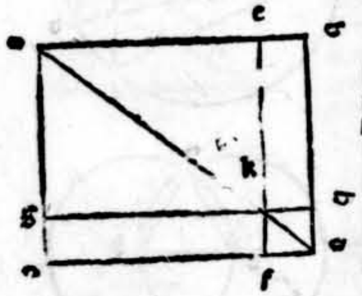
Nona conclusio

f J duo trianguli super bases equales atqꝫ inter duas lineas eque distātes ceciderit eq̄les erūt nccio. ℭ Sint duo triāguli. a b c et d e f. inter lineas eque distantes. dico eos esse equales et siquidem similiter cadat linea. d e inter eque distātes sicut cadit linea a b non est difficile arguere ex pima huius capituli qm̄ anguli equales erunt. a b c et d e f. et latera tales angulos continentia sunt equalia qm̄ bases sunt equales ex ipotesi et similiter linee que inter lineas eque distantes veniunt sunt equales et tūc sequitur propositū ex pima hui⁹ capituli. Sed si in triangulo. a b c. angulus b sit rectus et in triāgulo alio. d e f. non sit rectus dico quod tunc similiter sequitur quod trianguli sunt equales si sint inter eque distantes lineas. et supra bases equales: diuidā em̄ supficiem. d e f. in duo media p lineā. d m. et ducam eque distātes lineas equaliter. e k et f l. et ducam c n eque distantez a b habebo itaqꝫ duas supficies paralelogramas. a b c n et k e l f. quas suppono esse equales. quia oīa latera sunt equalia erit igitur supficies. k e f l. diuisa in quatuor triangulos equales per premissā et. a b c. n. tantū in duos equales ergo duo de illis valent vnū de istis sed triāgulus. d e f. continet duos de illis igitur est eq̄lis triangulo. a b c. qui est medietas alterius superficiei paralelograme et hoc est quod volui ostendere ℭ Jste. 9. cōclusiones ad presens de triāgulo sufficiant quaꝝ noticia nccia est in methaphisica et logica et naturali sciencia.



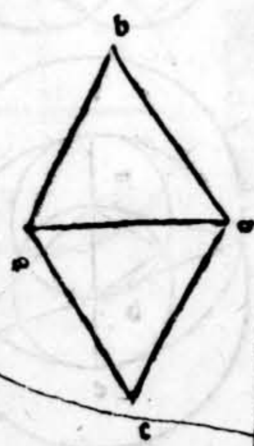
ℭ Capitulum terciū de quadrangulis habet. 5. cōclusiones. pimo ponitur vna propositio.

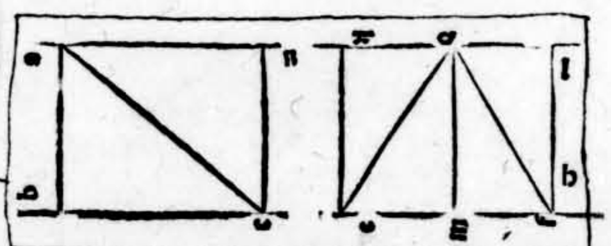
n Unc dicendum est de quadrangulis de quibus paucas ponā cōclusiones quibus premito vnā descriptionē ꝙ et premittit euclides libro secūdo de gnomone et de suplementis vt presciatur q̄d significat per terminos et est talis. ℭ Omnis paralelogrami spacij ea quidem que diameter seccat per medium paralelograma circa eandem diametrum consistere dicuntur. Eorum vero paralelogramorum que circa eandem diametrum cōsistunt quodlibet vnum cum duobus supplementis gnomō nominatur. ℭ Diuidatur ergo. a b c d. paralelogramū per diametrū. a d et in puncto. k. in diametro: seccent se ortogonaliter due linee. e f. et g h. eque distantes a duobus lateribus paralelogrami. s. b d c d. eritqꝫ totū paralelogramum diuisum in. 4. paralelograma quorum duo dicūtur consistere circa eādem diametrū. a d. que diameter diuidit in triangulos. reliqua dicūtur supplemēta. s. g k c f. et. e k b h. tria aūt paralelograma. s. duo iā dicta supplementa cū alterutro eoꝝ que seccantur per diametrū gnomonē perficiūt igitur hoc supposito cū diffinitionibus et diuisionibus primi capituli huius ptis accedo ad cōclusiones in hoc capitulo demonstrandas et sit hec pima conclusio.



ℭ Prima conclusio

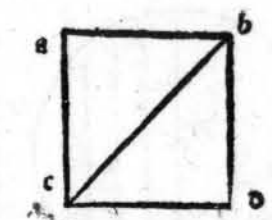
o Mne paralelogramū vna queqꝫ diameter diuidit per mediū et per eq̄lia ℭ Jsta pꝫ stati ex penultima precedētis cpl'i. nec oꝫ plus insistere. li tn̄ nō placꝫ reducere eādē ad reliq̄ tūc posset reduci in vltimā cōem sciam sicut reducitur pima capituli de triangulis et similiter pima de circulis reducetur.

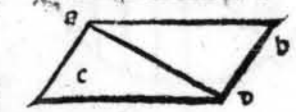




Secunda conclusio

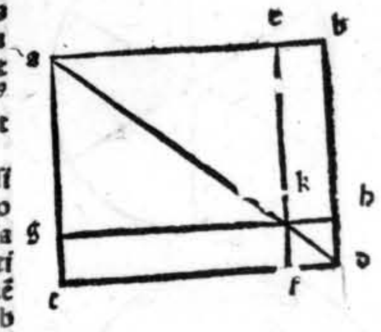
o Mne paralelogramū angulos ex aduerso collocatos hꝫ eq̄les: ℭ Si sit ortogoniū pꝫ qr tūc oēs anguli sunt equales si aūt sit inequaliū angulorum et sit. a b et c d. latera equedistātia ducatur linea diagonaliter a d. et erūt anguli d superior et a inferior equales qr coalterni. item d inferior et a supior eq̄les erunt similiter qr coalterni per cōparationē tn̄ ad lineas equedistātes ꝙ a totalis est equalis d totali et sūt ex aduerso colocati igitur. ꝛc. ℭ Ex quo vlterius sequitur qd̄ b et c sunt equales. nam qr duo anguli supioris triāguli sunt equales duobus angulis triāguli inferioris sequitur ꝙ residuus sit equalis residuo p sextā cōem sciam.





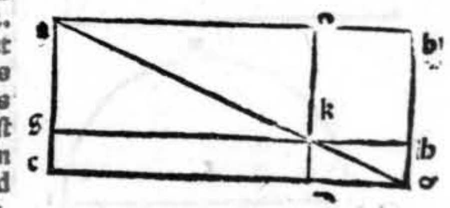
Tercia conclusio

o Mnis paralelogrami spacij eoꝝ q̄ circa diametrū sunt paralelogramorum suplemēta eq̄lia sibi inuicē ncc̄e est eē ℭ Disponat paralelogramū. a b c d diuisum in. 4. paralelograma. et p oīa resumatur sicut prius. dico quod duo paralelograma q̄ dn̄r suplementa per oīa sunt equalia inter se. sunt. n. duo triāguli. a d b et a d c. equales p pimā capituli huius. ex istis auferā equalia. s. triāgulos k d h et k d f qui sunt equales p pimā huius capituli. similiter auferā ab eisdē puta a k e et a k g. qui similiter sunt equales p eādem ꝙ p sextā cōceptionē que remanent sunt equalia. s. duo suplemēta. ℭ Jste. 3. cōclusiones cōcludunt de oibus supficieb⁹ equedistātium lateꝝ siue sint recti anguli siue non. ꝛc. sed sequētes specialiter erūt de quadratis et de rectis angulis.



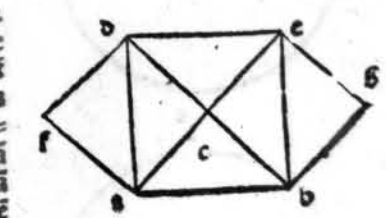
Quarta conclusio.

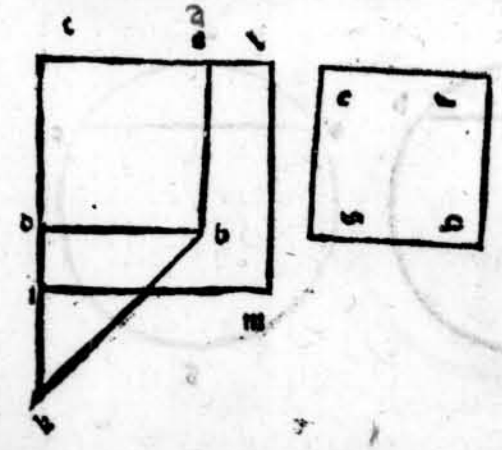
q Uadratum quod a latere trianguli recti anguli eius recto angulo opposito describitur in se ducto equū est duobus reliquis quadratis qui ex duobus reliquis lateribus conscribuntur. Ex quo sequitur ꝙ quadratum diametri ad quadratū coste est duplum. ℭ Jstam cōclusionē ondo de lateribus q̄drati et diametri q̄ faciūt ysochelem qr ad hoc tēdit specialiter propō vt pꝫ p aplicacionē correlarij factam. sit igitur hmōi ysocheles a b c et sint a c et b c latera equalia et a b sit latus maximū qr maiori angulo oppositū dico ꝙ quod quadratum huius maximi lateris scꝫ. a b est equale duobus quadratis reliquoꝝ lateꝝ. s. quadrato a c. d f. ꝙ est quadratū lateris a c et quadrato b g c e quod est quadratū lateris b c. Est. n. quadratum a b d e diuisum in. 4. triangulos equales p duas diametros a e et b d quoꝝ. 2. sunt medietates alioꝝ duoꝝ quadratoꝝ. s. triangulus a c d et triangulus b c e sicut vides. sed triāgulus pincipalis a c b et triangulus ei oppositus puta c d e sūt eq̄les alijs duabus medietatibus quadratoꝝ minoꝝ q̄ sunt extra q̄dratum maius. qr oēs isti in. 6. triangulos diuisi sūt equales vt pꝫ: ꝙ quadratū magni lateris a b equale est duobus quadratis residuoꝝ laterū vt dicit pima pars theorematis. et p ꝯn̄s idem quadratū est duplū ad quadratū alteri⁹ lateris ad quod se habet sicut diameter ad costam et ita quadratum diametri est duplū ad quadratū coste vt dicit correlarium.



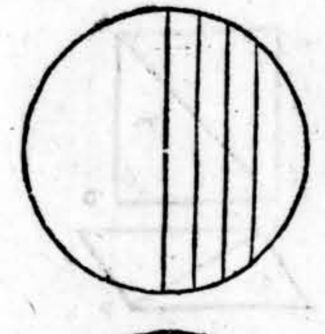
Quinta conclusio.

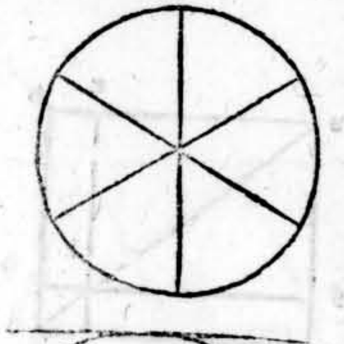
p Ropositis duobus quadratis siue equalibus siue inequalib⁹ alteꝝ illoꝝ reliquo gnomonice circūscribere contingit. ℭ Accipiam duo quadrata equalia et in illis ostendam intētum. sit pimum quadratum. a b c d. secūdū sit. e f g h. et sint equalia volo circūscribere secundum pimo gnomonice: protrahatur ergo c d vltra d vsqꝫ ad k secundum q̄titatem g h sitqꝫ linea protracta d k equalis g h cum igitur angulus d exterior sit rectus sicut et interior d. ergo per premissā quadratū ex b k erit equale duobus quadratis scꝫ. b d et d k. ergo facto hoc recindā de linea c d k ad q̄titatē b k sitqꝫ ad eq̄litatem b k deinde a pūcto. l. erigam perpēdiculariter equalem lineam. c l. vsqꝫ ad m et erit secundum latus quadrati quod querimus et tunc ducam tercium latus in l et post coniungam l cum a c et habebo quadratum c l l m et hoc est quadratū linee. b k. et est equale quadrato linee b d et quadrato linee d k p premissā T ficarguā sic hoc productū quadratū est duplum ad duo

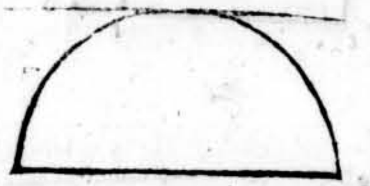


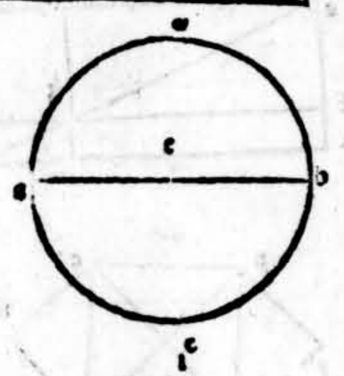


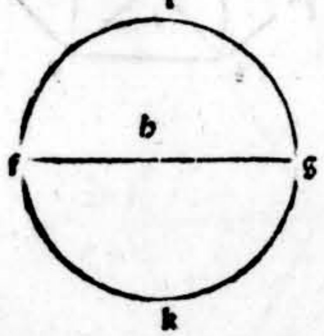
predicta sed primū remanet in sua propria forma. ḡ illud quod est additū est equalis q̄titatis quadrati secūdi sed non est additū nisi gnomonice ḡ quadratū scōm quadrato primo est gnomonice circūscriptū. Et hee .5. cōclusiones de quadrāgulis sufficiāt











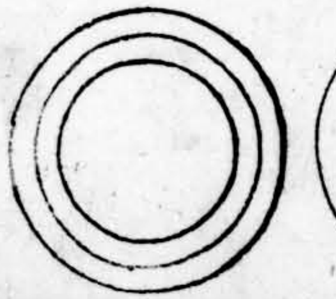
Capitulū quartum de circulis Propositio.

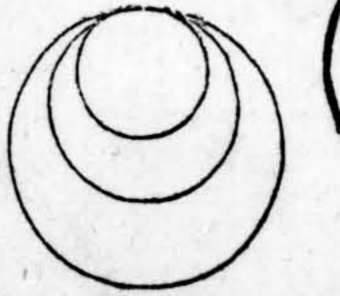
Unc est dicendum de circulis et incipiā a diffinitionibus. Circuli vero dif
a finicio data est pri⁹ resumēdo tm̄ breuiť diffinitionē circuli dico q̄. ¶ Circul⁹ est figura plana ex medio equalis sicut spa est figura solida ex medio equalis vt dicit aristoteles septio methaphisice qr habet oēs lineas a medio ductas equales: et qnto methaphisice dicit qȯ circulus est figura agona. i. sine angulo qui circulus qr figurarū vniformissima et specialissima diuisionē non recipit in species sicut neqꝫ aliqua regularis figura sed diuiditur solum q̄titatiua diuisione in portiōes Oīs aūt portio circuli aut est semicirculus aut portio maior semicirculo aut eo minor. Semicirculus est figura plana diametro et medietate circūferētie cōtenta. porcio vero circuli vt distinguiť ꝯtra semicirculū est figura plana vna linea recta extra centrū cadēte et ex pte circūferētie cōtēta et hec quidē linea recta corda diciť p̄s vo circūferencie arcus noiatur. cū igitur circulus sic diuisus fuerit p cordā in porciōes duas porcio in qua cadit cētrum dicitur maior semicirculo. portio aūt in qua non est cētrum minor semicirculo appellatur Est etiā alia dio circuli in sectiones: sectio circuli est figura q̄ sub duabus a centro ductis lineis rectis et sub arcu qui ab eis comprehēditur cōtinetur. Angulus .n. qui ab eis lineis ambitur supra cētrum consistere dicitur. ¶ Angulus semicirculi dicitur quē diameter cū circūferētia constituit. Angulus portionis dicitur quē corda cū arcu cōstituit. Angulus contingēcie diciť quē linea circulū contingens cōstituit. Circulū aūt lineā cōtingere dicitur que circulum tangit et in vtrā que ptem protracta non seccat circulū. hec sunt quid nois de ptib⁹ circuli: modo de ipsis circulis dicēdū est. Circuli se contingere dicūtur qui se cōtingentes se inuicē non seccant Cōcētrici circuli dicūtur qui super idem cētrum describuntur. eccentrici vo dicūtur quorū centra distant cū sic sit quod sit circulus intra circulū. et hec diffinitiones nobis sufficiant. Tāgam in hoc capitulo pauca de circulis. nam prosequi naturā illius q̄tū ad oēs eius cōditiōes magnū requirit tractatū. sed propter formā saltez nūc numerāde sūt laudabiles proprietates et passiones circuli. Ipa aūt figurarum prima est et pfectissima simplicissima et regularissima capacissima et pulcerrima sivis addere qȯ pprie ad phm̄ ptinet ipa est ad motū aptissima propter q̄ videbať michi qȯ prius de circulo q̄ de figuris rectilineis esset agēdū. sed inueni q̄ de eo multa ōndi nō possūt nisi ex cōclusionibus figurarū rectilinearū ideo neccē fuit pmutare ordinē quēadmodū fecisse inuenitur euclides. Pria ꝯclusio.

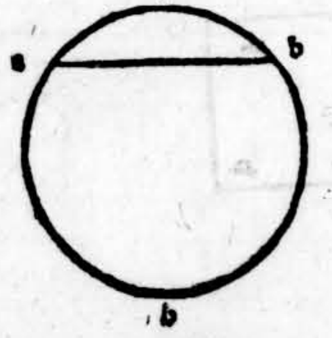
Irculi quorū diametri sunt equales ipi quoqꝫ eq̄les erūt. ¶ Ista nō depē
c det nisi ex cōi scia nona vt prima de triāgulis ⁊ prima de quadrāgulis aplicetur. n. circulus circulo diametri sūt eq̄les p ipotesiz et qr cētrū est supra cētrū, ⁊ erit circūferētia supra circūferētiā et totū supra totū et ita null⁹ circulus excedit reliquū q̄re inter se erūt eq̄les p vltimā cōem sciam. Scōa cōclusio.

N circulis equalibus portiones sūt eq̄les quorū corde equales sūt. ¶ Pz
i circūscripto circulo vno sup aliū modo predicto apliceť vna corda alteri et sint vna corda vel sint simul ābe q̄re manifestū est q̄ eādē et eq̄lē portionem de vtroqꝫ scindūt. nā porciones iste nō se excedūt ex pte corde qr ad eādē cordā terminātur nec ex pte circūferencie quia ille sunt simul per ipotesim. ḡ non aliquo modo se excedunt. Tercia conclusio

i N circulis ineq̄libus eq̄lis corda vel eadē plus accipit de minori q̄ de maiori. ¶ Sit maior circulus. a b c. circulo. a d c. sitqꝫ a c corda dico qȯ corda a c abscidit maiorem portionē de circulo a d c q̄ a circulo a b c pbať aplicetur. n. circulus







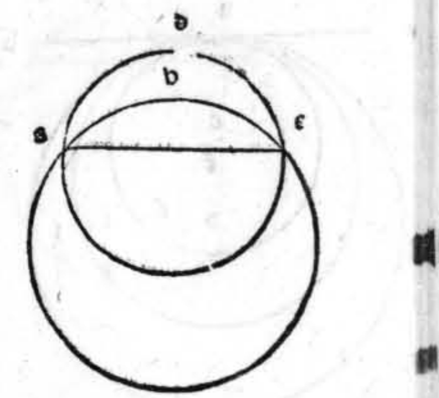
minor ad maiorem et seccet eum in duobus pūctis. a et c. corda ḡ. a c. abscindit a maiori circulo arcum. a b c. a minori vero tm̄ et āplius quia supficiē. a d c. que est maior q̄ est superficies. a b c. igitur et porcio minoris maior est porcione maioris per scōaz cōem sciam. Ista ppoicio sumiť in naturalibus ad probādum q̄ idem uas in nūero plus capit in celario q̄ in solario et generaliter plus inferi⁹ q̄ superius. Sūt aut iste cōclusiones de proporcionibus circulorū: nunc accedā ad angulos eorū et primū ad angulū contingētie premitendo circuli duas cōclusiones vel de linea cōtingetie et sit prima ista. Quarta conclusio.

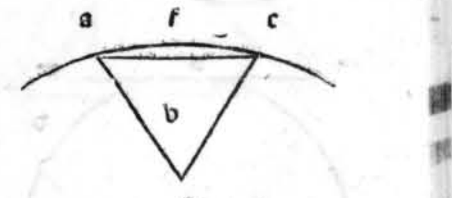
I circulū linea recta contingat in puncto tm̄ cōtingere necē est. ¶ Quia
s si eū in linea cōtingat ducā ad terminos linee q̄ cōtingit scz. a c. et a cetro circuli q̄ sit d lineas. a d et c d. et ducā b d in mediū et erunt duo trianguli a d b et d b c. tunc arguitur aut linea b d incidit sup a c lineā ortogonaliter. aut non si sic ḡ in vtroqꝫ triangulo āgulus apud b rectus est et p ꝯñs in illis triangulis latera a d et c d sunt maiora b d quia maiori angulo opponūtur p scōam capituli de triāgulis. Si non incidat ortogonaliter vnus angulus quē facit. b d. obtusus est et ei obtuso in suo triangulo maius latus opponitur p eādem scōaz de triangulis: ex quo sequitur quod .3. linee veniētes a centro d vsqꝫ ad puncta. b c a. non sunt equales: sed tamen illa puncta sunt pūcta circūferentie. igitur linee venientes a centro ad circūferētiam non sunt equales quod est incōueniens et cōtra diffinitionē circuli ḡ cōcludiť q̄ cōtingit in puncto et non in linea. Quinta conclusio.

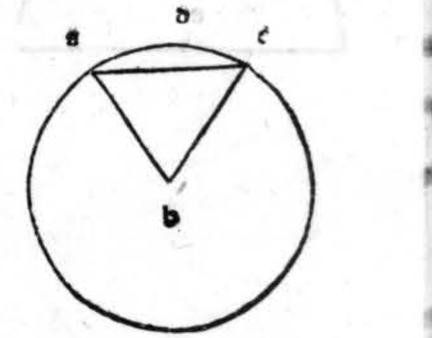
Iameter circuli ppendiculariter cadit sup lineam contingētem circulum
d si sup punctū contactus trāsierit. ¶ Sit linea. a b. cōtingens circulū c e g cuius centrū sit. d et cōtingat in puncto c qui est terminus diametri. c d g dico hanc diametrū esse ppendiculariter sup lineā cōtingētem. a b. nā si non est ppēdiculariter ad ipam sit. d f. ppēdiculariter sup eam q̄ seccet circūferentiam in puncto e. erit vterqꝫ angulorū qui sunt apud f rectus per diffinitionē anguli recti quare per terciam de triāgulis linea c d est maior linea d f cū sit opposita maiori angulo in triāgulo. c d f. ḡ quelz linea equalis linee d c erit maior. d f. sed d e linea est equalis d c p diffinitionē circuli. ḡ d e est maior d f quare et ps toto maior est q̄ est impossibile.

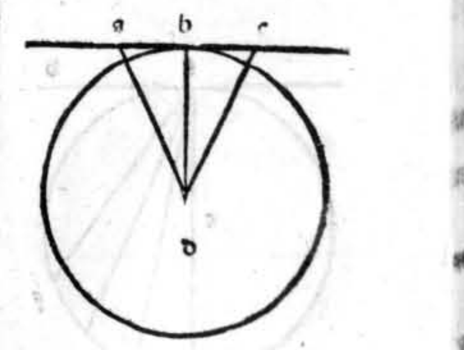
Sexta conclusio

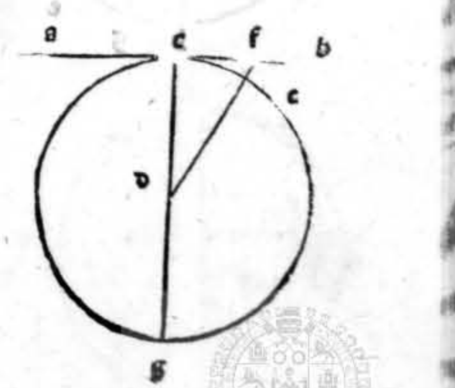
Ngulus contingētie est omi angulo rectilineo minor tm̄ est diuisibilis in in
a finitū. Ex quo manifestum est q̄ tanto angulus contingencie est maior q̄to circulus minor et tanto minor q̄to circulus maior. ¶ Prima ps ōndiť sic: sit linea b c contingens circulū a d in puncto a qui est terminus diametri a e dico q̄ ille angulus quē facit illa linea contingens circulū q̄ dicitur angulus cōtingensie est minor omni angulo recti lineo: hoc est omi angulo a duabus rectis lineis cōtēto Probatur hec per hūc modum q̄a iter lineas continētes angulū accutū recti lineū q̄tūcūqꝫ paruū pōt capi linea recta diuidens talem āgulum p medium ⁊ inter lineā contingētem et circūferenciā impossibile est capi rectam lineā. Primū presupositū probatur ex prima peticione et vltima nam fiat due linee angulum continentes. a b et a c deinde duco lineam a d diuidentem angulum a per primam peticionem. dico quod a d diuidens a aut est tercia linea distincta a lineis a b et a c aut est alteri earuz eadem. si sit linea tercia distincta ab illis et cum sit aplicata vtriqꝫ earum super superficiē non directe cōstituet cum eis duos angulos per diffinitionem anguli plani quod est propositum. Si alteri illarum ponatur eadem scz. a c. ergo tunc due linee recte scz. d a et d c. superficiem clauderent quod est oppositum peticionis vltime. Secundum pz quoniā si inter lineā contingentem et circūferenciā possit capi linea recta sit. a g. ad q̄ ducatur perpendiculariter e f faciens cum a g duos rectos non. n. potest e a perpendiculariter esse super a g quia super a d cadit e a perpēdiculariter et per ꝯñs āgul⁹ g a e ē accut⁹ sit igiť e f ppendiculariter sup a g eritqꝫ angulus. e f a.

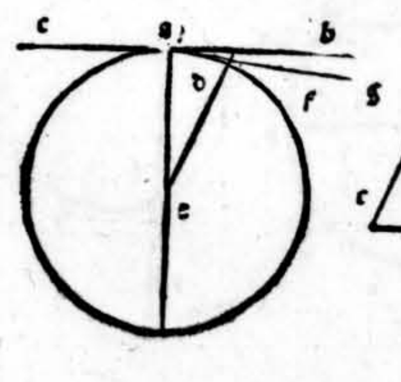


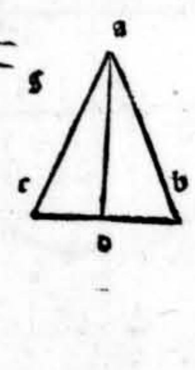


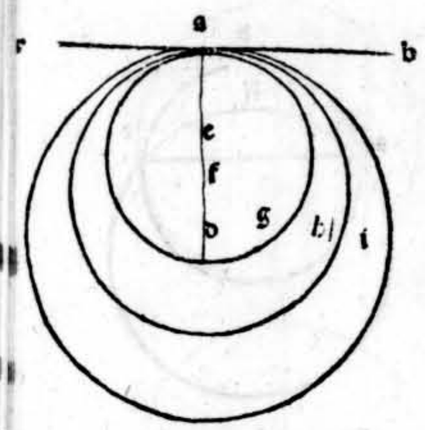


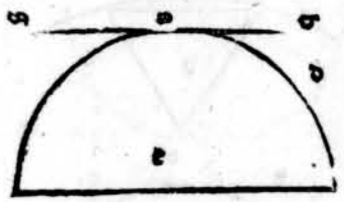


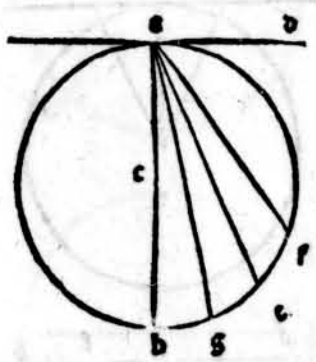












rectus per diffinitionē anguli recti quare per cōclusionē terciā capituli de triāgulis in triangulo. a e f erit a e. latus maximū. g. e f. erit minor. a e. et per ꝯñs erit minor e d que est equalis a e sicut argutum est in premissa quod est impossibile constat igiť quod linea a g seccat circulum et perpendiculariter linea e f cadit super ptem linee a g directe. Pars secunda pꝫ scꝫ quod angulus contingēcie est diuisibilis in infinitū licet.n. non posset diuidi per lineā rectā pōt tñ diuidi p lineam curuā qualis est linea circūferencie et hoc pꝫ protrahēdo a e diametrū in continuū et directū et super diuersa centra in eo sita describendo diuersos circulos oēs se cōtingentes in pūcto a Nā angulū cōtingencie g a b diuidit circūferentia a h sup cētrum f descripta et āgulum cōtingencie h a b diuidit circūferentia a i. sup centrū d et sic in infinitū descēdendo in diametro a d et describendo circulos se cōtingentes in pūcto a Et ꝓpter hoc dicit campanꝰ li. 3. co. 15. quod quilꝫ angulus rectilineus in infinitū quolꝫ angulo cōtingencie est maior. Correlarium pꝫ qꝛ linea cōtingens a b cum minori circūferentia constituit angulum g b maximum et cum maiori a b minimum.

Septima conclusio.

Ngulus semicirculi est oīm angulo rectilineo accuto maior et oī angulo recto vel obtuso minor et tamen est augmentabilis in infinitum. Ex quo manifestū est ꝙ angulus semicirculi est āgulo recto rectilineo minor et accuto rectilineo maior sed eqlis nūꝙ poterit esse ¶ Prima ps pꝫ p primā ptē premisse figura.n. hic disposita sit sicut prius eodē modo dico ꝙ angulus e a d qui est angulus intrinsecus ex diametro et circūferētia cōtentus vocatur angulus semicirculi ⁊ est oīm accutoꝝ maximus qm̄ angulus b a e est rectus per quītā huius ⁊ per ꝯñs angulus semicirculi non differt a recto nisi in angulo cōtingencie qui est minor omni angulo accuto rectilineo p primā ptē ꝑmisse sed ois rectilineus accutus differt a recto in plus ꝙ sit angulus cōtingencie. igiť angulus semicirculi est maior oīm angulo rectilineo accuto et est minor recto vt constat et p ꝯñs minor est obtuso et sic pꝫ prima pars. Scōa pars pꝫ p scōam ptē premisse eodē modo disposita figura sicut prius pꝫ ꝙ extendēdo centrū semp est angulus cōtingentie minor et ita p ꝯñs erit angulꝰ semicirculi semp maior. nā maior est. d a i. ꝙ. d a h. et hic maior. d a g. tñ si crescit in infinitū nūꝙ pueniet ad equalitatem āguli recti. ¶ Correlarium pꝫ. sit circulus. a b. sup centrum c cuius diameter. a b c. sit super a d ortogonaliter cōtingens circulum dico tūc ꝙ ꝗuis angulus maior angulo semicirculi detur qui est rectilineus puta angulus. d a b. et angulus minor puta. g a b. non tamen est dare equalem. si enim sit ei equalis sit angulus. e a b. et cum angulus semicirculi sit amplissimus omnium accutorum per primā huius erit angulus. e a b. amplissimus omnium accutorum sed angulus. f a b. est amplior. e a b. sicut totum sua parte. ergo aliquid est amplius amplissimo ꝙ est impossibile. similiter sequeretur quod angulus cōtingencie esset equalis et maior rectilineo qꝛ si angulus. e a b. est equalis angulo semicirculi et angulus semicirculi cum angulo contingencie est equalis vni recto angulo. tunc sequeretur ꝙ e a d sit equalis angulo contingencie et per consequens angulus cōtingencie esset maior angulo rectilineo quia angulus. e a d. est maior angulo. f a d. Ex isto inducit campanus tales argumentationes non valere. contingit reperire maius et minus hoc eodem demonstrato ergo contingit reperire equale. Item hoc transit de minori ad maius et secundum omnia media. ergo per equale tales enim consequencie non valent. prima non valet per huiusmodi correlarium. secunda etiam non valet ꝙ sic patet imaginemur lineam. a g. moueri super puncto. a. per circūferentiam archus b e a. ita quod punctus. g. mutet omnia puncta archus. b e a. quousꝗ veniat ad lineā a d. et cooperiat ipsam et quia angulus. b a d. est rectus sequiť ꝙ transcurrendo per minores angulos veniat ad maiorem in puncto. d. nullo angulo equali accepto angulo semicirculi.

Octaua conclusio

Ais porcionis angulus semicirculo maioris recto est maior minoris vero minor recto. ¶ Ista pꝫ per quartam capituli de triangulis diuidendo enim circulum. a b c. per cordā. b a. in duas porciones circuli quarū minor sit. a e b. superius maior sit. a b c. inferius cum igitur eadē corda constituat angulos porcionis maioris et minoris. dico quod āgulꝰ. a b e. superior est minor recto et angulus. a b c. inferior maior recto. ducā enim diametrum. a d c. et lineā. c b. ad f eritꝗ per quartam de triangulis angulus. a b c. rectꝰ quare per primaꝫ de lineis angulus a b f. est rectus sꝫ angulus porcionis minoris. s. āgulꝰ. e b a. est ps huius recti ergo est minor recto Item angulus. a b c. rectus est pars anguli porcionis semicirculo maioris que est. a b c. ergo angulus porcionis scꝫ a b c est recto maior Ex hoc pꝫ instancia contra argumentationes prius factas. vnde non va'et transitur de minori ad maius . s. de angulo porcionis semicirculo minoris qui est minor recto ad angulum porcionis semicirculo maioris qui est maior recto non transcurrēdo tñ per equale. hoc pꝫ sit in circulo. a b c. cuius sit diameter. a c et a b. moueatur abscīdens porcionē semicirculo maiorem per omnia puncta archus. b c. in oī puncto citra c faciet cum archu inferiori angulum maiorem recto et cum archu superiore minorem recto et in omni puncto vltra c faciet cū arcu inferiori angulū minorem recto et cū superiore maiorē recto vt pꝫ per hanc. sed in ipso c in pte superiori et inferiori faciet angulos minores recto transitur enim a minori ad maius per omnia media: sed nō per equale et sic in rectilineis est reperiri maiorē angulum angulo semicirculi et minorem: nō tñ equalem vt ex ista pꝫ: nunc ergo post passiones anguloꝝ descendam super consideratio nem centrorum tangendo breuiter de figuris circularibus cōcentricis et sit hec prima conclusio de ista sed nona de materia circulorum.

Nona conclusio.

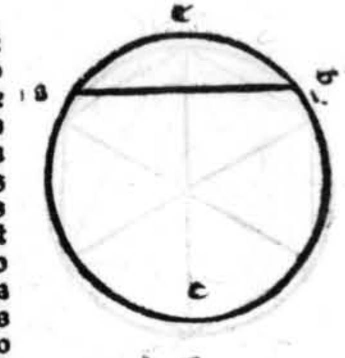
Irculorum se inuicem seccancium centra diuersa erunt necio. ¶ Sit. n. duo circuli. a b c. et a b d. seccantes se super duo puncta. a et b. dico quod eorum centra sunt diuersa: si enim habuerit idem centrum neciꝫ erit diuidi in porcionem cōem vtriꝗ circulo. sitꝗ illud d e et ducantur linee. a e et d e. erunt ꝗ per diffinitionem circuli due linee. a e et e d. equales et per eandem diffinitionem linee. a c et c e. erunt equales: quare. e d. equalis erit. e c. et sic pars suo toti cū vtraꝗ earum sit equalia linee. e a. per terciam cōem sciam quod est impossibile.

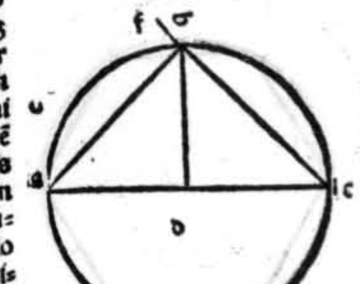
Decima conclusio

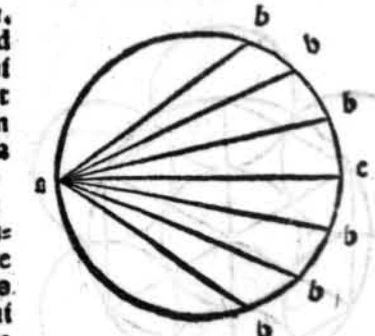
Irculos se contingentes excentricos esse nec̄e est. ¶ De circulis contingentibus quoꝝ vnus est extra alium non est dubium cum nichil cōmune habeant nisi punctum contactus. De circulis contingētibus quoꝝ vnus est intra alium probatur: sint duo circuli. a b et a d contingentes se in puncto a. qui si habuerint idem centrum: non poterit esse nisi intra minorem eorum per diffinitionem circuli. sitꝗ ipsū centrū minoris. c. et ducanť linee. c a et c d et c b. eritꝗ p diffinitionē circuli vtraꝗ linearū ductarū. b c et c d. eqlis linee a c et per ꝯñs c b et c d erūt equales et pars toti quod est impossibile. Postremo addā tres conclusiones atestātes perfectionem circuli et prima quidem est de centro inueniendo.

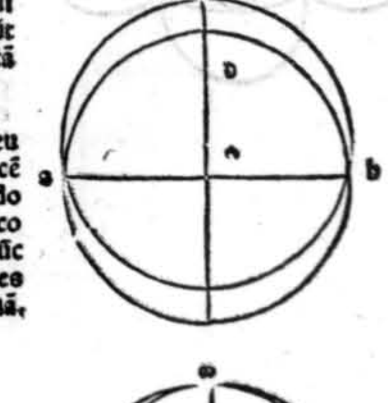
Undecima conclusio

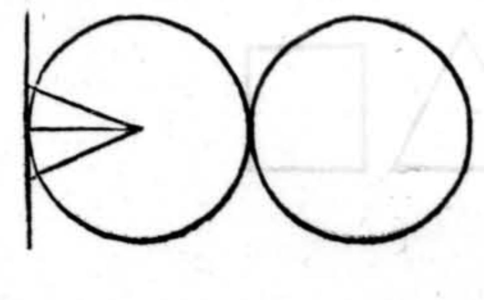
Entrum circuli per duas secciones differentes inuenitur sed est apud euclidē prima. ¶ Exēpli grā sit circulus propositus. a b c. cuius volumus cētrum inuenire. in ipo circulo duco lineā. a c. qualitercūꝗ diuidat ꝙ diuido per equalia in pūcto d et a pūcto b extrahā ppendiculariter lineā sup. a c. ꝙ applico circūferētie ex alia pte sitꝗ linea. b d e. ꝙ diuido p equalia in pūcto f p lineā g h hūc igiť pūctū: puta f. dicā cētrū circli ab eo. n. oēs linee ducte ad circūferētiā sūt eqles scōa ꝯclusio est de semidiametro et circūferentijs ꝗ est mēsura distātie ad circūferētiā.

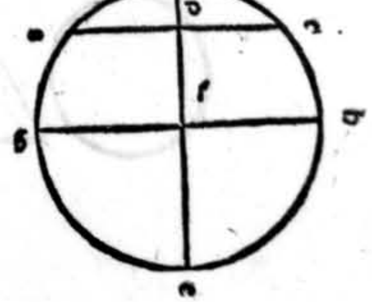


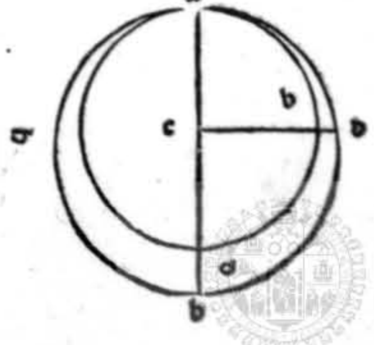




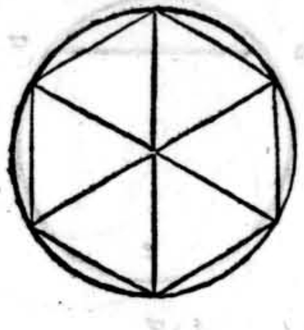




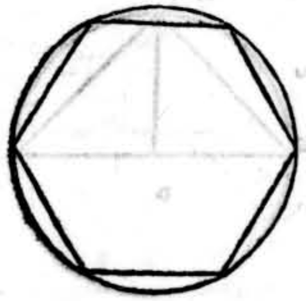




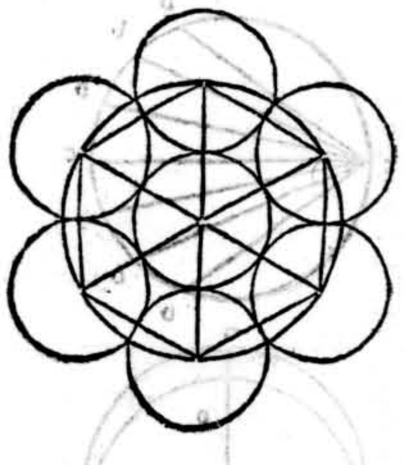
Duodecima conclusio



Ex semidiametri abscindētes totā circūferentiā exagonū regularē itra
f circulū cōstituūt. ¶ Ista pꝫ ex vltia capituli de lineis. nā ꝑ illā .6. trigoni
replēt locū circa pūctū. et ꝯstat qꝺ tales .6. linee faciūt exagonū reglarē
cuius anguli equaliter recedūt ab illo pūcto igitur si describatur circulus sup illū
trāsiens per angulos exagoni erūt vtiqꝫ .6. abcisiones in circūferētia ꝑ .6. cordas
equales semidiametro et erit exagonus inscriptus circulo. Ex hoc pꝫ quod .6. tri
goni regulares cōtingūt circulū intrinsece. Tercia cōclusio est de nūero circuloꝝ
contingētiū circulū extra. Decimatercia cōclusio.



Ex circuli equales cōtingunt circulū exterius. ¶ Ista pꝫ qm̄ si a centro
f scōm q̄titatē dati circuli extendātur .6. linee scōm q̄titatē tocius diame
tri que sūt latera trianguloꝝ. Replētiū locū circa idē centrū facientium
extra circulū exagonū cōtinētem ipm̄ .s. circulū: tunc circino posito sup extremita
tem cuiuslꝫ illaꝝ .6. linearū descriptis circulis equalibus primo circulo: cōstat qꝺ
oēs tāgūt ipm̄ primū qui precise obtinet medietatē illaꝝ lineaꝝ ascendēciū et simi
liter vnusquisqꝫ tangit duos proximos circūpositos nullꝰ etiam aliū seccat nec ab
alio seccatur. Pꝫ etiā quod .6. circuli tāgūt vnū circulū precisione vltima. Ex istis
tribus conclusionibus senarius attestatur ꝑfectionē circuli. nā in prima habemus
senariū pūctoꝝ que sūt extremitates lineaꝝ In scōa senariū lineaꝝ In tercia sena
riū circuloꝝ. Nunc ysoperimetroꝝ q̄ euclides pretermisit cōsideratio post triāgu
los et quadrāgulos recte locū habet. nā ysopimetroꝝ passiōes in ipsis sūt et alijs
figuraꝝ speciebus inter se mutuo cōparātes: vnde et hec consideratio cōparatiua
dr̄ figurarum inter se. nā nulla vna figura ysoperimetra dicitur non existente alia
cuius ysoperimetra dici possit est enim ad aliud et non ad se.

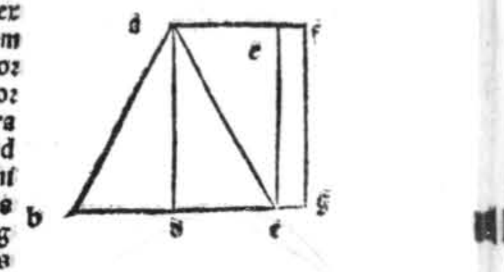


¶ Capitulū quintū de figuris ysopimetris Prima conclusio

Sopimetre sunt figure vna alteri quaꝝ ꝑimetri sunt equales. ¶ Ista sta
y tim pꝫ terminos exponēdo ꝑimeter .n. figure est terminꝰ vltimus vel ter
mini sub quo vel sub q̄bus figura continet̄ queādmodum ꝑiferia .i. circū
ferencia in circulo vna et .3. linee in trigono. Et superficies q̄ h̄moi termino vel ter
minis ꝯtinet̄. dr̄ area latine vel embadū ~~vl' embipodū in grece~~ et ꝑimeter est dictio
cōposita sicut diameter et dr̄ a peri q̄ est circū et metros mēsura q̄si mēsurāsfigurā
circū circa. cōponit̄ aūt ꝑimeter cū ysō verbo greco q̄ sonat idē q̄ equale et dr̄ yso
ꝑimeter .a. uꝫ. adiectie qꝺ interp̄tatur eq̄lis mēsuratioꝝ. nā yso eq̄le ꝑimeter circū
mēsuratio dr̄. Et ex hoc pꝫ ꝓpō sine discursu qm̄ ysopimetre sūt figure quaꝝ peri
metri sūt equales. vnde triāgulus est ysopimeter quadrāgulo qn̄ eq̄libus ambiūt̄
ꝑimetris et circulus trigono et tetragono et sic de alijs. ¶ Scōa cōclusio

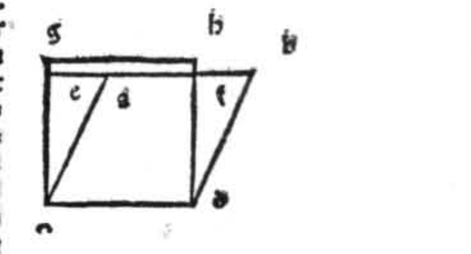
Omniū poligonioꝝ ysopimetroꝝ qꝺ pluriū est anguloꝝ maius est ¶ Et
o est poligoniū pluriū anguloꝝ figura sicut oxtogoniū figura rectoꝝ. vel
recti anguli. Hanc cōclusionē oñdam in primis poligonijs .s. trigono et
tetragono. accipiēdo q̄ trigonū ysopleꝝ vel ysochelem .a b c. ita q̄ si sit ysocheles
latera que sūt .a b et a c. sint equalia. q̄ tūc a pūcto d q̄ est in medio basis ducā orto
gonaliter lineā d a q̄ diuidit trigonū .a b c. in duos trigonos eq̄les: deiñ ducā lineā
e a eq̄lē et eq̄distātē d c linee et ducā lineā e c eq̄ distātē a d eritqꝫ altera ꝑte longior
figura .a d c e. hijs dispōitis dico p̄rio q̄ tetragonꝰ .a d c e. hꝫ areā eq̄lē aree trigoni
a b c. scōo dico qꝺ tetragonus hꝫ ꝑimetrū minorē trigono. tercio ex hoc cōcludā q̄
si addat̄ aliq̄d ꝑimetro tetragoni et fiat equalis ꝑimetro trigoni. maior erit area te
tragoni q̄ sit trigoni sibi ysopimetri. Quod aree sint equales quod est primū pꝫ q̄
a c linea diuidit tetragonū in duos trigonos equales per primā capituli de quadrā
gulis et .a d. linea diuidit .a b c. trigonum in duos trigonos equales per secundam
capituli de triangulis: igit̄ sunt ibi tres trianguli parciales equales inter se quoꝝ

primus et vltimus sunt equales ergo si ipsis equalibus idem cōmune addideris puta
ta trigonum medium erit equale q̄ vtrobiqꝫ resultat per quartam cōceptionem. ex
hoc ergo constat q̄ aree sunt equales q̄ erat primū propositū. Secūdū pꝫ quoniam
duo tetragoni latera scꝫ .d c et a e. sunt equalia toti linee .b c. sed linea .b a. est maior
linea a d. qm̄ in trigono. maiori opponitur angulo et eadem ratione linea a c maior
est e c quare tria latera trigoni sunt maiora quatuor laterib' tetragoni. igitur tetra
gonus habet ꝑimetrū minus q̄ trigonū. ¶ Ex istis duobus sequit̄ terciū quod si ad
dat̄ aliq̄d ꝑimetro tetragoni vt fiat eq̄le ꝑimetro trigoni maior erit area tetragoni
q̄ area trigoni ꝑ illud principiū veꝝ si minus cōtinet equale maius cōtinet amplius
addant̄ q̄ porciōes q̄bꝰ suphabūdāt linee a b et a c sup a e lineā et d c et sint e f et c g
et ducat̄ g f equalis e c eritqꝫ tetragonus a f d g ysopimeter trigono a b c eritqꝫ eius
area maior area trigoni scōm q̄titatē supficiei e f c g. pꝫ q̄ propositio q̄tū ad trigonū
et quadrāgulū et veritatē habet in oībus vniuersaliter. Quia pluralitas anguloꝝ
fert dilatationē in figura que in ꝑtibus anguloꝝ magis recedit a centro et ideo ma
ior pluralitas anguloꝝ maiorē extēsionē fert in figura ceteris paribus .s. ꝑimetris.

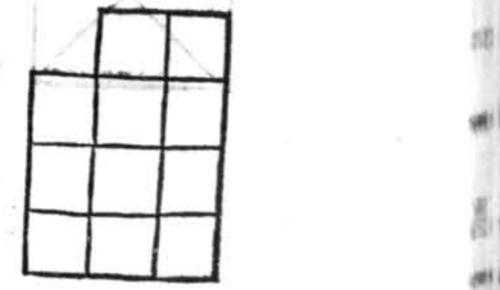


Tercia conclusio

Omniū poligoniorum ysoperimetrorum et equalis multitudinis angulo
o rum maius est equi angulum. ¶ Cū ita sit qꝺ poligonium quod est pluriū
angulorum maius sit: nunc speculandum est de poligonijs totidem angu
lorum sed in equalium cuiusmodi sunt duo tetragoni quorum vnus est equi angulus
alius non: dico ergo de omnibus talibus poligonijs ysoperimetris q̄ maius est q̄
est equiangulum. q̄ ostendam in tetragonijs memoratis describatur enim .a b c d.
paralelogramum in equalium angulorum. deinde a puncto d erigatur d f linea per
pendiculariter ad .a b. et a puncto c erigatur c e perpendiculariter et ducatur linea
e a. in continuum et directum cum a b. dico tunc quod duo trianguli d f b et c e a. sūt
equales: vt pꝫ ex nona propositione capli de triangulis. Est autē angulus f rectus
et per consequēs maximus in suo triangulo ergo .b d. est maximum latus in illo tri
angulo. similiter in alio triangulo e angulus est rectus et per consequens latus .c a.
est maximum in illo. vt pꝫ per terciam capituli de triāgulis protrahā igitur d f vsqꝫ
ad h ad equalitatem d b. Item ex alia parte protraham c e vsqꝫ ad g ad equalitatem
c a et ducam lineam g h et habebo .c d g h. equiangulum ysoperimetrum: primo est
enim d h equale d b et c g. equale c a. Item g h est equale a b cum sit equale e f. que est
equalis a b sicut patet quia equales sūt partes .e a et f b. igitur si eisdem addatur idē
cōmune puta a f adhuc erunt equales per quintam concepcionem: sunt igitur sibi
ysoperimetra tetragonū g h c d et tetragonum .a b c d. sed planum est rectāgulum
g h c d maius esse secundū aream q̄ sit superficies .a b c d. qm̄ continet ipsam totam
scꝫ .a b c d. preter triangulum .f d b. loco cuius habet triangulū .e c a. equalem sūptū
exterius. ergo continet equale et vltra hoc cōtinet quadrangulū rectāgulū .g h e f.
ergo poligonium equiangulum maius est non equiangulo sibi ysoperimetro quod
erat ostendendum. Quarta conclusio.

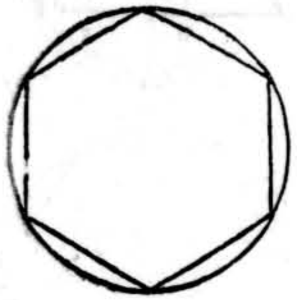


Omnium poligoniorum ysoperimetrorum eque multitudinis laterum et
o equalium anguloꝝ maius est equilaterum. ¶ Hec propositio proponit̄
ꝯiter ad precedētem et habet euidētiā statim ꝑ multiplicationē et ꝑ ope
tionem algoristicā. sit .n. supficies altera ꝑte longior cōtēta sub .4. lineis quaꝝ due
sūt bipedales et alie due .4. pedū constat quod eius .4. latera sūt .12. pedum: igitur
si vnum duorum laterum sub quibus cōtinetur ducatur in aliud habes q̄titatē octo
pedum quadratoꝝ sed si facis de ꝑimetro. 12. pedū q̄dratūeq̄le cōstat q̄ ipsū in q̄lꝫ
latere habebit .3. pedes et tunc area erit .9. pedū quadratoꝝ. Cū ergo illud eq̄lateꝝ
sit ysoperimetrum illi altera ꝑte lōgiori sequit̄ qꝺ equilateꝝ nō equilatero sibi yso
perimetro sit maius et sic in qualꝫ specie figuraꝝ regularis figura erit capacissima



equalitate pimetroꝝ ſuppoſita Et qꝛ iã deuētũ eſt ad figuras regulares procedēdo ab irregularibus etiã ſcõm eãdē ſpēm in poligonijs: nũc aponamus vnã cõcluſionē circuli qui eſt oĩm figuraꝝ regulariſſima et vniformiſſima oĩm figurarum yſoperimetrarum.

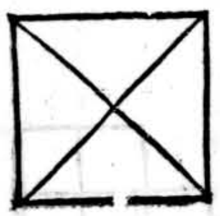
Quinta concluſio



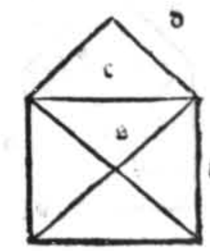
Omniũ figuraꝝ yſoperimetraꝝ circulus eſt maximus ¶ Et qua ſequitur equaliũ ſupficieꝝ a minima linea vel pimetro cõtineri circulũ. ¶ Iſta concluſio pꝫ ex tribus precedētibus ſi .n. quod pluriũ angulorum maius eſt: vt dicit pria iſtaꝝ circulus aũt p totũ eſt ãgulus: vt ſcdo celi et mũdi dr. eſt .n. pimeter circuli curuatus in oĩbus pũctis et vbiq꜃ expandiẗ ſcõm applicationē partiũ non directã nec eſt aliquid in eo rectũ vt pꝫ p quartã cplĩ de circulis ſequiẗ ꝙ q̃tũ ad hoc circulus ſit capaciſſimus: nõ .n. quod pluriũ eſt anguloꝝ eſt maius niſi eo ꝙ pimeter eius in pluribus locis recedit a medio nũc autem pimeter circuli vbiq꜃ recedit a medio q̃tũ poſſibile eſt in oĩbus ptibus ſuis ſiue locis. Item ſi quod eſt equiangulũ maius eſt vt dicit ſcda circulus aũt eſt equaliſſimus incuruaturis ſuis qꝛ vniformiter incuruatur eius pimeter ſequiẗ quod q̃tum ad hoc circulus eſt maximus. Preterea ſi quod eſt equilaterũ eſt maius vt dicit tercia circulus aũt eſt equaliſſim⁹ in ſuis lateribus quod pꝫ ſi deſcribaẗ poligoniũ equilaterũ intra circulũ tunc .n. qlꝫ latus poligonii abſcindit equã portionē de pimetro circuli que quidē porciones ſũt quaſi latera circuli ſequiẗ ꝙ q̃tũ ad hoc circulus eſt capaciſſimus. q̃tũ igiẗ ad oēs cõditiones capacitatis circulus maior eſt in planis figuris: et cõſimiliter ſpera in ſolidis. Correlarium patet de ſe: et ſic eſt finis huius ſecunde partis.

Tractatus tercius de proporcionibus et proporcionalitatibus habet ſex capitula. Caplm primũ de proporcione in cõmuni.

Ercia conſideratio eſt de proporcionibus. Inter eſt enim geometre totaliter tractare de pporciõibus. nã arithmeticus nõ inuenit in nũeris oĩm proporcionũ modos qm̃ infinite ſũt proporciones quas nũeroꝝ natura nõ patitur quēadmodũ teſtaẗ campanus. ¶ Qm̃ aũt intēcio proporcionis eſt diffuſa et lata et aplicatur oĩbus adinuicē fere cõparabilibus ſcõm magis et minus ideo ſcõm hũc cõceptũ cõem ſic pōt diffiniri. Proporcio eſt aliquoꝝ ad inuicē cõparabiliũ vnius ad alteꝝ certa hitudo. Verbigr̃a: vt numeri ad nũeꝝ magnitudinis ad magnitudinē ſoni ad ſonũ. ſiue tēporis ad tēpus. motus ad motũ. humoris ad humorē ſaporis ad saporē. coloris ad colorē. Geometra aũt trahit intencionē proporcionis ad magnitudinē ⁊ habet eã ſic diffinire. Proporcio eſt duaꝝ q̃titatũ eiuſdē generis vnius ad alterã certa habitudo. Dico aũt eiuſdem generis qꝛ ſola talia cõparabilia ſũt adinuicē. ¶ Diuidiẗ aũt proporcio in duas ſpēs que accipiũẗ in cõparatione ad q̃titates proporcionaliter diuerſas. Nã q̃titatũ quedã ſũt coicãtes ſiue cõmenſurabiles quedam dicuntur incõmunicãtes ſiue incõmenſurabiles. Quantitates cõmunicãtes dñr ille quibus eſt vna q̃titas cõmunis numerans eas. dicitur autē vna q̃titas aliam numerare que ſecundum aliquem numerum accepta producit ipſam vt linea pedalis menſurat bipedalem vel tripedalem lineam: ſunt ergo cõmunicantes linea bipedalis vel tripedalis quas pedalis linea ſecũdum binarium vel ternarium numerat. q̃titates vero quibus non eſt vna cõmunis q̃titas eas numerans dicũtur in cõmunicãtes ſiue incõmenſurabiles cuiuſmodi ſunt diameter et latera quadrati

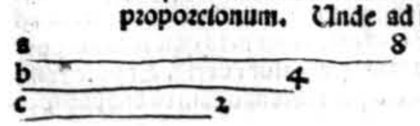


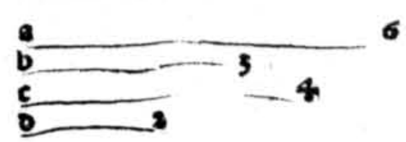
ſunt igitur ſecundum hec duo proporcionis ſpecies ſcilicet rationalis et irrationalis Proporcio rationalis debetur q̃titatibus communicantibus ipſa quoq꜃ ſola eſt que debetur numeris irrationalis vero nequaq̃ competit numeris ſed q̃titatibus incommenſurabilibus: vnde manifeſtũ eſt ꝙ ad geometram pertinet totalis pporcionis conſideratio quia omnis proporcio eſt magnitudinis. ſed non omnis proporcio eſt numeralis proportio igitur rationalis denominatur in mediate ab aliquo numero cũ .n. ſit q̃titatum cõmunicãtium oꝫ vt ſcõm aliquē nũerum minor vel aliqua pars minoris maiorem numeret propter ꝙ dicit euclides quod omnium duarum q̃titatum cõmunicantium eſt proporcio vnius ad alteram tanq̃ proporcio numeri ad numerum et hoc magis patebit inferius. Diuiditur autem hec ſpecies proportiõis ẜm omnem modum ẜm quem diuiſa eſt proporcio in arithmetica nam in arithmetica: alia eſt equalitatis: alia inequalitatis. Et proporcio inequalitatis ſubdiuiditur. Alia enim eſt maioris inequalitatis: alia minoris. et vtraq꜃ accipitur inter eoſdem terminos variato ordine prima enim eſt habitudo maioris termini ad minorem ſecunda minoris ad maiorem et vtraq꜃ ẜm .5. ſpecies ſub diuiditur. qm̃ ſpēs maioris inequalitatis ſũt .5. vꝫ proporcio multiplex: proporcio ſupparticularis. et proportio ſuppartiens. item proporcio multiplex ſupparticularis et pporcio multiplex ſuppartiens: et totidē habet ſpēs proportio minoris inequalitatis que eiſdem deſignãtur nominibus addita iſta prepoſitione ſub ⁊ hec oĩa ſũt dicta in arithmetica. Et de multiplicibus diuiſionibus iſtaꝝ ſpecieꝝ dictũ eſt ibi quare non oꝫ hic amplius inſiſtere. Proportio aũt irrationalis non denominatur ſic in mediate ab aliquo nũero vel ab aliqua proportione numerali: quia non eſt poſſibile vt ẜm aliquem numerum aliqua pars minoris numeret maiorem. contingit tamen mediate denominari proportionem irrationalem a proporcione numerali vt proportio diametri ad coſtam eſt medietas proportionis duple et ita capiũt alie ſpecies huius pporcionis denominationē a numero. Diuiditur autē hec proporcio in duas ſpecies que accipiũtur penes cõparationē ad q̃titates incõmenſurabiles et ad modos diuerſitatis in eiſdē vt exēpligr̃a deſcēdã ad lineas. lineaꝝ quedã ſũt incõmēſurabiles in lõgitudine tm̃ q̃dã ſũt icõmēſurabiles i lõgitudīe ſimul ⁊ in potēcia incõmēſurabiles in lõgitudine tm̃ ſũt q̃ꝝ lõgitudines nõ cõicãt actu. ſ aũt ſupficies q̃drate in q̃s poſſũt cõicēt. tũc ſũt incõmēſurabiles i lõgitudīe tm̃ ſꝫ coicãtes i potētia. Et hec eſt ſpēs pria exēplũ vt diameter et latus quadrati eiuſdē qꝛ non coicant actu. quadrata aũt eoꝝ coicãt ẜm proportionē duplã: Si vo ſuperficies quadrate in quas poſſũt due linee q̃ ſunt in coicantes et incõmenſurabiles in longitudine: ſunt etiã in coicãtes: tũc ille linee dñr incõmēſurabiles in lõgitudine et in potētia et hec ſpēs eſt ſcda. exēplũ accipiaẗ linea medio loco proporcionalis inter diametrũ ⁊ coſtã ẜm artē infra ponēdã ibi .n. latus primi q̃drati et illa linea media inuēta ſunt incõmēſurabiles in longitudine cõſtat qꝛ cũ extrema fuerint incõmenſurabilia inter ſe erũt et incõmenſurabilia cũ medio qd̃ ẜm proporcionē cõtinuã geometricã mediat inter ipſa vt oñdã in ſequentib⁹ et eedē linee incõmēſurabiles erũt in potētia qm̃ quadrata eaꝝ nõ coicant. Nam ex decimaſeptĩa ſexti libri euclidis oĩm triũ lineaꝝ cõtinue pporcionabiliũ q̃ta eſt prima ad terciã tm̃ erit quadratũ prime ad q̃dratũ ſcđe ſed prima que eſt coſta eſt incõmenſurabilis tercie que eſt diametro igitur q̃drata prime et ſcđe q̃ eſt in medio loco proporcionalis erũt incõmenſurabilia q̃ q̃drata dicũtur potētie earum et p ꝯñs nõ coicãt q̃ ad lineas ſolũ. ſed ēt quo ad potēcias. Pōt aũt vtraq꜃ ſpēs diuidi iteꝝ i tot ſpēs quot modis accidit lineas ſic vel ſic eſſe incõmēſurabiles. Nam non ſolũ linee poſſũt eſſe incõmēſurabiles in longitudine tm̃ dum ſe hñt ſicut diameter et coſta. ſꝫ etiam alijs modis forte infinitis. ſimiliter dico de lineis incõmenſurabilibus in longitudine et potētia quia nõ ſunt ſolum ille linee que accipiuntur medie inter diametrum et coſtam: ſed etiam medie inter illam mediã et iſtas ⁊ iterũ medie inter illas medias et ſic in infinitum.



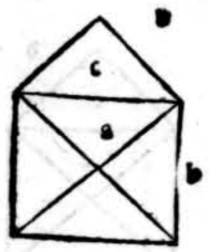
Capitulũ ſecũdum de proporcionalitate et ſpeciebus ſuis

Roporcionabilitas autem ſicut dictum eſt in arithmetica eſt ſimilitudo proporcionum. Unde ad minus requirit duas ſimiles proporciones





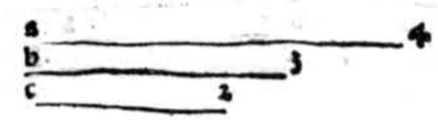
Dicitur autem proportiones similes quarũ est eadem denominatio vt dupla et dupla tripla et tripla/sexqaltera et sexquialtera et sic de alijs et medietates duple et medietates/duple de genere proporcionũ iracionaliũ. Tales autem proporciones aut communicant in vno termino aut non. Et primo quidẽ modo fit proporcionalitas continua que ad minus in tribus terminis est cõstituta vbi ɔñs prime proportionis est añs secũde vt sicut a ad b ita b ad c et hec est cõmunicacio in termio b secũdo modo fit proporcionalitas discontinua vel disiuncta ad minus in. 4. terminis constituta vbi media sũt diuersa vt sicut a ad b ita c ad d. Cõtigit tñ in eisdẽ terminis vnã proporcionalitatem inferri ex alia multis modis: cum fuerit proporcionalitas discontinua et euclides ponit. 6. modos et sunt q̃si qdã modi arguendi et secundũ hoc sunt. 6. species proporcionalitatis discontinue. s. conuersa per mutata cõiuncta disiuncta euersa et equa et iste modus arguendi requirit ad minus duas proporcionalitates sicut et proporcionalitas ad minus reqrit duas proporciones et est vna añs alia vero ɔñs que infertur vocantur tamen quandoq; et ipsi termini antecedentia ⁊ ɔñtia et qui prior est in proporcionalitate qualz vocatur añs: posterior vero ɔñs. et sic accipies hec nomina in descriptionibus sequentibus. ¶ Conuersa igitur proporcionalitas est cum ex añtibus fiunt ɔñtia ⁊ ex ɔñtibus antecedentia ordine cotrario sicut arguendo sic. sicut. a ad b ita c ad d. g̃ sicut d ad c ita b ad a. hic enim. a et c sunt primo añtia et postea ɔñtia et ecõuerso est de d et b istud idem pz in numeris accipiẽdo. 6. 4. 3. 2. et idem in magnitudinibus siue cõmensurabiles fuerint siue nõ cõmensurabiles enim hñt se modo numeroꝝ: pz etiam de incõmensurabilibus si enim intelligas per d latus quadrati parui per c eius diametrũ per b latus magni quadrati per a diametrũ eiusdem verum est quod sicut a ad b ita c ad d et ex hoc sequitur qð sicut d ad c ita b ad a ¶ Permutata ꝓporcionalitas dr̃ cũ ex añte scðe ꝓporcionis fit ɔñs prime et ex ɔñti prime fit añs secunde vt sic arguẽdo sicut a ad b ita c ad d igit̃ permutatim sicut a cñs ad c añs ita b ɔñs ad d consequens. et tenet ɔñtia similiter siue per has litteras intelligas numeros siue magnitudines siue cõmensurabiles siue incõmensurabiles in oibus enim istis q̃titatibus tenet ista ɔñtia. Assumitur iste modus arguendi in alijs sciencijs et ad diuersas materias trahitur sed qñ in alijs tenet et qñ non difficultatẽ habet et alibi videri dz: in secũdo modo arguẽdi ꝓporcionalitas composita ex proporcionibus irracionalibus pt̃ iferri ex proporcionalitate composita ex racionabilibus et ecõuerso quia sequitur sicut costa maior ad suam diametrũ. ita costa minor ad suã diametrũ igitur sicut costa ad costã ita diameter ad diametrũ sed possibile est quod costa sit dupla ad costã et tunc sequitur q̃ diameter sit dupla diametro hoc autem non accidit in primo modo et causa est quia in primo si antecedens est ex proportione maioris inequalitatis. consequens erit ex proporcione minoris inequalitatis et econtra: semper autem in eisdem terminis cum proporcio maioris inequalitatis est rationalis erit et racionalis minoris inequalitatis proporcio et ecõuerso. nomina enim non differunt nisi per hanc prepositionem sub et per consequens rationalis non infert irrationalem nec econuerso. ¶ Coniuncta proporcionalitas est quociens a disiunctis terminis arguitur ad coniunctos vt dicendo sic sicut a ad b ita c ad d. igitur coniungendo terminos tenet sic sicut. a b ad b ita c d ad d eodem ordine seruato. ¶ Disiũcta ꝓporcionalitas dicitur cum econuerso a coniunctis terminis ad eosdem diuisos arguitur vt sicut a b ad b ita c d ad d igit̃ sicut a ad b ita c ad d. Et in istis seruatur idem ordo in terminis in quibus fit illatio. ¶ Euersa proporcionalitas est ꝯ diuisis et simplicibus terminis ad coniunctos vel compositos non eodem ordine sed econuerso proporcionalis illatio: vt sicut. a. ad b ita c ad d. igitur sicut d c ad c ita b a ad a. Et differt a coniuncta quia in illa arguebat ad consequentia hic aũt ad antecedentia et ideo vocatur euersa. Et potest esse duplex vel euersa coniuncta vel euersa disiuncta per miscendo eam cũ duabus spe



ciebus predictis. Etiã possunt alij modi arguẽdi fieri ex permixtione hoꝝ modoꝝ. ¶ Equa proporcionalitas est duabus multitudinibus q̃titatum propositis et sibi in similitudine proporcionũ correspondentibus subtractis medijs primarum et vltimarum in habitudine proporcionalis illatio. sic arguẽdo sicut a et b et c inter se: ita d e f. inter se igitur sicut a ad c ita d ad f. Et isti sunt modi arguendi vtiles in omni q̃titate tam cõtinua q̃ discreta. Et in omnibus quatuor q̃titatibus proporcionalis potest facere quia omnes has ɔñtias p̃ter vltimam que ad minus sex terminos reqrit. Unde si fuerint quatuor termini vel q̃titates proporcionales conuersim: erunt proporcionales et permutatim et coniunctim et euersiz et rursus diuisiz quod dico quia diuisam oportet cõiunctam precedere sicut in descriptione proporcionalitatis disiuncte dictum est. ¶ Generalis autem forma arguendi in omnibus istis põt esse talis sicut primũ ad scðz. ita terciũ ad q̃rtũ igit̃ sicut q̃rtũ ad terciũ. ita scðm ad primũ vt in cõuersa vel sic g̃ sicut p̃mũ ad tercium sic secũdum ad quartum vt in permutata et sic de alijs et tunc sub infertur sed primi ad tercium est proporcio talis vel talis g̃ secundi ad quartum est proporcio consimilis et sic suo modo est in alijs arguendum ¶ Aristoteles autẽ in tercio topicoꝝ vtit̃ tali modo arguendi in proporcionalitate permutata sicut primum ad secũdum ita terciũ ad quartum igitur permutatiz sicut primũ ad tercium ita secũdum ad quartum sed primum superat tercium plus q̃ tercium superat quartũ g̃ secũdum plus superat quartum q̃ idem terciũ sup̃at quartũ exemplum sumantur isti numeri. 6. 4. 3. 2. et arguatur sic. sicut se habet. 6. ad. 4. ita 3. ad. 2. quia vtrobiq; est proporcio sexquialtera igitur sicut. 6. ad. 3. ita. 4. ad. 2. qr vtrobiq; est dupla proporcio sed sic se habent. 6. ad. 3. quia. 6. superant. 3. plus q̃. 3. superant. 2. qr sup̃atio. 6. ad. 3. est secũdum proportionem duplam sed. 3. ad. 2. secundũ proportionem sexquialteram. proportio aũt dupla maior est proporcione sexquialtera igitur sic se habent. 4. ad. 2. quia superãt. 4. 2. plus q̃. 3. 2. qr superatio. 4. ad. 2. est ſm proportionẽ duplã sed. 3. ad. 2. ſm proporcionẽ sexquialteram vt prius tenet ãt ista forma per hoc quod ꝓporcio primi ad terciũ et secũdi ad quartũ sũt equales sicut cõcludit p g̃nalẽ formã arguendi g̃ q̃tũ vna proporcio est maior et altera.

¶ Caplm. 3. de regulis ꝓporcionũ in cõi. Prima regula

Ubiũgam nũc quasdã r̃las et cõclusiones ꝓporcionũ in cõi prima est hec
¶ Quanta est aliqua q̃titas ad aliã tanta est denoiatio eius ꝓporcionis ad ipsã. ¶ Ista pz inductiue qm̃ si fuerit vna linea equalis alteri. e q̃lis ꝓporcio erit inter illas et si dupla fuerit linea etiã et ꝓporcio dupla erit et si fuerit incõmẽsurabilis et excrescẽs in lõgitudine et potẽcia et ꝓporcio irrõalis siliter erit eritq; ꝓporciõis denoiatio cõformis habitudini termioꝝ. Et hic manifestũ est q̃ nulla q̃titas excedit alterã in ꝓporcionabilit̃ q̃uis vna excedit aliã incõmẽsurabiliter. ¶ Scða r̃la sit ista. ¶ Proportio extremoꝝ ex ꝓporciõe medioꝝ ꝓportiõabiliũ cõstat. Ista pz ex prima. accipio. n. duas lineas a et c duplã et sub duplã. dico tũc q̃ ꝓportio a ad c cõponit̃ ex ꝓportiõe medij vel medioꝝ sũptoꝝ inter a et c sit. n. b inter a et c siue ſm ꝓportionabilitatẽ cõtinuã et ꝓportiões siles siue ſm ꝓportiões dissimiles et ineq̃les seu discõtinuas ɔstat q̃ q̃tũ est b ad c tm̃ est a ad c et adhuc ãpli⁹ qr q̃tũ a excedit b g̃ a excedit c ſm ꝓportiões duoꝝ excessuũ sũptoꝝ: igit̃ excessus ille cõtinet excessus illos q̃re habitudo cõtinet habitudines et ꝓporcio ꝓporciones et hoc voco ꝓportionẽ cõponi ex ꝓportiõibus: cõsiliter quoq; si fuerint plura media ex oibus ꝓportionibus oim medioꝝ illoꝝ iter se et ad extrẽa cõponit̃ ꝓporcio extremoꝝ q̃ pp̃ter videt̃ q̃ ois ꝓportio põt resolui multipl̃r i ꝓportiões. ¶ Exẽpliũ de ꝓportiõe dupla p̃t. n. resolui in duas ꝓportiões siles et ille sũt irrõales põt etiã resolui in ꝓportiões rõnales lz nõ siles. vbigr̃a in sexq̃alterã ⁊ sexq̃terciã sicut q̃ternarius excedit binariũ puta ſm ꝓportionẽ sexq̃alterã q̃ est ternarij ad binariũ et ſz sexq̃tci ã q̃ est q̃narij ad ternariũ si ãt accipias duplã ꝓportionẽ ſm senariũ ⁊ ternariũ inuenies plura media et plures ꝓporciões et sic sẽp ascẽdẽdo ad maiores nũeros.



6
5
4
3

Tercia regula.

p Roporciones sunt equales quarum denominaciones sunt equales. ¶ Hec sequitur ex prima accipio. n. duas lineas a et b siue sint equales siue nõ et arguo sic quanta est linea. a. ad suã medietatẽ tanta est proporcio eius ad suã medietatẽ per primã regulam. sed quanta est a ad suam medietatẽ tanta est b ad suam. ergo quanta est proporcio a ad suã medietatẽ. tãta est proportio b ad suã medietatẽ Iste proporciones hñt equalẽ denoĩationẽ quia sũt duple. igitur proporciones habẽtes easdẽ denominationes sunt equales et eodẽ modo arguitur in oĩb[9] Et ex hoc põt accipi argumẽtum ad probãdũ relationẽ esse distinctam rẽ a rebus absolutis quoniam si linea a sit maior linea b quantitates erunt inequales et tamen sũt equales proporciones earum ad suas medietates sicut nunc ostensum est.

Quarta regula

p Roporciones sunt inequales quarum denoĩationes sunt inequales et ĩ multiplicibus quidẽ scdm eũdem ordinẽ se habẽt denominatio et proporcio in supparticularibus vero ordine econuerso. ¶ Prima pars huius patet per premissam quia si equalitas proporcionis et denominationis cõiungitur neccio vt proporcio dicit premissa. ergo cõiũgũtur per oppositũ ĩequalitas proporcionis et inequalitas denominationis queãdmodũ proponit hoc pñs theorema. secũda pars patet et primo in multiplicibus quoniam tripla proporcio maiorem denominationẽ habet quam dupla et ipsa eciam est maior proporcio quam dupla proporcio est. n. dupla pars proporcionis triple vt patet per secundam huius patet hoc in supparticularib[9] vbi est ordo cõuers[9] nã ibi proporcio maior minorẽ habet denoĩationẽ et mĩor maiorẽ quia sexquialtera maior est quam sexquitercia quia sexquitercia pars sexquialtere est sed a minori nũero denoĩationem habet sexquialtera.

Quinta regula.

q Uantitates sunt equales que ad vnã quantitatẽ cõparate proporciones hñt equales. ¶ Quoniam si hñt equalem proporcionẽ ad terciã equalis est excess[9] earum super illam terciam ex premissis: et si est equalis excessus earum super idem cõe ipse quantitates erunt equales inter se per quintam cõem sciam Ex ista poteit sumi argumẽtũ ad probandũ quod vnũ infinitum non sit maius alio in finito quoniam oĩm infinitorum ad vnam magnitudinẽ vel multititudinem finitã est equalis excessus quoniam infinitus et per ꝯñs equalis proporcio. igitur oĩa infinita erunt ĩter se equalia igitur vnum non erit maius alio. ergo supposita eternitate mundi a parte ante non fuissẽt plures reuolutiones lune quam solis preterite.

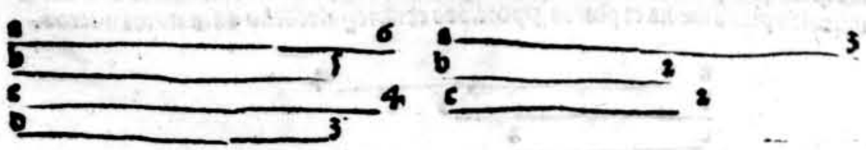
Sexta regula.

q Uãtitates quarũ eque multiplices sũt equales ipse inter se sunt equales ¶ Patet quoniam sub multiplicium et eque multiplicium eadem est proporcio et hoc patet ex arithmetica. sequitur igitur secundum proporcionalitatẽ permutatam quod sicut multiplex ad multiplex ita sub multiplex ad sub multiplex: sed multiplicia sũt eqlia ex ipotesi ergo sub multiplicia erũt equalia. Ex istis põt suum argumẽtum ad cõclusionem oppositã conclusioni inducte in premissa. s. quod vnũ infinitũ possit esse maius alio. nã si detur oppositũ accipio tũc vnitatẽ et dualitatẽ et infinitas vnitates et infinitas dualitates et arguo sic infinite vnitates sunt eque multiplices ad vnitatem sicut infinite dualitates ad dualitatẽ: sed infinite dualitates sũt equales infinitis vnitatibus per te igitur vnitas equalis est dualitati quod est impossibile.

¶ Capitulũ. 4. de proportiõibus irrationalibus in speciali.

Prima regula.

a Ccedã nũc in spãli magis ad proporcionalitates irrõales ponẽdo reglãs et cõclusiões sitque hec cõclusio prima. ¶ Oĩs quantitas oĩ quantitati est proporcionabilis: sed non oĩs oĩ cõmẽsurabilis. ¶ Prima pars patet ex diffinicione proporcionis et ex prima precedẽtis capli quoniam oĩs quantitas ad oẽm quantitatẽ aliã eiusdem generis est aliquanta quia vel minor vel maior vel equalis et quanta est vna quantitas ad aliam tanta est proporcio eius ad illã per primã precedẽtis capli. ergo oĩs quantitatis ad aliã quantitatẽ eiusdẽ generis est aliquanta proporcio. secũda pars patet ex diffinitione quantitatis cõmẽsurabilis /pars



et incõmensurabilis. possũt. n. esse due quantitates quarum vna est maior alia et finite quibus nulla est quantitas cõmunis eas numerãs sicut sũt diameter et costa quadrati igitur non oĩs omni est cõmensurabilis.

Secũda conclusio.

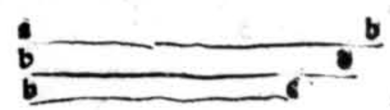
o Mniũ duarum quantitatũ cõicantiũ est proporcio alterius ad alterã tanquam nũeri ad nũerum. si aũt earum nõ sit proportio tãquam nũeri ad nũerum in cõicãtes erũt ¶ Supposita premissa statim patet ista ex diffinitione cõicãtiũ quantitatũ et in coicanciũ si enim sunt cõicantes ergo hñt quantitatẽ aliquã se cõiter nũerantẽ vt in supparticularibus vel minor ipsa maiorẽ nũerat vt in multiplicibus. illa aũt quantitas cõiter nũerãs erit secundum aliquem nũerum et aliquotiẽs in maiori et etiã aliquotiẽs et secundum aliquẽ nũerum in minori. large accipiẽdo nũerum/aliter illa quantitas nõ numerabit maiorẽ et minorẽ cõiter. accipio ergo illos duos nũeros secundum quorum alterũ est in maiori et secundum alterum in minori manifestũ est quod proporcio que est illorum nũerorum adinuicẽ est ipsarum duarum quantitatũ. Ex quo sequitur prima pars huius propositiõis ex qua et patet scda nam si nulla talis mensura cõis eas mẽsuraret quantum cũque resoluerentur in partes iã non cõicantes sed incõicantes dicerentur. i. 7 et primum maior minore numerat

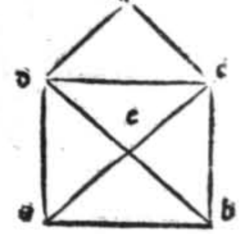
Tercia conclusio.

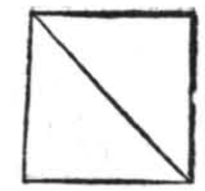
d Iametri quadrati ad lat[9] eiusdẽ est proporcio irrõalis. est quod oĩs diameter coste sui quadrati assimeter. i. incõmẽsurabilis ¶ Ista patet ex premissis quoniam proportio lateris quadrati ad diametrũ nõ est tãquam nũeri ad nũerum: hoc probo quoniam diameter est mediũ proporcionale iter extrema duple proporciõis vt oñdã. sed in nũeris impossibile est inuenire nũerum proporcionalẽ mediũ inter nũerum duplũ et subduplũ seu inter extrema duple proportiõis ergo diametri ad costã nõ est proportio secundum habitudinẽ nũeri ad nũerum. assũptũ probo sic. sit. n. e c latus quadrati parui et diameter eiusdẽ. d c. super lineã. d c. cõstituo quadratũ aliud sit quod. a b c d. et ducatur a c diameter eius cõstat quod a c est dupla ad e c sed sicut se habet e c ad d c. ita se habet d c ad a c quia vtrobique est proportio lateris quadrati ad suã diametrũ. ergo ille. 3. linee scilicet a c et d c et e c hñt se secundum proporcionalitatem cõtinuã igitur d c est medio loco proporciõabilis inter a c et e c que sũt extrema proporcionis duple patet ergo propositio iducta Quod aũt adiũgitur in theoremate quod oĩs diameter est asimeter coste est iteratio sñie premisse in vbis apud aristotelẽ vsitatis. est. n. simetrũ illud quod est cõmẽsurabile a simetrũ autem illud quod est incõmensurabile. Alius mod[9] probandi dictũ prius assũptũ est ex proportiõe quadratorum diametri et coste et iste tãgetur in sequenti caplo. Ex predictis patet qualis debeat dici proportio diametri ad costã quoniam est medietas duple proporciõis: nã proporcio dupla a c ad e c cõponitur ex proportiõe maioris ad mediũ scilicet. a c ad d c. et medij ad minorẽ scilicet d c ad e c que sũt proportiões eqles et similes et qualibet earum est medietas illorum extremorum scilicet a c et e c in quibus est dupla proportio ergo est medietas duple proportiõis quapropter altera earum et qualibet simul dici debet medietas proportiõis duple sicut alicuius totius pars aliqua dicitur medietas. Patet et qualiter continuari põt ista proporcionalitas siue accipiẽdo maiores quantitates siue minores quoniam hoc fit mutãdo costã quadrati maioris in diametrũ mioris quadrati vel econuerso diametrũ minoris in costã maioris. Istud exẽpluz est famosũ in phis. iõ declarationi eius magis insisto. quarta cõclusio erit de medio proporciõali inueniendo geometrice inter duas lineas datas quascũque siue earum fuerit nota proportio siue nõ et est talis.

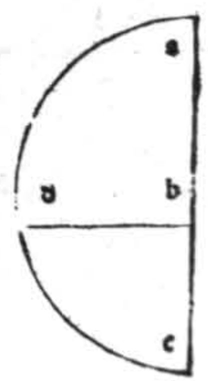
Quarta conclusio.

d Atis duabus lineis illisque directe cõiũctis et ligatis si super totã lineã sic ex duabus agregatã describatur semicirculus et a cõi medio duarum linearum sic cõiunctarum linea ortogonaliter ad circũferẽtiã venerit inter datas lineas secundum proportionalitatẽ cõtinuã mediabit. ¶ Hãc declaro in terminis accipiatur diameter et costa quadrati volo inuenire mediã lineã secundum proporcionalitatẽ cõtinuã mediã inter ipsas sitque diameter a b costa b c totaque linea ex hijs cõposita sit a c super hãc igitur lineã describã semicirculũ a d c et a pũcto b erigã perpẽdiclarẽ lineã vsque ad d. et hãc dico eẽ mediã lineã inuẽtam et dico. 3. lineas istas cõtinue esse proporcionales. ita quod sicut se habet a b ad b d,









ita se habet.b d. ad.b c. Ista nimis diffusā postulat demōstrationem et ideo hic sufficiat nobis euclidis auctoritas cuiusmodi est ista propoicio sexti libri geometrie cōclusione nona ꝛ est sensus in breui ꝙ ois linea in circulo a circūferētia sup diametrū veniēs ortogonaliter ꝗ diametro insistēs. seccat ipā; diametrū in duas ptes itemqꝫ est ipsa medio loco proporcionalis.

Quinta conclusio

S I fuerint due q̄titates vni q̄titati coicātes ipe quoqꝫ inuicē coicant ꝙ si nō coicant inter se nulli vni coicantes erunt. ¶ Prima pars pꝫ p diffinitionem q̄titatū coicanciū et p scd̄am capituli precedētis. Verbigra sint due q̄titates. a et b vni q̄titati c coicantes et a sit ad c tripla b vō ad c sit dupla dico ḡ quod a et b coicāt nā p scd̄am hui⁹ cpl̄i a et c sūt sicut duo nūeri et b et c sūt sic.2. nūeri ḡ a et b et c sūt sic.3. nūeri igit̄ a se bꝫ ad b sicut nūerus ad nūez et p ɔ̄ns a et b sunt coicantes Scd̄a pars seq̄tur ex prima ex opposito. s. ɔ̄ntis inferēdo oppositum āntis p vt clare eciā ptendit ipa forma theorematis sub qua ponit̄. Ex quo pꝫ illud quod in primo pris huius capitulo dictū est de media linea proporcionabili inter costā et diametrū ipsa enī erit neccio incoicans tā coste q̄ diametro ex quo ipa inter se non coicant. pꝫ ēt quod in quadrato nō solū diameter est assimeter coste ymo toti pimetro quadrati est diameter assimeter nam costa coicat cū pimetro in proporciōe sub quadrupla et si diameter coicaret cū pimetro tā diameter ꝛ costa cōicarent inter se per prelētem.

consa de quadrato

Sexta conclusio.

S I fuerint due coicantes q̄titates inter se totū quod ex eis est cōfectum vtriqꝫ eaz erit coicans. ¶ Ista pꝫ similiter ex secūda huius capituli qm̄ iste due q̄titates erūt sicut duo nūeri et p ɔ̄ns totū ex eis cōpositū erit sicut aliq̄s numerus et p ɔ̄ns coicabit vtriqꝫ parcium.

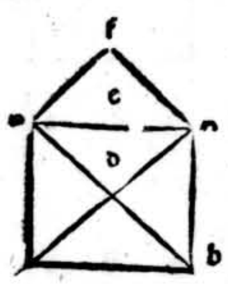
Septima conclusio

O Mniū quatuor q̄titatū geometrice proporcionabiliū si fuerit prima coicās secūde tercia quoqꝫ coicans erit quarte si vero pria fuerit incoicans secūde et tercia erit incoicans q̄rte ¶ Ista stati pꝫ ex modo arguēdi in proporcionalitatib⁹ nā si. a b c et d. q̄titates sint proporcionabiles ḡ sicut a ad b: ita c ad d sed hoc quod seq̄tur est impossibile si a et b sint cōicantes et c et d incoicantes vel ecōuerso alioq̄n proporcionalitas posset esse ex coicantibus et incoicantibus et p ɔ̄ns oēs q̄titates essent proporcionales quia minus dr̄nt alij modi proporcionalitatū q̄ coicantes et incōicantes quod cū sit impossibile pꝫ ꝙ non sit ypotesis ex qua seq̄tur possibilis.

ut tenedes — q̄ntitatis

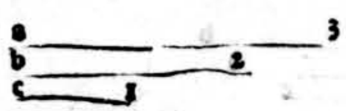
Capitulū quintū de potencijs linearum

D Ictū est de proporcionibus magnitudinū et coicatione et incoicatione eaz et potissime descēdēdo ad lōgitudines lineaz nūc dicā aliq̄d breuiter de lineaz potēcia respectu supficiez in quas pnt. primo q̄d nois ponēdo: supficies aūt in quā pōt aliqua linea: est q̄dratū eius et dr̄ linea posse in ipā in supficiē q̄ ex ductu sui in seipam eam producit: prima ergo conclusio sit ista ¶ Equales linee in supficies possunt equales. duple aūt in quadruplā tripla vō in nonocuplā et vniuersaliter quodlꝫ multiplex linee date pōt in multiplicē supficiei date linee denoiatam a nūero denoiante multiplex linee in se ducte Ista pꝫ inductiue linea. n. bipedalis pt in q̄druplū respectu linee pedalis et linea tripedalis pt i nonocuplū ꝛ q̄drupedalis in sedecuplū qm̄ q̄dratū pedalis linee est tm̄ vnius pedis q̄drati q̄dratu vō linee bipedalis. 4. pedū q̄dratoz et q̄dratū linee q̄dripedalis. 16. et sic vlterius vt apparet in arithmetica quia bis duo sunt. 4. ter tria sunt. 9. quater quatuor sunt. 16. ꝛc.

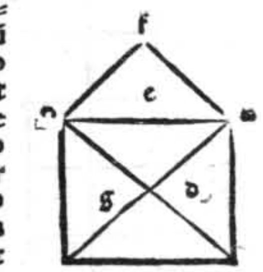


Secunda conclusio

L Inee quaz vna pōt in duplum respectu alterius sūt sicut diameter et costa. ¶ Ista pꝫ ex scd̄a pte cpl̄o de q̄drāgulis pportice q̄rta Ex ista pꝫ qd̄ diamet̄ est assimeter coste et est alia ōnio ab illa q̄ dixi in cpl̄o pcedēte si. n. diamet̄ et costa essēt simetra haberēt se vtiqꝫ sicut nūer⁹ ad nūez ex scd̄a capl̄i pcedētis ḡ et q̄drata eoz haberēt se sicut q̄drata nūeroz sed hoc est ipossibile qm̄ proporcio dupla q̄ est

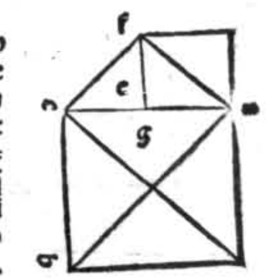


istoz ipossibile est ꝙ sit quozcūqꝫ duoz q̄dratoz nūeroz. Ad ɔfirmationē autem huius snīe aponā septimā cōclusionē decimi libri ipsius euclidis talē. ¶ Omnium duaz supficiez quadrataz quaz latera in lōgitudine cōicant est proporcio alteri⁹ ad alterā tāq̄ proportio nūeri quadrati ad nūez quadratū: si vero fuerit pporcio supficiei quadrate ad supficiē quadratā tāq̄ pporcio nūeri quadrati ad nūez quadratū erūt latera eaz in lōgitudine coicācia ꝙ si nō erit oppositū. Ex isto pꝫ intētū nā proportio supficiei quadrate diametri ad supficiē quadratā coste nō est sicut proportio nūeri quadrati ad nūez quadratū. igit̄ latera talium quadratoz. s. costa et diameter erūt in lōgitudine incōmēsurabilia. Ad cōfirmādū aūt hāc snīa; de diametro et costa inducit cāpanus decimo geometrie ɔmēto septio ɔseq̄nciā q̄ facit aristoteles prio prioz. s. qd̄ si diameter esset simeter. s. cōmēsurabil' coste erit nūerus ipar equalis nūero pari ꝙ sic pꝫ. si. n. diameter est ɔmēsurabilis coste erit igit̄ proporcio diametri. a b ad a c. costā sicut proporcio alicui⁹ nūeri ad aliquē nūez vt pꝫ ex scd̄a pcedētis cpl̄i et ex diffinitione coicancium q̄titatum et sint dati numeri d et e ꝛ sint isti nūeri s̄m suā proporcionē minimi ḡ nō erit vterqꝫ eoz par sꝫ vnus par et alter inpar alioq̄n nūeraret eos binarius et p ɔ̄ns nō esset s̄m proportionē minimi q̄ nō cōtra se primi sit igit̄ ipar d et maior ḡ quadratū eius erit ipar neccio q̄ quadratuꝫ ois nūeri iparis est ipar vt docet arithmetica q̄ si ipares nūeri ipariter acceruent̄ vt fit in quolꝫ quadrato nūeri iparis cōpositus neccio erit ipar. sꝫ p premissam imediate q̄ est septima decimi euclidis quadratum. a b. ad quadratum: a c est tanq̄ proporcio quadrati d ad quadratū e et ecōuerso igit̄ cū quadratū a b sit duplū ad quadratū a c vt prebitū est ḡ quadratū d erit duplū ad quadratū e sed cōstat ꝙ ad quadratū e est equalis nūerus par dupl⁹ qd̄ pꝫ duplicādo ipꝫ igit̄ cū quadratū d ex ypotesi sit nūerus ipar seq̄t̄ ꝙ nūerus par et nūerus ipar erūt eq̄ multiplices respectu eiusdē numeri et ita erūt equales p quītā tercij cpl̄i pcedētis: si vō e est mior et ipar diuidat̄ a b. i duas medietates ducta g c linea pficiat̄qꝫ quadratū ductis lineis a f et c f. si igit̄ proporcio a b ad a c est tāq̄ proportio d ad e igit̄ cōuersa pporciōe a c ad a b est tāq̄ proportio e ad d. igit̄ proportio a c ad medietatē a b puta ad a g est tāq̄ proportio e ad medietatē d. igit̄ proportio quadrati a c ad quadratū a g est sicut proportio quadrati e ad medietatē quadrati d. igit̄ vt prius quadratū e erit duplū ad q̄dratū medietatis d sꝫ cōstat qd̄ ad quadratū medietatis d sit aliq̄s nūerus par duplus ḡ cū quadratū e sit minus et ipar: erūt nūerus par et ipar eādē habētes pportionē ad eūdē nūez et p ɔ̄ns erūt equales sicut prius ḡ nūerus ipar erit p te equalis nūero par.



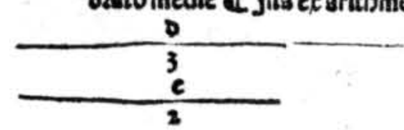
Tercia conclusio.

S I fuerit. 3. linee cōtinue proporciōales scd̄a tāto potēcior est pria q̄ta est pporcio tercie ad primā. Ex quo manifestum est ꝙ linea proporciōaliter media inter diametrū et costā est incōmēsurabilis vtriqꝫ in lōgitudine simil' ꝛ in potētia ¶ Ista cōclusio capit vnā ptē euidēcie a pria hui⁹ cpl̄i et aliā a scd̄a. a prima. n. capit euidētiā pro q̄titatibus cōicātibus: accipiant̄ ei. 3. linee. s. pedalis/bipedalis/quadripedalis q̄ sint cōtinue pporciōales s̄m proporcionē duplā ɔstat eiꝫ ꝙ tercia est q̄drupla ad p̄mā: scd̄a aūt q̄ est dupla ad ipsā pōt i q̄druplū respectu eius ꝙ pōt illa prima vt dicit p̄ma ppō cpl̄i hui⁹ q̄re tāto potēcior est scd̄a sup primā q̄ta est pportio tercie ad primā. ¶ Ex scd̄a aūt accipit euidētiā p incōmēsurabilibus: accipiā ei. 3. lineas quaz scd̄a se bꝫ ad p̄mā sicut diameter ad costā et siliter tcia ad scd̄ꝫ sicut diameter ad costā cōstat qd̄ tcia est dupla ad p̄mā ex tcia pcedētis cpl̄i cōstat ēt ꝙ q̄dratū scd̄e est duplū ad quadratū p̄me: ex scd̄a p̄ntis cpl̄i q̄re ēt in istis tāto potēcior est scd̄a sup p̄mā q̄ta est pportio tercie ad p̄mā. Correlariū pꝫ ex diffinitiōe linee incōmēsurabilis in lōgitudinē et potencia.

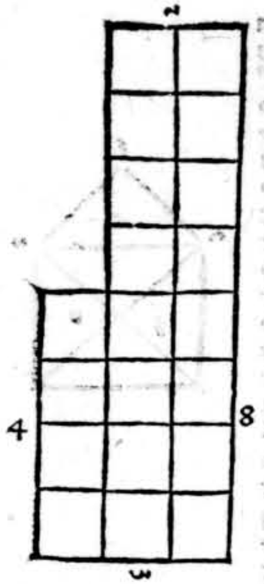


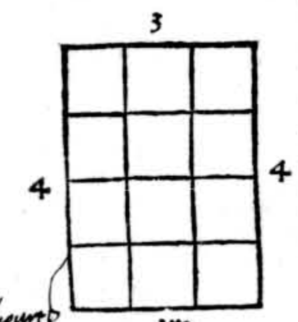
Quarta cōclusio

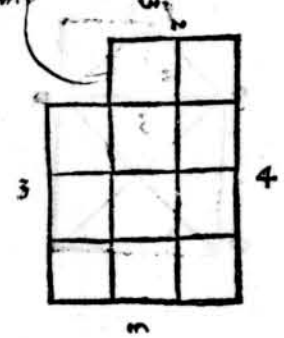
S I fuerint. 3. linee cōtinue pporciōales qd̄ fit ex ductu p̄me i terciā equū est q̄drato medie ¶ Ista ex arithmetica sufficiētē bꝫ euidētiā in q̄titatibus cōican



pedalis .1.	1
bipedalis.2.	4
q̄dripedalis.4.	16







p fluantur ista figura

tibus: nam sic est vniuersaliter verum in numeris cōtinue proporcionalibus quod illud q̄ prouenit ex ductu minoris numeri in maximū equū est quadrato medij numeri. Verbigr͠a.2.4.8.sūt proporcionalia cōtinue ſm proporcionē duplā cōstat q̄ bis.8.et q̄ter.4.idē faciūt sed q̄titates cōicātes hn̄t se sic nūeri igit̄ silit̄ erit in illis quare in q̄titatibus in cōicātibus erit idē modus qr eadē est potētia in istis ⁊ in illis.

Quinta conclusio.

f Si fuerint.4.q̄titates proportionabiles cōtinue q̄ fit ex ductu primi in quartū equū est ei rectangulo quod fit ex ductu secūdi i terciū Et voco rectāgulū figurā altera pte lōgiorem que continetur sub duabus lineis medijs i se ductis Ista pꝫ silit̄er in numeris vt.2.4.8.16.nam quater.8.et bis.16.idem faciunt ḡ vera est in q̄titatibus coicantibus ḡ et in alijs nā eadē ratio est.

Capitulum sextum de quadraturis

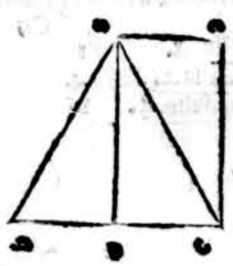
p Ost predicta decens est tangere aliqua de quadraturis. Est enim aliquā figuram quadrare areā quadrati inuenire equalem. Causa aūt in quadraturis est ista q̄ figura quadrata est cercioris mensure q̄ quecūq̄ alia figura: cum.n.habes quod superficies data est duoꝝ pedū quadratoꝝ vel.4.aut icom alium numeꝝ iam certificatus es de mensura q̄titatis eius certitudine vltima propter q̄ geometre interest tractare de reductione aliarum figuraꝝ ad hanc quia geometre antiqui oīs alias propter sui veritatē in eam reducere consueuerunt et non istam in alias: ponam ḡ aliquas ꝯclusiones paucas de quadraturis et incipiam a superficiebus similioribus quadratis et deducam cōsiderationem vsq̄ ad circulos et sit prima conclusio de figura altera pte longiore que est quadrato similior.

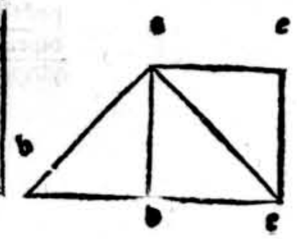
Prima conclusio

f Igura altera pte longior p medie rei inuētionem et eius ductū in se ipaꝫ in q̄dratū reducit̄ Medie rei iuētionē accipis in quarto capitulo hu⁹ ptis propositōe quarta. sꝫ ex quarta capituli precedētis habes q̄ quadratū in quod pōt aliqua linea media est altera pte longiori date equale. Hec ostēsio est vniuersalis et geometrica cui atestat̄ arithmetica qm̄ si fuerit vnū latus altera pte lōgioris duoꝝ pedū et aliud.8.erit tota area.16.pedū quadratoꝝ: quā si quadrare velis accipias vnū latus.4.pedū et ipm in se ducas et habebis supficiē quadratā cuius area est.16 pedū et huius demōstrationis mencionē habes secundo de anima et tercio methaphisice vbi i phūs hanc quadraturā medie rei inuētionē vocat: qm̄ medie linee inuētione habetur quesitum. accepit

Secunda conclusio

a Rea trianguli equilateri vel ysochelis equa est tetragono cōtento sub duabus lineis quaꝝ vna est medietas basis altera vero linea diuidens b aiim angulūq̄ basi oppositū et totū triangulū p mediū in se ductis. Ista manifesta est statīꝫ ex prima cōclusione cpl̄i de triāgulis sit.n. triāgulus equilaterus vel ysocheles a b c.et nō est dr̄a nisi quod in triāgulo equilatero q̄lꝫ latus indistincte pōt esse basis in ysochele vero latus inequalitatis erit basis et ducatur linea d a diuidēs p mediū basiꝫ b c et angulū a et totum triāgulum a b c oīa.n.hec diuidit: dico tūc quod area trianguli equalis est tetragonismo cōtento sub lineis a d et d c in se ductis ducatur enim vna linea in aliā et erit tetragonismus a e d c qui diuisus est in duos triāgulos equales per lineam diagonalem.a c.et erunt in tota figura tres trianguli partiales et inter se equales sicut deductum est euidenter in capitulo ysoperimetrorum conclusione secunda quare cum duo istorum sint omnes partes triāguli prefati et duo illorum sunt omnes partes tetragoni memorati manifestum est q̄ trigonus iste et tetragonus equales habeāt areas q̄ erat ostēdendū et hoc modo triāgulus in forma tetragonismi altera parte longioris reductus est: quem si vlterius quadrare libuerit artificio p̄cedētis propositōis de medie rei inuencionem vtēdum est.

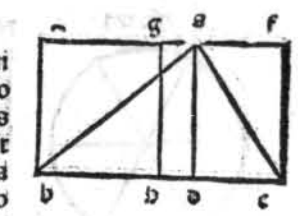




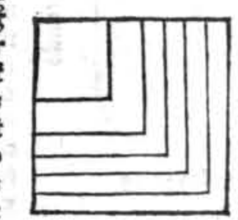
Tercia conclusio

a Rea triāguli omniū lateꝝ inequalium equalis est medietati tetragoni contenti sub duabus lineis quaꝝ vna est latus maximū eiusdē triāguli.altera vero est a maximo angulo eius sup maximū latus eiusdē triāguli ppendiculariter veniēs in se ductis. Verbigr͠a: sit triāgulus gradatus.a b c.in quo maximus angulus sit a et maximū latus p ꝯn̄s sit linea.b c.et opposita angulo maiori: tunc ab angulo.a ducatur linea a d ppendiculariter sup latus b c.dico tunc q̄ medietas tetragoni sub duabus hijs lineis contenti est equalis aree triāguli et ecōuerso. Ducā eni b e equalem ⁊ eque distantē a d silit̄ ducā f c et pficiam paralelogramū e b c f quod cōtinetur sub duabus lineis scꝫ e b que est equalis a d et b c q̄ est maximū latus triāguli p̄dicti ḡ erit hoc paralelogramū diuisum in duo paralelograma per lineam a d et quodlꝫ paralelogramū diuisum in duos triāgulos equales p lineas diagonales quaꝝ vna est a b et alia a c sed ex penultima cpl̄i de triangulis est manifestū duos triangulos iuxta lineā diagonalē a b acceptos eq̄les esse inter se silit̄er ⁊ alios duos iuxta lineā diagonalē a c sed duo illoꝝ trianguloꝝ hoc modo eq̄liū sūt oēs ptes triāguli principalis a b c et sunt medietates tocius tetragoni e b c f.quare totus triangulus a b c. erit medietas eiusd̄ tetragoni. diuidā ḡ hūc tetragonū i duos tetragonos equales per lineā g h et erit trigonus tetragonizatus et tunc habita medie rei inuencione p primā huius cpl̄i erit trigonus predictus quadratus q̄ doceri debuit et sic apparet propositio.

Quarta conclusio generalis.

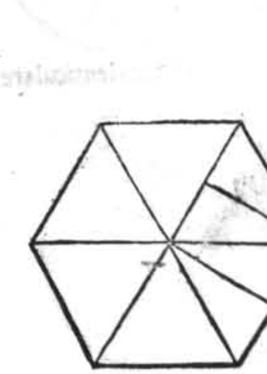


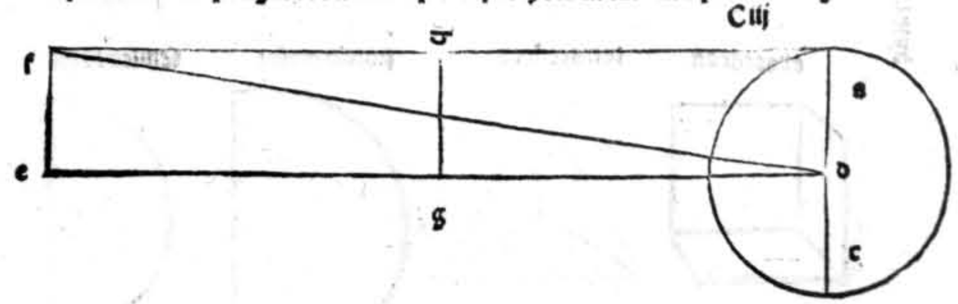
o Mne poligoniū p resolutiōes factas in triāgulos.et p quadraturas factas ipsoꝝ trianguloꝝ. et demū p circūscriptiones gnomonicas in formam quadrati reduci possibile est. De q̄dratura cuiuslꝫ poligonij in speciali tractare nimis longū foret et difficile: et ideo eligēda est via in paucioribus. De modo autem resoluendi poligonia oīa in triāgulos habes propositionem sextam capl̄i de lineis. De modo autem quadrādi triangulū ſm suas spēs hēs in hoc capitl̄o. De modo autem circūscribēdi quadrata sibimet gnomonice hēs propositionē vltimā cpl̄i de quadrāgulis manifestū est ḡ p ista media oīe poligoniū posse quadrati quare pꝫ intētū.



Quinta cōclusio de quadratura circuli

a Rea cuiuslꝫ circuli equalis est tetragonismo sub medietate circūferentie et medietate diametri ꝯtēto Suppono vnā ꝓpositionē archimenidis de mēsura circuli et erit michi peticio qm̄ eam demōstrare req̄reret maiorē tractatuꝫ q̄ sit istud capitulū et est ista propositio. Oīs circulus triāgulo orthogonio est equalis cuius vnū duoꝝ lateꝝ rectū āgulū cōtinētiū est semidiameter circuli et latus alteꝝ equatur linee cōtinēti circulū Est āt ꝓportio linee ꝯtinētis ꝯcīꝫ ad diametrū tripla sexq̄septima. ita q̄ circūferētia continet ter diametrū et septimā ptē eius vltra hoc vt habetur ab eodem archimenide in predicto libello. vbigr͠a.in circulo.a d c.sit a c diameter cuius semidiameter sit a d et a puncto d ducatur orthogonaliter linea d e vsq̄ ad equalitatē circūferēcie circuli et ducat̄ linea a e pficiēs triāgulum a d e est ḡ tūc intēcio archimenidis q̄ triāgulus a d e est equalis circulo et hoc demonstrat certissime ex quo pꝫ intentū et ducat̄ linea a f eq̄ distāter d e et ducat̄ linea f e eq̄distant̄ a d tetragonismū pficiēs hēs igit̄ paralelogramū scꝫ f a d e diuisū in duos triāgulos p lineā diagonalē a e sꝫ illi duo triāguli sūt eq̄les p vltimā de triāgulis et circulus est vni eoꝝ eq̄lis p propōem archimenidis ḡ circulus est eq̄lis medietati illius tetragoni diuidat̄ igit̄ illud tetragonū in duos tetragonos eq̄les p lineā g h et erit circulus alt̄utri eoꝝ eq̄lis sꝫ q̄lꝫ eoꝝ tetragonismoꝝ ꝯtinet̄ sub medietate circūferēcie ⁊ medietate diametri ḡ circulus est eq̄lis tetragono sub semicircūferēcia: et semidiametro cōtēto si ḡ quadret̄ tetragonus ille erit circulus quadratus. Et hec de q̄draturis sufficiāt Arl̄es vo.2.poꝝ cpl̄o de inductiōe sumit tale argumētū qō circulus quadrari possit sic: oē eq̄le figure rectilinee q̄drari pōt sꝫ ois circul⁹ est eq̄lis alicui figur̄

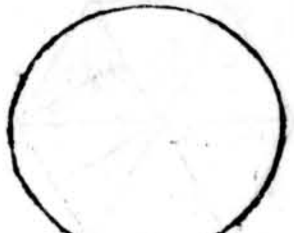




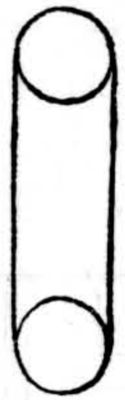
spera

corpus ouale

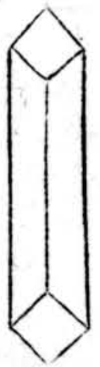
corpus lenticulare



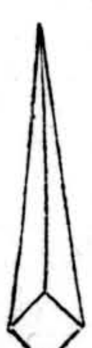
piramis rotunda



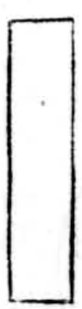
colūpna rotunda



colūpna laterata



piramis laterata



corp9 serratile

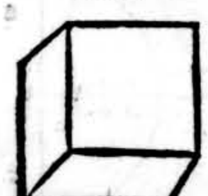
porcio minor

rectilinee igitur.ꝛc.maior pꝫ q: oīs figura rectilinea quadrari pōt: vt docetur in pri mis.4.demōstrationibus huius cplī minor hētur p sniaꝫ archimenidis. et sic videt hoc totū cplm tendere ad hanc cōclusionē quod circulus quadrari possit. Aliam ꝓ bationem minoris tangit aristoteles per porciones lunulares ꝙ tñ reputat in alijs locis phīe in sufficientē et ideo de ea non curo ad presens.

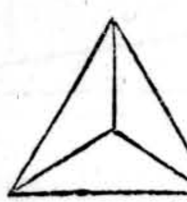
ℭ Tractatus quartus de figuris solidis seu de corporibus
Capitulū primū de diffinitionibus et diuisionibus corpoꝝ.

q Uarta huius opis pticula est circa dispositiōes solidoꝝ corpoꝝ et hic ēt a diffinitionibus est inchoādū ℭ Dico ꝙ corpus illud oīe quod hꝫ lōgitu dinē latitudinē et profūditatē: mēsuraturq; tribus diametris intersecan tibus se orthogonaliter in eodē pūcto Oīe aūt corpus aut vna supficie aut plurib9 supficiebus terminari ncēe est. Corpora aūt vna supficie terminata sūt q̄ dicunt ro tunda. Oē autē rotūdū aut hꝫ oēs lineas a cōi pūcto ductas ad circūferētiā eq̄les aut nō si prio modo est corpus quod vocat spera. vnde spera est corpus rotūdū cui9 oēs diametri sūt equales. Si aūt nō hꝫ oēs lineas a cōi pūcto ductas equales: tunc diametri nō sūt equales: aut ꝙ axis est longior ceteris diametris aut nō. si primo mō est corpus ouale quod hꝫ figurā oui. si scdo mō sic est corpus lēticulare.s.corpus qd lenticula dr.et axē hꝫ breuiorē. Itē alia diuisio corpoꝝ multis supficiebus cōtētoꝝ Alia rotūdis. Alia angularibus supficiebus ꝯtēta sūt. Rotūdaꝝ aūt supficieꝝ cor pora. Alia quidē p totā lōgitudinē corpulētiā hñt eq̄lē. Alia nō: primo mō colūpne rotūde siue chilindri vocātur: q̄ autem regulariter minorata terminātur ad conuꝫ piramides rotūde siue coni appellātur. Ex istis pꝫ quomō p̄dictis corporibus apli cātur diffiniciones quas euclides ponit vndecimo libro geometrie.s.quod spera est trāsitus archus circūferētie dimidij circuli. Et piramis ē trāsitus triāguli rectāguli et colūpna est trāsitus paralelogrami recti anguli et eodēmō pōt diffiniri lēticulare et ouale ꝙ corpus ouale est trāsitus porcionis semicirculo minoris corda exñte fixa lēticulare est trāsitus portiōis semicirculo maioris sup cordā fixā minorē diametro circuli. ℭ Corpoꝝ aūt hñciū multitudinē supficieꝝ et anguloꝝ q̄dā dicūt conica ꝓ pter angulos et conos quos hñt. Et hoꝝ q̄dā hñt equalē ꝗsicieꝫ fm totā lōgitudinē et dicūtur colūpne laterate. q̄dā aūt vniformiter minorata ad conū terminantur et dicūtur piramides laterate. Preter colūpnas aūt et piramides est terciū genus co nicoꝝ corpoꝝ in quo reponūtur corpora.s. regularia enumerata in principio libri hui9 et de q̄bus infra.s.tetracedron/exacedron/octocedron/duodecedron/ycoce dron. ꝙꝙ tetracedron ad piramides ꝛ exacedron ad colūpnas reducātur. Denoīat aūt tā colūpna laterata ꝙ piramis a multitudine supficieꝝ siue lateꝝ i sursū erecta rum circū circa basi circūscripta vt dicātur piramides trilatere q̄ hñt tres supficies laterales ꝛ quadrilatere q̄ hñt.4.ꝛc. siliter colūpna dici pōt trilatera quadrilatera et multilatera fm nūeꝝ supficieꝝ lateraliū nō cōnumerando basiꝫ in piramide nec duas supficies terminales in colūpna. Colūpna aūt pōt sub diuidi in corpus serra tile et solidū paralelogramū et alia multi latera corpora vt dicat corpus serratile colūpna trilatera solidū aūt paralelogramū colūpna quadrilatera. Alia aūt sūt sic colūpna pētilatera et eptilatera.ꝛc. sūt aūt corpus serratile et solidū paralelogra mū in geometria magis vsitata quapropter primo de eis insistēdū est. Corpus serra tile dr quod.s.supficiebus q̄ꝝ.3.sunt paralelograme et due triāgule cōtinet et siq̄ fuerit basis eius vna supficieꝝ triāgulariū colūpne hꝫ siītudinē si aūt statuatur sup vnā supficieꝝ paralelogramaꝝ tūc cōuenit ei figura domus siue tecti iuxta adapta tionē cāpani. Solidū paralelogramū dr quod continet.6.supficiebus paralelogra mis eque distantibus et in multas spēs diuiditur vt in columpnam cubum aserē la terculum et corpus cuneum que nomina in arithmetica ad numeros transumūtur Omnis autem corpora conica habent angulos corporeos siue solidos sicut super

exacedron



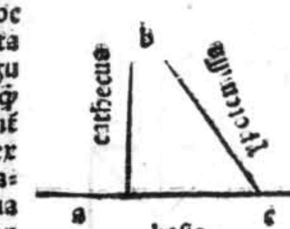
tetracedron



porcio maior

semicirculus

ficies plane poligonie habent angulos planos Angulus corporeus siue solidus est quē cōtinent anguli plani plures ꝙ duo qui non in vna superficie siti ad pūctum vnū angularem conueniunt et dico plures ꝙ duo quia pauciores esse nō possunt tribus anguli plani qui angulum solidum continere debeant. si autem queras multitudinē maiorem anguloꝝ planoꝝ dico ꝙ in minus statur ad.3.in maius non est status quia non tot possunt esse quin plures possint angulum solidū continere et ideo in talibus est processus in ifinitum. quod postea autem dicitur non in vna superficie siti p hoc accipiendum est quod mutua aplicatio talium angulorum planorum sit non directa conformiter ad illud quod supra dictum est in capitulo de lineis in diffinitione angu li plani. Terminantur autē solida ad superficies. superficierum autem illa super ꝙ erigitur figura solida basis vocatur que autem in sublimi eriguntur latera apellant In piramide aūt pūctus oppositus basi in quem terminatur figure grossicies vtex vel conus appellatur. Accidit autem in pluribus et maxime in corporibus regula ribus. ꝙ quelibet superficies sit equaliter apta nata esse basis propter quod talia corpora figure multaꝝ basium vocantur et ideo iam inoleuit modus vt ycocedron dicatur figura.20.basium ꝛ conformiter de alijs corporibus regularibus cū tamen quodlibet tale corpus de facto tantum vnam superficiem super ꝙ statuitur habet solum pro basi. Et quēadmodum solida terminantur ad superficies. sic superficies terminantur ad lineas que linee similter terminant ad pūcta Et diuiduntur lineaꝝ enim quedam tota iacet in plano et vocatur basis. Alia vero in sublimi erecta et sub diuiditur harum enim quedam est que erigitur perpendiculariter et vocatur cathe cus. alia vero ad angulos cōsurgit inequales et vocatur ypotemissa et hoc ymagi nari potest in trigono orthogonio habente in plano basim et duo latera alia in aere eleuata. vnde versus. Linea ꝓtracta basis est erecta cathecus Extēditur ad metas ypotemissa duas

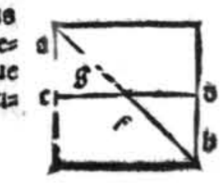


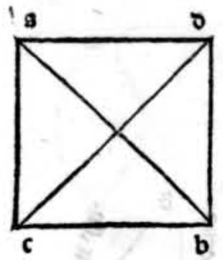
ℭ Capitulum secundum de lineis in comparatione ad corpora
Prima conclusio

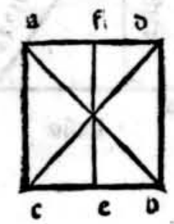
h Iis notatis ponende sunt conclusiones et incipiam a lineis secundum ꝙ linearum consideratio ad hanc partem pertinet sit ergo hec cōclusio pri ma iuxta diuisionem de lineis. ℭ Lineam rectam partim esse in plano et partim in sublimi est impossibile. ℭ Qd si possibile est: ponatur quod linea sit recta a b. cuius pars iaceat in plano et sit a c. pars vero ypotemissaliter surgat scꝫ b c qd autem perpēdiculariter surgat nimis esset alienū a ratione si ꝙ ei parciali linee que in plano iacet puta a c alia linea in eodem plano directe addiciatur ex eadem parte ex qua alia partialis consurgit puta c d erunt vni et eidem linee scilicet a c. due alie linee diuerse penitus ex eadem parte adiecte quod ē impossibile Item ex hoc sequi tur oppositum peticionis quinte quoniam constat ꝙ ex b in a potest duci linea recta que non transeat per punctum c si ergo b c a sit linea recta ergo due linee recte sup ficiem clauderēt Et isto modo sūmi potest argumentum pro indiuisibilibus. nā sit a d. planum cui insistat linea c b siue perpendiculariter siue ypotemissaliter. tunc ar guo sic. impossibile est. c d. lineam habere partem in plano cum sit in sublimi erecta per pñs theorema sed aliquid ipsius c d est in plano quia tangit planum et non ni si secundum aliquid sui. igitur est dare aliquid linee c d ꝙ non est pars eius hoc autē non est nisi indiuisibile ergo indiuisibile est dandum

Secunda conclusio

o Omnium duarum lineaꝝ se inuicem seccantium cōmunis seccio est punctus ℭ Ista patet ex premissa per ꝯñam econtrario quoniā ex opposito istius se quitur oppositum illius sit enim linea c. d intersecans aliam lineam oblique a b que est diameter in q̄drato si tangit eā in plus ꝙ in pūcto sicut dicūt q̄dā ponētes conti







nuũ cõponi ex indiuisibilibus et cũ hoc saluare volentes quod plura sunt puncta in diametro q̃ i costa cũ longior sit diamet̃ costa qḋ aliter saluari non põt nisi ponẽdo quod linea q̃ tangit vnũ punctũ in costa tangit plura puncta in diametro si inq̃ cõis seccio istaꝝ lineaꝝ sit plus q̃ punctus tunc c d sit planum et a f sit linea erecta in sublimi et f g sit seccio cõis g̃ cũ f g sit porcio linee erecte sequitur nccio istius recte linee q̃ est erecta esse ptẽ in plano puta g f partiꝫ in sublimi puta g a q̃ est oppositum conclusionis premisse.

¶ Tercia conclusio

o Omnes due linee recte se intersecãtes in eadẽ sup̃ficie site sũt. ¶ Istam ꝓbo sic: aut.n. tales due linee q̃ se intersecant iacent sup̃ planũ et sic habetur propositũ qm̃ in eadẽ extensa sup̃ficie site sũt: aut vna iacet in plano et reliqua in sublimi erecta est vel vtraq̃ in sublimi erecta est et siue sic siue sic copulabo terminos earũdem adinuicẽ p. 4. lineas rectas vt si sit vna eaꝝ a b altera c d copulabo a cum c per lineam a c et sic de aliis eritq̃ sup̃ficies q̃drangularis a b c d in qua site sũt linee a b et c d quod fuit probandum.

¶ Quarta conclusio.

v Nam et eandem lineã numero in diuersis sup̃ficiebus sitam esse possibile est ¶ Hec pꝫ p̃ premissã: iaceant.n. due linee a b et c d site in plano et a cõi eaꝝ seccione ducat̃ cathecus sursũ et deorsũ seccans vtrãq̃ lineã in sup̃ficie plana et sit e f cõstat qḋ e f linea est in eadẽ sup̃ficie cũ a b et est in eadẽ sup̃ficie cũ c d ex eo quod seccat vtrãq̃ lineã p̃ premissã quare vna et eadẽ linea est in diuersis sup̃ficiebus

Quinta conclusio

f Si sup̃ficies sup̃ficiẽ seccet cõis seccio erit linea. ¶ Ista pꝫ p̃ premissam q̃.n. vna et eadem linea sit in diuersis sup̃ficiebus hoc specialiter nõ cõtingit nisi in tali casu. qñ sup̃ficies seccat sup̃ficiem ex eo.n. vna linea est in diuersis sup̃ficieb⁹ quia iste sup̃ficies seccãt se sup̃ illã lineã. Et iste conclusiones sufficiant per quas deuentum est a punctis ad lineas et per lineas ad superficies et per superficies ad solida de solidis igitur consequenter dicamus.

¶ Capitulũ terciũ de angulis solidis. Prima conclusio

p Principia autem solidoꝝ videntur esse anguli solidi. accepta aũt eoꝝ pri⁹ diffinitione sit prima ɔclusio. ¶ Si tres anguli sup̃ficiales angulũ solidũ contineant illoꝝ quilꝫ duo pariter accepti reliquo sunt maiores. Ex quo manifestũ est qḋ in piramide laterata anguli laterales q̃ basiꝫ cõtingũt angulis ipsi⁹ basis sũt maiores. ¶ Ista pꝫ ex clausula peticiõi p̃ie adducta qḋ rectũ ẽ breuissimũ sic vt inter eosdẽ terminos linea recta sit breuior q̃ linea curua vel fracta similiter inter easdẽ lineas sup̃ficies recte extẽsa est breuior curua superficie vel fracta et voco fracturã sup̃ficiei vel linee qñ due linee vł sup̃ficies sibi iuicẽ aplicate sũt nõ directe: hoc supposito accipio angulũ solidũ tribus angulis sup̃ficialibus cõtẽtũ qui sit a et accipio angulũ sup̃ficialẽ q̃ sit maximus illoꝝ triũ iste terminat̃ ad duas lineas concurrẽtes in pũcto a reliq̃ etiã duo anguli sup̃ficiales terminãt ad easdẽ duas lineas quare manifestũ ẽ q̃ iste due sup̃ficies simul sũpte sũt q̃si vna sup̃ficies curua vel fracta nõ.n. rectã hꝫ ɔ̃tẽtionẽ illa to vna recte protendit ad eosdẽ terminos vꝫ ad easdẽ lineas q̃re si rectũ est breuius obliquo vel curuo vel fracto sibi ɔterminabili seq̃t̃ qḋ angulus quem iter eas accepimus est minor duobus aliis angulis et ita quicũq̃.2. parit̃ accepti reliq̃ maiores erũt. Correlariũ pꝫ stati qm̃ ãguli lat̃ales atigẽtes basiꝫ cũ angulis basis ɔstituũt ãgulos solidos duob⁹ angulis lat̃alib⁹ sẽp̃ atingẽtib⁹ vnũ angulũ ex ãgulis basis. Ex quo manifestũ ẽ qḋ oẽs isti sup̃ficiales simul sũt maiores oĩbus illis qui sunt basis.

¶ Secunda conclusio

o Omnes anguli laterales cuiuscũq̃ piramidis latera te valent tantum q̃tum omnes anguli basis et vltra hoc quatuor rectos precise. ¶ Ex sexta propositione capituli de lineis in prima parte huius libri hẽs quod oĩes anguli basis tot rectis sũt equales quot sunt ipsi duplicati demptis.4. Constat autem quod omnes anguli laterales piramidis tot rectis sũt equales quot sũt anguli basis duplicati ꝑ quolꝫ.n. angulo basis habes triãgulũ vnũ lateralẽ naꝫ q̃t sunt anguli basis tot sunt trianguli laterales et quilꝫ triãgulus valet duos rectos angulos g̃ seq̃tur q̃ anguli laterales valẽt plus q̃ anguli basis et excedunt eos in.4. rectis quod est propositũ mei theorematis.

¶ Tercia conclusio.

o Omnis angulus solidus.4. rectis minor est nccio. ¶ Dicitur aũt angulus solidus tantus esse q̃ti sunt oẽs anguli plani ipsũ cõtinentes quod aũt oẽs illi anguli plani minus valẽt.4. rectis ẽt si essent millesies mille sequit̃ euidẽter ex duabus propositionibus premissis statuatur nãq̃ piramis multilatera et sit a sup̃rem⁹ angulus eius in quo oñdã propositũ: accipiã.n. ex secũda cõclusione quod oẽs ãguli laterales.i. oẽs anguli preter angulos basis excedũt oẽs angulos basis precise in 4. rectis. cũ igit̃ anguli laterales diuidãtur in angulos qui attingũt basiꝫ et in angulos qui cõstituũt angulũ solidũ sup̃mũ a accipio ex prima quod anguli qui attingũt basiꝫ sũt maiores angulis basis relinquitur g̃ nccio quod anguli qui sũt apud a sunt minores.4. rectis q̃si possent valere.4. rectos precise: ponatur q̃ accipiãtur cũ angulis qui attingũt basiꝫ: sed anguli attingẽtes basiꝫ valẽt tm̃ q̃tũ valent anguli basis et aliquid plus per primã igitur oẽs anguli laterales addunt super oẽs angulos basis.4. rectos et aliquid plus quod est impossibile per secũdam cũ igitur ex opposito ɔclusionis cũ altera premissaꝝ puta prima sequatur oppositũ alterius premisse scꝫ cõclusionis secũde pꝫ quod illa prima illatio erat bona. Non aũt solũ concludit hec demõstratio de angulis piramiđ sed de quibuscũq̃ ãgulis solidis qm̃ si accipias angulũ solidum ycocedronis.i. 20. sup̃ficieꝝ triangulariũ vel alterius corpõris solidi regularis et subtendas ei sup̃ficiẽ abscidentẽ ipm angulũ ɔstat q̃ habes piramidem et erit demõstratio sicut prius. Et ita pꝫ quod ista demõstratio vłis est ad oẽm angulum solidum. Ex istis ergo apparet via ad demonstrandum dispositiones et naturas corporum regularium.

¶ Capitulũ quartũ de cõstitutione corpoꝝ regularium

Prima conclusio.

e Ex sup̃ficiebus triãgularibus tria tm̃ corpora regularia ɔstituere possibile est. ¶ Tetracedron.n. octocedron et icocedron ex sup̃ficieb⁹ triãgularibus cõsistũt nec plura possibile est ɔstitui corpora regularia in basibus triangularibus. dicũt̃ aũt corpora regularia q̃ eq̃angula sunt et eq̃latera et sp̃a atq̃ a se inuicẽ circũscriptibilia vt cãpanus dicit q̃propt̃ oꝫ qḋ sint ex sup̃ficiebus regularibus q̃ sũt eq̃angule et eq̃latere hoc igit̃ supposito patebit intẽtũ. Impossibile.n. est ex.6. angulis triangoloꝝ taliũ cõponi angulũ solidũ aut ex pluribus p̃ p̃missam q̃r.6. anguli tales.4. rctõs valẽt et plures valẽt ãplius nec ex duobus tm̃ possibile est cõponi angulũ solidum per diffinitionẽ anguli solidi igitur ex trib⁹ solũ et ex.4. et.5. talibus põt esse angulus solidus. cũ tã.3. q̃.4. q̃.5. deficiãt a.4. rectis et ideo figura corporalis ex sup̃ficiebus triãgularibus regularib⁹ solũ tũc fieri põt qñ aut.3. aut.4. aut.5. anguli sup̃ficiales ad cõponẽdũ angulũ corporalẽ cõcurrunt: Si igit̃ ex tribus angulis triangoloꝝ regulariũ fiat angulus solidus tunc oꝫ quod.4. sint sup̃ficies triangulares in corpore illo propter q̃ tetracedron nũcupatur a tetra qḋ est.4. vocat̃ ẽt piramis.4. basiũ et cõstat qḋ erũt.4. anguli solidi in illo corpore.4. eniꝫ triãguli habẽt angulos. 12. cum igitur ex illis fiant anguli solidi secundum ternarios et in.12. sint.4. ternarij: manifestum est quod.4. erunt ibi anguli solidi. Si autem ex.4. angulis triangulorum fiat angulus solidus tunc oportet quod sint.8. trianguli in illo corpore et ob hoc dicitur octocedron in quo constat q̃ sũt sex anguli solidi in illo corpore.8. enim triãguli habent angulos.24. cum enim semper.4. de illis concurrant ad componẽdum angulũ solidum et.24. sint sexcies.4. clarum est quod sex erunt anguli solidi in illo corpore. Si aũt ex.5. angulis triãguloꝝ fiat angulus solidus tunc oꝫ quod in illo corpore sit .20. suꝑficies triãgulares vndiq̄ꝫ vt pꝫ ad sensũ in corꝑibus taliter fabricatis vnde ⁊ vocat̃ ycocedron .i. 20. basiũ et constat quod erũt .12. anguli solidi in tali corpore. 20. eñi triãguli hñt .60. angulos. cum igitur de illis cõponatur anguli solidi s̃m quinarios et in .60. sunt .12. quinarij manifestum est ꝙ .12. erunt anguli solidi in eo et ꝑ hoc habetur via clara ad fabricandũ talia corpora.

Secunda conclusio

e X suꝑficiebus quadrãgularibus vnũ tm̃ regulare corpus ꝯponit̃. ¶ Ista pꝫ statiꝫ. oꝫ .n. quod sit ex oĩbus quadratis suꝑficiebus: angulus aũt quadrati rectus est igit̃ tm̃ .3. anguli tales cõiũcti possũt angulũ corporalẽ facere: nã si addãt̃ .4. iam non erit angulus solidus ex eis. vt pꝫ ex cõclusione tercia. Si ergo .3. anguli quadratoꝝ cõcurrãt ad ãgulũ solidũ causandũ tũc in tali corpore erũt .6. suꝑficies quadrate sicut est in taxillo ⁊ hec figura cub⁹ vocatur et exacedron ab exa grece ꝙ est .6. latine et cõstat qꝺ in tali corꝑe .8. sunt anguli solidi.

Tercia cõclusio

e X suꝑficiebus pẽtagonis vnũ tm̃ corpus regulare cõponitur. Ista statim pꝫ nã cũ angulus pẽtagoni regularis sit maior ãgulo quadrati sicut pꝫ ex ꝑma ꝑte huius porpoĩtiõe .6. capitli de lineis cũq̄ꝫ minus possit angulus solidus constare ex .4. angulis pẽtagoni regularis q̄ꝫ ex .4. angulis quadrati cũ ḡ non põt cõstare ex istis. ḡ nec ex illis .4. cũ sint maiores: oꝫ igitur vt solũ tres ãguli pẽtagoni cõcurrãt ad angulũ solidũ ꝯstituẽdũ et tũc in illo corpore erũt .12. suꝑficies pẽtagone sicut pꝫ in fabricatiõe talis corꝑis et propter hoc vocat̃ duodecedron ⁊ qꝛ .12. pẽtagoni hñt .60. angulos cũ igit̃ tres anguli cõcurrũt ad cõstituẽdũ angulũ solidum et cũ in .60. sint .20. ternarij ideo nccẽ est vt sint .20. ãguli solidi in corpore tali et sic pꝫ ꝓbatio.

Quarta conclusio.

p Reter quinq̄ꝫ corpora regularia predicta ĩpossibile est vt sit corpus regulare multilateꝝ. dico aũt multilateꝝ propt̃ ipã q̄ regularissima capacissima et vniformissima est q̄lis nata est in corporib⁹ esse. ¶ Cõclusio pꝫ qm̃ post pẽtagonũ sequit̃ exagonus in ordine figuraꝝ ex suꝑficiebus aũt exagonis nõ est possibile qꝺ sit aliq̄ figura regularis qꝛ nullus angul' corꝑalis põt fieri ex angulis taliũ exagonoꝝ propter hoc qꝺ .3. anguli tales valẽt .4. rectos. qꝛ oẽs .6. anguli exagoni valẽt .8. sic̃ ex ꝑria ꝑte notũ est: cũ igit̃ nullus angulus corꝑalis valeat .4. rectos ex t̃cia cpli ꝑcedẽtis et angulus corꝑalis nõ põt esse ex paucioribus q̄ꝫ ex tribus angulis suꝑficialibus ꝑ diffinitionẽ anguli solidi: manifestũ est qꝺ ex suꝑficiebus exagonis nõ sit regulare corpus vllomõ. Ulteri⁹ cũ q̄lꝫ figura exagonũ seq̄ns hẽat maiores anglos q̄ꝫ sũt ãguli exagoni ĩpossibile ẽ qꝺ fiat aliq̄ figura regularis ex eis. sic ḡ in p̃nti cplo inuestigauimus breuiter numerum et dispositionẽ corpoꝝ regularium per euidentiam demonstratiuam per quam etiam pꝫ fabricatio talium corporum.

Capitulũ quintũ de loci replecione

c Onsequẽter ad ista videre oꝫ de loci replectiõe et q̄ de corporis regularibus locũ replere nata sũt. ¶ Circa hoc aũt negociãtur tã methaphisici q̄ꝫ naturales quẽadmodũ notũ est ꝑ arteꝫ tercio celi ⁊ mũdi et ꝑ cõmẽtatorẽ eius et ꝓpter hoc arguit̃ vtilior huius rei ꝑicia. oꝫ aũt recipe replecionẽ loci in solidis ꝓporcionabilit̃ ad replecionẽ loci in planis de qua dictũ est supra ꝑte ꝑria cplo de lineis: sicut .n. ibi replere locũ est occupare totũ spaciũ qꝺ circũstat aliquẽ pũctũ in plano qꝺ fit ꝑ .4. rectos angulos in forma vel ĩ valore sicut ibiꝺ dictũ est ita ⁊ hic replere locũ est replere totũ spaciũ corporale qꝺ circũstat pũctũ suꝑ quẽ intersecãt se .3. linee ad ãgulos rectos Et dicit auerois qꝺ paucitas suꝑficieꝝ replentium sua loca causa est paucitatis corpoꝝ replentium sua loca. scimus autem ex ꝑima parte huius libri quod tantum tres figure superficiales regulares scilicet triangulus quadrangulus et exagonus replent locum propter ꝙ videtur auerois ponẽ ꝙ tantum cubus et piramis in solidis replent locum cubus enim in corporali replecione

methamatici

correspõdet q̄drato in superficiali replectione quia cubus fit ex q̄dratis suꝑficieb⁹ regularibus et piramis correspõdet triangulo regulari quia fit ex triangulis. sed figure exagone non correspõdet figura tercia corporalis replẽs locum qm̃ ex exagonijs non est possibile aliquod corpus regulare constitui vt patet ex precedenti capitulo demonstratione vltima. Sed hec non est nisi persuasio. dico ergo quod secundum veritatem cubus replet locum sed secundũ opinionem auerois piramis etiaꝫ replet locum. Ad hñdam aũt certitudinem de cubo plus valet experientia videm⁹ enim ad sensum et ad expientiã ꝙ octo cubi cõgregati circa vnũ punctũ totũ spaciũ circa ipm̃ replent ad oẽm drãm positionis. si .n. intelligamus .3. lineas in aere intersecãtes se ortogonaliter: sicut apparꝫ in tribus paleis sibi mutuo aplicatis q̄ faciũt .12. angulus rectos sicut pꝫ inter illas lineas suꝑius intercipiẽtur .4. cubi sine interuallo et alij .4. inferius cõsimiliter ita quod supra seccionẽ .4. et ĩfra etiam .4. et ita .8. cubi totũ spaciũ occupabunt. Est tñ etiam ad hoc ratio satis cogens nã vt declaratum est in arithmetica si cubus ducatur in cubũ producetur cubus. accipiatur ḡ corpus cubicum et multiplicabo talia corpora cubica secundum cubicum numeꝝ Uerbigr̃a secũdum .8. qui est primus numerus cubus ex illa ḡ propositiõe arithmetice si cõponantur illa .8. faciunt cubũ. sed non facerent cubum nisi replerent locũ circa vnum punctum quem omnes attingunt manifestum est qm̃ aliter magna esset eoꝝ separacio ad inuicem extrinsecus. oꝫ ḡ vt locum repleãt. Sed si obiceres quod si ista ratio concluderet sequeretur quod .27. cubi replerent locum quia .27. est numerus cubicus et ita de omnibus alijs cubicis quod est manifeste falsum nã si .8. replent locum impossibile est plura vel pauciora corpora concurrere ad replendũ locum: sicut in superficiebus. quia .6. trigoni .3. exagoni .4. tetragoni replent locum impossibile est vt ex eis plures vel pauciores repleant locum et dico ad illud quod in proposito locus dicitur repleri quando corpora repletiua concurrũt et cõtingũt vnum punctum ita quod non sufficit ad replectionem loci in proposito quod nõ intercipiatur vacuum siue separacio inter ꝑtes. sed cum hoc requiritur quod ista corpora contingant vnum punctum in medio: nunc autem cubi .8. sic excludunt vacuũ siue separacionem partiũ ꝙ quilꝫ eoꝝ transmittit angulum vnum ad cõem puctum

situatum

in medio situatum ꝙ non facit quisq̄ꝫ alius numerus cubicorum. ex quo pꝫ quod ratio predicta solum habet locum in octonario cubo ⁊ in nullo alio nũero siue cubico siue non cubico. Est adhuc alia instancia siue ambiguitas soluenda: si enim .8. cubi replẽt locum. s. octo angulis solidis concurrentibus ad vnum punctum cum quilꝫ talis angulus solidus sit ex talibus tribus ſ̃ficialibus angulis rectis vr̃ quod ad replectionẽ loci requirantur .24. recti: nam ter .8. sunt .24. nunc autem tribus lineis se intersecantibus solum .12. apparent anguli recti vt supra dictũ est. Ad hoc dicendum est quod in corporibus congregatis circa vnum punctum semper duo anguli superficiales duplorum anglorum corporalium coniuncti sunt secũdũ profundum et ideo nõ plus faciunt duo q̄ꝫ si esset vnus solus. De piramide magna est altercacio qm̃ aueruys ponit ꝙ .12. piramides replent locum: propter hoc ꝙ .12. anguli piramidũ valent .8. angulos cuborum igitur ita replet locum vna figura sicut et alia assumptum probatur quoniam quilibet angulus solidus piramidis est ex tribus ãgulis superficialibus qui valent .2. rectos quilibet enim est tercia pars duorũ rectoꝝ ergo .12. tales valent .24. rectos sicut octo anguli cuboꝝ. Alij reprehendunt auerruyꝫ in hoc dicentes quod non minus q̄ꝫ .20. replent locum et alegant experienciã pro se et hoc vr̃ satis rationabile quia ex eis resultaret corpus .20. basium quod vocatur icocedron et si intelligamus subtili ymaginatione icocedron diuidi in piramides ductis lineis a singulis angulis cuiuslibet basis de .20. basibus eius in medium ipsius corporis videnẽ resultare viginti piramides. Et ita videtur esse verisimilior sentencia eorum qui dicunt viginti pyramides posse replere locum et omnino cer-

duorum

ista .5.

tum est q ratio aueruis non procedit. non.n. valet ꝯntia anguli supficiales. 12. piramidum valent angulos supficiales.8.cuboꝝ igitur tantā corpulencia est sub istis sicut sub illis. possibile.n.est quod angulus solidus minoris corpulencie contineatur sub tantis vel maioribus angulis planis sicut minor supficies cōtineri potest sub eq̄libus vel maioribus lineis vt in secūda pte demonstratū est propterea si valeret ra-
.m. cio aueruis de piramide cōcluderet necessario de octocedron quia repleret locum quod tñ nulla opinio nec ipse aristoteles dicit: angulus. n. solidus octocedron continetur a.4. angulis triāguloꝝ regularium q̄propter cum tres de illis valeāt duos rectos et vnus vnem terciam duoꝝ rectoꝝ sequitur quod.9. eius anguli valent. 8. angulos.cuboꝝ valebunt enim tales.9.primo.18.rectos et remanet de quolȝ vnus angulus: et ita.9.sunt anguli plani remanentes qui valent.6.rectos: igitur omnes valent.24.rectos quantus est valor.8.angulorum cubicorū. Item si.12.piramides replerent locum sequeretur quod ex eis resultaret corpus.12. basium triangulariū congregatis ipsis circa vnum punctum: quia de qualȝ piramide esset vnus triangulus in superficie illius corporis et cum isti triāguli essent equales et regulares oporteret tale corpus esse regulare et ita preter. 5. corpora regularia esset sextū corpus regulare cuius oppositum demonstratum est. De. 20. piramidibus si repleant locū q̄uis detur probabile non est tñ vsq̄quaq̄ certum quia q̄ diceret. 8. piramides replere locum: diceret similiter ex ipsis resultaret corpus.8.basium q vocatur octocedron: et item ipsum octocedron similiter resolueret subtiliter ymagināns in.8.piramides. Si tamen constaret quod piramides in quas predicto modo resolueretur ycocedron essent regulares, iam non videretur res esse dubia: sed quia per viā disputationis non possumus pro nūc ad plenam certitudinem deuenire ideo relinquit ad presens illud indiscussum

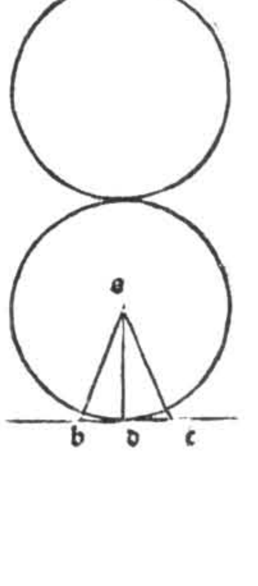
Capitulū sextū determinat de spera.

Unc post tractatum de corporibus poligonijs regularibus tangendū est
n aliq̄d de spera que ē figura regularis simpliciter vniformis maxima nobilis et perfecta incipiendo a diffinitionibus et subiungam cōclusiones de circulis in spera significabilibus sequēdo dicta theodosij phi. Secūdum ergo theodosium spera est figura solida vna tantum superficie contenta. in cuius superficiei medio est punctus a quo omnes linee recte ducte ad superficiem eiusdem spere sūt equales et hic quidem punctus dicitur spere centrum. Hāc quidem diffinicionem comprehendit aristotel' breuiter quarto et septimo methaphisice vbi dicit spera est figura solida ex medio equalis. Secūdum theodosiū diameter spere est linea transiens per centrum spere aplicans extremitates suas superficiei spere ex vtraq̄ pte Axis spere est diameter eiusdem spere: que cū spera circa ipsam diametrū voluitur fixa manet. Axis autē extremitates poli spere nominantur. Polus circuli in spera signati est punctus exñs in superficie spere. a quo omnes linee ducte ad ipsius circuli circūferentiam sunt equales. Circulus in spera per centrū transire dicitur in cui9 superficie centrum spere consistit. circuli in spera a centro equaliter distare dicūtur qñ perpendiculares linee a centro spere ad ipsoꝝ circuloꝝ superficies ducte fuerit adinuicem equales sicut duo tropici: Plus autem circulus a cētro distare dicit̄ super cui9 superficiem cadens linea perpendicularis est longior: ⁊ nota quod circul9 in hijs diffinitionibus non accipitur pro circumferentia tantum in superficie conuexa ipsius spere descripta sed pro circulari superficie plana trāseunte imaginabiliter per spere corpulentiam et ad circūferentiam in spere superficie descriptam terminata. Angulus speralis dicitur angulus ex duobus arcubus in superficie spere proueniens. Angulus rectus speralis d' angulus inter duos arcus interceptus cū oēs interceptiones arcuum equales fuerint. Angulus qui recto maior est obtusus dicitur qui vero recto minor accutus appellat̄. Circulus in sfficie spere descriptus sup

circulum inclinatus dicitur cum eoꝝ intersecciones fuerint secundum angulos inequales. inclinatio aūt eoꝝ dicitur differēcia recti anguli et circuli in spera sup alios circulos equaliter inclinari dicūtur quoꝝ inclinatiōes sūt equales. Magis autē inclinati sunt quoꝝ inclinatio fuerit maior. Minus inclinati dicūtur quoꝝ iclinatio minor fuerit. Sperā supficies contingere dicitur q̄ cū speram tangit in q̄cūq̄ ptem fuerit protracta eandem speram nō seccat sit ḡ prima conclusio de spera tangente planum que est apud theodosium tercia et est talis.

Prima conclusio

f Ispera planā superficies contingat in vno puncto tātū contingere ncc̄e est Ex quo manifestum est. multo magis speram aspera cōtingi in pūcto ¶ Si enim in pluri contingat q̄ in puncto aut igitur in linea aut in superficie et siquidem in superficie: necesse est vt ēt in linea contingat quia supficies non est sine linea. si āt in linea contingat iam reddit demōstratio quarti cpl'i de circulis que probat circulū contingere lineam in puncto solū. Si aūt spera contingat planum super lineā a cētro spere que sit a ad terminos linee fm q̄ spera cōtingit planū que sunt. b c. protrahatur lineam a d in medium linee b c et erūt duo triāguli. a d b et a d c. Tūc arguo sic aut a d linea incidit c b linee orthogonaliter aut non si sic: erit in vtroq̄ triāgulo angulus apud d rectus et per ꝯñs in istis triangulis erunt latera a b et a c longiora latere a d per terciam capituli de triangulis cum maioribus angulis in illis triangulis opponantur. Si vero. a d. linea non incidat linee. b c: orthogonaliter tunc angulum obtusum facit cum linea b c et ei in suo triāgulo maius latus opponitur per eandem terciam ex quo sequitur quod.3.linee venientes a centro. a. vsq̄ ad puncta b d c .non sint equales. sed illa tria puncta sunt pūcta circūferencie: igitur in spera linee venientes a centro ad circūferentiam nō sunt equales quod est oppositum spe et circuli diffinitionis. Correlarium de spera speram tangente p3 manifeste ex declaratione diffinitionis.



Secunda conclusio

v Nam speram.12.spere equales circūposite contingunt. ¶ Ista ptīȝ est manifesta per vltimā cpl'i de circulis. q eniȝ.6.spere orbiculariter aplicentur spe principali. p3 per illam q si signetur circulus maior in spera qualȝ tunc erit demonstratio vt prius sed qm̄ spacium est vtrobiq̄ iuxta lat̄a illaꝝ.6.sperarum ordinatarum in circuitu spere principalis. faciliter conuincitur q non nisi.3.spere in vno spacio et.3. in alio capi possint et sensus hoc indicat nam cum fecerimus.13. speras decera equales videbimus quod.12.sic possūt aplicari circa tredecimā ita quod quelȝ illarum contingat eam inferius et cum hoc quatuor de speris lateralibus vt sit contactus cuiuslibet sperarū lateralium fm.5.puncta que sunt termini diametrorum seccancium se lateraliter siue orthogonaliter in vno quoq̄ nisi quia apud terminuȝ vnius diametri qui est sextus pūctus non est contactus quia superius alias speras non contingunt. Post hoc ponam cōclusiones de circulis in spera significabilibus et prima erit ista que est tercia in ordine.

Tercia conclusio.

f I in spera plurimi circuli signentur is qui per centrum spere trāsierit omnibus erit maior. Reliquoꝝ quidem. hij quoꝝ lōgitudo a centro equalis fuerit erūt eq̄les. at cui9 lōgitudo a centro maior fuerit. minor erit et cuius longitudo mior fuerit ē maior. ¶ Hāc ꝯclusionē et seq̄ntes volo exēplificādo deducere et q̄r ordinant̄ ad astronomiā ideo cōueniēter in spera celesti vel matiali celestē speram representāte exēplificari possūt. sūt. n. in spera celesti plurimi circuli signati sicut p3 in spa matiali eoꝝ aūt q̄ quid per cētrū trāsierit alijs sūt maiores sicut eq̄nocialis et zodiacus et coluri et hmōi: qui p cētrū transeūt et sunt maiores tropicis et circul' articis qui p centrū spere non trāseūt. Et istoꝝ hij quid sunt eq̄les quoꝝ longitudo

a centro equalis est vt duo tropici ⁊ duo artici. Inequales aũt sunt quoꝝ lõgitudo
a centro est inequalis et maioꝛ cuius longitudo a centro minoꝛ est minoꝛ vero cuius
longitudo a centro maioꝛ sicut pꝫ accipiendo tropicum cancri et circulum articum.
Accipitur aũt hic circulus non pro circũferencia tm̃ sed pro supficie circulari sicut
in precedenti capitulo expositũ est. Ex ista propositione accipitur ille diffinitiões
maioꝝ et minoꝝ circuloꝝ in spa matiali. s. qð maioꝛ circul⁹ in spa dr̃ qui descriptus
in supficie spere sup eius centro sperã diuidit in duo equalia. minoꝛ vero qui diuidit
eã in porciones ineqles. Ex ista eciaꝫ accipitur numerus vtrobiqꝫ circuloꝝ in spera
materiali quia maiores sunt. 6. qui scꝫ trãseunt per cẽtrũ spere minores aũt. 4. qui
extra centrum transeunt. Theodosi⁹ aũt non limitat hos aut illos ad aliquem determinatum numerum. quarta conclusio sit de eque distantibus.

Quarta conclusio

c Irculi equales et equedistantes in spera nõ sunt nisi duo tm̃ inequales võ
et in equedistantes infiniti. Omnium aũt eque distantiũ eosdẽ esse polos necesse est. ¶ Prima ps sequit̃ ex premissa. Equales. n. sũt circuli quoꝝ longitudo est
equalis a cẽtro vt dicit premissa hec aũt lõgitudo mesurat per ppẽdiculares lineas
a centro spere ad ipsoꝝ circuloꝝ supficies ductas p diffinitione equaliter distanciũ
a centro: tales aũt ppẽdiculares respectu eque distanciũ circuloꝝ a cẽtro nõ possunt
esse nisi due q̃ cõiungũtur in centro et vnã rectã lineam faciũt g̃. ⁊c. Istud etiam pꝫ
in circulis spere materialis: nam tropico cancri nullũ equedistantẽ circulũ possibile
est esse equalẽ nisi tropicũ capricorni et siliter de duobus circulis. s. artico ⁊ antartico qꝛ circulo artico nullus in spera est equalis nisi circulus antarticus. Quod autem
inequales et in eque distantes possunt esse infiniti manifestũ est quis in spera materiali sint solum. 5. eque distantes. Tercia pars pꝫ ex diffinitione poli. Est. n. polus
punctus in superficie spere a quo oẽs linee recte ad ipsius circuli circũferentia protracte sunt equales. nunc aũt quicunqꝫ paraleloꝝ accipiatur in spera constat quod
oẽs linee ducte a polo mundi ad eius circũferenciaꝫ sunt equales. Quinta conclusio
sit de circulis contingentibus.

Quinta conclusio.

c Irculoꝝ se cõtingentiũ diuersos esse polos ncc̃e est. eruntqꝫ amboꝝ poli in
vno circulo trãseunte per locum contactus. ¶ Prima pars pꝫ qm̃ circuli se
se cõtingẽtes in oĩbus locis separãtur nisi in puncto contingẽtie vel cõtactus pꝫ in
zodiaco et tropico qui tantũ in pũcto tropico se contingũt: accipio g̃ polum minoris circuli puta poluꝫ mũdi qui est polus circuli tropici. qꝛ ab eo protracte linee ad
tropicũ sunt equales linee per poli diffinitionẽ: si igitur pũctus iste sit polus zodiaci
sequitur quod linee ab eo ducte vsqꝫ ad zodiacũ sunt equales. hoc autẽ apparet esse
falsum ad sensum et facile erit deducere ad impossibile contradicẽtẽ. Secũda pars
pꝫ nã polus zodiaci est in eodẽ circulo cum polo mundi in circulo scꝫ qui transit per
locum contactus zodiaci et tropici. hic autẽ circulus est colurus solsticioꝝ sicut pꝫ
in spera materiali. Sexta conclusio est de circulis sese intersecãtibus in spera

Sexta conclusio.

s I aliquẽ circulũ maiorẽ in spera circulus alius per equalia diuiserit ipꝫ quo
qꝫ diuidẽtem de maioribus circulis esse necesse est ꝙ si ortogonaliter et per equalia scꝫ ad angulos rectos diuiserit: vtriqꝫ per polos alterius transire conueniet.
¶ Prima ps pꝫ si. n. aliquis circulus aliquem maiorẽ circulũ per equalia diuiserit
oꝫ quod diuidat eũ sup eius cẽtrũ. centrũ autẽ maioris circuli in spera est centrũ spere
quare ppter oꝫ quod talis circulus diuidẽs trãseat per cẽtrũ spere g̃ erit circulus maior in spera p terciã huius cpli. Secũda ps pꝫ qm̃ si cũ hoc quod diuidit ipm̃ p eq̃lia
diuidat ipm̃ ad angulos rectos cum mutuo se diuidant ortogonaliter ⁊ per equalia
mutuo quoque per suos polos transibunt sicut patet de duobus coluris in spera et
de alterutro colurorum et de equinociali circulo et sic de aliis similibus. Ex hoc pꝫ

quod in spera trãsire per polos et secare ortogonaliter et diuidere per equalia coniungũtur neccio et vnũ illoꝝ alterũ antecedit et sequitur et hoc multũ vꝫ ad noticiã
ortus et occasus signoꝝ in astronomia sicut alias declaraui. Septima conclusio et
sequẽtes erũt de circulis quoꝝ vnus est inclinatus sup aliũ isti sunt etiam de intersecantibus speram.

Septima conclusio

o Mnis circulus maioꝛ secans circulos quoscũqꝫ equedistãtes in spera et inclinatus sup ipsos diuidit eos oẽs in duas portiones inequales preter circulum maiorẽ qui eis equedistabit. ⁊ vnaqueqꝫ portionũ apparẽtiũ que sunt inter circulũ maiorẽ ex eq̃distãtib⁹ et polũ manifestum semicirculo maioꝛ est. At võ q̃lꝫ eaꝝ
que sunt inter eũdem maiorẽ circulũ et polum occultũ est semicirculo minoꝛ. Coalterne vero portiones circuloꝝ equedistãtiũ et equaliũ adinuicẽ eq̃les sunt ¶ Istaꝫ
propositionẽ theodosij breuiter expono in terminis ⁊ hoc sufficiet. maioꝛ circulus
inclinatus est zodiacus vel orizõ obliqus equedistãtes circuli sũt circuli ymaginati
inter tropicos duos quoꝝ maioꝛ est equinocialis q̃s oẽs seccat zodiacus vel orizon
obliquus ad porciones inequales preter equinocialem. Et portiones que sũt v̾sus
polum articũ apparẽtes supra sũt maiores semicirculo. portiões võ nõ apparẽtes
versus polum antarticum sunt minores semicirculo. sed coalterne portiones circuloꝝ equaliũ hinc inde sũt equales quia porcio patens ex vna pte equinocial' et porcio latens ad aliam ptem equinocialis ad tantã distãciã equales sunt: et qꝛ in spera
mũdi arcus isti sunt arcus dierũ et nociũ in diuersis tẽporibus sequitur igitur quod
dies et noctes sunt inequales: et ex ista propositione poterũt patere ea que accidũt
circa inequalitatem dierum et nociũ in diuersis anni temporibus.

Octaua conclusio.

c Um in spera duo circuli maiores se inuicem secant si ab alterutra eaꝝ seccionũ ex vtroqꝫ eoꝝ duo arcus equales adinuicẽ separentur quos punctus seccionis cõis continuat rectas lineas q̃ eoꝝ extremitates cõtinuãt oportet esse eq̃les
¶ Uerbigr̃a. sit duo circuli maiores secãtes se in spera. s. equinocialis et zodiacus
puncta vero seccionũ sint puncta equinocialia. Accipiam tunc alterũ pũctum duarum seccionum puta punctum arietis et sit a. et accipiam duos arcus equales in zodiaco conterminatos ad a puta signũ pisciũ et signum arietis et accipiam in equinociali duos arcus equales copulatos ad a et sint b a et c a et b a correspondeat signo
piscium a c signo arietis: tunc dico ꝙ si ducatur vna recta linea a principio pisciũ ad
b et alia ad finem arietis ad c dico ꝙ iste due linee recte sũt inter se equales. Ex isto
apparet quod tanta est declinacio solis in signis australibus q̃ta est in septẽtrionalibus et cũ sol est in fine arietis tanto declinat q̃to in principio pisciũ et sic de alijs.

Nona conclusio.

c Irculus maioꝛ in spera si super alium circulum maiorem fuerit inclinatus:
fuerintque ex vna ~~qualibet~~ quarta circuli inclinati cuius principium sit alterutra pũcta duarum seccionum duoqꝫ arcus separati equales continui arcus circulorum maiorum a polo alterius per extremitates horum duoꝝ arcuum in ipsius
circũferenciam cadentes ex ipsa circũferencia arcus inequales abscindunt: quorum
ille est maioꝛ qui erit ab eoꝝ seccione cõmuni remocioꝛ. ¶ Uerbigratia. zodiacus
inclinatur super equinocialem maioꝛ circulus in spera super alium maiorem de zodiaco accipio vnã quartaꝫ illa m. s. que est a principio arietis vsqꝫ in finem geminoꝝ
et ex hac quarta volo separare duos arcus equales ꝯtinuos et sint duo signa aries
et taurus: volo tunc quod descendant tres arcus circuloꝝ maiorum a polo mundi
qui est polus equinocialis per tria puncta illorum arcuum scꝫ per primum pũctum
arietis et per primum punctum tauri et per primum punctum geminorum vsqꝫ ad
equinocialem circulum isti tres arcus sic descẽdentes a polo mũdi in equinocialẽ p
tria pũcta predicta abscindẽtes equales arcus a zodiaco abscindũt tm̃ ab eq̃nociali

arcus inequales quorum ille est maior qui est a cōmuni seccione. s. a pūcto arietis remocior. ex quo p3 quod arcus equinocialis qui abscinditur cū tauro est maior arcu equinocialis qui abscinditur cum ariete. similiter arcus qui abscinditur cū geminis maior est eo qui abscinditur cum tauro et hec est racio quare signa cum equalia sint tamen inequales habent ascēsiones: quia equales arcus de equinociali circulo habent neccessario equales ascēsiones quia motus celi est super eius polos et est equalis et vniformis hinc aūt est ꝙ cum equali arcu de zodiaco oritur qnqȝ plus qnqȝ minus de equinociali circulo sicut conuincitur per hanc conclusionem euidenter et in hoc completa est quarta pars huius libelli. ¶ Et sic est finis huius operis.

¶ Recollectio oīm proportionum numeralium.

o Mnis proportio aut est equalitatis aut inequalitatis. ¶ Equalitatis proportio est quando due q̄titates equales adinuicem cōparant vt. 4. et. 4. et. 3. et. 3. ꝛc. Proportio inequalitatis est duplex sc3 maioris inequalitatis et minoris. Maioris inequalitatis est qn̄ maior terminus precedit et minor subseq̄t vt. 8. ad. 4.: minoris vo ecōuerso. In pportiōe maioris ieq̄litatis si maior t̄min⁹ excedit minorē aliq̄ciens dr̄ pportio multiplex. cuius species sunt dupla tripla q̄drupla ꝛc. dupla proportio est qn̄ vna q̄titas continet aliā bis. et tripla qn̄ vna cōtinet aliā ter. vt. 8. ad. 4. 9. ad. 3. Si vero maior terminus continet minorē solum semel et cū hoc aliquid vltra ꝙ indiuisum est ps aliquota minoris tunc dr̄ proportio supparticularis. vt. 6. ad. 4. Cuius spēs sunt sexq̄altera sexquitercia sexquiquarta ḡ si illud aliquid quod maior terminus cōtinet vltra minorem. sit medietas minoris termini tūc dicitur pporcio sexquialtera vt inter. 6. et. 4. et si sit tercia ps dicitur sexquitercia vt inter. 8. et. 6. et sic de alijs. Et si maior terminus continet minorē solum semel et cū hoc aliq̄d aliud ꝙ indiuisū non est pars aliq̄ta minoris tunc dicitur proportio suppartiēs vt. 5. ad. 3. Cuius spēs sunt supbipartiens tercias suptripartiens q̄rtas nā si illud aliquid ꝙ indiuisum nō potest esse pars aliquota minoris diuidatur in duas ptes aliquotas minoris vocabitur proporcio supbipartiens et si in. 3. dicitur supertripartiens. ꝛc. et tunc consideranda est quel3 illaꝝ duaꝝ partium vel trium vel. 4. quota pars est minoris termini quia si sunt due et quel3 est tercia pars minoris vocabitur proportio supbipartiens tercias vel supbitercia vt iter. 5. et. 3. et. 10. et. 6. et si sint. 3. ptes et quel3 est quarta pars minoris vocabitur proporcio supertripartiēs quartas vel supertriquarta vt inter. 7. et. 4. aut. 27. et. 12. et sic de alijs. Ex prima istarum sc3 ex multiplici et ex duab⁹ reliquis componuntur alie due species proporciōis sc3 multiplex superparticularis. et multiplex superpartiēs. et iste due species non differunt a superparticulari et superpartienti nisi quod ibi maior termin⁹ continet minorem solum semel sed in hijs ad minus bis et aliquid vltra quod si illud aliquid sit medietas minoris dicitur dupla sexquialtera sed si sit tercia pars dicitur dupla sexquitercia et sic de alijs speciebus multiplicis superparticularis proportiōis Verbigratia. 10. ad. 4. est proportio multiplex dupla superparticularis sexquialtera aut dupla sexquialtera. 14. ad. 6. est dupla sexquitercia. Et eodem modo dicēdū est de multiplici superpartienti vt inter. 16. et. 6. est proporcio dupla superbitercia et inter. 32. et. 12. est dupla supertriquarta et sic de alijs. Et nota ꝙ quot modis dicitur proportio maioris inequalitatis tot modis dicitur proportio minoris inequalitatis et in tot species diuiditur que non differunt a prioribus speciebus nisi preposita hac prepositione sub. Deo gratias.

Tractatus de quadratura circuli editus a quodam archiepiscopo ordinis fratrum minorum Prohemium.

a Ristoteles in eo qui de cathegorijs libro īscribitur dicit quadratura quidem circuli scibilis est sciencia aūt eius nōdū īuenta est ꝛ in plerisqȝ locis reprehendit multos et magnos qui hoc demōstrare conantes enormiter errauerūt. Hic vero quadratura circuli demonstratur et primo p̄mitūt. 4. ↄclusiones et probātur secūdo ex hijs inducitur et cōcluditur quinta principaliter intēta.

Prima conclusio.

l Ineā orbiculariter ductam bina diametro in. 4. equalia secare. ¶ Diameter est linea recta ab extremo in extremū per cētrū ducta diuidens figuram in duas ptes equales vt p3 hic in prima figura. Si vero due sunt diametri sese intersecantes in centro ad angulos equales diuidūt figurā in. 4. ptes vt hic p3 p scōam figuram. dicitur aūt diameter ad dia ꝙ est duo ꝛ metros ꝙ est mensura. quasi duoꝝ mensura. s. duaꝝ medietatū.

¶ Secunda conclusio.

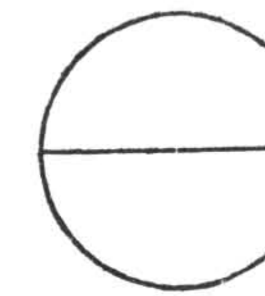
l Inee orbiculariter ducte lineā rectam equalē dare ¶ Iuxta mathematicoꝝ sentēciam ꝛ phisicā veritatē circulus diuiditur in. 22. ptes quaꝝ vna remota sc3 vigesimasecūda pte tercia pars sūme remanētis est diameter circuli sc3 septenarius. siue. 7. tripletur igit̄ diameter ꝛ addat̄ septīa diametri pars ordinēturqȝ ptes huius in recto et hēbitur linea recta eq̄lis circulari linee vt hic liquidū est videre.

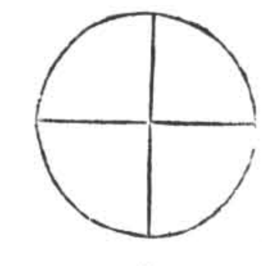
Tercia conclusio

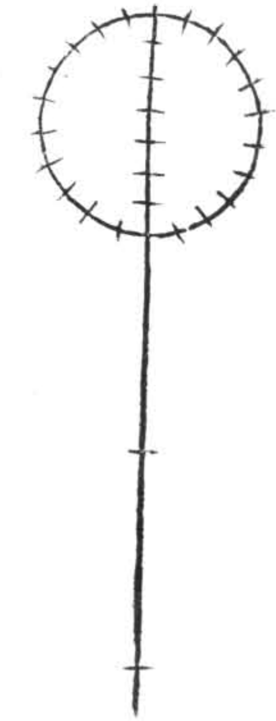
l Ineā rectā in. 4. equalia secare. ¶ ꝙ sic p3 fiat circulus vnus deinde circino non restricto nec ampliato sed stante vniformiter vt prius ponat̄ pes circini in circūferentia et ducatur et secūdus circulus ↄstituatur qui in duobus locis intersecet primū et interseccetur ab eo trāsiēs p cētrū primi. de hinc ducatur linea recta per ābo cētra ab extremo in extremū vtriusqȝ circuli et vbi terminabitur hec linea in circūferētia secūdi circuli ponatur pes circini sub dispositiōe priori et ducatur vt tercius circulus ↄstituatur qui in duobus locis interseccet scōm et interseccetur ab eo cōtingens primū et centrū scōi trahaturqȝ predicta linea recta vsqȝ ad circūferentiam tercij circuli vt p3 in figura p̄nti. Producta igit̄ linea recta trāsiens p tria cētra ab extremo primi circuli ad extremū tercij diuidit̄ in. 4. ptes eq̄les. nā q̄l3 due ptes p̄dicte linee sūt in eodē circulo a centro ad circūferētiā ducte ḡ sūt equales et qm̄ q̄cūqȝ vni et eidē sūt equalia ipa inter se sūt equalia ḡ q̄l3 pars linee in vno predictoꝝ circuloꝝ ↄtēta est eq̄lis cuil3 alij pti linee in alio circulo ↄtēte. Item p̄t fieri alio mō fiat circulus vnus deinde pede circini non diuersificati posito ī circūferentia eiusdē circuli reliquus autem pes ipsius circini non variati protēdatur extra circulum supradictum ibiqȝ fixo centro ducatur vt secundus circulus constituatur contingēs primū in puncto positoqȝ in pūcto cōtingēcie pede circini non mutati ducatur alius pes circini vt tercius circulus cōstituatur īiucē secās duos p̄dictos circulos trāsiēs p eoꝝ cētra: tūc trahatur linea recta p tria cētra q̄ secatur in. 4. ptes eq̄les vt manifestū est nā q̄l3 due ptes. ꝛc. vt supra ꝙ p3 in hac figura:

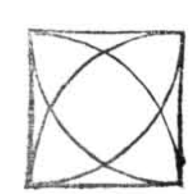
¶ Quarta conclusio

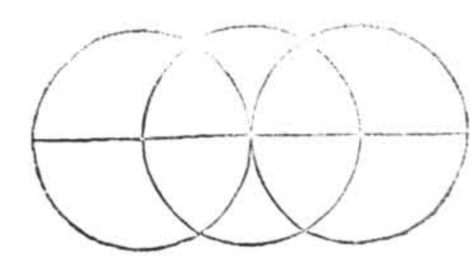
e X quatuor rectis lineis eq̄libus. quadratum ↄstituere. ¶ Hoc quidē manifestū est et nichilominus pōt demonstrari sic sint due linee recte sese in capite cōtingentes ex quaꝝ contactu constituat̄ vnicus angulus rectus. deinde ponatur pes circini in contactu ipsarum lineaꝝ. reliquus vero pes in capite alterius lineaꝝ predictaꝝ. ducat̄qȝ vsqȝ ad capud alterius linee nec circulus cōpleatur sed cōpletus intelligatur sicut patet in hac figura. deinde ponat̄ pes circini non variati in capite alterius lineaꝝ predictaꝝ versus circūferentiaȝ q̄. s. due linee supradicte sunt due semidiametri circuli p̄libati alter vero pes ponat̄ in centro p̄dicti circuli et ducatur cōstituēs circulū intersecantē predictū et se per illum in vno loco vsqȝ ad locum ad quē ducta de cētro linea recta constituit angulum rectum cum semidiametro circuli primi que terminatur in centro huius secundi: vt patet in hac figura. ¶ Post hec









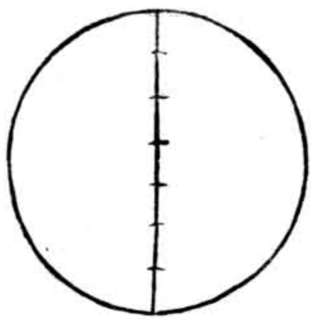


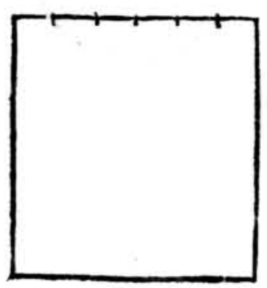
ponatur pes circini nō diuersificati in capite alterius semidiametri pͥmi circuli versus circūferentiā. reliquus vero pes ponatur in centro eiusdē circuli pͥmi et ducat᷑ vsq₃ ad locum vbi terminatur linea ducta a centro scđi cōstituens circulum intersecantem pͥmum et se per illum in vno loco ex tunc linea recta trahatur de cētro huius tercij vsq₃ ad capud linee procedentis de centro secundi vt patet in hac figura, deinde ponatur pes circini non mutati in capite predicte linee procedētis de centro secūdi circuli ad circūferētiam alter aūt pes ponatur in cētro tercij et ducat᷑ vsq₃ ad centrū scđi cōstituēs circulū intersecātē ipsos. s. pͥmū et scđm quel₃ in loco vno ꝛ sēp illos vt in hac figura plenius declaratur. Quatuor igitur linee recte in p̄dictis quatuor circulis contente constituunt quadratum equilaterum sunt. n. equales sibi inuicem oēs nā quel₃ due sunt in eodē circulo. ꝛc. vt prius. et nota quod ideo nō cōplentur actu dicti circuli quia cōpleti actu tollerēt euidētē sēsibilitatē quadrati sub eis constituti.

Quinta conclusio.

r Em nouam mirabilē quadraturā circuli. velud iscrutabilē apud doctores populi. oli sisibilē puri cernūt oculi. vere demōstrabilem nūc in fine seculi

¶ Oīs figura plana vnica linea orbiculariter ducta contēta cuius diameter trāscēdit precise quartā eiusdē figure semi partibus tribus est eq̄lis quadrato cuius latus eiusdē circuli diameter transcendit precise semiptibus tribus. oīs circulus est figura plana. ꝛc. cōclusio ꝙ oīs circulus est equalis quadrato cuius latus eiusdē circuli diameter transcēdit precise semiptibus trib⁹. Maior sic p₃ q̄cūq₃ ab eodē superātur equaliter inter se sunt equalia: si. n. tetracubicū aureū et tetracubicū argenteum a pentacubico ligneo equaliter supantur quia minimo cubico ꝙ tetracubicū aureu₃ et argēteum neccio equabūtur quia igitur quel₃ quarta circuli ꝛ quodl₃ latus huius quadrati a diametro circuli equaliter superantur q: in semiptibus tribus igitur q̄l₃ quarta circuli et q̄libet latus quadrati hmōi neccio sūt equales et sic circulus et quadratus hmōi sunt equales. nam quoꝝ cūq₃ oēs ptes sibi inter se sunt equales et ipa inter se sunt equalia. minor ꝓpositio etia₃ vera est vt apparet ex hijs que dicta sūt in scđa cōclusione: si. n. fm quod plerīq₃ mathematici scripserūt iuxta phisicam veritatem circulus diuidat᷑ in .22. ptes remota vna pte sc₃ vicesima scđa: ēcia remanētis sc₃. 7. est diameter circuli et quarta circuli continet. 5. partes et dimidiu₃ vnius nam quarta. 22. partium est. 5. cum dimidio siue. 5. partes et dimidium vnius partis diameter ꝙ circuli sc₃. 7. transcendit precise quartam circuli scilicet. 5. ptes eius ꝛ dimidium in semipartibus tribus. i. in tribus dimidijs partibus circuli. premissis ꝙ propositionibus vniuersalibus veris recte dispositis in pͥmo modo pͥme figure seq̄t neccio vniuersalis cōclusio vera sc₃ ꝙ omnis circulus est equalis quadrato cuius latus eiusdem circuli diameter transcendit precise ī tribus semipartibus ¶ Sēsibilis autem huius rei euidencia et facilis intelligentia fiet hoc modo constituatur circulus cuius vis magnitudinis eiusdēq₃ diameter diuidatur in. 7. ptes equales per doctrinam datam in tercia conclusione de hinc constituatur quadratum equilaterum per artem quarte conclusionis cuius quadrati latus precise cōtineat. 5. partes et dimidiam diametri supradicte sicq₃ premissis omnibus perspectisq₃ diligēter et intellectis prudenter cognoscet᷑ indubitanter quoniam hic circulus est equalis huic quadrato et talis et tantus circulus est qualis ꝛ q̄tus est quadrat⁹ sicut ex premissis est manifestum patet etiam per sensum in hac figura.





Et sic explicit Geometria Thome brauardini cū tractatulo de quadratura circuli bene reuisa a Petro sanchez ciruelo: operaq₃ Guidonis mercatoris diligētissime impresse parisi⁹ in cāpo gaillardi. Anno dn̄i. 1495. die. 20. maij