UNIVERSIDAD DE SALAMANCA

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA Y DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

TESIS DOCTORAL

UN ANÁLISIS SISTÉMICO DE LA OBRA DE JOSÉ MARIANO VALLEJO DESDE LA PERSPECTIVA DE LA INVESTIGACIÓN HISTÓRICA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

José Iván López Flores

Director:
Dr. Modesto Sierra Vázquez

Salamanca 2011

UNIVERSIDAD DE SALAMANCA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA Y

DIDÁCTICA DE LAS CIENCIAS EXPERIMENTALES

Dr. Modesto Sierra Vázquez, Profesor Titular de Universidad del Departamento de Didáctica de la Matemática y Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Salamanca

HACE CONSTAR:

Que la presente Memoria titulada **"Un análisis sistémico de la obra de José Mariano Vallejo desde la perspectiva de la Investigación Histórica en Educación Matemática"** ha sido realizada bajo mi dirección por José Iván López Flores y constituye su Tesis para optar al Grado de Doctor.

Y para que conste y tenga los efectos oportunos ante el Departamento de Didáctica de la Matemática y Didáctica de las Ciencias Experimentales de la Universidad de Salamanca, firmo el presente documento.

Salamanca, a de de 2011

Fdo.: Dr. Modesto Sierra Vázquez

A Alβan:

Con el apoyo del programa Alβan, Programa de Becas de Alto Nivel de la Unión Europea para América Latina, No. de beca E07D403010MX.

A Carolina, por su amor y porque con su luz ilumina nuestras vidas.

A Emiliano, quien nació junto con las primeras ideas de esta investigación, por venir a nuestras vidas en el momento justo, cuando más lo necesitábamos…

A Donaciano López †, un gran hombre, quien falleció junto con las segundas ideas de esta investigación. Hasta siempre.

A Gilberto Flores. Ánimo, estamos contigo.

Agradecimientos

Al Dr. Modesto Sierra, mi tutor y asesor, por todo el apoyo que me dio en la realización de esta investigación. Gracias por su tiempo, su confianza y por creer en mí.

A mis profesores del doctorado, porque de cada uno de ellos me llevo invaluables enseñanzas, por hacer que esta etapa de vida académica haya valido la pena.

A los colegas de la SEIEM, por las valiosas aportaciones hechas a esta investigación en cada una de las veces que nos hemos visto.

A mi Familia (papá, mamá, herman@s, abuel@s, ti@s, prim@s) por ser origen y ser fin, por ser causa y ser efecto. Nos definimos unos a otros. Somos uno, que ninguno lo dude.

Muito obrigado Carla e Cristina, por os momentos maravilhosos que compartilhamos, em Salamanca e Portugal, por fazer-nos sentir em casa.

A Ana, Belén, Miguel, Pao, Gustavo y Leo, gracias por su amistad y su apoyo, con ustedes las ausencias fueron menores.

Resumen

En esta investigación se analiza de manera sistémica la obra de José Mariano Vallejo desde la perspectiva de la Investigación Histórica en Educación Matemática.

Se analizaron un total de 28 libros publicados por Vallejo entre 1806 y 1847, 8 destinados a la primera enseñanza y 20 obras de carácter científico. Se realizó un diseño metodológico *ad hoc* que, por una parte le diese sistematicidad a los datos y por otra permitiera caracterizar la obra de un autor de libros de texto dedicados a temas y públicos diversos. Para ello se realizó un análisis tridimensional, que diera cuenta de los cambios entre las ediciones de un mismo libro, que comparase libros con campos conceptuales relacionados y que explicara, en la medida de lo posible, esos cambios en términos del contexto de Vallejo. En la comparación de los libros está implícita la necesidad de caracterización de cada uno de sus libros, se optó para ello por realizar un análisis de contenido de los libros, tomando en cuenta tres aspectos, la estructura conceptual del mismo, los sistemas de representación usados y la fenomenología usada en el libro.

Se identificaron tres periodos en la obra de Vallejo: los ensayos, la época de mayor producción y las reediciones, que permiten darle aun mayor sistematicidad al análisis y que confirman la relación del contenido de los libros con el contexto en el que se desarrollaron.

Este análisis sistémico nos permitió identificar las ideas germinales y motivadoras de cada libro y cómo esto se ve reflejado en la obra, mientras que a un nivel global reveló cómo el *Tratado elemental de Matemáticas* es un eje que permite entender la obra completa de este autor, en tanto que las obras previas se presentan como ensayos y las posteriores, derivadas de él. El análisis de las distintas ediciones permitió darle una dimensión longitudinal a la investigación, permitiendo situar en el tiempo los cambios en el contenido de los libros y hacer inferencias sobre el contexto histórico.

Se identificaron además las directrices didácticas en la obra de Vallejo, tanto de los libros para primera educación como para las obras científicas, mostrando la idea que guía estas diferencias: para aprender matemáticas es necesario aprender el lenguaje, las reglas, la práctica de éstas y la demostración de las mismas, considerando que, en el caso de la primera enseñanza, bastan con las tres primeras.

El planteamiento metodológico es un aporte a la investigación en Historia de la Educación matemática, por lo que esta investigación es también metodológica.

Salamanca, España

Junio, 2011

INTRODUCCIÓN

Este trabajo se enmarca en la línea de la Investigación Histórica en Educación Matemática y tiene como objetivo el análisis integral de la obra del científico pedagogo granadino José Mariano Vallejo y Ortega.

Se estudian 28 libros de este autor publicados entre 1806 y 1847. Se busca hacer una caracterización de la obra de tal suerte que nos permita comprender tanto qué enseña como su evolución. Asimismo, se dan explicaciones en términos del contexto histórico epistemológico del autor con respecto a los cambios en su obra al paso del tiempo.

Esta investigación sigue un método específico, el método histórico, que heredado de la ciencia histórica nos exige seguir una metodología específica tanto para la búsqueda, selección, recuperación, análisis y presentación de nuestros resultados. Sin embargo, el método histórico por sí mismo no provee de las herramientas necesarias para analizar desde la Didáctica de la Matemática los libros de texto de Vallejo, se hace necesaria entonces la introducción de ideas propias de la disciplina. Se conforman de este modo un conjunto de ideas, un marco teórico-metodológico que nos permite analizar de manera sistemática la obra de Vallejo.

El estudio de los libros de texto, como lo señala Schubring (1987), puede considerarse hoy como una aproximación tradicional en el campo de la Historia de la Educación Matemática y el interés mismo por este tipo de estudios ha ido en aumento, como se señala en:

> Durante los últimos años uno puede notar un creciente interés en la historia de la educación matemática –un interés que es motivado por tópicos de historia social, por cuestiones acerca de las creencias y las intenciones de las personas activamente relacionadas con la educación (profesores, administradores, padres)… (Schubring, 1987; pág. 41).

Vallejo fue muy importante en términos de la influencia que sus libros de texto tuvieron por una etapa aproximada de 70 años, tanto en España como en América, de ahí la pertinencia de esta investigación.

El estudio de la obra de personajes históricos que son autores de libros de texto es relativamente escaso. El principal autor en este caso es Schubring, quien en 1987 escribe un artículo sobre Lacroix como autor de libros de texto en el que propone una serie de categorías para el análisis de la *oeuvre* en su totalidad. Otra obra que se enmarca en esta línea es el libro colectivo, *José Mariano Vallejo, el Matemático Ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (Maz, Torralbo y Rico, Eds. 2006) y es una de las fuentes de inspiración para realizar la presente investigación.

El desarrollo de esta investigación se presenta en esta Memoria y ha sido estructurada en seis capítulos, la bibliografía y un anexo, que a continuación se describen:

Capítulo 1. Marco Teórico Metodológico. En este capítulo se hace un recorrido por diversos tópicos sobre Historia de la Educación Matemática que se consideraron importantes ya que por una parte contextualizan nuestra elección de marco teórico y por otra nos sirven de guía para llegar al objetivo de este capítulo, que es presentar los referentes teóricos que nos permiten hacer nuestros análisis. En nuestro caso el análisis de contenido.

Capítulo 2. Estado de la cuestión. Como sugiere el nombre, en este capítulo se presenta el estado de la cuestión. Están incluidos aquellos trabajos que incluyen a Vallejo en sus análisis. Este estudio nos sirve para delimitar también nuestro trabajo, permitiéndonos plantearlo de tal manera que trate cuestiones que no habían sido atendidas.

Capítulo 3. Diseño de la Investigación. En este capítulo se define el curso metodológico que siguió nuestra investigación. Como se ha señalado antes, está enmarcada en la investigación histórica en educación matemática y como tal se apoya en el método histórico para el cumplimento de sus objetivos. Se plantean los objetivos, preguntas e hipótesis de la investigación, además se presentan de manera detallada todos los pasos que se siguieron, según la metodología histórica, para la consecución de la misma.

Capítulo 4. Análisis de los libros de texto históricos. En este capítulo se presenta el análisis de contenido de los libros, asimismo las comparaciones tanto de los cambios entre las ediciones de una misma obra como las explicaciones contextuales de los hechos. Se sigue un orden cronológico para presentar el análisis de los libros y se presentan primero las obras de primera enseñanza y posteriormente las científicas.

Capítulo 5. Comparación entre campos conceptuales relacionados. Para realizar la comparación entre los campos conceptuales se utilizó una tabla que se incluye en este capítulo y que contiene los libros analizados y los años de las publicaciones, tomando en cuenta los campos conceptualmente relacionados y los niveles educativos. Asimismo se valida la propuesta de etapas de división de la obra de Vallejo de acuerdo a las características observadas en el análisis de contenido.

Capítulo 6. Conclusiones. En este capítulo se presentan las conclusiones y resultados desde el punto de vista de los logros de objetivos, de la confirmación de las hipótesis enunciadas, así como de las limitaciones del trabajo y de las implicaciones para futuras investigaciones.

Referencias.

Además se incluye un *anexo*, que es la transcripción de partes de dos manuscritos originales de Vallejo, pertenecientes a la Biblioteca de la Real Academia de San Fernando.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1.

Marco teórico Metodológico

Capítulo 1. Marco teórico Metodológico

Introducción

Este trabajo pretende analizar de manera integral y desde la perspectiva de la Educación Matemática la obra del científico pedagogo granadino José Mariano Vallejo y Ortega. Se busca hacer una caracterización de la obra de tal suerte que nos permita comprender tanto el qué enseña como su evolución. Asimismo, se darán las explicaciones en términos del contexto histórico epistemológico del autor de esos cambios en la obra de Vallejo al paso del tiempo.

Esta investigación se sitúa dentro de la Historia de la Educación Matemática. Sigue un método específico, el método histórico, que heredado de la ciencia histórica nos exige seguir una metodología específica tanto para la búsqueda, selección, recuperación, análisis y presentación de nuestros resultados.

Sin embargo, el método histórico por sí mismo no provee de las herramientas necesarias para analizar desde la Didáctica de la Matemática los libros de texto de Vallejo, se hace necesaria entonces la introducción de ideas propias de la disciplina. Se conforman de este modo un conjunto de ideas, un marco teórico-metodológico que nos permite analizar de manera sistemática la obra de Vallejo.

En este capítulo se hace un recorrido por diversos tópicos sobre Historia de la Educación Matemática que consideramos importantes ya que por una parte contextualizan nuestra elección de marco teórico y por otra nos sirven de guía para llegar al objetivo de este capítulo, que es presentar los referentes teóricos que nos permiten hacer nuestros análisis. Ya en el capítulo tres hablaremos de la metodología en un sentido amplio y situaremos de manera adecuada el punto en donde entran en juego las ideas presentadas en este capítulo.

1.1 La investigación histórica en Didáctica de la Matemática

Ha quedado ya lejano en el tiempo el inicio de la Historia de la Educación Matemática (HEM), marcada hacia finales del siglo XIX en Alemania impulsada principalmente por el prestigioso matemático Felix Klein al seno de la *Commission Internationale pour l'Enseignement des Mathématiques* (CIEM, actual ICMI por sus siglas en inglés). Y aunque a partir de los años 20 del siglo XX se produjo una decadencia de este tipo de estudios, éstos han tomado nuevos bríos a partir del fracaso en los años 50 y 60 de las reformas de la enseñanza de las matemáticas, periodos claramente antihistoricistas (Sierra, 2005).

Desde ese punto hasta la fecha la variedad de las investigaciones en HEM ha ido en aumento, dicha variedad va desde la incorporación del método histórico como tal y hasta adecuaciones metodológicas en las que se han incorporado aspectos propios de la investigación en educación matemática, tomando entonces como foco principal de atención aspectos de orden epistemológico, didáctico, cognitivo; en los cuales la cuestión temporal es el eje que permite construir las explicaciones de los hechos educativos. Para mayor detalle de esta variedad mirar Gómez (2003), Rodríguez (2010), así como las actas del Congreso History and Pedagogy of Mathematics (Cantoral, Fasanelli, Garciadiego, Stein, Tzanakis, 2008).

Esta línea de investigación, dentro de la Educación Matemática, tiene una fuerte tendencia a motivarse desde los problemas educativos. En palabras de Gómez (2003):

> Como la mayor parte de la investigación en Didáctica su objetivo final es el de esclarecer problemas educativos, abordándolos de una manera científica. O, dicho de otra manera, su objetivo es encontrar fundamentos para sustentar hipótesis que ayuden a resolver los problemas observados en las matemáticas en situación escolar, en este caso, a la luz que arroja la historia de las ideas. (p. 1).

Otro motivo del creciente interés en la Historia de la Educación Matemática es señalado por Schubring (1987):

> Durante los últimos años uno puede notar un creciente interés en la historia de la educación matemática- un interés que es motivado por tópicos de historia social, por cuestiones acerca de las creencias y las intenciones de las personas activamente relacionadas con la educación (profesores, administradores, padres)… (p. 41).

En Gómez (2003) se señalan las principales tendencias dentro de la investigación histórico - epistemológica en Didáctica de las Matemáticas:

1. *El enfoque de la enseñanza desde una perspectiva histórica*. Investigaciones ligadas a la idea de reproducir o importar episodios históricos o problemas de pasado al aula.

2. *El enfoque de los obstáculos epistemológicos*. Según esta tendencia, la identificación histórica de obstáculos epistemológicos ligados a conceptos matemáticos puede usarse para la realización de análisis didácticos y para identificar aquellos obstáculos que se presentan en los alumnos.

3. *El enfoque del modelo teórico-local*. En esta corriente se usa el análisis histórico epistemológico para hacer un "análisis de problemas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas…, y después poner a prueba los hallazgos teóricos en los Sistemas Educativos, para después de esta experimentación, volver, a base de resultados prácticos, a tener una visión de la problemática de la historia de las ideas que corresponda a los resultados didácticos" (Filloy, 1999, p. 154, citado en Gómez, 2003).

4. *El análisis de libros de texto*. Una creciente tendencia en Historia de la Educación Matemática que se fundamenta en el hecho de que la realidad educativa es más bien guiada por los libros de texto que por las tendencias curriculares o por los planes de estudio (Schubring, 1987). Así el investigador:

> ...puede buscar en ellos información sobre las relaciones del desarrollo de los contenidos de enseñanza con el desarrollo científico y social, sus antecedentes y su proyección en el futuro, o, puede indagar para determinar la importancia de las mentalidades nacionales específicas y de las filosofías y epistemologías en el progreso de un concepto, como bien dice Bruno (2000) refiriéndose a las aportaciones de Schubring (1986, 1987) (Citado en Gómez, 2003).

- *El enfoque de la reproducción en los estudiantes de las etapas en la historia*. Supone esta tendencia de que en su constitución, un concepto o idea matemática pasa por diversas etapas bien definidas y que son estas etapas las que un estudiante debe de atravesar en su aprendizaje.

- *El enfoque socio-cultural*. Supone que el conocimiento está profundamente arraigado y conformado por el contexto socio-cultural, poniendo especial énfasis en la relación de lo histórico con lo cognitivo, mediado por la enseñanza, dándole así un matiz distinto.

Es en esta cuarta categoría que se encuadra esta investigación.

1.2 El análisis de libros de texto en HEM

Esta línea de investigación dentro de la Historia de la Educación Matemática ha tenido un fuerte impulso en años recientes. Como señala Schubring (1987):

> Actualmente, analizar libros de texto antiguos puede ser considerado como un enfoque tradicional a la historia de la enseñanza de las matemáticas. (p. 41).

Este crecimiento ha sido motivado en parte por el fracaso de las reformas antihistoricistas de las Matemáticas Modernas (Sierra, 2005).

Existen dos proyectos importantes en el sentido de la investigación sobre libros de texto antiguos de matemáticas, por una parte están los trabajos de Choppin (1980, 1992, 1993; citados en López, 2011) que, acogidos por el Institut National de Recherche Pédagogique de Francia, realizan un balance bibliométrico de la producción francesa sobre el análisis de manuales escolares de matemáticas.

Del mismo estilo, e inspirado en el anterior, existe un proyecto español que al seno de la UNED, Universidad Nacional a Distancia, y con nombre MANES realiza de manera sistemática una catalogación documental, análisis bibliométrico y estudia también las principales características pedagógicas de los manuales escolares en la España contemporánea (1808-1990).

De manera particular son de interés para esta investigación (serán incorporados a la Metodología) los trabajos de Schubring acerca de la rupturas en el status matemático de los números negativos (Schubring, 1986), los estudios comparativos sobre la enseñanza de las matemáticas en Prusia y Francia (Schubring, 1984), así como el libro "*Análise histórica de livros de matemática: notas de aula*" (Schubring, 2003) que es una recopilación articulada de muchos de sus trabajos y permite entender aspectos importantes del desarrollo que ha tenido históricamente el libro de texto.

Asimismo, consideramos que es de suma importancia el trabajo español en este sentido. Trabajos como los de Maz (2005), Maz y Rico (2007, 2009a, 2009b), Maz, Torralbo y Rico (Eds.) (2006), Gómez (1995a, 1995b, 1996, 1999); Sierra, Rico y Gómez (1997) y Sierra, González y López (1999, 2003, 2005) dan cuenta de la riqueza e importancia del estudio de los libros de texto antiguos de Matemáticas en España.

1.3 Estudio de personajes históricos

El estudio de los personajes históricos que además son autores de libros de texto, abarcando gran parte de su obra, es escaso. El principal autor en este caso es Schubring, quien en 1987 escribe un artículo sobre Lacroix como autor de libros de texto y en él propone una serie de categorías para el análisis de la *oeuvre* en su totalidad. Presenta categorías tales como mirar la evolución de los contenidos de las sucesivas ediciones de los libros, comparar entre libros del mismo autor que estén conceptualmente relacionadas y lo que es quizá el mayor aporte metodológico de este trabajo, provee de una serie de subcategorías para analizar el tercer aspecto en este análisis: el contexto histórico epistemológico y cómo éste condiciona los dos anteriores. El artículo es un análisis de la obra de Lacroix y a la vez un importante aporte metodológico a la Historia de la Educación Matemática.

Otra obra que se enmarca en esta línea es el libro colectivo, *José Mariano Vallejo el Matemático Ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (Maz, Torralbo y Rico, Eds. 2006). En este libro diversos autores analizan con profundidad distintos aspectos de la obra de Vallejo tales como: las primeras ideas a enseñar a los niños, cuestiones de cálculo, los números negativos y la regla de tres, entre otras cuestiones. Este libro es, en parte, una de las fuentes de inspiración y motivación para realizar la presente investigación.

1.4 Análisis de contenido

Toda vez que se ha enmarcado la investigación en la Didáctica de la Matemática en general y en la Historia de la Educación Matemática, en esta sección plantearemos las ideas que nos permitirán caracterizar cada uno de los libros de Vallejo.

Estas ideas son tomadas en parte de Rico, Marín, Lupiañez, Gómez (2008) y nos da un marco de referencia para poder comparar los distintos libros que conforman la obra de Vallejo, la herramienta teórico-metodológica en cuestión es el *análisis de contenido.*

De forma general, el análisis de contenido es "*una técnica de investigación destinada a formular, a partir de ciertos datos, inferencias reproducibles y válidas que puedan aplicarse a su contexto*" (Krippendorff, 1990; p.28).

El análisis de contenido es una técnica que nos permite indagar de manera profunda en una serie de datos, permite conjeturar sobre la naturaleza de los mismos. En este sentido es una herramienta metodológica.

Cohen y Manion (1989, p. 93, citado en Maz, 2005) indican que: "*la técnica del análisis de contenido puede aplicarse a aspectos seleccionados de la investigación histórica en educación*" y, más particularmente, agregan luego: "*Otro empleo que viene rápidamente a la imaginación sería un examen del contenido de los libros de texto en diferentes puntos de la historia*".

El mismo análisis de contenido por sí mismo no provee de una fuente de análisis, ésta debe provenir de la disciplina a la cual se aplica el estudio, en nuestro caso la Didáctica de la Matemática. Es en este otro sentido que es una herramienta teórica, ya que permite introducir elementos teóricos propios de nuestra disciplina al análisis comparativo de los libros de texto.

Las ideas que nos permiten encontrar esas fuentes parten de una concepción particular de lo que son las matemáticas. Según Rico *et al.* (2008) las matemáticas son:

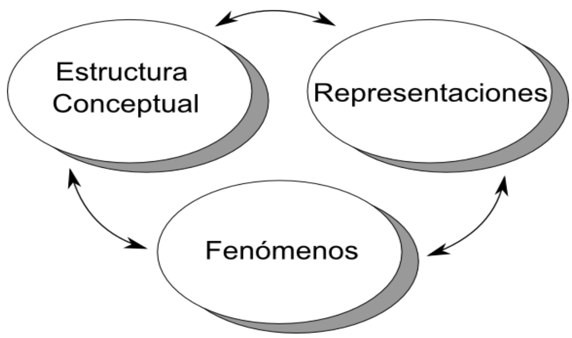
> ...un modelo paradigmático de proporcionar significado a relaciones y expresiones abstractas, que no corresponden a objetos o propiedades físicas, pero que satisfacen un marco de experiencias estructuradas, relacionadas con las acciones de clasificar, contar, ordenar, situar, representar, medir, expresar armonía, buscar relaciones y regularidades, jugar y explicar (Devlin, 1994; Steen, 1990). (p. 3).

Esta concepción habla no sólo de la matemática como un conjunto de ideas abstractas, sino que incluye posibles acciones de los individuos al interactuar con ella. De cierto modo, es una idea con tintes cognitivos.

Según Rico *et al.* (2008), si miramos las conexiones internas entre conceptos matemáticos estaremos mirando su estructura, y ésta nos servirá de referencia a cada elemento de la estructura; un concepto es objetivo y potencialmente argumentativo en tanto se hacen uso de sus conexiones con otros conceptos.

Las conexiones y usos externos (las acciones antes determinadas) aportan sentido ya que usan todo tipo de experiencias (individuales o colectivas) y proveen de medios para la resolución de problemas, modos particulares de actuar ante éstos y nos permiten procesar información así como ajustar ésta a modelos. Se tiene así un interés por el significado de los conceptos matemáticos en tanto son funcionales (Rico *et al.*, 2008).

Para hacer una distinción más operativa de lo anterior se usan las ideas de sentido y referencia de Frege (1996), se establece que los significados de un concepto matemático están determinados por las estructuras conceptuales en que está inserto (referencia), por los sistemas de símbolos usados en su representación (signo), así como por los objetos y fenómenos de los que surgen (sentido) (Rico *et al.*, 2008).



Significado de un concepto (Rico *et al.*, 2008)

Según Rico *et al.* (2008):

> Hay diferentes significados para un mismo concepto matemático, que vienen dados por las estructuras conceptuales que lo refieren, por los sistemas de símbolos que lo representan, y por los objetos y fenómenos de los que surge y que le dan sentido. Sostenemos que esto es así porque un mismo concepto admite una pluralidad de relaciones internas, de modos de representación y de sentidos, que vienen determinados por las relaciones externas del concepto de referencia. (p. 3).

De este modo, en nuestra búsqueda de los puntos de referencia (categorías) para el análisis de libros de texto haremos uso de la siguiente consideración hacia ellos:

> Cuando se trabaja en Educación Matemática y se estudian libros de texto, hay que considerar que los textos que se estudian y analizan son documentos didácticos y que, por tanto, el análisis de contenido ha de realizarse sobre la naturaleza didáctica de los documentos. (Maz, 2005; p. 34).

Esta idea, que genuinamente caracteriza a los libros de texto (libros para enseñar-aprender), nos permite encontrar esas categorías para analizarlos.

En la misma línea, Gómez (2002; p. 263) afirma que: "*En el análisis de contenido se busca identificar y describir estructuradamente los diversos significados (...) de las matemáticas escolares y tiene en cuenta tres tipos de significados: la estructura conceptual, los sistemas de representación y los modelos (análisis fenomenológico)*"; estas ideas dan pie a esas categorías buscadas y vienen determinadas de la siguiente manera:

> El análisis de contenido de un texto escolar de matemáticas se diversifica, pues, en tres tipos de análisis, según los significados antes mencionados: el que estudia la propia estructura matemática considerada; en este caso un análisis de la estructura matemática es determinante; el que considera los diversos sistemas de representación utilizados para expresar dichos conceptos; y el que realiza el análisis fenomenológico de los conceptos estudiados, junto con los procesos de modelización en que tales conceptos se implican. (Maz, 2005; p. 34).

1.4.1 Estructuras Conceptuales

En cuanto a la estructura conceptual se recurre primeramente a la clasificación cognitiva del conocimiento matemático escolar: éste se divide en *conceptual y procedimental* (Bell, Costello & Küchemann, 1983; Hiebert y Lefebre, 1986; Rico, 1995, citado en Rico *et al.*, 2008). Dentro de estas dos categorías se establecen además tres niveles de complejidad.

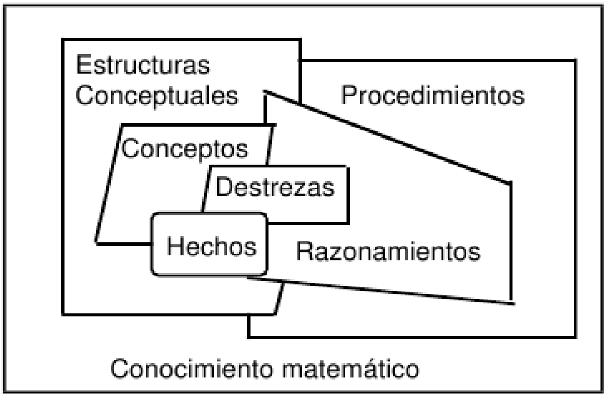
En cuanto al conocimiento conceptual se divide en *hechos, conceptos y estructuras*. Una caracterización de estos elementos es la siguiente (Rico *et al.*, 2008; Rico, 1997):

- Los hechos determinan el nivel básico de complejidad, son unidades básicas de información y sirven como registro de acontecimientos. Se clasifican en:
    - Términos: son las denominaciones o vocablos con los que designamos los conceptos o las relaciones entre conceptos. En matemáticas hay términos específicos y otros que proceden del lenguaje común.
    - Notaciones: son los signos y símbolos empleados en matemáticas para expresar una idea de modo breve y preciso.
    - Convenios: son acuerdos tácitos o consensuados para comunicar información sin ambigüedad, evitando largas explicaciones.
    - Resultados: son unidades de información producto directo e inmediato de relaciones entre términos, susceptibles de memorizar, cuyo dominio y control conviene disponer para trabajar en matemáticas sin tener que partir siempre de cero.
- Los conceptos, en el nivel intermedio, describen regularidades o relaciones de un grupo de hechos. Suelen admitir un modelo o representación y se designan con signos o símbolos.
- Las estructuras conceptuales sirven para unir conceptos o para sugerir formas de relación entre conceptos constituyendo, a veces, conceptos de orden superior ya que pueden establecer algún orden o relación entre conceptos no inclusivos.

El conocimiento procedimental está conformado por las formas de actuación o ejecución de tareas matemáticas. Se clasifican en *destrezas, razonamientos y estrategias*.

- Una destreza consiste en la capacidad de ejecución de una secuencia de reglas sobre uno o un grupo de conocimientos conceptuales, generalmente hechos.
- Los razonamientos se presentan al procesar relaciones entre conceptos, y permiten establecer relaciones de inferencia entre los mismos.
- Las estrategias, que se ejecutan sobre representaciones de conceptos y relaciones. Las estrategias operan dentro de una estructura conceptual y suponen cualquier tipo de procedimiento que pueda ejecutarse, teniendo en cuenta las relaciones y conceptos

implicados.



Relaciones entre los tipos de conocimiento (Rico, 1997)

Anexos a esta identificación de elementos están los *focos conceptuales*, que son aquellas agrupaciones de elementos (conceptos, estrategias, estructuras, etc.) que organizan estos contenidos y que su delimitación permite la determinación de la estructura del conocimiento matemático puesto en juego.

Esta idea de foco conceptual como elemento organizador de los contenidos en Rico *et al.* (2008) es muy importante dentro de esta postura epistemológica ya es lo que al final determina la secuencia de presentación de los contenidos.

Más adelante, en el capítulo 3, se reinterpretará la noción de estructura conceptual, tomando como referencia para ello, los objetivos planteados para esta investigación.

1.4.2 Sistemas de Representación

Por representación entendemos cualquier modo de hacer presente un objeto. Cualquier tipo de conocimiento, conceptual o procedimental, se hace presente mediante distintos tipos de símbolos gráficos o signos y cada uno de ellos constituye una representación (Castro y Castro, 1997, citado en Rico *et al.*, 2008).

El conocimiento de los sistemas de representación de los conceptos matemáticos pone en un nivel operativo toda la complejidad del conocimiento matemático, destaca aquello que no es evidente. Conocer un contenido significa que se conocen sus sistemas de representación y las equivalencias entre ellas, es por eso que no existe una jerarquía entre los sistemas de representación (Rico *et al.*, 2008).

Entre los principales sistemas de representación se encuentran el simbólico, el gráfico, el icónico y el verbal, entre otros.

1.4.3 Análisis Fenomenológico

La tercera categoría del análisis de contenido para libros de texto lo constituye el análisis fenomenológico, que tiene como principal característica mirar el carácter funcional del conocimiento matemático.

La idea central de la fenomenología es que los fenómenos son la fuente del pensamiento matemático. De cierto modo, las estructuras matemáticas son abstracciones y el producto de la organización de los fenómenos de los mundos natural, social y mental.

> "Ideas, estructuras y conceptos matemáticos se han construido por grupos humanos y se han desarrollado a lo largo de la historia, como herramientas para entender y organizar el

> mundo de los fenómenos y poder trabajar sobre ellos" (Rico *et al*., 2008; p. 10).

Bajo estas ideas, el significado de los conceptos matemáticos se obtiene mostrando su conexión con el mundo real, es decir, con los fenómenos en los que se implica el conocimiento matemático, pone

> "el acento en el uso y aplicación de los conceptos, en los medios y en los modos en que, con ellos, se abordan distintas tareas y cuestiones cuando dan respuesta a determinados problemas, en definitiva, cuando contribuyen a la comprensión de ciertos fenómenos" (Rico *et al.*, 2008; p. 10).

El análisis fenomenológico relaciona subestructuras conceptuales, con distintas familias de fenómenos.

De este modo, el análisis de contenido queda determinado por la elaboración de los <u>mapas conceptuales</u> donde se establecen las relaciones entre conocimiento conceptual y procedimental, por la identificación de los <u>sistemas de representación</u> usados así como del <u>análisis fenomenológico</u> del contenido en cuestión, esto es, por la identificación de las subestructuras conceptuales y sus fenómenos relacionados.

CAPÍTULO 2.

Estado de la cuestión

Capítulo 2. Estado de la cuestión

Introducción
En este capítulo están considerados aquellos trabajos que incluyen a Vallejo en sus análisis. Este estudio nos sirve también para delimitar nuestra investigación, permitiéndonos plantearla de tal manera que atiende cuestiones que no habían sido atendidas anteriormente.

2.1 Tipos de estudios realizados sobre la obra de Vallejo

Dada la importancia del personaje, los estudios sobre él son variados. Hemos podido identificar fundamentalmente tres tipos de obras que incorporan de alguna forma a Vallejo en su análisis:

- Tipo I. Las que consideran aspectos de tipo biográfico, es decir, se interesan en Vallejo desde la Historia principalmente, sin hacer énfasis en algún tema científico específico.
- Tipo II. Obras que si bien rescatan datos biográficos hacen también énfasis en algún tipo de contenido matemático, muy a manera de los estudios clásicos sobre historia de la Matemática.
- Tipo III. Por último se encuentran las obras que, apoyándose en los anteriores tipos, su foco de atención es puesto sobre algún aspecto de Vallejo el científico: miran sus obras, las catalogan en algún periodo, o miran algún contenido particular, es decir, las obras dentro de la Educación Matemática.

Estas categorías no son excluyentes. Generalmente las del tipo II se apoyan en las del tipo I y las del tipo III, en las dos anteriores. Esta situación no es definitiva, existe aún la posibilidad de que la consulta de fuentes primarias permita la aportación de datos biográficos (tipo I) y la obra final sea del tipo III.

Es de hacer notar que la totalidad de las obras que componen este estado de la cuestión deben ayuda al propio Vallejo: casi todas sus obras están provistas de prólogos y anotaciones en sus libros, que no son nada sucintos y con detalles de muchos tipos, explicando "lo que piensa", citas a otros personajes y sobre todo cuestiones personales relativas al conocimiento que está en sus libros. Vallejo fue muy dado a incluir notas autobiográficas en sus escritos. Éstas han sido, generalmente, la mayor fuente de informaciones aportadas por la mayoría de los trabajos indicados (Gentil, 1999). En muchos momentos usaremos esta información directamente de las obras de Vallejo, aunque aparezcan ya en algunas de las obras de este estado de la cuestión.

A continuación un listado de estas obras, que constituyen nuestras fuentes secundarias para el análisis de la obra:

<u>*Tipo I*</u>

Garma, S. (1978). Producción matemática y cambios en el sistema productivo en la

España de finales del siglo XVIII. En Gutiérrez Esteve, M.; Cid J.; Carreira, A.; (Eds.) *Homenaje a Julio Baroja* (pp. 431-447). Madrid: Centro de Investigaciones Sociológicas.

Gentil, J. M. (1999). Nuevos datos sobre la vida y la obra de José Mariano Vallejo y Ortega (1779-1846). *LLULL, vol. 22*, 381-404.

Garma, S. (1963). Adiciones a la biografía de D. Josef Mariano Vallejo. *Arbor: Ciencia pensamiento y cultura, 594*, 9-22.

Tipo II

Garma, S. (1973). Las matemáticas en España en los principios del siglo XIX. D. José Mariano Vallejo. *Revista de Occidente, 118,* 105-114.

Hernanz, C. & Medrano, J. (1990). José Mariano Vallejo: notas para una biografía científica. *Llull, 13*(25), 427-446.

Maz, A., Rico, L. y Torralbo, M. (2006). José Mariano Vallejo y Ortega: Matemático y Político. En Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.): *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (pp. 11-25). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Tipo III

Camacho, A. (2002). Difusión de conocimientos matemáticos a los colegios mexicanos del siglo XIX. De la noción de cantidad al concepto de límite. *Relime 5*(1), 5-26.

Camacho, A. (2008). *Difusión de conocimientos matemáticos a los colegios mexicanos del siglo XIX. De la noción de cantidad al concepto de límite 1847-1900.* España: Díaz de Santos.

López, A. (1998). Historia de los inicios de la enseñanza del cálculo infinitesimal en México: 1785-1867. *Relime 1*(2), 29-50.

López, A. (1992). *Historia de los inicios de la enseñanza del cálculo infinitesimal en México: 1785-1867.* Tesis de Maestría no publicada. Cinvestav – IPN: México.

Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX*. Tesis doctoral. Universidad de Granada: Granada.

Maz, A. y Rico, L. (2007). Situaciones asociadas a los números negativos en textos de matemáticas españoles de los siglos XVIII y XIX. *PNA, 1*(3), 113-123.

Carrillo, D. (2006). Vallejo y las "Ideas primarias acerca de los números". En Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.): J*osé Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (pp. 27-47). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Gómez, B. (2006). Los ritos en la enseñanza de la regla de tres. En Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.): *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (pp. 49-69). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Maz, A. y Rico, L. (2006). Los números negativos en el Tratado Elemental de José Mariano Vallejo. En Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.): *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (pp. 71-83). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

González, M. T. (2006). El cálculo diferencial en el "Compendio" de José Mariano

Vallejo. En Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.): *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (pp. 85-112). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Puig, L. (2006). Vallejo perplejo. En Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.): *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (pp. 113-138). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Medrano, F. J. (1998). El cálculo diferencial en el "Tratado Elemental de Matemáticas" de José Mariano Vallejo. En Hourcade, J., Moreno, J. y Hernández, G. (Eds.). *Estudios de historia de las técnicas, la arqueología industrial y las ciencias: VI Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas. Tomo II* (pp. 953-964). España: Junta de Castilla y León, Consejería de Educación y Cultura.

Pacheco , J.M.; Pérez-Fernández, F., Suárez, C. (2007). Numerical solving of equations in the work of José Mariano Vallejo. *Archive for History of Exact Sciences*, *61* (5), 537-552.

García, M., Pliego, F.J.M., Del Cerro, J. S. (2006). Study of the origin of the maximum-likelihood method. *Journal of Mathematical Sciences. 132* (5), 672- 676.

Suárez, C. (2007). *Aceptación en España de los criterios rigurosos del análisis matemático durante los siglos XIX y XX*. Tesis doctoral. Universidad de Cádiz: España.

Mulet, B. (1989). *Els plantejaments del sistema educatiu als inicis de l'Espanya liberal (1833-1857)*. Tesis Doctoral. Universitat de les Illes Balears: España.

2.2 Obras tipo I y II. Datos Biográficos y Académicos

En esta sección se presenta una integración de todos los datos encontrados en las obras de tipo I y II, nos permiten reconstruir la vida de Vallejo desde un punto de vista biográfico. Estos mismos datos serán utilizados más adelante para nuestros fines de análisis.

Datos biográficos

La primera biografía hecha de Vallejo es atribuible a Juan Bautista Peyronnet, en el Semanario Pintoresco Español. Un breve escrito de dos páginas que nos permiten fijar algunos datos tales como su lugar de nacimiento, sobre sus estudios y desde luego su ferviente patriotismo. Se afirma que la fisonomía del mismo se conoce por el busto hecho a base de un molde tomado por Peyronnet al morir Vallejo (Peyronnet, 1856).

Como señala Gentil (1999), durante mucho tiempo pocos estudios daban cuenta de la personalidad y obra de Vallejo:

> Sobre la personalidad y obra de José Mariano Vallejo tan solo existían, a principios de los años setenta, una breve nota biográfica contenida en la Enciclopedia Espasa-Calpe de casi 50 años antes. Con posterioridad fueron apareciendo diversos artículos particularizados y referencias de interés sobre él en estudios generales. Su presencia comenzó a hacerse habitual en otros estudios de conjunto sobre la ciencia española de aquel periodo, hasta comenzar a situar su persona en ese complejo mundo español de la primera mitad del siglo XIX, que tan abandonado había estado hasta entonces en los estudios históricos. (p. 382).

José Mariano Vallejo y Ortega, grabado tomado de la biografía hecha por Peyronnet en 1856

La vida de Vallejo como científico fue muy particular, dada la época que le tocó, como señala Garma (1963):

> La historia de los científicos españoles que vivieron entre 1770 y 1833 es, quizás una de las más convulsionadas, con más contradicciones y también, desde el punto de vista científico de las más ricas. Ésta transcurrió en una sociedad que había sufrido casi cien años de cambios y transformaciones institucionales importantes que tuvieron como consecuencia que la ciencia y las matemáticas se empezasen a considerar como valores sociales. (p. 9).

Es en esa sociedad, que vivió una larga guerra con los franceses y un posterior conflicto por el nuevo tipo de gobierno (monarquía conservadora contra los liberales ilustrados) en la que nace el que es quizá el más conocido de los científicos españoles del siglo XIX (Garma, 1963). Vallejo está considerado dentro del grupo de autores de la segunda mitad del siglo XVIII y principios del XIX formado por matemáticos dedicados a la enseñanza en las diversas instituciones del país, como son el caso de las escuelas militares y de marinos (Garma, 1978).

Filiación y datos personales

José Mariano Vallejo nació en Albuñuelas, Granada, el 30 de mayo de 1779, hijo de Baltazar Vallejo y Manuela Ortega. Fue estudiante de la Universidad de Granada y dado que en la época que estuvo en esa universidad no existían cursos de matemáticas su incursión en esa materia fue por cuenta propia y con la ayuda de D. Narciso de Heredia (Garma, 1973; Gentil, 1999; Hernanz y Medrano, 1990). En esta universidad estuvo en la Facultad de Filosofía y Artes, y fue suficiente este acercamiento a la Matemática para despertar el interés suficiente en dicha materia (Hernanz y Medrano, 1990).

Tuvo un hermano, Andrés Vallejo y Ortega, militar y profesor de la Academia Militar, que fue para él, al menos en la primera parte de su trayectoria, un colaborador fundamental ya que en distintos momentos Andrés fue trasladado a solicitud de Mariano para poder colaborar con él tanto en la edición de sus libros, como en la intervención y redacción de determinados apartados, teniendo Andrés propiedad sobre alguna demostración del Compendio (Gentil, 1999).

Su paso por la Academia de San Fernando y el Colegio de Nobles

El 26 de noviembre de 1799 se matricula en la Academia de San Fernando en la sección de Arquitectura y antes de finalizar sus estudios, en 1801 es propuesto por Varas y Portilla (quien lo introdujo en el estudio del Cálculo) y D. Magín Vallesponinosa, como Profesor sustituto de cátedras en la sección de matemáticas de la Real Academia de San Fernando. El nombramiento se da el 2 de agosto, siendo así precursor de la enseñanza de esta materia en la citada academia (Garma, 1973; Gentil, 1999; Hernanz y Medrano, 1990).

Entre los motivos para proponerlo por parte de estos personajes está que, como señalan Hernanz y Medrano (1990) "[Vallejo es un] sujeto a nuestro entender, de talento privilegiado y de una instrucción nada vulgar…"

En esta academia realizó diversos trabajos prácticos, como la nivelación de los alrededores de Madrid, la medida del perímetro de la corte y la altura de los puentes de Segovia y Toledo, esto por indicaciones de la Academia y siendo él profesor de la cátedra de geometría práctica (Garma, 1973, 1963).

En 1802 se encargó del curso de Geometría Práctica en la Academia, asimismo obtuvo por oposición la cátedra de *Matemáticas, ataque, fortificación y defensa de plazas*, del Real Seminario de Nobles de Madrid. Es de señalar que en ambos cursos seguía la línea de trabajo e investigación y la metodología de los matemáticos franceses (Garma, 1963).

Seminario de Nobles de Madrid[1]

[1] Situado en torno a la actual calle Princesa, esquina a Serrano Jover. Fue fundado por Felipe V el 21 de septiembre de 1725, como un centro educativo en donde se impartían a los jóvenes nobles las enseñanzas propias de su estamento. El Seminario, que abrió sus puertas el sábado 18 de octubre de 1727, estuvo en un principio bajo la dirección de padres de la Compañía de Jesús, quienes lo regentaron hasta la expulsión de la Orden en 1767, año en que se puso bajo la dirección de maestros directamente nombrados por el rey.
Convertido en cuartel durante la invasión francesa, estuvo en funcionamiento hasta 1836, año en que la

En noviembre de 1802 solicita a D. Andrés López de Sagastizabal, Director General del Seminario de Nobles, licencia "para contraer matrimonio con doña María de la Soledad Pastrana, hija de D. Juan de Pastrana, Oficial que fue de la Contaduría de Rentas Provinciales de esta corte" (García, 2007).

En 1791 se reúne una comisión nombrada por la Academia de Ciencias de Francia para empezar con el proceso de determinación de las bases del actual sistema métrico decimal, ésta habría de proponer como unidad fundamental la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre. En 1779 otra comisión, ahora internacional, establece finalmente el patrón definitivo, los nombres de todas las unidades de medida, la relación entre ellas y los nombres y notación de sus múltiplos y divisores; en esta última comisión participarían los españoles Gabriel Ciscar y Agustín Pedrayes. En España, Carlos IV quiso unificar el complicado sistema de medidas español vía una pragmática en 1801 y nombró a Juan Peñalver como perito en la empresa de unificar pesos y medidas. Primeramente se definieron las medidas aragonesas, mismas que se cotejaron con las españolas, para finalmente proceder a la construcción de modelos en plata de las medidas. Este proceso de unificación se terminó en 1808, sin embargo sería hasta 1860 que el uso común de estas medidas se hiciera obligatorio para la población (Sierra, Rico, Gómez, 1997). Es en medio de este proceso que Vallejo en 1806 publica una *Aritmética para niños,* la cual propone como manual aplicado a la explicación del sistema de pesas y medidas del reino. Esta tendencia de considerar a la aplicación de la Matemática en el desarrollo de la industria y la ingeniería es una "herencia" de Monge a Vallejo, del cual este último conocía su trabajo (Garma, 1963).

En 1806 publica las *Adiciones a la Geometría de Benito Bails.* El propósito de la colección de demostraciones y problemas era completar con rigor, nuevamente herencia de Monge, la geometría de Bails (Garma, 1963).

En 1807 publica una *Memoria sobre curvas…* ésta contiene parte de la teoría y problemas conocidos hasta el momento sobre Cálculo Infinitesimal aplicado a la Geometría así como algunas demostraciones originales de Vallejo (Garma, 1963).

Las Cortes de Cádiz

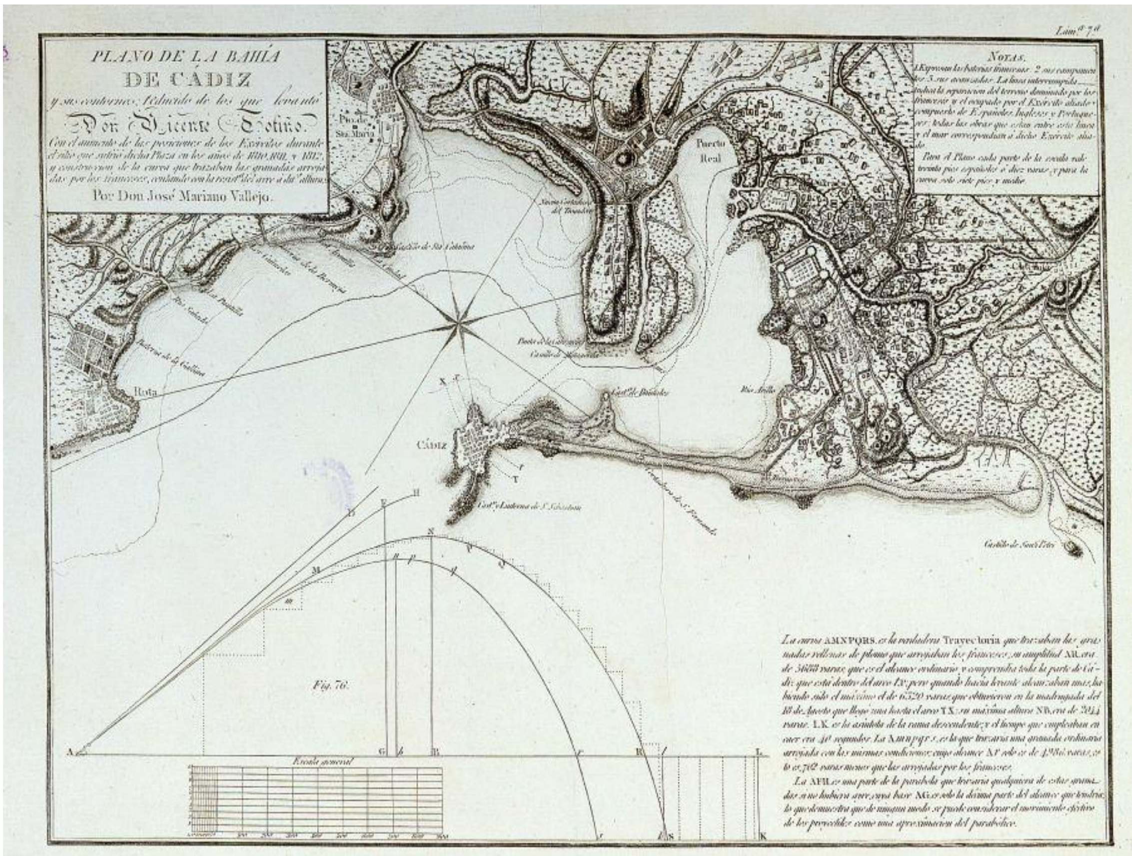
En la guerra contra los franceses que se inició en 1808, Vallejo tomó partido activo por el rey, y se ofreció como consejero *"proponiéndole los medios de proporcionar instrucción a los nuevos oficiales del ejército por medio de las Academias Militares"*. Vallejo consideraba que en buena medida, los malos resultados en el campo de batalla eran producto de su mala formación (Garma, 1963). El inicio de la actividad bélica en España, frustró los proyectos editoriales de Vallejo: la publicación de un tratado de matemáticas, que al paso del tiempo, sustituyera al de Bails en los establecimientos docentes nacionales (Gentil, 1999). Posteriormente a la defensa de Madrid, Vallejo se traslada a Cádiz, donde trabajó hasta 1812 en el laboratorio de fuegos artificiales y artillería de Cádiz, asimismo se dedicó a la enseñanza de oficiales del ejército (Garma, 1963).

En los años de 1810 y 1811 hace diversas gestiones, para que finalmente el 5 de mayo de 1812 se hiciera acuse de recibo de seis ejemplares de los primeros tomos del *Tratado*

titularidad del edificio pasó al Ministerio de la Guerra por iniciativa del entonces Capitán General de Madrid, Evaristo San Miguel. Desde entonces, su solar ha estado dedicado a usos militares; así, en un principio, el antiguo edificio del Seminario se destinó a Hospital Militar. Más tarde, cuando se construyó el nuevo hospital en Carabanchel, el edificio fue demolido en 1889, construyéndose en su solar cuatro edificios del ramo militar. Fuente: www.madridhistorico.com.

Elemental de Matemáticas y del *Tratado completo del Arte Militar*, este último fue inspirado por la contienda que se vivía en esos momentos y que desde 1809 propusiera Vallejo a la Junta Central para su publicación (Garma, 1963, Gentil, 1999). El 1 de junio de 1813 aparece el segundo tomo del *Tratado Elemental de Matemática*, y es hasta fechas posteriores que Vallejo interviene en el debate político de la época, es decir, estuvo dedicado principalmente a sus actividades editoriales (Gentil, 1999).

Durante el sitio de Cádiz por parte de los franceses, tuvo la oportunidad de estudiar las trayectorias balísticas producidas por los obuses franceses, y usando como base cartográfica el plano de la bahía de Cádiz de Vicente Tofiño y dibujado por Felipe Bauzá. Este trabajo impreso en una sola lámina se vendió en lote junto con el *Compendio de Mecánica Práctica* de reciente publicación por parte del autor (Gentil, 1999).



Plano de la Bahía de Cádiz en el que se plasma el estudio de las trayectorias de los proyectiles franceses

Mariano Vallejo es nombrado socio de la Academia de Ciencias Naturales y Artes de Barcelona y fue elegido Diputado a Cortes por la provincia de Granada (Garma, 1963), tomando posesión el 28 de abril de 1813 (Gentil, 1999). A medida que se iba recuperando parte del territorio de la ocupación francesa, se fueron cubriendo mediante elecciones, las vacantes a las diputaciones, las correspondientes a Granada estuvieron desde el inicio plagadas de irregularidades por lo que fueron anuladas el 27 de abril de 1813. Sin embargo, las Cortes decidieron ir en contra de la comisión que las impugnaba y al día siguiente del dictamen, Vallejo tomó posesión como diputado (Gentil, 1999).

Es de señalarse que su paso como diputado estuvo lleno de contrariedades. Vallejo coincidió en pocos momentos tanto con los grupos liberales como con los absolutistas, ya que, como señala Gentil (1999), existía una "*desconfianza que los políticos profesionales tenían de las ideas de los científicos*". En algunos casos pudo más la maestría oratoria de los demás diputados que los razonamientos presentados por Vallejo.

Es en esta etapa, la de las cortes gaditanas, en que se trastoca la lealtad de Vallejo por el rey, sintiéndose atraído por las ideas de los grupos liberales que se formaron a partir de la guerra. Sin embargo, en 1813, regresa a Madrid y aparece como Oficial Mayor del Archivo de la Secretaría de Gobernación (Garma, 1963).

Sexenio Absolutista

Posterior a la Guerra de Independencia y tras el golpe de estado que diera Fernando VII el 4 de mayo de 1814, no le causa problemas a Vallejo pertenecer al cuerpo legislativo de Cádiz, y continúa con la labor difusora de su principal obra: *El tratado*. En el periodo denominado como el **Sexenio Absolutista (1814-1820)** es cuando Vallejo tiene su mayor impulso editorial. En 1815 se publican en la imprenta de Catalina Piñuela de Madrid tres obras suyas: la segunda edición de la parte segunda del tomo I del *Tratado Elemental*; el *Compendio de Mecánica* y la *Disertación sobre el modo de perfeccionar la Agricultura.* Esta última obra fue animada por su pertenencia en Cádiz a la Comisión de Agricultura y el escrito es resultado de una conferencia impartida en el Jardín Botánico (Gentil, 1999).

En 1817 aparecen dos obras más de Vallejo: la segunda edición de la primera parte del tomo II del *Tratado*, en la misma imprenta de Catalina Piñuela y el Tomo III de la misma obra pero editada en Valencia (Imprenta de Estevan). En 1819 en esta misma editorial aparece el *Compendio de matemáticas puras y mistas*, que es dedicado a Fernando VII, la intención de la obra fue la de proveer de un texto que, resumiendo el *Tratado,* llegara a un público mayor (Gentil, 1999). Por otra parte,

> …el *Compendio* posee un carácter enciclopédico de las obras matemáticas del autor – trata desde el álgebra hasta la meteorología, por ejemplo- y su éxito editorial se prolongó durante muchos años: en 1840 alcanzó la cuarta edición. (Gentil, 1999; p. 393).

También en este sexenio es que Vallejo retoma dos de los proyectos que aparecerán en distintos momentos y por motivos diversos en su vida: el abastecimiento de agua a Madrid y la comunicación interior por navegación a través de canales. En 1819 plantea sus ideas a Fernando VII.

El trienio Liberal

Este periodo, de 1820 a 1823 interrumpió los planes de Vallejo, tomando partido en este periodo por los proyectos liberales (Garma, 1963).

El 14 de mayo de 1820 se funda el Ateneo de Madrid. Vallejo se encuentra entre los primeros 92 socios (Garma, 1963). Ese mismo año, el 14 de agosto, es nombrado Oficial segundo en la Secretaría de Estado y del Despacho de Gobernación y Director de Gabinete Geográfico de la 1ª Secretaría (Garma, 1963; Gentil, 1999). Sus cargos públicos y sus publicaciones le permiten, por una parte, tener ingresos y por otra empezar a ser figura pública, sobre todo partidario de los proyectos liberales. Fue presidente de la Comisión Nacional para el fomento de la agricultura, nombrado el 8 de noviembre de 1820. (Gentil, 1999). Sin embargo, el cargo más conocido de Vallejo en este periodo es el de miembro de la Dirección General de Estudios. Esta institución se constituyó el 10 de junio de 1821 y vino a establecer lo que estipulaba el artículo 369 de la Constitución de

1812[2] y que se había suspendido por la disolución del Congreso en 1814 (Gentil, 1999). Esta institución constitucional, del mayor rango, con una misión consultiva e inspectora de toda la enseñanza nacional, de carácter vitalicio e irremovible, asimilable a los magistrados de justicia y que incompatibilizaba con cualquier otro destino. (Gentil, 1999). Entre los requisitos para formar parte de la Dirección estaba "*el haber enseñado en los establecimientos públicos al menos 6 años o haber publicado alguna obra que acreditara su sólida formació*n" (Gentil, 1999).

En junio de 1821 recibe el nombramiento de Director de Estudios anulando todos los cargos anteriores. Este cargo motiva en él un mayor compromiso político, postulándose para representante parroquial por la parroquia de San Martín así como para juez de hecho de la Junta Suprema de Censura, llamada posteriormente Junta Protectora de la Libertad de Imprenta. El 17 de enero de 1822 asume este cargo y su función era enjuiciar los delitos de imprenta en la primera instancia provincial. En este trienio los científicos estaban comprometidos con la política y Vallejo no es el único caso en que un hombre de ciencia se interesa por cargos de elección pública, aunque a veces las motivaciones no fuesen genuinas (Gentil, 1999).

En este periodo se tienen pocos datos de las publicaciones de Vallejo, en ese tiempo debió publicarse la tercera edición de la parte primera del tomo I del *Tratado Elemental de Matemáticas* (febrero de 1822). Esta obra, señala el mismo Vallejo, estaba *corregida y considerablemente aumentada*, esto por el desarrollo de la matemática en los 10 años que ya tenía de publicada la obra.

La Década Ominosa y el exilio

A finales de 1823 (1 de octubre) Fernando VII recibe apoyo francés y se restablece un nuevo orden monárquico, se inicia la llamada **Década Ominosa**. Se traslada la corte primeramente a Sevilla y posteriormente a Cádiz, acabando en definitiva con las esperanzas liberales y poniendo a Vallejo en una mala situación (Garma, 1963).

Vallejo es trasladado a Cádiz, junto con la Corte, sale de la ciudad el 2 de diciembre de 1823 con rumbo al norte, evitando Madrid, ya que Fernando VII, por Decreto se lo prohibió a todos los que en el trienio liberal hubiesen sido Oficiales de Secretaría. En La Coruña se mantiene hasta finales de Enero de 1824, se dirige a Asturias, llegando a Castropol el 23 de enero, es en este sitio que conoce a Dña. Ramona Álvarez de Navia, Marquesa viuda de Santa Cruz de Marcenado que le encomendó la educación de sus hijos, consigue que Vallejo, junto con sus hijos se trasladen a Londres. El 30 de octubre se le concede un pasaporte para pasar a Londres a través de París, lugar al que llegaría en noviembre, para continuar hasta Londres (Garma, 1963).

Una vez en Londres tiene cuidado de recoger las certificaciones necesarias para no ser considerado un exiliado y en los cuales se demostraba su lealtad al soberano español. Sin embargo, su actuación en el trienio liberal lo ponía en duda, lo que sí era un hecho era su falta de compromiso con los grupos liberales (Garma, 1963).

En abril de 1824 Vallejo regresa a París con intenciones de regresar a España y es hasta el año siguiente, en el mes de mayo, que toma rumbo a Azpetia, pero un registro en el camino y su traslado a San Sebastián en un afán por detenerle le hacen reflexionar sobre

[2] Constitución de 1812. TÍTULO IX. De la Instrucción Pública. Art. 369. Habrá una dirección general de estudios, compuesta de personas de conocida instrucción, a cuyo cargo estará, bajo la autoridad del Gobierno, la inspección de la enseñanza pública.

su situación tan delicada. Pone así marcha atrás y regresa a París en septiembre, pasa por la Embajada de España y deja constancia de su estatus como español fiel a su rey estableciéndose en el quartier de l'Arsenal hasta su regreso a España (Garma, 1963).

En términos académicos, estos años en París serán determinantes para Vallejo, asiste a los cursos del Instituto y de la Escuela de Minas y de varias sociedades. Estuvo en contacto con diversas personalidades del mundo científico y técnico como Lacroix, Laplace, Cauchy y Gay-Lussac. Asimismo con M. Garnier, matemático conocido por sus libros de texto para universidad. Asiste a un curso de Ampére y a otro de Elie de Beaumont (Garma, 1963). Este contacto académico se verá reflejado en las reediciones de sus textos (Hernanz y Medrano, 1990).

En París redacta de nuevo las notas que en Castropol muy probablemente usara para instruir a los hijos de la Marquesa en forma de una cartilla para enseñar y aprender a leer y las publica con el nombre de *Nueva cartilla para enseñar y aprender a leer con arreglo de los principios establecidos en su teoría de la lectura*, que al parecer recibió críticas favorables (Garma, 1963).

En 1825, con lo aprendido en París, intentó completar la tercera edición de su Tratado elemental de Matemáticas, modificando los temas que había aprendido sobre Cálculo diferencial e integral. (Garma, 1963).

El regreso a España

Es entonces cuando empiezan las verdaderas penurias para regresar a España. Recibe a inicios de 1829 una carta de su hijo Antonio, escrita a finales del año pasado informándole de la muerte de su hija y de la ceguera de su mujer. Urge entonces ir a España, asimismo preparar la reimpresión de su Cálculo Diferencial e Integral, únicos medios posibles para subsistir (Garma, 1963). Pide permiso al embajador de Fernando VII para regresar y como tardaban los trámites, solicita un permiso para viajar a los Países Bajos, con el fin de poder visitar obras hidráulicas e industrias.

Haciendo uso de un decreto de 1824 que reducía el de 1823, así como buscando una conciliación mediante el ofrecimiento de los conocimientos adquiridos y ofreciendo su ayuda en la prevención y remedio de los terremotos, dada la experiencia adquirida en la Escuela de Minas, envía otra petición para poder regresar a su patria. Misiva que quedó sin respuesta aun con el proyecto que planteaba, el de la construcción de una vía de comunicación fluvial entre el Océano y el Mar Mediterráneo. Vallejo tuvo que dirigirse nuevamente a González Salmón en octubre para pedirle le presentase al soberano otro escrito. Trató fundamentalmente de tres puntos, justificando el cargo que tuvo en el trienio liberal, los proyectos que tenía para realizar en bien de España y desde luego, la cantidad de desdichas que sobre él caían. Finalmente el 3 de Junio de 1829 se le otorga el permiso para regresar a España (Garma, 1963; Hernanz y Medrano, 1990).

A su regreso formó parte del Partido Liberal Progresista, fue Director de Instrucción Pública y Senador del Reino (Garma, 1963). A la muerte de Fernando VII, participó de manera activa en la recuperación de las instituciones científicas (Garma, 1963) y retoma su participación en la política (Hernanz y Medrano, 1990). En el mismo año de su llegada comienza con la segunda edición del *Tratado Elemental*, que se publicará hasta 1832, en el cual se reflejarán todos los aprendizajes que adquirió en el extranjero, especialmente en cuanto a Cálculo diferencial e integral se refiere, donde destaca la figura de Cauchy (Hernanz y Medrano, 1990).

Fruto también de sus observaciones en el extranjero, en 1833 publica el *Tratado de las Aguas*, que ya antes el 31 de Mayo de 1831 había sido presentado al Rey.

En 1833, por Real Orden, se generaliza a todas las escuelas su método para la enseñanza de la lectura, que publicase en el año de 1825. En la misma Orden es nombrado Vocal de la Inspección General de Instrucción Pública, se le asigna la Inspección de escuelas, dedicado a las escuelas primarias y a propuesta de Vallejo se crean dos escuelas normales, el 25 de diciembre de 1833 (Hernanz y Medrano, 1990).

Posteriormente desaparece la Inspección General de Instrucción Pública y es restablecida, por Real Decreto, la Dirección General de Estudios el 25 de noviembre de 1834, de la cual Vallejo toma parte. Esta institución tiene como consigna la elaboración de un nuevo plan de estudios (Hernanz y Medrano, 1990). Es en este año que publica la *Geometría de Niños, para uso de las escuelas normales*.

En 1835 publica la tercera edición del *Compendio*, donde incorpora un nuevo método para resolver ecuaciones, que desarrollaría estando en cama, víctima de una enfermedad.

En 1839 publica una *Memoria en que se trata algunos puntos relativos al sistema del mundo*, que leyera en el Ateneo, sobre la separación de la plata que contiene plomo. En ese tiempo también, en un afán por impulsar el desarrollo científico y cultural de España, se encuentra como socio de la Real Sociedad Económica Matritense de Amigos del País, donde será presidente de la Sección de Artes y de la de Comercio en 1839 y 1840 (Garma, 1963; Hernanz y Medrano, 1990). La importancia de esta sociedad radica en el hecho de que fue el embrión del Ateneo Científico, Literario y Artístico de Madrid, y fue el centro de discusión e irradiación cultural, el Ateneo se refundó el 31 de octubre de 1835. Muchos de los científicos que estaban en el primero se reunieron en París y conformaron un Ateneo español, en esta su segunda etapa muchos de los ateneístas del de París se reincorporaron. Vallejo es presidente de la sección de Ciencias Físico-Matemáticas hasta 1840, de hecho por espacio de unos meses (septiembre y octubre de 1840) fue presidente del Ateneo (Garma, 1963; Hernanz y Medrano, 1990). Aunque según las listas de socios presentadas en la web del Ateneo, Vallejo figura como presidente de la mencionada tercera sección hasta 1844 (Ateneo, 1844).

Entre las memorias que leyó en el Ateneo podemos citar: *Nueva construcción de caminos de fierro adaptable al territorio desigual y montuoso de nuestra península (*22 de mayo de 1844) *y Memoria sobre la separación de la plata que contiene plomo: donde se extracta lo más esencial de los autores que han trabajado en las minas de América* (20 de junio al 18 de julio 1839) (Hernanz y Medrano, 1990; Ateneo, 1845).

Es nombrado socio de la Academia de Ciencias Naturales el 20 de febrero de 1834, de la que fue presidente de la sección de Matemáticas. Esta academia fue la precursora misma de la *Real Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales* (Hernanz y Medrano, 1990).

A finales de su vida tuvo diversas ocupaciones, en 1844 fue Senador por Granada y fue elegido Inspector de la Escuela Normal Militar. El problema del agua en Madrid era un tema que desde 1819 ya le atraía y en 1845 finalmente publica una memoria titulada: *Felicidad de Madrid: aclaraciones acerca del modo de realizar el abastecimiento de aguas a Madrid* (Hernanz y Medrano, 1990).

La fragilidad de su salud al final de su vida le permitía solamente hacer reediciones de sus libros en la imprenta de Garrasayaza, de la cual era propietario (Hernanz y

Medrano, 1990).

José Mariano Vallejo y Ortega fallece en Madrid el 4 de Marzo de 1846 (Garma, 1963; Hernanz y Medrano, 1990).

En el Ateneo, como era costumbre se honraba la memoria de los ateneístas fallecidos. En la memoria leída en la Junta General del 31 de diciembre de 1846 se puede leer:

> ...es triste la pérdida de varios socios muy apreciables que han fallecido, todos sumamente acreedores al aprecio y estimación del Ateneo singularmente el Sr. D. José Mariano Vallejo, cuyos constantes desvelos en favor de este cuerpo, no puedo menos de encomiar altamente (Ateneo, 1847; p. 12).

2.3 Obras tipo III. Las obras dentro de la Educación Matemática que tratan sobre Mariano Vallejo

Para la parte de las obras tipo III, toda vez que se encuentran dentro de la disciplina se observarán los siguientes elementos para analizarlas: ***objetivo, la metodología, el tópico estudiado, los periodos considerados, los resultados globales y los resultados en torno a Vallejo***, todo con la finalidad de sistematizar el análisis de la información que nos proveen este tipo de obras.

Asumimos un formato no convencional para la presentación de un estado de la cuestión. Esto tiene una razón de ser: dado que existen investigaciones en torno al trabajo de Vallejo dentro de la Didáctica de la Matemática, es preciso hacer un análisis detallado y sobre todo sistemático de ellos, esto nos permitirá tanto delimitar como justificar la elaboración de un "nuevo" trabajo sobre Vallejo.

2.3.1. Difusión de conocimientos matemáticos a los colegios mexicanos del siglo XIX. De la noción de cantidad al concepto de límite 1847-1900 (Camacho, 2002, 2008)

La investigación doctoral de Alberto Camacho Ríos sirve de fundamento para los dos documentos que analizamos (memoria doctoral y artículo). Dado que ambos tratan de las mismas cuestiones, los trataremos, para efectos de análisis como uno solo.

Objetivo:

Analizar las condiciones que propiciaron dos procesos de difusión de conocimientos matemáticos que, desde Europa, se enviaron para su diseminación a los colegios mexicanos del siglo XIX: los propios saberes y sus implicaciones en la enseñanza.

Se analizan tres procesos distintos para introducir los conocimientos matemáticos, procedentes de Europa, en los colegios mexicanos. El primero de ellos se sitúa a mediados del siglo XIX (1842), se estudió cómo conocimientos matemáticos provenientes de España y Francia fueron introducidos a los colegios mexicanos, fundamentalmente observó cómo el concepto de límite es adoptado por el Colegio de San Ildefonso. El segundo proceso fue impulsado por grupos de intelectuales y políticos a finales del siglo XVIII y dio como resultado la incorporación del cálculo diferencial e integral en el Seminario de Minería. Finalmente, el tercer proceso que analiza es otro flujo de conocimientos enciclopédicos provenientes de Francia que influyeron fundamentalmente en la Escuela Nacional Preparatoria a partir de 1867 (Camacho, 2002, 2008).

Metodología

En cuanto a la metodología, el análisis que se hace está inscrito en una problemática de corte social-cultural, histórico y epistemológico.

Se construye un modelo de emisión y recepción de conocimiento matemático elementarizado que, a través de obras elementales jugaron un papel importante en la enseñanza de la matemática mexicana (Camacho, 2002, 2008), se analiza la difusión en el modelo del concepto de función, por una parte como medio de expresión social y cultural, asimismo también como objeto matemático.

Las fases de esta investigación fueron:

a) Un análisis preliminar de la institución que acogió al conocimiento a través de fuentes fidedignas que apuntalen su historiografía, en este caso el fondo de San Ildefonso.

b) Revisión de los decretos de instrucción pública, que configuran el proyecto de coordenadas espacio-temporales en tanto la utilidad del conocimiento exhibido en los planes de estudio y de la sugerencia de obras elementales.

c) El reconocimiento para la escritura de la parte social y cultural de los procesos, que se lleva a efecto al colocar las obras elementales en el centro del estudio.

d) El estudio del conocimiento transmitido en las obras elementales que, a su vez, fue enseñado en los colegios nacionales.

e) Para la restauración de la historia, la descripción se teje a través de un andamiaje de hipótesis complementarias, no declaradas, que, sin embargo, enhebran los hechos históricos y los conceptos matemáticos, dándoles sentido y coherencia.

El tópico estudiado

En cuanto al contenido que se estudia se usa el concepto de función para articular el Análisis, mismo que sirve para articular las ideas en torno a la difusión de los conocimientos de Europa a América, así como para hablar del proceso interno de difusión de conocimientos.

Periodos considerados

1847 – 1867. En 1847 se crean juntas directivas de estudios que, con el propósito institucional de impulsar la difusión del conocimiento, proponen planes de estudios, libros de texto, equipo y material de laboratorio, de producción europea. El clímax de este periodo se alcanza entre 1859 y 1866. En 1867, se reinstaura la República y es por impulso del grupo en el poder político que se promueve la difusión de conocimientos enciclopédicos.

1867-1900. Conocido como el de la formación preparatoria.

Resultados globales

En general la investigación permitió al autor abundar sobre aspectos que tienen que ver sobre los cortes, compilaciones y especulación sobre las obras elementales, sobre la discretización de elementos del cálculo en la enseñanza matemática del Colegio de San Ildefonso, sobre la elementarización y esfuerzos por establecer el concepto de límite en la enseñanza matemática preparatoria, así como de las consecuencias de la enseñanza del concepto de límite a través de las ideas positivistas.

Sobre Vallejo

La obra de Vallejo que analiza es el Compendio en su edición de 1835, así como la versión del mismo para América, de 1851. Analiza fundamentalmente las "mutilaciones" y modificaciones que tiene la obra, producto del proceso de corte, compilación y especulación. Asimismo, se analiza en términos de su contenido matemático, sitúa al *Compendio* dentro del marco de la enseñanza de la matemática en México.

2.3.2. Historia de los inicios de la enseñanza del cálculo infinitesimal en México (López, 1992, 1998)

De igual manera que con la obra anterior, serán analizados juntos dos documentos: el artículo y la Memoria de Máster de la investigación realizada por América López.

Objetivos

Establecer un marco histórico socio-cultural que permita reflexionar sobre el porqué de los cambios, las permanencias y las reformas en los programas de Cálculo y planes de estudio a lo largo de periodo estudiado.

Revalorizar el trabajo de maestros ilustres que escribieron, como resultado de su labor docente con mayor o menor fortuna, libros de texto.

Recuperar procedimientos didácticos utilizados en el periodo, no sólo como curiosidad histórica sino también como recursos alternativos en la enseñanza.

Buscar rasgos de originalidad en el quehacer de la enseñanza de la matemática en México.

Elaborar una bibliografía que permita orientar los trabajos que profundizan en este campo.

Metodología

Como herramientas metodológicas se usan por una parte una malla de análisis en donde se sistematiza la información, tal es el caso de la ubicación del texto, naturaleza del contenido del texto y la opinión personal sobre el texto. Por otra parte se señala que se hace una búsqueda y recopilación de datos en periódicos de la época y en obras fundamentales para ubicar históricamente el desarrollo del trabajo, en sus aspectos social, cultural, político y educativo.

Asimismo, se plantea la localización de los libros de texto utilizados, como textos de Cálculo, la reunión de los mayores datos posibles para una breve bibliografía de los autores de los libros de texto y la comparación de algunos desarrollos didácticos entre los libros de texto analizados.

Los ejes usados para sistematizar la información son los profesores, las instituciones y los libros de texto.

Tópico estudiado

No existe un tópico específico de análisis, sino que se centra en el Cálculo Diferencial e Integral, haciendo un "repaso" del contenido matemático de las obras.

Periodos considerados

El periodo estudiado es el comprendido entre 1785 y 1867, que se corresponde con la primera clase de Cálculo en México y con la restauración de la República, que entre sus consecuencias está la aparición de la primera ley de educación en México.

Resultados globales

Esta investigación es un primer acercamiento a lo que fue la enseñanza del Cálculo en México en su primera etapa. En cuanto a los profesores, los primeros fueron militares que habían hecho sus estudios en España y que impartieron Cálculo ya sea en el Colegio de Minas o en la Academia de San Carlos, usando obras tanto de Mariano Vallejo como de Benito Bails.

Sobre Vallejo

Analiza el *Compendio* de Vallejo, señalando, como se dijo antes la manera en que se presentan los contenidos. Asimismo, valora el impacto de la obra basándose en las ediciones que se hicieron ex profeso para los colegios en México.

2.3.3. Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX (Maz, 2005, Maz y Rico, 2007)

Se analiza de manera conjunta la memoria doctoral y un artículo derivado de esta investigación realizada por Alexander Maz en la Universidad de Granada.

Objetivos

Como se cita en Maz (2007), el propósito buscado en esta investigación es:

Realizar un estudio del concepto de número negativo en los libros de matemáticas españoles de los siglos XVIII y XIX y establecer la presencia y difusión de las ideas matemáticas en que se sustenta, su elaboración y transmisión en la España de la época. Se pretende una aproximación y observación de la vida científica española de estos siglos al estudiar la evolución de estos conceptos en los documentos escritos.

El foco de su estudio está puesto en las situaciones con las que se asocia el número negativo.

Metodología

Se usa la metodología histórica, fundamentalmente basándose en los trabajos de Schubring (1991) y Glaeser (1981). En este trabajo de investigación se realiza una revisión y selección de autores y textos de matemáticas de la época, en los que los números negativos tienen una presencia importante.

Cada autor es situado en una época y es relacionado con las escuelas en las que se construye y difunde el conocimiento. Se propone también hacer explícita la dimensión social de la construcción social del conocimiento científico y el carácter contingente, activo y cambiante de las nociones matemáticas.

Tópico estudiado

Los números negativos, al hacer la revisión histórica se centra en ellos.

Periodos considerados

Periodo 1: Consolidación de los primeros Borbones en España (1700-1767). Periodo de influencia jesuita.

Periodo 2: Desde Carlos III a la restauración de Fernando VII (1768-1814). Periodo de la restauración.

Periodo 3: Desde la restauración de Fernando VII hasta la primera república (1815-1874). Periodo Romántico.

Periodo 4: Desde el fin del sexenio democrático hasta el inicio del siglo XX (1875-1900). Periodo de la Restauración.

Resultados globales

El concepto de número negativo, como se señala en la memoria doctoral, se revela como un potente catalizador intelectual de las ideas científicas básicas del periodo estudiado. Mediante esta gran complejidad en los tratamientos y en las aproximaciones usadas en la presentación y estudio de este concepto, se puede mostrar una buena parte de la evolución de la ciencia y la cultura de los matemáticos españoles de los siglos estudiados. Se usan para ello las nociones de cantidad, número y cantidad negativa.

Se comprueban las hipótesis: El concepto de número va asociado a una noción de cantidad en situación real; la estructura algebraica, utilizada en este periodo en los textos no es la estructura de adición de los números naturales y la anulación-compensación de los números naturales relativos; asimismo, la estructura de orden utilizada en este periodo en los textos no corresponde al orden de los números enteros sino al orden de los números naturales relativos.

Sobre Vallejo

En la memoria doctoral se analiza el *Tratado* y el *Compendio* para el primer estudio piloto, y para el estudio final se queda solamente con el *Tratado* de Vallejo de 1813. Sitúa al autor y su obra dentro de su segundo periodo, el que va desde Carlos III la restauración de Fernando VII (1768-1814), el periodo de la restauración. Se resaltan el hecho de la trascendencia de Vallejo más allá de lo académico, desde la política y sus cargos públicos, que le permitieron influir de una manera más o menos importante.

Se cataloga a Vallejo como un autor de transición. Cuando trabaja en Aritmética lo hace con números naturales relativos, a los que intenta quitar toda su carga conflictiva insistiendo en la relatividad de las cantidades "según conspira al fin del que calcula o a un fin contrario".

2.3.4. Vallejo y las "Ideas Primarias Acerca de los Números" (Carrillo, 2006)

Capítulo de libro de la obra colectiva sobre Vallejo que realizó el grupo de investigación de Historia de la Educación Matemática de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática "*José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática*" escrito por Dolores Carrillo.

Objetivo

Analizar la propuesta de Vallejo sobre las primeras nociones numéricas que se les deben de enseñar a los niños.

Metodología

Fundamentalmente Investigación histórica, para catalogar, situar y analizar la obra.

Asimismo, se hace una valoración de la propuesta de Vallejo para el tema que interesa usando la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

Tópico estudiado

Centra la atención en los números, números enteros y en los números quebrados.

Periodos considerados

No hay un periodo específico, sino más bien se fija en el impacto de una obra, "*Ideas primarias que deben darse á los niños en las escuelas acerca de los números, al mismo tiempo que se están ejercitando en la clave analítica de la lectura*", publicada en 1833 (también hace referencia en algunos momentos a la *"Aritmética para niños"*).

Resultados globales/Sobre Vallejo

Al ser parte de una obra dedicada a Vallejo, los resultados son enteramente sobre él. Presenta la propuesta para los números enteros, reflexiona sobre el método de Pestalozzi para proponer el suyo: el método debiera ser adquirir primero las ideas sobre los números y posteriormente expresar las ideas con palabras y por último aprender a escribirlas, un método contrario a lo propuesto en obras del mismo tipo y en ese tiempo.

En general se hace una comparación entre el método de Pestalozzi. Se hace también un análisis de la influencia de la obra, que va de la mano de su *"Proyecto de un plan metódico de primera enseñanza presentado á la dirección general de estudios por la comisión formada con este objetivo* (1822). Asimismo se señalan aquellos hechos que contextualizan la obra, de cómo Vallejo, desde su puesto como Miembro de la Dirección General de Estudios, intenta implementar su método.

2.3.5. Los ritos en la enseñanza de la regla de tres (Gómez, 2006)

Capítulo de libro de la obra colectiva sobre Vallejo que realizó el grupo de investigación de Historia de la Educación Matemática de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática "*José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática*" escrito por Bernardo Gómez.

Objetivos

Dar un panorama más o menos global de la evolución de lo que ha sido y cómo ha sido enseñada la regla de tres, haciendo especial énfasis en el episodio de la historia de la enseñanza de las matemáticas que se relata en el *Tratado* de Vallejo.

Metodología

Se plantea un análisis histórico epistemológico, se toman tres ejes principales para ello: El método de enseñanza, reflejado en el desarrollo del contenido; las concepciones epistemológicas, reflejadas en las definiciones y fundamento de los conceptos de la regla de tres y la relación que lo anterior tuvo con el contexto matemático de la época.

Tópico estudiado

La regla de tres, haciendo también un repaso por aquellas formas de enseñanza de la misma.

Periodos considerados

Se considera desde los inicios de nuestra era, siglo I, hasta aproximadamente la aparición del texto de Vallejo. Al final pone unas notas sobre algunos métodos modernos, del siglo XX para la enseñanza de la regla de tres.

Resultados globales

El texto cuenta la historia de la enseñanza de la regla de tres al paso de tiempo, su evolución, los cambios que ha sufrido en su enseñanza, fruto, como lo señala el autor, de la lógica evolución tanto de las teorías del aprendizaje, como de las concepciones sobre sus fundamentos teóricos.

Sobre Vallejo

Caracteriza el trabajo de Vallejo, como un punto de inflexión en la enseñanza y resolución de la regla de tres, ya que las ideas expresadas en su *Tratado*, marcan el paso de una resolución aritmética a una algebraica en España.

2.3.6. El cálculo diferencial en el "Compendio" de José Mariano Vallejo (González, 2006)

Capítulo de libro de la obra colectiva sobre Vallejo que realizó el grupo de investigación de Historia de la Educación Matemática de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática "*José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática*" escrito por María Teresa González.

Objetivos

Analizar el cálculo diferencial en el *Compendio* de Vallejo, situándolo en el panorama internacional de la época en cuanto al tema estudiado.

Metodología

Investigación histórica.

Tópico estudiado

El cálculo diferencial. Haciendo énfasis en el límite de variables, al cálculo diferencial de funciones y el estudio de curvas; en estos tópicos es que analiza y compara a Vallejo.

Periodos considerados

No se considera en sí un periodo, sino más bien se sitúan apariciones puntuales de ciertas obras, como son el *Analyse des indiniment petits* de L'Hopital en 1696, el *Tertrise of fluxions de Maclaurin* en 1742, el *Introductio in Analysim infinitorum* en 1748 de Euler, la *Théorie des fonctions analytiques contenat les príncipes du calcul difféntiel, dégadés de toutes considération d'infiniment petits ou d'évanouissans, de límites ou fluxiones et réduits a l'Ánalyse algébraique des quantités finies* de Lagrange, en 1847 y la obra de Lacroix (1797), *Traité élémentaire de calcul différentiel et de calcul intégral*, en el plano internacional, en el plano español, los *Principios de Matemáticas*, de Bails en 1772, Juan Justo García, en 1794 con la obra *Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría*, y el libro de Chaix *Instituciones del cálculo diferencial é integral con sus aplicaciones á las matemáticas puras y mixtas.* El libro de Vallejo que analiza ampliamente es el *Compendio de Matemáticas puras y mixtas*, publicado en 1819.

Resultados globales

Vallejo es un amplio conocedor de las Matemáticas de su tiempo. En sus obras es posible encontrar esas nociones y conceptos que, por estar aún en periodo de definición o precisión, presentan muchas facetas, tal es el caso de que considerar conceptos desde un punto de vista geométrico y más adelante, en la obra, considerarlo como un objeto puramente algebraico.

El libro tiene una clara intencionalidad didáctica, dada la gran cantidad de pasos y reglas, así como explicaciones detalladas para las operaciones.

2.3.7. Vallejo perplejo (Puig, 2006)

Capítulo de libro de la obra colectiva sobre Vallejo que realizó el grupo de investigación de Historia de la Educación Matemática de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática "*José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática*" escrito por Luis Puig.

Objetivos

Exponer y analizar una nota que pone Vallejo en el *Tratado Elemental de Matemáticas* sobre la representación geométrica de las cantidades imaginarias propuestas en el libro de John Warren *A treatise on the Geometrical Representation of the Square roots of Negative Quantities*.

Metodología

Investigación histórica. Se expresa además una búsqueda de lo que el autor llama cogniciones petrificadas, señalando con ello que no se busca la matemática contenida en la obra sino aquellas ideas que el autor de la obra plasmó en su libro.

Tópico estudiado

Los números imaginarios y sus representaciones.

Periodos considerados

No hay un periodo específico, sino que más bien el documento explora las ideas alrededor del año 1841, que es cuando se publica el *Tratado*, obra en la que aparece la nota que da pie a este documento.

Resultados globales

Se analiza a profundidad una nota sobre una representación geométrica propuesta por Warren para las cantidades imaginarias, se contextualiza la misma con aquellas situaciones que rodearon esta anotación.

2.3.8. El cálculo diferencial en el "Tratado Elemental de Matemáticas" de José Mariano Vallejo (Medrano, 1998)

Objetivos

Analizar el cálculo diferencial en el Tratado Elemental de Matemáticas.

Metodología

Investigación histórica, se hacen estudios pormenorizados de las obras antecesoras, con el fin de contextualizar el *Tratado*, para posteriormente analizar dos ediciones del mismo, la primera edición de 1812 y la segunda, de 1832.

Tópico estudiado

El cálculo diferencial, en particular la definición de Cálculo diferencial, el desarrollo en serie de potencias para una función y la serie de Taylor.

Periodos considerados

No existe propiamente un periodo, sino más bien se centra en torno a la publicación de las obras.

Resultados globales

Se presenta un análisis centrado en los contenidos del *Tratado*, se muestra la relación que tiene el trabajo de Vallejo con matemáticos, sobre todo franceses en los conceptos presentes. Asimismo se presenta una comparación entre distintas ediciones, mostrando el autor aquellos puntos que marcan las diferencias, concluyendo que no existe cambio sustancial como propuesta didáctica, si acaso en el aumento y corrección de algunas cuestiones.

2.3.9. Numerical solving of equations in the work of José Mariano Vallejo (Pacheco, Pérez y Suárez, 2007)

Objetivos

Presentar un método numérico para resolver ecuaciones algebraicas por Mariano Vallejo y mostrar la originalidad presente en el mismo.

Metodología

Investigación histórica.

Tópico estudiado

La resolución numérica de las ecuaciones algebraicas.

Periodos considerados

Primera mitad del siglo XIX.

Resultados globales

Se sitúa el trabajo de Vallejo por medio de la comparación. En algunos casos los ejemplos son proporcionados por él mismo, de su método con los existentes, el objetivo es mostrar la originalidad en las ideas presentadas en el *Compendio* en cuanto a la resolución numérica de ecuaciones algebraicas.

Se concluye que Vallejo contribuye a la formulación de los métodos *Regula Falsi* y de la secante en términos prácticamente actuales. También se hace énfasis en el hecho de que Vallejo no usa en ningún momento el Cálculo Diferencial para resolver las ecuaciones, solamente el Teorema de Rolle y que en caso de haber seguido un razonamiento un poco más riguroso en el planteamiento del método, que era la tendencia que se venía imponiendo en esa época (primer tercio del siglo XIX) en vez de los argumentos retóricos presentados, con toda seguridad sería considerado como uno de los precursores del Álgebra Computacional.

2.3.10. Study of the origin of the maximum-likelihood method (García, Pliego y Del Cerro, 2006)

Objetivos

Presentar un estudio evolutivo del método de máxima probabilidad.

Metodología

Investigación histórica.

Tópico estudiado

El método de máxima probabilidad.

Periodos considerados

Desde los estudios de Bernoulli (1778) hasta 1819, año que se corresponde con la publicación del *Compendio* de Vallejo.

Resultados globales

Se presenta una contribución a las últimas publicaciones que, sobre el origen del método de máxima probabilidad, se han hecho. Primero se hace un recorrido histórico de la aparición de este método, posteriormente se hace énfasis en algunos resultados que tradicionalmente no son incluidos dentro de los estudios históricos sobre el tema y no han tenido la justicia merecida.

Sobre Vallejo

Se analiza el trabajo de Vallejo y su relación con la formulación definitiva propuesta por Fisher sobre el tema. Se identifica el trabajo de Vallejo como la más importante contribución al cálculo de probabilidades de un autor español en el siglo XIX.

2.3.11. Aceptación en España de los criterios rigurosos del análisis matemático durante los siglos XIX y XX (Suárez, 2007)

Objetivos

Analizar el proceso que se siguió en España mediante el cual fueron aceptados los criterios rigurosos en el análisis matemático en los siglos XIX y XX.

Metodología

Investigación histórica, se analizan libros de matemáticas originales. Lo observado de estas obras fueron los siguientes conceptos: función; variable, límite, desarrollo en serie, utilización del límite en la definición de derivada, diferencial e integral, establecimiento de bases sólidas para los infinitesimales; incorporación de elementos propios de la aritmetización del análisis y tratamiento de la variable compleja.

Se hace en dos partes, por un lado se analiza el rigor en el análisis matemático en la Europa del siglo XIX para entender de qué forma impactó la llamada "crisis de los fundamentos del cálculo infinitesimal" iniciada en el siglo XVII. Posteriormente, en una segunda parte se expone la producción matemática española más relevante en el campo de Análisis Matemática correspondiente al siglo XIX.

Tópico estudiado

Función; variable, límite, desarrollo en serie, utilización del límite en la definición de derivada, diferencial e integral, establecimiento de bases sólidas para los infinitesimales; incorporación de elementos propios de la aritmetización del análisis y tratamiento de la variable compleja.

Periodos considerados

Para la primera parte se analiza el siglo XIX, fundamentalmente la obra de Cauchy. Para la segunda parte se estudian tres periodos: el siglo XVIII, los inicios de XIX y la segunda mitad del siglo XIX.

Resultados globales

La incorporación del rigor en el análisis matemático en España se da en dos etapas:

Un primer periodo que se caracteriza por la presentación de algunos conceptos de los que deriva la idea de rigor, como son los de definición precisa del concepto de función, de variable y de límite. Pero es un periodo en el cual aún no se utilizan de forma clara y rigurosa éstos en la construcción de la derivada e integral ni se utilizan con rigor los infinitesimales. Es un periodo que calificaríamos como de una matemática pre-Cauchy.

Un segundo periodo que abarcaría desde la publicación de las obras de Portuondo y Archilla hasta la aparición de las obras de Rey Pastor, que como es suficientemente conocido incorporan de forma definitiva el proceso de aritmetización del Análisis y la formulación lógica creada a inicios de siglo.

Este periodo está caracterizado por la incorporación del estilo de Cauchy al Análisis Matemático, por una búsqueda del rigor en la exposición de resultados.

Sobre Vallejo

José Mariano Vallejo en su obra *Tratado elemental de matemáticas* se posiciona entre aquellos que piensan que las argumentaciones geométricas para el Análisis Matemático están ausentes de rigor y que éstas han de ser estrictamente analíticas. Esto le convierte en uno de los introductores en España de un cierto carácter de rigurosidad en los contenidos, aunque aún no abandona el estilo retórico de la exposición usual en los textos españoles de inicios del siglo XIX.

José Mariano Vallejo en su *Compendio de Matemáticas Puras y Mistas* presenta un caso peculiar: el método de resolución numérica de ecuaciones polinómicas. Este método ha requerido un análisis detallado y aislado por encontrar en él aspectos de especial interés.

2.3.12. Els plantejaments del sistema educatiu als inicis de l'Espanya liberal (1833-1857) (Mulet, 1989)

Objetivos

Estudiar la manera en que se consolidaba la reforma educativa liberal-burguesa al Estado español (1833-1857), en la gradual construcción del sistema político constitucional, con dos etapas diferenciadas: de 1813 a 1845 y de 1845 a 1857.

Metodología

Investigación histórica. El análisis de los periodos se engloba en tres niveles: social, de teoría de la educación y del sistema escolar.

Tópico estudiado

No existe un tópico específico.

Periodos considerados

Se consideran los periodos de 1813 a 1845 y de 1845 a 1857.

Resultados globales

Los hechos que se identifican en este estudio son los siguientes:

Se pretendía impulsar la construcción del aparato ideológico y administrativo de la instrucción primaria (escuelas normales); se organizaba la vida colectiva según la concepción de estado nación. Incidencia en la política educativa; se introdujeron modelos educativos de la Europa mes «avanzadilla», se avanzaba en el proceso de uniformización y centralización. El triunfo del moderantismo liberal posibilitó la consolidación de la dualidad escuela estatal-escuela privada, y la lucha por el control de la educación estaba servida.

Se pretendía generalizar la instrucción primaria como educación popular y se estructuran los diversos niveles educativos.

La estructuración uniformista del Estado necesitaba una política de lengua y cultura únicas. Castellanización en la escuela.

Un gran número de autores hicieron sus propuestas educativas. Montesino, Lista, Quinto, Carderera, Avendaño, Grutas, Sagra, Gil de Zárate, Monturiol, etc.

Se produjo la proliferación de publicaciones periódicas, generales, infantiles, y profesionales, que actuaron como herramientas de mentalización e ideologización.

Los libros de texto relacionados con la instrucción primaria abrazaban desde la religión, las ciencias naturales o las matemáticas hasta la Pedagogía, que fue introducida a través de las escuelas normales, y tuvieron una cierta proliferación, aunque fueran poco originales.

Literatos con mentalidad moralista o crítica, de diverso signo, como Larra, Ayguals, Aribau, Fernán Caballero, etc. colaboraron en la ideologización de diversas capas de población.

No se consolidó el proceso de secularización.

Se introdujeron temas educativos como el de educación integral.

Sobre Vallejo

Con relación a la obra de Vallejo, analiza el impacto de algunas de sus obras, en especial *Aritmética para niños escrito para uso de las escuelas del reino* (1806) y la *Teoría de la lectura o método analítico para enseñar y aprender a leer* (1825).

2.4. Reflexiones acerca del estado de la cuestión

Del presente análisis podemos sacar las siguientes reflexiones, que serán determinantes para la delimitación del presente trabajo:

En el sentido de los objetivos de esta investigación, podemos afirmar que *no se aborda la obra completa de Vallejo*. La mayor parte de estas investigaciones, dada la naturaleza de su origen[3], fijan el análisis sobre Vallejo en un aspecto de sus libros, pudiendo ser éste, una materia (cálculo, aritmética, etc.) o un concepto (límites, funciones, números negativos).

De las obras tipo I y II podemos sacar una primera aproximación de períodos significativos en la obra de Vallejo:

> *Periodo 1: de la aparición de su primer libro (1804) hasta antes de la aparición del primer tomo del tratado (1811)*. La característica sugerida por la literatura es la de las primeras aproximaciones/ pruebas.
>
> *Periodo 2: de la publicación del tratado (1812) hasta 1824, fecha sugerida por el inicio de su exilio*. La literatura la describe como la época de mayor producción editorial.
>
> *Periodo 3: de 1824 hasta su muerte en 1846*. Este periodo está caracterizado por el aprendizaje de Vallejo en el extranjero (de 1824 a 1829), el periodo de las reediciones.

En principio se consideraron estos periodos extraídos de esta primera fase, aunque al final se ha realizado un ajuste más fino al considerar toda la obra de Vallejo.

[3] Su objeto de estudio no es el trabajo de Vallejo, sino alguno de los aspectos contenidos en alguno o algunos de sus libros.

CAPÍTULO 3.
Diseño de la investigación

Capítulo 3. Diseño de la investigación

Introducción

En este capítulo se define la metodología de nuestra investigación. Como se ha señalado antes, está enmarcada en la investigación histórica en educación matemática y como tal se apoya del método histórico para el cumplimento de sus objetivos.

Esta investigación se encuentra dentro la corriente histórica del estudio y análisis de libros de texto, asimismo está también entre las investigaciones de personajes históricos, por lo que la metodología tendrá que ser diseñada *ad hoc* para tales propósitos.

Es de nuestro interés analizar la obra de Vallejo atendiendo al qué se enseña y cómo se enseña en sus libros, así también darle al análisis un matiz temporal analizando los cambios en los libros sin desatender el fin último de la investigación histórica: construir una explicación de los hechos, esto es, las justificaciones histórico-contextuales de esos posibles cambios en los libros.

3.1 Problema de investigación

La meta principal de esta investigación es construir una explicación histórica que dé cuenta desde un punto de vista didáctico de la obra de un autor de libros de texto, asimismo es de nuestro interés proveer de una explicación en términos del contexto histórico-epistemológico del autor.

Los libros de Vallejo tuvieron un uso bastante prolongado en el sistema educativo tanto español como de América latina. Es un intento por caracterizar un agente que tuvo una gran influencia y por bastante tiempo en el sistema escolar. Esta idea le da pertinencia a nuestro estudio.

Si bien, como se ha mostrado en el capítulo anterior, existen investigaciones que han analizado parte de su obra, es también un propósito de esta investigación brindar un análisis integral de la obra del autor, donde su producción sea la protagonista, de ahí la justificación para la realización de un nuevo estudio sobre Vallejo.

Optamos por seguir la propuesta de Schubring (1987) en el sentido de hacer un análisis tridimensional. Además usamos un análisis de contenido para la caracterización de cada uno de los libros, de este modo podemos hablar de un análisis que nos permita ver la evolución o no de lo que en ellos está escrito.

3.1.1. Objetivos

El *objetivo general* de la presente investigación consiste en:

- Caracterizar la obra de Vallejo desde el punto de vista de la didáctica y justificarla en términos de su contexto.

Para la consecución de este objetivo, se plantearon los siguientes *objetivos particulares*:

- Hacer un análisis de contenido de cada libro, con el fin de caracterizar qué enseña y cuáles son las directrices didácticas que podemos encontrar.

- Hacer un análisis transversal de la obra de Vallejo, tomando en cuenta las diversas etapas por las que transcurre.
- Dar una explicación tomando en cuenta el contexto histórico-epistemológico de la época de los cambios en los contenidos y en las formas de enseñanza.

3.1.2. Preguntas

Las siguientes interrogantes son las que buscamos responder con la presente investigación:

- ¿Cuáles son las características de lo que enseña Vallejo?
- ¿Cuál es la evolución de la obra de Vallejo, desde el punto de vista de la didáctica de la Matemática?
- ¿Cuáles son las influencias del contexto histórico-epistemológico que produjeron esos cambios?

3.1.3. Hipótesis

Se plantean las siguientes hipótesis acerca de la obra de Vallejo, tomando en cuenta tanto los objetivos como las preguntas:

- Existe una contribución en el campo de la enseñanza de las matemáticas.
- Existe una coherencia entre el contenido de los libros de Vallejo y su forma de enseñanza con el contexto histórico.
- Hay diferencia entre los libros destinados a la primera educación y las obras científicas, en términos de las categorías determinadas en el análisis de contenido.
- La obra de Vallejo evoluciona hacia la mejora de la enseñanza de las matemáticas y atendiendo también a su contexto.
- Los períodos planteados para dividir la obra de Vallejo son pertinentes en tanto que permiten una caracterización adecuada.

3.2. Metodología

Al ser esta una investigación de corte histórico seguimos las fases para una investigación de estas características propuestas por Ruiz (1976, citado en Sierra, 2005) para la organización y ejecución de nuestra labor investigativa.

Las fases son una adaptación del método científico a la investigación en historia de la educación matemática, éstas consisten en:

<u>Planteamiento de la investigación</u>.

> Se seleccionó un personaje en el ámbito de la Educación Matemática, con relevancia tanto para la Matemática como para la enseñanza de la misma, así mismo se valoraron los posibles recursos y el tiempo de realización de la investigación.

Selección de problemas. Criterios.

El problema en sí consiste en la elaboración de una explicación histórica de la obra de José Mariano Vallejo en relación a su quehacer como matemático y como autor de libros de texto, su obra es compleja pues abarca distintos niveles educativos y áreas disciplinares.

Estado de la cuestión.

Elaborado con tres tipos de documentos (Tipo I, II y III), consiste en un panorama de lo que se ha escrito sobre Vallejo. Fundamentalmente sirve para dos cuestiones: la primera, desde la investigación histórica misma, para reunir las fuentes secundarias que nos dan las primeras pistas para las fuentes documentales primarias y, además, sirve para delimitar el campo de acción de la investigación, es decir, el porqué es una investigación original en el campo de la educación matemática.

Primer sondeo de fondos documentales.

Los fondos documentales primarios (las obras de Vallejo) se encuentran en el Fondo Histórico de la Universidad de Salamanca, se cuenta al menos una edición de los trabajos de Vallejo, en la biblioteca de la Real Academia de San Fernando, en la Biblioteca del Ateneo de Madrid y en la biblioteca de la Residencia de Estudiantes del Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Además, se han sondeado fondos digitales en internet, como Google Books, la Biblioteca Virtual de Andalucía, la Biblioteca de la Universidad de Granada, el fondo digital de la Biblioteca Nacional, la Biblioteca virtual Miguel de Cervantes. Se han localizado por lo menos una edición de cada una de las obras principales de Vallejo.

Primera delimitación de la investigación.

Una primera revisión a los fondos documentales nos hace afirmar que es posible realizar la investigación como se ha planteado de inicio.

Elaboración de una hipótesis o campo de hipótesis.

Se elaboraron las siguientes hipótesis:

- Existe una contribución en el campo de la enseñanza de las matemáticas.
- Existe una coherencia entre el contenido de los libros de Vallejo y su forma de enseñanza con el contexto histórico-contextual.
- Hay diferencia entre los libros destinados a la primera educación y las obras científicas, en términos de las categorías determinadas en el análisis de contenido.
- La obra de Vallejo evoluciona hacia la mejora de la enseñanza de las matemáticas y atendiendo también a su contexto.
- Los períodos planteados para dividir la obra de Vallejo son pertinentes en tanto que permiten una caracterización adecuada.

Recogida de datos o fase de documentación.

Es la recopilación de los fondos documentales pertinentes para la investigación:

- Los libros en formato papel se encuentran todos en la Biblioteca de la

Universidad de Salamanca.

- Otros se tienen en fotocopias, los originales se encuentran en México en la Biblioteca personal de América López.
- La mayor cantidad de las obras se tiene en formato digital, provenientes de los fondos antes citados. En algunos casos se ha tenido que fotocopiar algunas páginas de libros en formato papel pues los originales de esas fuentes digitales se encontraban en mal estado y no era posible visualizar correctamente su contenido.
- Las fuentes primarias que no son libros de Vallejo, se encuentran en la Biblioteca de la Real Academia de San Fernando, manuscritos de puño y letra de Vallejo en su etapa como estudiante de la Academia, fundamentalmente sus trabajos de fin de curso.

Selección y clasificación de los documentos.

Una vez recopilada la información se procedió a la selección de la documentación útil y una posterior clasificación de éstos. Los criterios para la inclusión de un documento como fuente primaria fueron que efectivamente el autor fuese Mariano Vallejo (que haya sido publicado entre 1779 y 1846 o si fuese posterior que se tenga la seguridad de que fue Vallejo quién la editó), asimismo, el otro criterio que se usó fue que la obra esté dedicada a la enseñanza de la matemática en alguna de las dos modalidades que el mismo Vallejo señala: obras dedicadas a la primera enseñanza y obras científicas.

Crítica de los documentos. Esta etapa consiste en la determinación de la autenticidad y en darle el sentido real del contenido de las fuentes primarias seleccionadas para la investigación.

Crítica externa.

Se preocupa de determinar la autenticidad de las fuentes según sus características formales, las circunstancias en que ha llegado a ser posible su conocimiento y el modo de llegar a las manos del historiador.

En este caso la crítica externa se hizo corroborando las ediciones correspondientes de cada obra, consultando cuando estaba disponible el original de cada obra.

En cuanto a los manuscritos de Vallejo, se han consultado los originales en la Biblioteca de la Real Academia de San Fernando.

Crítica interna.

Se trata de fijar el sentido literal de los documentos así como el sentido real del mismo. En este sentido el análisis de contenido de cada libro fue una herramienta de control de la crítica interna, ya que permitió, hacer un análisis de cada libro en términos de la Didáctica de la Matemática. La definición de las categorías (determinadas desde una didáctica moderna) permite un contraste e interpretación adecuada (sentido literal-sentido real) de la obra.

Análisis e interpretación de los documentos.

Se seguirá la línea propuesta en Schubring (1987) para el análisis de la *oeuvre* de libros de texto históricos, una aproximación holística mediante el uso de un esquema tridimensional, los ejes de este análisis son los siguientes:

- *La primera dimensión consiste en el análisis de los cambios entre ediciones de un libro de texto escogido como punto de partida, dígase uno de álgebra o uno de aritmética*. En esta primera etapa se realizó un **análisis de contenido** (Rico *et al*., 2008) para caracterizar, de manera sistemática, desde un punto de la Didáctica de la Matemática cada una de las obras. Esto nos permitió hacer un análisis de los cambios entre las ediciones, tomando como base para la comparación los elementos propios del análisis de contenido: estructuras conceptuales del contenido, los sistemas de representación usados y la fenomenología intrínseca a la obra.

- *La segunda dimensión consiste en encontrar los correspondientes cambios en otros libros de texto pertenecientes a la misma oeuvre, mediante el estudio de aquellas partes que tienen campos conceptuales relacionados, dígase álgebra geométrica, trigonometría, etc*. La información obtenida de los análisis de contenido realizado para la primera dimensión nos permitió hacer este análisis, igualmente, fue posible hacer comparaciones entre obras dedicadas a la enseñanza de un campo conceptual, pero que están dirigidos a poblaciones distintas.

- *La tercera dimensión correlaciona cambios en los libros de texto con cambios en el contexto: cambios en los planes de estudio, decretos ministeriales, debates didácticos, evolución de las matemáticas, cambios en la epistemología*. La elaboración del estado de la cuestión nos ha permitido, además de delimitar el campo de estudio de esta investigación, tener datos para justificar los cambios en las obras que aparecen por influencia del contexto.

<u>Construcción o síntesis histórica: explicación histórico pedagógica</u>.

En esta etapa se construye la explicación histórica propiamente dicha, abordando la obra de Vallejo desde el punto de vista de la matemática, de su didáctica, atendiendo fundamentalmente al proceso de cambio que tuvo en el tiempo, producto de la influencia del contexto.

<u>Exposición del trabajo de investigación</u>.

Consistió en la escritura de la memoria doctoral, atendiendo a los objetivos.

3.3. Selección de las fuentes documentales

Como se ha señalado con anterioridad, los criterios para la inclusión de una obra en esta investigación fueron los siguientes:

- El autor (Mariano Vallejo).
- Que el material sea elaborado/editado por Vallejo. Esto consiste en obras que se encuentran publicadas entre los años 1779 y 1846 y de aquellos libros que si bien son publicados después, se tiene la seguridad de que son trabajos de Vallejo.
- Que las obras fuesen para la enseñanza de la Matemática, en una de las dos modalidades que el mismo Vallejo señala, dedicadas a la primera enseñanza u obras científicas.

En el caso de las obras de primera educación se analizarán los siguientes libros:

Idéas primarias que deben darse á los niños en las escuelas acerca de los números, al mismo tiempo que se están ejercitando en la clave analítica de la lectura.

- 1833, Editorial: Miguel de Burgos, Madrid.

Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del reyno, (ADN):

- 1806, Imprenta Real, Madrid, Segunda edición.
- 1824, Imprenta que fue de García, Madrid, Tercera edición.
- 1836, Garrasayaza, Madrid, Quinta edición.
- 1841, Librería de D. Vicente Salvá, París, Sexta edición.
- 1845, Garrasayaza, Madrid, Séptima edición.

Geometría de niños, para uso de las escuelas normales, (GDN).

- 1834, Imprenta de Quilez y compañía, Madrid, Primera edición.
- 1845, Garrasayaza, Madrid, Segunda Edición.

En cuanto a las obras de carácter científico se considerarán para el análisis los siguientes libros:

El Compendio de Matemáticas puras y mistas, Tomo I, (CM-I).

- 1819, Imprenta de Estévan, Valencia, Primera edición.
- 1826, Imprenta que fue de García, Madrid, Segunda edición.
- 1835, Garrasayaza, Madrid, Tercera edición.
- 1840, Garrasayaza, Madrid, Cuarta edición.

El Compendio de Matemáticas puras y mistas, Tomo II, (CM-II).

- 1819, Imprenta de Estévan, Valencia, Primera edición.
- 1827, Imprenta que fue de García, Madrid, Segunda edición.
- 1835, Garrasayaza, Madrid, Tercera edición.
- 1840, Garrasayaza, Madrid, Cuarta edición.

El Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo I. Parte Primera, (TM-I-I).

- 1812, Imprenta de Melchor Guasp, Mallorca, Primera edición.
- 1821, Imprenta del Gobierno Político Superior, Barcelona, Tercera edición.
- 1841, Garrasayaza, Madrid, Cuarta edición.

El tratado Elemental de Matemáticas, Tomo I. Parte segunda, (TM-I-II).

- 1812, Imprenta de Melchor Guasp, Mallorca, Primera edición.
- 1825, Imprenta que fue de García, Madrid, Tercera edición.
- 1847, Garrazayaza, Madrid, Cuarta edición.

El tratado Elemental de Matemáticas, Tomo II, parte primera, (TM-II-I).

- 1813, Imprenta de Melchor Guasp, Mallorca, Primera edición.
- 1817, Imprenta de Doña Catalina Piñuela, Madrid, Segunda edición.
- 1844, Garrasayaza, Madrid, Tercera edición.

El tratado Elemental de Matemáticas, Tomo II, parte segunda, (TM-II-II).

- 1813, Imprenta de Felipe Guasp, Mallorca, Primera edición.
- 1832, Imprenta de Don Miguel de Burgos, Madrid, Segunda edición.

Memoria sobre la curvatura de las líneas en sus diferentes puntos: sobre el radio de curvatura, y sobre las evolutas, (MCL).

- 1807, Imprenta Tomas de Alban, Madrid.

Previo a la elección de los libros a analizar vía los criterios mencionados, nuestra lista de libros, además de los anteriores, incluía los siguientes:

Vallejo, J. M. (1801). *Disertación en que se prueba que en España siempre se han cultivado las matemáticas, supuesto que han producido en ella sus efectos.* Manuscrito del Archivo de la Real Academia de San Fernando: Madrid, 22 de junio de 1801. -- 60 págs.; 21'5 x 15 cm.

Vallejo, J. M. (1801). *Disertación en que se prueba que el sistema déclupo de la numeración es el más perfecto de cuantos se han inventado.* Manuscrito del Archivo de la Real Academia de San Fernando: Madrid, 27 de febrero de 1801. -- 54 págs.; 20'5 x 15 cm.[1]

Vallejo, J. M. (1806). *Adiciones a la geometría de Benito Bails,* Madrid: Imprenta de la hija de Ibarra. (Esta obra si bien es de matemáticas se decide no incorporarla a análisis de contenido por ser de una naturaleza diferente, sigue las ideas de Bails en cuanto a estructura, así que si bien se pone una nota sobre ella, no se hace un estudio exhaustivo del mismo).

Vallejo, J. M. (1812). *Tratado completo del arte militar. Tomo I.* Mallorca: Imprenta de Melchor Guasp.

Vallejo, J. M. (1815). *Compendio de mecánica práctica para uso de los niños, artistas, artesanos...: Con el modo de construir la curva que trazaban las granadas arrojadas por los franceses en el sitio de Cádiz.* Madrid: Imprenta de Catalina Piñuela.

Vallejo, J. M. (1815). *Disertación sobre el modo de perfeccionar la agricultura: por los conocimientos astronómicos y físicos, y elevarla al grado de ciencia físico-matemática*. Madrid: Imprenta de Doña Catalina Piñuela.

Vallejo, J. M. (1817). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo III. Parte Primera.* Primera edición. Valencia: Imprenta de Estévan.

Vallejo, J. M. (1825). *Teoria de la lectura o método analítico para enseñar y aprender a leer*. Madrid: Imprenta que fue de García.

Vallejo, J. M. (1833). *Teoria de la lectura o método analítico para enseñar y aprender a leer*.

[1] Ambos localizados en el Archivo General de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando. Vallejo fue estudiante y profesor de este lugar, forma parte de los documentos que los estudiantes redactaban como memorias de fin de curso. En total son 6 los documentos de Vallejo de este estilo, pero son estos dos los que se consideraron relevantes para esta investigación.

Madrid: Imprenta de Don M. de Burgos.

Vallejo, J. M. (1833). *Tratado sobre el movimiento y aplicaciones de las aguas*, *Tomo I.* Madrid: Miguel de Burgos.

Vallejo, J. M. (1833). *Tratado sobre el movimiento y aplicaciones de las aguas*, *Tomo II.* Madrid: Miguel de Burgos.

Vallejo, J. M. (1833). *Tratado sobre el movimiento y aplicaciones de las aguas*, *Tomo III.* Madrid: Miguel de Burgos.

Vallejo, J. M. (1834). *Examenes celebrados el dia 27 de abril cumpleaños de nuestra excelsa Reina Gobernadora, en las escuelas normales, establecidas por real órden, bajo la inspeccion inmediata de D. José Mariano Vallejo.* Madrid: Imprenta de Quilez y Compañía.

Vallejo, J. M. (1834). *Explicación del mejor uso que tienen para la enseñanza las diferentes obras publicadas*. Madrid: Quilez y Compañía.

Vallejo, J. M. (1834). *Nociones geográficas y astronómicas para: comprender la nueva división territorial de España*. Madrid: Quilez.

Vallejo, J. M. (1839). *Memoria en que se trata de algunos puntos, relativos al sistema del mundo y formacion del globo terrestre que habitamos: con aplicacion á investigar nuevos procedimientos para la separacion y aprovechamiento de la plata que contiene el plomo*... Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1840). *Explicación del sistema decimal ó métrico francés, que por ley de 4 de julio de 1837, se ha mandado establecer en Francia, y está rigiendo allí desde 1 de enero de 1840 sobre las unidades de pesas, medidas y monedas correspondencia de las expresadas unidades francesas con las españolas, y de las españolas con las francesas y modo de hacer la reducción de unas á otras*. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1843). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo III*, 1843. Madrid: Garrazayaza.

Vallejo, J. M. (1844). *Nueva construcción de caminos de fierro, adaptable al territorio desigual y montuoso de nuestra península*; *leída en la Sección de Ciencias Físico-Matemáticas del Ateneo de Madrid el 22 de mayo de 1844*. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1845). *Felicidad de Madrid y aun de toda la España, ó Aclaraciones acerca del modo de realizar el abastecimiento de aguas a esta capital en siete meses*... Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1845). *Teoria de la lectura o método analítico para enseñar y aprender a leer*. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1847). *Compendio de matemáticas puras y mistas, Tomo I*. Octava Edición. París: Librería de A. Bouret y Morel.

Vallejo, J. M. (1851). *Nueva cartilla para enseñar y aprender á leer en menos de la mitad del tiempo que por los mejores métodos conocidos hasta el dia*. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1852). *Explicación del Sistema decimal o métrico, aplicado a las pesas, medidas y monedas.* Madrid: Imprenta de M. Jiménez (editado por V. Cuadrupani)

Vallejo, J. M. (1855). *Compendio de matemáticas puras y mistas, Tomo I*. Quinta Edición. Madrid: Imprenta de los herederos del autor (Garrasayaza).

Vallejo, J. M. (1856). *Compendio de Matemáticas puras y mixtas*. *Tomo I.* París: Walder.

(Editado por Liberto Solana y para uso de los colegios de América).

Vallejo, J. M. (1864). *Definiciones y estracto de las principales reglas y operaciones de la aritmética…* Madrid: Garrasayaza. (Editado por Manuel María Barbery)

Vallejo, J. M. (1872). *Definiciones y estracto de las principales reglas y operaciones de la aritmética…* Madrid: Imprenta de Campuzano hermanos. (Editado por don Manuel María Barbery).

Vallejo, J. M. (1883). *Compendio de Matemáticas puras y mixtas*. *Tomo I*. París: Imprenta de H. Bouret. (Editado por Liberto Solana y para uso de los colegios de América).

Vallejo, J. M. (1883). *Compendio de Matemáticas puras y mixtas*. *Tomo II*. París: Imprenta de H. Bouret. (Editado por Liberto Solana y para uso de los colegios de América).

Si bien estas obras no serán objeto directo de nuestro estudio, son de gran interés y utilidad, pues es sabido que en las obras de Vallejo se encuentra una gran cantidad de datos relativos al contexto histórico de la época.

Como se ha especificado con anterioridad en el capítulo 2, las fuentes secundarias están formadas por todos los trabajos analizados para el estado de la cuestión realizado en la presente investigación.

3.4. Herramientas metodológicas para el análisis de libros de texto

A continuación presentamos las herramientas metodológicas usadas, que nos permiten tener una sistematicidad en la información recogida de los libros. Estas herramientas están en el orden en que fueron usadas y por lo tanto describen en forma un tanto lineal el proceso que se siguió tanto para la recopilación de datos como el análisis de los mismos.

3.4.1. Fichas de catalogación

Para la sistematización del análisis y por ende de la información que obtuvimos de los libros que se analizaron se hizo uso, primeramente de una tabla (que en adelante denominaremos ***ficha de catalogación***), que recogió fundamentalmente los datos de catalogación básica del libro. Los campos fueron:

- *Aspectos generales*

  Nombre de la obra.

  Primera edición (datos generales: título, editorial, lugar, fecha).

  Ediciones existentes.

  Ediciones analizadas.

  Localización de las obras analizadas y situación por la que la obra llega a manos del investigador.

- *Propósitos y estructura de la obra*

  Objetivos generales de la obra.

  Público al que está dirigida.

  Estructura del material y Secuenciación de los contenidos.

3.4.2. Análisis de contenido

Una acción a realizar en la investigación fue el comparar tanto los cambios entre las ediciones como entre libros que tuviesen campos conceptuales relacionados. Para ello es necesario tener criterios de comparación, en nuestro caso, esas categorías están determinadas por el análisis de contenido planteado en el capítulo 1.

De esta manera, la siguiente herramienta la constituye una gran tabla para cada libro a analizar, que está conformada por los siguientes elementos:

- La estructura conceptual del contenido matemático puesto en juego.

Una vez establecidos los objetivos de la investigación, es necesario hacer una reinterpretación de lo que se asumirá por estructura conceptual. Nuestro objetivo es caracterizar la obra y en particular cada libro de Vallejo, se quiere saber qué se enseña y qué características tiene de manera global. En el caso que atañe a la estructura conceptual consideramos que aquello que caracteriza al contenido es por una parte su secuenciación, pues de ahí es donde pueden mirarse los focos conceptuales y la concepción que tiene el autor de la disciplina que enseña. Por lo tanto las tareas que se realizaron en esta categoría están enfocadas principalmente a ese punto y son las siguientes:

  - ✓ La identificación de la o las ideas que guían la secuenciación de los contenidos.
  - ✓ Identificación de formas de presentación de los contenidos.
  - ✓ Identificación del conocimiento procedimental presente en el libro, entendiendo que este tipo de conocimiento es el que determina la actuación de los participantes.
  - ✓ La elaboración de un mapa conceptual.

- Los sistemas de representación usados.
- La fenomenología intrínseca a la obra.

Así determinaremos la caracterización de cada libro y nos permitirá hacer las comparaciones pertinentes con las obras relacionadas conceptualmente con el libro en cuestión.

3.5. Comparación entre ediciones de una misma obra y el contexto histórico relacionado

Una vez hecho este análisis se procedió a la comparación entre ediciones, atendiendo así uno de los objetivos de la investigación (Schubring, 1987). Se consideraron:

- Los cambios "físicos" entre los libros, es decir, se describen los cambios en la redacción, la inclusión/eliminación de elementos en las secciones ya presentes y la eliminación/inclusión de nuevas secciones.
- Posteriormente se hace una reflexión tomando en cuenta los elementos del análisis de contenido, es decir, cómo estos cambios tienen algún efecto en las estructuras conceptuales, los sistemas de representación y la fenomenología de la obra.

- Parte importante de esta investigación es establecer correlaciones entre los cambios en las obras y el contexto histórico-epistemológico de la época. La tercera sección de esta comparación la conforman, cuando se tiene la información disponible, esas explicaciones.

Como resultado de las fichas de catalogación se observó que en realidad los contenidos de las nuevas ediciones de los libros contenían la totalidad de las anteriores y los cambios se presentaban en forma de nuevas secciones, por lo que se optó por hacer, de manera conjunta, el análisis de contenido de todas las ediciones de cada libro.

3.6. Comparación entre obras o partes de obras que tienen campos conceptuales relacionados y el contexto histórico relacionado

Siguiendo la línea trazada por Schubring (1987), procedimos al análisis de los campos conceptuales relacionados entre las distintas obras de Vallejo. Las etapas de este análisis fueron las siguientes:

- La elaboración de un esquema de cómo se relacionan conceptualmente las obras analizadas. Éste nos sirvió de guía para el análisis.
- Los subesquemas presentes representan esa relación conceptual entre las obras, se hace una comparación/análisis de cada una de esas relaciones (nodos en el esquema), tomando en cuenta nuevamente la información que nos provee el análisis de contenido: las estructuras conceptuales, los sistemas de representación y la fenomenología de la obra.
- Nuevamente se resalta la importancia de la explicación histórica de los hechos, después de cada comparación, cuando se cuenta con la información, se dan estas explicaciones.

3.7. Acerca de la elección de las herramientas para el análisis de libros de texto históricos

Haremos primero algunas consideraciones sobre el análisis de contenido. Si bien antes se han usado para analizar libros de texto históricos (Maz, 2005; Picado, 2009) bien vale la pena señalar algunos puntos importantes acerca de la elección del análisis de contenido como herramienta de análisis.

Como se ha señalado anteriormente, el análisis de contenido es en realidad una técnica de análisis de información y es la Didáctica de las Matemáticas la que en realidad provee de las categorías para caracterizar cierto documento. Esta elección de la terna Estructura conceptual - Sistemas de representación – Fenomenología, que se puede leer en profundidad en Rico (1997) y Rico *et al.* (2008), tiene como motivación la caracterización del conocimiento matemático escolar y tiene como referente la acción de los profesores al diseñar la instrucción matemática.

Están elegidas con el fin de tener una cierta sistematicidad en el diseño de las actividades del aula y desde luego, como se ha planteado anteriormente, trae consigo ciertas ideas del significado de la construcción de conocimiento matemático: una postura cognitivo-estructural de las matemáticas.

Aceptar esta elección pues significa, en parte, aceptar también estas ideas como propias.

Esta herramienta de análisis fue diseñada como parte de un proceso más complejo, como parte de un análisis didáctico, que al final será el fundamento para un diseño de instrucción (Rico *et al*., 2008). Por lo tanto, si usamos esta misma herramienta para analizar un libro de texto histórico que desde luego tiene una "vocación didáctica" lo que estaremos haciendo sería comparar qué tanto se "asemeja" el contenido del libro con un posible análisis de contenido "moderno" de los mismos contenidos. La primera reflexión que se saca de esto es el hecho de que su uso es inverso para el que fue diseñada.

Por otro lado, si tanto las representaciones como el análisis fenomenológico son transversales a los mapas conceptuales, lo que en verdad secuencia la instrucción es la elección del recorrido de los focos conceptuales que hacemos al hacer nuestro análisis. Por tanto, si analizamos con estas ideas, resulta que al mirar la secuenciación lo que estaremos mirando será un "índice" de los principales candidatos a ser esos focos conceptuales, aquellos elementos que el autor consideró son los que organizan los contenidos. De ahí que una segunda reflexión sería que para el análisis de contenido de un libro histórico con vocación didáctica se puede partir de la identificación de lo que organiza y no de lo organizado. Se puede partir de una estructura conceptual general hacia la determinación de los elementos más simples.

En cuanto a una aproximación holística mediante el uso de un esquema tridimensional propuesto por Schubring (1987), debemos señalar que si bien las investigaciones son bastante aproximadas conceptualmente (en tanto se analiza la obra de un autor de libros de texto históricos) lo cierto es que existen diferencias grandes entre la obra de Lacroix y la de Vallejo.

Según se puede entreleer de (Schubring, 1987), una característica de Lacroix es sobre la autoría del contenido de sus libros, él era un matemático con una cierta importancia y parte del contenido de sus libros no eran de su autoría; se presenta un cierto equilibrio en Lacroix como matemático y como "compilador" de contenidos. El caso de Vallejo es un poco distinto, con relativamente muy poca autoría en sus contenidos, él se consagra más como un didacta, lo que hace que los objetos de estudio sean distintos.

CAPÍTULO 4.

Análisis de contenido de los libros de texto históricos

Capítulo 4. Análisis de contenido de los libros de texto históricos

Introducción

En este capítulo se presenta el análisis de contenido de los libros, asimismo las comparaciones tanto de los cambios entre las ediciones de una misma obra como las explicaciones contextuales de los hechos.

Se sigue un orden cronológico para presentar el análisis de los libros y se presentan primero las obras de primera enseñanza y posteriormente las científicas.

La mayoría de los libros son analizados siguiendo la siguiente secuencia:

a) Se realiza un análisis de contenido en los términos planteados en el capítulo 3.

b) Se realiza una explicación sobre ese libro en términos del contexto histórico.

c) Se analizan los cambios que se dan entre las respectivas ediciones, mirando cómo es que esos cambios afectan a las categorías que comprenden el análisis de contenido y las explicaciones histórico-contextuales de esos cambios.

En el caso de las *Adiciones a la Geometría* únicamente se describen las revisiones hechas por otros autores. Por otra parte, en la *Memoria sobre la curvatura de las líneas*, al ser edición única, se omite el inciso c. Y finalmente, en el caso del *Tratado* y del *Compendio*, se presentan los análisis de contenido en la sección respectiva a cada tomo y parte para al final del análisis presentar la explicación del contexto histórico y los respectivos cambios entre las ediciones analizadas.

4.1 Aritmética de Niños

Nombre: *Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del reyno*.

Año: 1804.

Editorial: Imprenta Real.

Lugar de publicación: Madrid.

<u>*Ediciones analizadas:*</u>

1806, Madrid, Imprenta Real, Segunda edición. Localización: Biblioteca virtual de Andalucía (disponible en web) y en la Biblioteca Nacional de España, repositorio digital, disponible en web. (En las Referencias es el 1806b).

1824, Madrid, Imprenta que fue de García, Tercera edición. Localización: Google Books, original en papel en la Universidad Complutense (disponible en web).

1836, Madrid, Garrasayaza, Quinta edición. Localización: Google Books, original en la

Biblioteca Pública Episcopal del Seminario de Barcelona (disponible en web) y en la Biblioteca del Ateneo de Madrid. Signatura G-9278.

1841, París, Librería de D. Vicente Salvá, Sexta edición. Localización: Biblioteca personal América López (México). (En las Referencias es el 1841a).

1845, Imprenta Garrasayaza, Séptima edición. Localización: Biblioteca general de la Universidad de Salamanca. Signatura BG/47037. (En las Referencias es el 1845a).

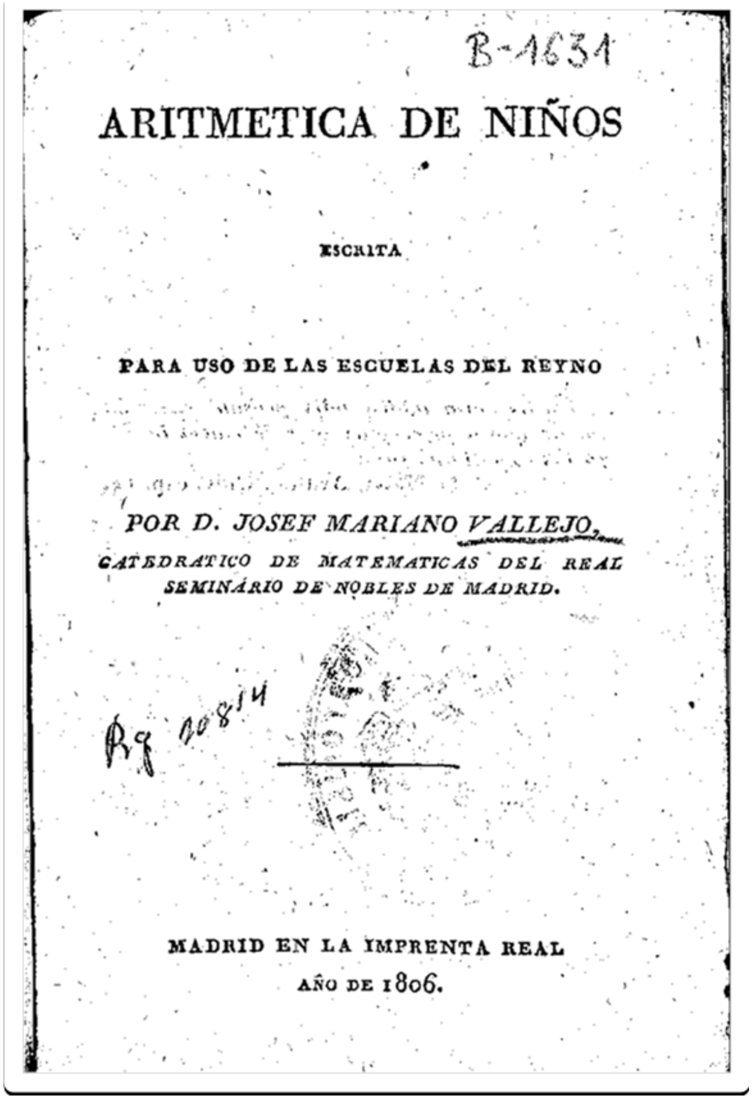
Ediciones existentes además de las analizadas

1804, Madrid: Imprenta Real, Primera edición.

1830, Madrid: Miguel de Burgos, Cuarta edición.

1847, París, Librería de A. Bouret y Morel, Octava edición (está en la biblioteca personal de América López, pero se editó después de su muerte).

1958, Madrid, Garrasayaza, Librería de Hernando, Novena edición.


B-1631

ARITMETICA DE NIÑOS

ESCRITA

PARA USO DE LAS ESCUELAS DEL REYNO

POR D. JOSEF MARIANO VALLEJO,
CATEDRATICO DE MATEMATICAS DEL REAL SEMINARIO DE NOBLES DE MADRID.

Rg 10814

MADRID EN LA IMPRENTA REAL
AÑO DE 1806.

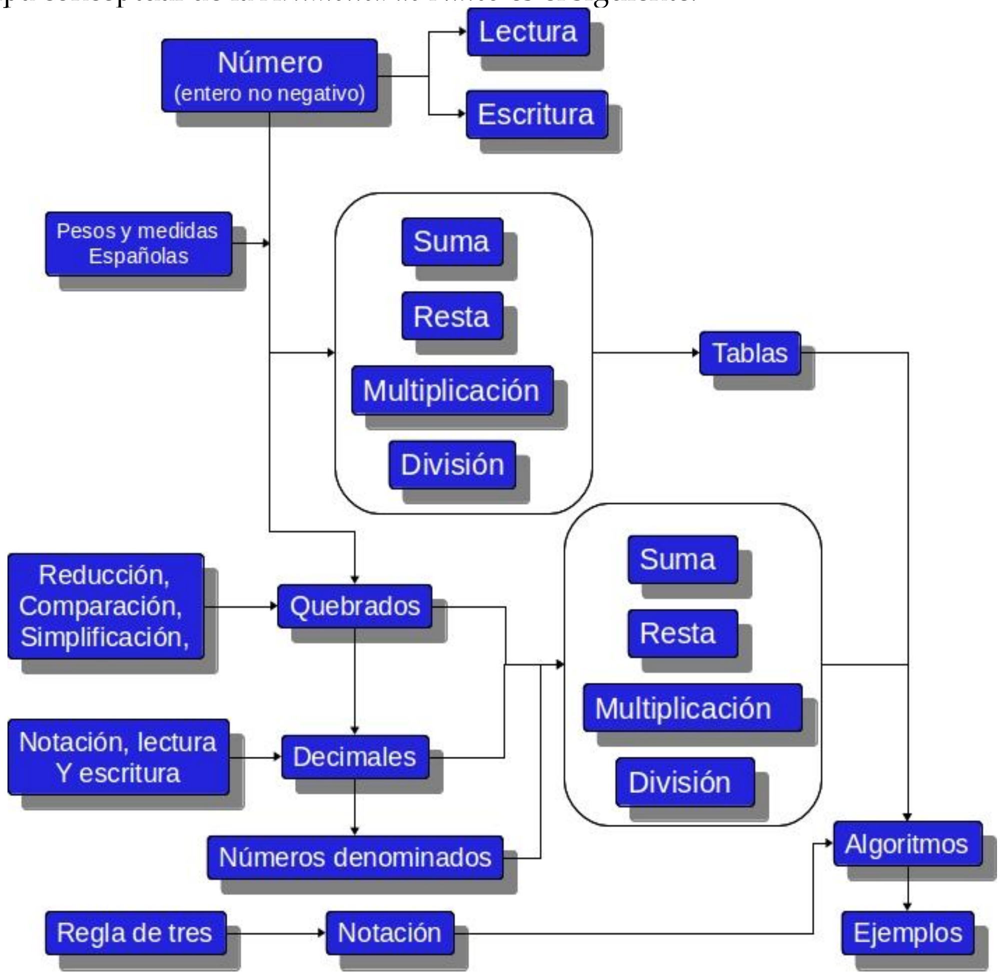
4.1.1 Análisis de contenido

Identificación de los focos conceptuales que guían la secuenciación de contenidos

La siguiente es la tabla de contenidos de la Aritmética para niños, dado el orden del contenido, vemos que lo que guía la secuenciación son las *operaciones propias de la aritmética*.

La definición de aritmética (Vallejo, 1806b; p. 1), corrobora esta idea: "*La ciencia que trata de averiguar las relaciones y propiedades de los números*". Está enfocada hacia las relaciones (operaciones) entre los números y las propiedades.

El mapa conceptual de la *Aritmética de Niños* es el siguiente:



Sistemas de representación

Los sistemas de representación que se encuentran en la ADN son los siguientes.

<u>Figural</u>:

Vallejo, 1806b, primera edición, Lámina única

En el caso de la ADN es la única representación figural presente en el libro.

Textual:

19 *P.* ¿Qué han de hacer los niños para adiestrarse en escribir los números?

R. Escribir los números que se expresan en los exemplos que aquí se ponen, y proponerse otros á competencia.

Primer exemplo: el número *doscientos setenta* se escribe 270.

Segundo exemplo: el número *dos mil y treinta y nueve* se escribe 2039.

Vallejo, 1806b, primera edición; p. 11

El uso de los textos es amplio en el caso de la ADN, prácticamente la totalidad de libro se desarrolla en texto.

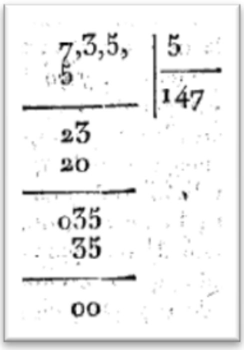
Tabular:

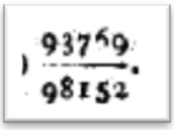
1 y 1 son 2.	2 y 2 son 4.	3 y 3 son 6.
1 y 2 ..... 3.	2 y 3 ..... 5.	3 y 4 ..... 7.
1 y 3 ..... 4.	2 y 4 ..... 6.	3 y 5 ..... 8.
1 y 4 ..... 5.	2 y 5 ..... 7.	3 y 6 ..... 9.
1 y 5 ..... 6.	2 y 6 ..... 8.	3 y 7 ..... 10.
1 y 6 ..... 7.	2 y 7 ..... 9.	3 y 8 ..... 11.
1 y 7 ..... 8.	2 y 8 ..... 10.	3 y 9 ..... 12.
1 y 8 ..... 9.	2 y 9 ..... 11.	
1 y 9 ..... 10.		
4 y 4 son 8.	5 y 5 son 10.	6 y 6 son 12.
4 y 5 ..... 9.	5 y 6 ..... 11.	6 y 7 ..... 13.
4 y 6 ..... 10.	5 y 7 ..... 12.	6 y 8 ..... 14.
4 y 7 ..... 11.	5 y 8 ..... 13.	6 y 9 ..... 15.
4 y 8 ..... 12.	5 y 9 ..... 14.	
4 y 9 ..... 13.		
7 y 7 son 14.	8 y 8 son 16.	
7 y 8 ..... 15.	8 y 9 ..... 17.	
7 y 9 ..... 16.	9 y 9 ..... 18.	

Vallejo, 1806b, primera edición; p. 20

El uso que le da es para presentar las tablas de suma, resta, multiplicación y división.

Simbólico:

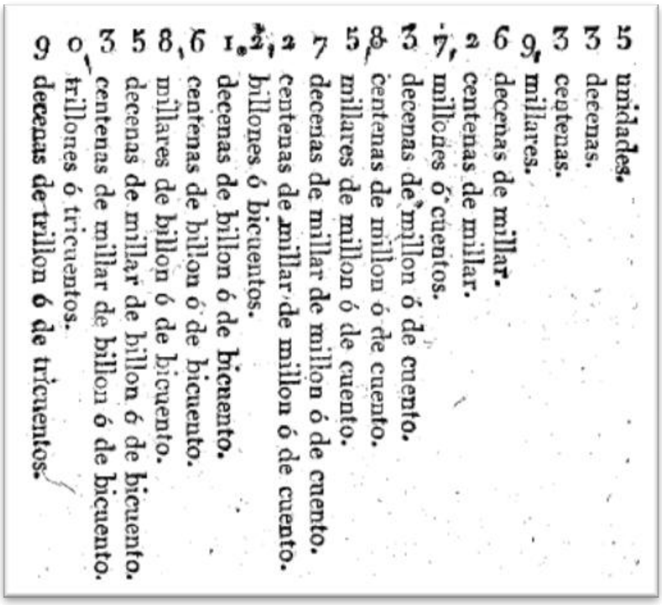


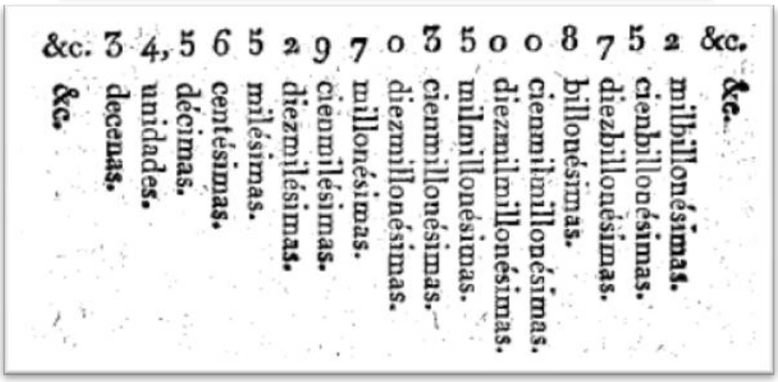


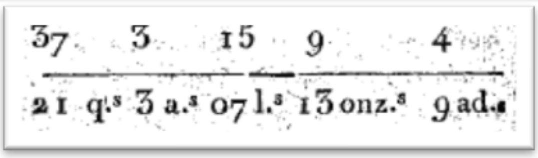
Vallejo, 1806b, primera edición; pp. 22, 57 y 72

El uso de los símbolos es amplio, principalmente en los números, para representar a las fracciones, así como para los procedimientos para realizar las operaciones.

Esquemas:







Vallejo, 1806b, primera edición; pp. 8, 110 y 138

En tres ocasiones hace uso de esquemas para presentar información de manera ordenada.

Fenomenología:

Contexto matemático. La mayor parte del libro transcurre en un contexto puramente matemático, cuando se plantea un nuevo capítulo, el conocimiento, tanto procedimental como conceptual, se plantean en un contexto matemático:

> 60 *P.* ¿Cómo se executa la operacion de restar ó la substraccion?
> *R.* Del modo siguiente: se coloca el subtrahendo debaxo del minuendo, de modo que se correspondan unidades debaxo de unidades, decenas debaxo de decenas &c.; se tira despues una raya debaxo del subtrahendo; se ve la diferencia que hay entre las unidades del subtrahendo y las del minuendo, ó lo que es lo mismo, se ve las unidades que faltan á las del subtrahendo para que tenga las mismas que el minuendo, y las que le falten se ponen debaxo de la raya en la columna de las unidades; se executa lo mismo con las decenas, centenas, millares &c., y el número que salga debaxo de la raya será la resta.

Vallejo, 1806b, primera edición; p. 29

> 69 *P.* ¿Me podreis proponer algunos exemplos para que se exerciten los niños?
> *R.* Si Señor: esto es muy útil, y principalmente si los procuran resolver conforme he dicho (53).
> Primer exemplo en abstracto: si me pidiesen que hallase la diferencia entre los números 8231785 y 5371967, executaría la operacion como he explicado (60), y aquí se ve:
>
> $$\begin{array}{r} 8231785 \\ 5371967 \\ \hline 2859818 \end{array}$$

> Y sacaría por resta el número 2859818.

Vallejo, 1806b, primera edición; p. 35

Conversión de unidades.

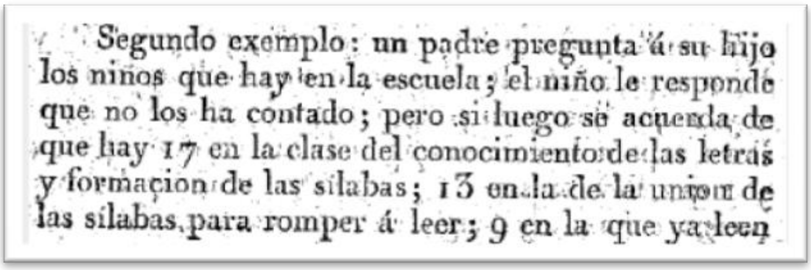
Tercer exémplo: quiéro averiguar quantos maravedises hay en 83 doblones; para esto multiplicaré el 83 por los maravedises que tiene un doblon, que son 2040, y sacaré que son 169320 maravedises; pero como no es fácil conservar en la memoria las unidades de especie inferior de que se compone otra superior quando hay otras unidades intermedias, y lo que se conserva con facilidad es el órden con que se suceden las unidades, es mucho mas cómodo en estos casos el irlas reduciendo sin interrupcion: y así en el exemplo propuesto veré primero quantos pesos hay en los 83 doblones; despues los pesos que saque, veré los reales que componen, y luego este numero de reales veré los maravedises que tienen, en esta forma:

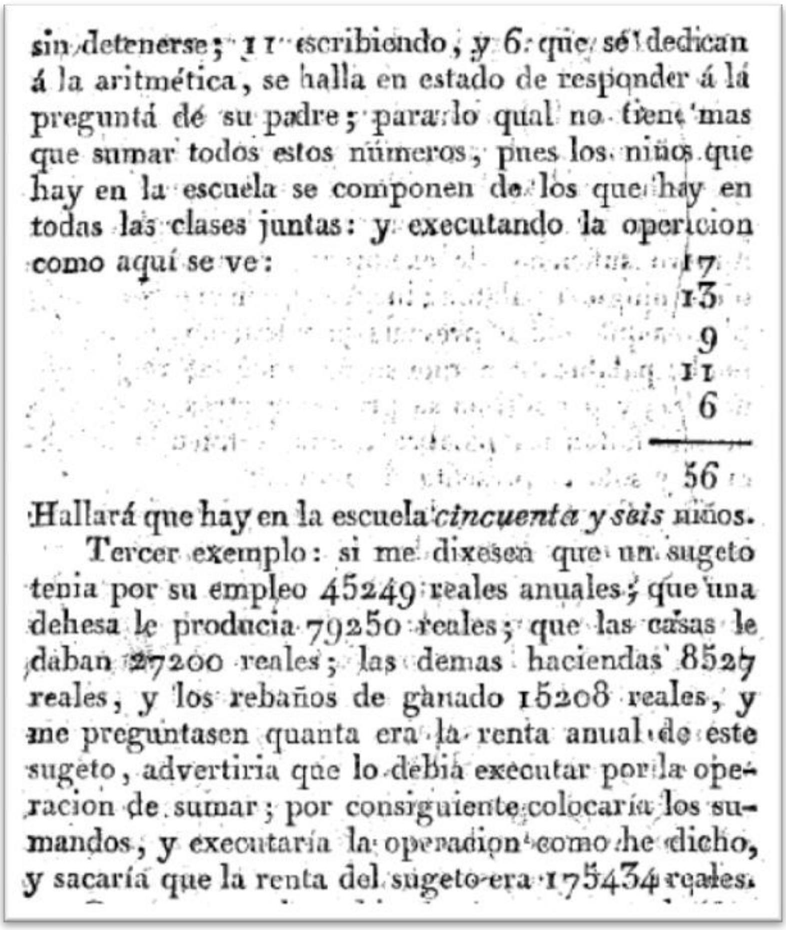
Primero multiplico los 83 doblones por 4, que son los pesos que tiene un doblon, y saco que en 83 doblones hay 332 pesos; multiplico despues estos 332 pesos por 15, que son los reales que tiene un peso, y saco que los 83 doblones, ó los 332 pesos, tienen 4980 reales; luego, multiplico este número de reales por 34, que son los maravedises que tiene un real, y saco que los 83 doblones contienen 169320 maravedises.

$$
\begin{array}{rl}
83 & \text{doblones.} \\
4 & \\
\hline
332 & \text{pesos.} \\
15 & \\
\hline
1660 & \\
332 & \\
\hline
4980 & \text{reales.} \\
34 & \\
\hline
19920 & \\
14940 & \\
\hline
169320 & \text{maravedises.}
\end{array}
$$

Vallejo, 1806b, primera edición; pp. 49 y 50

Aplicaciones a la vida cotidiana.


Segundo exemplo: un padre pregunta á su hijo los niños que hay en la escuela; el niño le responde que no los ha contado; pero si luego se acuerda de que hay 17 en la clase del conocimiento de las letras y formacion de las sílabas; 13 en la de la union de las sílabas para romper á leer; 9 en la que ya leen


sin detenerse; 11 escribiendo, y 6 que se dedican á la aritmética, se halla en estado de responder á la pregunta de su padre; para lo qual no tiene mas que sumar todos estos números, pues los niños que hay en la escuela se componen de los que hay en todas las clases juntas: y executando la operacion como aquí se ve:

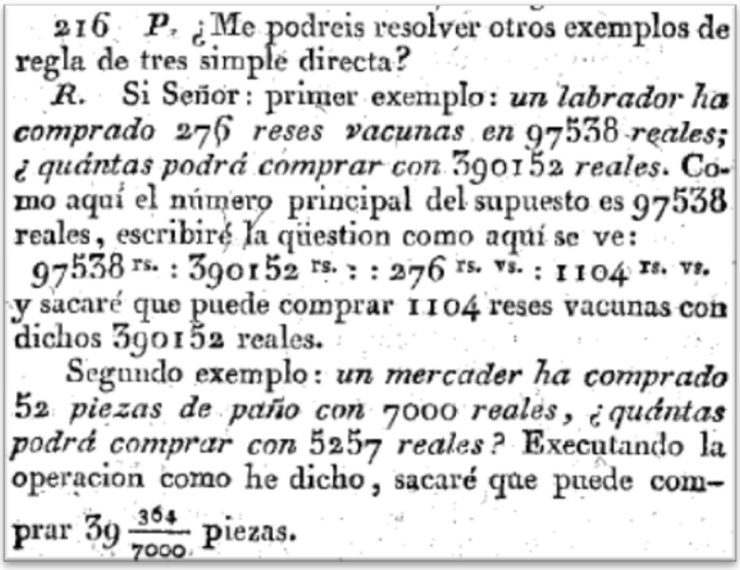
$$\begin{array}{r} 17 \\ 13 \\ 9 \\ 11 \\ 6 \\ \hline 56 \end{array}$$

Hallará que hay en la escuela *cincuenta y seis* niños.

Tercer exemplo: si me dixesen que un sugeto tenia por su empleo 45249 reales anuales; que una dehesa le producia 79250 reales; que las casas le daban 27200 reales; las demas haciendas 8527 reales, y los rebaños de ganado 15208 reales, y me preguntasen quanta era la renta anual de este sugeto, advertiria que lo debia executar por la operacion de sumar; por consiguiente colocaría los sumandos, y executaría la operacion como he dicho, y sacaría que la renta del sugeto era 175434 reales.

Vallejo, 1806b, primera edición; pp. 24 y 25

Comercial.



216 *P.* ¿Me podreis resolver otros exemplos de regla de tres simple directa?

R. Si Señor: primer exemplo: *un labrador ha comprado 276 reses vacunas en 97538 reales; ¿quántas podrá comprar con 390152 reales.* Como aquí el número principal del supuesto es 97538 reales, escribiré la qüestion como aquí se ve:

97538 rs. : 390152 rs. : : 276 rs. vs. : 1104 rs. vs.

y sacaré que puede comprar 1104 reses vacunas con dichos 390152 reales.

Segundo exemplo: *un mercader ha comprado 52 piezas de paño con 7000 reales, ¿quántas podrá comprar con 5257 reales?* Executando la operacion como he dicho, sacaré que puede comprar $39\frac{364}{7000}$ piezas.

Vallejo, 1806b, primera edición; p. 151

4.1.2 Contexto histórico de la obra

Hacia 1799, los franceses acababan de determinar las bases del actual Sistema Métrico Decimal, en la Comisión Internacional de Sabios estuvieron los españoles Ciscar y Pedrayes. Carlos IV, emulando a los franceses, emite una pragmática en 1801 para la Igualación de Pesos y Medidas, donde se definían las medidas y se igualaban con las del reino de Aragón. Este proceso de igualación que se iniciara hacia 1763 y que culminaría con la conformación de una Junta, a raíz de la pragmática, a cargo de Juan Peñalver, para uniformar los pesos y medidas, concluyó con la creación de los modelos de medidas y pesos en plata hacia 1808 (Garma, 1995).

La enseñanza de la aritmética queda ineludiblemente ligada a los planes y programas escolares (aun es así en nuestros días), a partir de la aparición de la Constitución de 1812, que en su artículo 366, dice:

> En todos los pueblos de la Monarquía se establecerán escuelas de primeras letras, en las que se enseñará a los niños a leer, escribir y contar, y el catecismo de la religión católica, que comprenderá también una breve exposición de las obligaciones civiles (citado en Sierra, Rico y Gómez, 1997; p. 378).

Es en este contexto y teniendo como referentes las reformas francesas conducidas en gran medida por Condorcet (Puelles, 2004) que se da la publicación de la primera edición de la Aritmética de Niños en 1804 y tiene como objetivo:

> Al componer y publicar esta obrita en 1804, tuve por objeto popularizar el conocimiento de los quebrados decimales, que hasta dicha época solo se daban a conocer en las Aulas de Matemáticas; y del cual se necesitaba indispensablemente, para la igualación de nuestras pesas y medidas, de que entonces se ocupaba el gobierno, en que yo trabajaba (Vallejo, 1845; p. v).

De este modo queda resaltado el carácter un tanto utilitario de la obra, apoyando la idea de que es el dominio de las operaciones (conocimiento procedimental) el que guía la estructura de la obra.

Es también de señalar que este libro forma parte de los ensayos que hace Vallejo previos a la redacción del *Tratado* (Vallejo, 1807, Memoria sobre la curvatura).

Asimismo, es válida la afirmación de García (2002) al señalar que las obras de Vallejo en cuanto a estructura están basadas en la obra de Le Blond, dato corroborado en *"Abregé de l'arithmetique et de la géométrie de l'officier"*, obra del citado autor. Según García (2002; p. 66):

> Pero lo que resulta más contradictorio y hasta paradógico en José Mariano Vallejo es que, aunque criticaba con firmeza la política galicista seguida por el gobierno, se inspirara al redactar su obra bastante cerca en Le Blond, maestro de matemáticas del Delfín de Francia y autor de numerosas publicaciones destinadas a los militares sobre aritmética y geometría. Las estructuras de uno y de otro libros son bastante parecidas, aportando, tal y como el francés hiciera, una parte teórica junto con la resolución de problemas prácticos. La bibliografía empleada por el español sobre los sistemas de fortificación es exactametne la misma que Le Blond citó en sus elementos: *Los trabajos de Marte* de Alano Menesson Mallet; la *Fortificación* de Ozaman; *El perfecto ingeniero francés*, de Deidier, y el artículo sobre fortificación de la Enciclopedia.

Este libro y sus subsecuentes ediciones es muy importante para entender la enseñanza de la aritmética por un espacio de siglo y medio, ya que como señalan Sierra, Rico y Gómez (1997; p. 378):

> [La] *Aritmética de niños para uso de las Escuelas del reino*, publicada en 1804, fijará el currículo para nuestras escuelas, que se mantendrá inalterable – con la excepción de la introducción del sistema métrico decimal – hasta la publicación de los primeros programas escolares en 1953.

4.1.3 Cambios entre ediciones

El resto de las ediciones analizadas presenta características similares en cuanto a la estructura, el cambio entre ellas radica en el aumento de los temas tratados, vamos a mostrar estos cambios proporcionando en la medida de lo posible las relaciones que tienen estos cambios con el contexto del autor.

En la ADN de 1824, tercera edición (portada) se puede ver:

Corregida, y aumentada con las reglas de compañía, aligacion é interés; y con el modo de formar el cuadrado y cubo de un número y de estraher la raiz cuadrada, y un apéndice sobre las razones y proporciones.

Según se lee en el prólogo (Vallejo, 1824, tercera edición; pp. IV y VII), la razón de esta inclusión es:

> ...y en esta [edición] añadiré que la buena acogida que ha tenido esta obrita, dentro y fuera de la Corte por los buenos efectos que ha producido en la enseñanza, me han movido a corregirla con todo esmero y á añadir las reglas de *compañia, aligación é interés*, con el fin de reunir en ella todo lo necesario para los usos que por lo general ocurren en la sociedad.
>
> ... El deseo de manifestar mi gratitud al público por el singular favor que ha dispensado á esta obrita me ha estimulado a corregirla mas, y añadir un capítulo sobre el modo de formar el cuadrado y cubo de un número y el de estraer la raiz cuadrada, y un apendice sobre las razones y proporciones; con el fin de completar en cuanto me ha sido posible

> toda la instruccion que sobre tan importantes materias se puede adquirir en la primera edad.

La razón que da el autor es clara, la de proveer de un material que abarque más usos prácticos. En términos del análisis de contenido, lo único que se modifica es la estructura conceptual, añadiendo una serie de elementos (conocimiento conceptual: relativo a la raíz cuadrada, nociones de interés, aligación, razones y proporciones), si bien el capítulo XII y el anexo se presentan con una cierta fenomenología, ésta se corresponde con la ya existente, no modificando así el análisis. Los sistemas de representación son de la misma naturaleza que los ya contenido en la ADN.

> APÉNDICE 2.º *Sobre la correspondencia de las unidades de pesas y medidas usuales de Francia con las de España*.................................... 145

En la ADN de 1836, (quinta edición; p. 158), se incluye un segundo apéndice a la obra.

En Vallejo (1845a, séptima edición; p. VI) se puede ver la razón de esta inclusión:

> *Ademas, siendo muchas las consultas, que diferentes personas me han hecho, acerca de las dimensiones que deben tener las medidas, por haberse suprimido en la* Novísima Recopilacion, *esta parte tan esencial de la Pragmática de 20 de febrero de 1801 sobre igualacion de pesas y medidas, en la sexta edicion (nota del § 26) he añadido la parte de dicha Pragmática relativa á las dimensiones de las medidas de granos y de líquidos, que malamente se ha omitido en la ley 5.ª título 9, libro 9 de la* Novísima Recopilacion, *impresa en 1805.*

Aquí se hace referencia a la sexta edición, de 1841, sin embargo, es válida para la de 1836, ya que también incluye dicho apéndice (según Aznar, 2006, la de 1830, también la incluye).

En términos del análisis de contenido, se agrega una sección más que contiene conocimiento conceptual en forma de un nuevo sistema de medidas, junto con sus tablas de equivalencias y modos para hacer las conversiones. Los sistemas de representación y la fenomenología no cambian.

La edición de 1841, la sexta edición, es una reimpresión de la edición de 1836, la quinta edición, por lo que lo dicho para una vale para la otra.

En la ADN de 1845a (séptima edición; p. 156) son incluidas las secciones:

En la misma obra (Vallejo, 1845a, séptima edición; p. VII) se explica las razones de ellos:

Por otra parte, he sabido que, en algunos establecimientos para instruccion de Señoritas, han adoptado por texto esta obrita; y como tengo cierta vanidad en haber dado la competente importancia á la educacion é instruccion del Bello Sexo, *pues me resulta la satisfaccion de haber sido el primero que ha cooperado á que, en los reglamentos de instruccion primaria, se ponga un capítulo espreso acerca de la instruccion de las mugeres, no he podido ménos de consagrar un apéndice para resolver ejemplos que les pueden ocurrir.*

Por último, estando adoptada esta obrita en la Escuela Normal Militar, *y en varios de los Regimientos, he puesto otro apéndice en que hay varios ejemplos relativos á las cuentas sobre haberes de soldados, cabos etc. Y ape-*

En el caso del apéndice 2, si bien conserva el nombre, el contenido es distinto. En la nota final de esta sección se ampliarán las diferencias entre estas ediciones que atienden fundamentalmente a la implantación del Sistema Métrico Decimal en Francia.

En términos de estructuras conceptuales son prácticamente las mismas, salvo las añadiduras en forma de apéndices. Los sistemas de representación se mantienen invariantes y en el caso de la ADN de 1845, la fenomenología presente se ve enriquecida con la presencia de nuevos contextos, como lo son la educación e instrucción del Bello Sexo y las cuentas propias de los soldados.

Se puede afirmar que la ADN (las ediciones analizadas) está enfocada fundamentalmente a la adquisición de conocimiento procedimental en forma de mecanización de las operaciones. Los cambios de unidades comerciales dominan como contexto. Los cambios han sido incrementales, extendiendo la fenomenología, tomando como referencia conocimiento conceptual previo de otras ediciones.

Una de las características importantes de este libro es que si bien tiene una gran cantidad de conocimiento conceptual, no existen demostraciones de ningún tipo, por lo que se puede considerar que es un libro destinado a la adquisición de conocimiento de carácter utilitario, además de que, como se señala en la *Explicación del Mejor uso…*

(Vallejo, 1834b; p. 10):

> Tiene la circunstancia [la ADN], de que los que aprenden por ella, tienen ya mucho adelantado para el estudio de las Matemáticas; pues la Aritmética como ciencia la aprenden sin mas que añadir las demostraciones; lo cual es tanto mas fácil, cuanto habiendo cuatro cosas que aprender, al estudiar la Aritmética, como son: el lenguage, las reglas, la práctica de estas y la demostración de las mismas, como sabiendo perfectamente las tres primeras circunstancias, ya no les queda que aprender, sino la demostración, lo hacen con tanta mayor facilidad, cuanto se hallan desembarazados de las dificultades que ofrecen las tres primeras.

Merece una nota aparte el papel que jugó la ADN en la incorporación del Sistema Métrico Decimal (SDM) en España, que si bien es institucionalizado en 1849, ya medio siglo antes, en 1799, se había declarado su universalidad en la reunión convocada por la Academia de Ciencias de Francia, cabe decir que a lo largo de ese tiempo se fue abriendo paso en el mundo científico y Vallejo no estuvo ajeno a estos cambios.

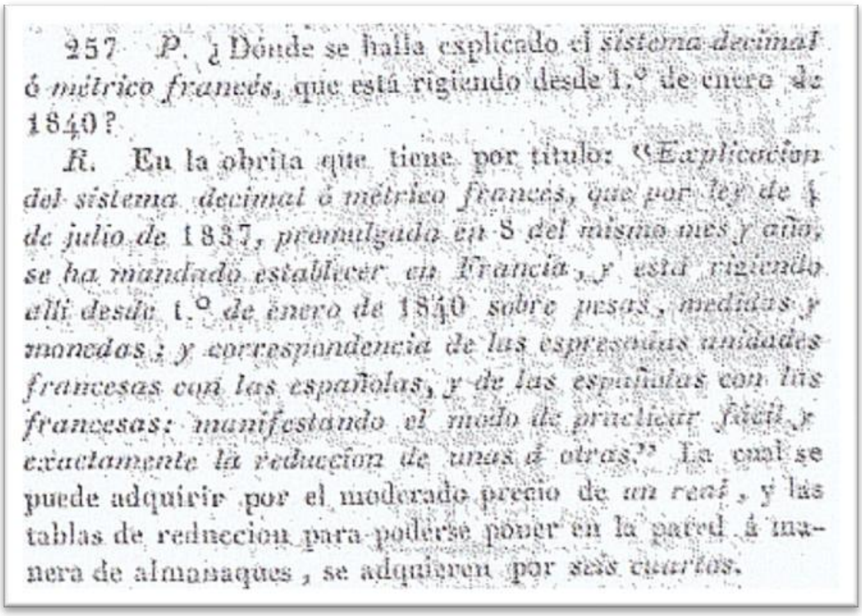
Por una parte, reacciona a la implementación del "sistema usual" francés, producto de la prohibición de 1812 del uso del SMD en el comercio, e incluye la explicación del sistema usual en las ediciones de 1830 (según afirma Aznar, 2006), 1836 y 1841, el segundo anexo, como se puede leer en (Vallejo, 1841b; p. 156):

> IV. El Gobierno francés, por ley de 4 de julio de 1837 ha decretado, que desde el año de 1840 rija el *sistema decimal ó métrico* con esclusion de los demas; por lo cual es indispensable darlo á conocer con toda precision; y manifestar las inexactitudes que se han cometido en su esposicion por varios autores; pues de lo contrario podrían resultar perjuicios á los intereses recíprocos de españoles y franceses en sus relaciones comerciales, y retraso en el progreso de las ciencias, y en sus aplicaciones á las artes y á todas las industrias. Por esta causa, imprimí por separado á principios de 1840 una obrita con el siguiente titulo: *Explicacion del sistema decimal ó métrico francés, que por ley de 4 de julio de 1837 se ha mandado establecer en Francia, y está rigiendo allí desde 1.° de enero de 1840 sobre pesas, medidas y monedas; y correspondencia de las expresadas unidades francesas con las españolas, y de las españolas con las francesas: manifestando el modo de practicar fácil y exactamente la reduccion de unas á otras;* y en ella tuve en consideracion dos pequeñas inexactitudes que resultaban de los escritos del Excmo. Sr. D. Gabriel Císcar y del espresado Peñalver.

Asimismo, tomando como referencia la implantación definitiva del SMD en Francia el 4 de julio de 1837, modifica el anexo dos en la edición de 1845a, explicando brevemente el significado del SMD y las equivalencias básicas y remite al lector a una obra especialmente dedicada a la *Explicación del sistema decimal o métrico francés*, en palabras de Vallejo (1841b; p. 156):

> III. El público ha recibido con aprecio mi trabajo; y por lo mismo no he perdido jamas de vista este importante asunto para proporcionar siempre á los españoles todos los conocimientos posibles sobre este particular. Por esta causa, durante mi permanencia en Francia en la época del año 24 al 29, llegué á descubrir, que, ademas del *sistema antiguo* y del *sistema decimal ó metrico*, existía otro conocido allí con la denominacion de *sistema usual*; y como á mi regreso á España, no se tenía ninguna noticia del espresado sistema usual, inserté en la 4.ª y 5.ª edicion de mi *Aritmética de Niños* un apéndice que contenía la reduccion de las unidades de pesas y medidas de dicho sistema usual á las pesas y medidas españolas, y vice-versa.

Ésta es la referencia explícita que se puede leer en la ADN (Vallejo, 1845a; p. 147):



257 *P.* ¿Dónde se halla esplicado el *sistema decimal ó métrico francés*, que está rigiendo desde 1.º de enero de 1840?

R. En la obrita que tiene por título: "*Esplicacion del sistema decimal ó métrico francés, que por ley de 4 de julio de 1837, promulgada en 8 del mismo mes y año, se ha mandado establecer en Francia, y está rigiendo allí desde 1.º de enero de 1840 sobre pesas, medidas y monedas; y correspondencia de las espresadas unidades francesas con las españolas, y de las españolas con las francesas: manifestando el modo de practicar fácil y exactamente la reduccion de unas á otras*." La cual se puede adquirir por el moderado precio de *un real*, y las tablas de reduccion para poderse poner en la pared á manera de almanaques, se adquieren por *seis cuartos*.

De este modo es como la ADN, junto con sus equivalentes en el Tratado y en los Compendios que Vallejo, participa en la aceptación del SMD en España, producto en parte de que la obra de Vallejo tiene un carácter referencial para esa primera mitad del siglo XIX (Aznar, 2006).

4.2 Idéas Primarias (IP)

Nombre: *Idéas primarias que deben darse á los niños en las escuelas acerca de los números, al mismo tiempo que se están ejercitando en la clave analítica de la lectura*.

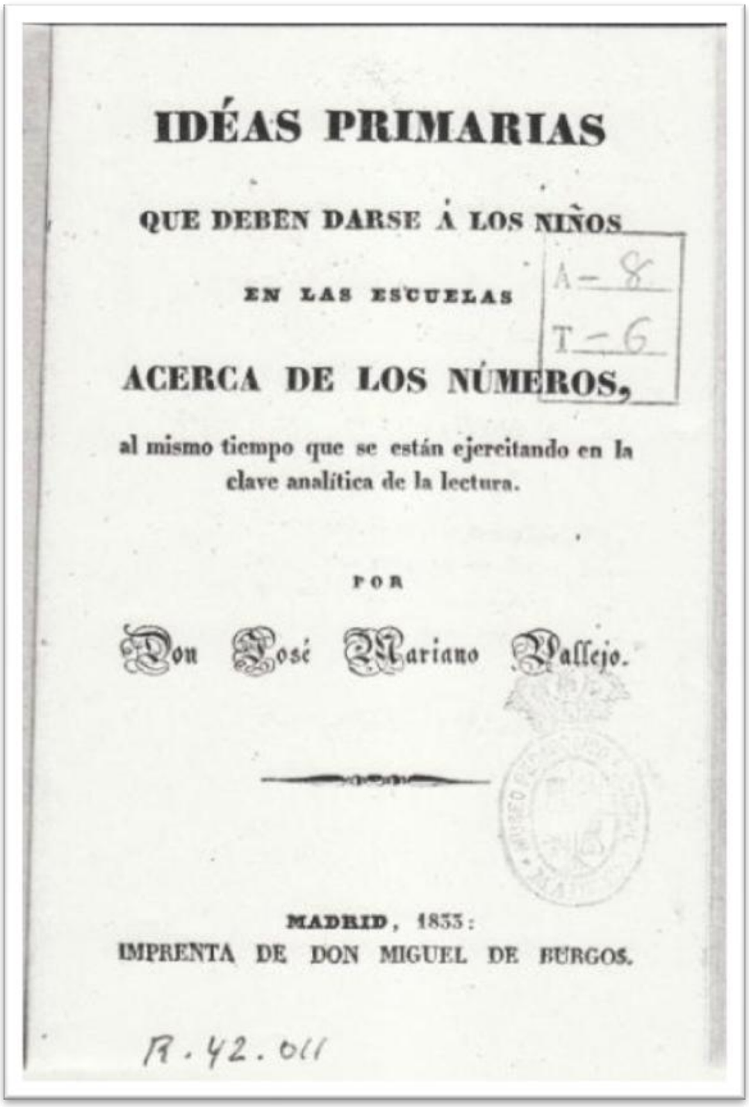
Ediciones existentes:

-1826. Librería de Bossange Padre (París: imprenta de Fermín Didot).

-1833. Editorial: Miguel de Burgos. Madrid.

Edición analizada:

-1833. Editorial: Miguel de Burgos. Madrid. Localización: M-Resid. Residencia de Estudiantes. Signatura MP1/2765. (En las Referencias es el 1833a).



IDÉAS PRIMARIAS

QUE DEBEN DARSE Á LOS NIÑOS

EN LAS ESCUELAS

ACERCA DE LOS NÚMEROS,

al mismo tiempo que se están ejercitando en la clave analítica de la lectura.

POR

Don José Mariano Vallejo.

MADRID, 1833:

IMPRENTA DE DON MIGUEL DE BURGOS.

4.2.1 Análisis de contenido

Identificación de focos conceptuales que guían la secuenciación de contenidos

La idea germinal del libro la podemos encontrar en el Prólogo de la obra, ésta parte de que es necesario ir contra los libros de la época que plantean los números escritos (guarismos) y se espera que a partir de ellos surja algún significado. Vallejo considera que esto debiera ser a la inversa, primero el sentido y por último las formas de representarlos, como él señala:

> En diferentes parages de mis obras, y en cuentas ocasiones he tenido de manifestar mi opinion, con motivo de los diversos encargos que he desempeñado relativos á la instruccion, he procurado indicar un hueco que ha habido siempre, al dar las idéas de los números: haciendo ver que aun en los libros de Matemáticas se suele principiar dando á conocer los guarismos, se intenta el que por medio de estos se venga en conocimiento de las palabras que representan, y por medio de estas se trata de hacer que se formen las idéas que se espresan; cuando está demostrado hasta la mayor evidencia por los buenos Metafísicos, que se debe seguir enteramente el método inverso, á saber: adquirir primero las idéas; espresar despues estas idéas con palabras; y por último representar las palabras

> por escrito. De manera, que por el sistema que hasta ahora se ha enseñado á contar en todas partes, se han cometido inexatitudes en tres cosas muy esenciales, á saber: primera en formar y adquirir las idéas de los números; segunda en aprender su nomenclatura; y tercera en el modo de escribirlos (Vallejo, 1833a; p. VII).

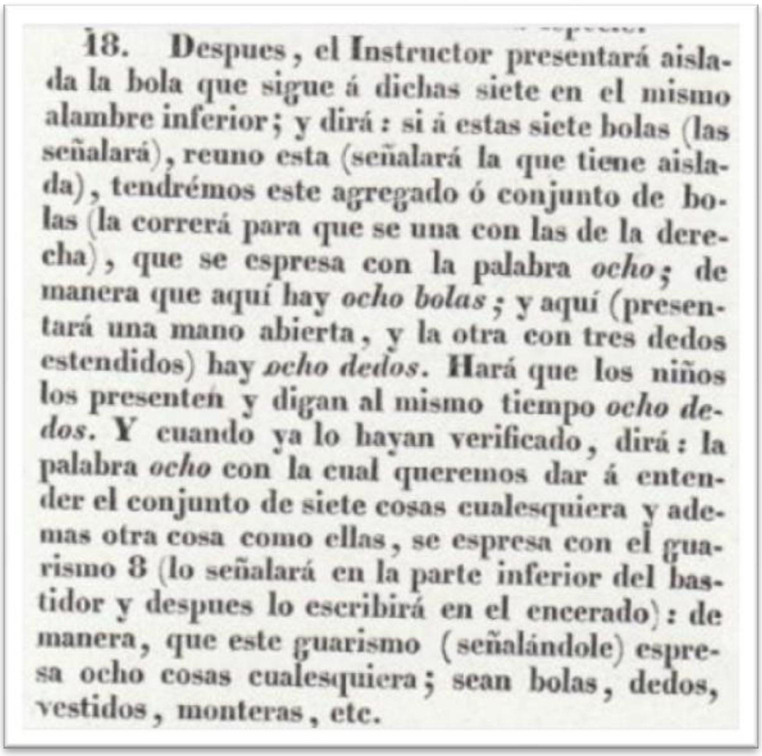
Será entonces está búsqueda de sentido de los diferentes tipos de números los que guiarán el contenido de las IP. Siguiendo las ideas planteadas en la metodología, analicemos la siguiente tabla de contenidos de las IP:

Podemos ver esta idea, la de dar sentido a los números, presente en el índice de la obra, el un primer capítulo en el que se describen los instrumentos y su uso mediante el cual se pretende dar sentido a los números. Posteriormente, los capítulos II, III y IV trata precisamente de tipos especiales de números, primero los enteros, luego los romanos y posteriormente los quebrados.

De este modo, una vez hallada la idea germinal que nos permite entender cómo se secuenciaron los contenidos, damos paso al análisis de contenido.

Estructura conceptual.

Esta es una obra que presenta una naturaleza bastante particular, distinta a las demás obras de Vallejo, destinada a usarse antes de las obras de la primera enseñanza. Se plantea el uso de un material tangible para construir significados, describiendo su uso de manera pormenorizada, describe tanto el actuar del que aprende como del que enseña, por lo que es una obra que en su mayoría está conformada de conocimiento procedimental, como puede comprobarse en el siguiente pasaje tomado del mismo (Vallejo,1833a; p. 13):

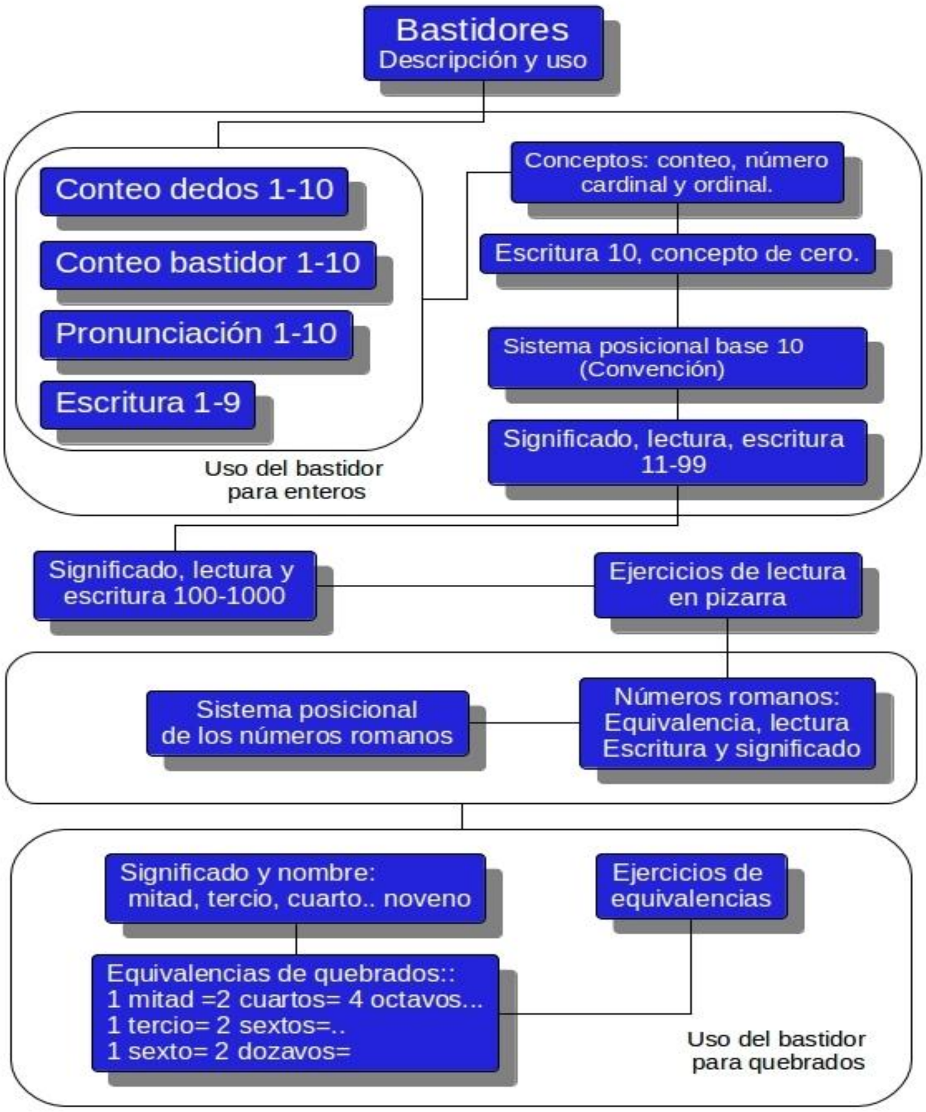


18. Despues, el Instructor presentará aislada la bola que sigue á dichas siete en el mismo alambre inferior; y dirá: si á estas siete bolas (las señalará), reuno esta (señalará la que tiene aislada), tendrémos este agregado ó conjunto de bolas (la correrá para que se una con las de la derecha), que se espresa con la palabra *ocho*; de manera que aquí hay *ocho bolas*; y aquí (presentará una mano abierta, y la otra con tres dedos estendidos) hay *ocho dedos*. Hará que los niños los presenten y digan al mismo tiempo *ocho dedos*. Y cuando ya lo hayan verificado, dirá: la palabra *ocho* con la cual queremos dar á entender el conjunto de siete cosas cualesquiera y ademas otra cosa como ellas, se espresa con el guarismo 8 (lo señalará en la parte inferior del bastidor y despues lo escribirá en el encerado): de manera, que este guarismo (señalándole) espresa ocho cosas cualesquiera; sean bolas, dedos, vestidos, monteras, etc.

En esta parte, Vallejo explica cómo deben actuar el instructor y el niño cuando se está trabajando con las bolas del bastidor al enseñarse el número 8.

Este libro de Vallejo, destinado a la enseñanza previa incluso a las de primera educación, es el que más conocimiento procedimental contiene, si bien es para enseñar matemáticas tiene la particularidad de no está destinada a los alumnos, sino a los instructores, la razón es que él propone que se debe enseñar a leer y las primeras nociones numéricas de manera paralela, por lo que los alumnos en este momento no saben leer.

El mapa conceptual de la obra es el siguiente:



Sistemas de representación

Las formas en que son presentados los contenidos en las IP son las siguientes:

Textuales, buena parte del libro se da en forma textual, principalmente a la hora de señalar la forma en que se va a dar el actuar del instructor y del alumno:

18. Despues, el Instructor presentará aislada la bola que sigue á dichas siete en el mismo alambre inferior; y dirá: si á estas siete bolas (las señalará), reuno esta (señalará la que tiene aislada), tendrémos este agregado ó conjunto de bolas (la correrá para que se una con las de la derecha), que se espresa con la palabra *ocho*; de manera que aquí hay *ocho bolas*; y aquí (presentará una mano abierta, y la otra con tres dedos estendidos) hay *ocho dedos*. Hará que los niños los presenten y digan al mismo tiempo *ocho dedos*. Y cuando ya lo hayan verificado, dirá: la palabra *ocho* con la cual queremos dar á entender el conjunto de siete cosas cualesquiera y ademas otra cosa como ellas, se espresa con el guarismo 8 (lo señalará en la parte inferior del bastidor y despues lo escribirá en el encerado): de manera, que este guarismo (señalándole) espresa ocho cosas cualesquiera; sean bolas, dedos, vestidos, monteras, etc.

Vallejo, 1833a; p. 15

Esquema, este caso es el único presente en el texto, lo usa para presentar las equivalencias entre el sistema posicional base 10 enseñado ya y el sistema Romano.

I	V	X	L	C	D	M
‖	‖	‖	‖	‖	‖	‖
1	5	10	50	100	500	1000

Vallejo, 1833a; p. 49

Listas, en este caso es la única lista y lo usa para presentar la única sección de ejercicios para el estudiante (propone otros, pero de la forma, "que los alumnos repitan todos los ejemplos que hemos hecho).

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0,
10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,
101, 110, 111, 120, 130, 140, 150, 160, 170, 180, 190, 200,
202, 210, 220, 222, 230, 240, 250, 260, 270, 280, 290, 300,
303, 310, 320, 330, 333, 340, 350, 360, 370, 380, 390, 400,
404, 410, 420, 430, 440, 444, 450, 460, 470, 480, 490, 500,
505, 510, 520, 530, 540, 550, 555, 560, 570, 580, 590, 600,
606, 610, 620, 630, 640, 650, 660, 666, 670, 680, 690, 700,
707, 710, 720, 730, 740, 750, 760, 770, 777, 780, 790, 800,
808, 810, 820, 830, 840, 850, 860, 870, 880, 888, 890, 900,
909, 910, 920, 930, 940, 950, 960, 970, 980, 990, 999, 1000,
1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000.

Vallejo, 1833a; p. 48

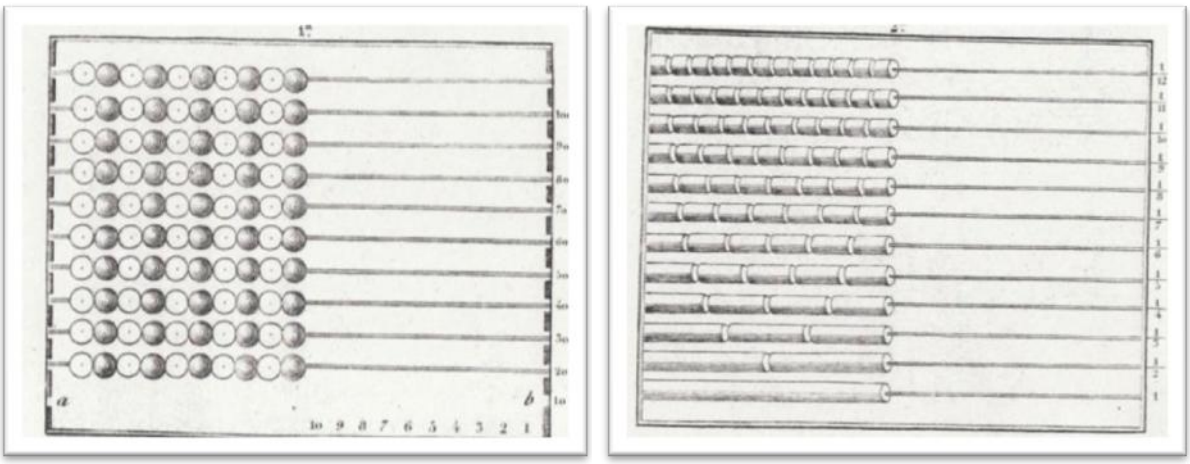
Simbólicos, los únicos que usa son los guarismos de los números y en su momento las letras del Sistema Romano.

73. Para contar de aquí en adelante se toma este conjunto de *mil* unidades como una nueva unidad, y se sigue contando como ántes, diciendo: *dos mil*, que se escribe **2000**; *tres mil* por **3000**; *cuatro mil* por **4000**; *cinco mil* por **5000**; *seis mil* por **6000**; *siete mil* por **7000**; *ocho mil* por **8000**; *nueve mil* por **9000**; *diez mil* por **10000**; *veinte mil* por **20000**; *treinta mil* por **30000**; *cuarenta mil* por **40000**; *cincuenta mil* por **50000**; *sesenta mil* por **60000**; *setenta mil* por **70000**; *ochenta mil* por **80000**; *noventa mil* por **90000**; *cien mil* por **100000**; *doscientos mil* por **200000**; *trescientos mil* por **300000**; *cuatrocientos mil* por **400000**; *quinientos mil* por **500000**; *seiscientos mil* por **600000**; *setecientos mil* por **700000**; *ochocientos mil* por **800000**; *novecientos mil* por **900000**; y despues, cuando se tengan *diez cientos de miles ó mil miles*, se espresa este conjunto de unidades por la palabra *millon*, que es nueva y se escribe **1000000**.

$\overline{X}$ quiere decir *diez mil*; $\overline{L}$ quiere decir *cincuenta mil*; $\overline{C}$ quiere decir *cien mil*; $\overline{D}$ quiere decir *quinientos mil*; y $\overline{M}$ quiere decir *un millon*. Pero ya no hay necesidad de aprender mas que hasta el año en que se vive; pues es el mayor número que en la actualidad se suele escribir con números romanos. Asi es, que el año de *mil ochocientos treinta y dos* se escribe de este modo: **MDCCCXXXII.**

Vallejo, 1833a; p. 47

Figurales, en este caso, se presentan las únicas dos representaciones de este tipo presentes en el libro, se trata de un par de imágenes que describen cómo podrían ser los bastidores a usar junto con el libro, a la izquierda está el de los enteros y a la derecha el de los quebrados.



Vallejo, 1833a; p. 67

Fenomenología

En este libro conviven dos contextos, por una parte está el **contexto matemático**, que está presente en todo el libro y que está siempre ligado al de los **materiales tangibles**, en todo momento del libro las explicaciones destinadas a construir significados matemáticos usan por una parte las bolas de los bastidores (en algún momento, al principio del libro se sugiere que se cuenten dedos y niños) y por otra, una vez contextualizado esto se pasa a un contexto matemático en donde la idea de número y sistema posicional complementan las explicaciones.

> 21. Cuando ya estén bien corrientes en este triple ejercicio, les hará el Instructor presentar con sus manos *nueve dedos*, en uno de los alambres *nueve bolas*, y en el encerado el guarismo 9, y dirá (señalando los dedos): aquí hay *nueve dedos*; señalando las bolas, dirá: aquí hay *nueve bolas*; y señalando el guarismo 9 del encerado, tabla ó pizarra dirá: *este guarismo espresa nueve cosas de cualquier clase y naturaleza que estas puedan ser*, como nueve dedos, nueve bolas, nueve chalecos, nueve camisas, etc.

Vallejo, 1833a; p. 15

4.2.2 Contexto histórico de la obra

Entre las influencias de Vallejo para este libro podemos hallar a Pestalozzi y los métodos de enseñanza mutua establecida en la época:

> (*) Este prólogo lo tenia ya escrito, ántes de hacer mi viage á Paris y á Londres; y para establecer una proposicion tan absoluta, me fundé en haber visto cuanto sobre este particular se habia escrito hasta entónces, sin omitir el método de Pestalozzi, ni los de enseñanza mútua establecidos últimamente. Yo procuré salvar estos tres inconvenientes en mi

Vallejo, 1833a; p. VIII

La afirmación de la que habla Vallejo es la relativa al orden en que se debe dar sentido las primeras ideas sobre los niños, construyendo la intuición, luego la forma de nombrarlos y posteriormente la forma de escritura. Ideas que se ven presentes tanto en las *Idéas Primarias* como en la *Aritmética de Niños*.

Según se cita en Carrillo (2006; p. 28) sobre el método propuesto para enseñar las primeras nociones numéricas:

> Estas primeras ideas sobre la enseñanza elemental de la aritmética fueron contrastadas por su autor con el método propuesto por Pestalozzi. Vallejo asistió como observador a las clases del Real Instituro Pestalozziano de Madrid durante 1807, se examinó y obtuvo la correspondiente certificación; además, fue citado entre las personas que más se habían distinguido durante el ensayo de los métodos de Pestalozzi (Blanco Sánchez, 1909; pp. 456 y 473). También conoció la propuesta de enseñanza mutua cuando inspeccionó la escuela de Madrid en 1821, como secretario interino de la Dirección General de Estudios.

Vallejo publica esta obra en París por primera vez en 1826, justo antes de tener necesidad de regresar a España, por lo que tuvo oportunidad de conocer los métodos de enseñanza tanto de la lectura como de las primeras ideas sobre los números que se enseñan a los niños en el país galo, como se puede ver en el prólogo de las *Idéas Primarias*:

> Oigamos ahora á *Monsieur Jomard*, Secretario de la Sociedad para la enseñanza elemental de Francia, en su Aritmética adoptada por la Sociedad, y por el Consejo de instruccion primaria establecido por el Prefecto del Sena, impresa en Paris, año de 1822. Este Sabio, hablando sobre las nociones de los números, dice: "ordinariamente se da el signo á los discípulos ántes de que tengan la percepcion de la cosa que espresa; y es el camino contrario el que conviene seguir....." La sensacion del valor del número siendo percibida distintamente, el *nombre* se le impone sin trabajo; y no falta mas que sustituir á la coleccion de las imágenes, *el signo*, es decir, la cifra ó el carácter numérico......

Vallejo, 1833a; p. IX

Siendo miembro de la Dirección General de Estudios (1821), participó en el informe sobre el estado de la enseñanza en España, anexo a este informe aparece un *Proyecto de un plan metódico de primera enseñanza presentado á la dirección general de estudios por la comisión formada con este objeto* (Carrillo, 2006).

Las *Idéas Primarias* y el plan para enseñar a leer fueron la piedra angular de Vallejo para la enseñanza primaria en España y son dos las escuelas que fueron llamadas "Escuelas normales" por tener como objetivo la formación de maestros, en la que las ideas de Vallejo estaban presentes, fueron abiertas en diciembre de 1833, sin embargo cerraron en junio de 1839.

Aunque como se verá más adelante el Instituto Español, a costa de sus arcas, abriría dos escuelas en 1840, en las que teniendo a Vallejo como su encargado, se aplicarían sus métodos (Vallejo, 1840c; p. 430, Compendio TII).

En estos momentos se empezaba a gestar, por medio de los liberales, la reforma de la enseñanza primaria, con miras a constituir un sistema público de educación y al ser hecha esta reforma (la ley de 1838) con ideas distintas a las que proponía Vallejo, éste termina siendo un detractor de las nuevas Escuelas normales (la escuela Normal Central abre sus puertas en 1839). (Carrillo, 2006).

Si bien es cierta la influencia de Pestalozzi en Vallejo, también es cierto que algunas de estas ideas nacen de la propia preocupación de Vallejo por la enseñanza de la numeración. Vallejo (1801), en la introducción al tema en cuestión hace una reflexión sobre el aprendizaje de la numeración:

> Si no me hubiese obligado a formar un extracto de la Aritmética, la precision en que me hallaba de tener extractados los conocimientos que de las Matemáticas había adquirido; carecería de muchas noticias relativas á esta Ciencia, y no me vería en este sitio tratando el asunto que me he propuesto: pues formando dicho extracto, no compendiando libro alguno, sino poniendo en órden mis conocimientos, quando llegué á tratar de la numeracion, valiéndome de aquel principio tan conocido de todos, de que las Lenguas han sido hablados antes que escritas, principié el arte de contar observando el mecanismo que

> se había guardado en expresar una infinidad de números con solas trece palabras, y despues pasé á considerar que solo diez caractéres bastaban para expresar por escrito toda esta infinidad de números (Vallejo, 1801a; pp. I-II).

Después de buscar entre los textos más importantes de la época (Sauri, Bossut, d'Alembert) y no encontrar referencia sobre estas ideas, afirma:

> ...por una parte se me presentaban los rodeos que tiene que dar un niño, que se dedica á las Matemáticas, para comprehender el arte de la numeracion; pues no siendo la escritura otra cosa que signos con que se representaban las palabras, y estas no siendo mas que signos representativos de las ideas, les querían hacer venir en conocimiento por medio de los caractéres de la Aritmética, (que se puede decir es un genero de escritura) de las palabras que significaban, y por medio de estas, de las ideas que expresan.
>
> Esto me admiraba mas quando consideraba que este modo de enseñar á los niños exîstía en un tiempo en que tanto se decantaba que, para instruirles en alguna cosa, se debe principiar haciéndoles adquirir ideas, despues de adquiridas, enseñarles los nombres con que se expresan; y luego el modo de representarlas por escrito; por otra parte, me hacía tanta fuerza la autoridad de esos grandes hombres que no les culpaba de ignorantes, suponiendo que no sabían se debía tratar esta materia, primero dando á conocer el mecanismo que se había guardado en expresar con pocas palabras quantos números se imaginasen; y me quería persuadir á que si omitían estas consideraciones, era por suponer ya estos conocimientos en los que se dedican á esta Ciencia pero, volviendo á mí mismo, y considerando que la mayor parte de los que se dedican á ella, no estan en disposicion de tenerlos, pues no teniendo en su corta edad necesidad de saber contar mas que hasta un corto número de cosas, no tendran mas que un corto número de palabras con que expresarlas; y aunque se quiera suponer que ya hayan oido las palabras que expresan cantidades mayores, como ciento, mil, millo, etc. no por eso se debe suponer que tengan idea de ellas, pues que ninguna se puede adquirir sin tener todas las de las cantidades anteriores; y así quedaba para mí evidentemente demostrado que de ningun modo podían suponer en los niños estos conocimientos. (Vallejo, 1801a; pp. VII-X) [el subrayado es nuestro].

Se dejan ver en estas ideas ya algunas de las presentes en las *Idéas Primarias* que con respecto a la enseñanza-aprendizaje de la numeración se refiere.[1]

4.2.3 Cambios entre ediciones

Si bien no se tiene la edición de 1826, Vallejo señala los cambios entre la anterior edición y la que se analiza, la de 1833.

[1] En el anexo respectivo se encuentran las transcripciones de la introducción de la *Disertacion en que se prueba que el sistema décuplo de la numeracion es el mas perfecto de cuantos se han inventado* (1801a) y de los primeros párrafos de *Disertación en que se prueba que en España siempre se han cultivado las matemáticas, supuesto que han producido en ella sus efectos* (1801b).

> Desde el año de 1826 se halla esta obrita con la licencia para imprimirse en los mismos términos que lo hice por primera vez en París. Mas no habiéndome permitido las circunstancias el verificar hasta ahora su publicacion, he añadido á la mencionada edicion el final del capítulo II y todo el capítulo III. Debiendo añadir, que ha-

Vallejo, 1833a; p. V

El capítulo II es el referente a los números enteros, la última parte es la relativa a las actividades que los estudiantes van a realizar, de repaso y los ejercicios, sin embargo, no se sabe con exactitud la parte que se agrega. El caso del capítulo III es el referente a los números romanos.

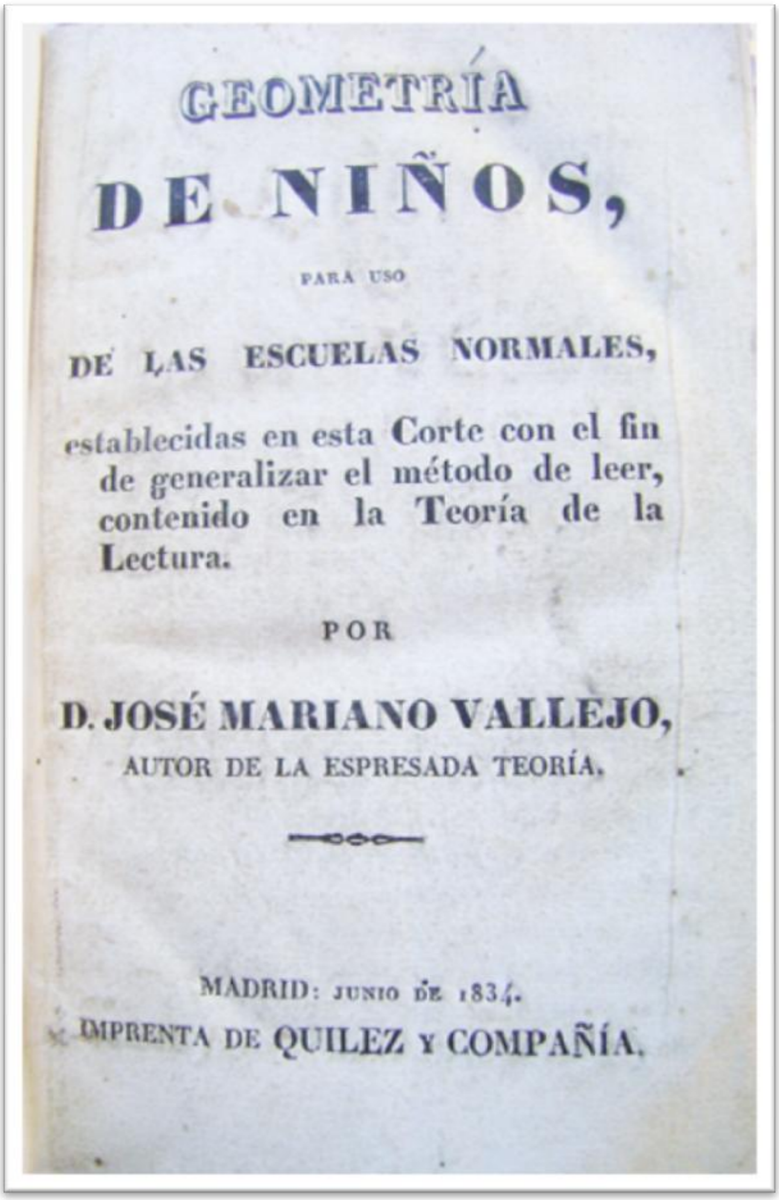
4.3 Geometría de Niños (GDN)

Nombre: *Geometría de Niños, para uso de las escuelas normales, establecidas en esta Corte con el fin de generalizar el método de leer, contenido en la Teoría de la lectura*.

<u>*Ediciones existentes y analizadas*</u>*:*

1834 (primera edición). Editorial: Imprenta de Quilez y compañía: Madrid. Localización: Biblioteca Diocesana del Obispado de Zamora. Signatura 6149. (En Referencias es el 1834c).

1845 (segunda edición). Garrasayaza: Madrid. Localización: Seminario Mayor San José (Vigo). Signatura: B-1044/020. (En Referencias es el 1845c).



GEOMETRÍA

DE NIÑOS,

PARA USO

DE LAS ESCUELAS NORMALES,

establecidas en esta Corte con el fin de generalizar el método de leer, contenido en la Teoría de la Lectura.

POR

D. JOSÉ MARIANO VALLEJO,

AUTOR DE LA ESPRESADA TEORÍA.

MADRID: JUNIO DE 1834.

IMPRENTA DE QUILEZ Y COMPAÑÍA.

4.3.1 Análisis de contenido

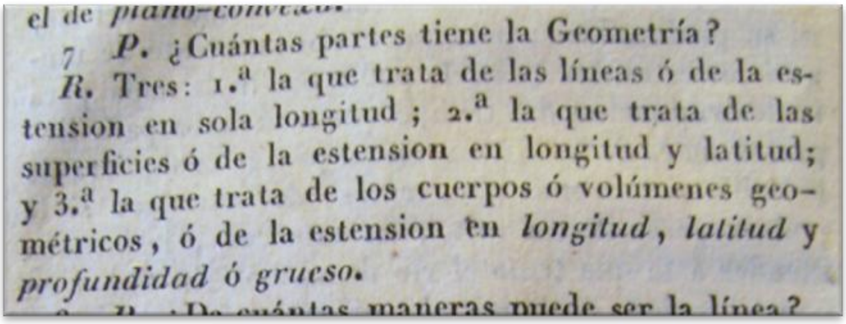
Identificación de los focos conceptuales que guían la secuenciación de contenidos

La siguiente es la tabla de contenidos de la GDN, en ella podemos ver que lo que guía la secuenciación de contenidos es la noción de *dimensión*:

ÍNDICE.

En la secuenciación de los contenidos de la GDN se pueden identificar tres grandes bloques que son paralelos en la forma en que se estructuran, conocimiento conceptual compuesto por los elementos primarios de la geometría (en forma de nociones, definiciones) y resultados sobre ellos (en forma de propiedades, que en términos de formalidad matemática algunos son teoremas no demostrados).

La estructura que se sigue en la GDN está organizada en *tres focos conceptuales* que están basados en la idea de dimensión. Desde el primer momento de la obra se señalan las diferencias entre longitud, latitud y profundidad que organizarán los bloques a enseñar. Si bien los bloques no permanecen sin traslaparse, existen elementos que son únicos en cada uno de ellos.



7 *P.* ¿Cuántas partes tiene la Geometría?

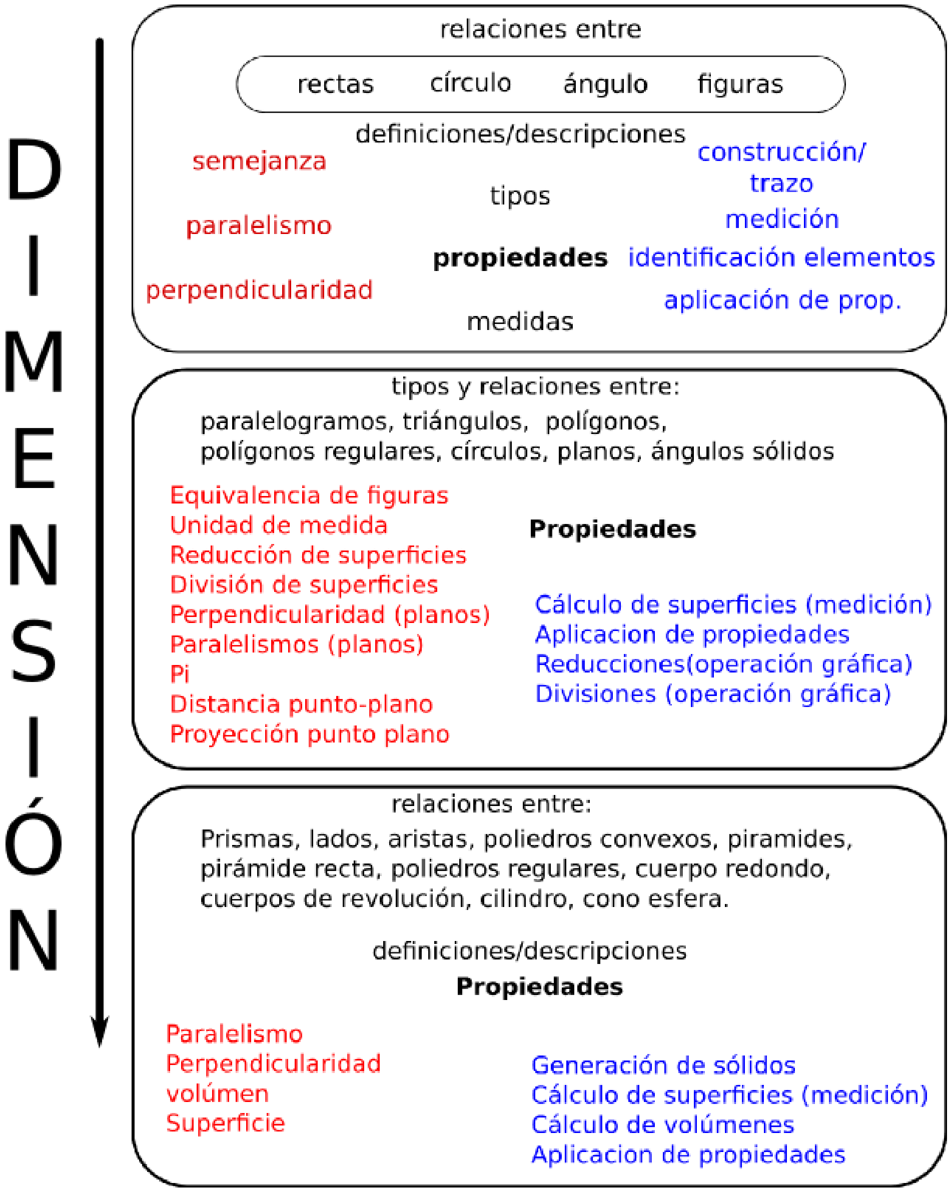
R. Tres: 1.ª la que trata de las líneas ó de la estension en sola longitud; 2.ª la que trata de las superficies ó de la estension en longitud y latitud; y 3.ª la que trata de los cuerpos ó volúmenes geométricos, ó de la estension en *longitud*, *latitud* y *profundidad* ó *grueso*.

¿De cuántas maneras puede ser la línea?

Vallejo, 1834c; p. 4

De este modo, la primera sección, la de los "Conceptos preliminares", está dedicada a las "propiedades" de los elementos de la geometría de dimensión uno, las rectas, la sección dos dedicada a las superficies (dimensión dos) y la tercera, dedicada a los prismas, pirámides, poliedros y esferas, elementos de dimensión tres.

El mapa conceptual se compone de tres partes, como se muestra a continuación.



Una estructura para la presentación de los contenidos (conceptos, principalmente) y que permanece invariante a lo largo de todo el libro es la siguiente:

Definición/descripción – tipos de – lista de propiedades

Las propiedades son en **realidad teoremas sin demostración**, el método de presentación en este caso permanece invariante:

Propiedad 1. Enunciado – Explicación de cómo funciona esa propiedad en un caso particular (imágenes al final del libro).

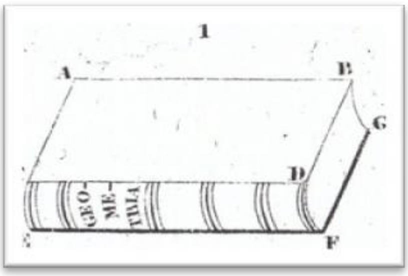
Propiedad 2. Enunciado – Explicación de cómo funciona esa propiedad en un caso particular (imágenes al final del libro).

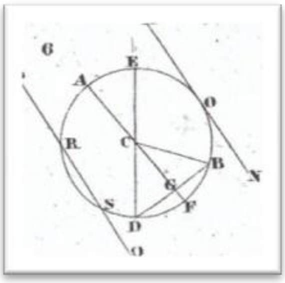
…

Sistemas de Representación

Se identificaron también diversos sistemas de representación:

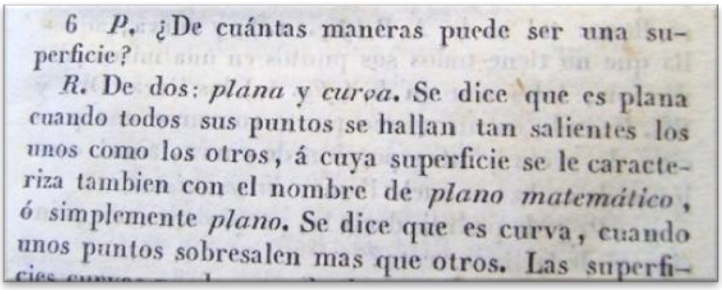
<u>Figurales</u>:





Vallejo, 1834c, Lám. 1

<u>Textuales</u>:

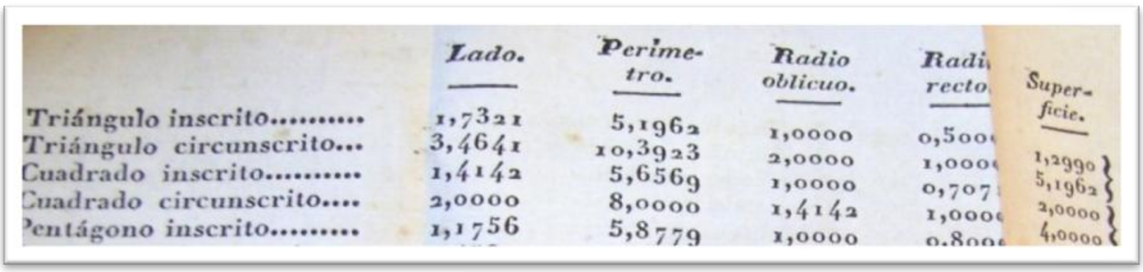


6 *P.* ¿De cuántas maneras puede ser una superficie?

R. De dos: *plana* y *curva*. Se dice que es plana cuando todos sus puntos se hallan tan salientes los unos como los otros, á cuya superficie se le caracteriza tambien con el nombre de *plano matemático*, ó simplemente *plano*. Se dice que es curva, cuando unos puntos sobresalen mas que otros. Las superfi-

Vallejo, 1834c; p. 3

<u>Tabulares</u>:



	Lado.	*Perímetro.*	*Radio oblicuo.*	*Radio recto*	*Superficie.*
Triángulo inscrito..........	1,7321	5,1962	1,0000	0,500	1,2990
Triángulo circunscrito...	3,4641	10,3923	2,0000	1,000	5,1962
Cuadrado inscrito..........	1,4142	5,6569	1,0000	0,707	2,0000
Cuadrado circunscrito....	2,0000	8,0000	1,4142	1,000	4,0000
Pentágono inscrito.........	1,1756	5,8779	1,0000	0.800	

Vallejo, 1834c; p. 44bis

<u>Simbólicos</u>:

> corresponden 90 al cuadrante; de manera, que cuando se dice un ángulo de un grado, de dos &c., se da á entender, que dicho ángulo es $\frac{1}{90}$ ó $\frac{2}{90}$ del ángulo recto; ó que dicho ángulo tiene con el recto, que es el que se toma por

Vallejo, 1834c; p. 26

Análisis fenomenológico

La mayor parte de la obra transcurre en un contexto puramente matemático.

<u>Fenómenos físicos</u>: Cálculo de la circunferencia terrestre. Una sola ocasión.

> Para dar un ejemplo, supongamos que se quiere hallar el volúmen del Globo terrestre; en el supuesto de que la Tierra sea una esfera, cuyo radio tenga 7615916 varas; pues aunque la figura de la Tierra no es perfectamente esférica, y se parece á la de una naranja, no obstante, la esfera cuyo radio sea de la magnitud acabada de espresar, tendrá muy aproximadamente (§ 566 del 2.° tomo del Compendio de Matemáticas) el mismo volúmen que la Tierra tiene con la figura aplanada por los polos. Por consiguiente, si cubicamos el radio (§ 240 Ar. de N.), tendrémos 441739704186302895296; y multiplicando esto por 4,18879, resulta por último el número 1850354855498543704786,93184 varas cúbicas.
>
> Y por el procedimiento espresado (§ 565) del 2.° tomo del Compendio de Matemáticas, podríamos determinar en este caso el peso de todo el Globo terráqueo, que está espresado en quintales españoles por un número de veinticuatro guarismos.

Vallejo, 1834c; p. 109

<u>Artístico</u>: Cálculo/colocación de los elementos de una mesa (ed. 1834; p. 66).

> Para hacer una aplicacion de las que ocurren con frecuencia á los artistas, supongamos que se quiere poner un cerco de metal á una mesa redondo, cuyo diámetro es 40 pulgadas; el artista lo primero que tiene que averiguar, es la longitud que ha de tener la chapa de metal, para que doblada luego y aplicada al cerco de la mesa no le sobre ni falte nada.

Una de las características principales que podemos sacar para la GDN es que no existen demostraciones de teoremas. Éstos son presentados en forma de listas de "propiedades" que son explicados, en la mayor parte de los casos, a través del uso del contexto matemático y de las representaciones textuales, figurales y simbólicas.

4.3.2 Contexto histórico

Si bien la GDN se publica en 1834, fue empezada al mismo tiempo que el *Compendio de Mecánica Práctica* (1815a), así lo señala el autor:

> ...esta Geometría la principié al mismo tiempo que mi *Compendio de Mecánica Práctica*. Las circunstancias no me han permitido publicarla; y ahora lo hago, estimulado tanto de lo que se previene en el artículo 35 de la Instruccion para los subdelegados de Fomento, como por lo que se ha verificado ya en las *Escuelas Normales*, establecidas en esta Corte bajo mi inmediata inspeccion (Vallejo, 1834c; p. III).

Además se le agregaron métodos que aprendió en el extranjero, durante el exilio asistió al Curso de Geometría y mecánica aplicada a las artes, de Charles Dupín, que como Vallejo mismo señala fue una influencia para la GDN.

> Tampoco puedo dejar de anunciar, que tengo ya medio puesta en limpio, para publicarla á la mayor brevedad, una Geometría para uso de los niños, que tenía empezada desde que compuse mi *Compendio de Mecanica práctica*; y que la circunstancia de hallarme en París, en la época en que el célebre Monsieur Charles Dupín trata de dar en el Conservatorio de Artes y oficios su segundo Curso de Geometría y Mecánica aplicadas á las Artes, y de publicar las lecciones, según las vaya esplicando, me servirá al mismo tiempo para aprovecharme de cuanto conduzca para mi objeto (Vallejo, 1833b; p. 78).

Vallejo señala en el prólogo que lo que le impulsó a la publicación de la GDN fue el contenido del artículo 35 de la Instrucción para los Subdelegados de Fomento (Martínez, 1869; p. 831)[2]:

> ... cada pueblo de cien vecinos debe tener una escuela de primeras letras, en la cual, como en todas, se establecerá tan pronto como sea posible el método de Vallejo, que tan visibles progresos permite hacer en la enseñanza...

---

[2] Artículo 35 de la Instrucción para los delegados de Fomento, publicada en noviembre de 1833. Cap VII.- instrucción pública. Escuelas.

XXXV. Los agentes superiores de la Administración provincial tropezarian con los obstáculos sin fin que por donde quiera les suscitaria la ignorancia, si desde luego no aplicasen todos sus esfuerzos á combatirla y desterrarla. Con este objeto dispensarán una protección especial á la *instruccion primaria*; y partiendo del principio de que ninguna medida puede á la larga influir mas en la suerte de la sociedad, harán destinar á la dotacion de estas escuelas los fondos públicos de que puedan disponer. Si con ellos se atiende á otras necesidades cuyo remedio no contribuya tanto el bien comun, los subdelegados de Fomento las postergarán sin titubear, en el caso de que su celo no encuentre en otra parte medios para cumplir con todas. De cualquier modo, cada pueblo de cien vecinos debe tener una escuela de primeras letras, en la cual, como en todas, se establecerá tan pronto como sea posible el método de Vallejo, que tan visibles progresos permite hacer en la enseñanza. A los jefes de la Administracion toca promocionar los cortos medios que exija su planificacion, sea de las localidades mismas, ó de fondos generales de la provincia, de limosnas, de dones, de préstamos de arbitrios especiales, de cualquiera parte, en fin, de donde sin perjuicio de tercero se pueda sacar. No basta, para dejar de cumplir esta obligacion, decir que no existen *recursos*, ni formar un expediente de que se han practicado sin fruto diligencias para encontrarlos. La autoridad tiene siempre mil á su disposicion, y la habilidad descubre una mina inagotable de ellos donde ninguno sospechaba la ignorancia. Con los productos de una diversion pública de algunos dias allanó el conde de Aranda los barrancos que separaban á Madrid del sitio del Buen-Retiro, y los convirtió en un paseo magnifico. Con recursos que en otras partes se desperdician, han construido fuentes algunos corregidores celosos, han empedrado los calles, y han realizado otros beneficios que la pereza apoyada en la rutina habia de tiempo inmemorial calificado de imposibles. Con medios idénticos ó análogos se pueden establecer escuelas de dibujo y de geometría, y sin mas que dar á la compasion una tendencia útil; con solo reunir en un fondo comun los dones con que una caridad poco ilustrada alimenta en enjambres de mendigos planteles facinerosos, se pueden hacer en una provincia bienes que la allanen en pocos meses los caminos de la prosperidad, y aun inmortalicen el nombre de su autor. No hacerlos será una falta, cuando no un delito (Martínez M., 1869, p. 831).

Podemos ver que la razón por la que no se incluyen demostraciones en la GDN es que estaba dirigido a un público específico: la clase obrera, que supone Vallejo ésta la aplicará de un modo más bien utilitario.

> En las Escuelas Normales se les han presentado cuantos libros son conducentes para forman rectamente su corazón, y difundir aquella instruccion popular que es tan indispensable en la clase obrera é industrial de nuestra Nación.
>
> Los libros, que hasta ahora se les han puesto en la mano, son las Lecciones Escogidas de los Padres Escolapios ..., el Manual del Carpintero y Ebanista, y el Manual de Señoritas, donde se insertan el de la Costurera, Planchadora, Lavandera &c. Mas como estas dos últimas obras hacen uso de figuras para la correspondiente esplicacion, no se pueden entender sin que precedan unas nociones claras de Geometría; por lo cual, me apresuré á poner corriente el original; imprimí desde luego el primer pliego, y lo hice leer en las escuelas de ambos sexos: lo cual ha producido ya los mas ventajosos resultados; pues en los exámenes generales que se tuvieron el 27 de abril ... manifestaron con mucha soltura y desembarazo estar impuestos en todo lo que precede á la doctrina de los ángulos (Vallejo, 1834c; p. IV).

García (2002) señala que las obras de Vallejo en cuanto a estructura están basadas en la obra de Le Blond, maestro de Matemáticas del Delfín de Francia. Es de llamar la atención que entre la GDN y la obra "Abregé de l'arithmetique et de la géométrie de l'officier" (1748) exista una gran similitud en cuanto a la estructura.

4.3.3 Cambios entre ediciones

Con respecto a la edición de 1845c, segunda edición, se observa que prácticamente es el mismo índice, con la salvedad que atiende la confusión observada entre aquellos que hacían uso del libro, como señala (Vallejo, 1845c; p. VII):

> Y al hacer esta segunda edicion, no puedo ménos de congratularme con los buenos efectos que ha producido en las escuelas de primeras letras, en los establecimientos donde se enseña el *Dibujo lineal ó Delineacion*, como base en que se fundan dichos conocimientos, y en las Universidades y otros Establecimientos donde la han adoptado para la instruccion de Cirujanos de tercera clase ó para los prácticos en la ciencia de curar.
>
> En esta segunda edicion he añadido las figuras, ejemplos y aclaraciones que conducen á que se haga la correspondiente distincion entre medidas lineales, medidas cuadradas ó superficiales y medidas cúbicas ó de volúmenes, para evitar los frecuentes errores que se cometen, confundiendo unas medidas con otras en las prácticas de la Geometría y en las de la Agrimensura, Arquitectura, Carpintería, Ebanistería, y demas Artes industriales.

Los cambios se dan solamente en los siguientes párrafos en los términos que se plantean en el prólogo (Vallejo, 1845c; p. 75):

> ADVERTENCIA IMPORTANTÍSIMA.
>
> En todos los ejemplos, que hemos puesto desde el (§ 67) hasta aquí, hemos multiplicado las unidades lineales, que contenía una recta, por las unidades lineales que tenía otra recta, como en el paralelogramo, que hemos multiplicado la recta, que representaba la base, por

y continúa en (Vallejo, 1845c; p. 76):

> la recta que representaba la altura; ó en el triángulo, que hemos multiplicado la recta, que representaba la base, por la mitad de la recta que representaba la altura &c.; y en el círculo que, no pudiéndose dar á un tiempo la circunferencia y radio, hemos reducido la cuestion á multiplicar el cuadrado de la circunferencia, ó del diámetro ó del radio, por un número constante; y el producto siempre representa *unidades superficiales ó cuadradas*. Y en todos los ejemplos resueltos, hemos supuesto que las rectas, que constituían los factores, eran números enteros, con el fin de que se entienda bien á lo que se reducía la operacion; pero cuando las rectas, que representan los factores, están espresadas por números denominados, entónces se suelen cometer en la práctica errores de mucha consideracion, aun por personas inteligentes, á causa de confundir las *medidas lineales* con las *medidas cuadradas* ó *superficiales*; por esta causa, vamos á resolver ejemplos de los casos que pueden inducir á equivocaciones; por lo mucho que importa disminuir los motivos que puedan esponer á cometer errores.

Atendiendo a lo que señala en el prólogo se manifiesta.

En cuanto a la estructura conceptual, ésta se mantiene prácticamente intacta, ya que son explicaciones más amplias que provee de algo que ya estaba presente en la primera edición, son dos los pasajes que se modifican.

4.4 Adiciones a la Geometría

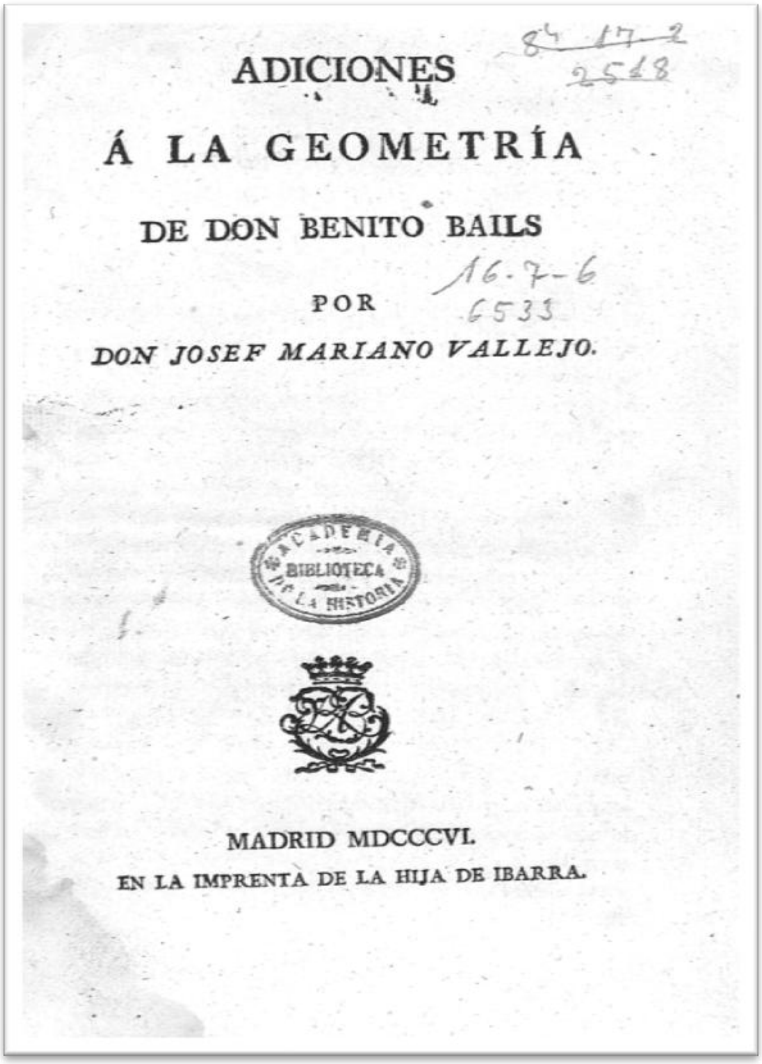
Nombre: *Adiciones a la Geometría de Benito Bails*.

Año: 1806.

Editorial: Imprenta de la hija de Ibarra.

Lugar de publicación: Madrid.

Localización: Google Books, el original pertenece a la Biblioteca de Catalunya. (En Referencias es el 1806a).



ADICIONES

Á LA GEOMETRÍA

DE DON BENITO BAILS

POR

DON JOSEF MARIANO VALLEJO.

MADRID MDCCCVI.

EN LA IMPRENTA DE LA HIJA DE IBARRA.

Dada la naturaleza de esta obra, se optó por no analizarla, ya que si bien es una de las primeras que publica Vallejo, no sigue una propuesta propia, sino que es una profundización de la obra de Bails. Otros autores han hecho revisiones de la obra, en esos trabajos se muestra cómo es que el objetivo general de las *Adiciones* es de dar un giro a la enseñanza de la geometría, en particular a la obra de Bails y en general a la enseñanza de la matemática en España. Regresando, según afirma el autor, a un mayor rigor en la geometría, presente en los clásicos griegos.

Según se señala en Arenzana (1990), la obra de Bails forma parte de ese producto de la Ilustración que defendía que la educación es el factor decisivo para el desarrollo del hombre y de la sociedad. Con el afán de educar a las nuevas generaciones surgen libros para facilitar el aprendizaje, en el caso que nos atañe, el de las matemáticas. Surge una serie de Compendios, Elementos y Principios de Matemáticas que trataban de reunir todo el cuerpo disciplinar de las mismas.

Dada la reinterpretación que se hacía de las obras originales en un afán de facilitar el aprendizaje, en muchos casos se produjeron divulgaciones que afectaban al rigor, o al espíritu de la teoría. En el caso de la Geometría se desechó el modelo euclídeo usado hasta entonces y se optó por la intuición.

Según Arenzana (1990; p. 7), Bails justifica este hecho de la siguiente manera:

> En el prólogo comenzaba diciendo que había tomado la decisión de no seguir los *Elementos* de Euclides, puesto que, aunque la belleza y el rigor de su exposición había hecho que muchos autores en todas las épocas consideraran esta obra como la Biblia de la geometría, resultaba de una dificultad extremada y de lento aprendizaje para los principiantes[1]. Bails apoya su decisión de no seguir los *Elementos* de Euclides y, por consiguiente, de abandonar el modo riguroso de la exposición euclídea en favor de otros métodos demostrativos que resultaran más fáciles a los principiantes, con la opinión de prestigiosos autores de libros de matemáticas de toda Europa que habían optado por una vía expositiva encaminada a facilitar el aprendizaje de la geometría a costa de no seguir el método de Euclides.

Las *Adiciones* tienen su origen en los cursos de Vallejo en el Seminario de Nobles, y son en parte un retomar el camino de Euclídes, en la Memoria (1807), se pueden ver las ideas que Vallejo plantea sobre el rigor en la Geometría:

> Como la Geometría ha sido siempre el modelo del rigor y de la exâctitud, y han llegado á desaparecer de los tratados de esta ciencia por la introduccion en ella del infinito, me propuse desde luego suplir esta falta en el primer curso que expliqué, comunicando á mis discípulos con aprobacion de mi xefe, unos

> quadernos, que sirviendo de adicion al testo que explicábamos, contuviesen la doctrina del círculo, cilindro, cono y esfera con la exâctitud propia de esta ciencia, poniendo ántes algunas otras proposiciones indispensables para que no se presentase interrumpida la cadena de los conocimientos; y habiendo tenido la aprobacion de los muchos inteligentes que asistieron á los certámenes públicos (1) celebrados el 18 de Julio de 1804 en dicho Seminario, los tengo publicados con el título de *Adiciones á la Geometría de Don Benito Bails* (2).

La preocupación va más allá de la Geometría, el estudiar a Leibnitz, Newton entre otros, Vallejo observó que las cuestiones sobre el infinito no eran claras. En especial miraba un abandono de los modos clásicos por el uso del cálculo moderno, en general le preocupaba que las ciencias fueran a menos por no estar bien fundamentadas.

Las *Adiciones* son un conjunto de teoremas que deben ir intercalándose donde Vallejo señala; su función principal es la de concatenar de forma rigurosa los conceptos, donde se había hecho uso de la intuición, o del cálculo infinitesimal para demostrar cuestiones de Geometría elemental.

Estos teoremas afectan a once párrafos de la obra de Bails. En buena parte de los casos regresa a los trabajos de Arquímedes, usando su método de exhausión y más tarde adopta ideas de Lacroix, sin abandonar la idea de la búsqueda de rigor.

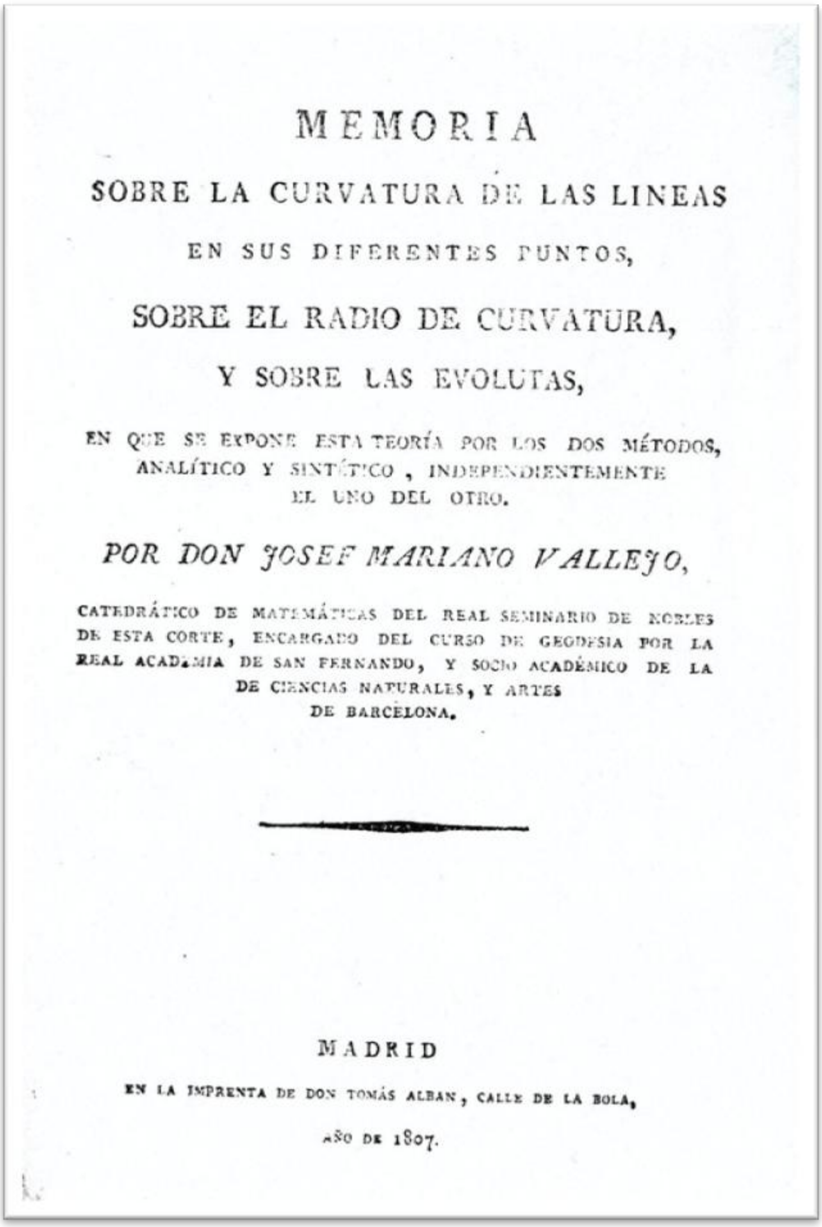
En cuanto a los sistemas de representación, los usuales, textuales, simbólicos y figurales; en el caso de la fenomenología, la obra se mantiene en un contexto puramente matemático.

4.5 Memoria sobre la curvatura de las líneas (MCL)

Nombre: *Memoria sobre la curvatura de las lineas en sus diferentes puntos, sobre el radio de curvatura, y sobre las evolutas, en que se expone esta teoría por los dos métodos, analítico y sintético, independientemente el uno del otro.*

Edición única analizada:

-1807. Imprenta de Don Tomás Alban. Madrid. Localización: Biblioteca Personal de América López y en la Biblioteca Digital Hispánica (BNE) código de barras: 1000539093, el original está en la sede de Alcalá.



MEMORIA
SOBRE LA CURVATURA DE LAS LINEAS
EN SUS DIFERENTES PUNTOS,
SOBRE EL RADIO DE CURVATURA,
Y SOBRE LAS EVOLUTAS,
EN QUE SE EXPONE ESTA TEORÍA POR LOS DOS MÉTODOS, ANALÍTICO Y SINTÉTICO, INDEPENDIENTEMENTE EL UNO DEL OTRO.

POR DON JOSEF MARIANO VALLEJO,

CATEDRÁTICO DE MATEMÁTICAS DEL REAL SEMINARIO DE NOBLES DE ESTA CORTE, ENCARGADO DEL CURSO DE GEODESIA POR LA REAL ACADEMIA DE SAN FERNANDO, Y SOCIO ACADÉMICO DE LA DE CIENCIAS NATURALES, Y ARTES DE BARCELONA.

MADRID
EN LA IMPRENTA DE DON TOMÁS ALBAN, CALLE DE LA BOLA,
AÑO DE 1807.

4.5.1 Análisis de contenido

Identificación de los focos conceptuales que guían la secuenciación de contenidos

En el prólogo plantea Vallejo que por un lado hace una integración de resultados de la Geometría sublime, a la vez que trata de llenar los huecos que dificultaban el entender de las obras que hasta ese momento se habían publicado sobre el tema; de este modo es la curvatura la protagonista de la *Memoria*, se trata de una presentación de la estructura matemática subyacente, en sus palabras:

> Uno de los puntos de la Geometría sublime, que continuando con mi objeto, he hallado bastante inconexo, es el de las evolutas y radios osculadores; y habiéndome puesto á presentar su teoría con aquella dependencia mútua de las Matemáticas, he tenido necesidad de añadir varias proposiciones nuevas, y me he visto precisado á desenvolver varios cálculos que no existen en las obras de los mejores Analistas y siendo esto ya mas de

> lo que debia contenerse en una obra elemental, presento en esta lo que hay mas digno de saberse acerca de esta teoría , cuyo origen y progresos son los siguientes (Vallejo, 1807; p. 7).

Más adelante hace observaciones sobre la forma en que el concibe un escrito que tiene como finalidad enseñar algo, y resaltando la idea de exhaustividad a la hora de hacer un texto con el afán de que incluso sin maestro, pueda ser entendido.

> Estos, son los progresos que ha hecho esta teoría en manos de tantos excelentes Geómetras como se han ocupado de ella; pero tal vez en fuerza de la sublimidad de sus ingenios, se han olvidado del común de las gentes, que con un talento regular desean poder, entender las obras de las Ciencias que profesan, y han dexado algunos huecos por llenar, que es lo que me propongo executar en este escrito. Yo soy de opinion de que en los libros se debe explicar todo lo perteneciente al asunto de que tratan, de manera que en ellos no se suponga que se sabe ya parte de lo que se vá á tratar; porque al tomar un libro para aprender una cosa , quiero que el libro me la explique, y no que sobre aquel mismo punto empiece diciendo que se sabe ya lo fundamental de la teoría que se va exponer; esta opinion me parece muy bien fundada pero al ver lo que se separan de ella los Autores, he llegado á sospechar si me habría equivocado (Vallejo, 1807; p. 16).

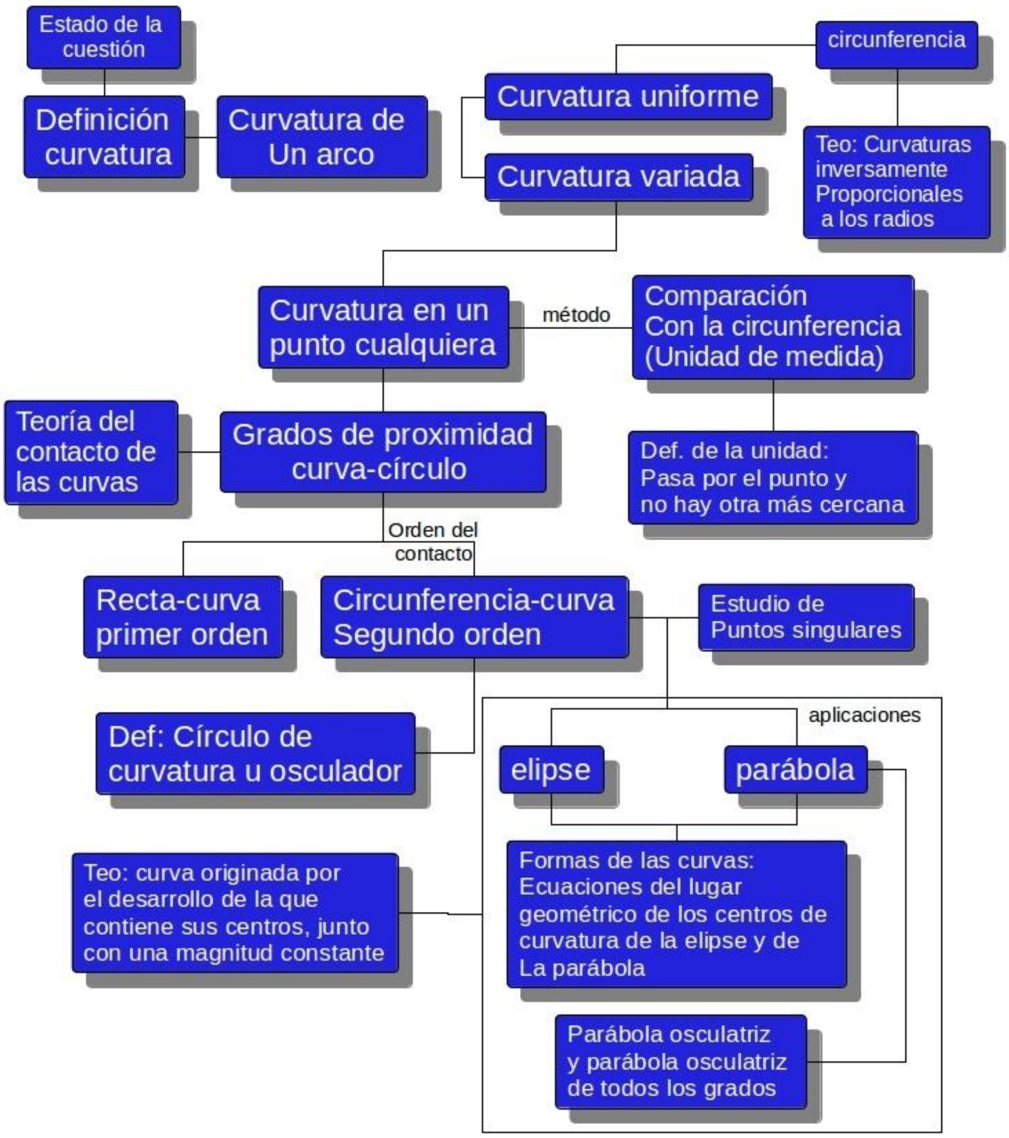
El libro está dividido en tres partes, primero una introducción en la cual se hace una presentación-análisis del desarrollo que ha tenido el tema de las evolutas, curvatura y radios osculadores, en este sentido se señalan los puntos que considera importantes de la teoría (que son incluidos en el desarrollo de la memoria), así como aquellos puntos que causan conflicto, ya sea por existir ideas contrarias en distintos autores o por la falta de claridad en los fundamentos. Estos puntos serán abordados también en la memoria. Al final de esta introducción hace una síntesis de las dos secciones siguientes.

Las otras dos partes están relacionadas, son el mismo contenido, pero en la primera desarrollado por el método analítico y en la segunda por el sintético.

Estructura conceptual de la Memoria.

Esta memoria tiene solamente contenido conceptual, estructura una serie de definiciones, deducciones y teoremas, de tal manera que se pueda entender tanto la complejidad de toda la teoría, a la vez que se atiende a la explicación detallada de cada uno de los cálculos y de los razonamientos que guían a estos últimos. Podríamos decir que el estilo es más bien narrativo, en el que llegado el momento se plantean las definiciones y teoremas.

El mapa conceptual de la memoria es el siguiente:



Este mapa es de la primera parte, el de la segunda es similar, pero en orden inverso.

Sistemas de representación

Las formas en que son presentados los contenidos en la MCL son las siguientes:

Textuales, buena parte del libro se da en forma textual, tanto la introducción, como en gran parte del contenido de las otras dos secciones se usa el texto.

Hecho esto, paso á demostrar que el radio de curvatura es tangente de esta curva de los centros, y que siendo por otra parte igual con ella, ó con ella junto con una cantidad *constante*, se deduce que una curva qualquiera se puede concebir originada por el desarrollo de la que contiene sus centros, junto con una magnitud constante, si ámbas no tienen un mismo orígen, que fué el principio baxo que las consideró Huigens; con lo que concluye la primera seccion.

cil añadir mas; y como por los métodos actuales aun no se ha llegado á ningun obstáculo insuperable que pueda detener los progresos de los hombres de ingenio de nuestros dias, se sigue que no se hallan aun las Matemáticas en estado de poderse exponer completamente sus principios en una obra elemental. Mas

Vallejo, 1807; p. 19

8 Quando una curva es cóncava ó convexà siempre hácia una misma línea, entónces se dice que su curvatura es *continua*; pero quando no lo es, se dice que es *descontinua*, como sucede en los puntos de inflexion. Ademas, quando una curva en toda su longuitud á arcos ó cuerdas iguales, convienen ángulos de curvaturas iguales, ó ángulos de curvaturas iguales corresponden á arcos ó cuerdas iguales, entónces la curva se dice que tiene *su curvatura uniforme ó igual en todos sus puntos*; y quando no se verifica esta circunstancia, se dice que varía la curvatura de la curva en sus diferentes puntos.

Vallejo, 1807; p. 26

Simbólicos, la obra usa una gran cantidad de símbolos, para los números, operaciones, derivadas, etc.:

Si desenvolvemos los valores de $z'=f(x+k)$ y $u'=f(t+k)$ por medio del teorema de Taylor (1) será

$$M'P'=z'=z+\frac{dz}{dx}k+\frac{d^2z}{dx^2}\frac{k^2}{1.2}+\frac{d^3z}{dx^3}\frac{k^3}{1.2.3}+\frac{d^4z}{dx^4}\frac{k^4}{1.2.3.4}+\&c.$$

$$m'P'=u'=u+\frac{du}{dt}k+\frac{d^2u}{dt^2}\frac{k^2}{1.2}+\frac{d^3u}{dt^3}\frac{k^3}{1.2.3}+\frac{d^4u}{dt^4}\frac{k^4}{1.2.3.4}+\&c.$$

Vallejo, 1807; p. 34

Otro ejemplo, cuando calcula el radio de curvatura.

(60)

Y substituyendo ahora, será $\left(1+\frac{dz^2}{dx^2}\right)^{\frac{3}{2}}=\left(1+\frac{(a-x)^2}{2ax-x^2}\right)^{\frac{3}{2}}=$

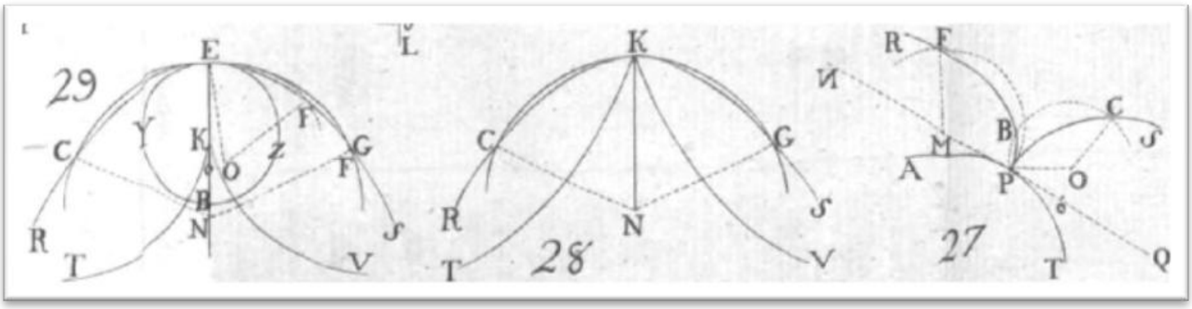
$$\left(\frac{2ax-x^2+a^2-2ax+x^2}{2ax-x^2}\right)^{\frac{3}{2}}=\left(\frac{a^2}{2ax-x^2}\right)^{\frac{3}{2}}=\frac{a^3}{(2ax-x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

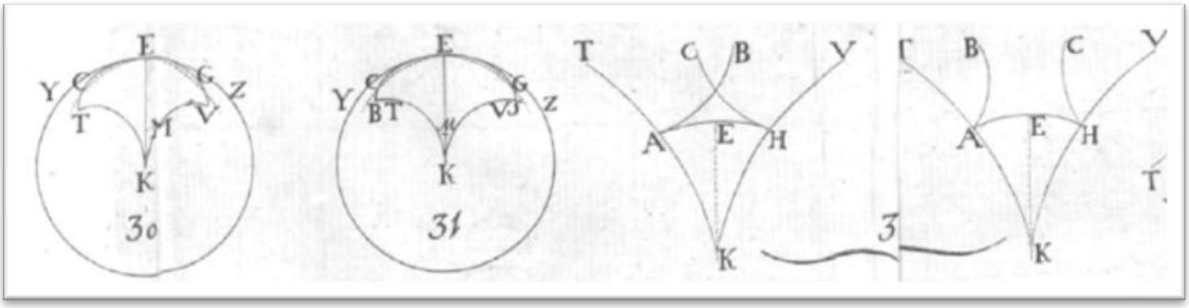
de donde el rádio de curvatura R resultará

$$R=-\frac{\left(1+\frac{dz^2}{dx^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2z}{dx^2}}=-\frac{\frac{a^3}{(2ax-x^2)^{\frac{3}{2}}}}{\frac{-a^2}{(2ax-x^2)^{\frac{3}{2}}}}=\frac{-a^3}{-a^2}=a.$$

Vallejo, 1807; p. 60

Figurales, en este caso, la memoria tiene 3 láminas desplegables al final, con 43 figuras, se usan en el libro para explicar las definiciones y teoremas.





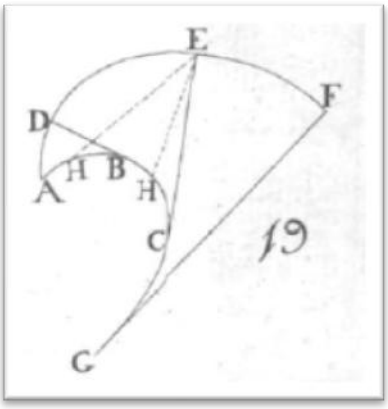
Vallejo, 1807, Lám.s 2 y 3

Fenomenología

En este libro el único contexto usado es el <u>matemático</u>.

56 *Si desde un punto qualquiera de la evolvente se tira una línea á la evoluta que no sea el rádio de evoluta correspondiente á dicho punto, será mayor que el arco de evoluta comprendido entre el orígen, y el punto donde la encuentra dicha línea.*

En efecto, si la EH (fig. 19.) no es rádio de la evoluta, podrémos tirar desde el punto E de la evolvente un rádio tal como EC, y será $EH + HC > EC = AHC = AH + HC$ de donde quitando HC, resultará $EH > AH$ que era lo que se queria probar.



Vallejo, 1807; p. 105

4.5.2 Contexto histórico

El contexto general de la obra podemos encontrarlo en el prólogo. Primeramente se habla del estado general de las matemáticas, era tal que en esos momentos, según Vallejo no era posible hacer una obra elemental que abarcara toda la matemática, que no tuviese saltos en la continuidad del contenido. La razón que da es que los fundamentos de áreas que involucraban al infinito aún no estaban del todo desentrañadas.

Hace principal referencia a los escritos de Leibniz, Newton y los Bernoulli.

> eil añadir mas; y como por los métodos actuales aun no se ha llegado á ningun obstáculo insuperable que pueda detener los progresos de los hombres de ingenio de nuestros dias, se sigue que no se hallan aun las Matemáticas en estado de poderse exponer completamente sus principios en una obra elemental. Mas

Vallejo, 1807; p. 4

Esto enmarca la solicitud para hacer un texto que sirviera al Seminario de Nobles de Madrid, del cual Vallejo era profesor, este escrito que a la postre sería el *Tratado* hace que Vallejo.

> Este es el motivo porque me estremecí quando mi xefe inmediato el Señor Don Andrés Lopez de Sagastizabal, digno Director del Seminario, me comunicó las sabias órdenes Reales que habia para formar el curso de estudios de aquella Real casa, encargándome la parte Matemática correspondiente á tal empresa. Pues si exâminamos el carácter del espíritu huma-

Vallejo, 1807; p. 4

En un afán por hacer este encargo de la mejor manera, ensaya en la elaboración de dicha obra, trabajando primeramente en la *Aritmética de Niños,* en las *Adiciones a la Geometría de Benito Bails* y finalmente en la *Memoria sobre la curvatura de las líneas..* de este modo vemos que la aparición de esta última es un tanto coyuntural.

Es patente una profunda preocupación tanto por los fundamentos de la matemática, como por su enseñanza.

Los personajes que influyeron a Vallejo en esta obra son principalmente los trabajos de Leibnitz, Newton, L'Hospital y los Bernoulli. Es importante señalar que este libro nos da una idea bastante cercana a la realidad del conocimiento que tenía Vallejo de la matemática de su tiempo.

Asímismo, Garma (1973) señala la fuerte influencia de Monge, del cual Vallejo conocía su trabajo y en 1785 publicó la *Memoria sobre las evolutas, radios de curvatura y los diferentes géneros de inflexión de las curvas de doble curvatura*, que sería la base de la actual Geometría diferencial, nombre que es similar al trabajo de Vallejo.

4.6 Tratado Elemental de Matemáticas. Tomo Primero, parte primera.

Nombre: *Tratado Elemental de Matemáticas. Tomo Primero, parte primera*. Contenido: Álgebra y Aritmética.

Año: 1812. (Primera edición)

Editorial: Imprenta de Melchor Guasp.

Lugar de publicación: Mallorca.

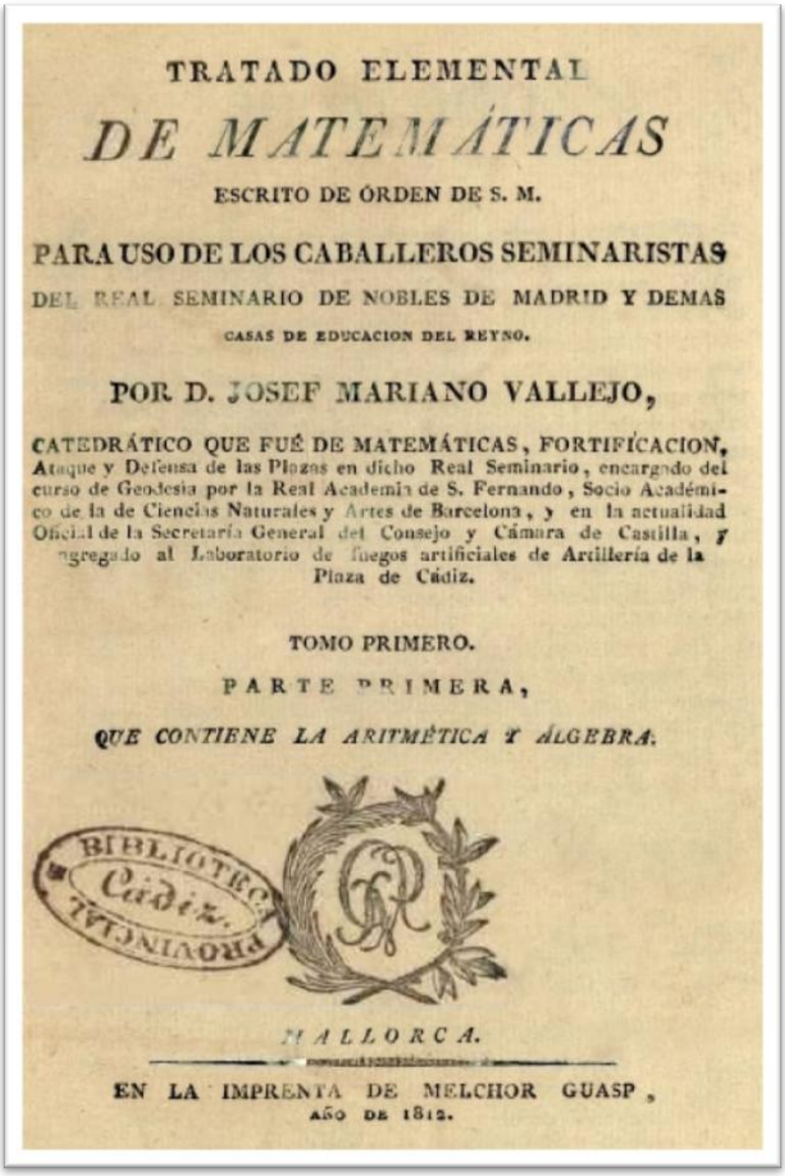
Ediciones analizadas:

1812. Primera edición. Imprenta de Melchor Guasp. Mallorca. Localización: Disponible en la web de Biblioteca virtual de Andalucia. (En Referencias es el 1812b)

1821. Tercera edición. Imprenta del Gobierno Político Superior. Barcelona. Localización: Disponible en Google Books, el original es de la Universidad Complutense de Madrid.

1841. cuarta edición. Imprenta Garrasayaza. Madrid. Localización: Disponible en la web de Biblioteca virtual de Andalucia. (En Referencias es el 1841b)

Es un libro dividido en tres secciones: una introducción, la dedicada a la aritmética y la segunda, al álgebra.



TRATADO ELEMENTAL

DE MATEMÁTICAS

ESCRITO DE ÓRDEN DE S. M.

PARA USO DE LOS CABALLEROS SEMINARISTAS DEL REAL SEMINARIO DE NOBLES DE MADRID Y DEMAS CASAS DE EDUCACION DEL REYNO.

POR D. JOSEF MARIANO VALLEJO,

CATEDRÁTICO QUE FUÉ DE MATEMÁTICAS, FORTIFÍCACION, Ataque y Defensa de las Plazas en dicho Real Seminario, encargado del curso de Geodesia por la Real Academia de S. Fernando, Socio Académico de la de Ciencias Naturales y Artes de Barcelona, y en la actualidad Oficial de la Secretaría General del Consejo y Cámara de Castilla, y agregado al Laboratorio de fuegos artificiales de Artillería de la Plaza de Cádiz.

TOMO PRIMERO.

PARTE PRIMERA,

QUE CONTIENE LA ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA.

MALLORCA.

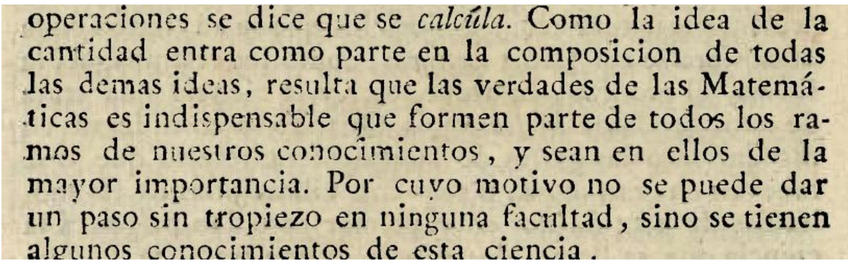
EN LA IMPRENTA DE MELCHOR GUASP, AÑO DE 1812.

Primera sección: Introducción

La introducción tiene una finalidad de proveer al lector de una serie de ideas previas sobre las materias a tratar en el libro, ideas que según el autor, parten del conocimiento que se tiene sobre los sentidos para ir explicando estas ideas hasta llegar a explicar el lugar y relación que tienen las Matemáticas con respecto de otras ciencias.

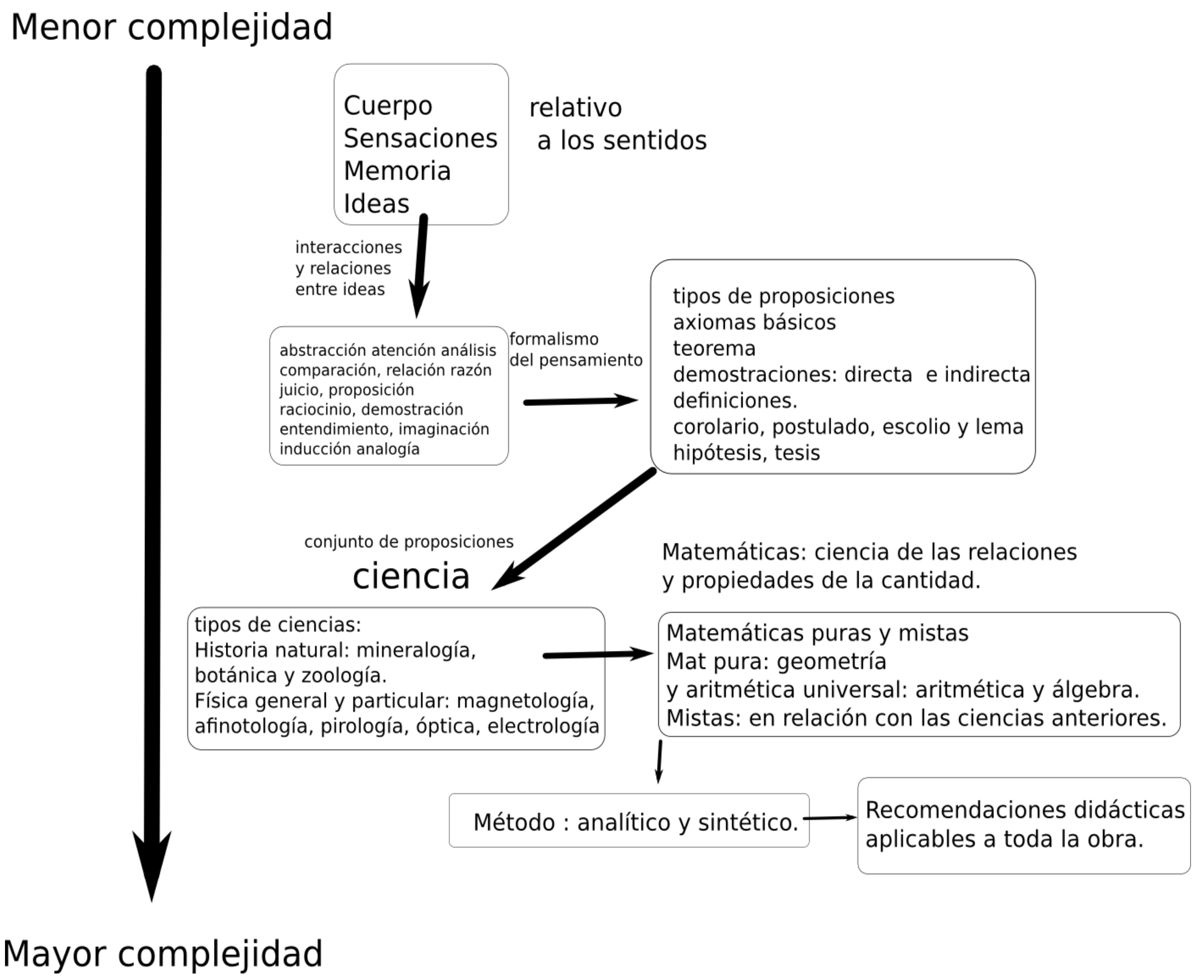
Se tiene un conocimiento conceptual en forma de definiciones y conceptos, así como una serie de recomendaciones, conocimiento procedimental, que es aplicable a toda la obra, no aplican a esta sección introductoria sino más bien se corresponden a indicaciones de cómo proceder al estudiar matemáticas siguiendo el Tratado.

Se resalta la importancia de la matemática al ser la cantidad como parte de todas las demás ciencias existentes:



operaciones se dice que se *calcúla*. Como la idea de la cantidad entra como parte en la composicion de todas las demas ideas, resulta que las verdades de las Matemáticas es indispensable que formen parte de todos los ramos de nuestros conocimientos, y sean en ellos de la mayor importancia. Por cuyo motivo no se puede dar un paso sin tropiezo en ninguna facultad, sino se tienen algunos conocimientos de esta ciencia.

La estructura de la Introducción es la siguiente:



La guía de la secuenciación es la fundamentación de la ciencia, basada la idea de que la matemática es el elemento clave en el entendimiento de las otras ciencias.

En cuanto a los sistemas de representación usados, el único presente es el textual y en cuanto a la fenomenología, el contexto matemático es el único presente.

Llaman la atención las recomendaciones didácticas que hace para la obra:

> Y si alguna vez encuentra violento el tránsito [entre proposiciones] será por no haber entendido algunas de las que le anteceden; en cuyo caso para poder continuar es preciso procure antes de pasar adelante, el llenar los huecos que dexó; porque sino, de ningun modo se puede pasar adelante, así como no se puede llegar al octavo escalon de una escalera sin haber pasado sucesivamente por todos los inferiores... (Vallejo, 1812b; p. XXIV).

Sobre la forma de estudiar este tratado:

> Deberán estudiar esta Obra párrafo por párrafo, procurando percibir bien las ideas que en cada uno se contienen; lo que conocerán si después de leídos tres ó quatro veces, sin mirar el libro ven ellos que el órden con que se suceden las ideas en su entendimiento es el mismo que el que tienen en el libro; pero no por esto se ha de creer que esto tienen conseguido aprendiendo de memoria las palabras, sino lo que se ha de procurar es conservar en la memoria la sucesión de las ideas; y quando se necesite expresarlas, cado uno usará de las palabras que juzgue mas convenientes.
>
> Ahora, en los párrafos en que esten contenidas las reglas para executar alguna operación, no le hace que de entendidas dichas reglas se encomienden á la memoria, por lo qual se presentan con letra bastardilla; despues, deben leer bien los exemplos en que dichas reglas estan contraidas, executando en un papel ó pizarra todas las operaciones que se van expresando; despues, sin mirar el libro han de procurar aplicar por sí dichas reglas generales, que ya han aprendido, á los mismo exemplos en que estan contraídas para comparar despues su operación con la que tienen en el libro, y corregir las equivocaciones que hayan padecido; y esto lo deben executar tantas veces como se necesite para que hallen por símismos el resultado de la operación del libro; luego, deben contraer las reglas á los demas , y comparar su recultado con el que encuentren en el libro, y en caso de no encontrar el mismo deben comparar su operación con la del libro para advertir donde está la equivocacion, enmendarla y volverla á executar las veces que se necesite, hasta que lleguen á sacar el mismo resultado. Y despues de conseguido, pueden estar seguros de que saben aquella operación tan bien como cualquier otro (Vallejo, 1812b; p. XXIV).

Éste constituye la piedra angular de la forma en que Vallejo concibe la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas con el libro, parece obviar la presencia o no de un profesor, dándole importancia tanto al "conservar en la memoria la sucesión de las ideas" como a la repetición de los algoritmos (conocimiento procedimental).

Segunda sección: Tratado elemental de aritmética

Según se puede ver en Vallejo (1812b; p. 1), la definición aceptada en la obra para aritmética es la siguiente:

> La palabra Aritmética se deriva de la palabra griega *aritmos* que significa número; y por esto hemos dicho en la introducción que por Aritmética se entiende la ciencia que trata de averiguar las relaciones y propiedades de la cantidad en quanto está expresada por números.

La siguiente lista muestra, de manera resumida, el contenido de la aritmética:

- Nociones preliminares, numeración, división y subdivisión de las unidades de pesos y medidas.
- De la operación de sumar ó de la adición.
- De la operación de restar, ó de la sustracción.
- Prueba de la operación de sumar y de la de restar.
- De la multiplicación ó de la operación de multiplicar.
- De la operación de dividir ó de la división.
- De las alteraciones que sufren los resultados de las quatro operaciones anteriores por las que sufren los datos.
- Digresión acerca de otros medios para probar las operaciones y de algunos métodos de abreviación en las operaciones anteriores.
- De los quebrados ó fracciones, de su expresión, reducción a un común denominador y simplificación.
- Sumar, restar, multiplicar y dividir quebrados.
- De la valuación de quebrados, y de los quebrados continuos.
- De los quebrados ó fracciones decimales.
- De las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir decimales, ya vayan acompañadas de enteros, ya vayan solas y de la valuación de estos quebrados.
- De las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir números denominados.

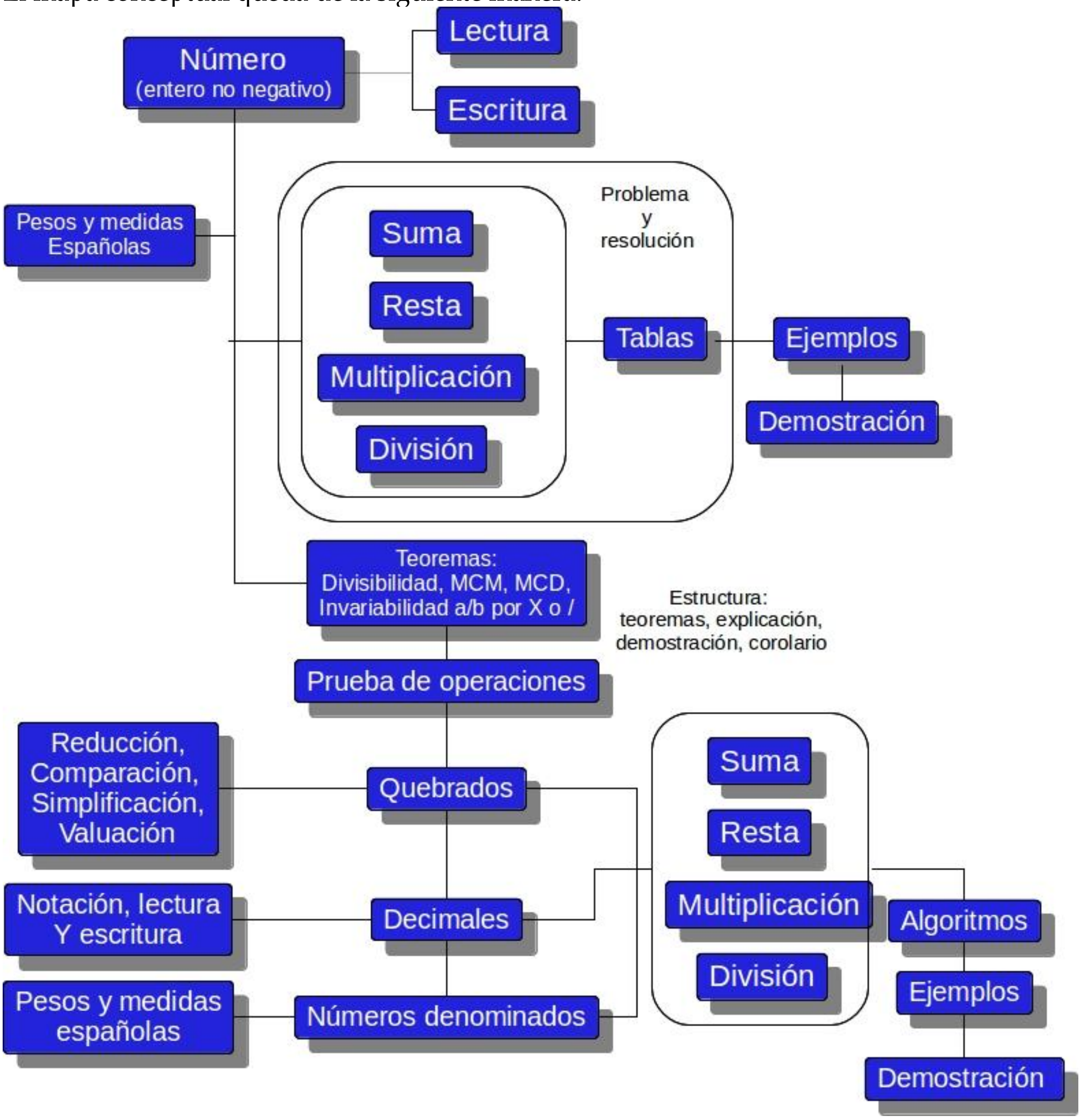
Este índice está secuenciado de acuerdo con la definición de aritmética dada, en la que la idea de relación entre cantidades (operaciones) es fundamental.

De este modo, el foco estará puesto en las operaciones y es lo que guía la presentación de contenidos.

4.6.1 Análisis de contenido de la sección de Aritmética

Identificación de los focos conceptuales que guían la secuenciación de contenidos

El mapa conceptual queda de la siguiente manera:



Sistemas de representación

En el caso de los sistemas de representación se tiene que se usan los siguientes:

Textual:

54 Aqui explicaremos esta operacion, refiriéndonos á números abstractos; pero es necesario advertir que por la naturaleza de la multiplicacion, hace oficios de multiplicando el que servia de sumando, de multiplicador el número que expresa las veces que se habia de sumar el multiplicando; y de producto el que allí era la suma; y como la suma debe ser de la misma especie que los sumandos, resulta que el producto debe ser de la misma especie que el multiplicando; y el multiplicador debe ser un número abstractó, que solo expresa las veces que se ha de tomar ó sumar el multiplicando. En algunas qüestiones conviene distinguir al multiplicando y al multiplicador, más en el producto no influye el que se truequen los oficios del multiplicando y multiplicador, como vamos á manifestar en el siguiente:

Vallejo, 1812b; p. 33.

Tabulares:

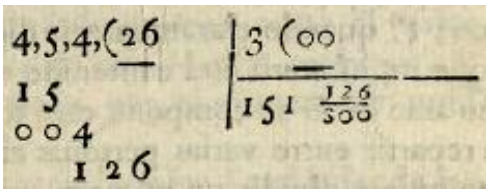
Tabla de los productos de los números dígitos.

1 por 1 es 1	2 por 2 son 4	3 por 3 son 9
1 por 2 . . . 2	2 por 3 . . . 6	3 por 4 . . . 12
1 por 3 . . . 3	2 por 4 . . . 8	3 por 5 . . . 15
1 por 4 . . . 4	2 por 5 . . . 10	3 por 6 . . . 18
1 por 5 . . . 5	2 por 6 . . . 12	3 por 7 . . . 21
1 por 6 . . . 6	2 por 7 . . . 14	3 por 8 . . . 24
1 por 7 . . . 7	2 por 8 . . . 16	3 por 9 . . . 27
1 por 8 . . . 8	2 por 9 . . . 18	
1 por 9 . . . 9		
4 por 4 son 16	5 por 5 son 25	6 por 6 son 36
4 por 5 . . . 20	5 por 6 . . . 30	6 por 7 . . . 42
4 por 6 . . . 24	5 por 7 . . . 35	6 por 8 . . . 48
4 por 7 . . . 28	5 por 8 . . . 40	6 por 9 . . . 54
4 por 8 . . . 32	5 por 9 . . . 45	
4 por 9 . . . 36		
7 por 7 son 49	8 por 8 son 64	9 por 9 son 81
7 por 8 . . . 56	8 por 9 . . . 72	
7 por 9 . . . 63		

Vallejo, 1812b; p. 35

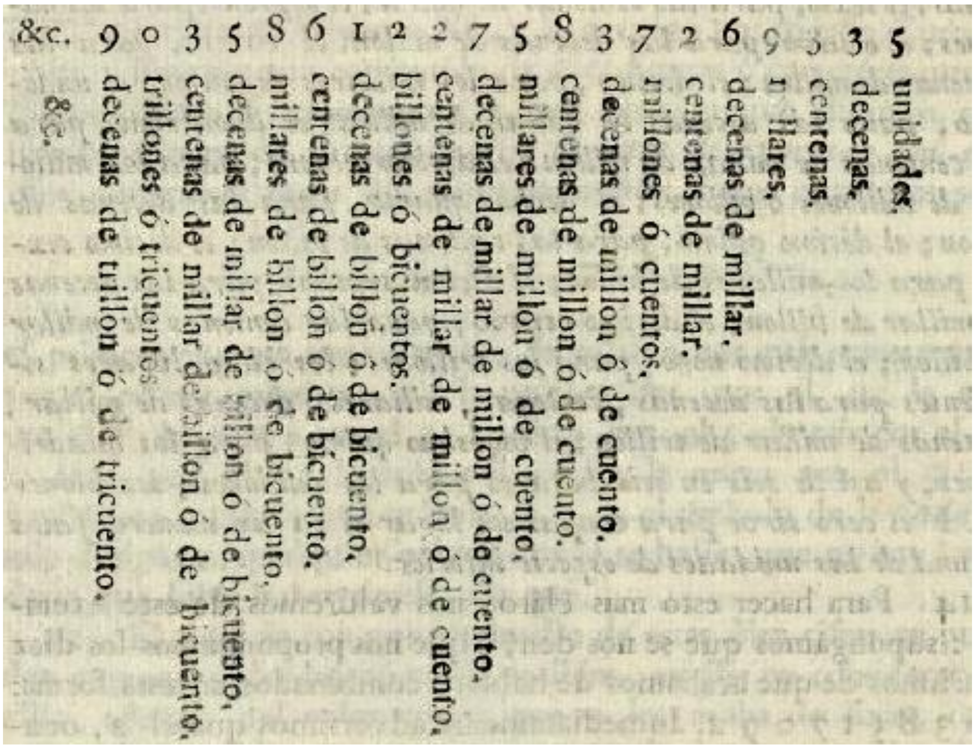
El uso que le da es para presentar las tablas de suma, resta, multiplicación y división.

Simbólico:



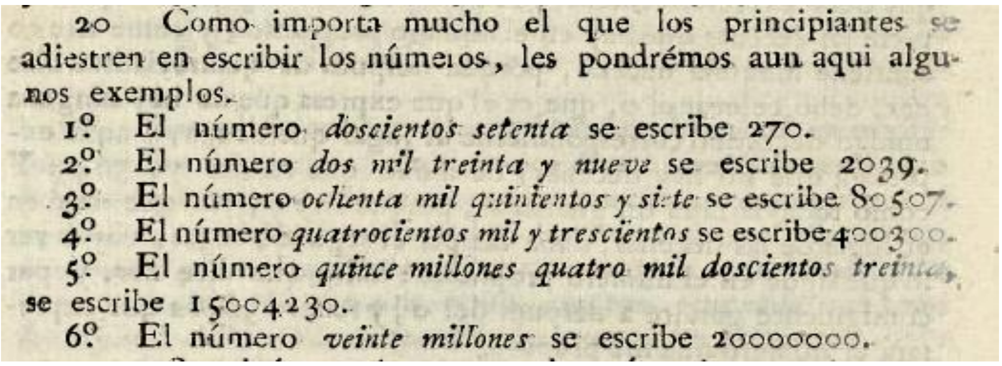
Vallejo, 1812b; p. 69

Esquemas:


5 unidades.
3 decenas.
3 centenas.
9 millares.
6 decenas de millar.
2 centenas de millar.
7 millones ó cuentos.
3 decenas de millon ó de cuento.
8 centenas de millon ó de cuento.
5 millares de millon ó de cuento.
7 decenas de millar de millon ó de cuento.
2 centenas de millar de millon ó de cuento.
2 billones ó bicuentos.
1 decenas de billon ó de bicuento.
6 centenas de billon ó de bicuento.
8 millares de billon ó de bicuento.
5 decenas de millar de billon ó de bicuento.
3 centenas de millar de billon ó de bicuento.
0 trillones ó tricuentos.
9 decenas de trillon ó de tricuento.
&c. &c.

Vallejo, 1812b; p. 8

Listas:


20 Como importa mucho el que los principiantes se adiestren en escribir los números, les pondrémos aun aqui algunos exemplos.

1.º El número *doscientos setenta* se escribe 270.
2.º El número *dos mil treinta y nueve* se escribe 2039.
3.º El número *ochenta mil quinientos y siete* se escribe 80507.
4.º El número *quatrocientos mil y trescientos* se escribe 400300.
5.º El número *quince millones quatro mil doscientos treinta*, se escribe 15004230.
6.º El número *veinte millones* se escribe 20000000.

Vallejo, 1812; p. 10

Fenomenología

<u>Contexto matemático</u>: La mayor parte del libro transcurre en un contexto matemático puro, la presentación del conocimiento tanto conceptual como procedimental se da en términos matemáticos solamente.

Otro exemplo: si tubiera el quebrado $\frac{45}{90}$, veria que por las reglas antecedentes no se podian dividir por 2 sus dos términos, y que sí se pueden dividir por 3, y executándolo se convierte el quebrado $\frac{45}{90}$ en $\frac{15}{30}$; cuyos términos todavía se pueden dividir por 3; y executada la division se reduce á $\frac{5}{10}$; los dos términos de este por acabar el numerador en 5 y el denominador en 0, son divisibles por 5; y executada la division queda reducido el quebrado $\frac{45}{90}$ á $\frac{1}{2}$.

Vallejo, 1812b; p. 120

<u>Conversión de unidades</u>.

2.º exemp. Si quisiera hallar quánto valian los $\frac{3}{5}$ de 27 doblones, como aqui se toman por unidad los 27 doblones, que es á lo que se refiere el quebrado, para hallar los doblones que hay, multiplicaré el numerador 3 por 27, y el producto 81 lo dividiré por 5, y sacaré 16 doblones y $\frac{1}{5}$ de doblon; para averiguar quántos pesos hay en $\frac{1}{5}$ de doblon multiplicaré el numerador 1 por 4, que son los pesos que componen el doblon, y como no puedo dividir el producto 4 por 5, digo que no hay ningun peso, y que solo hay $\frac{4}{5}$ de peso; para averiguar los reales que hay en $\frac{4}{5}$ de peso, multiplicaré el numerador 4 por 15 que son los reales que tiene un peso, y el producto 60 lo dividiré por 5, y sacaré que hay 12 reales; y como no queda resta, infiero que $\frac{3}{5}$ de 27 doblones equivalen á 16 doblones, o pesos y 12 reales.

Vallejo, 1812b; p. 134

Esta última se usa para hacer equivalencias entre las medidas francesas y las españolas.

4.6.2 Análisis de contenido de la sección de álgebra

Identificación de los focos conceptuales que guían la secuenciación de contenidos

La definición que presenta del Álgebra es la siguiente:

> 159 Hasta ahora solo hemos considerado la cantidad en quanto está expresada por números; de aqui en adelante vamos á tratar de ella generalmente, esto es, considerándola solo en quanto es susceptible de aumento ó diminucion; y la ciencia que tiene esto por objeto se llama *álgebra*. (*) De manera que álgebra es la *ciencia que trata del cálculo de las cantidades consideradas en general.* Los signos de que se vale para expresarlas son las letras del

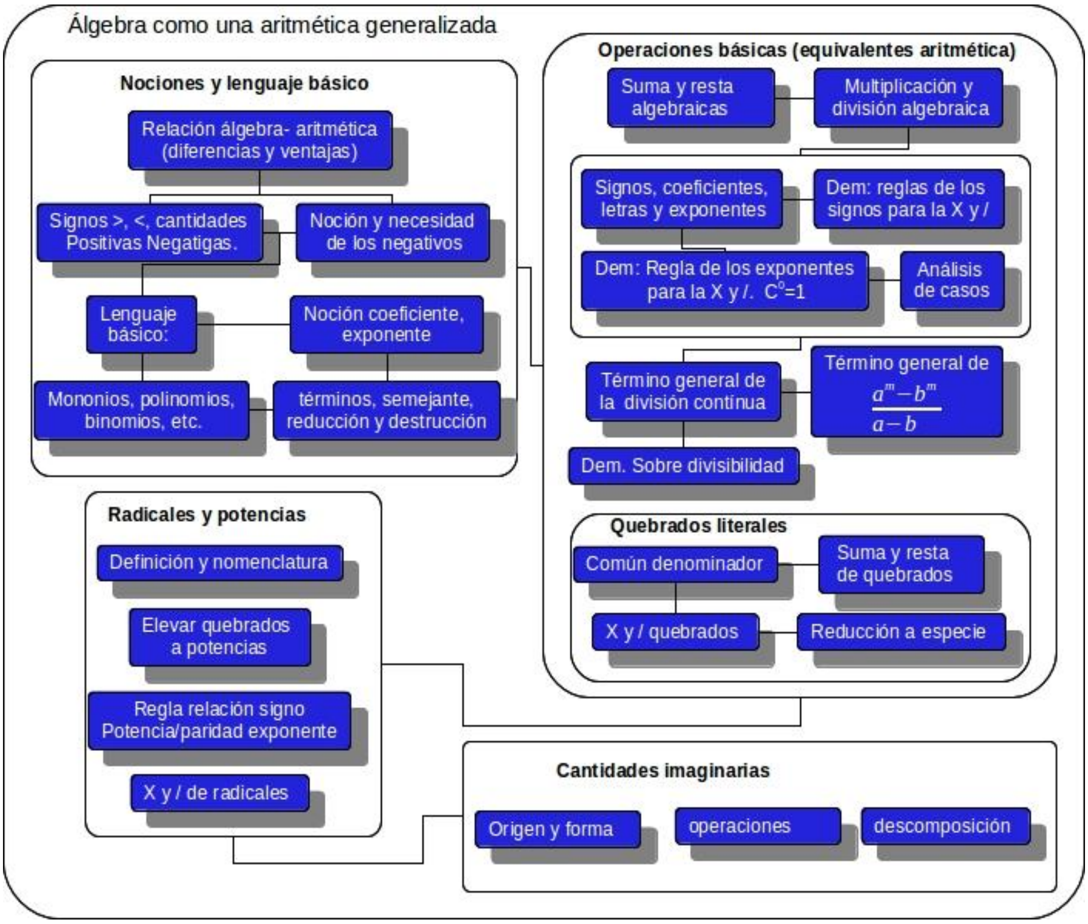
Vallejo, 1812b; p. 185.

Hay una gran relación con la aritmética, al considerar al álgebra como aquella ciencia que trata de la cantidad en general, en contraposición a la aritmética que considera las relaciones entre cantidades expresados con números.

Si bien ésta es la definición que se da, se tienen consideraciones importantes sobre el objeto del Álgebra. Divide la obra en dos partes, la aritmética generalizada, la que puede mirarse en la definición y en aquella que está destinada a la resolución de cuestiones (problemas), que viene de la mano con las ideas presentes en los textos de Diofanto y que se corresponde principalmente con la resolución de ecuaciones de diversos grados.

La segunda sección es relativa principalmente a las ecuaciones (centrales en esta parte), las de primero y segundo grado, lo sistemas de ecuaciones, las de la forma $b = a^x$y algunos temas un tanto clásicos en el álgebra como son la raíces cuadrada y cúbica, las razones y proporciones, progresiones aritmética y geométrica, logaritmos, estos temas trata de ligarlos, en algunos casos, a la resolución de ecuaciones.

El mapa conceptual es el siguiente:



Sistemas de representación

En el caso de los sistemas de representación presentes en el tomo I del Tratado, con respecto al álgebra, podemos ver los siguientes:

Textuales:

> A las cantidades que conspiran al fin que se propone el calculador se les da el nombre de cantidades positivas, y á las que conspiran á un fin opuesto el de negativas. Acerca de las cantidades negativas se han dicho muchos desatinos, porque se les ha llamado cantidades falsas y se ha dicho que no existían &c; pero en la idea de cantidad negativa no entra otra sino la de conspirar al fin contrario al que el calculador se propone, debiendo advertirse que una misma cantidad puede ser positiva en una qüestion y negativa en otra; por exemplo: si nos proponemos averiguar
>
> en quanto tiempo se llenará un estanque de agua, en que por un lado entra agua y por otro sale, tendremos que atender no solo al agua que entra sino también al agua que sale; y como el agua que entra conspira al fin que nos proponemos, esta será la positiva , y la que sale que conspira á vaciar el estanque que es lo contrario de llenarle, será la negativa (Vallejo, 1812b; p. 190).

Una parte importante de la obra se desarrolla en estos términos, haciendo Vallejo un uso extensivo de las resoluciones, explicaciones y descripciones textuales.

Simbólico:

El uso de los símbolos en este caso también es extensivo. Tanto para los caracteres numéricos como para los símbolos de las operaciones, mayor y menor que, igualdades, exponentes, radicales.

$$\left(a+\frac{c}{d}\right)\left(b+\frac{m}{n}\right)=ab+\frac{c}{d}b+a\times\frac{m}{n}+\frac{mc}{nd}.$$

Vallejo, 1812b; p. 232.

$$\sqrt[3]{a^2b}\times\sqrt[3]{abc^2}=\sqrt[3]{a^3b^2c^2}=a\sqrt[3]{b^2c^2}$$

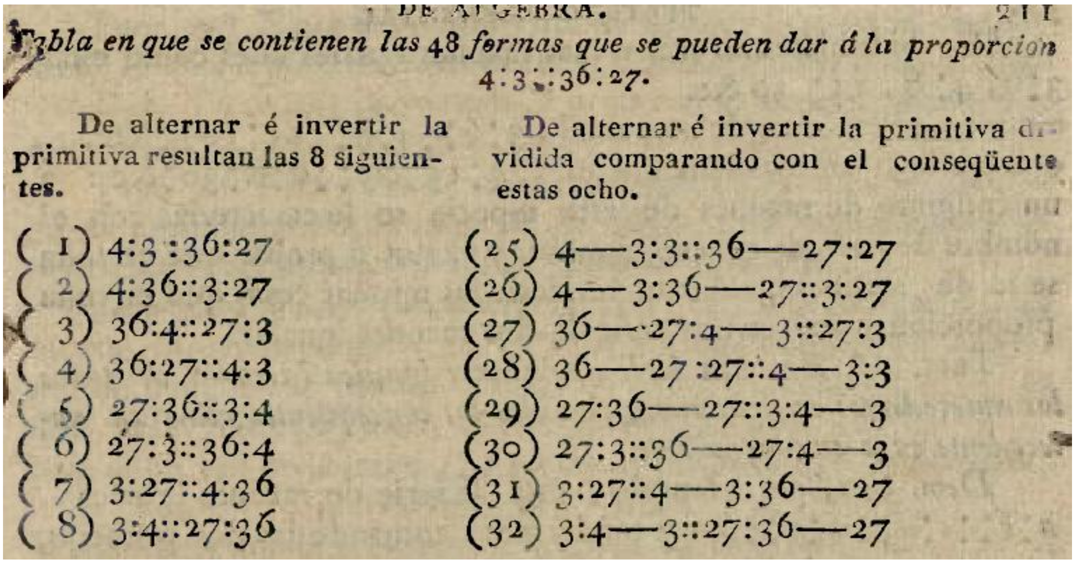
Vallejo, 1812b; p. 240.

Tabulares:

En este caso las tablas las usa principalmente para presentar información sobre la transformación de las proporciones y sobre los logaritmos.

	Medios Geométricos.	Logaritmos.
A	1.0000000	0,0000000
C	3.1622777	0,5000000
B	10.0000000	1,0000000
A	1.0000000	0,0000000
D	1.7782794	0,2500000
C	3.1622777	0.5000000
D	1.7782794	0,2500000
E	2.3713737	0,3750000
C	3.1622777	0.5000000
D	1.7782794	0,2500000
F	2.0535249	0,3125000
E	2.3713737	0,3750000
D	1.7782794	0.2500000

Vallejo, 1812b; p. 370. Tablas de logaritmos



DE ALGEBRA. 311

Tabla en que se contienen las 48 formas que se pueden dar á la proporcion 4:3::36:27.

De alternar é invertir la primitiva resultan las 8 siguientes.

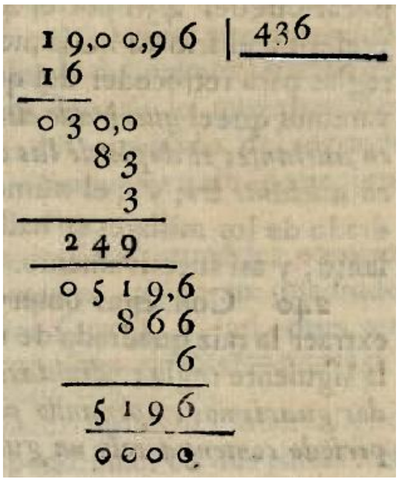
(1) 4:3::36:27
(2) 4:36::3:27
(3) 36:4::27:3
(4) 36:27::4:3
(5) 27:36::3:4
(6) 27:3::36:4
(7) 3:27::4:36
(8) 3:4::27:36

De alternar é invertir la primitiva dividida comparando con el conseqüente estas ocho.

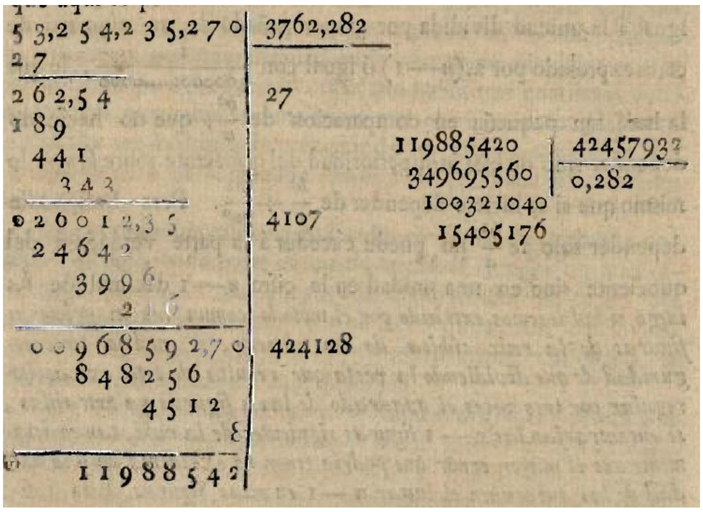
(25) 4—3:3::36—27:27
(26) 4—3:36—27::3:27
(27) 36—27:4—3::27:3
(28) 36—27:27::4—3:3
(29) 27:36—27::3:4—3
(30) 27:3::36—27:4—3
(31) 3:27::4—3:36—27
(32) 3:4—3::27:36—27

Vallejo, 1812b; p. 311.

<u>Esquemas:</u>



Vallejo, 1812b; p. 270



Vallejo, 1812b; p. 288 (esquema que permite de manera ordenada, sacar la raíz cuadrada de un número)

Listas:

$$\left.\begin{array}{l}(1.^a)\ x+u+z=a\\(2.^a)\ x+u-z=b\\(3.^a)\ x-u-z=c\end{array}\right\}(A)$$

Vallejo, 1812b; p. 256

Componer es *comparar la suma de antecedente y conseqüente con uno de los dos*; esto es, ó con el antecedente ó con el conseqüente. Para probar que se puede hacer esto con toda proporcion supongamos la primitiva $a:b::c:d$, de donde sale $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

(1) $a:b::c:d$ proporcion primitiva
(2) $a:c::b:d$ 1.ª alternada
(3) $c:a::d:b$ 2.ª invertida
(4) $c:d::a:b$ 3.ª alternada
(5) $d:c::b:a$ 4.ª invertida
(6) $d:b::c:a$ 5.ª alternada
(7) $b:d::a:c$ 6.ª invertida
(8) $b:a::d:c$ 7.ª alternada
(9) $a:b::c:d$ 8.ª invertida.

Vallejo, 1812b; p. 306

ARITMETICA

Datos	Resultados.	Datos	Resultados.
$a,u,n.$	$s=(a+u)^{n}$; $d=\frac{u-a}{n-1}$	$a,d,s.$	$n=\frac{d-2a}{2d}\pm\sqrt{\frac{2s}{d}+\left(\frac{2a-d}{2d}\right)^2}$; $u=-\frac{d}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{8ds-4ad+4a^2+d^2}$
$a,d,n.$	$u=a+(n-1)d$; $s=\frac{2a+nd-d}{2}\times n$	$u,d,s.$	$a=\frac{d}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{4ud+4u^2-8ds+d^2}$; $n=\frac{2u+d}{2d}\pm\sqrt{-\frac{2s}{d}+\left(\frac{2u+d}{2d}\right)^2}$
$u,d,n.$	$a=u-(n-1)d=u-nd+d$; $s=\frac{2u-nd+d}{2}\times n$	$a,n,s.$	$d=\frac{2(s-an)}{n(n-1)}$; $u=\frac{2s-na}{n}$
$a,d,u.$	$n=\frac{u-a+d}{d}$; $s=\frac{(a+u)(u-a+d)}{2d}$	$u,n,s.$	$d=\frac{2(nu-s)}{n(n-1)}$; $a=\frac{2s-nu}{n}$
$a,u,s.$	$d=\frac{(u-a)(u+a)}{2s-a-u}$; $n=\frac{2s}{u+a}$		
$n,d,s.$	$a=\frac{2s-dn^2+dn}{2n}$; $u=\frac{2s+dn^2-dn}{2n}$		

Vallejo, 1812b; p. 347 (Formulario de las progresiones, en este caso de la aritmética)

Fenomenología

Los diferentes contextos que se encuentran en esta sección de Álgebra con los siguientes:

Contexto matemático.

La mayor parte de la obra se desarrolla en este contexto. Se usa en su mayoría para ejemplos y explicaciones de las operaciones a realizar.

230 Qüestion 2ª *Se pide un número tal que si al quíntuplo de dicho número se le añade siete veces la duodécima parte del mismo número, y de todo esto se quitan 17 unidades resulte dicho número mas 203 unidades.*

Vallejo, 1812b; p. 259

Toda la primera parte, transcurre en este contexto. Es hasta la resolución de ecuaciones que se presenta uno distinto.

Problemas pseudo-cotidianos. Determinación del valor de incógnitas (edades, deudas, pagos) a partir de relaciones con hechos. En su mayoría problemas clásicos de traducción a una o varias ecuaciones. En total son 6 problemas de este tipo.

233 Question 5.ª *Preguntado Artemidoro, filósofo, qué edad tenia Alexandro Magno, dió, segun el Obispo Caramuel, la respuesta siguiente:*

Preguntaba Diodoro
Embaxador del príncipe de Egipto,
Qué edad tenia el Macedon invicto:
Y luego Artemidoro
Le responde ingenioso:
Dos años tiene mas el belicoso
Rey que su camarada
Efestion, cuyo Padre
Con quatro los de entrãbos numeraba,
Y el padre de Alexandro
Quando noventa y seis giros de Apolo
Los años de estos tres contaba solo.

Vallejo, 1812b; p. 262

236 Qüestion 8ª *Habia en el mar cierto número de Ninfas, llamadas Galateas; y en la ribera otras llamadas Napeas: consultado Apolo paraque declarase el número de unas y otras, respondió lo que refiere el Obispo Caramuel en las octavas siguientes.*

Entre líquida plata
Descubrí no sé quantas Galateas,
Y donde se remata
La selva obscura, un coro de Napeas:
Tetis á todas en el mar retrata;
Bellas aquellas eran, estas feas;
En número no iguales,
Porque en especie eran desiguales.
No pudiendo contarlas
Consulté á Apolo, que en el mar lucía,
Y donde las guirnaldas
De perlas desatadas las texia;
Y el Dios Intonso para mas honrarlas
No me quiso decir lo que sabia;
Pero al son de las olas
Cantó eloqüente estas palabras solas.
Si dexan sus cristales
tres Nĩfas bellas, q̃ á la selva llama
La hermosísima Pales
Adornada de flores, no de escama,
En número serán todas iguales;
Pero si viendo que Triton las ama
Al mar van tres Napeas
Serán doblado mas las Galateas.

Vallejo, 1812b; p. 266

Resolución de la regla de tres contextualizada.

> 1º Sé que 15 pares de mulas han conducido de la era en un dia 60 cahices de trigo; si quiero averiguar quántos cahices podrán traer 45 pares de mulas en el mismo tiempo, esto es, en un dia, tengo aqui una regla de tres que es simple porque el número

Vallejo, 1812b; p. 320.

Conversión de medidas. Cálculo de equivalencias de medidas. Regla de tres.

> Se sabe que 50 metros franceses equivalen á 179 pies españoles, y que 699 pies españoles equivalen á 100 toesas antiguas francesas, si queremos averiguar 380 metros franceses á quántas toesas francesas equivalen: advertiremos que aqui no se nos da in-

Vallejo, 1812b; p. 329

Reajuste de cantidades a repartir. Contexto usado en la regla de tres.

> 3.er exemp. Sé que 720 hombres en 5 dias trabajando 6 horas al dia han hecho 600 varas de obra; para hacer las mismas varas 360 hombres, trabajando 9 horas al dia, quántos dias necesitarán?

Vallejo, 1812b; p. 328

Determinación de gastos. En la resolución de ecuaciones indeterminadas.

> 320 Qüestion: Una quadrilla de hombres y mugeres van á merendar á escote; cada hombre paga 25 reales, y cada muger 16; al repasar la cuenta se halla que el gasto de todas las mugeres juntas monta un real mas que el gasto de todos los hombres, quántos eran los hombres y quántas las mugeres?

Vallejo, 1812b; p. 392

Si bien aparentemente, los contextos son varios, la realidad es que en cantidad no lo son, el Álgebra se desarrolla en su mayoría en un contexto matemático puro.

4.7 Tratado Elemental de Matemáticas. Tomo Primero, parte Segunda.

Nombre: *Tratado Elemental de Matemáticas*. Tomo Primero, parte segunda. Contenido: Geometría, Trigonometría y Geometría Práctica.

Año: 1812 (primera edición).

Editorial: Imprenta de Melchor Guasp.

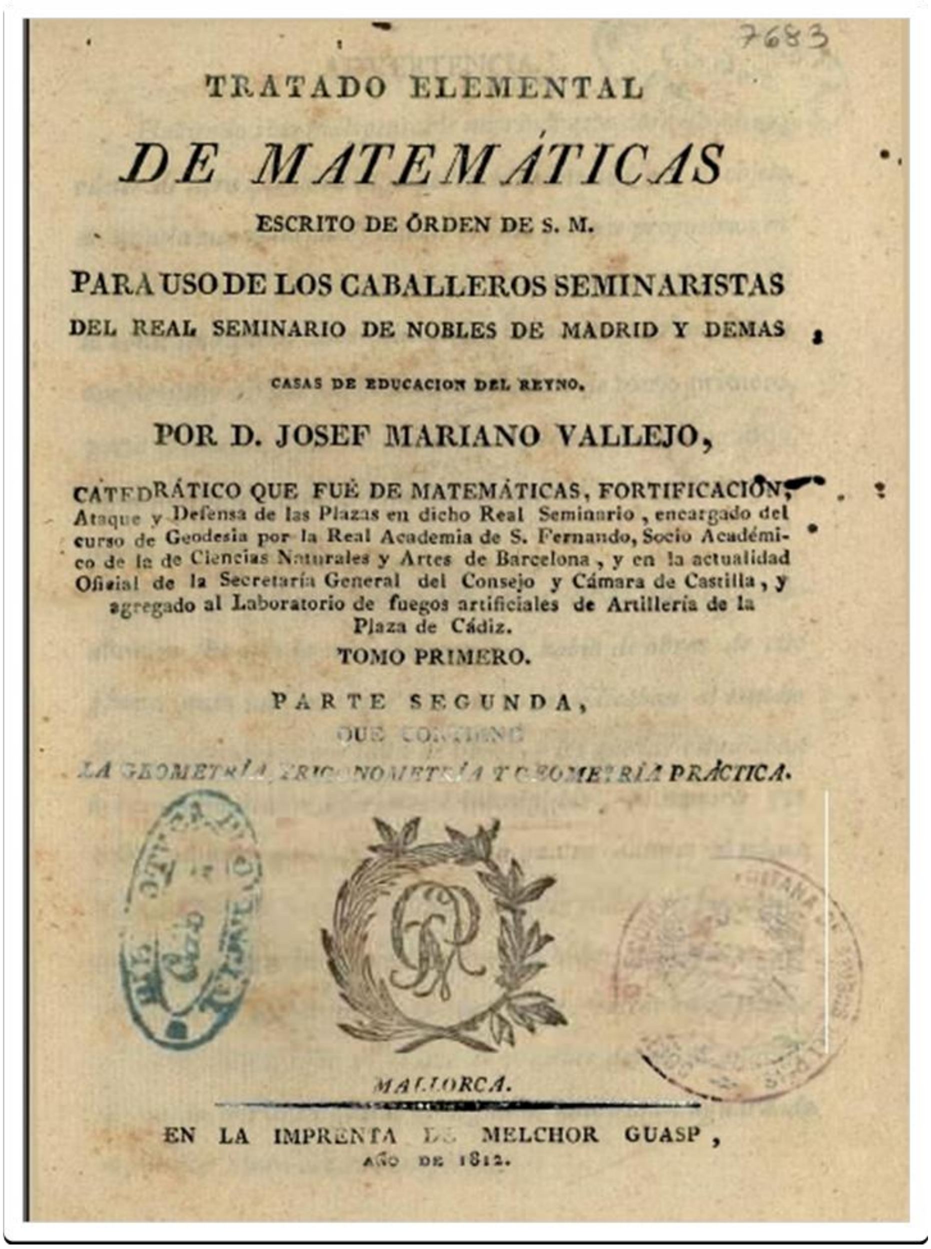
Lugar de publicación: Mallorca.

Ediciones analizadas:

1812. Primera edición. Imprenta Melchor Guasp. Mallorca. Localización: Disponible en la web de la Biblioteca Virtual de Andalucía. (En Referencias es el 1812c)

1825. Tercera edición. Imprenta que fue de García. Madrid. Localización: Disponible en la web de la Biblioteca Virtual de Andalucía y en Google Books, el original en este caso está en la Universidad Complutense de Madrid. (En Referencias es el 1825b)

1847[3]. Cuarta edición. Imprenta Garrasayaza. Madrid. Localización: Disponible en Google Books, el original es de la Biblioteca del Ateneo de Barcelona. (En Referencias es el 1847b)


7683

TRATADO ELEMENTAL

DE MATEMÁTICAS

ESCRITO DE ÓRDEN DE S. M.

PARA USO DE LOS CABALLEROS SEMINARISTAS DEL REAL SEMINARIO DE NOBLES DE MADRID Y DEMAS CASAS DE EDUCACION DEL REYNO.

POR D. JOSEF MARIANO VALLEJO,

CATEDRÁTICO QUE FUÉ DE MATEMÁTICAS, FORTIFICACION, Ataque y Defensa de las Plazas en dicho Real Seminario, encargado del curso de Geodesia por la Real Academia de S. Fernando, Socio Académico de la de Ciencias Naturales y Artes de Barcelona, y en la actualidad Oficial de la Secretaría General del Consejo y Cámara de Castilla, y agregado al Laboratorio de fuegos artificiales de Artillería de la Plaza de Cádiz.

TOMO PRIMERO.

PARTE SEGUNDA,

QUE CONTIENE

LA GEOMETRÍA, TRIGONOMETRÍA Y GEOMETRÍA PRÁCTICA.

MALLORCA.

EN LA IMPRENTA DE MELCHOR GUASP,

AÑO DE 1812.

3 Se decidió incluir la versión de 1847 a pesar de estar fuera del período considerado por dos razones: no hay otra edición entre la última que se tiene, la de 1832, y ésta. Además, una nota en el libro nos sugiere que la obra es en su totalidad de Vallejo:
"Habiendo fallecido EL ILLMO. SR. DON JOSÉ MARIANO VALLE JO, dejando ya preparada en gran parte la cuarta edición de este volumen, con las correcciones y variaciones que creyó convenientes, las personas encargadas de realizarla por sus herederos han creído un deber suyo respetar las intenciones del autor, conservando intacto su trabajo y limitándose tan solo á conseguir que la presente edición salga esmerada y correcta (Vallejo, 1847, p. III).

Es un libro dividido en tres secciones, Geometría, Trigonometría y Geometría Práctica. Ésta última parte no será analizada ya que está destinada a la medición sobre el terreno, descripción de los aparatos, a levantamientos topográficos, etc.

4.7.1 Análisis de contenido de la Geometría

Identificación de los focos conceptuales que guían la secuenciación de contenidos

La definición de Geometría dada por Vallejo es la siguiente:

> …la ciencia que trata de averiguar las relaciones y propiedades de la extension ó de la cantidad continua en quanto está terminada ó figurada (Vallejo, 1812c; p. 2).

Donde la idea de extensión y figurabilidad es como él mismo señala:

> Ya hemos dicho (introd.) que por extensión se entiende el espacio que ocupa un cuerpo, y que los cuerpos no solo se hallan dotados de extensión sino de todas las otras propiedades que allí enumeramos; pero la Geometría solo considera la extensión y la figurabilidad porque todo cuerpo, sea el que fuese, ha de estar terminado; y los diferentes modos con que lo puede estar, se dice que son su forma ó su figura (Vallejo, 1812c; p. 2).

Vemos que esta idea de extensión (propiedad de tener dimensiones de los cuerpos) es la central en la definición y que será la que guíe la secuenciación de los contenidos de esta sección.

El índice, se conforma como podemos ver, de tres secciones:

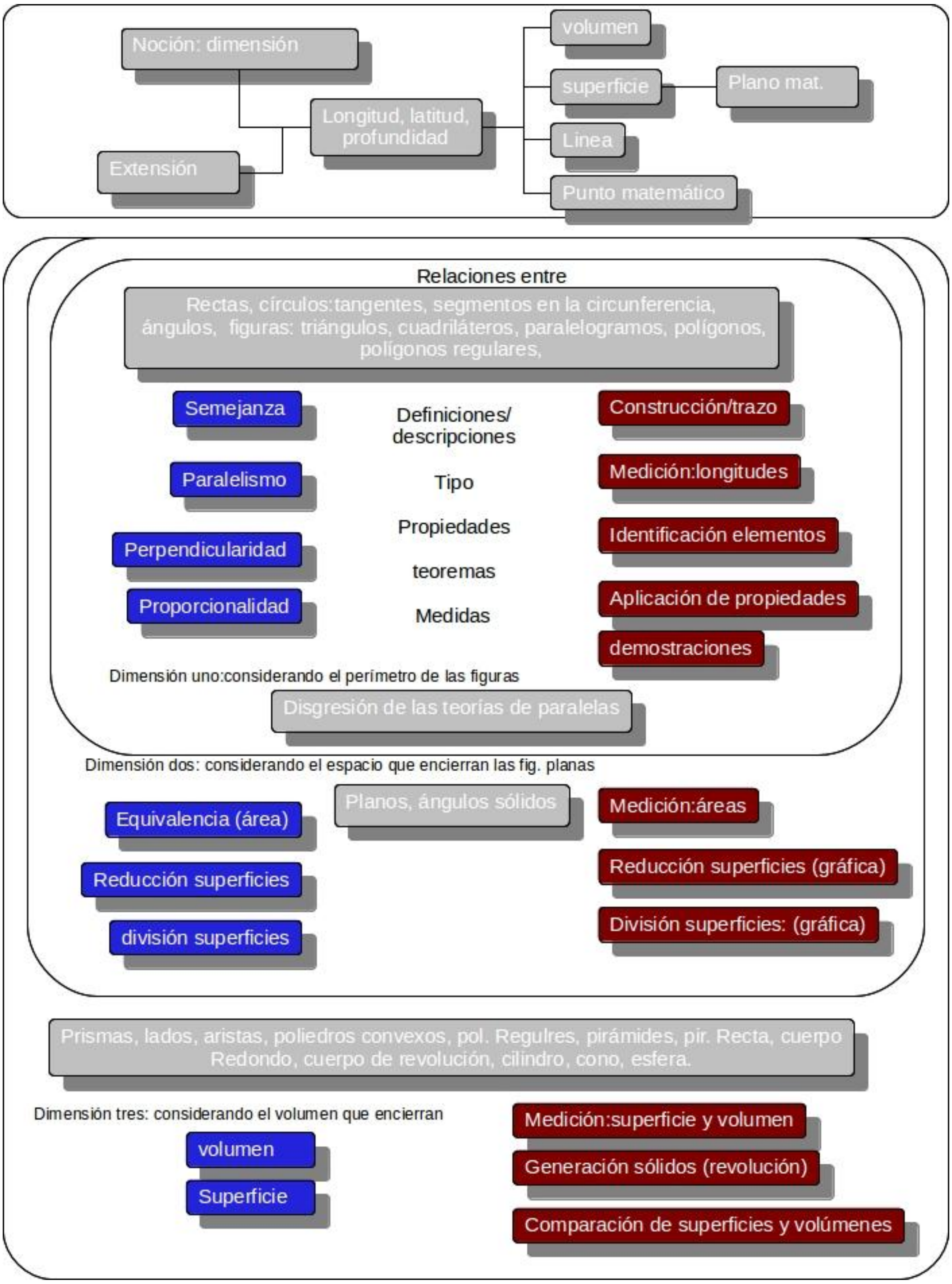
Parte primera. En la que se tratan las cuestiones relativas a los conceptos básicos de la geometría y de contenido relacionado con los objetos geométricos de dimensión uno, consta de las siguientes secciones:
Nociones preliminares
De las paralelas
Digresión acerca de las paralelas
Del círculo y de las rectas consideradas en él
De los ángulos considerados en el círculo.
De las figuras en general y propiedades de los cuadriláteros
De los polígonos.
De las líneas proporcionales.
De las semejanzas de las figuras.

Parte segunda. Dedicada a cuestiones relativas a objetos de dimensión dos. Sus secciones son:
De la extensión en longitud y latitud, ó de las superficies.
De la reducción y división de las superficies.
Digresión (prueba mediante geometría de algunas proposiciones usadas en cálculo)
De los planos, de su posición, y de los ángulos sólidos.

Parte tercera. La idea de tres dimensiones se hace presente en esta sección. Está constituida por las siguientes partes:
De los prismas y medición de sus superficies y volúmenes
De la pirámide y de las medición de su superficie y volumen.
De los poliedros regulares, y de los cinco cuerpos que se conocen con el nombre de cuerpos regulares.

De los cuerpos redondos.
Comparación de las superficies y volúmenes de los cuerpos en general, y en partículas cuando son semejantes.

El mapa conceptual de la Geometría es el siguiente. Tiene una configuración distinta a la de los demás ya que de haberlo hecho con líneas que unieran ideas, el mapa quedaría muy confuso. Así, el que sean cuadros concéntricos significa que el de afuera, para conformarse adhiere elementos a los que ya están.

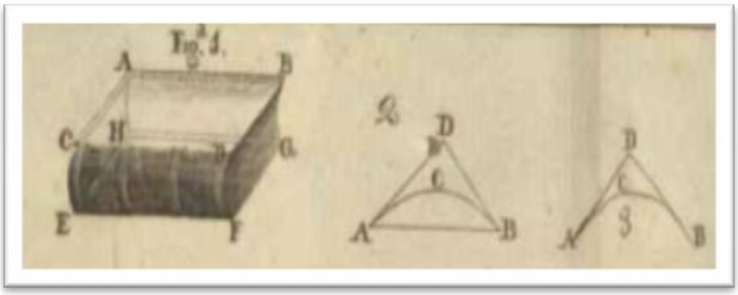


Para darse una idea del contenido de la geometría debemos relacionar elementos. De la sección gris se toman uno o varios objetos matemáticos, a ellos se les aplican una o algunas de las ideas que están en el centro, y el producto de ello es alguna de las cosas que están a la derecha. Lo que está a la izquierda engloba este proceso. Por ejemplo: si se toman paralelogramo y ángulo, hay un teorema que habla de los ángulos internos adyacentes (tipo de ángulos), se puede describir la situación y se puede demostrar.

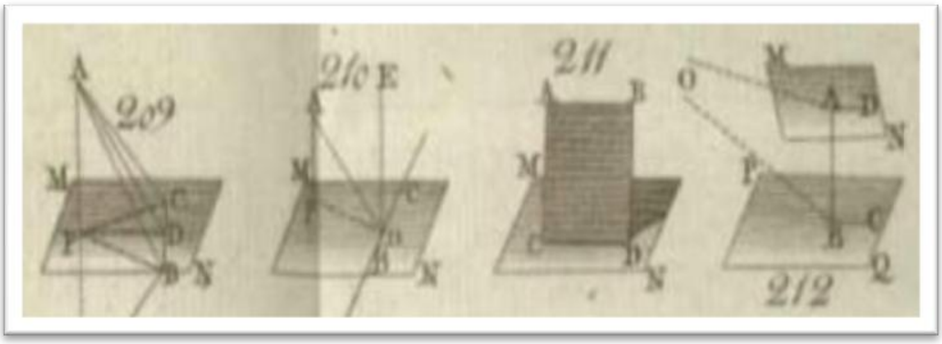
Sistemas de representación

Se encontraron los siguientes sistemas de representación:

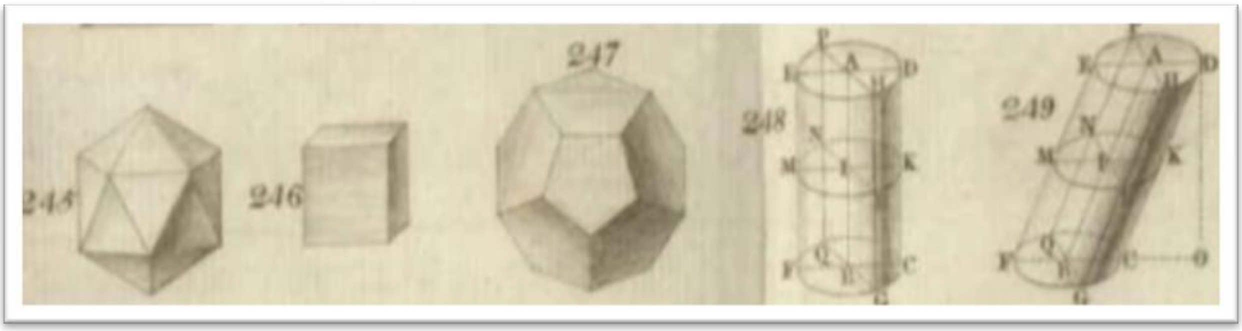
<u>Figurales</u>, consta de 259 imágenes en 11 láminas al final del libro.



Vallejo, 1812c, Lám. 1



Vallejo, 1812c, Lám. 9



Vallejo, 1812c, Lám. 10

Textuales. El uso del texto es extensivo en el libro.

368 Teor. *Si se prolonga uno de los lados de un triángulo el ángulo externo es mayor que qualquiera de los dos internos opuestos.*

Exp. Sea el triángulo ABC (fig. 33): voy á demostrar que si se prolonga uno de los lados BC el ángulo ACD, que se llama externo por estar fuera del triángulo, es mayor que qualquiera de los dos BAC, ABC opuestos á los lados que forman el externo.

Dem. Para demostrarlo respecto del BAC que es el opues- [illegible] lado prolongado, concíbase dividida la AC en dos partes iguales, y que por B y por el medio E pase la BEF prolongada hasta que FE sea igual con BE: concíbanse unidos los puntos F y C por la recta FC, con lo qual tendremos que pues el punto F está sobre la BD y entre AC y CD el ángulo ACD debe ser siempre mayor que el ángulo ECF. Ahora, como por la construccion dicha AE=CE, BE=FE y el ángulo AEB=CEF (§ 356), el triángulo AEB es totalmente igual con el triángulo ECF (360); luego los ángulos BAE, ECF opuestos á los lados iguales serán iguales, y por consiguiente el ángulo ACD mayor que ECF, lo será igualmente mayor que BAE=BAC.

Haciendo una construccion análoga en el lado BC, tendremos que el ángulo BCK será mayor que el ABC, opuesto al lado AC que hemos prolongado ahora, y como BCK=ACD por opuestos al vértice será ACD>ABC; luego queda demostrada la proposicion.

Vallejo, 1812c; p. 28

Tabulares, ésta es la única tabla presente en la sección de geometría.

a	$=\sqrt{3}=$	1,73205080756887729352744634150587236
a'	$=\sqrt{(3,7320508075688772935274463415058723 67)}=$	1,9318516525781365734994863994577947 34
a''	$=\sqrt{(3,9318516525781365734994863994577947 34)}=$	1,9828897227476208222891150538571257 42
a'''	$=\sqrt{(3,9828897227476208222891150538571257 42)}=$	1,99571784647720701347613958254555211
a^{iv}	$=\sqrt{(3,99571784647720701347613958254555211)}=$	1,99892917495273128885967289248571 9895
a^{v}	$=\sqrt{(3,99892917495273128885967289248571 9895)}=$	1,99973227581912356572549429812020 0056
a^{vi}	$=\sqrt{(3,99973227581912356572549429812020 0056)}=$	1,999933067834802206915207621158278230
a^{vii}	$=\sqrt{(3,999933067834802206915207621158278230)}=$	1,999983266888701298295117241137669420
a^{viii}	$=\sqrt{(3,999983266888701298295117241137669420)}=$	1,999995816717800362083327448653700943
a^{ix}	$=\sqrt{(3,999995816717800362083327448653700943)}=$	1,999998954179176655222196474928028158
a^{x}	$=\sqrt{(3,999998954179176655222196474928028158)}=$	1,999999738544777074097150310343234696
a^{xi}	$=\sqrt{(3,999999738544777074097150310343234696)}=$	1,999999934636193200417477744298215987
a^{xii}	$=\sqrt{(3,999999934636193200417477744298215987)}=$	1,999999983659048233347693276060267954
a^{xiii}	$=\sqrt{(3,999999983659048233347693276060267954)}=$	1,999999995914762054164631050491770769

Vallejo, 1812c; p. 150

Simbólicos, el uso de simbología es extensivo, tanto para los signos mayor, menor, igual, radicales, sumas, restas, potencias, quebrados, etc.

$$L=\frac{l.1}{\sqrt{1-\frac{1}{4}l^2}}=\frac{l}{\sqrt{\frac{4-l^2}{4}}}=\frac{l}{\frac{\sqrt{4-l^2}}{2}}=\frac{2l}{\sqrt{4-l^2}}$$

Vallejo, 1812c; p. 145

Fenomenología

Toda la sección de geometría transcurre en un contexto matemático.

615 Teor. *El volúmen del cuerpo inscripto es menor que el quádruplo de un cono, cuya base sea la superficie de un círculo máximo, y la altura igual al radio de la esfera, y el circunscripto mayor.*

Dem. El volúmen del cuerpo inscripto es igual (610) á la de un cono, cuya base sea la superficie del cuerpo y cuya altura sea igual con el radio recto; pero la superficie de este cuerpo es menor que el quádruplo del círculo máxîmo, y su altura *r* es menor tambien que el radio *R* de la esfera, luego el volúmen del cuerpo inscripto menor &c.

Ahora, el volúmen del circunscripto es igual á un cono, cuya base sea igual en superficie á la de este cuerpo, y la altura el radio de la esfera; y como dicha superficie es mayor que el quádruplo de dicho círculo máxîmo, resulta que el volúmen del circunscripto será mayor que el quádruplo de dicho cono, L. Q. D. D.

Vallejo, 1812c; p. 241

4.7.2 Análisis de contenido relativo a la trigonometría

La definición que da Vallejo de Trigonometría es la siguiente:

> Ciencia que trata de la resolución de triángulos (Vallejo, 1812c; p. 249).

Esta idea de resolución de triángulos será el eje que articula los contenidos, si miramos el contenido del índice de la parte correspondiente a la Trigonometría:

De la Trigonometría rectilinea.

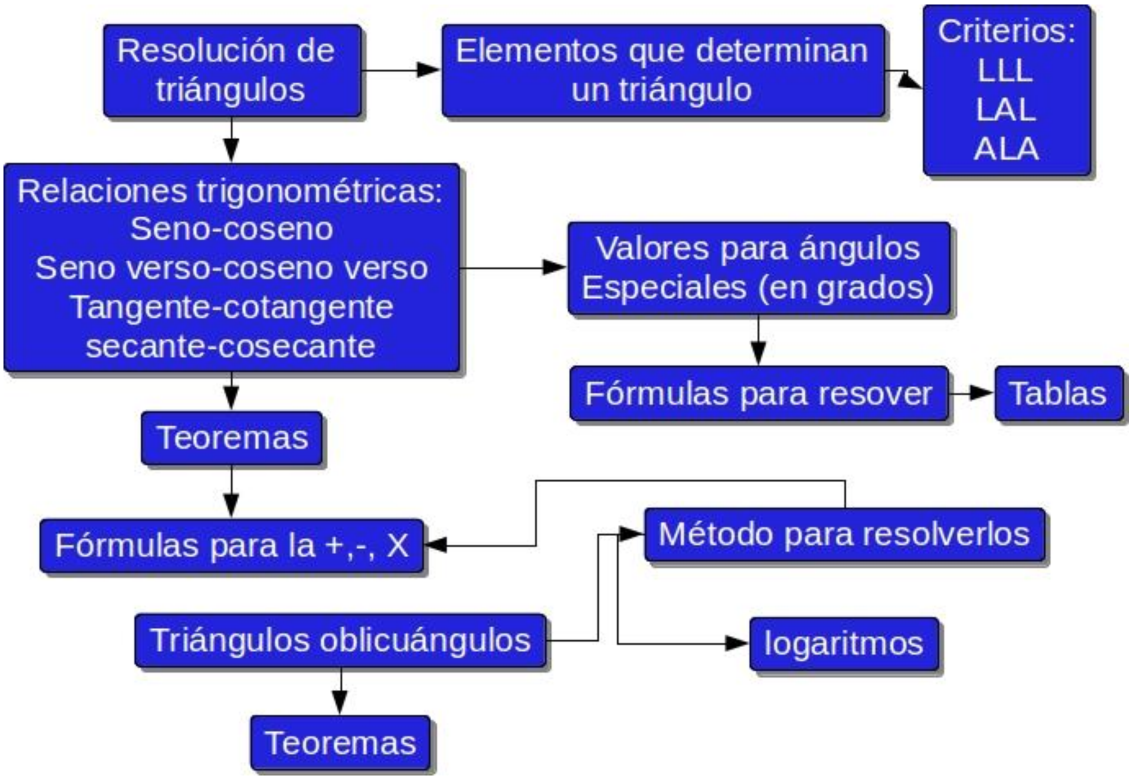
De la formacion de las tablas de las lineas trigonométricas.

De la resolucion de los triángulos rectángulos.

De los triángulos obliquángulos.

La primera parte da elementos para poder construir criterios y fórmulas para resolver los triángulos. La segunda versa sobre la formación de las tablas de las líneas trigonométricas (relaciones trigonométricas) y que sirven para resolver los triángulos. Las tercera y cuarta partes abordan ya el problema de la resolución de triángulos rectángulo y oblicuángulos respectivamente. De esta manera vemos cómo la resolución de los triángulos es la idea que articula todo.

El mapa conceptual correspondiente es el siguiente:



Sistemas de representación

<u>Textuales</u>, el uso del texto está presente en toda la sección de trigonometría.

> Se dice que se resuelve un triángulo quando por medio de aquellas cosas que le determinan se viene en conocimiento de las demas. Las cosas que constituyen ó determinan un triángulo son ó *los tres lados*, ó *dos lados y el ángulo comprendido*, ó *un lado y los dos ángulos adyacentes*; pues hemos visto (359,360,361) que todos los triángulos en que se reunan estas circunstancias tienen iguales todas las otras partes; luego la Trigonometría nos debe suministrar medios para resolverlos en cada uno de estos tres casos, lo que en efecto se verifica.

Vallejo, 1812c; p. 249

Simbólicos, el uso de los símbolos es amplio, para los números, radicales, raíces, relaciones trigonométricas, etc.:

633 Teor. *Dado el seno de un arco y el radio, se pueden determinar en valores suyos todas las demas lineas trigonométricas.*

En efecto, el triángulo BDC (fig. 262) será rectángulo por ser el seno BD perpendicular al radio CA, y nos dará (487 cor) $BD^2+DC^2=BC^2$ (a) ó $DC=\sqrt{BC^2-BD^2}$ (b) y poniendo en vez de estas lineas sus valores tendremos

$$\text{cos.}=\sqrt{R^2-\text{sen.}^2}\ \text{(c)}$$

Como el radio es una cantidad constante que entra indispensablemente en todos los cálculos donde se hace uso de lineas trigonométricas, se toma por unidad, y en este caso las equaciones de arriba se convierten en $\text{sen.}^2+\text{cos.}^2=1^2=1$ (d), $\text{cos.}=\sqrt{1^2-\text{sen.}^2}=\sqrt{1-\text{sen.}^2}$(e).

Tambien nos daria el triángulo rectángulo el seno en valores del coseno, pues en virtud de lo dicho en el corolario citado

$$BD^2=BC^2-DC^2,\ \text{ó}\ BD=\sqrt{BC^2-DC^2}$$

ó poniendo sus valores, será

$\text{sen.}^2=R^2-\text{cos.}^2=1-\text{cos.}^2$ (f), y $\text{sen.}=\sqrt{R^2-\text{cos.}^2}=\sqrt{1-\text{cos.}^2}$ (g).

Para hallar el seno verso, observaremos que $AD=AC-DC$ ó $\text{sen. vers.}=R-\text{cos.}=\text{(e)}\ 1-\sqrt{1-\text{sen.}^2}$ (h).

Ahora, como AE es tambien perpendicular á AC, resulta que BD y AE son paralelas, y por lo mismo los triángulos AEC, BDC serán (482) semejantes

$$\text{y darán}\quad DC:BD::CA:AE=\frac{CA.BD}{DC}$$

ó poniendo en vez de estas lineas sus valores, y observando que en el último resultado siempre se supondrá el radio igual con la unidad, tendremos $\text{tang.}=\frac{R.\text{sen.}}{\text{cos.}}=\frac{1.\ \text{sen.}}{\text{cos.}}=\frac{\text{sen.}}{\text{cos.}}$(i);

despejando el seno y el coseno en esta equacion (i) tendremos

Vallejo, 1812c; p. 254

Tabular:

TABLA

que contiene la resolucion de los cinco casos de un triángulo rectilineo, rectángulo en C.

Casos.	Datos.	Partes busca^s.	Valores de las partes buscadas en las que se dan.	Determinacion por logaritmos.
I	C, A, c	B, a, b	$B=90°-A$; $a=c.\text{sen}.A$, $b=c.\text{cos}.A$..	$\log.a=L.c+l.\text{sen}.A$ $\log.b=\log.c+\log.\text{cos}.A$
II	C, A, b	B, a, c	$B=90°-A$; $a=b.\text{tang}.A$; $c=\frac{b}{\text{cos}.A}$...	$\log.a=l.b+\log.\text{tang}.A$ $\log.c=\log.b+\text{comp.}\log.\text{cos}.A$
III	C, A, a	B, b, c	$B=90°-A$; $b=a.\text{cot}.A$; $c=\frac{a}{\text{sen}.A}$...	$\log.b=\log.a+\log.\text{cot}.A$ $\log.c=\log.a+\text{com.}\log.\text{sen}.A$
IV	C, c, a	A, B, b	$\text{sen}.A=\frac{a}{c}$, $\text{cos}.B=\frac{a}{c}$ $b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{(c+a)(c-a)}$	$\log.\text{sen}.A=\log.a+\text{com.}\log.c$; $\log.\text{cos}.B=\log.a+\text{com.}\log.c$; $\log.b=\frac{1}{2}[\log.(c+a)+\log.(c-a)]$
V	C, a, b	A, B, c	$\text{tang}.A=\frac{a}{b}$; $\text{tang}.B=\frac{b}{a}$, $c=\sqrt{a^2+b^2}$	$\log.\text{tang}.A=\log.a+\text{com.}\log.b$ $\log.\text{tang}.B=\log.b+\text{com.}\log.a$ $\log.c=\frac{1}{2}\log.(a^2+b^2)$

Vallejo, 1812c; p. 279

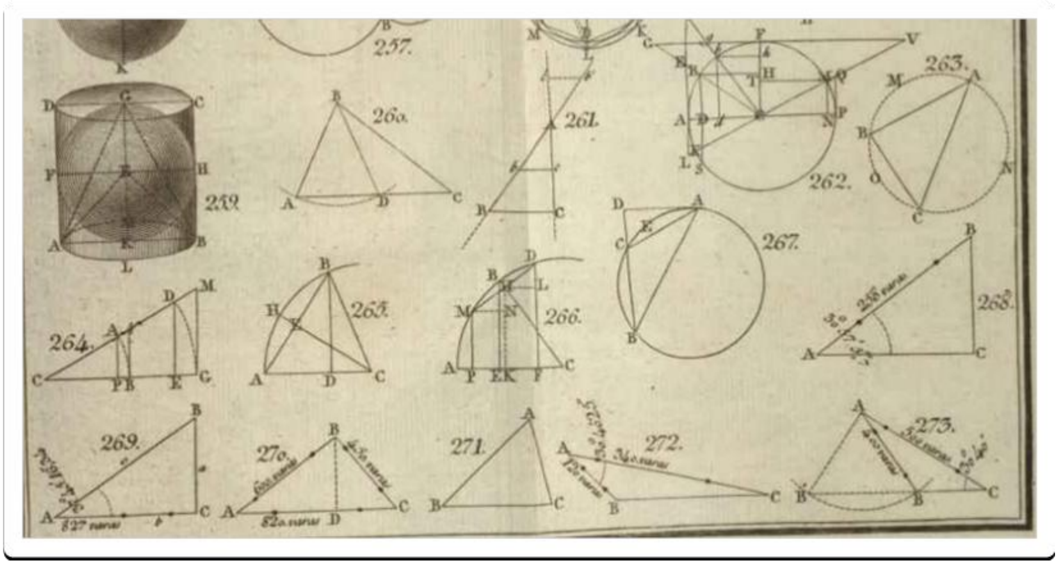
Esquemas, para el agrupamiento de operaciones y obtener una mejor estructuración del contenido:

$$\log. BC = \begin{cases} \text{log. sen. } 30^\circ 40' 20'' = \ldots\ldots & 9,7076775 \\ \text{parte cor. á } 5'' = \ldots\ldots\ldots & 177 \\ \text{log. } 120 = \ldots\ldots\ldots\ldots & 2,0791813 \\ \text{con. log. sen. } 14^\circ 29' 43'',4 = \ldots & 0,6015355 \end{cases}$$

$$\cancel{1}2,3884120 = \text{log. } 244,57.$$

Vallejo, 1812c; p. 283

Figurales, se encuentran al final del texto, son 14 imágenes (260- 273) en la lámina 11. Sirven para que a lo largo del texto se vayan explicando los contenidos.



Vallejo, 1812c; lám. 11

Fenomenología

Toda la sección transcurre en un contexto puramente matemático.

637 Teor. *Las lineas de un arco son las mismas en magnitud que las de su suplemento, excepto el seno verso; pero se diferencian en posicion, excepto el seno, el coseno verso y la cosecante que convienen en un todo á ambos arcos.*

Vallejo, 1812c; p. 258

4.8 Tratado Elemental de Matemáticas. Tomo segundo, parte primera.

Nombre: *Tratado Elemental de Matemáticas. Tomo Segundo, parte Primera.*

Contenido: Trigonometría esférica, Aplicación del Álgebra á la Geometría aplicada á las secciones Cónicas, todo analíticamente y las Ecuaciones superiores.

Año: 1813 (primera edición).

Editorial: Imprenta de Melchor Guasp.

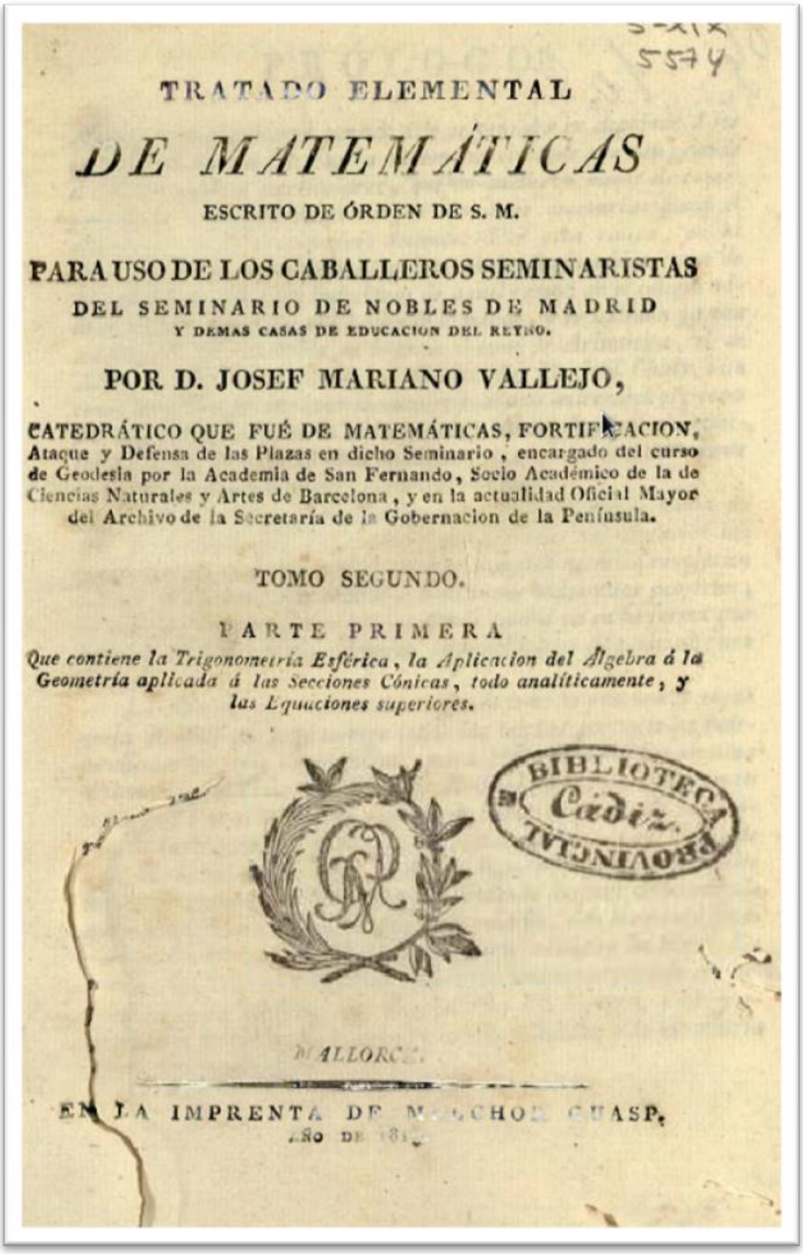
Lugar de publicación: Mallorca.

Ediciones analizadas:

1813, primera edición, Imprenta de Melchor Guasp, Mallorca. Localización: Disponible en la web de la Biblioteca Virtual de Andalucía. (En Referencias es el 1813a)

1817, Imprenta de Doña Catalina Piñuela, Madrid, segunda edición. Localización: En Google Books, el original es de la Universidad Complutense de Madrid. (En Referencias es el 1817a)

1844, Garrasayaza, Madrid, Tercera edición. Localización: Disponible en la web de la Biblioteca Virtual de Andalucía. (En Referencias es el 1844b).



TRATADO ELEMENTAL

DE MATEMÁTICAS

ESCRITO DE ÓRDEN DE S. M.

PARA USO DE LOS CABALLEROS SEMINARISTAS

DEL SEMINARIO DE NOBLES DE MADRID

Y DEMAS CASAS DE EDUCACION DEL REYNO.

POR D. JOSEF MARIANO VALLEJO,

CATEDRÁTICO QUE FUÉ DE MATEMÁTICAS, FORTIFICACION, Ataque y Defensa de las Plazas en dicho Seminario, encargado del curso de Geodesia por la Academia de San Fernando, Socio Académico de la de Ciencias Naturales y Artes de Barcelona, y en la actualidad Oficial Mayor del Archivo de la Secretaría de la Gobernacion de la Península.

TOMO SEGUNDO.

PARTE PRIMERA

Que contiene la Trigonometría Esférica, la Aplicacion del Álgebra á la Geometría aplicada á las Secciones Cónicas, todo analíticamente, y las Equaciones superiores.

MALLORCA:

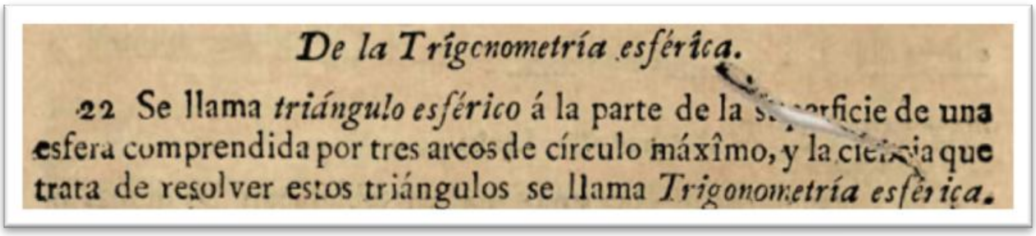
EN LA IMPRENTA DE MELCHOR GUASP,

AÑO DE 1813.

Es un libro dividido en tres secciones, Trigonometría esférica, Aplicación del Álgebra á la Geometría aplicada á las secciones Cónicas y las Ecuaciones superiores.

4.8.1 Análisis de contenido de la trigonometría esférica

Se sigue la misma idea que de la trigonometría plana, como una ciencia enfocada a la resolución de triángulos, solamente que en este caso a los triángulos formados sobre una esfera. Por lo que la idea de resolución guiará la secuenciación de contenidos.



De la Trigonometría esférica.

22 Se llama *triángulo esférico* á la parte de la superficie de una esfera comprendida por tres arcos de círculo máxîmo, y la ciencia que trata de resolver estos triángulos se llama *Trigonometría esférica.*

Vallejo, 1813a; p. 14

Si miramos el contenido de la sección podemos ver que consta de:

Parte primera. Consideraciones acerca de las líneas trigonométricas. Destinada a conformar un banco de fórmulas de reducción al primer cuadrante de las razones trigonométricas y de fórmulas relativas a la suma/resta de arcos.

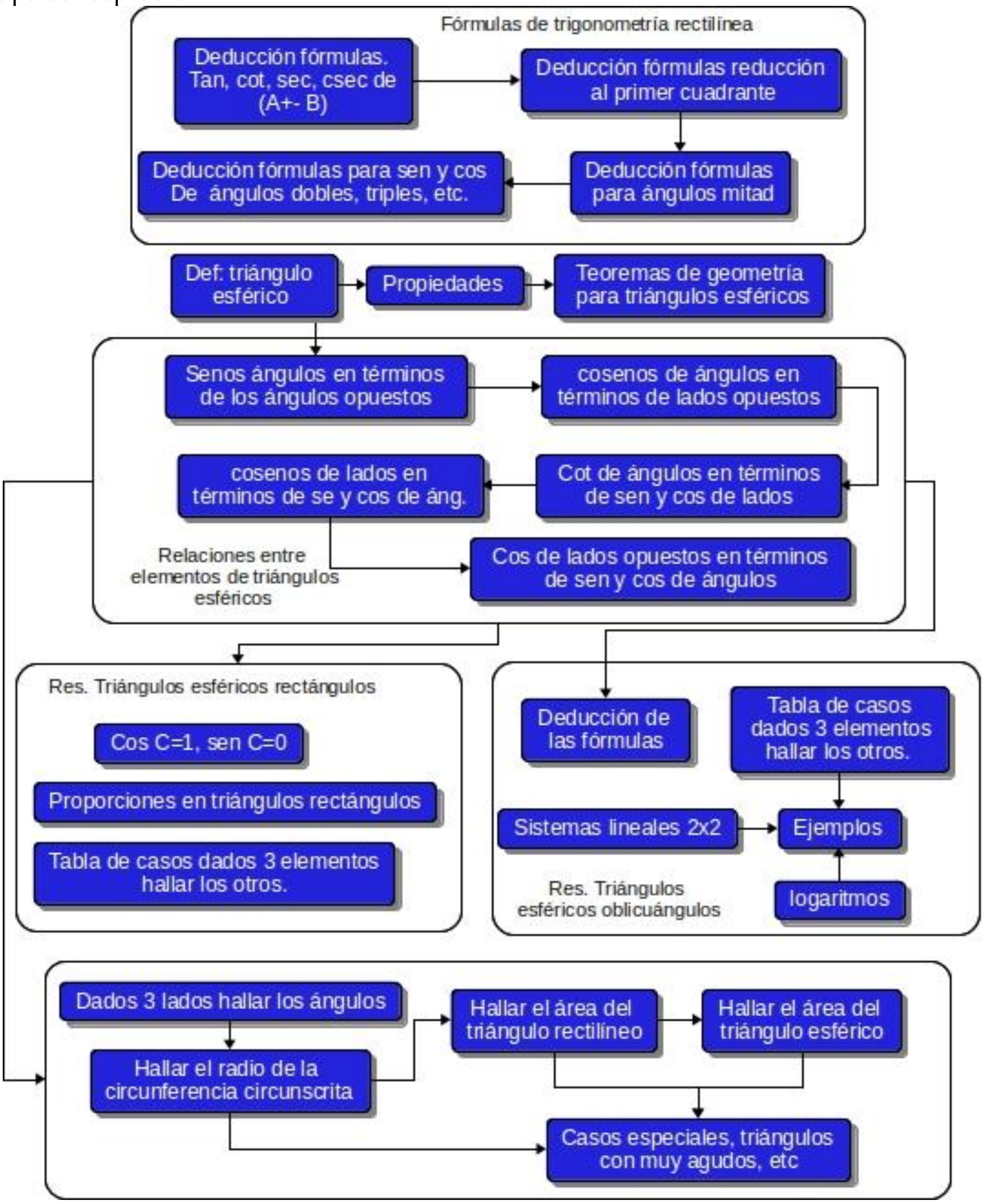
Parte segunda. De la trigonometría esférica. La presentación del significado de esta sección, así como a la enunciación demostración de propiedades de los triángulos esféricos.

Parte tercera. Resolución de los triángulos esféricos. Demostración de la ley de senos para los triángulos esféricos y la construcción de una tabla para la resolución de triángulos rectángulos.

Parte cuarta. Resolución de los triángulos esféricos oblicuángulos. El uso de logaritmos en la resolución. Tabla para la resolución de los triángulos esféricos oblicuángulos.

Vemos que el fin último de la sección es la resolución de los diversos tipos de triángulos, corroborando la idea presente en la definición.

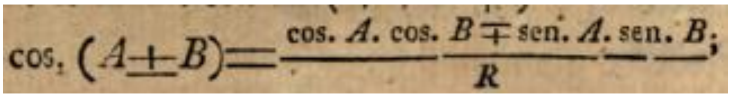
Mapa conceptual:



Sistemas de representación

Estos son las formas en que Vallejo presenta el contenido de ésta sección:

<u>Simbólico</u>, el uso de símbolos es extensivo, tanto para las operaciones, números, radicales, etc.



Vallejo, 1813a; p. 1

<u>Textuales</u>, para las explicaciones, descripciones, demostraciones, el uso del texto está presente en toda la sección:

cia mas el arco RA; y como quando el arco ha llegado á ser toda la circunferencia se han confundido sus extremos, las lineas trigonométricas de una circunferencia son las mismas que las de un arco cero; y por lo mismo *las de un arco qualquiera serán las mismas que las de este arco aumentado en una circunferencia ó en un número qualquiera de circunferencias*. Estos arcos mayores que la circunferencia se suelen considerar algunas veces, y por lo mismo generalizaremos aun mas las fórmulas del seno y del coseno.

Vallejo, 1813a; p. 6

22 Se llama *triángulo esférico* á la parte de la superficie de una esfera comprendida por tres arcos de círculo máximo, y la ciencia que trata de resolver estos triángulos se llama *Trigonometría esférica*. ACM (fig. 2) es un triángulo esférico, ADBCM es otro trián-

Vallejo, 1813a; p. 14

<u>Esquemas</u>, permite estructuras información.

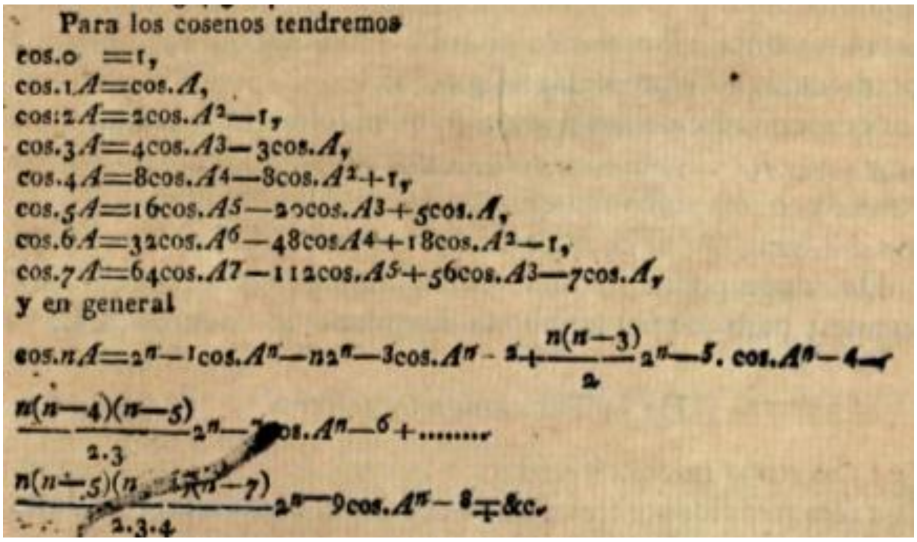
$$\left\{\begin{aligned} s.A'.c.B' &= \frac{s.(A'+B')+s.(A'-B')}{2} \quad (6) \\ c.A'.s.B' &= \frac{s.(A'+B')-s.(A'-B')}{2} \quad (7) \end{aligned}\right\}$$

Vallejo, 1813a; p. 10

$$\left.\begin{array}{l} m = p+q \\ p = \cos.3+\cos.5 \\ q = \cos.7+\cos.11 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ n = \ldots\ldots r+s \\ r = \cos.1+\cos.13 \\ s = \cos.9+\cos.15 \end{array}\right\} (f)$$

Vallejo, 1813a; p. 77

<u>Listas</u>, en este caso las listas habituales y las que son formularios, que resumen información de lo hecho previamente:



Para los cosenos tendremos

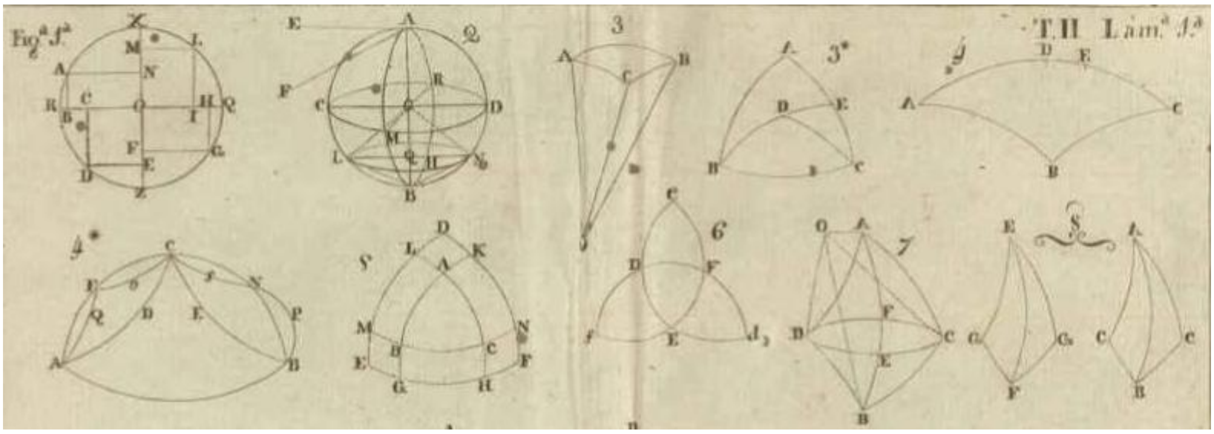
$$\cos.0 = 1,$$
$$\cos.1A = \cos.A,$$
$$\cos.2A = 2\cos.A^2 - 1,$$
$$\cos.3A = 4\cos.A^3 - 3\cos.A,$$
$$\cos.4A = 8\cos.A^4 - 8\cos.A^2 + 1,$$
$$\cos.5A = 16\cos.A^5 - 20\cos.A^3 + 5\cos.A,$$
$$\cos.6A = 32\cos.A^6 - 48\cos.A^4 + 18\cos.A^2 - 1,$$
$$\cos.7A = 64\cos.A^7 - 112\cos.A^5 + 56\cos.A^3 - 7\cos.A,$$

y en general

$$\cos.nA = 2^{n-1}\cos.A^n - n2^{n-3}\cos.A^{n-2} + \frac{n(n-3)}{2}2^{n-5}.\cos.A^{n-4} - \frac{n(n-4)(n-5)}{2.3}2^{n-7}\cos.A^{n-6} + \ldots\ldots \frac{n(n-5)(n-6)(n-7)}{2.3.4}2^{n-9}\cos.A^{n-8} \mp \&c.$$

Vallejo, 1813a; p. 13

<u>Figurales</u>, en 33 imágenes, en dos láminas al final del libro, se les hace referencia en el libro.



Vallejo, 1813a, lám. 1

<u>Tabulares</u>, permiten mostrar de manera sintética elementos relacionados por campos.

TOM. II. P. I. pag. 5[illegible]

Formaremos del mismo modo que en los triángulos rectángulos un tabla en que se contenga la resolucion de estos seis casos.

TABLA

En que se contiene la resolucion de los triángulos esféricos obliquángulos.

Casos.	Datos.	Partes buscadas.	Valores de las partes desconocidas determinadas por las conocidas
I	a	A	$\text{tang.}\frac{1}{2}A=\sqrt{\frac{\text{sen.}\frac{b-c+a}{2}\cdot\text{sen.}\frac{a-b+c}{2}}{\text{sen.}\frac{a+b+c}{2}\cdot\text{sen.}\frac{b+c-a}{2}}}$, ó $\text{sen.}\frac{1}{2}A=\sqrt{\frac{\text{sen.}\frac{b+a-c}{2}\cdot\text{sen.}\frac{a+c-b}{2}}{\text{sen.}b\cdot\text{sen.}c}}$
	b	B	$\text{tang.}\frac{1}{2}B=\sqrt{\frac{\text{sen.}\frac{c-a+b}{2}\cdot\text{sen.}\frac{a-c+b}{2}}{\text{sen.}\frac{a+b+c}{2}\cdot\text{sen.}\frac{c+a-b}{2}}}$, ó $\text{sen.}\frac{1}{2}B=\sqrt{\frac{\text{sen.}\frac{a+b-c}{2}\cdot\text{sen.}\frac{b+c-a}{2}}{\text{sen.}a\cdot\text{sen.}c}}$
	c	C	$\text{tang.}\frac{1}{2}C=\sqrt{\frac{\text{sen.}\frac{a-b+c}{2}\cdot\text{sen.}\frac{c-a+b}{2}}{\text{sen.}\frac{a+b+c}{2}\cdot\text{sen.}\frac{a+b-c}{2}}}$ ó $\text{sen.}\frac{1}{2}C=\sqrt{\frac{\text{sen.}\frac{b+c-a}{2}\cdot\text{sen.}\frac{a+c-b}{2}}{\text{sen.}a\cdot\text{sen.}b}}$
II	A	a	$\text{tang.}\frac{1}{2}a=\sqrt{-\frac{\cos.\frac{B+A+C}{2}\cdot\cos.\frac{B+C-A}{2}}{\cos.\frac{B+A-C}{2}\cdot\cos.\frac{B-C-A}{2}}}$, ó $\text{sen.}\frac{1}{2}a=\sqrt{-\frac{\cos.\frac{A+B+C}{2}\cdot\cos.\frac{B+C-A}{2}}{\text{sen.}B\cdot\text{sen.}C}}$
	B	b	$\text{tang.}\frac{1}{2}b=\sqrt{-\frac{\cos.\frac{B+A+C}{2}\cdot\cos.\frac{A+C-B}{2}}{\cos.\frac{A-C+B}{2}\cdot\cos.\frac{A-C-B}{2}}}$, ó $\text{sen.}\frac{1}{2}b=\sqrt{-\frac{\cos.\frac{B+C+A}{2}\cdot\cos.\frac{A+C-B}{2}}{\text{sen.}A\cdot\text{sen.}C}}$
	C	c	$\text{tang.}\frac{1}{2}c=\sqrt{-\frac{\cos.\frac{B+A+C}{2}\cdot\cos.\frac{A+B-C}{2}}{\cos.\frac{B-A+C}{2}\cdot\cos.\frac{B-A-C}{2}}}$, ó $\text{sen.}\frac{1}{2}c=\sqrt{-\frac{\cos.\frac{A+B+C}{2}\cdot\cos.\frac{A+B-C}{2}}{\text{sen.}A\cdot\text{sen.}B}}$

Vallejo, 1813a; p. 52

TABLA

Que contiene la resolucion de un triángulo esférico qualquiera rectángulo en C.

Casos.	Datos.	Partes buscadas.	Valores de las partes desconocidas determinadas por las conocidas.
I	C,a,b	c,A,B	$\cos.c=\cos.a.\cos.b$; $\text{tang.}A=\frac{\text{tang.}a}{\text{sen.}b}$; $\text{tang.}B=\frac{\text{tang.}b}{\text{sen.}a}$
II	C,a,c	b,A,B	$\cos.b=\frac{\cos.c}{\cos.a}$; $\text{sen.}A=\frac{\text{sen.}a}{\text{sen.}c}$; $\cos.B=\frac{\text{tang.}a}{\text{tang.}c}=\frac{\cot.c}{\cot.a}$
III	C,a,A	c,b,B	$\text{sen.}c=\frac{\text{sen.}a}{\text{sen.}A}$; $\text{sen.}b=\frac{\text{tang.}a}{\text{tang.}A}$; $\text{sen.}B=\frac{\cos.A}{\cos.a}$
IV	C,a,B	c,A,b	$\text{tang.}c=\frac{\text{tang.}a}{\cos.B}$; $\text{tang.}b=\text{sen.}a.\text{tang.}B$; $\cos.A=\cos.a.\text{sen.}B$
V	C,c,A	b,a,B	$\text{tang.}b=\text{tang.}c.\cos.A$;$\text{sen.}a=\text{sen.}c.\text{sen.}A$; $\cot.B=\frac{\cos.c}{\cot.A}=\cos.c.\text{tang.}A$; ó $\text{tang.}B=\frac{1}{\cos.c.\text{tang.}A}$
VI	C,A,B	c,a,b	$\cos.c=\cot.A.\cot.B=\frac{1}{\text{tang.}A.\text{tang.}B}$; $\cos.a=\frac{\cos.A}{\text{sen.}B}$; $\cos.b=\frac{\cos.B}{\text{sen.}A}$

Vallejo, 1813a; p. 43

Fenomenología

La totalidad de la sección transcurre en un contexto matemático.

El radio ó seno total es al coseno de un lado como el coseno del otro es al coseno de la hipotenusa.

Las (P) dan $\begin{cases} 1 : \text{sen.}B :: \text{cos.}a : \text{cos.}A \\ 1 : \text{sen.}A :: \text{cos.}b : \text{cos.}B \end{cases}$

que suministran la quarta á saber:

El radio es al seno de un ángulo como el coseno del lado adyacente es al coseno del otro ángulo.

De las (Q) sacaremos $\begin{cases} 1 : \text{sen.}b :: \text{tang.}A : \text{tang.}a \\ 1 : \text{sen.}a :: \text{tang.}B : \text{tang.}b \end{cases}$

F T. I. P. II.

Vallejo, 1813a; p. 42

4.8.2 Análisis de contenido de la Aplicación del Álgebra á la Geometría aplicada á las secciones Cónicas

Identificación de los focos conceptuales

Las ideas que se presentan en esta sección son lo que podríamos considerar, en términos modernos, geometría cartesiana, según vemos en (Vallejo, 1813a; p. 78):

78 APLICACION DEL ÁLGEBRA

Aplicacion del Álgebra á la Geometría.

95 El Álgebra es mas general que la Geometría, porque con la letra *a*, por exemplo, podemos expresar no solo una cantidad qualquiera discreta, sino una cantidad continua como una linea, una superficie &c.; la Geometría es mas clara que el Álgebra, porque presenta á los sentidos los objetos de las ideas que forman el asunto de nuestras investigaciones. Quando para generalizar ó facilitar alguna verdad geométrica se hace uso del Álgebra ó de la análisis algebráica, se dice que *se aplica el Álgebra á la Geometría*, y quando para hacer sensible alguna verdad algebráica ó analítica se hace uso de la Geometría, se dice que *se aplica la Geometría al Álgebra ó á la análisis*; pero en general se comprende baxo el nombre de *Aplicacion del Álgebra á la Geometría, al uso que se hace de estas dos ciencias ya sea para resolver alguna qüestion perteneciente á una de ellas, ya para resolver qualquiera otra, sea de la especie que sea.* El primero que aplicó el Álgebra á la Geometría fue Descartes, y de esta aplicacion han resultado ventajas considerables á cada una de estas ciencias, y á todas en general.

La aplicacion del Álgebra á la Geometría tiene dos partes, á saber, *manifestar cómo se pueden traducir en Geometría los resultados de la análisis, y cómo se pueden escribir analíticamente las qüestiones de Geometría.*

El índice de la sección es el siguiente:

Introducción. Dedicada a la explicación de lo esta sección trata, delimitación y alcances, así como ejemplos de la utilidad de esta aplicación del Álgebra a la Geometría.

Determinación de los puntos y rectas sobre un plano.

De los puntos, de la línea recta y del plano, considerados en el espacio.

De la transformación de coordenadas.

Idea general de la teoría de las curvas.

De las líneas de segundo órden ó secciones cónicas.

Aplicación de la transformación de las coordenadas á la investigación de los diámetros conjugados de las secciones cónicas, y las principales propiedades de estas curvas referidas á sus diámetros.

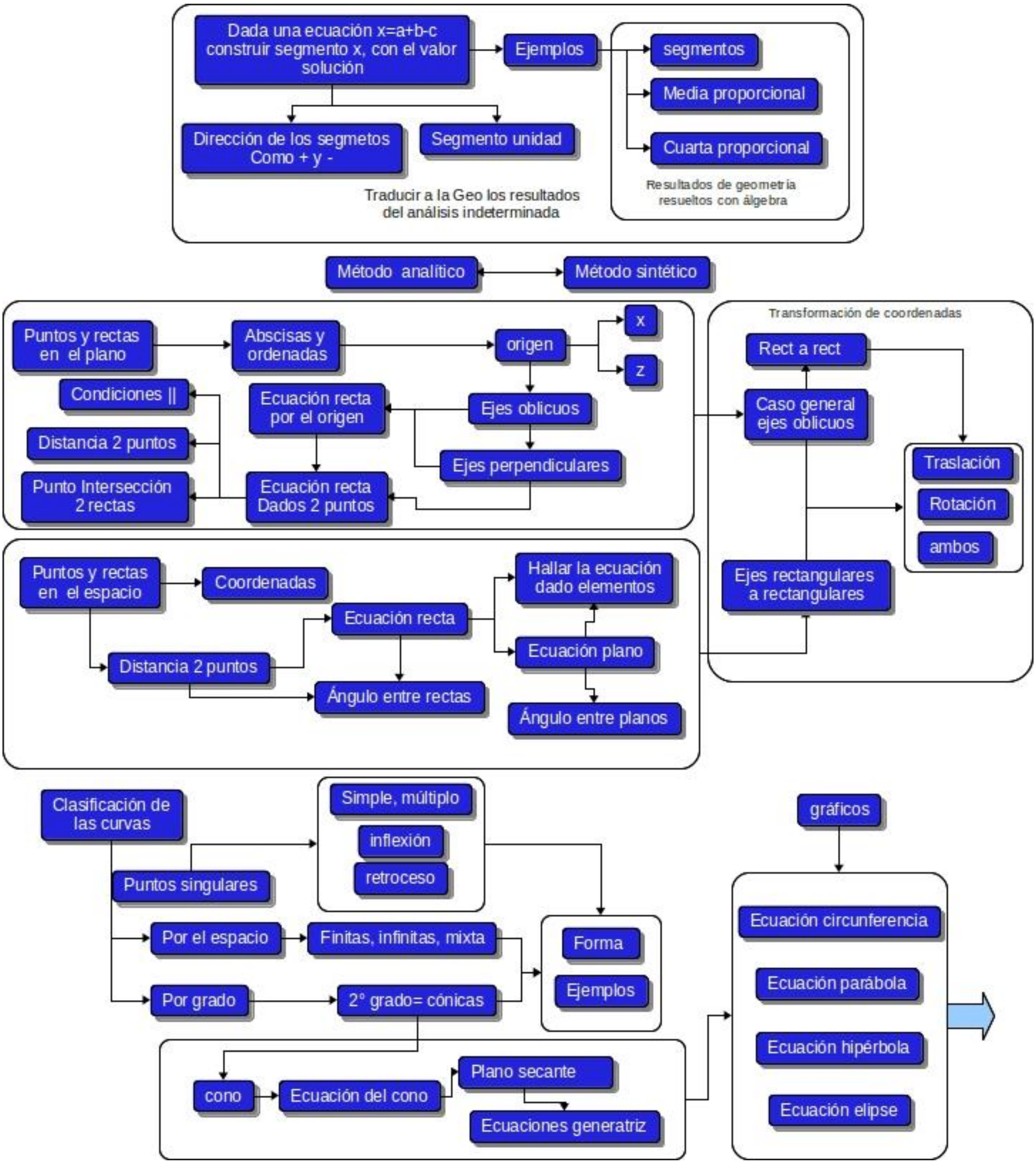
De las líneas de segundo órden en general suponiendo rectangulares los exes.

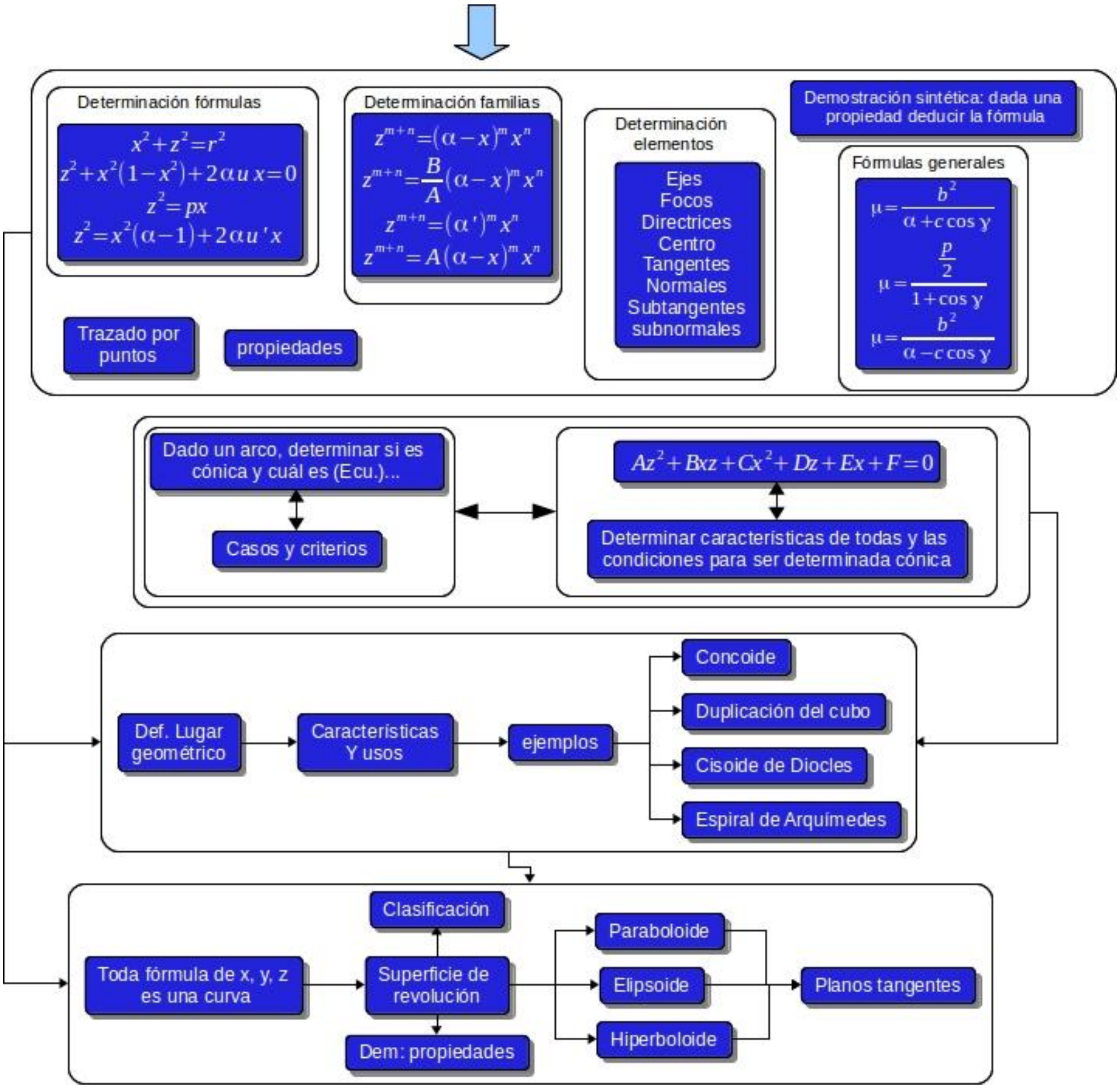
De los lugares geométricos, de la resolución de algunos problemas, y de la construccion de otras curvas tanto algebráicas como trascendentes.

Digresión acerca de las superficies curvas.

La idea que guía la secuenciación de los contenidos está ligada a la idea de que si es el álgebra la que se aplica a la Geometría, entonces es la segunda la que permanece fija y es el álgebra la que se adecúa. Por lo que vemos que los primeros puntos tratan sobre la "analitización" de los elementos de la geometría elemental. A partir de ahí, vemos que aquellos elementos que no pudieron ser tratados mediante la geometría elemental son sujetos de estudio, curvas en general. Se relacionan las curvas con expresiones algebraicas y, mediante una clasificación, se da paso al estudio sistemático de las líneas curvas y superficies curvas en general. De cierto modo, se sigue la idea primaria de la geometría elemental y se usa el álgebra para ampliar el campo de los elementos geométricos estudiados.

El mapa conceptual correspondiente es el siguiente:





Sistemas de representación

Textuales, son de un uso extenso en el libro.

97 Es indiferente el tomar estas partes hácia la derecha, ó hácia la izquierda del punto que se elige, al qual se le suele llamar *punto de orígen*; pero lo que es esencial es, que si las cantidades positivas se toman de izquierda á derecha, como las negativas influyen en sentido opuesto al de las positivas, se deben tomar de derecha á izquierda: si las primeras se tomasen de abaxo arriba, las segundas se deberian tomar de arriba abaxo: y en general, eligiendo á arbitrio la posicion de las cantidades positivas, la de las negativas será exâctamente contraria á la de las primeras.

(Vallejo, 1813a; p. 79)

En el método sintético se procede al contrario: enunciada una proposicion se parte de una de las anteriormente demostradas; despues, esta se combina con otra de las anteriores, luego con otra, y así se continúa hasta llegar á tener la proposicion que se enunció. El primer método, abrazando el asunto propuesto en toda su extension, le hace pasar por diferentes formas, haciendo diversas traducciones del enunciado hasta llegar á tener lo que se busca, expresado por una condicion sencilla conocida, y por lo mismo se llama *método de descomposicion*; el segundo que presenta siempre la proposicion enunciada, como la última conseqüencia de la serie de proposiciones que forman la demostracion, es una *composicion*; porque se va añadiendo principio sobre principio, hasta que se llega á esta conseqüencia.

Vallejo, 1813a; p. 86

Simbólicos.

108 Si fuese la equacion $x=\sqrt{abc}$, en que debaxo del radical hay tres dimensiones, podríamos poner por denominador á la cantidad que hay debaxo del radical una cantidad igual con la unidad, tal como d, y seria $x=\sqrt{\frac{abc}{d}}=\sqrt{\frac{ab}{d}\cdot c}$, hallaríamos primero una quarta proporcional á d, a y b, y llamándola m se tendria $x=\sqrt{mc}$, que quedaria construida hallando una media proporcional entre m y c.

Vallejo, 1813a; p. 82

Listas.

$$2Az'+Bx'+D+\frac{2\beta u'}{K}=0\ (m'),$$
$$2Cx'+Bz'+C+\frac{2\alpha u'}{K}=0\ (n'),$$
$$Az'^2+Bx'z'+Cx'^2-F+2(\alpha x'+\beta z')\frac{u'}{K}=0\ (o').$$

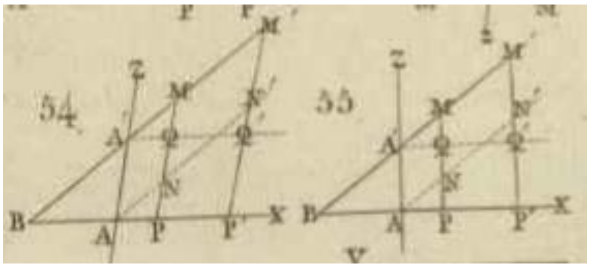
Vallejo, 1813a; p. 219

Esquemas.

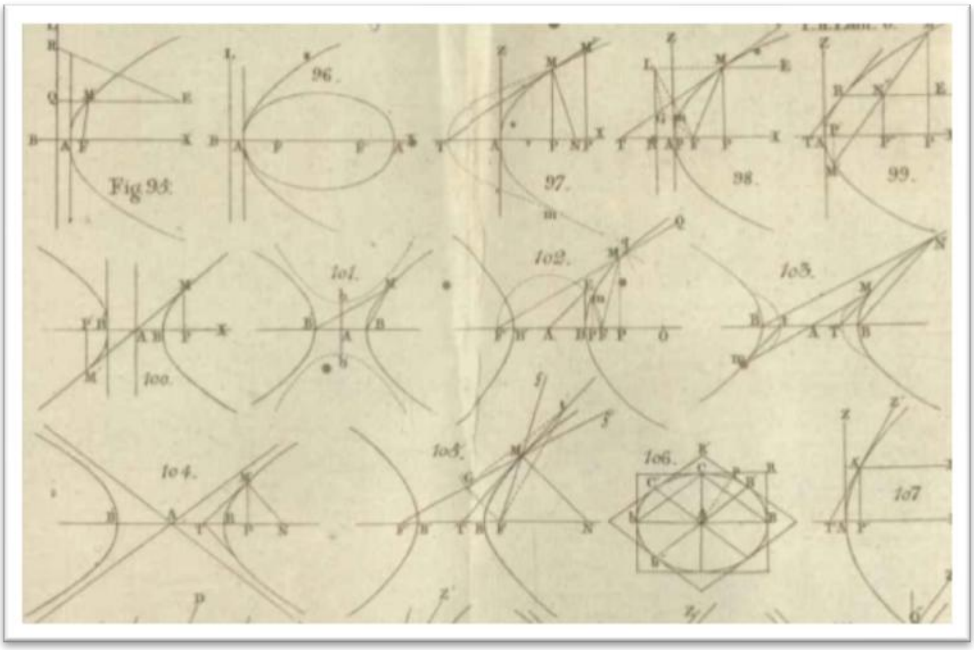
$$\left\{\begin{array}{l} x-x'=\alpha'(u-u') \\ z-z'=\beta'(u-u') \end{array}\right\}\ (C),$$

Vallejo, 1813a; p. 141

Gráficas. El uso de ejes cartesianos se ve en las láminas del final de libro.

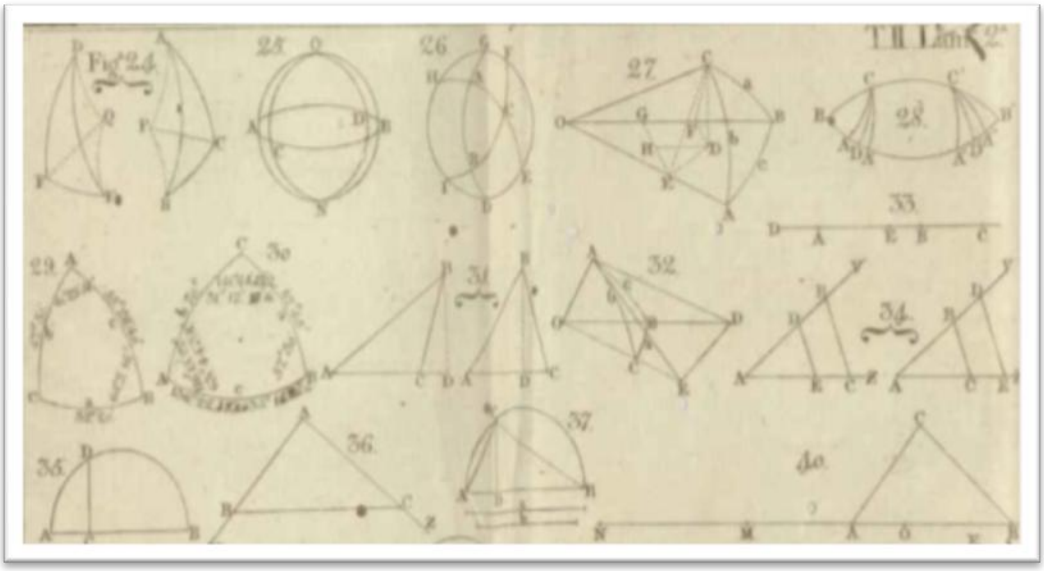


Vallejo, 1813a, lám. 3



Vallejo, 1813a, lám. 6

Figurales, mezcladas con representaciones gráficas hay 109 figuras (34-142) en 8 láminas.



Vallejo, 1813a; lám. 2

Fenomenología
La totalidad de la sección permanece en un contexto matemático.

344 Propongámonos ahora *hallar la equacion de la superficie del cuerpo que se origina de girar una parábola* AE (fig. 139) *al rededor de su exe* AB, *y que por lo mismo se llama paraboloide.*

Para conseguirlo, tomaremos como en las qüestiones precedentes un punto N sobre su superficie, y baxaremos la NM perpendicular á ZAX y MP al exe AP; y llamando x, z, u, á las AP,PM,MN y p al parámetro de la parábola, se tendrá por la propiedad de la curva $PE^2 = PN^2 = AP.p$, ó poniendo en vez de PN su valor $\sqrt{PM^2 + MN^2} = \sqrt{z^2 + u^2}$ será $px = z^2 + u^2$ que es la equacion buscada.

Del mismo modo hallaríamos las equaciones de las superficies originadas por *elipses*, *hipérbolas* &c. á cuyos cuerpos se les llama *elipsoides*, *hiperboloides* &c.; pero es mejor dar un método general para hallar las superficies de revolucion en general, es decir, de las superficies que se originan de girar una linea qualquiera al rededor de una linea recta.

Vallejo, 1813a; p. 243

4.8.3 Análisis de contenido de la teoría general de las ecuaciones

Identificación de los focos conceptuales

Esta sección la podemos ver como una continuación de lo empezado en el tomo I, parte primera, en el que se da una introducción sobre lo que significa una ecuación y los métodos para resolver las de primer y segundo grado.

El contenido, si bien está en dos secciones solamente, podemos advertir, mirando a detalle el texto que se compone de los siguientes tópicos:

Ecuaciones algebraicas y propiedades (demostraciones)

Resoluciones numéricas

Propiedades de las raíces (demostraciones) y su uso práctico en la resolución de ecuaciones (ejemplos).

Resolución por aproximaciones sucesivas.

Otras propiedades (demostración)

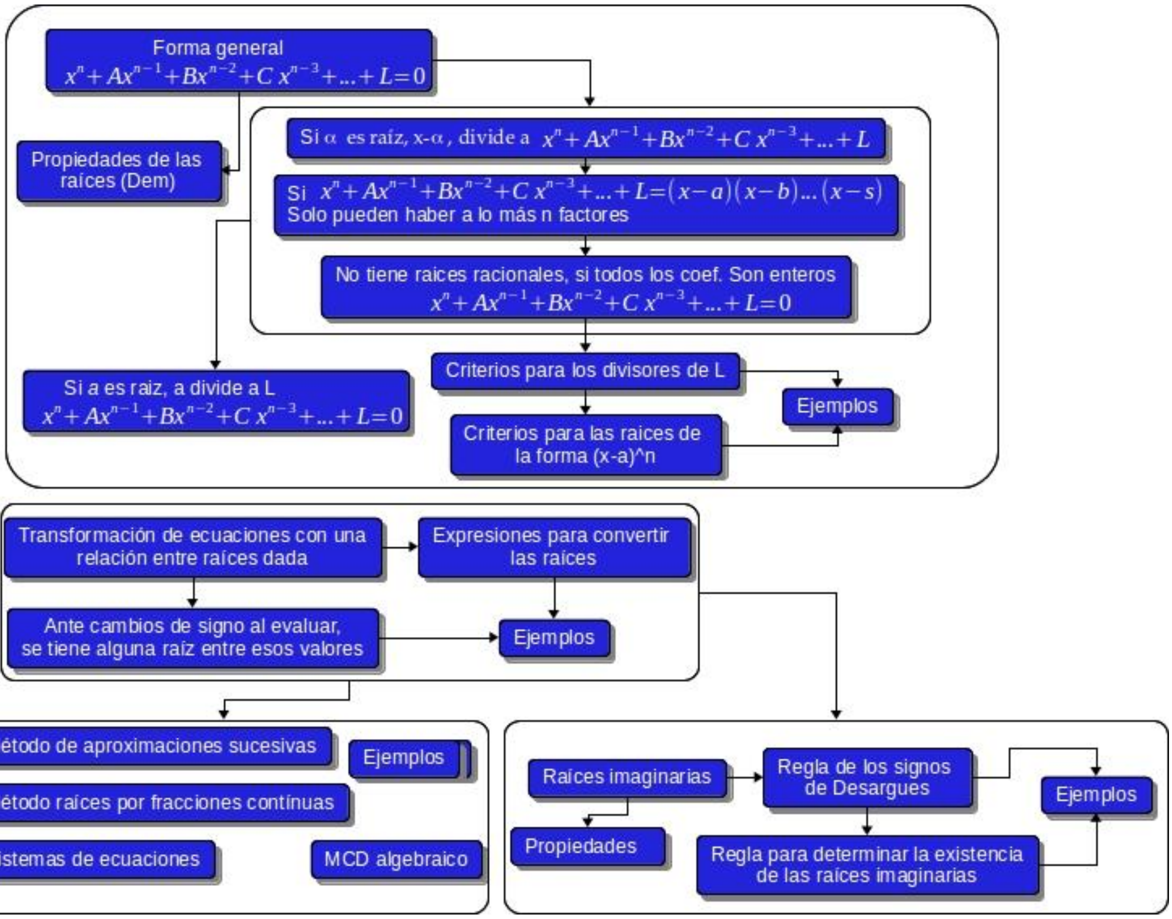
Raíces imaginarias.

Más propiedades de las raíces (demostraciones).

Otro método para las ecuaciones numéricas.

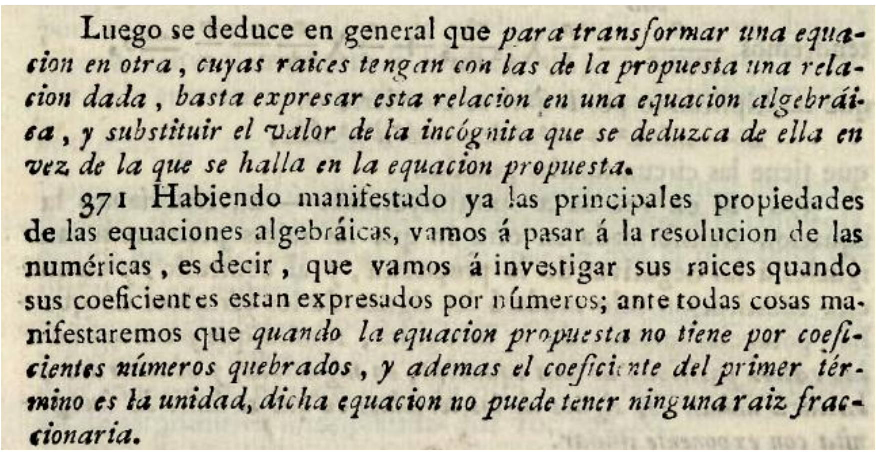
La secuencia completa está dirigida por los grados de las ecuaciones, que si bien habla de ecuaciones en general, todo el trabajo las realiza sobre las algebráicas. Va de menor a mayor grado, y posteriormente a las de grado n. Poniendo énfasis en las propiedades de las ecuaciones y de las raíces.

Mapa conceptual:



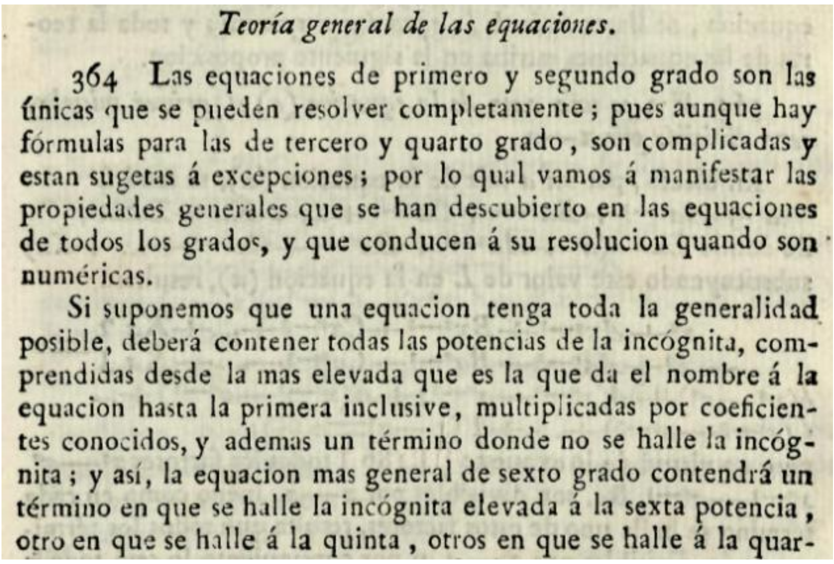
Sistemas de representación

Textuales:


Luego se deduce en general que *para transformar una equacion en otra, cuyas raices tengan con las de la propuesta una relacion dada, basta expresar esta relacion en una equacion algebráica, y substituir el valor de la incógnita que se deduzca de ella en vez de la que se halla en la equacion propuesta.*

371 Habiendo manifestado ya las principales propiedades de las equaciones algebráicas, vamos á pasar á la resolucion de las numéricas, es decir, que vamos á investigar sus raices quando sus coeficientes estan expresados por números; ante todas cosas manifestaremos que *quando la equacion propuesta no tiene por coeficientes números quebrados, y ademas el coeficiente del primer término es la unidad, dicha equacion no puede tener ninguna raiz fraccionaria.*

Vallejo, 1813a; p. 266



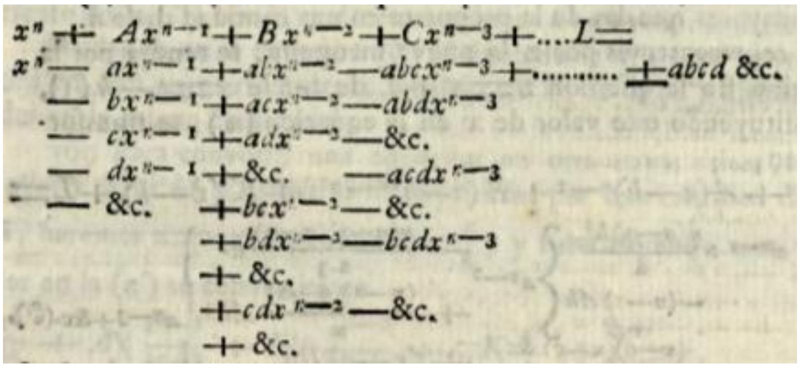
Teoría general de las equaciones.

364 Las equaciones de primero y segundo grado son las únicas que se pueden resolver completamente; pues aunque hay fórmulas para las de tercero y quarto grado, son complicadas y estan sugetas á excepciones; por lo qual vamos á manifestar las propiedades generales que se han descubierto en las equaciones de todos los grados, y que conducen á su resolucion quando son numéricas.

Si suponemos que una equacion tenga toda la generalidad posible, deberá contener todas las potencias de la incógnita, comprendidas desde la mas elevada que es la que da el nombre á la equacion hasta la primera inclusive, multiplicadas por coeficientes conocidos, y ademas un término donde no se halle la incógnita; y así, la equacion mas general de sexto grado contendrá un término en que se halle la incógnita elevada á la sexta potencia, otro en que se halle á la quinta, otros en que se halle á la quar-

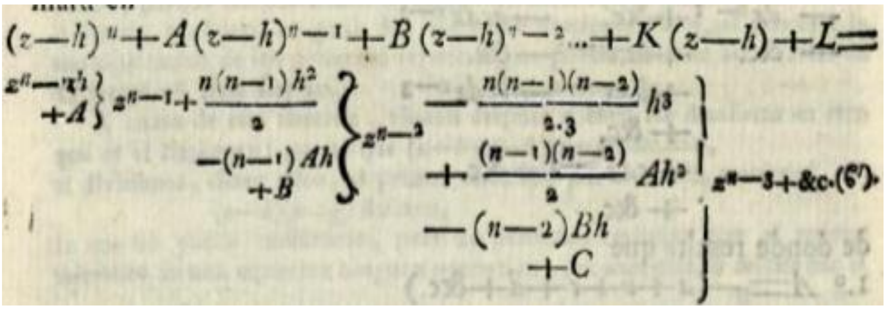
Vallejo, 1813a; p. 255

Simbólicos.



Vallejo, 1813a; p. 261

Esquemas:



Vallejo, 1813a; p. 261

Fenomenología

La totalidad de la obra está en un contexto matemático.

Sea por exemplo la equacion $x^3-7x^2+14x-8=0$, en que los divisores del último término tomados con los signos $+$ y $-$, son $1, 2, 4, 8, -1, -2, -4, -8$, haciendo las substituciones de estos números en vez de x se hallará que $+1$, $+2$ y $+4$ son los únicos que reducen á cero el primer miembro; de donde se sigue que estos números son las raices de la equacion propuesta, por lo que inferiremos que su primer miembro tiene esta forma

$$(x-1)(x-2)(x-4)=0,$$

lo que manifiesta que se puede verificar, ó quando $x-1=0$, ó quando $x-2=0$, ó finalmente quando $x-4=0$.

Vallejo, 1813a; p. 267

4.9 Tratado Elemental de Matemáticas. Tomo segundo, parte segunda.

Nombre: *Tratado Elemental de Matemáticas*. Tomo Segundo, parte segunda.

Contenido: Funciones, límites, cálculo de diferencias, cálculo diferencial e integral.

Año: 1813 (primera edición)

Editorial: Imprenta de Melchor Guasp.

Lugar de publicación: Mallorca.

Ediciones analizadas:

1813. Primera edición. Imprenta de Felipe Guasp, Mallorca. Localización: Disponible en la Web de la Biblioteca Virtual de Andalucía. (En Referencias es el 1813b)

1832. Segunda edición. Imprenta de Don Miguel de Burgos, Madrid. Localización: En Google Books, el original es de la Biblioteca del Ateneo de Barcelona.


TRATADO ELEMENTAL
DE MATEMÁTICAS
ESCRITO DE ÓRDEN DE S. M.
PARA USO DE LOS CABALLEROS SEMINARISTAS
DEL SEMINARIO DE NOBLES DE MADRID
Y DEMAS CASAS DE EDUCACION DEL REYNO,
POR D. JOSEF MARIANO VALLEJO,

Catedrático que fué de Matemáticas, Fortificacion, Ataque y Defensa de las Plazas en dicho Seminario, Encargado del curso de Geodesia por la Academia de S. Fernando, Socio Académico de la de Ciencias Naturales y Artes de Barcelona, y en la actualidad Oficial mayor del Archivo de la Secretaría de la Gobernacion de la Península, y Diputado en las Córtes generales y extraordinarias por la provincia de Granada.

TOMO II. PARTE

Que contiene las funciones, límites, cálculo de las diferencias, y el diferencial é integral.

MALLORCA.
IMPRENTA DE FELIPE GUASP.
AÑO DE 1813.

Es un libro dividido en cinco secciones: funciones, límites, cálculo de diferencias, cálculo diferencial y cálculo integral.

Se analiza en cuatro partes. La primera, relativa a las funciones; la segunda agrupando los límites y cálculo de diferencias, en la tercera el cálculo diferencia y finalmente en la cuarta el cálculo integral.

Si bien son cinco las secciones, están relacionadas de manera bastante particular, una sirve como requisito para la siguiente. Las funciones son la base, el objeto de estudio de todas las demás, los límites y el cálculo de diferencias se aplican ambos a las funciones y estos dos a su vez sirven de herramientas tanto para el cálculo diferencial como integral. De este modo, es un carácter incremental lo que guía la secuenciación de contenidos.

4.9.1 Análisis de contenido de la sección de funciones

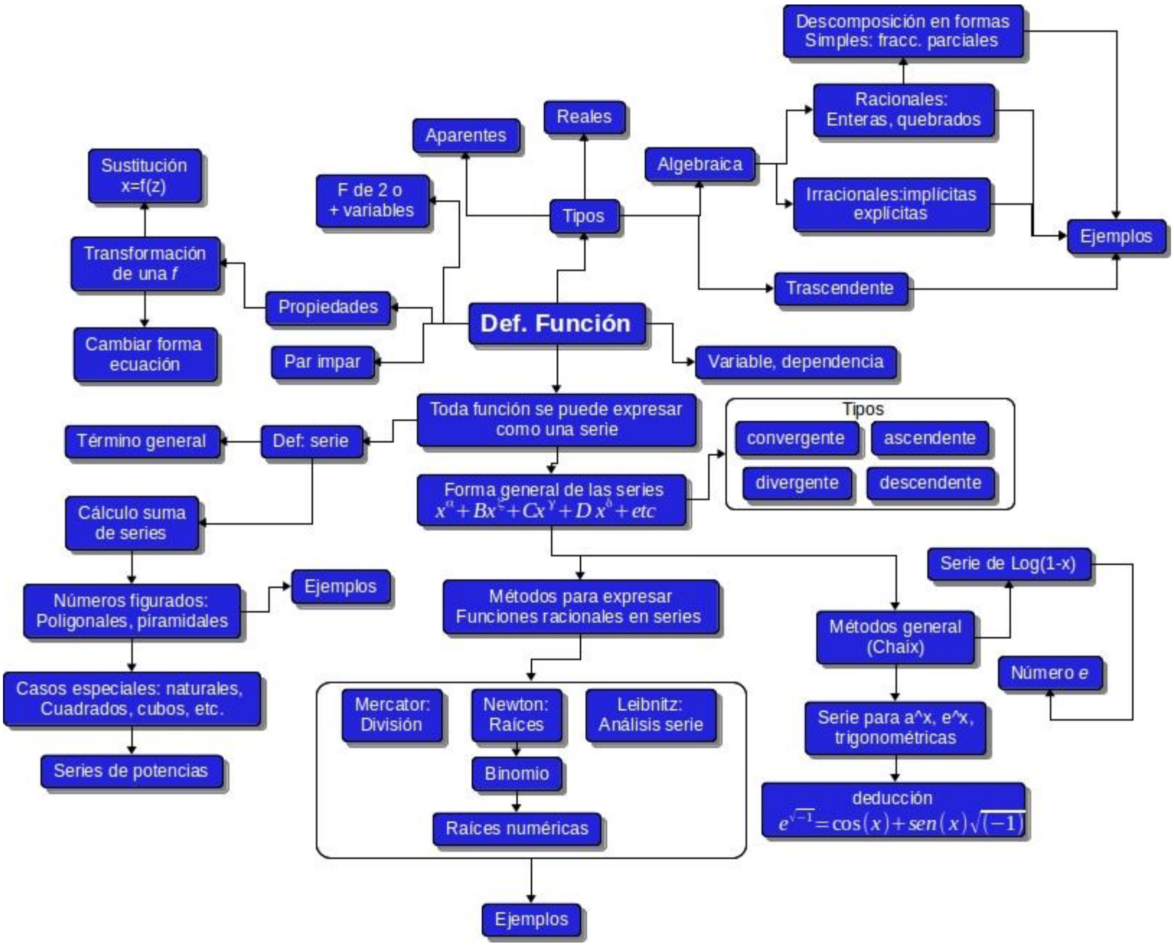
Identificación de los focos conceptuales

Bajo la misma idea de ir preparando el camino dando los referentes previos para los siguientes apartados, la sección de Funciones sirve a los mismos propósitos, después de la definición vienen, tipos de funciones y clasificaciones diversas. Posteriormente una sección para las fracciones parciales, otra para desarrollarlas en series infinitas con los respectivos cálculos de las mismas, tanto para las algebraicas como trascendentales. La elección de los temas de funciones que se trata es tal que todos estos elementos sirven tanto para el cálculo integral como diferencial, se trata de una construcción de herramientas que permiten construir posteriormente el cálculo infinitesimal.

La idea que guía la secuenciación de contenidos es la construcción de herramientas alrededor de las funciones.

La presentación de los contenidos, generalmente, comienza con las definiciones, caracterizaciones del objeto a tratar, se presentan resultados, con sus demostraciones y posteriormente ejemplos, en algunas ocasiones, cuando el autor lo considera conveniente da una nota histórica sobre ese contenido. Es de señalar el detalle con que se siguen tanto las operaciones como los razonamientos, atendiendo a su idea de no romper la cadena del entendimiento de las ideas.

El mapa conceptual de esta parte relativa a las funciones es la siguiente:



Sistemas de representación

Los sistemas de representación que se usan en el libro son los siguientes.

<u>Textual</u>

Esta expresion del logaritmo de $1+x$ contiene el coeficiente constante determinado A; el qual debe quedar necesariamente así, esto es, *determinado*, á fin de que por su medio se puedan representar todos s sistemas imaginables de logaritmos; pues la teoría de estos enseña ie un número dado qualquiera tiene una infinidad de logaritmos dirente, correspondientes á las diferentes bases que se pueden emplear, á los sistemas respectivos que de ellas resultan.

A cada valor determinado del factor A corresponde un sistema logarítico particular, del qual dicho valor es el *módulo*. El supuesto mas ncillo que se puede hacer con el módulo A, es el de $A=1$ que adoptó inventor Neper de los logaritmos; los logaritmos de este sistema parular se llaman neperianos.(*); y en dicho sistema resulta

$$g.\ (1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\&c.$$

Vallejo, 1813b; p. 63

<u>Simbólico</u>

$$\frac{x^2}{x^3+2x^2-x-2}=\frac{x^2}{(x+1)(x-1)(x+2)}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x-1}+\frac{C}{x+2};$$

y la regla nos dará $A=\frac{(-1)^2}{(-1-1)(-1+2)}=\frac{1}{-2\times1}=\frac{1}{-2}=-\frac{1}{2}$;

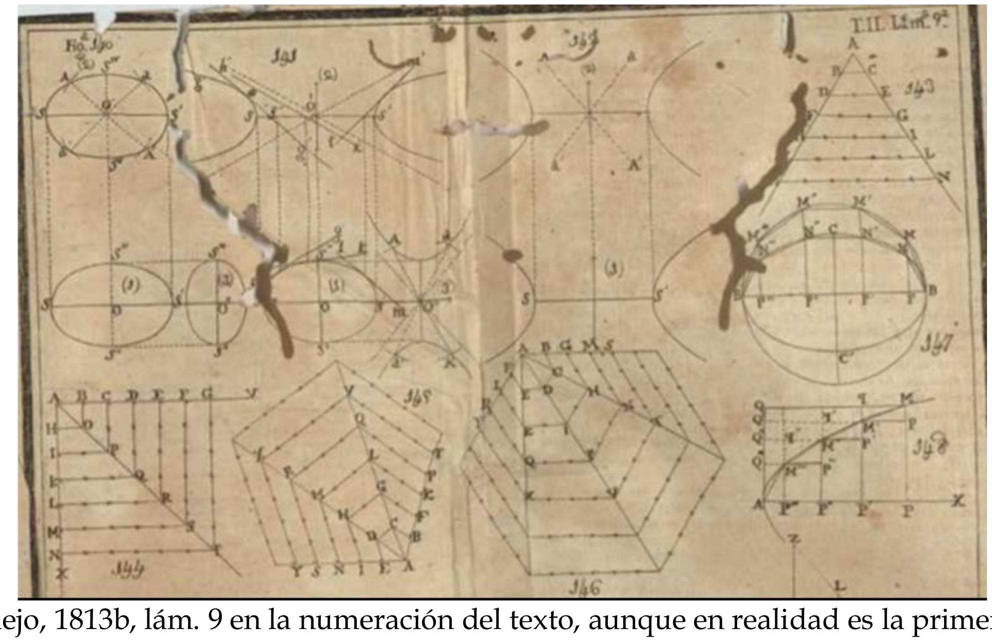
$$B=\frac{1^2}{(1+1)(1+2)}=\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{6};\ C=\frac{(-2)^2}{(-2+1)(-2-1)}=\frac{4}{-1\times-3}=\frac{4}{3};$$

por lo que $\frac{x^2}{(x+1)(x-1)(x+2)}=\frac{-\frac{1}{2}}{x+1}+\frac{\frac{1}{6}}{x-1}+\frac{\frac{4}{3}}{x+2}=\ldots$

$$-\frac{1}{2(x+1)}+\frac{1}{6(x-1)}+\frac{4}{3(x+2)}.$$

Vallejo, 1813b; p. 10

<u>Figural</u>. Cuatro figuras, al final del texto, en una sola lámina.



Vallejo, 1813b, lám. 9 en la numeración del texto, aunque en realidad es la primera de este libro

<u>Listas</u>

$$a+bx+cx^2+dx^3+\&c.$$

en virtud de las reflexiones hechas [§ 443] haremos

$$(a+bx+cx^2+dx^3+\ldots)^r=A+Bx+Cx^2+Dx^3+\&c. \text{ (a)}$$

Por la misma razon su funcion semejante

$$(a+by+cy^2+dy^3+\ldots)^r=A+By+Cy^2+Dy^3+\&c. \text{ (b);}$$

$$\text{haciendo} \left\{ \begin{array}{l} a+bx+cx^2+dx^3+\ldots=u \\ a+by+cy^2+dy^3+\ldots=z \end{array} \right. \text{ (c)}$$

$$\text{se tendrá} \left\{ \begin{array}{l} (a+bx+cx^2+dx^3+\ldots)^r=u^r \\ (a+by+cy^2+dy^3+\ldots)^r=z^r \end{array} \right. \text{ (d)}$$

y restando la segunda de estas de la primera, tendremos

$$u^r-z^r=(a+bx+cx^2+dx^3+\ldots)^r-(a+by+cy^2+dy^3+\ldots)^r=$$

$$B(x-y)+C(x^2-y^2)+D(x^3-y^3)+E(x^4-y^4)+\&c. \text{(e),}$$

y haciendo lo mismo con las (c) será

$$u-z=b(x-y)+c(x^2-y^2)+d(x^3-y^3)+e(x^4-y^4)+\&c. \text{(f),}$$

y dividiendo una por otra resultará

$$\frac{u^r-z^r}{u-z}=\frac{B(x-y)+C(x^2-y^2)+D(x^3-y^3)+E(x^4-y^4)+\&c.}{b(x-y)+c(x^2-y^2)+d(x^3-y^3)+e(x^4-y^4)+\&c.} \text{ (g);}$$

Vallejo, 1813b; p. 40

<u>Esquemas</u>

$$a \begin{array}{l} +3\alpha a \\ +b \end{array}\Big\} x \begin{array}{l} +6a\alpha^2 \\ +3b\alpha \\ +c \end{array}\Bigg\} x^2 \begin{array}{l} +10a\alpha^3 \\ +6b\alpha^2 \\ +3c\alpha \end{array}\Bigg\} x^3 \begin{array}{l} +15a\alpha^4 \\ +10b\alpha^3 \\ +6c\alpha^2 \end{array}\Bigg\} x^4 \begin{array}{l} +\&c. \\ +\&c. \\ +\&c. \end{array}$$

Vallejo, 1813b; p. 22

Fenomenología

Toda la sección transcurre en un <u>contexto matemático</u>.

denominadores de las simples. En muchas ocasiones ocurre el tener que resolver la qüestion inversa, á saber, *el querer determinar las fracciones simples de que ha resultado una fraccion dada cuyo denominador tenga factores*, por lo que formará esto ahora el asunto de nuestras investigaciones.

Para esto, debemos observar ante todas cosas que supondremos que la funcion quebrada propuesta es genuina; pues en caso de no serlo, dividiríamos su numerador por el denominador, hasta que nos resultase una resta en que la mayor dimension de la variable fuese menor que la mayor en el denominador; y entonces tendríamos descompuesta la funcion quebrada expuria, en una parte entera y en otra quebrada genuina, que tendria por numerador la resta y por denominador el denominador de la propuesta.

Así, si tubiésemos la funcion $\frac{x^3+1}{x-1}$

la reduciríamos por medio de la division á $x^2+x+1+\frac{2}{x-1}$.

Vallejo, 1813b; p. 8

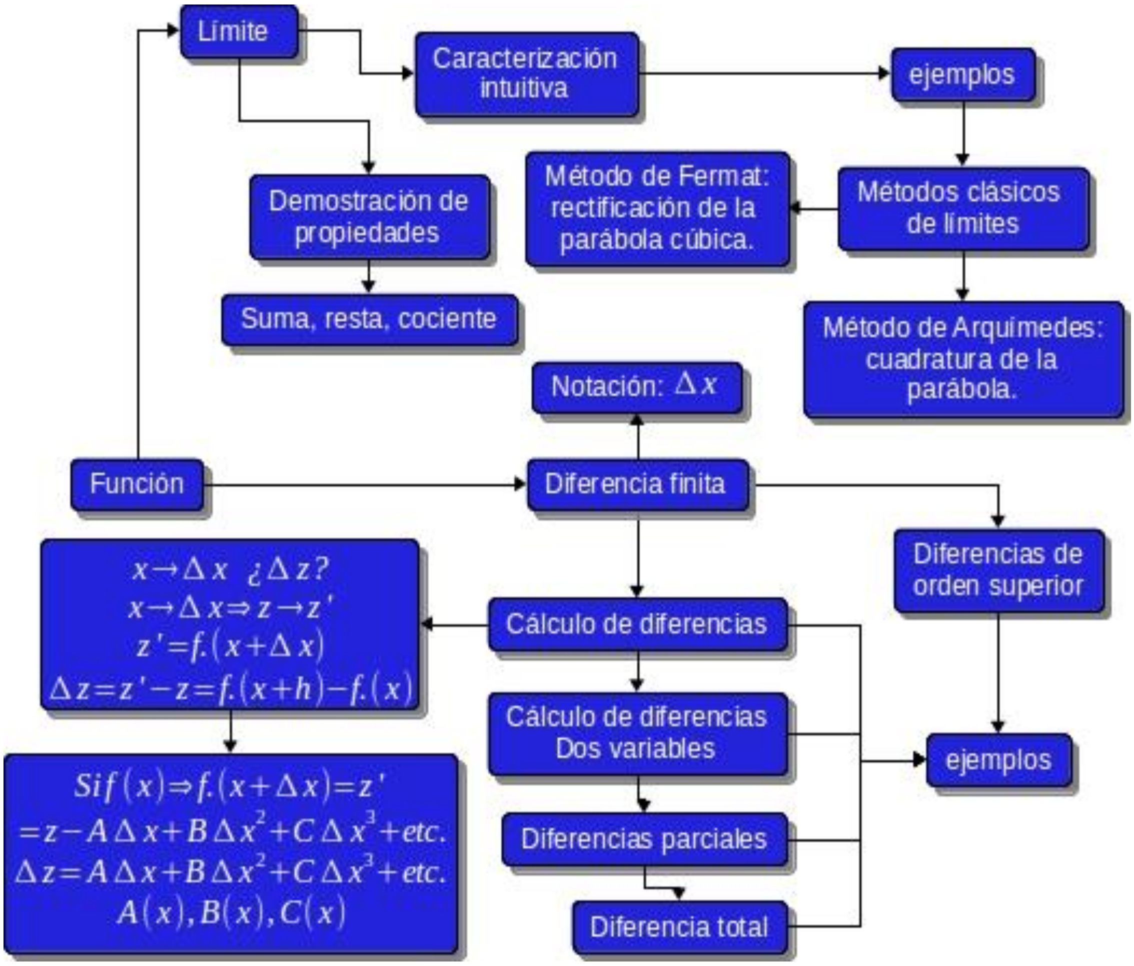
4.9.2 Análisis de contenido de la sección de límites y cálculo de diferencias

Identificación de los focos conceptuales que guían la secuenciación de contenidos

En este caso se presenta la idea intuitiva de lo que es un límite, cómo se calcula, propiedades aplicables a las series y teoremas fundamentales sobre límites. Asimismo, presenta una aplicación de los límites a los trabajos de Arquímedes y Fermat.

Otro de los elementos necesarios para el cálculo diferencial, presenta el significado, como calcularlas para una y dos variables (parciales y total). Así como las diferencias segundas y terceras.

El mapa conceptual correspondiente es el siguiente:



Sistemas de representación

Textuales

Y así, si queremos circunscribir á una curva dos figuras que la una sea mayor que la curva y la otra menor, pero que se diferencien en un intervalo menor que qualquiera otro dado, será muy fácil la construccion; pues siendo dada, por el método ya conocido de las tangentes, la tangente del punto A, será dado el ángulo QAB; y como el ángulo QBA es recto, queda determinado el triángulo, y por lo mismo es conocida la relacion de AQ:AB. Pero se ha de observar que la division de la base se haga de tal modo que la diferencia de las rectas sea menor que qualquiera otra dada; lo que conseguiremos buscando dos rectas que esten en la relacion dada, que se excedan en una recta que sea menor que la dada. Este problema es fácil, y se ha de procurar que la porcion AB de la base no sea mayor que la menor de las dos que satisfacen al problema (*).

Y habiendo hallado de este modo dos figuras circunscriptas á la curva, una mayor y otra menor que la expresada curva, que se excedan mutuamente en un intervalo menor que qualquiera otro dado, con mayor razon la mayor de las circunscriptas excederá á la curva en un intervalo aun menor; y la menor de las circunscriptas será excedida por la curva en un intervalo aun menor.

Vallejo, 1813b; p. 93

Del Cálculo de las Diferencias.

503 Hasta aqui no hemos considerado en las funciones sino su desarrollo, y hemos investigado sus límites; ahora nos vamos á ocupar de sus incrementos ó decrementos. Sabemos por la idea que tenemos de funcion que si la variable se altera, se alterará la funcion; y por lo mismo tratamos de determinar quál es el incremento ó decremento que sobreviene á la funcion, dado el que sobreviene á su variable.

Si una cantidad variable tal como x aumenta ó disminuye y se llega á convertir en $x \pm k$, la cantidad indeterminada k que es la que ha causado su aumento ó su disminucion, se llama el *incremento*, la *diferencia finita*, ó simplemente la *diferencia* de dicha variable. Del mismo modo si variando z llega á ser $z \pm h$, la cantidad indeterminada h se llama la diferencia de z, cuyas diferencias serán positivas ó negativas segun x y z hayan aumentado ó disminuido. Pero como muchas veces se ofrece considerar en una misma qüestion las diferencias de muchas variables y sus funciones, á fin de expresarlas con mas sencillez, y guardar uniformidad, se hace uso de un signo general Δ que es la *delta* griega, anteponiéndole á la variable, cuya diferencia se quiere expresar; así, en lugar de $\pm k$ se suele escribir $\pm \Delta x$; y $\pm \Delta z$ en lugar de $\pm h$; cuyo signo tiene ademas la ventaja de manifestar inmediatamente el orígen x, ó z de dichas diferencias.

Las varias potencias $(\Delta x)^2, (\Delta x)^3, (\Delta x)^4$&c de la diferencia de una cantidad variable x, se expresan mas sencillamente por $\Delta x^2, \Delta x^3, \Delta x^4$,&c.; y paraque estas diferencias no se tomen por las diferencias respectivas de x^2, x^3, x^4,&c. se denotan estas por $\Delta.x^2, \Delta.x^3, \Delta.x^4$,&c.

Entendido esto, pasemos á resolver este problema.

Dada la diferencia de una variable, encontrar la de la funcion.

Res. y *Dem.* Substitúyase en la funcion en vez de la variable la variable mas ó menos su diferencia, y de esto réstese la funcion primitiva,

Vallejo, 1813b; p. 98

Simbólico

DE LAS DIFERENCIAS. 101

$$z'=a\frac{x\pm\Delta x}{b+x\pm\Delta x}=(*)a\left(\frac{x}{b+x}\pm\frac{b\Delta x}{(b+x)^2}-\frac{b\Delta x^2}{(b+x)^3}\pm\frac{b\Delta x^3}{(b+x)^4}+\&c.\right),$$

lo que da $z'-z=\Delta z=a\left(\pm\frac{b\Delta x}{(b+x)^2}-\frac{b\Delta x^2}{(b+x)^3}\pm\frac{b\Delta x^3}{(b+x)^4}+\&c.\right)$.

Pasemos ya á las funciones trascendentes, y supongamos que sea z el logaritmo neperiano de x, y tendremos

$$z'=\log.(x\pm\Delta x)=\log. x\left(1\pm\frac{\Delta x}{x}\right)=\log. x+\log.\left(1\pm\frac{\Delta x}{x}\right),$$

y por consiguiente

$$z'-z=\Delta z=\log.\left(1\pm\frac{\Delta x}{x}\right)=[\S 472]\pm\frac{\Delta x}{x}-\frac{\Delta x^2}{2x^2}\pm\frac{\Delta x^3}{3x^3}-\&c.$$

En el sistema de los logaritmos de Neper el módulo es igual con 1; pero si se pidiese la diferencia relativa á otro sistema qualquiera, cuyo módulo $=M$, seria $\Delta z=M\left(\pm\frac{\Delta x}{x}-\frac{\Delta x^2}{2x^2}\pm\frac{\Delta x^3}{3x^3}-\&c.\right)$.

Vallejo, 1813b; p. 101

y tendremos $z'=a(x\pm\Delta x)^n=a(x^n\pm nx^{n-1}\Delta x+\frac{n(n-1)}{2}x^{n-2}\Delta x^2\pm\ldots n\times\frac{n-1}{2}\times\frac{n-2}{3}x^{n-3}\Delta x^3+\&c.)$,

de donde resulta $\Delta z=z'-z=a(x^n\pm nx^{n-1}\Delta x+n\times\frac{n-1}{2}x^{n-2}\Delta x^2\pm\ldots n\times\frac{n-1}{2}\times\frac{n-2}{3}x^{n-3}\Delta x^3+\&.)-ax^n=a(\pm nx^{n-1}\Delta x+n.\frac{n-1}{2}x^{n-2}\Delta x^2\pm n\times\frac{n-1}{2}\times\frac{n-2}{3}x^{n-3}\Delta x^3+\&c.)$.

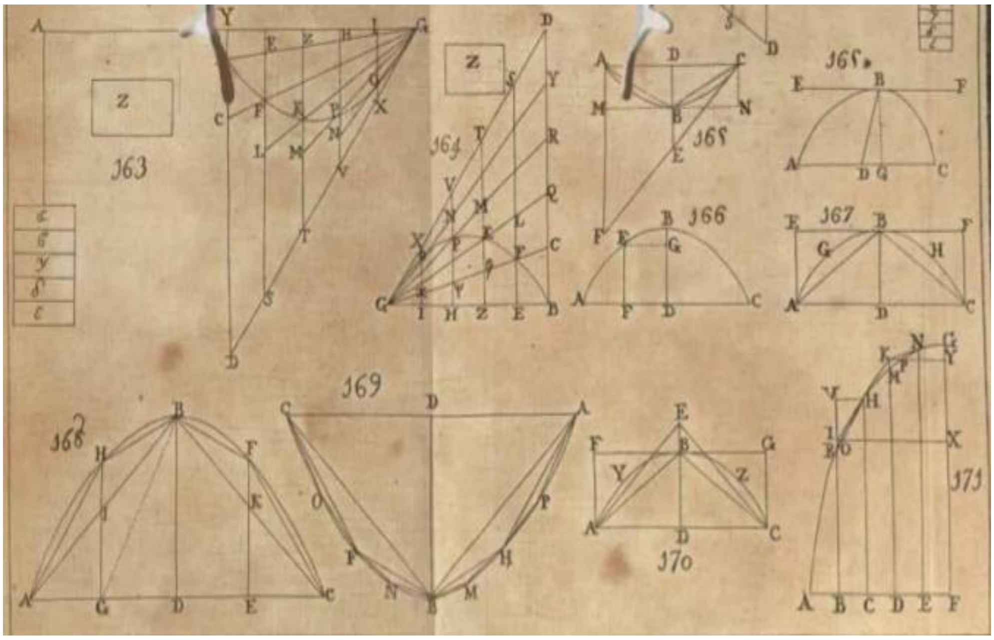
Vallejo, 1813b; p. 100

Esquemas

$$\begin{cases}YT:GH::OG:KL\\ XS:FG::FP:KL\end{cases}$$

Vallejo, 1813b; p. 95

Figurales. 31 figuras 148-178, en tres láminas al final del libro, correspondientes a la parte de límites.



Vallejo, 1813b, lám. 10

Fenomenología

Toda la sección transcurre en un contexto matemático.

Sea $z=\text{sen.}x$ y será $z'=\text{sen.}(x\pm\Delta x)=\text{sen.}x\ \cos.\Delta x\pm\cos.x\ \text{sen.}\Delta x$; pero suponiendo el radio igual con 1 es

$$[\S 475 \text{ y } 474]\ \cos\Delta x=1-\frac{\Delta x^2}{2}+\frac{\Delta x4}{2\times3\times4}-\&c.$$

$$\text{sen. } \Delta x=\Delta x-\frac{\Delta x3}{2\times3}+\frac{\Delta x5}{2\times3\times4\times5}-\&c.$$

luego $z'=\text{sen.}x\pm\Delta x\ \cos.x-\frac{\Delta x^2}{2}\text{sen.}x\mp\frac{\Delta x3}{2\times3}\cos.x+\&c.$;

y $\Delta z=\pm\Delta x\ \cos.x-\frac{\Delta x^2}{2}\text{sen. } x\mp\frac{\Delta x3}{2\times3}\cos.\ x+\&c.$

Se fuese $z=\cos.x$ tendríamos

$z'=\cos.(x\pm\Delta x)=\cos.x\ \cos.\Delta x\mp\text{sen.}x\ \text{sen. } \Delta x=$

$\cos.\ x\mp\Delta x\ \text{sen. } x-\frac{\Delta x^2}{2}\cos.x\pm\frac{\Delta x3}{2\times3}\text{sen } x+\&c.$

de donde inferiríamos $\Delta z=\mp\Delta x\ \text{sen. } x-\frac{\Delta x^2}{2}\cos.\ x\pm\frac{\Delta x3}{2\times3}\text{sen.}x+\&c.$

Vallejo, 1813b; p. 102

4.9.3 Análisis de contenido del Cálculo diferencial

Identificación de los focos conceptuales que guían la secuenciación de contenidos

Como se puede ver en la p. 109 (Vallejo, 1813b), es en este punto hacia donde converge todo lo anteriormente tratado.

DEL CALCULO DIFERENCIAL.

Principios de la diferenciacion de las funciones de una sola variable.

509 Hasta aqui solo hemos considerado en las funciones su desarrollo, su transformacion, sus límites, y sus incrementos ó decrementos; ahora nos dirigimos á encontrar el límite de la relacion de la diferencia ó incremento de la funcion con el de la variable, que formará el asunto de nuestras investigaciones.

En efecto, hemos visto que siendo $z=f.(x)$ resulta

$$\Delta z=A\Delta x+B\Delta x^2+C\Delta x^3+D\Delta x^4+\&c.;$$

luego si hallamos la relacion que tiene el incremento ó diferencia Δz de la funcion con el incremento ó diferencia Δx de la variable, tendremos

$$\frac{\Delta z}{\Delta x}=A+B\Delta x+C\Delta x^2+D\Delta x^3+\&c.,$$

donde se ve que la relacion de los incrementos de la funcion y de la variable se compone de dos partes, la una independiente de dichos incrementos que es A, y la otra que está afecta de Δx, ó que depende del incremento de la variable. Si se supone que la cantidad Δx vaya disminuyendo, el resultado se aproximará sin cesar á A, y no llegará á ser igual con A, sino quando $\Delta x=o$; de modo que A es el límite de la relacion $\frac{\Delta z}{\Delta x}$, es decir el valor hácia el qual se dirige sin cesar á medida que la cantidad Δx disminuye, y al que se puede aproxîmar tanto como se quiera.

Pero quando $\Delta x=o$ resulta $\Delta z=z'-z=o$, luego la relacion $\frac{\Delta z}{\Delta x}$ se convierte en $\frac{o}{o}$, y no se aniquila, puesto que es igual con A; donde vemos que desvaneciéndose los incrementos de la funcion y de la variable al mismo tiempo, conservan aun la relacion á que se han aproxîmado por grados.

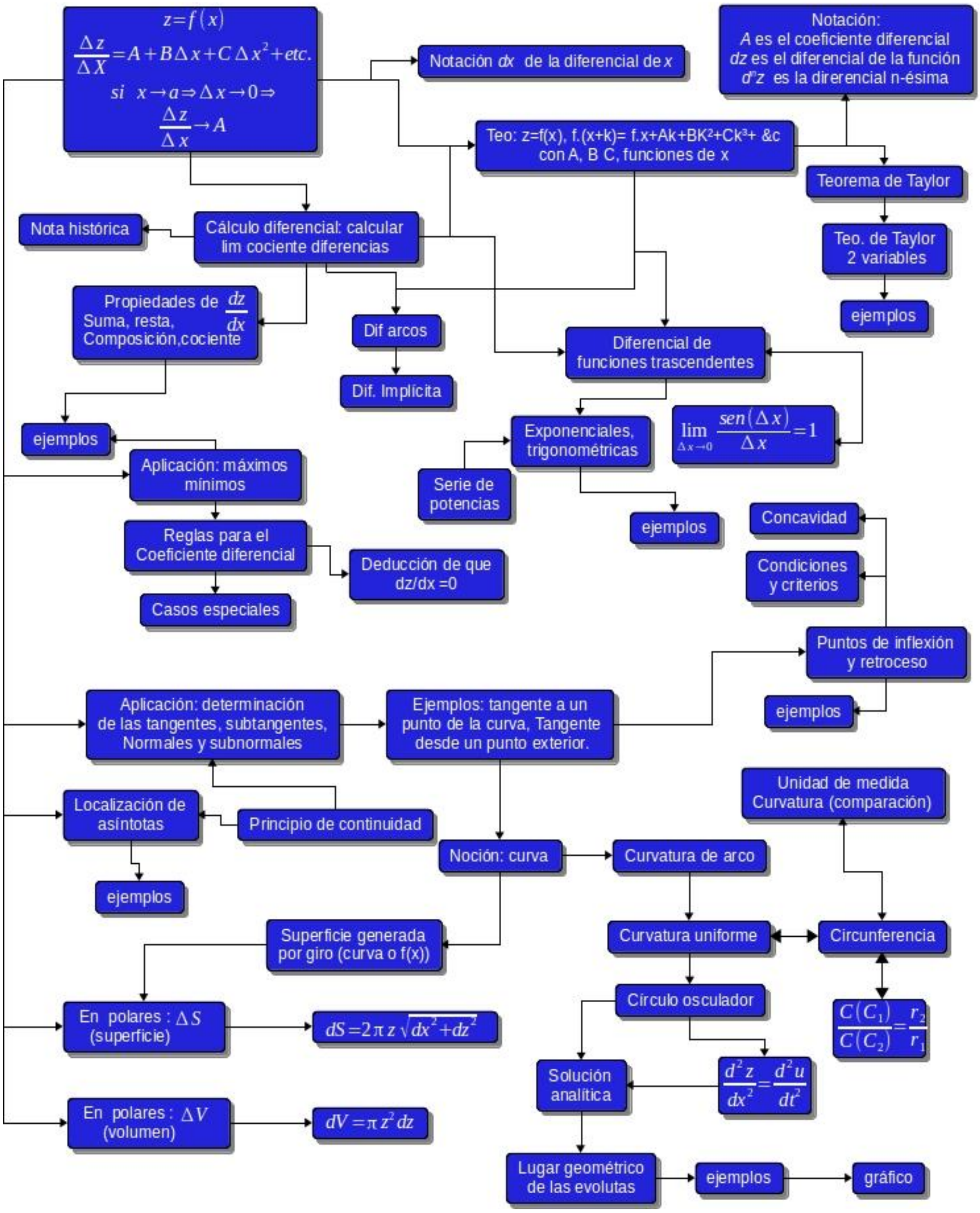
Entre la funcion primitiva y el límite de esta relacion hay una dependencia que determina la una cantidad por medio de la otra; y todos los medios que la análisis indeterminada nos ofrece para conseguir este fin, estan comprendidos en el tratado que se conoce en general con el nombre de *Cálculo infinitesimal*.

La primera parte del cálculo, según se plantea, es: dada una función calcular el límite del cociente de las diferencias de toda la serie de funciones que se anteriormente se han caracterizado. En un segundo momento se centrará en las aplicaciones de estos cálculos a otros elementos de la matemática (solamente en un contexto matemático) como lo son los máximos y mínimos, cálculo de tangentes, normales, áreas y superficies.

Así mismo, expresa más adelante esta idea de forma sintética (Vallejo, 1813b; p. 114):

Luego segun todo lo expuesto, el cálculo diferencial es *aquel ramo de la análisis indeterminada, que enseña á determinar el límite de la relacion de los incrementos simultaneos de una funcion y de la variable ó variables de que depende.*

El mapa conceptual del cálculo diferencial es el siguiente:



Sistemas de representación

Textuales:

Luego segun todo lo expuesto, el cálculo diferencial es *aquel ramo de la análisis indeterminada, que enseña á determinar el límite de la relacion de los incrementos simultaneos de una funcion y de la variable ó variables de que depende.*

515 Aunque se puede tomar por evidente que dos funciones iguales deben tener diferenciales iguales, no obstante, como es una de las proposiciones fundamentales, es indispensable hacer palpable esta verdad; porque ninguna reflexîon que aclare una proposicion está demas para el principiante.

Vallejo, 1813b; p. 114

Simbólicos: El uso de símbolos para representar ideas es extensivo en el cálculo diferencial.

$$\frac{dz}{dx}=nax^{n-1},$$

$$\frac{d^2z}{dx^2}=n(n-1)ax^{n-2},$$

$$\frac{d^3z}{dx^3}=n(n-1)(n-2)ax^{n-3},$$

$$\frac{d^4z}{dx^4}=n(n-1)(n-2)(n-3)ax^{n-4},$$

$$\frac{d^5z}{dx^5}=n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)ax^{n-5},$$

&c.

Vallejo, 1813b; p. 119

$$dz=d.x^{-n}=\frac{-nx^{n-1}dx}{x^{2n}}=-nx^{n-1-2n}dx=-nx^{-n-1}dx.$$

Vallejo, 1813b; p. 125

<u>Listas</u>

1.° $\cos. x = \text{sen.}\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$, $d. \cos. x = d. \text{sen.}\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$;
y como por lo que precede
$d. \text{sen.}\left(\frac{1}{2}\pi - x\right) = d.\left(\frac{1}{2}\pi - x\right) \cos.\left(\frac{1}{2}\pi - x\right) = - dx. \cos.\left(\frac{1}{2}\pi - x\right)$,
y $\cos.\left(\frac{1}{2}\pi - x\right) = \text{sen.}x$, será $d. \cos. x = - dx\ \text{sen.}x$.
2.° Pues que $\text{sen. vers.}x = 1 - \cos.x$,
se tendrá $d. \text{sen. vers.}\ x = - d. \cos.x = dx.\ \text{sen.}x$.

3.° Siendo $\text{tang.}\ x = \dfrac{\text{sen.}x}{\cos.x}$, tendremos

$$d. \text{tang.}\ x = \frac{\cos. x\ d.\ \text{sen.}\ x - \text{sen.}\ x\ d.\ \cos.\ x}{\cos.^2 x} =$$
$$\frac{\cos. x\ dx\ \cos. x - \text{sen.}\ x \times - dx\ \text{sen.}\ x}{\cos.^2 x} = \frac{\cos.^2 x dx + \text{sen.}^2 x dx}{\cos.^2 x} =$$
$$\frac{(\cos.^2 x + \text{sen.}^2 x) dx}{\cos.^2 x} = \frac{dx}{\cos^2 x}.$$

4.° Como $\cot.x = \dfrac{1}{\text{tang.}x}$, será $d.\cot.x = - \dfrac{d.\text{tang.}x}{\text{tang.}^2 x} = - \dfrac{\frac{dx}{\cos.^2 x}}{\text{tang.}^2 x} =$

$$- \frac{dx}{\cos.^2 x\ \text{tang.}^2 x} = - \frac{dx}{\cos.^2 x \dfrac{\text{sen.}^2 x}{\cos.^2 x}} = - \frac{dx}{\text{sen.}^2 x}.$$

5.° Siendo $\text{sec.}\ x = \dfrac{1}{\cos.\ x}$ tendremos

$$d.\ \text{sec.}x = - \frac{d.\cos.x}{\cos.^2 x} = \frac{\text{sen.}x dx}{\cos.^2 x} = \frac{1}{\cos.x} \times \frac{\text{sen.}x}{\cos.x} \times dx = dx\ \text{tang.}x.\text{sec.}x;$$

porque $\dfrac{\text{sen.}x}{\cos.x} = \text{tang.}x$, y $\dfrac{1}{\cos.x} = \text{sec.}x$.

Vallejo, 1813b; p.143

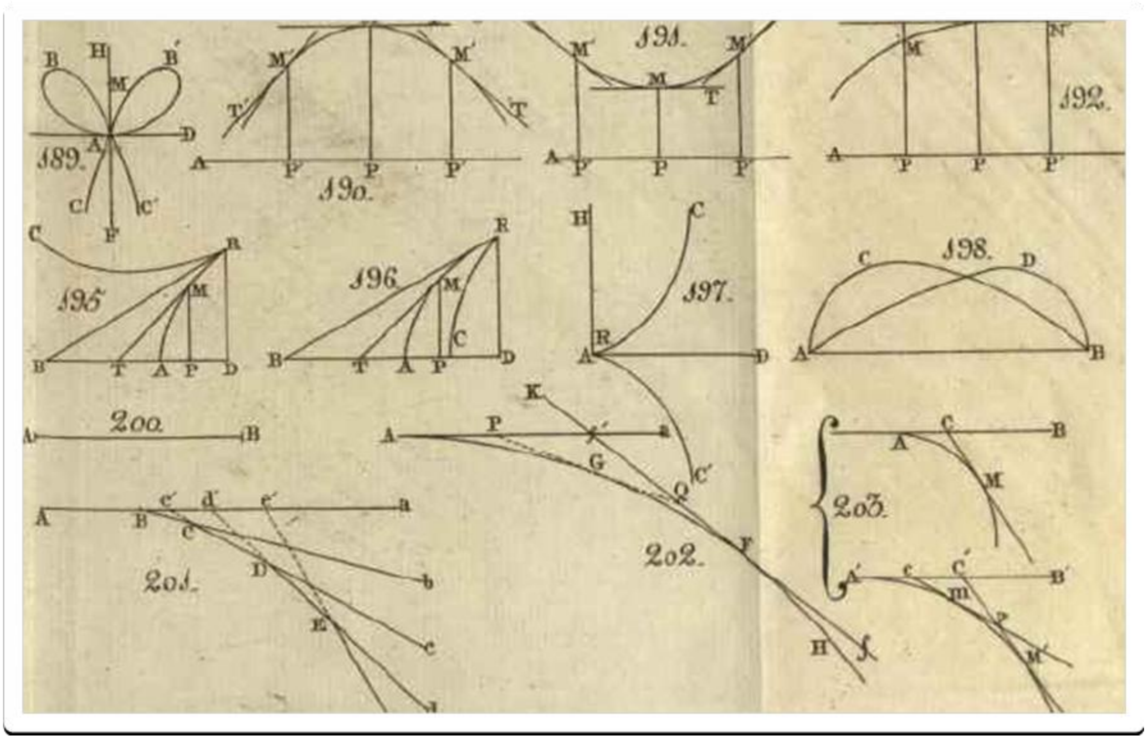
<u>Esquemas</u>

$$\left.\begin{aligned} f.(x+k,u+h) = z &+ \frac{dz}{du} \times \frac{h}{1} + \frac{d^2z}{du^2} \times \frac{h^2}{1\times2} + \frac{d^3z}{du^3} \times \frac{h^3}{1\times2\times3} + \&c. \\ &+ \frac{dz}{dx} \times \frac{k}{1} + \frac{d^2z}{dudx} \times \frac{h\times k}{1\times1} + \frac{d^3z}{du^2dx} \times \frac{h^2}{1\times2} \times \frac{k}{1} + \&c. \\ &+ \frac{d^2z}{dx^2} \times \frac{k^2}{1\times2} + \frac{d^3z}{dudx^2} \times \frac{h}{1} \times \frac{k^2}{1\times2} + \&c. \\ &+ \frac{d^3z}{dx^3} \times \frac{k^3}{1\times2\times3} + \&c. \end{aligned}\right\} (r)$$

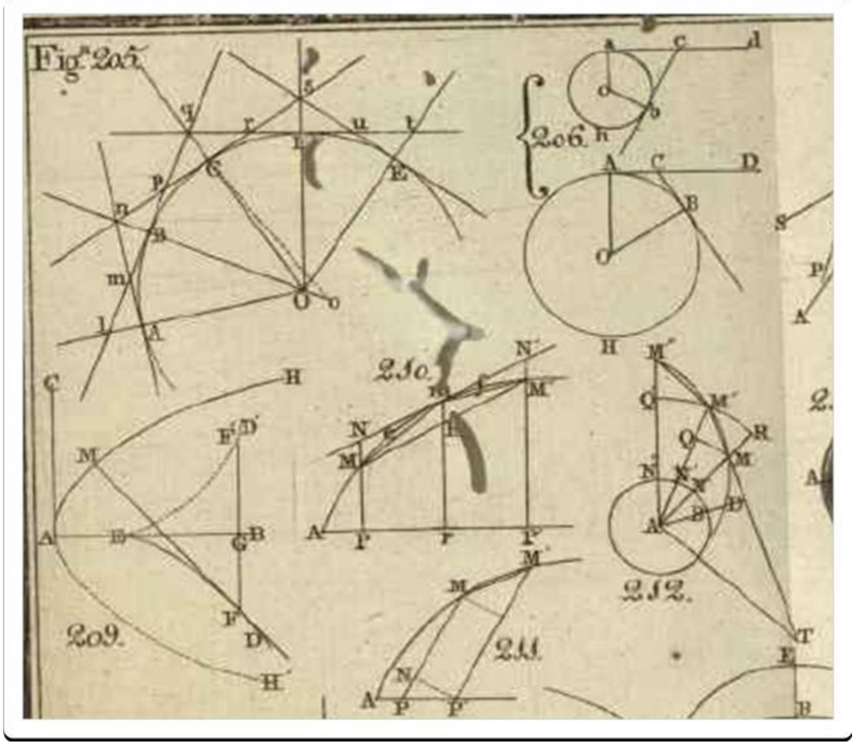
Vallejo, 1813b; p.132

<u>Figurales – gráficas</u>. Son 34 imágenes al final del libro, distribuidas en 3 láminas.

Si bien en casi todas de ellas aparecen ejes cartesianos, en la mayoría de las veces hace uso de la imagen para discutir acerca de las curvas, de sus características, sobre todo de la forma, atendiendo en poco a su posición con respecto de los ejes. En sí las imágenes representan gráficas (salvo en las que desembocan en un lugar geométrico), pero en el uso, son más bien representaciones figurales sobre las que se discuten propiedades de la forma.



Vallejo, 1813b, lám. 13



Vallejo, 1813b, lám. 13

Fenomenología

La totalidad del cálculo diferencial se encuentra presentado en un contexto matemático.

Exemplo 2.° Sea $z^n=x$ la equacion propuesta, la qual suponiendo n positiva, representa las parábolas de todos los grados y tendremos

$$\frac{dx}{dz}=nz^{n-1},\ \frac{dz}{dx}=\frac{1}{nz^{n-1}},\ \frac{zdx}{dz}=nz^n=nx,\ \frac{xdz}{dx}=\frac{z}{n}=\frac{x^{\frac{1}{n}}}{n},$$

$$z\frac{dx}{dz}-x=(n-1)x,\ z-x\frac{dz}{dx}=x^{\frac{1}{n}}-\frac{x^{\frac{1}{n}}}{n},$$

y como estas cantidades son infinitas en el supuesto de serlo x, inferimos que las parábolas de qualquier grado que sean, no tienen asíntota alguna.

Vallejo, 1813b; p. 181

4.9.4 Análisis de contenido del Cálculo Integral

Identificación de focos conceptuales

La idea que guía la secuenciación de los contenidos podemos verla aquí:

629 El cálculo integral tiene por objeto segun hemos dicho [509] *manifestar qual es la funcion primitiva, dado el límite de la relacion entre el incremento de la funcion y de la variable.* De donde se deduce que siendo el inverso al cálculo diferencial, las reglas para integrar han de ser las opuestas á las que se dieron para diferenciar.

La exposicion de los principios de este cálculo presenta divisiones análogas á las que nos ofreció el cálculo diferencial; y así como tratando

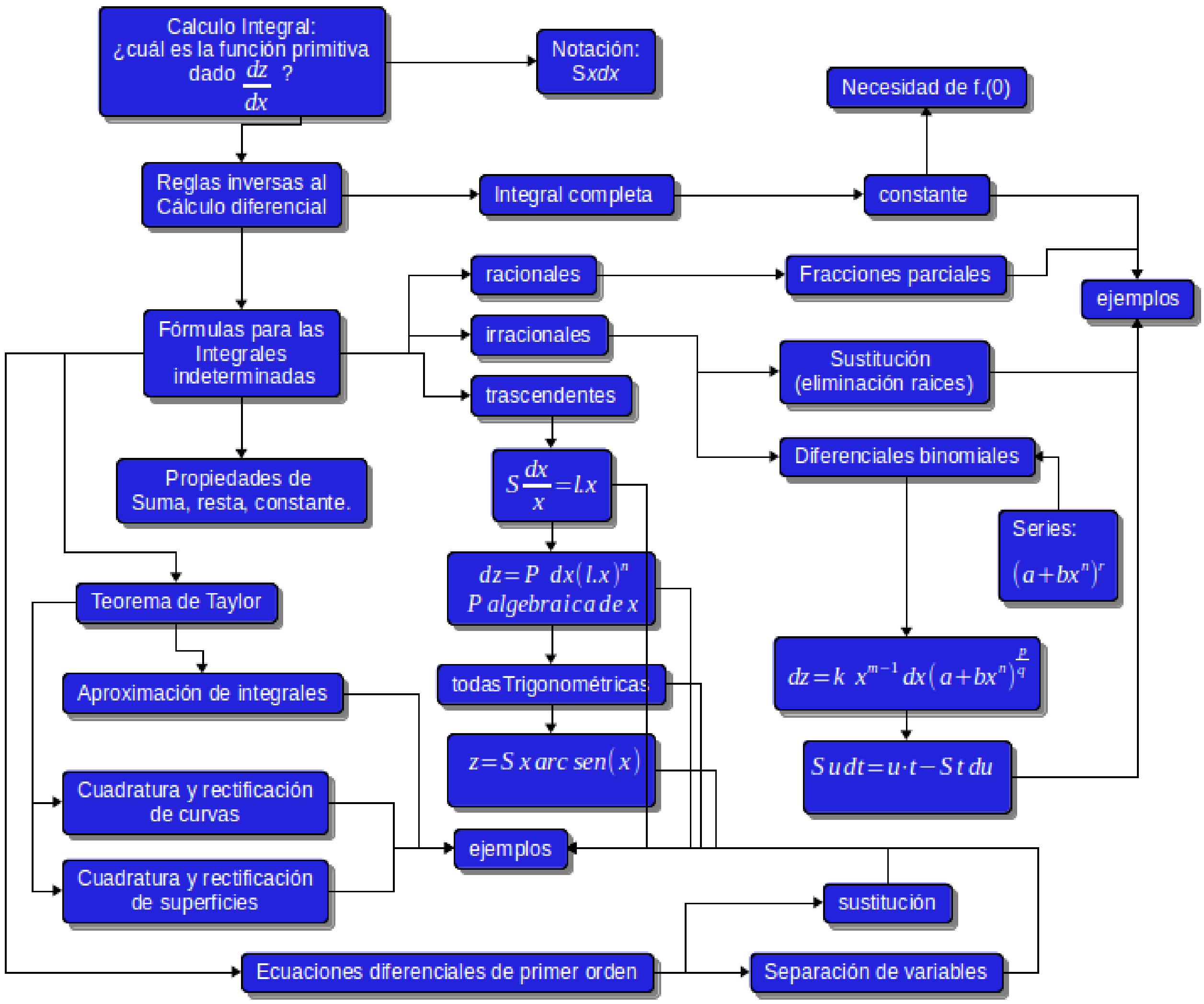
Vallejo, 1813b; p. 205

Se centra, principalmente, en la búsqueda de la primitiva de una función teniendo la diferencial. Considerando al Cálculo Integral como inverso del diferencial, siguiendo, de hecho, el mismo camino que se siguió para el Diferencial.

Calcula las integrales de las racionales, irracionales, trascendentes, más o menos en el orden que se siguió en el Cálculo Diferencial.

Posteriormente lo usará en algunas aplicaciones como son la cuadratura de curvas y cálculo de superficies y volúmenes. Finalmente dará una breve introducción a las ecuaciones diferenciales.

El mapa conceptual correspondiente es el siguiente:



Sistemas de representación

Los sistemas de representación usados en el Cálculo Integral son los siguientes:

<u>Textuales</u>

656 El desarrollo de las integrales en serie, no conduce á una aproxîmacion sino quando las series que se obtienen por este medio son convergentes, lo que no sucede siempre. Por esta causa han procurado los Analistas buscar los medios de obtener valores aproxîmados de las integrales, qualesquiera que sean las funciones diferenciales propuestas. Vamos á exponer aqui lo que ha dado Euler sobre este punto en su tratado de cálculo integral.

Vallejo, 1813b; p. 229

Simbólicos

$$dz = \frac{udu}{ul.a\sqrt{1+u^n}} = \frac{du}{l.a\sqrt{1+u^n}}.$$

E2

Vallejo, 1813b; p. 225

Listas

entero. Sea por exemplo $dz = x^m dx(l.x)^2$; y tendremos

$$1.^{\circ}\ S.x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} = N.$$

$$2.^{\circ}\ S.N\frac{dx}{x} = S.\frac{x^{m+1}}{m+1} \times \frac{dx}{x} = S.\frac{x^m}{m+1}dx = \frac{x^{m+1}}{(m+1)^2} = M.$$

$$3.^{\circ}\ S.M\frac{dx}{x} = S.\frac{x^m}{(m+1)^2}dx = \frac{x^{m+1}}{(m+1)^3} = L;$$

Vallejo, 1813b; p. 225

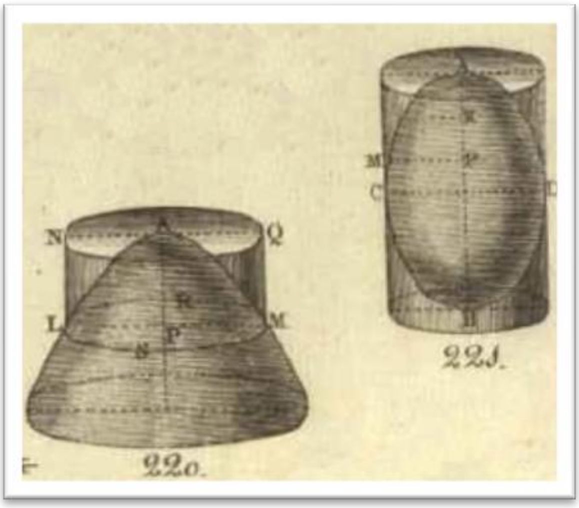
Esquemas

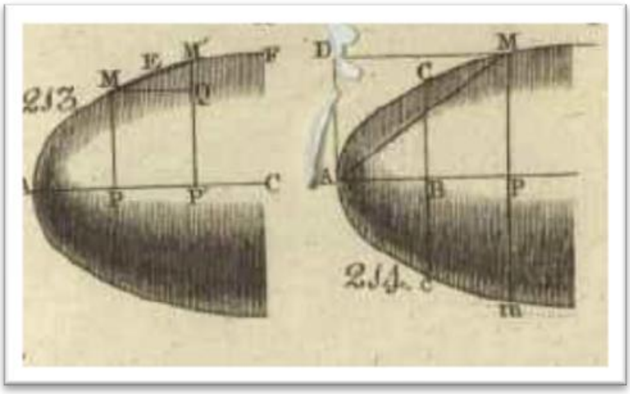
DEL CÁLCULO INTEGRAL. 229

$$\left.\begin{array}{l}
d.\,\text{sen.}\,nu = ndu.\,\cos.\,nu. \\
d.\,\cos.\,nu = -ndu.\,\text{sen.}\,n \\
d.\,\text{tang.}\,nu = \dfrac{ndu}{(\cos.nu)^2}. \\
d.\,\cot.\,nu = -\dfrac{ndu}{(\text{sen.}\,nu)^2}. \\
d.\,\sec\,nu = \dfrac{ndu.\,\text{sen.}\,nu}{(\cos.\,nu)^2}. \\
\\
d.\,\text{cosec.}\,nu = -\dfrac{ndu.\,\cos.\,nu}{(\text{sen.}\,nu)^2}.
\end{array}\right\}\ \text{será}\ \left\{\begin{array}{l}
S.du.\,\cos.nu = \dfrac{1}{n}\,\text{sen.}nu + const. \\
S.du.\,\text{sen.}nu = -\dfrac{1}{n}\cos.nu + const. \\
S.\,\dfrac{du}{(\cos.\,nu)^2} = \dfrac{1}{n}\,\text{tang.}nu + const. \\
S.\dfrac{du}{(\text{sen.}\,nu)^2} = -\dfrac{1}{n}\cot.nu + const. \\
S.\dfrac{du.\,\text{sen.}\,nu}{(\cos.\,nu)^2} = \dfrac{1}{n}\sec.nu + const. = \\
\dfrac{1}{n.\,\cos.\,nu} + const. \\
S.\dfrac{du.\,\cos\,nu}{(\text{sen.}\,nu)^2} = -\dfrac{1}{n}\,\text{cosec.}nu. + const. = \\
-\dfrac{1}{n.\,\text{sen.}\,nu} + const.
\end{array}\right.$$

Vallejo, 1813b; p. 229

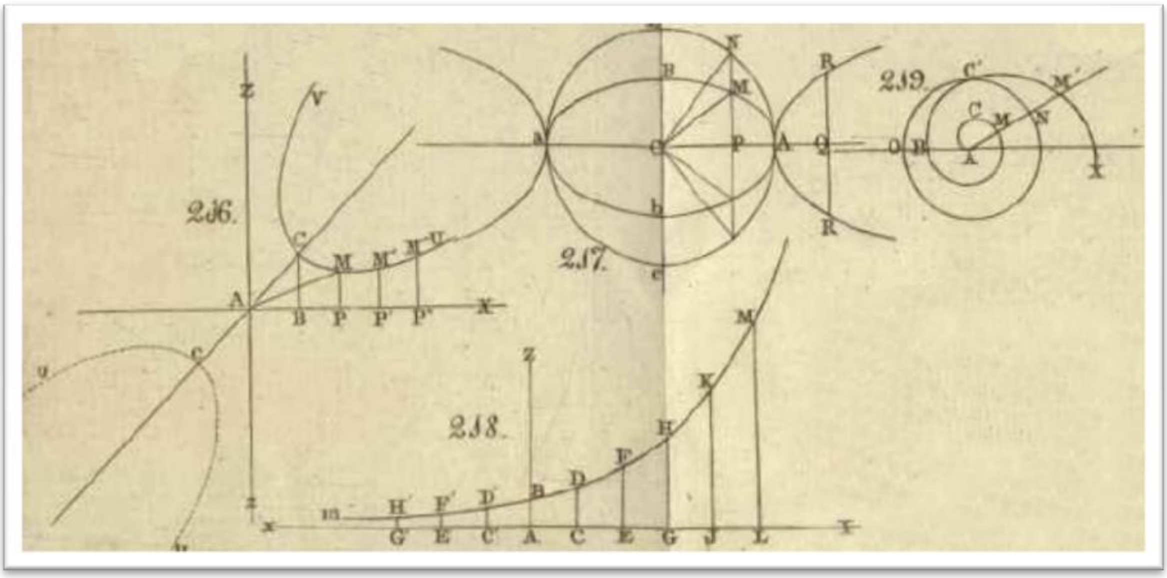
Figurales

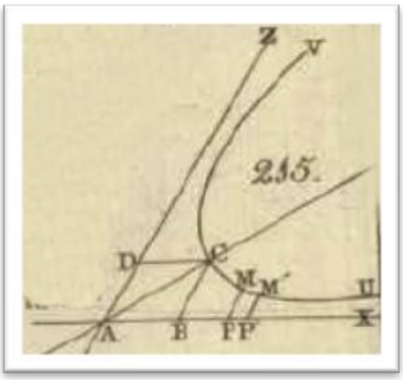




Vallejo, 1813b, Lám. 13

Gráficos.





Vallejo, 1813b, Lám. 13

4.9.5 Contexto Histórico del Tratado Elemental de Matemáticas

La historia del Tratado de Matemáticas de Vallejo puede situarse en el momento en que él no tenía un sólo libro publicado y siendo el profesor del Seminario de Nobles de Madrid le llega la orden real de formar una obra para uso en el mencionado Seminario.

Este es el motivo porque me estremecí quando mi xefe inmediato el Señor Don Andrés Lopez de Sagastizabal, digno Director del Seminario, me comunicó las sabias órdenes Reales que habia para formar el curso de estudios de aquella Real casa, encargándome la parte Matemática correspondiente á tal empresa. Pues si exâminamos el carácter del espíritu huma-

En la Memoria sobre la curvatura, 1807; p. 4

Los primeros dos tomos del *Tratado*, si bien se imprimieron en 1812-1813, la primera versión estuvo lista hacia 1807 (según se cita en Hernanz, Medrano, 1990, la empieza en 1804), cuando desempeñando Vallejo una de las Cátedras de Matemáticas en el Real Seminario de Nobles de Madrid, a la luz de las sugerencias de lectura del director de dicha casa de estudios, Andrés López Sagastizabal, se dio a la tarea de analizar una serie de libros, que le permitieron componer estos dos tomos.

bre cada uno de ellos, y en conseqüencia emprendí mi trabajo; de modo que al concluirse el curso del año de 1807 me hallé con el manuscrito de la parte elemental de las materias que pueden explicarse en los dos años que se destinan en las Cátedras del Seminario para la enseñanza de estas ciencias.

Vallejo, 1812b; p. 3, Tratado

Su historia está ligada a las obras que le anteceden, ya estas obras fueron "ensayos" que hizo Vallejo antes de escribirlo. Tal es el caso de la *Aritmética de Niños* en 1804, las *Adiciones a la geometría de Benito Bails*, en 1806a y la *Memoria sobre la curvatura* de 1807.

> Con la mira ya de corresponder á la confianza de S. M. quise ensayar mis propias fuerzas, y siendo la Aritmética lo mas difícil de aprender para el hombre me propuse ver si podía

> descender á poner todos los detalles suficientes para que por un libro se pueda aprender, y los resultados habiendo excedido tal vez á mis esperanzas, publiqué este primer ensayo baxo el título de *Aritmética de Niños.*
>
> Como la Geometría ha sido siempre el modelo del rigor y de la exactitud, y han llegado á desaparecer de los tratados de esta ciencia por la introduccion en ella del infinito, me propuse desde luego suplir esta falta en el primer curso que expliqué, comunicando á mis discípulos con aprobacion de mi xefe, unos cuadernos que sirviendo de adicion al testo que explicábamos, contuviesen la doctrina del círculo, cilindro, cono y esfera con la exactitud propia de esta ciencia, poniendo ántes algunas otras proposiciones indispensables para que no se presentase interrumpida la cadena de conocimiento; y habiendo tenido la aprobacion de muchos inteligentes que asistieron á los certámenes públicos celebrados el 18 de Julio de 1804 en dicho Seminario, los tengo publicados con el título de *Adiciones á la Geometría de Don Benito Bails. (*Vallejo, 1807; p. 6., Memoria sobre la Curvatura…)

Según manifiesta Vallejo en el Prólogo del Tratado (1812b), las situaciones alrededor de la obra no fueron las óptimas. Son presentados al Gobierno a principios de 1808, pero la difícil situación de esos años hizo que la obra se aprobara para su impresión, junto con el primer tomo del *Tratado completo de arte militar*, hasta el año de 1811, por el Segundo Consejo de Regencia, pasando por la aprobación del Primero, que la recomendó como texto para las Universidades y demás estudios de España e Indias.

La composición de ambas obras estuvo confiada tanto al propio Vallejo, como a su hermano Andrés, Calculador del Real Observatorio de Marina de la isla de León, que la llevaron a cabo entre 1810 y 1811. El 5 de mayo de 1812 se hiciera acuse de recibo de seis ejemplares de los primeros tomos del *Tratado Elemental de Matemáticas* y del *Tratado completo del Arte Militar*, este último fue inspirado por la contienda que se vivía en esos momentos y que desde 1809 propusiera Vallejo a la Junta Central para su publicación (Garma, 1963; Gentil, 1999). El 1 de junio de 1813 aparece el segundo tomo del *Tratado Elemental de Matemática*.

La obra, si bien fue escrita para los Seminaristas, Vallejo la escribió, pensando que sirviese para formar a matemáticos profesionales.

> **Como el fin que me propuse al escribir mi tratado elemental de Matemáticas, fue el de formar Matemáticos de profesion, era indispensable que diese á**

Vallejo, 1819a, Tomo I; p. VII. Compendio

En la preocupación por llevar a bien el encargo, se plantea de inicio preguntas de orden didáctico, principalmente sobre la naturaleza de los llamados libros elementales[4]. Parte de la idea de que estas obras son, por una parte, obras que contienen todo el saber relativo a una ciencia, pero que esto no es suficiente, se plantea preguntas sobre la conexión entre los contenidos, el orden a seguir y conocimientos previos. Según se cita

---

4 La Revolución Francesa situó a la Matemática en una elevada posición, esto se tradujo en una amplia difusión. Los libros destinados a ellos eran de un carácter elemetarizador, en el sentido de que contenían "*lo más esencial del conocimiento (en ese sentido eran compendios), puestos en el mejor orden (metódico), de la manera más simple (breve) y del modo más claro (fácil) para "hacer enseñable" ese conocimiento*". Este término llegaría a pervertirse al paso del tiempo, llegándose a entender como los textos que abreviaban un texto voluminoso en otro de menor tamaño, en muchos casos, prescindiendo del rigor y coherencia en el mismo (Sierra, Rico, Gómez, 1997, p. 376)

en la *Memoria en que se tratan algunos puntos*...

> A principio de este siglo se me confirió, en virtud de rigurosa oposición, una de las cátedras de Matemáticas, Fortificación y Ataque y Defensa de las plazas en el Seminario de Nobles de esta capital, y poco tiempo después se me comunicó una Real órden para que compusiese un *Tratado Elemental de Matemáticas*, que sirviese de texto para los Caballeros Seminaristas de aquel establecimiento y demás casas de reino. Al prepararme para cumplir lo que se me preceptuaba tuve muy presente, que aun en las Ciencias mas adelantadas y conocidas, los libros elementales son los mas difíciles de formar; pues en una obra de las que se caracterizan con el nombre de *maestras*, y que solo contienen investigaciones sobre una materia determinada, con tal que se digan verdades, se ha llenado el objeto.
>
> Pero en las obras elementales no basta eso; es necesario no solo decir verdades, sinó disponerlas en un órden conveniente; no olvidar ninguna de las que son esenciales, separar las que son superabundantes; hace que todas se encadenen y se apoyen recíprocamente; en fin, presentarlas con bastante claridad para que sean entendidas por las personas de mediana inteligencia. Por esta razon, se debe proceder con el órden mas escrupuloso, á fin de evitar tránsitos violentos. Y como la inexatitud de las espresiones proviene siempre de la confusión de las idéas, y el dominio de las Matemáticas es tan vasto, no solo todas sus partes tienen entre sí una íntima conexion, y se prestan mutuos auxilios, sinó que, ni todas las cosas que son del dominio de las Matemáticas, y á que se hacen aplicaciones, se pueden comprender sin tener conocimientos prévios de las Ciencias Naturales y Físicas, para poder encadenar y coordinar todo lo que comprendía el desempeño de lo que por dicha Real órden se me encargaba. Por cuyo motivo, tuve que examinar muy detenidamente el método que debía seguir. (Vallejo, 1839; p. 4, Memoria en que se tratan algunos puntos).

Vallejo reflexiona sobre el trabajo de científicos como Laplace y Lagrange, que explicaron las matemáticas. Como quienes les oían tenían los conocimientos necesarios para entender sus explicaciones, sólo manifestaban las ideas generales (la filosofía detrás de ella) suponiendo que sus escuchas podían conocer los detalles. Sin embargo, esto no podía suponerse con los principiantes, por lo que los libros de estos sabios no debían ser considerados para la enseñanza, situación que algunos autores de la época ignoraron (Vallejo, 1821, Tratado).

Previo a la escritura del *Tratado*, Vallejo hizo una revisión de libros de Metafísica como los de Lock, Condillac, Destutt-Tracy con el fin de entender cuál es el mejor modo de escribir las obras elementales. La obra empezó a escribirla suponiendo que el principiante sabía sólo lo que le permitían sus sentidos y sin perder el hilo de las ideas, procura explicar la acepción de cada una de ellas, si dejar huecos o saltos, porque "*de la significación vaga de las palabras, resulta la mayor parte de las disputas y nace también la confusión de las ideas*" (Vallejo, 1841b; p. V).

El método usado se fundamenta en las ideas de Laplace, que dice: "*Preferid en la enseñanza los métodos generales, procurad presentarlos del modo mas simple, y veréis al mismo tiempo que son casi siempre los más fáciles*" (Citado en Vallejo, 1821; p. XIV).

La características que tenía el método para exponer una doctrina, según afirma Vallejo, era que permitiendo mirar el grado de adelantamiento que tenía, conciliaba mejor la claridad, la sencillez, la facilidad en la ejecución de las operaciones y la exactitud. Poniendo así, el mayor de los cuidados en tres puntos esenciales: la elección de la doctrina, el modo de exponerla y la extensión que debía dar a cada ramo particular.

Asimismo, se plantea al final del capítulo primero una serie de directrices que debe de seguir el principiante para estudiar el *Tratado*. Fundamentalmente son leer varias veces, hasta poder retener las ideas que ahí están, y en el caso de las operaciones, plantea una repetición y comparación con el libro hasta tener el mismo resultado del libro:

> ...deberán estudiar esta Obra párrafo por párrafo, procurando percibir bien las ideas que se contienen; lo que conocerán si despues de leídos tres ó quatro veces, sin mirar el libro ven ellos que el órden con que se suceden las ideas en su entendimiento es el mismo que el que tienen en el libro; pero no por esto se ha de creer que esto lo tienen conseguido aprendiendo de memoria las palabras, sino lo que se ha de procurar es conservar en la memoria la sucesion de las ideas; y quando se necesite expresarlas, cada uno usará de las palabras que juzgue mas convenientes.
>
> Ahora, en los párrafos en que esten contenidas las reglas para executar alguna operación, no le hace que despues de entendidas dichas reglas se encomienden á la memoria, por lo qual se presentan con letra bastardilla, despues, deben leer bien los exemplos en que dichas reglas estan contraídas, executando en un papel ó pizarra todas las operaciones que se van expresando; despues, sin mirar el libro han de procurar aplicar por sí dichas reglas generales, que ya han aprendido, á los mismos exemplos en que están contraídas para comparar despues su operación con la que tienen en el libro, y corregir las equivocaciones que hayan padecido; y esto lo deben executar tantas veces como se necesite para que hallen por sí mismos el resultado de la operación del libro, y en caso de no encontrar el mismo deben comparar su operación con la del libro para volverla á executar las veces que se necesite, hasta que lleguen á sacar el mismo resultado. Y despues de conseguido, pueden estar seguros de que saben aquella operacion tan bien como cualquier otro.
>
> Esta prerrogativa que tienen las Matemáticas, no la tiene ninguna otra ciencia; pues en ninguna de ellas se puede lisongear el discípulo de saber lo que ha estudiado con tanta exactitud como el profesor que le ha dirigido. Esto anima mucho al discípulo, y or lo mismo han de procurar quanto antes percibir el espíritu de la ciencia, procurando quanto antes se corra el velo que tiene el entendimiento de todo principiante; pues en este caso ya no les costará ningun trabajo el continuar (Vallejo, 1812, Tratado tomo I, parte I, p. XXIV).

4.9.6 Cambios entre ediciones del Tratado, tomo I, parte I

Tratado elemental, tomo I, parte I. Aritmética y Álgebra. Ediciones consideradas 1812(primera edición) – 1821 (tercera edición)-1841 (cuarta edición).

La edición de 1821 (tercera).

Con respecto a la primera edición (hay una de por medio que no se analiza) se presentan por una parte 8 apéndices y un cambio en la presentación de la obra.

El caso de la presentación de la obra, consiste en marcar con { }, aquellos párrafos que no se consideran primordiales para la enseñanza, como se señala en el prólogo:

> *á lo primero, debo advertir que para acomodar su estudio á las miras de todos los que se dedican á las Matemáticas, he dispuesto que se coloquen entre corchetes { } todos aquellos puntos que no entran en los libros destinados á la enseñanza, dejando fuera las verdades y proposiciones fundamentales que forman el asunto de los cursos públicos. Pero el que quiera profundizar como corresponde en estas ciencias, debe continuar despues con el estudio de los puntos omitidos, añadiendo ademas el de las digresiones, notas y apéndices.*

Vallejo, 1821, tercera edición; p. XXI

Por ejemplo, en la página 141, que trata de la multiplicación de decimales, está el párrafo 146, que nos habla de la multiplicación por potencia de 10 y al final pone ejemplos:

146 De lo que hemos dicho (135) se deduce que un número que lleva enteros y decimales ó decimales solas, se multiplica por 10, *corriendo la coma un lugar hácia la derecha*; por 100, *corriéndola dos*; por 1000, *corriéndola tres*; y en general, para multiplicar por la unidad seguida de cierto número de ceros, *no hai mas que correr la coma tantos lugares hácia la derecha como ceros hai despues de la unidad.*

Si hubiese tantos ceros como guarismos decimales, quedaria hecha la multiplicacion con quitar la coma; y si hubiese ménos guarismos decimales que ceros despues de la unidad, seria necesario borrar la coma y añadir tantos ceros como haya de diferencia entre el número de ceros que siguen á la unidad y los guarismos decimales. V. g. si quisiera multiplicar el número 43,52367 por 100, el producto seria 4352,367; si le hubiera querido multiplicar por 10000, el producto seria 435236,7; si le hubiera querido multiplicar por 100000, el producto seria 4352367; y finalmente si le hubiera querido multiplicar por 10000000, el producto hubiera sido 435236700.

Vallejo, 1821, tercera edición

Posteriormente, está el párrafo 147, que trata de como tratándose de multiplicar dos decimales con enteros y siendo que sólo nos interesa el resultado con algunos decimales es posible hallarlo hacer la multiplicación con todos los decimales.

{ 147 En la práctica ocurre con mucha frecuencia el tener que multiplicar un número compuesto de muchas figuras decimales por otro; y segun el método que se sigue en la multiplicacion, los guarismos que se van sacando son los últimos; pero como segun la mayor ó menor importancia de los resultados, en muchas ocasiones no nos hacen al caso los últimos guarismos por no influir sensiblemente en lo que buscamos, es de la mayor importancia el tener medios de hallar los guarismos que necesitamos sin vernos precisados á encontrar los que vienen despues; por esta causa se ha procurado abreviar esta operacion del modo siguiente.

{ En primer lugar ejecutarémos una multiplicacion; y será por ejemplo la de 53,25261 por 3,2945, donde nosotros á primera vista conocemos que el producto ha de contener nueve guarismos decimales, y si suponemos que no tengamos necesidad sino de tres exactos, verémos el tiempo que nos ahorra la abreviacion. Mas primero ejecutemos la operacion con estension empezando por el guarismo de especie superior como se ve en la página siguiente:

Vallejo, 1821, tercera edición; p. 141.

En este caso, Vallejo considera a este como un caso especial que no es esencial para la comprensión del tema, pero que si es de utilidad para el que quiere profundizar.

Los Anexos presentes en esta edición y que no estaban en la primera edición del *Tratado*, se tiene que son los siguientes:

Apéndice 1°. Sobre el modo de conocer cuando un número es divisibles por 2, por 3, por 4, por 5, por 6, por 7, por 8, por 9, por 10, por 11, por 12, por 13 &c. y en que se demuestran algunas proposiciones relativas á los divisores de los números.

Es parte de la divisibilidad que antes se había tratado en el §79, página 61, del tratado de aritmética, sobre la división de números compuestos por otro número compuesto. Se enumeran 6 usos en la sociedad de la división, en el sexto de ellos, "cuando se quieren hallar todos los números que dividen exactamente á otro dado" (p. 59), en la que se presentan los criterios de divisibilidad y en la nota al pie se demuestran los mismos. El apéndice trata de otro método para comprobar la divisibilidad por cierto número, a base de diferencias, que según dice Vallejo, está más al alcance de los principiantes. Asimismo se demuestran algunas propiedades de la divisibilidad.

Es la única adición a la sección de Aritmética.

El mapa conceptual de esta parte no se modifica, pues presenta un nuevo método.

El tipo de conocimiento es procedimental en forma de algoritmos para determinar la divisibilidad por una cantidad y el razonamiento deductivo para la demostración de las propiedades.

En cuanto a las representaciones, las usuales para este tipo de contenido, simbólicas y textuales. El único contexto en que se desarrolla es el matemático.

Apéndice 2° Sobre el modo de hallar el máximo comun divisor algebráico.

Para la suma de los quebrados literales, en la primera parte del álgebra, se hace uso del común divisor solamente, como el producto de todos los denominadores de los quebrados literales (pág 209, *Tratado*, 1821, tercera edición). En este caso el anexo 2° trata de la deducción del método, del algoritmo para llevar a cabo el cálculo y los ejemplos.

El mapa conceptual se modifica agregando el máximo común denominador a la sección de los quebrados literales.

El tipo de conocimiento es procedimental en forma de algoritmos para determinar la divisibilidad por una cantidad y el razonamiento deductivo para la demostración de las propiedades.

En cuanto a las representaciones, las usuales para este tipo de contenido, simbólicas y textuales. El único contexto en que se desarrolla es el matemático.

Apéndice 3° Demostración algebráica de la teoría de los quebrados literales, prescindiendo de las demostraciones dadas en la aritmética.

En la p. 209 del *Tratado* de 1821, tercera edición, se dice que:

De los quebrados literales.

191 Los quebrados literales ó algebráicos se calculan por las mismas reglas (*) que los numéricos; porque todas las demostraciones que dimos respecto de estos estaban concebidas en términos generales. Así tendré-

En la misma 209, al pie de página dice:

(*) Los que deséen verlas demostradas algebráicamente pueden consultar el apéndice 3.° que se halla al fin de este volúmen.

Dd

El apéndice 3° es lo que se describe, demostración del caso algebraico.

Se le agrega al mapa conceptual la demostración de las reglas para la suma, resta, multiplicación y división.

En cuanto a las representaciones, las usuales para este tipo de contenido, simbólicas y textuales. El único contexto en que se desarrolla es el matemático.

Los apéndices 2° y 3° son adiciones a la primera parte del álgebra.

Apéndice 4° Teoría general de los quebrados continuos.

En este caso en la página 125, de la parte de aritmética se explica qué son los quebrados continuos a partir de los ejemplos. En este apéndice se le da un tratamiento desde el punto de vista algebraico, haciendo uso de algunas propiedades de los quebrados literales. Podría considerarse como una formalización de los quebrados continuos, que en la primera parte son considerados de forma numérica. El mapa, si bien consistiría en añadir a la aritmética la demostración de los métodos propios de los quebrados continuos, tendría una liga con el mapa de la aritmética, ya que usa algunas propiedades de suma, resta, división y potenciación de esa área.

En cuanto a las representaciones, las usuales para este tipo de contenido, simbólicas y textuales. El único contexto en que se desarrolla es el matemático.

Apéndice 5° Deduccion de las fórmulas generales para el despejo de las incógnitas en las ecuaciones determinadas de primer grado; y resolucion del problema de los corréos.

En la p. 238, se plantea la resolución de los sistemas de ecuaciones de 2x2, por los métodos usuales, en este apéndice, se resuelve el caso general por sustitución y describe el método de multiplicar para igualar coeficientes y posteriormente sumar o restar ecuaciones. Aplica el método para el caso general de los sistemas de 3x3. Resuelve el caso general del problema clásico de los correos.

En este caso, el mapa conceptual no se modifica, pues en la parte de sistemas de ecuaciones se pueden considerar los de varias variables y el problema resuelto se engloba en los ejemplos clásicos.

En este caso los sistemas de representación son los usuales, textuales y simbólicos.

En el caso del contexto, el problema puede considerarse como uno de tipo “pseudo-cotidiano”, que ya estaba considerado.

Apéndice 6. Resolucion de las ecuaciones de 3^er^ grado, y de las que, siendo de un grado más elevado, pueden resolverse por el método de ellas.

Apéndice 7° Resolucion de las ecuaciones de 4° grado; de las que, siendo de un grado mas elevado, pueden resolverse por el método de ellas; y observacion general acerca de la resolución de las ecuaciones superiores á las de 4° grado.

En el caso de los apéndices 6° y 7°, son ampliaciones a lo que ya había en el *Tratado*, pues en la versión de 1812 se resuelve sólo el caso general de segundo grado.

218 Las Matemáticas han mudado enteramente de aspecto desde que se adelantó el Álgebra, aplicándola á la Geometría; y todos los grandes progresos se deben á la aplicacion de la análisis, sin embargo de que aun no se pueden resolver con exactitud y generalidad sino las ecuaciones de primero y segundo grado. Hai métodos para resolver las de tercero y cuarto grado (*), y aun para resolver aproximadamente las de un grado cualquiera, que seguramente es una gran ventaja; pero aun dista mucho este ramo del grado de perfeccion que exige su importancia.

Vallejo, 1821, tercera edición; p. 234

El contenido en ambos casos es la deducción del método general para las diferentes formas en que se puede tener la ecuación, la resolución de ecuaciones que pueden reducirse a algunas de las ya resueltas y ejemplos.

En este caso se agregan dos bloques para tercer y cuarto grado al mapa conceptual con los elementos antes descritos.

En el caso de los sistemas de representación, los usuales, textuales y simbólicos.

El contexto sigue siendo el matemático solamente.

Apéndice 8° Cuadro arquitectónico de las Matemáticas.

En este caso es un esquema, de la matemática que refleja parte de la concepción que Vallejo tenía de las mismas.

Son en total de la página 401 a la 460, siendo la última, el cuadro arquitectónico una lámina desplegable.

La edición de 1841b (cuarta)

Los cambios en esta edición, la cuarta, están listados al final del texto y son los siguientes:

Ademas de haberse puesto el mayor esmero en corregir y mejorar todo su contenido, añadiendo cuantos ejemplos se han considerado necesarios para aclarar su doctrina, son dignas de una mencion especial las adiciones siguientes:

1ª En la introduccion se ha puesto por notas lo mas esencial acerca de los diferentes modos con que se esplican la generacion y clasificacion de las ideas y de los verdaderos métodos; se manifiesta la inexactitud á que puede conducir la induccion; se dan noticias de la clasificacion de las ciencias exactas y naturales; y se indica lo que los Alemanes llaman Filosofía trascendental y Filosofía de las Matemáticas.

Esta es una ampliación del contenido de la introducción.

Cambios en la sección de Aritmética

Son 9 cambios que se tienen en la parte de Aritmética, se enumeran a continuación.

2ª En la Aritmética. Se pone en el §23 una nota y una lámina en que están los diversos modos de espresar los números que han existido en diversos países y tiempos, formada por el Sr. José Agustin de Larramendi, Director General que ha sido de Caminos, con presencia del cuadro que Mr. Leslie, famoso matemático inglés, publicó en uno de los suplementos á la Enciclopedia Británica.

3ª En la nota del §27 se ponen las dimensiones de las medidas de sólidos y de líquidos, porque en la Novísima Recopilacion se ha omitido con grave perjuicio del Estado esta parte de la Pragmática de 20 de febrero de 1801; y como dicha Pragmática ya no se encuentra, no tienen los Ayuntamientos, Diputaciones Provinciales, los Letrados, los Tribunales, ni los individuos particulares á donde acudir para investigar si una medida está ó nó arreglada á la ley.

4ª En el §32 al hablar de pesa, que se denomina grano, se pone una nota para manifestar que, ademas esta palabra tiene dos acepciones muy dignas de conocerse; y son lo que se llama grano de ley en la fabricacion de la moneda, y la otra, la que se llama grano al valuar las piedras preciosas por quilates. Para dar á conocer lo que se llama grano de ley de moneda, inserto parte de una Memoria sumamente interesante que Ilmo. Sr. D. Andrés Alcón leyó en la academia de Ciencias Naturales de Madrid el 17 de junio de 1839. Para dar á conocer lo que es grano, al valuar las piedras preciosas se esplica lo que es quilatador, dando á conocer la diferencia que hay entre el quilate de que se habla refiriéndose á la moneda, y el quilate refiriéndose a la valuación de las piedras preciosas; estendiéndome sobre este último punto lo conveniente para evitar el que se repitan los gravísimos perjuicios que han sufrido los Españoles, particularmente en la emigracion de la Guerra de la Independencia, por no estar suficientemente divulgados estos conocimientos.

5ª En la 2ª nota del párrafo 79 se añaden algunas proposiciones interesantes acerca de los números primeros.

6ª En la 3ª nota del mismo § se dan las esplicaciones convenientes acerca de lo que los antiguos llamaban número abundante, número defectuoso ó diminuto, y número perfecto, así como de los números amigos; y se nanifiestan algunas inexactitudes en que se han incurrido anunciando por números primeros los que no lo son.

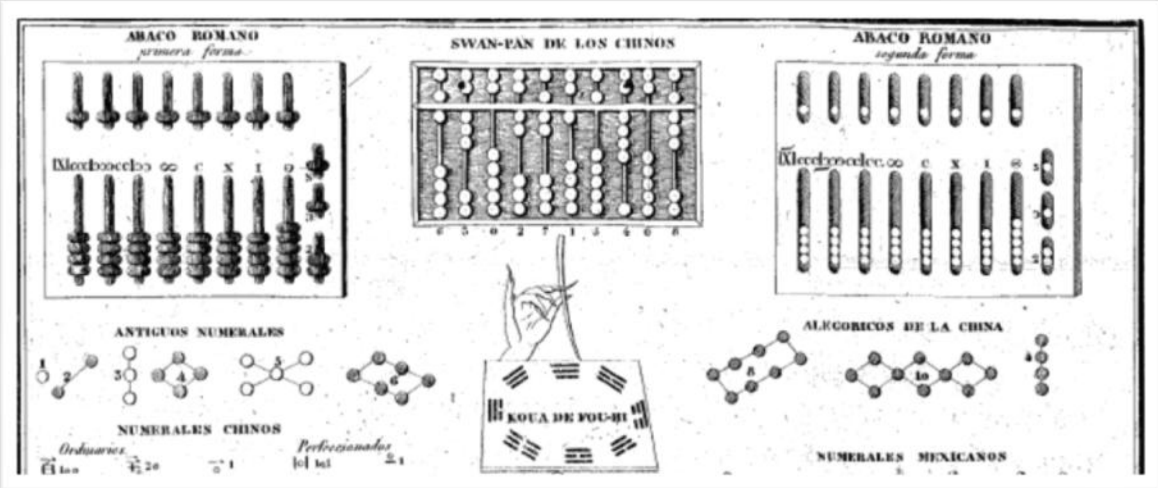
7ª en la nota de §98 se demuestra la siguiente propiedad, á saber: la diferencia de dos números expresados por las mismas cifras, de cualquier modo que estas se hallen colocadas, es un múltiplo de 9.

8ª En el §148 se añaden varios ejemplos que aclaran mas la division de las decimales.

9ª Al tratar de los números denominados se aclaran y manifiestan algunas inexactitudes que se han padecido aun por las personas mas inteligentes al calcular la correspondencia entre las medidas u pesos francesas tanto antiguas como modernas con las españolas; y en la nota del §152, se manifiesta el modo de rectificar toda las inexactitudes sobre esta materia en virtud de mis conferencias con el Excmo. Sr. D. Gabriel Ciscar, y el Sr. D. Juan de Peñalver, que son los sabios españoles que mas han trabajado y con mejor éxito acerca de las medidas.

10ª En la multiplicación de los números denominados se añaden varios ejemplos importantes. Y en la nota del §157 se ponen ejemplos para aclarar el modo de hacer la division de los números denominados cuando el dividendo espresa medidas cuadradas ó cúbicas y el divisor de medidas lineales ó superficiales.

En su mayoría son aclaraciones o ampliaciones de las explicaciones de contenido que ya se encontraba en el libro, o ejemplos en su caso. Por lo que en realidad no se modifican los mapas conceptuales, en el caso de las representaciones tampoco se modifican, las ya consideradas. Figurales, con la diferencia de estar insertas en el texto y no al final como anteriormente se estaban considerando, simbólicos y textuales.



Vallejo, 1841b, cuarta edición; p. 13

En el caso de la fenomenología, las adiciones no la modifican ya que antes se habían considerado los cambios de unidades, y en el caso de los nuevos ejemplos, están en un contexto puramente matemático.

Cambios en la sección de Álgebra

De la modificación 11 a la 28 son para la sección de álgebra, a continuación se transcriben.

11ª En el §184, se manifiesta con ejemplos el modo de sacar cociente convergente en la division de un monomio por un polinomio.

12ª en el § 211 se pone una estensa nota acerca de un principio general que debe existir respecto de las cantidades ó espresiones imaginárias, que aun no es conocido; y se inserta lo mas esencial que existe en los libros ingleses sobre que el signo de imaginárias indica perpendicularidad; y para aclarar todo esto en que hay efectivamente cierta sublimidad misteriosa, hago uso de tres figuras grabadas en madera; y todo esto con el fin de estimular á algún joven a aclarar y desenvolver todo lo relativo á tan importante materia.

13ª Al §225 se ha añadido un escolio en el que se enumeran once casos de ecuaciones esponenciales que se resuelven en la nota del §219 de la 4ª edicion del primer tomo de mi Compendio de Matemáticas por mi nuevo método de la resolucion de ecuaciones numéricas.

14ª En la nota del §228 se resuelve por todos los métodos conocidos un ejemplo de la undécima edicion de los elementos de Álgebra por James Wood, con notas y adiciones por Tomas Lund.

15ª En el §247 se enuncia de otro modo la regla para elevar al cubo los polinomios con su aplicación á la práctica.

16ª En el párrafo 251 se pone un ejemplo de estraccion de raiz cúbica de los polinomios.

17ª En el párrafo 253 he añadido la discusión de los valores de las raices de las ecuaciones de segundo grado.

18ª En el párrafo 255 se añaden 16 ejemplos de resolucion de ecuaciones, tomados del

Algebra de Mr. Kellant.

19ª Despues del párrafo 284 se pone un capítulo, cuyo epígrafe es: "Nuevo método seguro y general, que hasta el presente no se le conoce ningun vacio, límite ni escepcion, para encontrar las raices reales de las ecuaciones numéricas de todos los grados, aun las que se resisten á cuantos medios y recursos ofrecen los tratados mas sublimes de las Matemáticas, incluso los que suministra el Cálculo Infinitesimal" en el cual, despues de indicarse la historia de este nuevo método, para la resolucion de toda clase de ecuaciones numéricas, y de citar los parages de mi Compendio de Matemáticas y de mi Complemento de la Aritmética de Niños, donde se trata de este método, inserto la resolución de una ecuacion del grado 15, resuelta por los Caballeros Oficiales, que asistan á la Escuela Normal Militar, creada para suministrar por mis métodos la instruccion primaria á la clase de tropa del Ejército; y para hacer ver, que mi espresado método es superior á todo cuanto relativo á esta materia se ha discurrido, inserto en lo que dice Mr. Bourdon, en la 8ª edicion de su Algebra relativo á lo que él pone, usando del célebrado teorema de Mr. Sturm, que aplica á cinco ejemplos, de los cuales, uno solo resuelve completamente, y los otros solo llega á indicar con el auxilio del mencionado teorema, entre qué números enteros se hallan las raices. Yo resuelvo por mi método los espresados cinco ejemplos: en el primero deduzco las raices con mas exactitud que las de Mr. Bourdon, y en los otros cuatro ejemplos hallo todas las raices reales.

20ª En el párrafo 289 se añade y demuestra la siguiente proposicion: Si se restan ordenadamente los términos de una progresion geométrica, esto es, cada uno del que le sigue ó precede un mismo número de lugares, los resultados formarán tambien una progresion geométrica.

21ª En el §302 se demuestra, que el número total de combinaciones que se pueden suministrar n cosas tomadas de todos los modos posibles, esto es, de una en una, de dos en dos, de tres en tres, y de n en n, y sumadas todas, es 2^n-1.

22ª En el párrafo 304 se pone una nota que aclara las nociones primarias acerca de los logaritmos.

23ª en el párrafo 396 [la nota está en el §306] se pone una nota acerca de la construccion de las grandes tablas logarítmicas y trigonométricas, que existen manuscritas en el Observatorio astronómico de París.

24ª En el párrafo 310 añado el modo de conocer el logaritmo de un número cuando varía la base del sistema de que se conoce el mismo logaritmo; ó dado el logaritmo de un número en un sistema, encontrar el logaritmo del mismo número en otro sistema diferente.

25ª En la nota del párrafo 328 inserto una nueva demostracion debida á D. Fernando Boccherini, de la siguiente proposicion: si dos cantidades variables se pueden acercar á dos constantes tanto como se quiera, el producto de las dos primeras se podrá acercar tanto como se desée al producto de las dos últimas.

26ª En la nota del párrafo 330 inserto algunas idéas acerca de Mr. Kelland relativas al cero y al infinito.

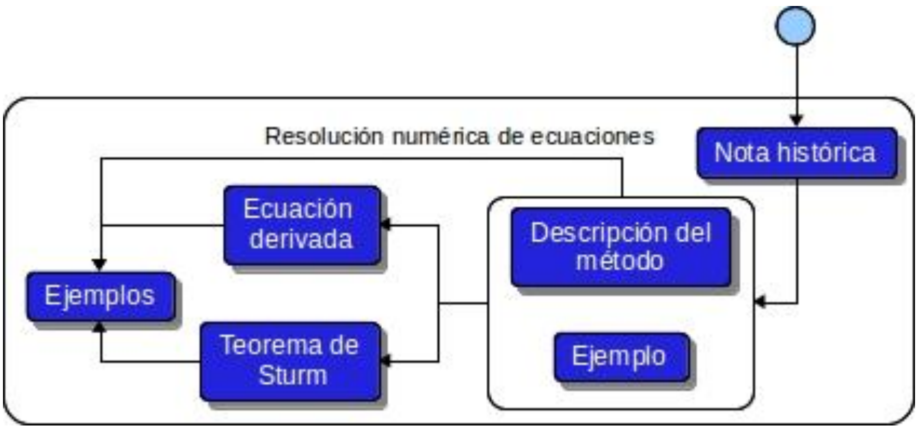
27ª Al fin del apéndice 1° añado algunas aclaraciones acerca de los divisores de los números, con particularidad del 9; entre ellas, la de que hemos hablado en la adición 7ª que se demuestra de otro modo; y tambien que un número y su cubo, cuando están divididos por 6, dejan la misma resta.

28ª En el apéndice 2° sobre el modo de hallar el máximo comun divisor algebráico, se han hecho varias aclaraciones importantes.

En cuanto a las adiciones a la sección de álgebra podemos ver que son de varios tipos, por una parte algunas demostraciones: 27, 25, 21, 20; conocimiento procedimental (aclaraciones o nuevo):28, 24, 22, 18, 16, 15, 14, 13; conocimiento conceptual: 26, 23, 17, 12, 11.

Es de señalarse también que los puntos 12, 14, 18 y 25 son conocimiento en obras extranjeras, literatura europea.

Destaca también el punto 19, un capítulo nuevo completo sobre la resolución de ecuaciones. Que en su conjunto está comprendido por:



En el caso de las representaciones, por el tipo de contenido, tiene representaciones textuales y simbólicas.

8.° *En el caso de que un error salga con el signo contrario á los anteriores, entónces hay precisamente al ménos una raiz real comprendida entre los dos números mas próximos de los que producen errores de signos contrarios; y para encontrar la correccion, se multiplicará el menor error numérico de los dos de signos contrarios procedentes de los números supuestos mas inmediatos entre sí, por la diferencia entre dichos dos números supuestos mas próximos de los que producen errores de signos contrarios, poniendo siempre por minuendo el número supuesto que produce el menor error numérico; y el producto se dividirá por la diferencia de los dos errores de signos contrarios, que provienen de los números supuestos mas próximos entre sí, tomando siempre por sustraendo el menor error numérico de los dos; y el cociente que resulte será la correccion; la cual se añadirá al número supuesto que produzca el menor error numérico de los dos errores de signos contrarios, procedentes de los dos números supuestos mas próximos entre sí. Lo que resulte se deberá tomar por*

Vallejo, 1841b, cuarta edición; p. 373

Para encontrar las demas, dividirémos el primer miembro de la (ec. B′′) por $x-7$; é igualando á *cero* el cociente, se tiene

$$x^9-92x^8+2555x^7-13548x^6-357188x^5+4218560x^4+3869888x^3\ldots$$
$$-201782784x^2+528814080x+729907200=0 \ (\mathrm{B}''').$$

Para aplicarle el método, supondrémos $x=1$; y sustituyendo 1 por x en el primer miembro de la (ec. B′′′), se nos convierte en +1064658672, que es el *error* del supuesto 1.

Para continuar el método, supondrémos $x=2$; y sustituyendo 2 por x en el primer miembro de la (ec. B′′′), se nos convierte dicho primer miembro en +1066867200, que es el *error* del supuesto 2; y como el *error* del 1 es menor que el del 2, debemos hallar la correccion al 1. Para esto, multiplicarémos su *error*, que es +1064658672 por la unidad negativa y tendrémos que este producto será −1064658672. Esto lo debemos dividir por la diferencia de los dos errores, poniendo por sustraendo el menor error numérico, y será

$$+1066867200-1064658672=2208528;$$

practicando la division de −1064658672 por 2208528, se tiene −482 para la correccion al 1; que, agregándosela, da $1-482=-481$.

Vallejo, 1841b, cuarta edición; p. 380

Contexto histórico de los cambios

En el caso de la edición de 1821 del Tomo 1, parte I, tercera edición, se produjo cuando Vallejo era miembro de la Dirección general de estudios, la principal razón de los cambios en este libro con respecto a la primera es la idea que tenía Vallejo sobre completar las obras:

> ***En cuanto á lo segundo, diré que no he desperdiciado momento ni diligencia en adquirir doctrina, y reunir materiales para perfeccionar mi obra; y si no hubiera sido por mi constante trabajo sobre este particular, no hubiera podido en manera alguna hacer las adiciones correspondientes; pues las obligaciones propias de mi actual empléo me ocupan casi todas las horas del dia: por lo que me he visto precisado á destinar hasta los ratos necesarios para mi propio reposo á la coordinacion de los materiales que ya tenia recogidos de antemano.***

Vallejo, 1821, tercera edición; p. XXI

En el prólogo se pueden encontrar algunas de las revisiones que hace de los escritores de ese tiempo, sobre todo de los autores franceses, alemanes y británicos.

En el caso del libro de 1841, además de la costumbre de reeditar las obras pensando en completarla, está la circunstancia del exilio del cual fue objeto Vallejo en el período 1824-1829.

A esto debo añadir ahora, que no bien se habia acabado de imprimir la tercera edicion de este volúmen, cuando por las circunstancias de aquel tiempo, salí de Madrid para Sevilla y despues para Cádiz en union siempre del Gobierno legítimo; y desplomado el sistema constitucional, no pudiendo venir á mi casa de Madrid; por impedirlo el Decreto espedido en Jeréz en 4 de octubre de 1823, viagé por el estrangero, y traté de aprovechar esta coyuntura para adquirir nuevos conocimientos, mejorar mis obras ya publicadas, y dar á luz otras nuevas.

Aunque mis recursos pecuniarios han sido siempre muy escasos, sin embargo, no traté de recibir socorros de ningun Gobierno estrangero, para conservar siempre las mas exactas idéas acerca de la independencia nacional, y que en cualquier tiempo y en cualesquiera circunstancias pueda yo emitir mis pensamientos en beneficio de mi amada Patria, sin tener ningun recelo de que puedan torcerse por ninguna consideracion humana. Esto me ha proporcionado ventajas muy considerables. Pues durante mi emigracion por el estrangero, me he mantenido enseñando Matemáticas tanto en Paris como en Londres; y aun en mis rápidos viages á Bélgica y Holanda, he practicado algo relativamente á su enseñanza.

Vallejo, 1841b, cuarta edición; p. XV

Por mi parte he procurado conciliar estas dos circunstancias, presentando en esta edicion cuantos adelantamientos han hecho las Matemáticas hasta el dia; pues respecto de Inglaterra incluyo las verdades que presentan novedad, hasta las que contienen obras publicadas en este mismo año de 1841; y respecto de Francia, doy noticia hasta de lo tratado en la Sesion del Instituto de 25 de junio del presente año de 1841.

Vallejo, 1841b, cuarta edición; p. XVIII

4.9.7 Cambios entre ediciones del Tratado, Tomo I, parte II

Las ediciones analizadas fueron las siguientes: 1812, Imprenta de Melchor Guasp, Mallorca, Primera edición; 1825b, Imprenta que fue de García, Madrid, tercera edición; 1847b, Garrazayaza, Madrid, cuarta edición.

La edición de 1825b (tercera) tuvo los siguientes cambios en relación a la de 1812c (primera).

Los siguientes cambios fueron introducidos desde la segunda edición, dado que serán tomados también en cuenta.

Al igual que en el tomo I parte I, en esta parte II, se hace uso de los corchetes para señalar lo que no es tan importante:

»Mas debo advertir que aquellas proposiciones que no son de una »absoluta necesidad para los principiantes las he puesto por notas »y por digresiones, para que puedan omitir su estudio, aquellos »que no traten de profundizar mucho en esta ciencia; y como »á pesar de esto podrá ocurrir el que á algunos les parezca demasiado lo que queda en el testo, he puesto encerrado en»tre corchetes de esta especie { } aquellos párrafos cuyo contenido »no es tan necesario, y que por lo mismo se podrá diferir su estu»dio hasta que los principiantes se hayan impuesto en lo demas. Sin

Vallejo, 1825b, tercera edición; p. IV

"Se añaden otros dos métodos de demostrar la teoría del círculo, cilindro, cono y esfera con exactitud y sin consideracion vaga é inexacta de que el círculo es un polígono de infinitos lados: porque es de la mayor importancia el que todos los que se dedican á una ciencia, conozcan los diversos métodos que pueden conducir á perfeccionarla".

En este caso, son una serie de teoremas que se prueban además de los que ya están en el texto. No representan cambios en el análisis de contenido.

"También me ha parecido conveniente poner el modo de cuadrar varios espacios circulares de que apenas se tiene noticia, como son otras lúnulas diferentes de las de Hipócrates, los arbelos de Proclo, Arquímedes y Vieta; con lo cual tendrán los principiantes todos aquellos conocimientos geométricos necesarios para imponerse en los demás tratados, sin necesidad de recurrir á otros libros para entender la parte elemental..."

Los problemas de cuadraturas se habían considerado ya antes, por lo que estas adiciones no modifican el análisis de contenido.

"... y así pueden estar seguros de que en esta segunda edicion no solo hallaran todo lo necesario, sinó que tienen ademas todos los diversos métodos que se conocen hasta ahora para demostrar las teorías mas interesantes: en tales términos que contiene todos los adelantamientos de consideracion que han hecho en esta ciencia Legendre, Lacroix, Garnier, Suzzane y Francœur, que son lo que últimamente han escrito sobre la teoria de las paralelas".

En este caso, las diferencias son la inclusión de las teorías, tal cual, en la edición previa se tenía una revisión histórico conceptual de la forma de las demostraciones, estas otras teorías son un agregado, en el caso del análisis de contenido, tampoco representa cambios.

Al final de la segunda parte, se encuentra una apartado extra, que no se encuentra en la edición de 1812, relativa a propiedades y teoremas varios, en total 30 resultados con sus demostraciones (p. 231).

Consta de resultados con su demostración, aportan conocimiento procedimental (razonamiento deductivo), el caso de las representaciones y la fenomenología no se modifican.

En cuanto a lo propio de esta edición, se agregan, los adelantos hasta el año y 10 casos de igualdad de triángulos y 10 más de semejanza de los mismos.

> *Acerca de esta tercera edicion, solo añadiré que continuando con la idea que me he propuesto de que en esta obra se contenga cuanto nuevo y útil se publique en todo el globo, he añadido en esta tercera edicion cuanto he concebido podía ser de alguna utilidad. Entre estas adiciones las hay de mucha trascendencia, como son los diez nuevos casos de igualdad de triángulos y otros diez nuevos tambien de semejanza de ellos.*

Vallejo, 1825b, tercera edición; p. V

En este caso, el análisis de contenido no se ve modificado, ya que en ambos casos se había considerado ya.

Cambios de la edición de 1847(cuarta) a la de 1825(tercera).

La edición de 1847 es muy cercana a lo que podríamos llamar una reimpresión, si bien, se señala que estará:

> **Ilustrada con cuantas notas y observaciones han sido necesarias para que se halle al nivel del estado actual de la ciencia en Europa.**

Vallejo, 1847b, cuarta edición, portada

No hay ninguna inclusión o adición relevante, son sólo notas muy breves que en nada modifican el análisis de contenido.

Contexto histórico de estos cambios

Este segundo tomo tiene pocos cambios a lo largo del tiempo, la edición de 1825 (tercera), tiene un contexto semejante al tratado tomo I parte I, si bien se publica al año posterior a la salida de Vallejo de Madrid, como consecuencia del fin del trieno liberal y la restauración de la monarquía, esta obra estaba ya lista para imprimirse, esto se llevó a cabo estando Vallejo fuera de Madrid.

Sin embargo, del mismo modo que la parte I, esta parte II, de 1825, busca mediante la inclusión de los apartados mencionados hacer una obra actualizada.

Si bien la geometría se venía enseñando desde tiempo muy antiguos, parece ser que la única discusión epistemológica con relación a la geometría lo constituía la cuestión de las paralelas, asimismo en todo momento se considera a la Geometría como el origen de las demás y que sus razonamientos son lo que poseen el más alto rango de verdad. Situación que se ve plenamente reflejado en el trabajo de Vallejo, ya que las adiciones a esta obra lo constituyen precisamente sobre las dos líneas de acción que acabamos de describir.

En el caso de la edición de 1847 (cuarta), posterior al regreso de Vallejo del extranjero, se puede notar que la discusión y los adelantos sobre geometría elemental están prácticamente estancados, en esos momentos las discusiones sobre los imaginarios, sobre las ecuaciones y sobre las bases del cálculo dominaron la escena, por lo que este libro puede considerarse casi como una reimpresión de la anterior de 1825 (tercera).

4.9.8 Cambios entre ediciones del Tratado, tomo II parte I.

Se analizaron las siguientes ediciones de este tomo: 1813, Imprenta de Melchor Guasp, Mallorca, primera edición; 1817a, Imprenta de Doña Catalina Piñuela, Madrid, segunda edición; 1844b, Garrasayaza, Madrid, Tercera edición.

La edición de 1817a(segunda).

Los cambios de una edición a otra son los siguientes:

> Acerca de su contenido, solo advertirémos que en esta 2.ª edicion hemos añadido todo lo necesario para la completa inteligencia de los tratados que comprende, mereciendo particular atencion el determinar la ecuacion *polar* de la linea recta, y de la circunferencia de círculo, elipse, parábola é hipérbola, sin suponer el polo en el centro ni en el fócus, sinó en un punto cualquiera. Tambien hemos añadido varios modos de fijar la posicion de una linea recta ya sea sobre un plano y ya en el espacio,

Vallejo, 1817a, segunda edición; p. II

En caso de las coordenadas polares, están introducidos después de que se ha deducido la ecuación para los ejes usuales (rectos y oblicuos).

Puede ser considerado un bloque aparte, en el que las coordenadas polares es la idea que articula el contenido o puede ser considerado también como un caso diferente para las ecuaciones, una vez deducida su ecuación a partir de los ejes cartesianos.

Ni los sistemas de representación cambian, están los figurales-gráficos, los simbólicos y los textuales, que ya estaban considerados.

El caso de la fenomenología es la misma, solamente en un contexto matemático.

Para el modo de fijar la posición de una recta, sucede algo parecido, que en caso anterior, serán formas de representar analíticamente una recta, a partir de otros elementos, este es un ejemplo de ello:

183 a Tambien *se puede fijar la posicion de una recta en el espacio por medio de los ángulos que dicha linea forma con los tres eges coordenados.*

En efecto, si suponemos que sea AM (fig. C lám. últ.) la recta dada, y que se conozcan los ángulos MAX, MAZ, MAU, que forma con los eges rectangulares AX, AZ, AU, tendrémos que estos datos serán suficientes para fijar la recta AM en el espacio sin que se pueda confundir con ninguna otra. Porque si solo conociésemos el ángulo MAX, tendríamos que concibiendo un cono ABECD, cuyo ege fuese AX y el ángulo que formase el lado del cono con el mismo ege fuese de la magnitud conocida MAX, la recta AM seria por precision una de las aristas ó lados, y tendríamos que la sola circunstancia de conocer el ángulo MAX, solo nos determina el que dicha recta ha de estar en la superficie del espresado cono.

Si concebimos otro cono AFHGK, cuyo ege sea la AU y el ángulo que forma el lado con el ege sea de la magnitud conocida MAU, la recta AM tambien se hallará en la superficie de este cono; y como habia de estar tambien sobre la del anterior, resultará que deberá hallarse en las comunes intersecciones de las superficies de estos dos conos; y como estas superficies se cortan en dos rectas AM, AM′, resulta que aun no sabemos cual de ellas ha de ser; pero recurriendo al otro ángulo conocido ZAM, la interseccion que cumpla con la circunstancia de formar con el ege AZ un ángulo de la magnitud MAZ será la AM; por lo cual quedará esta completamente determinada.

Vallejo, 1817a, segunda edición; p. 101

El análisis de contenido queda modificado ligeramente entonces por la inclusión de las coordenadas polares.

Además, de estos dos cambios, hay otros menores, explicaciones que se hacen más extensas, pero en general no hay cambios profundos.

La edición de 1844b (Tercera).

Presenta 40 modificaciones enumeradas en el prólogo del libro en cuestión, las correspondientes a la sección de trigonometría esférica son los siguientes:

1.ª *En el* § 15 *se han puesto algunos ejemplos para determinar las lí- neas trigonométricas de los arcos que tengan mas de* 360 *grados.*

2.ª *En el* § 16 *se pone una nota en que se determina el indefinido númer de arcos que pueden corresponder á una línea trigonométrica dada.*

3.ª *En el* § 17 *se pone una nota para completar la demostracion de la fórmulas generales de la suma y de la diferencia de dos arcos; y se hacen va- rias aclaraciones acerca de las líneas trigonométricas de los arcos cuando s componen de un número exacto de cuadrantes.*

4.ª *En el* § 19 *se pone otra nota para manifestar, que al resolver la cuestion de* dado el seno de un arco, encontrar el de su mitad, *se deben hallar diferentes valores.*

5.ª *En el* § 25 *se ha puesto una nota sobre* cual es la línea mas corta so- bre varias superficies: *debiendo añadir aquí, que en el cuaderno sesto del* Diario de la Escuela Politécnica *se resuelve el problma siguiente.* "*Dados dos puntos sobre una superficie, hallar la ecuacion de la línea mas corta, que se puede trazar sobre esta superficie, por los dos puntos dados.*

6.ª *En el* § 83 *se enumeran algunos triángulos esféricos, que sin ser rectángulos, se pueden resolver por el método de estos.*

7.ª *Despues del* § 94 *se añaden once párrafos, señalados con* 94*a hasta el* 94*k*, *en que se insertan nueve interesantísimos problemas de* Euler, *relativos al círculo, que se resuelven por mi nuevo método de* hallar las raices reales de las ecuaciones, *con mas facilidad y exactitud, que por el método empleado por* Euler.

8.ª *En el* § 161 ...

Estas modificaciones son para completar la obra en sí, esto es, pone más ejemplos y demostraciones para situaciones que quedaron a su parecer inconclusas.

Sobre el análisis de contenido, en este caso, el mapa conceptual no se modifica por los ejemplos, pues están ya considerados, pero en el caso de las demostraciones si, en el primer bloque, se modifica con la adición de un nuevo rectángulo conectado a la deducción que tendría la leyenda de demostración.

Sobre las aplicaciones del álgebra a la geometría están las siguientes 17 modificaciones.

8.ª *En el* § 161 *se pone una nota, en que se demuestra directamente que* la ecuacion de primer grado entre dos variables no puede tener por lugar geo- métrico sinó líneas rectas.

9.ª *En el* § 170 *se pone una nota, encontrando la distancia entre dos pun- tos, en el caso de que los ejes no sean rectangulares, sinó que formen entre sí un ángulo cualquiera.*

10.ª *En el* § 171 *se añade la siguiente cuestion:* "*por un punto dado, tirar una perpendicular á una recta dada, y hallar la longitud de la porcion de esta perpendicular comprendida entre el punto dado y la recta dada.*"

11.ª *En el* § 172 *se pone una nota para manifestar que una ecuacion de un grado cualquiera no corresponde siempre á una curva de igual grado, sinó que puede corresponder á un sistema de líneas rectas ó curvas, tales que, su- mados los grados de sus ecuaciones, den un resultado igual al grado de la ecuacion propuesta.*

12.ª *En el § 190 se pone una nota en que se saca una ecuacion del plano, considerándole como el lugar geométrico de las diversas posiciones que toma una recta móvil sujeta á resbalar sobre una recta fija, permaneciendo paralela á una recta dada.*

13.ª *Despues del § 196 se añade la resolucion de las cuestiones siguientes:*

196*a* Por un punto dado, hacer pasar un plano paralelo á otro dado.

196*b* Hacer pasar un plano por un punto dado, y por una recta dada.

196*c* Dadas dos rectas, hacer pasar un plano por la primera, y que sea paralelo á la segunda.

196*d* *Encontrar la interseccion de una recta y de un plano, cuyas ecuaciones se conocen.*

14.ª *En el § 202 se pone una nota en que se inserta la demostracion que D.* Fernando Boccherini, *Profesor de Matemáticas en Santander, ha dado á sus discípulos en el curso de 1842 á 1843, de la trasformacion de las coordenadas en el espacio. Despues se pone la de Mr.* Leroy *sobre la misma cuestion. Se dan otras noticias modernas sobre el empléo de coordenadas curvilíneas; y se deducen las fórmulas para trasformar las coordenadas en el espacio cuando solo se varía el orígen, conservándose la direccion de los ejes.*

15.ª *En el § 205 se pone una nota en que se da noticia de la enumeracion de las curvas de cuarto órden, segun la naturaleza diferente de sus ramas infinitas por Mr.* Plucker.

16.ª *En el § 206 se añade lo relativo á las diferentes circunstancias que, segun diversos autores, deben reunir las curvas para ser semejantes.*

17.ª *En el § 222 se pone una nota en que se demuestra, que la* seccion hecha oblicuamente en el cilindro recto, *es una elipse.*

18.ª *En el § 228 se pone una nota en que se saca la ecuacion mas general de la circunferencia de círculo, en el caso de que no sean rectangulares los ejes.*

19.ª *En el § 232 se halla la ecuacion polar de la circunferencia de círculo.*

20.ª *En el § 247 se añade lo necesario para dar á conocer las dos directrices de la elipse, y el modo de construirlas.*

21.ª *En la nota del § 248 se aclara por medio de una figura el que una tangente de una curva cualquiera, es una secante en que dos puntos de interseccion con la curva se reunen en uno solo.*

22.ª *En el § 291 se dan á conocer, y se manifiesta el modo de construir las dos* directrices *de la hipérbola.*

23.ª *Al fin del § 339 se añade una digresion en que se determinan las relaciones que deben existir entre los coeficientes de la ecuacion general de segundo grado, para que represente; 1.º un lugar geométrico imaginario; 2.º un punto; 3.º dos rectas, sean ó no paralelas ó que se confundan en una sola; discusion de algunas ecuaciones, cuyos lugares geométricos son puntos aislados; y determinacion de los centros, diámetros y asíntotas de las curvas.*

24.ª *En el § 340 se añaden algunas consideraciones sumamente importantes acerca de las ecuaciones de las superficies; y se indica la na-*

Como en el caso de la primera sección, en esta tenemos diversos tipos de contenido. Por una parte ejemplos, por otra, ampliaciones a los contenidos que ya se tenían, en modo de algunos casos de conocimiento nuevo, en otros de otras formas de hacer algo y en otros, resolución de problemas con sus demostraciones. En todos los casos, se tiene que sus elementos están ya incluidos en el mapa conceptual, por lo que éste no se modifica.

En el caso de los sistemas de representación no se tiene modificación alguna, pues los sistemas usados en estas adiciones son los textuales, los simbólicos y los figurales-gráficos.

En el caso del análisis fenomenológico, no hay modificaciones, se mantiene en un contexto matemático.

Cambios en la sección de la teoría de las ecuaciones

En este caso, se tienen 15 modificaciones, son las siguientes:

turaleza de las que Monge *dió á conocer con el nombre de* enveloppes.

25.ª *En el* § 342 *se pone por nota el modo de hallar la ecuacion de la superficie de una esfera cuando el orígen de las coordenadas no está en el centro; y el de hallar la ecuacion del plano tangente á la esfera.*

26.ª *En el* § 341 *se añade la demostracion de que la* proyeccion de un círculo sobre un plano, que no es paralelo al plano del mismo círculo, es una elipse.

27.ª *En el* § 346 *se pone una nota, en que se da á conocer el contenido de un apéndice de* Euler *sobre la clasificacion de las superficies por sus ecuaciones.*

28.ª *En el* § 358 *se pone una nota en que se indican los adelantamientos que han hecho en las superficies de* 2.º *grado MM.* Binet, Petit y Chasles.

29.ª *En el* § 360 *se pone una nota para dar á conocer la superficie cónica, que es* asintota *del hiperboloide de una cara ú hoja, segun Mr.* Leroy.

30.ª *En el* § 362 *se añade lo relativo para dar á conocer las superficies de* 2.º *grado, cuyo centro se halla en el infinito.*

31.ª *Con la numeracion de los párrafos* 363*a hasta el* 363*x se añade un capitulo acerca de las superficies consideradas bajo el aspecto de su generacion; en que se trata de las* superficies cilindráceas, *de las* coniculares, *de las* desarrollables, *de las de* revolucion, *de las* gauchas *ó* torcidas *y de las* curvas de doble curvatura.

32.ª *Al principio de la Teoría general de las ecuaciones, se pone una nota en que se estracta la obra que tiene por titulo* "Del Teorema de Mr. Sturm y de sus aplicaciones numéricas *por M. B. Midy" y se resuelve su primer ejemplo, tanto por mi método como por el suyo, para que se vea la* superioridad *del mio.*

33.ª *En el* § 365 *se pone una nota para manifestar, que la regla de los divisores se estiende á las ecuaciones en que el primer término lleva coeficiente; y se resuelve una ecuacion por mi nuevo método en que todas las raices son números quebrados y fraccionarios.*

34.ª *En el* § 373 *se pone una nota, en que se hallan las raices de una ecuacion, que resuelve Mr.* Bourdon *por la regla de exclusion de los divisores en la* novena edicion de su Álgebra, *publicada en Paris este mismo año de* 1843; *y resuelvo la misma ecuacion por mi nuevo método para que se patentice la superioridad del mio al de aquel.*

35.ª *En el* § 378 *se pone una nota en que se resuelve una ecuacion de* 4.º *grado por nuestro método, para manifestar sus ventajas sobre los procedimientos del testo.*

36.ª *En la nota del* § 382 *se añaden algunos ejemplos relativos al máximo comun divisor, siendo uno de ellos* el hallar el máximo comun divisor *de tres polinomios.*

37.ª *En el* § 384 *se añaden varios ejemplos relativos á encontrar todos los valores que satisfacen á dos ecuaciones con dos incógnitas; y por nota se da noticia de un nuevo teorema, debido á Mr.* Bret; *y se pone un ejemplo de resolucion de tres ecuaciones con tres incógnitas.*

38.ª *En el* § 388 *se añade la resolucion de un ejemplo importante acerca del modo de hallar las raices iguales de las ecuaciones; y se resuelve en una nota por mi método la misma ecuacion para que se palpe bien, que mi método halla los verdaderos resultados sin ningun otro conocimiento ausiliar; y con el mismo fin se resuelve una ecuacion del séptimo grado, que Mr.* Bourdon *en la novena edicion de su Algebra, resuelve por el método de las raices iguales, y yo resuelvo la misma ecuacion por mi nuevo método, con el objeto espresado ántes.*

39.ª *En el* § 392 *se pone por nota el cálculo detallado, de la cuestion del texto, porque algunas personas han manifestado que hallaban obscuridad en las ediciones anteriores.*

40.ª *En el* § 400 *y* 401 *se hacen algunas aclaraciones y se ponen varios ejemplos acerca de la regla de los signos de Descartes y* de la presencia de las raices imaginarias en las ecuaciones.

Y por último se resuelven por mi método las dos últimas ecuaciones de Mr. Budan *para que se vea que mi método es tambien superior al de dicho Autor: resultando de la comparacion hecha con todos los métodos conocidos hasta el dia, que el mio es mas sencillo, mas general, mas breve y mas uniforme que todos los demas.*

En su mayoría, las adiciones están destinadas a la validación de un método para resolver ecuaciones numéricas, la mayor parte está formado por conocimiento procedimental, descripciones de los métodos de otros autores y posteriormente la resolución con su método, afirmando tener superioridad.

El análisis de contenido no se ve influido, pues los ejemplos ya están considerados.

Contexto de los cambios en la obra

La edición de 1817a (segunda), tiene relativamente pocos cambios, sin embargo, pertenece al periodo en que Vallejo tuvo más publicaciones, durante el sexenio absolutista. En esta obra se mantiene ese espíritu de Vallejo porque la obra elemental tengo todos los conocimientos posibles. Esta obra compartirá escena con el Compendio, publicado en 1819, que como se ha afirmado con anterioridad, son las versiones resumidas del Tratado.

En el caso de la edición de 1844 (tercera), ya al final de la vida de Vallejo, se puede mirar que lo que domina las adiciones es la propia producción de Vallejo, quizá un poco secundarias las modificaciones, el primer plano para el autor será la difusión y validación de su método, que como señala Pacheco, Pérez, Suárez (2007) de haberse preocupado por la convergencia (en esos momentos esas ideas estaban en su etapa germinal aún) quizá ahora su nombre estaría ineludiblemente ligado de la resolución de ecuaciones.

En esta etapa es que Vallejo enfoca sus esfuerzos a la mejora de la enseñanza desde diversos cargo públicos y desde instituciones como el Ateneo de Madrid, sin embargo, la fragilidad de su salud al final de su vida le permitía solamente hacer reediciones de sus libros en la imprenta de Garrasayaza, de la cual era propietario (Hernanz y Medrano, 1990).

4.9.9 Cambios entre ediciones del Tratado, tomo II, parte II

Las ediciones que se analizan son las siguientes: 1813b, Imprenta de Felipe Guasp, Mallorca, Primera edición y 1832. Imprenta de Don Miguel de Burgos, Madrid, Segunda edición.

Por lo que en este caso, será una comparación entre dos libros solamente. Los cambios son profundos en cuanto a la concepción de las funciones, de la convergencia de la series. Estos cambios reflejan el desarrollo de la disciplina en si.

Según se muestra en el prólogo los cambios podemos resumirlos en los siguientes puntos:

> 1.° Ante todas cosas debo indicar, que como los Ingleses motejan, y con razon, á los escritores del continente, de que no aclaran sus teorías con el competente número de ejemplos prácticos, he añadido en general sobre todos los puntos, y con especialidad sobre los mas espinosos, cuantos ejemplos pueden conducir á que el principiante disipe todo género de incertidumbres.

Son una gran variedad de ejemplos, en este caso, se presentan los que Vallejo sugiere para las fracciones parciales.

1.° $\dfrac{a}{x^2-a^2}=\dfrac{\frac{1}{2}}{x-a}-\dfrac{\frac{1}{2}}{x+a}$;

2.° $\dfrac{-1}{1-x^2}=\dfrac{-\frac{1}{2}}{1+x}-\dfrac{\frac{1}{2}}{1-x}$;

3.° $\dfrac{a^2+bx^2}{a^2x-x^3}=\dfrac{a}{x}+\dfrac{a+b}{2(a-x)}-\dfrac{a+b}{2(a+x)}$;

4.° $\dfrac{1}{a-bz^2}=\dfrac{1}{2\sqrt{a}}\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}-z\sqrt{b}}+\dfrac{1}{\sqrt{a}+z\sqrt{b}}\right)$;

y 5.° $\dfrac{2x+3}{x^3+x^2-2x}=\dfrac{5}{3(x-1)}-\dfrac{1}{6(x+2)}-\dfrac{3}{2x}$.

1844; p. 18

21.° Propongámonos por último resolver esta interesante cuestion: *determinar las dimensiones de una medida cilíndrica que ha de servir para sustancias viscosas, como el aceite, etc. á fin de que el público resulte ménos perjudicado por la parte que se queda adherida ó pegada á la pared de la medida.* Lo cual está reducido á *determinar las dimensiones que debe tener una vasija cilíndrica, para que conteniendo un volúmen determinado, tenga la menor superficie*; pues mientras menor sea su superficie, ménos serán los puntos en que puedan quedar adheridas ó pegadas las sustancias que se miden.

Para esto, observarémos que la superficie lateral del cilindro junta con su base es (I 598 corolario 1.°) 3,14 etc. $2R.A+3,14$etc. R^2; que espresándola por z, será $z=3,14$ etc. $2RA+3,14$ etc. R^2, que es la cantidad que debe ser un *mínimo*.

Aquí parece que z es funcion de dos variables; pero como el volúmen de la vasija es conocido y constante, si lo espresamos por C, será $C=3,14$,etc. $R^2.A$. Si en esta ecuacion despejamos A, se tendrá

$A=\dfrac{C}{3,14\text{etc.}R^2}$, y sustituyendo este valor en el de z, y simplificando, resulta $z=\dfrac{2C}{R}+3,14$ etc.R^2; diferenciando, se tendrá

$\dfrac{dz}{dR}=\dfrac{-2C}{R^2}+3,14$ etc. $2R$; que es igualado á céro, y suprimiendo un 2, resulta 3,14 etc. $R^3=C=3,14$ etc. $R^2.A$; que simplificando da $R=A$; luego el radio de la base debe ser igual con la altura para que la espresada medida, con un volúmen determinado, tenga la menor superficie; pues que cualquiera de los métodos de verificacion nos manifiesta que cuando $R=A$, z es un *mínimo* (*).

Vallejo, 1844, segunda edición; p. 296

En este caso el análisis de contenido, los ejemplos ya están considerados dentro de la estructura conceptual. Los sistemas de representación son los usuales, simbólicos, textuales. En el caso de la fenomenología el problema anterior sugiere la aplicación a la creación de recipientes, relativo a los máximos y mínimos de funciones. El resto se mantiene en el contexto matemático.

2.° Como las nociones generales acerca de las funciones son de tanta importancia, me he estendido algo mas en esta interesante materia, para que el principiante pueda adquirir idéas tan exactas como exige su naturaleza; y me he visto precisado á introducir la idéa *de valores estremos y valores aislados de las funciones*, por exigirlo así el mayor grado de rigor y claridad con que espongo la teoría *de los máximos y mínimos y la de los puntos singulares*.

Acerca de las funciones, existe una gran cantidad de explicaciones que amplían las existentes.

En el caso de la definición/caracterización de las funciones, tenemos que:

418 Habiendo dicho [I. 311] que cantidad variable es aquella que puede tener todos los valores que se quiera; debemos ahora manifestar, que toda cantidad ó espresion cuyo valor depende del de una variable, se llama *funcion* de la misma variable: de donde resulta que toda funcion de una variable es tambien una cantidad variable. Y como el valor de la funcion depende del que se dé á la variable, resulta que á esta se le llama *variable independiente*; porque el valor, que esta recibe, se le da á arbitrio, sin mas limitacion que la que la cuestion puede prescribir: y determinado un valor de la variable, ya el de la funcion queda determinado. A la variable independiente la suelen llamar los Ingleses *variable principal.*

Los primeros analistas, que usaron de la voz *funcion*, solo fué para denotar las diferentes potencias de una variable; pero en la actualidad se ha estendido su significado á *toda espresion que se compone de constantes y de variables*: de manera, que tambien se puede decir, que *funcion de una ó muchas cantidades, es toda cantidad, cuyo valor depende de ellas*, ya sea que se sepan ó que se ignoren las operaciones que se deben practicar para hallar dicho valor. Como es esencial que si varía la variable, varíe tambien la funcion, y hay espresiones analíticas compuestas de constantes y de variables, cuyo valor es constante, á estas se les da el nombre de *funciones aparentes* para distinguirlas de las otras á que se da generalmente el nombre de *reales*; pero que yo caracterizaré, de aquí en adelante, con el nombre de *verdaderas*, reservando la denominacion de *reales*, para las que no son *imaginarias*. Las cantidades

Vallejo, 1844, segunda edición; p. 1

Al fijar el sentido de *variable independiente*, hemos tenido cuidado de espresar que esto es, porque el valor que ella recibe, se lo podemos dar á arbitrio, sin mas limitacion que la que la cuestion puede prescribir; porque hay funciones en las cuales ni la variable independiente, ni la que se llama su funcion, pueden tener valores que escedan de ciertos límites; y como la consideracion de los límites entre que una funcion es real, es de bastante trascendencia, me parece indispensable el darles un nombre particular. Y así, yo llamaré *valores estremos* de la funcion, y *valores estremos* de la variable, aquellos valores que, tanto en la una como en la otra, son los primeros y los últimos que son *reales*: pasados los cuales, ó la variable ó la funcion vienen á ser imaginarias.

Así, en la ecuacion $z^2=a^2-x^2$, los estremos, tanto de x como de z son $-a$ y $+a$. En la $z^2=2ax-x^2$, los estremos de x son 0 y $2a$; y los de z son 0 y $\pm a$: todo lo cual va conforme con lo espuesto (223 y siguientes), pues que estas ecuaciones corresponden al círculo.

Vallejo, 1844, segunda edición; p. 2

Ocurre tambien en las funciones, el que, para un valor real de la variable independiente, resulte un valor real de la funcion; y que los valores que tenga esta, para valores de aquella, inmediatamente mayores y menores, sean imaginarios; en cuyo caso, á los espresados valores reales los llamarémos *valores aislados* de las funciones.

En efecto, la funcion

$z=b+x(x-1)\sqrt{a^2-x^2}+(1-x)\sqrt[6]{a-2x}-(x^2-1)\sqrt[4]{x-a}$ solo tiene un valor real, que es $z=b$, y corresponde á $x=1$.

Para otro valor cualquiera de x, z será siempre imagniaria; porque si x, no siendo igual con 1, fuese mayor que a, el segundo término y el tercero seran imaginarios, y por consiguiente lo será (I. 212) la citada espresion; si $x=a$, es imaginario el tercero; y si $x<a$, ò x es negativa, es imaginario el cuarto. Luego esta funcion solo tiene un valor real que es *único*, cúalesquiera que sean los valores que demos á la variable, tanto positivos como negativos; y á este valor es al que caracterizamos nosotros con la denominacion de *aislado*.

Vallejo, 1844, segunda edición; p. 3

El punto tres trata sobre el binomio de Newton para exponentes inconmensurables o complejos:

3.° En el (§ 455) he añadido el fruto de mis investigaciones acerca de hacer extensiva la demostracion del desarrollo del binomio de Neuton para el caso en que el esponente es incomensurable ó imaginario: siéndome muy doloroso el habérseme estraviado en mis viages un legajo de manuscritos, todos de la mayor importancia, que yo llevaba á la mano, porque allí iban los borradores de los puntos científicos pendientes, entre los cuales existía algo mas de lo que yo despues he podido recordar.

En este caso existe un apartado completo, como se cita en el índice:

Este apartado consta de unas notas refutando los argumentos dados por otros autores en las demostraciones de que el binomio en cuestión es válido para exponentes irracionales ó imaginarios. Los argumentos que usa son de tipo:

Y continúa "es fácil de ver que esta demostracion es de todo punto independiente de la naturaleza del número r, *y que no encierra círculo vicioso, acordándose que no hemos encontrado en la investigacion de* $\mathrm{l.}(1+x)^r$ *sinó potencias enteras del binomio." No obstante, en mi concepto el círculo vicioso se comete, al suponer que* $\mathrm{l.}(1+x)^r = r.\mathrm{l.}(1+x)$ *para todos los valores de* r *; pues esta proposicion, solo está demostrada para cuando* r *es entero ó fraccionario, positivo ó negativo; pero no para cuando sea inconmensurable ó imaginario.*

Vallejo, 1844, segunda edición; p. 3

Para posteriormente dar una prueba basada en la de Lagrange.

El mapa conceptual se modifica, agregando al binomio de Newton, los casos de entero, racional, inconmensurable ó imaginario. Ni las representaciones ni la fenomenología se ven afectadas.

4.° En los (§§ 479 y 480) he añadido algunas consideraciones nuevas y en mi concepto muy útiles, convenientes y necesarias, acerca del *cero é infinito*, ya se consideren como límites de cantidades, ó como tránsito en que se verifica el cambio de la naturaleza de las funciones, ó de sus incrementos; con lo cual se concilian y aclaran varios puntos *obscuros*, tanto acerca de los *máximos y mínimos*, como de los *puntos singulares*, siendo bien digno de notarse, que yo haya sido conducido á reconocer por el exámen de las mismas funciones, que *cuando el cero y el infinito sirven como de tránsito donde mude la naturaleza de las cantidades, puedan y deban considerarse estos valores tanto con el signo positivo como con el signo negativo*, cuando el reconocimiento de esta circunstancia, en una sola funcion, fué lo que principalmente ha dado orígen á lo que Mr. Cauchy comprende bajo la denominacion de *integrales singulares*.

El punto 4, se corresponde con una sección que el índice se presenta de la siguiente manera:

Que es una sección que ya había en la obra, pero que amplía la discusión más allá del $\frac{0}{0}$.

En este caso el mapa conceptual puede mantenerse, pues es a partir del estudio de los máximos y mínimos que se hacen inferencias al caso particular, en el mapa conceptual este caso está considerado como la sección de "casos especiales", que engloba todos los tratados en esta sección.

5.º En el (§ 522) he hecho estensiva la regla de diferenciacion al caso en que el esponente es irracional é imaginario.

El punto 5 es el mismo caso que el del Binomio de Newton, principia con una serie de notas en la que muestra cómo es que la cuestión, o bien ha quedado olvidada de los libros Elementales o se basa en suposiciones erróneas para demostrarla.

Acto seguido provee una demostración de la proposición.

En este caso el mapa conceptual se ve modificado por la inclusión de:

a la parte de propiedades de $\frac{dz}{dx}$, suma, resta, etc.

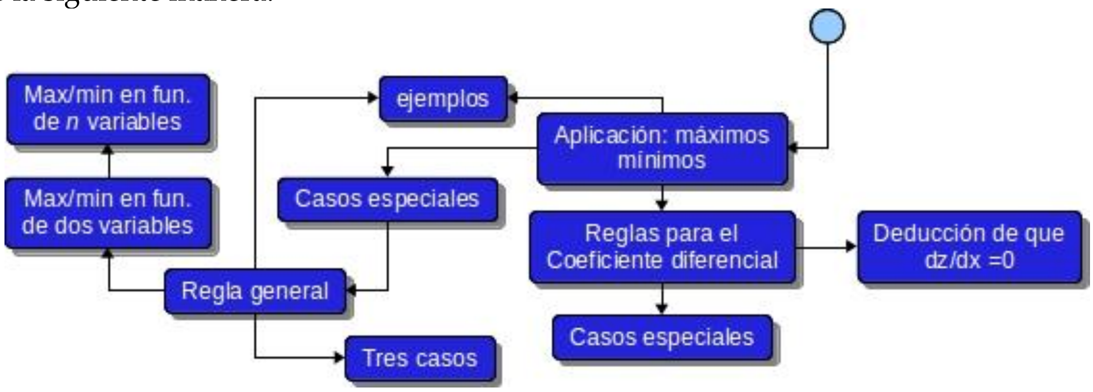
6.º A la doctrina relativa á los *máximos* y *mínimos* de las funciones, le he dado todo el desarrollo que corresponde á su importancia: bien persuadido de que esta teoría, que tiene las mas inmensas aplicaciones, y que todas ellas son de la mayor trascendencia, no se hallaba tratada en ninguna obra con el órden, rigor y esactitud convenientes, desde la primera edicion de la mia, elegí para esponer su doctrina un método claro y seguro, que condujese al principiante á obtener sin incertidumbre el resultado que necesitaba. La esperiencia me ha hecho conocer lo acertado de

Una de las partes que más se ha extendido de este tomo II parte II es la del estudio de los máximos y mínimos.

En el índice se pueden ver las secciones añadidas:

En este caso vemos que se introducen 8 secciones, que tienen el siguiente contenido: se analizan casos especiales con varios máximos y mínimos, se presenta la regla general, su deducción y ejemplos. Posteriormente atenderá la cuestión pero para el caso de las funciones de dos variables y posteriormente la generalización a el caso de cualquier número de variables.

Ante ello se modifica la sección de máximos y mínimos del mapa conceptual, quedando de la siguiente manera:



Los sistemas de representación siguen siendo los mismos y en caso de la fenomenología, se ha mencionado en el punto 1 de esta sección cuál es la consecuencia de la resolución del problema de la página 296.

7.° Acerca de los puntos singulares de las curvas, y con especialidad sobre los puntos de *inflexion*, he disipado en mi concepto varias incertidumbres que se encuentran en los libros; he hecho reconocer como falsa y errónea una escepcion que pone un Autor, cuyo nombre omito por la razon ya espuesta, y he manifestado la escepcion que únicamente debe tener lugar y de que ningun Autor ha hecho mencion hasta ahora. No me he detenido á desvanecer otras idéas erróneas que se dan sobre este particular, tanto por la razon expresada al hablar acerca de los *máximos y mínimos*, como porque habiendo establecido la mencionada doctrina del modo mas sólido, cuando se halle en los Autores alguna cosa que esté en contradiccion con lo demostrado, se debe reputar por inesacto.

El primer cambio que vemos en la sección es el siguiente:

Esto es, suponiendo, como en todo lo dicho hasta aquí, que la ordenada es positiva. Mas si la ordenada PM fuese negativa, como se verificaría si considerásemos una curva semejante à 'MMM', por la parte inferior del eje AP de las abscisas, entónces serían negativas tambien tanto las P'M', P'N' como las 'P'M', 'P'N; en cuyo caso, la espresion (ε) cambiando los signos á las P'M', P'N', como el signo de k no varía por esto, se convirtiria en

$$-P'M'-(-P'N')=-P'M'+P'N'=P'N'-P'M'=\frac{d^2z'}{dx'^2}\cdot\frac{k^2}{1.2}+\frac{d^3z'}{dx'^3}\cdot\frac{k^3}{1.2.3}\text{ etc.}$$

En cuya ecuacion, si $\frac{d^2z'}{dx'^2}$ fuese positivo, indicaría que la tangente comprendía á la curva, y por consiguiente que esta era *cóncava* respecto del eje de las abscisas. Y si en el mismo caso de ser la ordenada negativa, el signo de $\frac{d^2z'}{dx'^2}$ fuese tambien negativo, indicaría que la curva era convexa respecto del mismo eje de las abscisas.

1832; p. 370

Y es un cambio relativo a la consideración de las ordenadas negativas, producto de que en ese momento al estar los número negativos en una etapa de constitución, era necesario hacer las explicaciones correspondientes (esta sección no estaba en la edición de 1813, la primera).

Posteriormente, después de deducir el criterio, lo pone en forma de regla, dice lo siguiente (después dará un ejemplo, cerrará el tema):

> *Luego para averiguar si una curva tiene punto de inflexîon se hallará el valor de* $\frac{d^2z}{dx^2}$, *este se hará igual con cero ó in[...]; [...] [v]alores que suministre esta equacion para la abscisa se [d]eberán substituir aumentados y disminuidos de una cantidad [c]ualquiera en* $\frac{d^2z}{dx^2}$; *y si de estas substituciones resultan signos difere[n]tes, hay inflexîon en el punto correspondiente á aquella abs[cisa].*

Vallejo, 1813b, primera edición; p. 188

y en la edición de 1832, se expresa lo siguiente:

> Por lo que para *determinar los puntos de inflexion que pueda tener una curva cualquiera*, estableceremos la regla siguiente: *Hállese el segundo coeficiente diferencial de su ecuacion; determínense los valores de las coordenadas, que pueden convertir en cero ó en infinito á dicho segundo coeficiente diferencial; lo que se conseguirá determinando los valores que pueden reducir á cero el numerador ó denominador de su espresion. Si la curva tiene punto ó puntos de inflexion, será precisa é indispensablemente en alguno ó algunos de los sistemas de valores que por este medio se obtengan para las coordenadas, y que satisfagan á la ecuacion propuesta.* Para asegurarse de si en efecto dichos valores dan efectivamente inflexion hay dos métodos de verificacion.
>
> 1.° *Se sustituirá en la espresion del segundo coeficiente diferencial cada uno de los valores hallados para la abscisa, aumentado y disminuido en una cantidad* k *suficientemente pequeña, que bastará sea menor que la menor de las diferencias de los valores hallados para la abscisa; si los dos resultados que se obtengan son reales y de diferente signo, habrá inflexion en aquel valor de la abscisa; si alguno de los resultados no fuese real, ó si siendo reales los dos, tienen un mismo signo, la curva no tendrá punto de inflexion en aquel valor de la abscisa. Tampoco lo tendrá, aun cuando resulten reales y de signo contrario dichos dos valores, si es infinita la ordenada en aquel valor de la abscisa, y muda allí de signo.*
>
> El segundo método de verificacion solo es adaptable à los valores que resultan para las coordenadas, de igualar à cero el numerador, y consiste en *sustituir cada uno de los sistemas hallados para las coordenadas en los coeficientes diferenciales sucesivos; y si el primer coeficiente diferencial que no desaparece es de un órden impar, habrá inflexion. Si es de órden par, no la habrá.*

Vallejo, 1832, segunda edición; p. 370

Haciendo una regla más explícita para el cálculo, posteriormente dará varios ejemplos y hay uno en particular al que le hará anotaciones:

5.º Ej.º Sea la ecuacion $z=\frac{a^3-x^3}{a^2-x^2}$ (fig. 238). Simplificando la ecuacion y diferenciando, se tiene $\frac{dz}{dx}=\frac{2ax+x^2}{(a+x)^2}$, $\frac{d^2z}{dx^2}=\frac{2a^2}{(a+x)^3}$. Aquí no hay valor de la variable que pueda reducir à cero esta espresion, à no ser que hiciéramos $x=\infty$; pero ningun valor infinito de la variable puede dar inflexion, à causa de que mas allà de $x=\infty$, no puede haber ya mayor valor de x; por lo que si hay punto de inflexion, serà cuando el denominador sea cero, que da $x=-a$, y como para valores de $x<-a$, esto es, que estén á la izquierda de $-\bar{3}$, el denominador de $\frac{d^2z}{dx^2}$ es negativo, dicho valor serà negativo; y como para valores de $x>-a$, esto es, à la derecha de -3, dicho coeficiente $\frac{d^2z}{dx^2}$ es positivo, resulta que hay cambio de signo; por lo que parece que debia haber inflexion; ademas siendo, à la izquierda de -3, el segundo coeficiente diferencial y la ordenada negativos, resulta que la curva es convexa respecto del eje de las abscisas; y siendo, à la derecha de -3, el segundo coeficiente diferencial positivo y la ordenada positiva, es indicio de que la curva es convexa respecto del mismo eje; y hallàndose este en medio de dichas dos partes de la curva, no hay duda que en el valor de $x=-a=-3$, cambia la curvatura de la curva; pero sin embargo no hay inflexion, porque en este caso verdaderamente no hay punto de curva en que se verifique el cambio de la convexidad en concavidad, à causa de que la ordenada es infinita, y por consiguiente no habiendo estremo de la ordenada, no hay punto de curva; aquí la ordenada se confunde con la tangente, que es tambien perpendicular al eje y es una asíntota. Todo lo cual va conforme con lo espuesto al calcular los valores (ec. 19 § 563) de la funcion $z=\frac{a^3-x^3}{a^2-x^2}$, y con lo manifestado (601) al tratar de las *máximas* y *mínimas* ordenadas y abscisas.

Esta es la escepcion que yo he comprendido en la regla, y sobre la cual no he hallado nada escrito anteriormente. Esto sin embargo,

Vallejo, 1832, segunda edición; p. 374

da á conocer algo; pues si la parte inferior de la curva, se colocase de modo que el punto $-3'$, estuviese en la direccion del punto -3, conservándose $-3'x'$ paralela á $-3x$, y á una distancia infinita, entónces yéndose acercando la rama Mm á la asíntota $-3N$, y la $M'm'$ á la $-3N'$, parece que habría inflexion si se pudiese verificar que $-3N$ siendo infinita y $-3'N'$ tambien infinita, se confundiese la curva con la asíntota; en cuyo caso se verificaba el cambio de la convexidad en concavidad en el punto figurado en G.

Vallejo, 1832, segunda edición; p. 375

En la que encuentra una excepción a la regla, que la incluye a sus explicaciones, más adelante la hará patente en otro ejemplo, mostrando cómo es que otros autores no la toman en cuenta, haciendo explícitas las consecuencias.

En este caso el mapa se modifica de la siguiente manera:

Los sistemas de representación y la fenomenología se mantienen.

8.º Acerca de las *integrales determinadas*, que en mi concepto han de producir unas ventajas mas considerables de las que hasta ahora se han creido, he procurado disipar ciertas dudas é incertidumbres con que se presenta esta materia. La segunda edicion de mi *Compendio de Matemáticas* es la primera obra elemental de Europa, en que se ha puesto el modo de indicarlas, y se ha llamado la atencion sobre éste particular; porque de su perfeccion han de resultar en mi concepto muchas mas ventajas que de otros puntos del *Cálculo Integral*, que se han presentado con mas aparato del que en mi concepto corresponde á su utilidad real y efectiva. En estos últimos tiempos, Mr. Poisson, Mr. Cauchy, y Mr. Furier, cuya notacion adoptamos, son los que mas se han ocupado de esta materia; y con presen-

En el caso de las integrales hay una ligera variación en cuanto a la integración de las funciones racionales, en vez de enfocarse a familias de funciones, se enfoca hacia los métodos:

cuatro, que son: *la integracion inmediata; la integracion por partes; la integracion por sustitucion; y la integracion por descomposicion.*

Vallejo, 1832, segunda edición; p. 400

Aunque dice que las va a usar, en realidad sigue más o menos la misma secuencia para hallar las fórmulas.

La notación es otra, en la edición de 1813b (primera) usa un S, es el símbolo moderno de la integral:

Notación:

$$\int_0^x f(x)\,dx$$

$$\int f(x)\,dx \begin{bmatrix} x_0 \\ X \end{bmatrix}$$

$$\int f(x)\,dx \begin{bmatrix} x=x_0 \\ x=X \end{bmatrix}$$

Son importantes también las adiciones sobre el cálculo de las integrales definidas:

Una integral determinada no es mas que la diferencia entre dos valores particulares de la integral general.

Para demostrarlo, supongamos que $f(x)$ sea la integral que da el cálculo, correspondiente á $\int.Xdx=f(x)+const.$

Supongamos que se quiera determinar la *constante* por la circunstancia de que la integral completa se reduzca á cero cuando $x=a$.

En este caso, será $f(a)+const.=0$, que da

$$const.=-f(a),\ \text{é} \int_a^x Xdx=f(x)-f(a).$$

Donde tenemos ya una funcion de x, que suponemos continua, que tiene la doble propiedad de dar por diferencial la espresion Xdx, y de reducirse à cero cuando $x=a$.

Bajo esta forma la integral $\int.Xdx$ no es mas que la diferencia entre el valor que toma $f(x)$ cuando $x=a$, y el que recibe para otro valor cualquiera de la misma variable: de manera que si suponemos ahora $x=b$, será $\int_a^b Xdx=f(b)-f(a)$ (γ). Donde debemos notar que este resultado se obtiene inmediatamente, sin necesidad de determinar la constante, solo tomando la diferencia de los resultados que corresponden à los valores $x=a$ y $x=b$, que dan $f(a)+const.$ y $f(b)+const.$

Vallejo, 1832, segunda edición; pp. 403-404

Asimismo, se incluye la resolución de integrales triples, aplicadas en la mecánica:

5.° En la aplicacion de la Análisis á la Mecánica ocurre el tener que considerar integrales triplas de la forma $\int\int\int.Vdxdudz$; en las cuales V puede ser funcion de las tres variables independientes x,u,z. Con el fin de presentar un ejemplo que, al mismo tiempo sea útil conocer su resultado, nos propondrémos hallar las integrales determinadas de cuatro fòrmulas triplas, de que hace uso Mr. Poisson en su Mecànica, pero sin poner el cálculo, en el tomo 1.° §§ 123, 124 y 125. Y aunque Mr. Poisson espresa con palabras los límites de las integraciones, porque en el año de 1811, en que él imprimiò su Mecànica aun no se habia establecido nada en general acerca de este punto; nosotros las indicarémos con arreglo á los conocimientos del dia. Estas fórmulas son

1832; p. 474

$$(1.^a)\ Mm=\int_0^a\int_0^\alpha\int_0^{2\pi}.\rho r^2.\mathrm{sen}.\theta dr d\theta d\omega;$$

$$(2.^a)\ Mx_1=\int_0^a.\int_0^\alpha.\int_0^{2\pi}.\rho r^3.\mathrm{sen}^2\theta\cos.\omega dr d\theta d\omega;$$

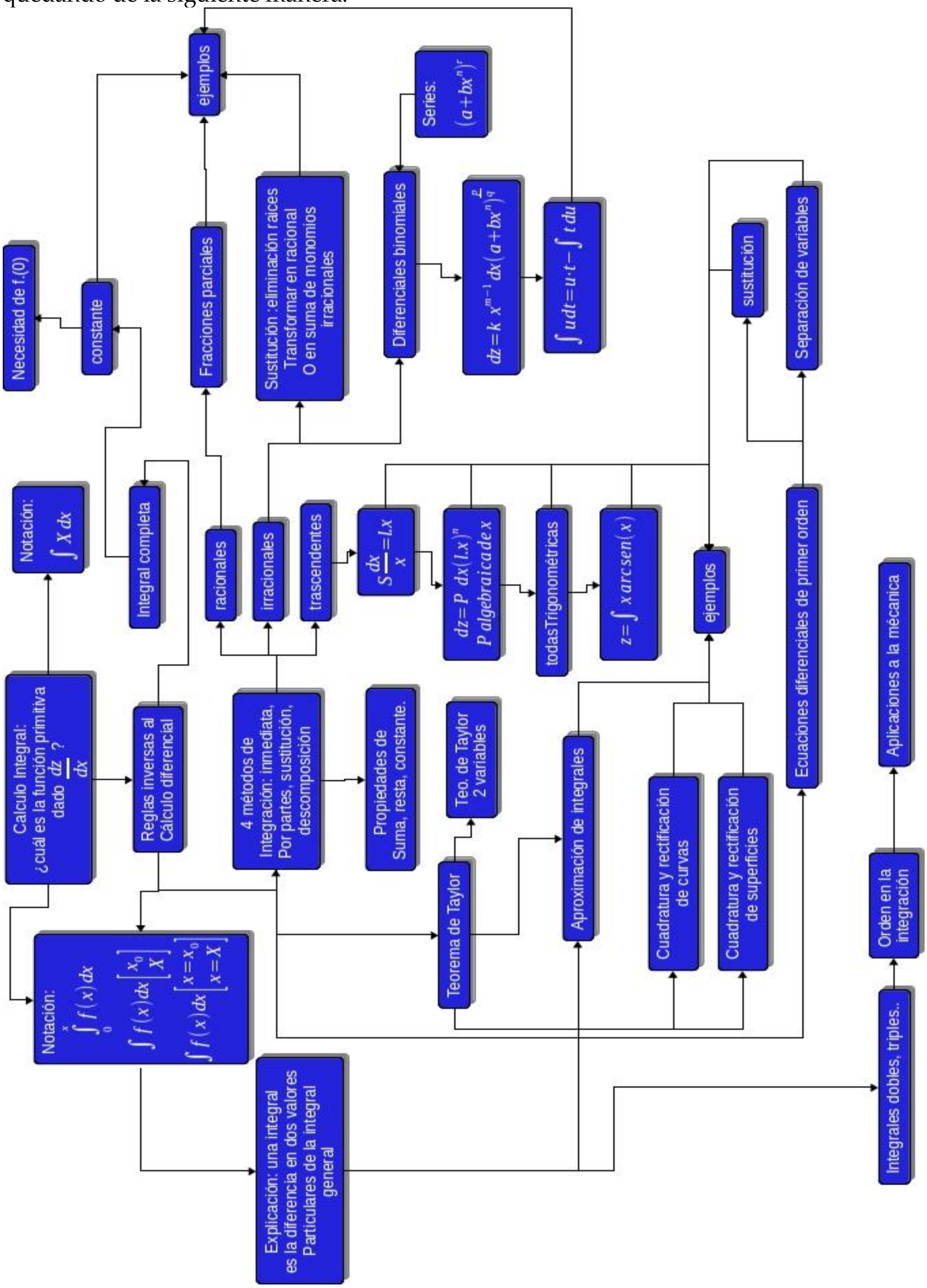
$$(3.^a)\ My_1=\int_0^a.\int_0^\alpha.\int_0^{2\pi}.\rho r^3.\mathrm{sen}^2\theta\,\mathrm{sen}.\omega dr d\theta d\omega;$$

$$(4.^a)\ Mz_1=\int_0^a.\int_0^\alpha.\int_0^{2\pi}.\rho r^3.\mathrm{sen}.\theta\cos.\theta dr d\theta d\omega.$$

En todas estas fórmulas, los límites de cada integral se refieren al órden que guardan las diferenciales; de manera que quieren decir que los límites en que se ha de tomar la integral con relacion á r, son desde $r=o$ hasta $r=a$; los de θ son desde $\theta=o$ hasta $\theta=\alpha$; y los de ω son desde $\omega=o$ hasta $\omega=2\pi$.

Vallejo, 1832, segunda edición; p. 475

En este caso, el mapa conceptual del Cálculo Integral sí se modifica considerablemente, quedando de la siguiente manera:



Ni los sistemas de representación ni la fenomenología se modifican (en este caso la presencia de las aplicaciones a la mecánica, son solamente las soluciones algebraicas).

Contexto de los cambios en la obra

Este parte del *Tratado* es la que tiene sin duda, los mayores cambios entre ediciones, cronológicamente lo podemos localizar como posterior a la vuelta de Vallejo del extranjero.

Son importantes, los cambios tanto conceptuales, afinamientos en las herramientas, tanto teóricas como de cálculo.

En este libro, son evidentes (también Vallejo las señala) la influencia de los autores franceses, sobre todo de Lacroix y Cauchy.

Vallejo estuvo en los cursos de este último, así lo señala en el Prólogo de este libro:

> **ble de lo que contenía mi primer manuscrito. Ahora, al hacer la segunda impresion, me hallo en el mismo caso que cuando ejecuté la primera. El estudio mas profundo que he hecho de la ciencia; el trato con los Profesores y Sabios mas célebres de Europa, durante mis viajes por Francia, Inglaterra y Holanda; el haber asistido materialmente como Discípulo en París á los cursos que Mr. Lacroix y Mr. Cauchy esplican en el Colegio de Francia; el haber visitado gran parte de los establecimientos científicos y tecnológicos, y asistido á las sesiones del Instituto, y de otras Sociedades sábias, me han obligado por una parte á recolectar una preciosa cantidad de materiales que yo hubiera deseado poderlos insertar todos en esta edicion; mas no debiendo perder de vista, que su objeto es el que sirva para la enseñanza de los jóvenes en lás cátedras, he tenido que suprimir muchas teorías, dejando para un tomo de complemento las demas investigaciones, si se cumplen mis deséos de estenderme sobre este asunto tanto como exige su importancia.**

Vallejo, 1832, segunda edición; p. VIII

La École Polytechnique era considerada en 1830 una Escuela de Matemáticas en la cual el análisis de Cauchy ocupaba una posición hegemónica poco deseable por los estudiantes. Para el año del arribo de Vallejo a París los cursos de matemáticas que debieron influenciarle, en la Polytechnique, fueron aquellos de: *Análisis*; *Mecánica*; *Geometría descriptiva y máquinas*; *Física y Química* (Belhoste, Dalmedico, 1994, citado en Camacho, 2007).

Asimismo, se muestra agradecido con los científicos que en el extranjero le brindaron ayuda y sus conocimientos.

Al concluir este prólogo, no puedo ménos de manifestar mi gratitud á varios Sabios, á quienes he debido atenciones, durante mis viajes por Europa, y que me han favorecido con su ilustracion. Estos, colocados por órden alfabético, son en París Mrs. Ampère, Arago, Beudant, Biot, Brochant, Brogniart, Cauchy, Chaptal, Degerando, Elie de Beaumont, Fourier, Francoeur, Gay-Lussac, Girard, Hachette, Jomard, Lacroix, Laplace, Lasteyrie, Legendre, Navier, Poisson, Prony, Puissant, y Tenard. En Lyon, los famosos Ingenieros Mrs. Seguin, y Mr. Biot, hijo, que dirigen la construccion del camino de fierro de St. Etienne á Lyon, Mr. Montgolfier, hijo del famoso inventor de los globos aerostáticos, y del Ariete hidraúlico, Mr. Foyer, Profesor de Física, y Mr. Gensoul, que tanto influjo ha tenido en perfeccionar varios ramos importantes relativos á la seda. En Aviñon Mr. Requien, Botánico famoso y sumamente instruido en la propagacion de varios procedimientos agronómicos, y Mrs. Poncet, famosos propietarios, que son los primeros que han construido las ruedas hidráulicas con paletas curvas, movidas por debajo, inventadas por mí en 1819, y tambien por Mr. Poncelet en 1825.

En Marsella Mr. Toulouzand, Mr. Feisac y Mr. Berard, Inspector de minas: en Draguignan Mr. Caussemille, en Toulon Mr. Roux, en Frejus Mr. Panescorse destinado á buscar carbon de Piedra; en Aix Mr. Bougarel; en Besanzon Mr. Legrand, Profesor de Física; en Arras Mr. Garnier, Autor de la memoria premiada sobre los pozos artesianos ó fuentes ascendentes; en Bruselas Mr. Quetelet y Mr. Lejoinne; en Leyden Mr. Gelder, sucesor del famoso Muschembroeck; y en Lieja Mr. Coqueril, Ingeniero Director del establecimiento de construccion de máquinas mas completo que se conoce en el universo.

Vallejo, 1832, segunda edición; p. XV

Para la edición de 1813 (primera), Vallejo consultó como primera obra, el *Análisis de los Infinitamente pequeños* de L'Hopital. Sin embargo, para la edición de 1832 (segunda), ya contaba con la obra de Cauchy, *Cálculo Infinitesimal*, publicada en 1823, poco antes de la llegada de Vallejo a París.

4.10 Compendio de Matemáticas. Tomo I.

Nombre: *Compendio de Matemáticas puras y mistas*. Tomo I.

Contenido: Aritmética, Álgebra, Geometría y Trigonometría Rectilínea. (También contiene y Geometría práctica).

Año: 1819 (primera edición).

Editorial: Imprenta de Estévan.

Lugar de publicación: Valencia.

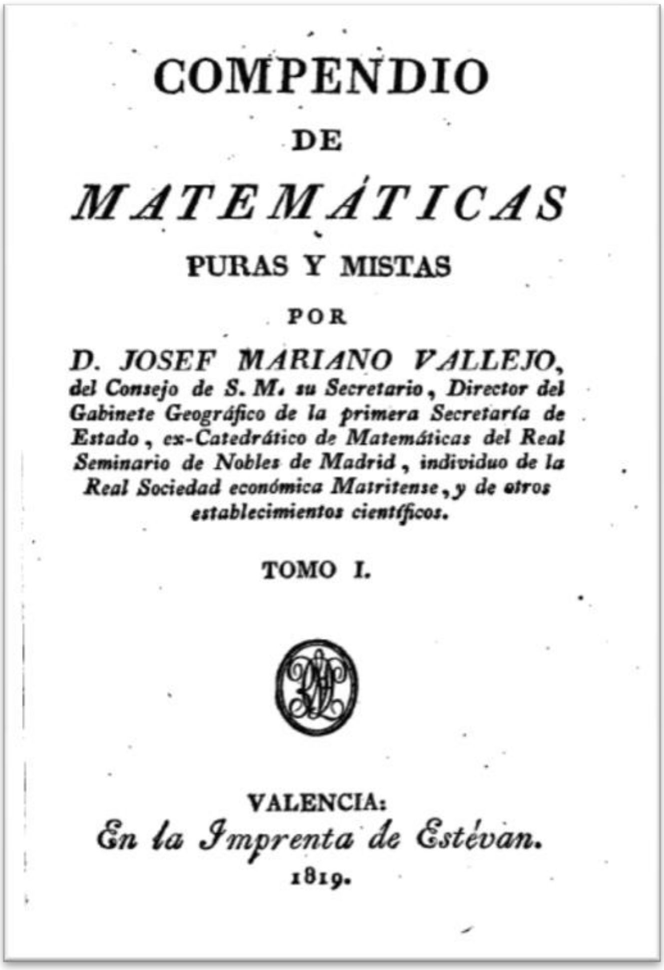
Ediciones analizadas:

1819, Imprenta de Estévan, Valencia, primera edición. Localización: Google Books, originales de la Universidad de Oxford, de la Biblioteca de Catalunya, Universidad Complutense de Madrid (3 digitalizaciones distintas). (En Referencias es el 1819a).

1826, Imprenta que fue de García, Madrid, segunda edición. Localización: Disponible en la web de la Fundación Juanelo Turriano y en Google Book, original de la Biblioteca del Ateneo de Barcelona y de la Universidad Complutense de Madrid (2 digitalizaciones).

1835, Garrasayaza, Madrid, tercera edición. Localización: Google Books, el original es de la Biblioteca de la Abadía de Montserrat. (En Referencias es el 1835a).

1840, Garrasayaza, Madrid, cuarta edición. Localización: Google Books. Original de la Biblioteca de Catalunya. (En Referencias es el 1840b).


COMPENDIO
DE
MATEMÁTICAS
PURAS Y MISTAS
POR
D. JOSEF MARIANO VALLEJO,
del Consejo de S. M. su Secretario, Director del Gabinete Geográfico de la primera Secretaría de Estado, ex-Catedrático de Matemáticas del Real Seminario de Nobles de Madrid, individuo de la Real Sociedad económica Matritense, y de otros establecimientos científicos.
TOMO I.
VALENCIA:
En la Imprenta de Estévan.
1819.

Si bien el *Tratado* tiene sus antecedentes, ensayos previos a la publicación de la obra principal, también tiene sus consecuencias. Éste es el caso del *Compendio de Matemáticas puras y mistas*.

El *Tratado* fue compuesto por Vallejo entre 1812-1813 los primeros dos tomos y el tercer tomo en 1817. Tuvo como propósito formar matemáticos de profesión, como se señala en el propio *Compendio*:

> ...en el dia se hallan, con todas las modificaciones que han recibido su lenguaje, á consecuencia de los adelantamientos que en ellas se han hecho. Por lo cual hubiera sido un defecto de mucha consideracion el indicar una verdad, por sencilla que fuese, sin llevarla hasta la evidencia, ó dejar ceñidas á casos particulares algunas otras á que correspondiese por su importancia una demostracion general. (Vallejo, 1819a, primera edición; p. VII).

El objetivo del *Compendio* fue el de componer una obra para que aquellos sin la pretensión de ser matemáticos profesionales, puedan instruirse en Matemáticas, en el que se encuentren las verdades fundamentales de los diferentes ramos que se componen.

> De este modo el comerciante, el oficinista y el artesano, tendrán las noticias necesarias para conducirse con acierto en sus operaciones: el médico, jurista, canonista y teólogo, lo que mas les interese saber para el completo estudio de sus respectivas facultades; y todos adquirirán las precisas ideas para distinguir el verdadero mérito, y saber apreciar las fatigas que los Matemáticos se toman en beneficio de la humanidad (Vallejo, 1819a, primera edición; p. VIII).

Por una parte se sigue la estructura del *Tratado*, mientras que por otro se trata conciliar en el *Compendio:*

> ...la brevedad con la claridad: se han enlazado todas las materias que en ella se tratan, con el órden y exactitud que por su naturaleza piden; y se han puesto al alcance de todos, en cuanto posible ha sido, hasta los principios elementales de las teorías mas sublimes (Vallejo, 1819a, primera edición; p. VIII).

Un agente que también debe tomarse en cuenta al hablar del *Compendio* es el hermano de Mariano, Andrés, que según se dice el Prólogo, gran parte de la redacción de la obra es suya.

Dada la naturaleza del Compendio, se puede comprobar que mantiene la misma estructura que el *Tratado*, es decir, prácticamente los mismos índices, usan exactamente los mismos sistemas de representación y la misma fenomenología. Por lo que en caso de ser necesario de consulta, recurriremos a lo expuesto en la parte del *Tratado*, marcaremos sin embargo, que la idea de concisión es la que Vallejo resalta como circunstancia fundamental en el *Compendio*, misma que ilustraremos a continuación y que marcará las diferencias entre estas dos obras.

Lo primero que hay que hacer notar es la falta o poca nota histórica que usa Vallejo en el *Compendio*, por ejemplo, en la parte introductoria de la Aritmética, en el *Tratado* se hace referencia a la existencia de un sistema binario, a la existencia de una Pragmática para explicar la existencia de una base, lo primero y para justificar la explicar el sistema décuplo y sus equivalencias; en el caso de *Compendio*, se limita a los hechos, el sistema binario no es ni siquiera mencionado y para las equivalencias de pesos y medidas, se limita a los hechos: a dar las equivalencias.

Por ejemplo, para la multiplicación, tenemos que en el tratado se sigue la secuencia:

Explicación del significado de multiplicar (suma abreviada)

Notación

Teorema sobre el orden de los factores.

Explicación del teorema.

Demostración del teorema.

Corolario.

Ejemplos.

Tablas de multiplicar.

Tabla pitagórica.

Explicación de la tabla.

Total de páginas: 5

En el Compendio:

Explicación del significado de multiplicar (suma abreviada)

Notación

Teorema sobre el orden de los factores.

Explicación del teorema.

Demostración del teorema.

Ejemplos.

Tablas de multiplicar.

Total de páginas: 3.

La explicación usada es más concisa y sin elementos que no sean absolutamente necesarios.

En el caso de este Tomo I, la Aritmética permanecerá prácticamente intacta desde la primera edición hasta la última, tiene el contenido es el siguiente:

El índice de la sección es prácticamente el de la primera edición de la Aritmética de Niños (exceptuando la regla de tres).

El caso de la Geometría y la Trigonometría rectilínea, mantendrán su índice y prácticamente la totalidad de su contenido en todas las ediciones analizadas.

Su contenido es el siguiente:

Vallejo, 1819a, primera edición; p. XII

Sin embargo, hay una sección que sí sufrió cambios importantes en cuanto al contenido: el Álgebra.

Vallejo, 1819a, primera edición; p. XII

Éste es el primero de los índices, se mantendrá en la **segunda edición (1826)** y a lo largo de las demás ediciones con prácticamente el mismo contenido (la segunda edición es casi una reimpresión, pues solamente se incluyen algunos corolarios, y algunos casos más de congruencia de triángulos, en la sección de geometría, de ahí en fuera el libro es el mismo).

Los cambios radicales en el álgebra empiezan a partir de la **tercera edición, la de 1835**. (El único cambio de la aritmética es la aparición de dos extensas notas, una que explica y pone un ejemplo de cómo multiplicar números con decimales, pero cuando no es necesario calcular todos las cifras y la segunda es sobre la división y qué hacer con las cifras decimales).

Aparecen dos apartados importantes:

Vallejo, 1835a, tercera edición, págs. XIX y XX

El primero de ellos es un repaso de las ideas que sobre resolución de ecuaciones de grado mayor a dos se han hecho hasta antes de su método. El segundo de ellos es el método propiamente dicho, previo análisis de los métodos de falsa y doble falsa posición, mostrando algunos detalles que sugieren que el suyo es más eficiente, posteriormente dará ejemplos de ello. Esta parte es semejante a la que aparece en el *Tratado*, objeto de nuestro análisis con anterioridad.

En la edición de 1840, el álgebra tendrá seis apartados más, en la misma línea de los anteriores, sobre la resolución numérica de ecuaciones. Las adiciones son las siguientes:

Vallejo, 1835a, tercera edición, págs. 523

En este caso, son la regla, con especificaciones de cómo aplicarla y ejemplos de los grados señalados en los que se aplica el método propuesto por Vallejo para la resolución de ecuaciones. Asimismo se presentan en algunas otras secciones adiciones, como son más ejemplos, nuevos casos de ecuaciones, los métodos de igualación, algunos métodos particulares, como el de Bezout (coeficientes idénticos).

La forma general del libro en cuanto a contenido puede explicarse mediante la suposición de que es una versión breve del *Tratado* y por lo tanto las concepciones sobre qué es cada tema pueden rastrearse hasta la postura que nos permite entender el *Tratado*, la idea de las obras elementales que compendian de un modo breve y claro los avances de una ciencia, la tendencia herencia de la Revolución Francesa y que permea a toda Europa.

Si bien es cierto que hay un cierto grado de originalidad en cuanto a la cuestión de resolución numérica de las ecuaciones (para más detalles ver, Castelao, Pérez-Fernández, Suárez, 2007), es clara la influencia de los escritores extranjeros, que son los que empiezan con los trabajos en esta línea.

Si bien el *Tratado* es considerado el germen del Compendio, en el caso de la resolución numérica de las ecuaciones aparece primero en el *Compendio* de 1835 (tercera edición) y en el *Tratado* aparecerá solo hasta la edición de 1841 (cuarta edición).

4.11 Compendio de Matemáticas. Tomo II.

Nombre: *Compendio de Matemáticas puras y mistas*. Tomo II.

Contenido: Aplicación del Álgebra a la Geometría, Secciones Cónicas, Funciones y Series, Cálculo Diferencial e Integral,… , Arte Conjetural, o Teoría de las probabilidades. (Comprende también el estudio de la Estática y Dinámica; Hidrostática e Hidrodinámica; Afinitología y Cristalografía; Capilarología y Pirología; Electrología y Magnetología; Neumatología e Higrometría; Anemología, Acústica y Óptica; Meteorología y Astronomía; que por no ser de Matemáticas no se analizarán).

Año: 1819 (primera edición).

Editorial: Imprenta de Estévan.

Lugar de publicación: Valencia.

Ediciones analizadas:

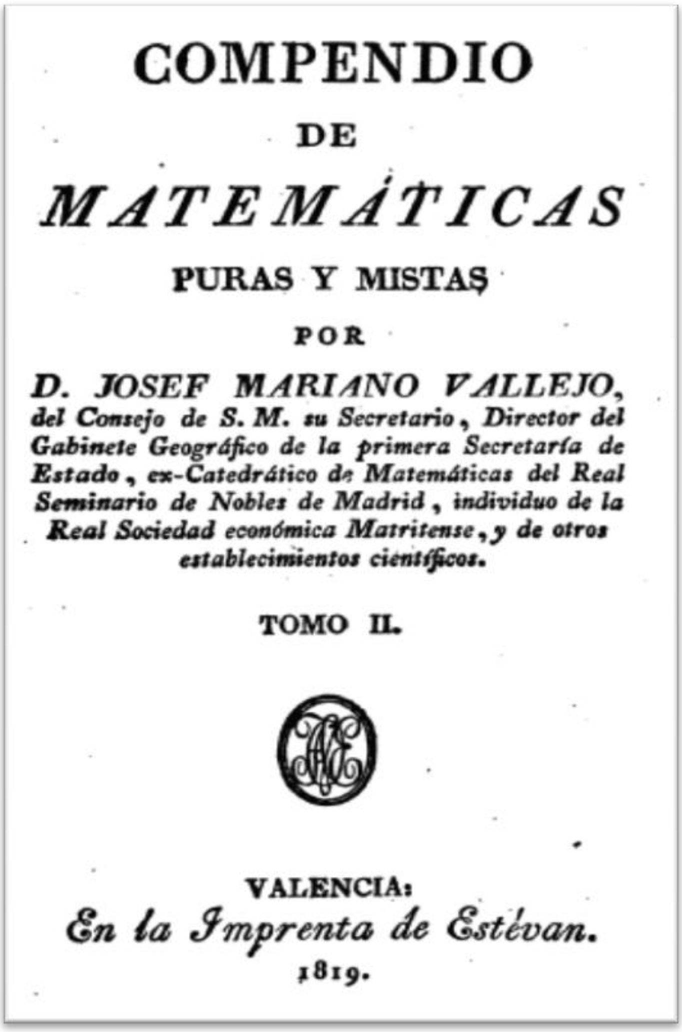
1819, Imprenta de Estévan, Valencia, primera edición. Localización: Google Books, originales de la Biblioteca de Catalunya y de la Universidad Complutense de Madrid (2 digitalizaciones distintas). (En Referencias es el 1819b).

1827, Imprenta que fue de García, Madrid, segunda edición. Localización: Disponible en la web de la Fundación Juanelo Turriano.

1835, Garrasayaza, Madrid, tercera edición. Localización: Google Books, originales de la Biblioteca de Catalunya y de la Universidad Complutense de Madrid (2 digitalizaciones distintas). (En Referencias es el 1835b).

1840, Garrasayaza, Madrid, cuarta edición. Localización: Google Books, original de la Biblioteca de Catalunya y en la Biblioteca Pública Episcopal del Seminario de Barcelona (2 digitalizaciones distintas). (En Referencias es el 1840c).

Este segundo tomo del *Compendio* sigue la misma lógica que el primero, es la versión corta del *Tratado*, por lo que las mismas suposiciones son válidas respecto al análisis de contenido: tanto la estructura, como las representaciones usadas, como la fenomenología son las mismas que las que se encuentran en sus respectivas secciones en el *Tratado* (salvo la última sección, denominada Arte conjetural, ó teoría de las probabilidades, de la cual sí haremos un análisis de contenido).


COMPENDIO
DE
MATEMÁTICAS
PURAS Y MISTAS
POR
D. JOSEF MARIANO VALLEJO,
del Consejo de S. M. su Secretario, Director del Gabinete Geográfico de la primera Secretaría de Estado, ex-Catedrático de Matemáticas del Real Seminario de Nobles de Madrid, individuo de la Real Sociedad económica Matritense, y de otros establecimientos científicos.
TOMO II.
VALENCIA:
En la Imprenta de Estévan.
1819.

4.11.1 Análisis de contenido del apartado de Arte Conjetural

Identificación de los focos conceptuales que guían la secuenciación de contenidos

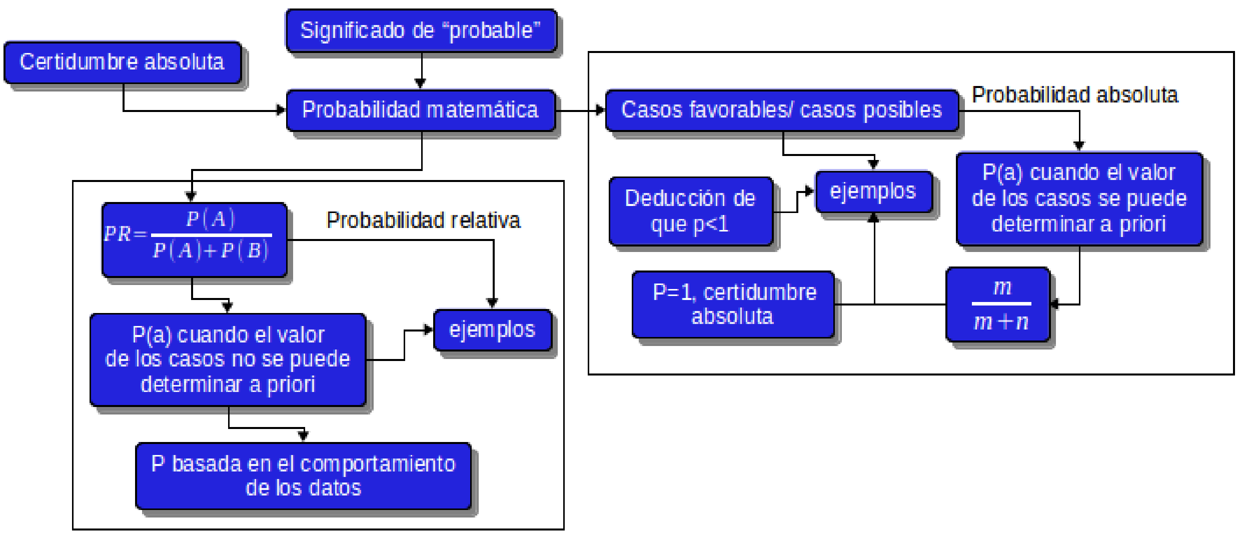
En este caso hay una idea que es la guía la secuenciación. La podemos encontrar en la primera parte de la sección, es la idea de anticipación, pues dado un fenómeno, se pretende encontrar el grado de certidumbre de que ese fenómeno se comporte de un modo regular:

Cuando el asunto no ófrece todas las condiciones necesarias para llegar á la certidumbre de una demostracion, se debe hacer un exámen de todas las condiciones que son conocidas, pesar su importancia y conocer su número. En el exámen de lo que pueden influir para deducir sobre la certeza de una proposicion, se debe procurar descomponer cada circunstancia, tanto como sea posible, á fin de no tener que pronunciar sino sobre proposiciones de ígual sencillez y de igual evidencia. No habria mas que desear si se pudiesen reducir las cuestiones á tal punto, que hubiese una exacta paridad con el acto de arrojar un dado que tuviese un cierto número de caras señaladas de diversos colores ó puntos. Si la figura de este dado fuese bien regular, de materia bien homojénea, las circunstancias de su tiro bien variadas é imprevistas, de modo que no hubiese ninguna razon de esperar verle caer mas bien á un lado que hácia á otro; y que hubiese por ejemplo cinco caras blancas y una negra, nuestro entendimiento, hallando el número de las caras blancas mayor que el de las negras, juzgaria que era mas posible al echar un dado, el sacar una cara blanca que una negra; por lo que diria que era mas *probable* el echar una cara blanca; así, la palabra *probable* se emplea cuando el número de circunstancias que favorecen al acontecimiento, es mayor que el que favorecen al acontecimiento opuesto. Si de las seis caras del dado tres fuesen blancas y otras tres negras, habia tanta razon para esperar que saliese una blanca como para que saliese una negra.

Vallejo, 1819, primera edición; p. 366

De este modo vemos que es la anticipación la que nos da la pauta para entender los fenómenos.

El mapa conceptual es el siguiente:



Sistemas de representación

Textuales, la mayor parte del contenido se presenta mediante argumentos textuales.

De lo espuesto hasta aquí se deduce que *la probabilidad matemática siempre estará espresada por un quebrado propio* ó menor que la unidad, á la cual se aproximará tanto mas cuanto el número de los casos favorables al acontecimiento que se considera, sea mayor con relacion al número total de los casos posibles; pero sólo se podrá convertir en la unidad cuando no hubiese ningun caso contrario á este acontecimiento, lo que haria cierta su produccion; de modo que *la unidad es símbolo de la certidumbre.*

Vallejo, 1819, primera edición; p. 368

Simbólico, el uso de símbolos para los cálculos.

$$1-\frac{m}{m+n}=\frac{n}{m+n}.$$

1819; p. 369

$$\frac{m}{T}+\frac{n}{T}+\frac{p}{T}+\frac{q}{T}+\frac{r}{T}+\frac{s}{T}=\frac{m+n+p+q+r+s}{T}=\frac{T}{T}=1.$$

Vallejo, 1819, primera edición; p. 369

Tabulares, para la exposición ordenada de los casos analizados.

1, 6	6, 1	2, 5	5, 2	3, 4	4, 3

y segun estas condiciones la probabilidad de obtener el número 2 seria $\frac{1}{36}$, miéntras que la de obtener el número 7, será $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

Vallejo, 1819, primera edición; p. 368

A, B	A, B	A, B	A, B	A, B	A, B
1...1	2...1	3...1	4...1	5...1	6...1
1...2	2...2	3...2	4...2	5...2	6...2
1...3	2...3	3...3	4...3	5...3	6...3
1...4	2...4	3...4	4...4	5...4	6...4
1...5	2...5	3...5	4...5	5...5	6...5
1...6	2...6	3...6	4...6	5...6	6...6

Vallejo, 1819, primera edición; p. 368

Fenomenología

La fenomenología presente está en el contexto matemático.

> *Si hemos esperimentado una sola vez que dos hechos A y B se siguen inmediatamente, se presentan á nosotros tres suposiciones: ó que B tenga su fundamento en A, ó que A y B tengan su fundamento comun en una tercera causa C, ó que cada uno de los dos dependa de una causa aislada ó independiente. En los dos primeros casos deberán volver á parecer siempre el uno á continuacion del otro; en el tercero su concurso será efecto de la casualidad. Donde se ve que admitiendo la influencia de la repeticion del juicio de posibilidad sobre nuestro espíritu, somos conducidos á suponer una dependencia sea inmediata, sea mediata entre A y B. Luego si se reproducen de nuevo, y si al reproducirse parecen constantemente reunidos, viene á ser verosímil que esta reunion tiene su principio en una de las dos primeras hipóteses; y miéntras mas frecuente sea la repeticion del concurso de los dos hechos, mas se aumentará esta verosimilitud é irá creciendo hasta el infinito.*

Vallejo, 1819, primera edición; p. 372

Y en el campo de los juegos de azar, como las cartas, los dados, para la probabilidad absoluta y en el campo de las ciencias sociales y de la predicción/comportamiento de situaciones para la probabilidad relativa.

> Si se sabe por ejemplo que en una urna hay cuatro bolas entre blancas y negras, y se han sacado sucesivamente tres bolas blancas y una negra, teniendo cuidado de volver á poner cada vez la bola sacada, podríamos conjeturar que se verificaba alguna de las tres hipóteses siguientes: ó que habia 3 bolas blancas y 1 negra, ó 2 blancas y 2 negras, ó una blanca y 3 negras.

Vallejo, 1819, primera edición; p. 371

cialidad, se ha llegado á determinar por Laplace que en treinta departamentos de Francia, *el número de los varones que nacen, está con el de las hembras en la razon de 22 á 21; los matrimonios con los nacidos están en la relacion de 3 á 14; y en fin, que la poblacion guarda con los nacidos anuales próximamente la razon de* 28,353 *á* 1. De donde resulta que sabiendo el número de nacidos en un año, si se multiplica por el número 28,353 se tendrá el número de los habitantes con mas exactitud acaso que por los otros medios. Se ha encontrado tambien que desde 1745 á 1784 en Francia, *la relacion de los nacidos varones á las hembras está representada por* 25:24; de 1664 á 1758 inclusive esta relacion en Lóndres es la de 19 á 18; de 1774 hasta 1781 inclusive en Nápoles, no comprendiendo la Sicilia, esta relacion es de 22 á 21.

Vallejo, 1819, primera edición; p. 374

Hasta aquí se tiene una caracterización del arte conjetural, a partir de ahora la discusión se centrará, como el caso del Tomo I, en torno a los cambios entre las ediciones.

4.11.2 Cambios entre las ediciones

El contenido de la edición de 1827 (segunda) presenta pocos cambios, es de notar el cambio de la S al símbolo de la integral. $\int Xdx$

Una adición que hace a esta edición es la inclusión de una nota al pie en el que afirma que el Teorema de Maclaurin no es de ese autor, sino de Stirling que lo publicó desde el año 1717.

(*) *Esta fórmula se ha dado á conocer en las obras de casi todos los Matemáticos del continente, bajo el nombre de* Teorema de Maclaurin, *suponiendo que este sabio la encontró. Yo jamas la he caracterizado en ninguna de mis obras, como inventada por Maclaurin, por haberla visto en obras inglesas anteriores; pero no teniendo suficientes datos para contradecir la asercion de unos sabios tan respetables y dignos de aprecio como MM. Lagrange, Lacroix, &c. &c., pasé en silencio su autor en esta, para evitar el dar alguna idea equivocada. Ahora tengo la satisfaccion de indicar que en la leccion que Mr. Lacroix esplicó en el Colegio de Francia el dia* 1.° *de diciembre de* 1825, *tuve la complacencia de oirle:* que aunque en sus obras y en otras se daba á conocer dicha fórmula bajo el nombre de Teorema de Maclaurin, sin embargo, debia advertir que esto no era exacto; pues que Mr. Peacock le habia hecho notar, que dicho teorema se debia á Stirling, quien lo habia publicado desde el año de 1717 en sus *Lineæ tertii ordinis Neutonianæ, &c.*

Vallejo, 1827, segunda edición; p. 83

Hace notar que la notación para las integrales se usa en la física y en esta adición en particular se dedica a encontrar la integral determinada de integrales trascendentes.

La notacion que hemos dado á conocer (§ 200) para indicar las integrales determinadas, se usa muy frecuentemente en la resolucion de los problemas de Física; y como aun no se halla espresada en ninguna obra elemental de cálculo, no juzgo inoportuno el detenerme algun tanto sobre este punto, á fin de que los principiantes se familiaricen bien con dicha notacion, y puedan comprender las importantes

Vallejo, 1827, segunda edición; p. 143

144 DEL CÁLCULO INTEGRAL.

aplicaciones que se hacen del cálculo infinitesimal á los diversos ramos de la Física.

Con este objeto, observaré que, pues $\frac{dz}{\sqrt{1-z^2}}$ es (§ 162) la diferencial del arco cuyo seno es z, resulta, que integrando, será

$$f.\frac{dz}{\sqrt{1-z^2}}=\text{arc.}(\text{sen.}=z)+\textit{Const.}\ (\alpha);$$ siendo *Const.* la constante arbitraria.

Esta espresion, conforme está, es lo que hemos llamado (§ 200), *integral indeterminada.*

Si queremos espresar, que el valor de esta integral se ha de empezar á contar desde el parage en que $z=0$, esto quiere decir, que la integral debe reducirse á cero cuando $z=0$; lo que da para completar la integral $0=\text{arc.}(\text{sen.}=0)+\textit{Const.}$; y como cuando el seno es cero, lo es tambien el arco, resulta que $\textit{Const.}=0$; luego la integral completa de la espresion (α), es

$$f.\frac{dz}{\sqrt{1-z^2}}=\text{arc.}(\text{sen.}=z).$$

Vallejo, 1827, segunda edición; p. 144

Asimismo, se presentan al final dos adiciones, la primera sobre las dificultades para la visualización de los objetos tridimensionales, toda vez que las representaciones figurales/gráficas que se presentan en las láminas del libro están en dos dimensiones, habla de como los sentidos, en este caso la vista, puede ser engañada.

Habla del extravío de un manuscrito en algún punto de su viaje por el extranjero, en el que afirma tenía calculado una gran cantidad de datos para poder proveer al artista que los iba a crear, de la información necesaria para construir determinados modelos de figuras que se usan en la geometría con tres dimensiones.

Estando en París, y siendo que Lacroix compartía con él la idea de hacer sensible a los principiantes, éste usaba unos modelos como los que Vallejo tenía en mente.

Lacroix, le informa que Mr. Hachette, tenía construido el hiperboloide de una cara, contactándole con Mr. Brochi el constructor de tales modelos.

Éste último se compromete con Vallejo a hacer para él un paraboloide hiperbólico, el de revolución, el hiperboloide de revolución, el de una cara, el conoide con el paraboloide tangente y todos aquellos cuya figura le diese.

La consecuencia fue que:

El dia 14 de Febrero, presentó Mr. Lacroix los modelos de tres hiperboloides, hechos y llevados á la clase por Mr. Didiez, profesor de Matemáticas muy acreditado, por sus reconocimientos y celo por la enseñanza, y que dá un curso gratuito de Geometría aplicada á las artes. Mr. Lacroix con una bondad estraordinaria y un celo muy laudable, al ver que yo manifestaba deseos de construir unos modelos como aquellos, habló á Mr. Didiez con mucho interés, para que viese si tendria inconveniente en prestarse á que se hiciese un juego de ellos para mi. Mr. Didiez accedió gustoso y espero obtener la coleccion mas completa que permita el estado de mis facultades.

Ya tengo en mi poder construidos por Mr. Brochi con el mayor primor y exactitud el hiperboloide de una cara, *el* hiperboloide de revolucion, *el* paraboloide hiperbólico; *las figuras* 13, 14 y 15 *de*

Vallejo, 1827, segunda edición; p. 438

este volúmen, la figura 68 del tomo 2° parte 1a de mi tratado elemental de matemáticas para manifestar la transformacion de las coordenadas en el espacio; y la figura 63 del tomo 3° parte 1a de la misma obra, en que manifiesto el modo de determinar el elemento de una curva de simple ó doble curvatura en el espacio, y los ángulos que ella ó su tangente forma con los ejes de las coordenadas.

Vallejo, 1827, segunda edición; p. 439

El otro apéndice trata del cálculo diferencial, es una:

ADICION

QUE DEBERA ESTUDIARSE

DESPUES DEL CÁLCULO INTEGRAL.

NUEVOS CÁLCULOS

análogos al cálculo infinitesimal.

Vallejo, 1827, segunda edición; p. 1 del Apéndice

Habla de los adelantos que la ciencia ha tenido hasta ese momento, es un repaso histórico sobre esos adelantos, tanto teóricos, como en notación.

Se presentan las funciones periódicas, doblemente periódicas, la notación factorial, la notación para la composición de funciones y una breve introducción al cálculo de residuos de Cauchy, posteriormente presenta varios ejemplos del tema.

Esta adición se termina con la fecha de impresión e imprenta.

CON LICENCIA:
Madrid, *27 de Noviembre de* 1828.
Imprenta de I. SANCHA.

Por la fecha no es clara su situación en el libro, siendo que éste fue impreso en 1827.

La edición de 1835 (tercera).

Pone una nota junto a la que ya estaba sobre la autoría del Teorema de Maclaurin y que dice lo siguiente (la fórmula (n) es el resultado del teorema de MacLaurin):

La fórmula (n) espresa el desarrollo de toda funcion de x, que es susceptible de poderse desenvolver en potencias enteras y positivas de x; pues se ha sacado en este supuesto. Por consiguiente, si se aplica á funciones que no sean susceptibles de dicha forma, se verá que no tiene lugar. Sin embargo, varios Autores, suponiéndola mas general de lo que es, tienen luego que considerar los casos de *escepcion*, que suelen espresar, diciendo, que son los casos en que *falla* ó *cae en falta*, sin reflexionar que el defecto está en hacer concebir al principiante una idéa mas general para obligarle despues á restringir su significado. Una funcion indica que no es susceptible de desarrollarse en potencias enteras y positivas, desde el momento en que salga *infinito* uno cualquiera de los coeficientes diferenciales: pues luego todos los que siguen son tambien infinitos.

Vallejo, 1835b, tercera edición; p. 83

Habla fundamentalmente sobre el uso un tanto abusivo del teorema.

Otra de las adiciones es sobre la aplicación del Cálculo Diferencial a la investigación sobre los máximos y mínimos de las funciones:

168 Para aplicar el Cálculo Diferencial á la investigacion de los máximos ó mínimos, se practicará lo siguiente: 1º ***hállese el primer coeficiente diferencial de la funcion; 2º determínense cuáles son los valores reales de la variable que pueden reducir á cero ó á infinito este primer coeficiente diferencial; lo que se consigue igualando su espresion á 0 si tiene la forma de entero, ó igualando separadamente á 0 su numerador y denominador, si tiene la forma de quebrado, y resolviendo la ecuacion ó ecuaciones que resulten: y se verificará, que si la funcion es susceptible de tener máximo ó mínimo, ha de ser precisa é indispensablemente en alguno de los valores que por este medio se obtengan para la variable. Mas por esto solo no se puede asegurar, que efectivamente haya máximo ó mínimo en dichos valores hallados; y para cerciorarse de si los hay ó no, es preciso examinar cada valor de la variable para ver si reune la circunstancia de originar en la funcion máximo ó mínimo.***

Vallejo, 1835b, tercera edición; p. 104

No abundaremos en este punto, se remite al lector a la discusión sobre este punto en el análisis que se hace del *Tratado*.

Se incluye además un:

> Apéndice en que se manifiesta, que el nuevo método para encontrar las raices reales de las ecuaciones numéricas de todos los grados, inserto en el tomo 1° de esta obra (§§ 197a, 197b... al 197jj) es exacto y general, y no reconoce limitacion ni escepcion alguna, cualquiera que sea el aspecto que se considere (Vallejo, 1835b, tercera edición; p. 445)

Éste es, como el nombre lo indica, en esencia el que se encuentra entre tales §§: el método, las reglas y los ejemplos. Con la diferencia que la primera parte es distinta pues no plantea la resolución de las ecuaciones por otros métodos para concluir que el suyo es mejor, sino que en la introducción relata cómo es que llega a él, las ecuaciones que le sirven de prueba, quiénes le ayudan a revisar sus escritos.

En ese sentido no abundaremos en el método, sino en lo que cuenta alrededor del método.

Narra que dio con este método estando enfermo y en cama entre enero y febrero de 1835.

por Enero y Febrero del presente año de 1835. Yo mismo estaba asombrado de la sencillez del método y de su generalidad; y como uno prudentemente debe siempre desconfiar de sus propias fuerzas, yo resolvía las ecuaciones por dicho método, y aun lo dudaba. A las personas inteligentes, que me favorecían, visitándome, les indicaba esta ocupacion que al mismo tiempo me servía como de treguas en mis dolencias. La importancia del método y el haberse escapado á cuantos Matemáticos han existido, me hacían considerar estas investigaciones, con la prudente desconfianza, de quien no aspira á exagerar los resultados, sinó á divulgar y propagar los conocimientos útiles, para aliviar en lo posible al género humano de sus fatigas y penalidades. Así es, que á pesar de la conviccion íntima, que yo tenía, de la generalidad del espresado método, yo mismo me proponía objeciones; pero como por él se hallaban los resultados verdaderos, tenía casi una completa evidencia, de que no padecía ilusion. Sin em-

Vallejo, 1835b, tercera edición; p. 445

Emocionado por los resultados procedió con cautela, y probando con ecuaciones que implicasen raíces complejas pudo encontrar una regularidad, que convirtió en parte de la regla.

Para no dejar incertidumbre alguna sobre el método decidió probar con ecuaciones que implicasen raíces de todo tipo:

603 Para no dejar en tan importante materia, rastro de incertidumbre, voy á considerar aquí todos los casos que pueden ocurrir, principiando por uno, en que habiendo padecido equivocacion de cálculo, tambien concebí alguna sospecha de si fallaba el método. En efecto, desvanecida ya la duda espresada (601), me ocurrió *si cuando las raices imaginarias se combinasen con las incomensurables, podría la existencia de aquellas impedir que se descubriesen éstas por el método*; y la resolucion completísima, que obtuve, de la (ec. 18 § 197 ee), me sacó de semejante incertidumbre.

604 Quise tambien examinar si *la existencia simultánea de las raices iguales con las imaginarias, podría originar el que estas impidiesen al método el descubrir aquellas*; y me propuse la ecuacion siguiente:

Vallejo, 1835b, tercera edición; p. 449

Después de haber presentado un análisis exhaustivo de diversos casos, se concluye que éste no tiene excepción alguna y decide presentarlo.

La persona que le ayuda en la resolución de las ecuaciones de este apéndice es el joven:

> suelto por el recomendabilísimo jóven D. *Agustin Pascual* y los discípulos D. *Hermenegildo Gutierrez*, D. *Joaquin Pavía*, D. *Nicanor de la Fuente*, y D. *Domingo Soler*, de quienes hemos hablado (*I* nota del § 197 *jj*); pues yo apenas he hecho mas que preparar las ecuaciones, indicar lo que se había de hacer en cada caso particular, y redactar despues los resultados. Y aunque para manifestar el enlace de esta doctrina, con los demas tratados de las Matemáticas, hemos hablado de coeficientes diferenciales, y de *máximos* y *mínimos*; sin embargo, las personas que han hallado las raices, ignoran estas sublimes teorías; y para popularizar este método de *hallar todas las raices reales de las ecuaciones*, y ponerlo á los alcances de las grandes masas, tengo ya redactada la regla que debe conducir en la práctica, para que, sin mas conocimientos que los contenidos en mi *Aritmética de Niños*, se puedan resolver todo género de cuestiones, por las personas de mediana inteligencia, y aun por los niños de las Escuelas.

Vallejo, 1835b, tercera edición; p. 519

La edición de 1840 (cuarta).

Esta edición tiene modificaciones pero a las secciones que no son de matemáticas. La única nota extra que podemos encontrar es sobre una aplicación del arte conjetural que sirve de entrada a Vallejo a una larga explicación de las condiciones en las cuales se dictaminaba el cierre de las Escuelas Normales a su cargo, y cómo a expensas del Instituto Español se abrirían dos escuelas que estarían bajo su supervisión:

> convencido de la utilidad del expresado método, ha abierto á sus espensas dos Escuelas, una destinada para las niñas, y otra para los trabajadores de todas clases, artesanos, y demas personas adultas, en que se siga dicho método como el mas adecuado; y para que se forme una justa idéa sobre tan importante asunto, se insertarán aquí dos trozos del artículo que trae la Gaceta de 19 de junio del presente año de 1840, y son los siguientes: "La Escuela de adultos se vé diariamente llena de infelices jornaleros, artesanos y soldados, que habiéndo quedado en la ignorancia, adquieren aquí todas las noches, despues de su trabajo, la instruccion primaria tan necesaria á todas clases y edades, bajo la direccion del siempre celoso y amante de la enseñanza el Illmò. Sr. D. José Mariano Vallejo : : : :.
>
> "El 1.º del corriente abrió el Instituto su escuela diaria gratuita de niñas bajo la direccion de la Seccion de Damas de la Corporacion, y en la cual, segun el reglamento de la Seccion, se dará la parte de educacion, que realzando el mérito de una Señorita, sirva en la adversidad para mantenerse en una honrosa independencia y evitar la mendiguez. En esta Escuela solo se admiten las hijas de los socios ó parientas cercanas y las niñas huérfanas, cuyos padres, ya militares, ya de la Milicia Ciudadana, hayan muerto en defensa del trono legítimo y de la libertad.

Vallejo, 1840c, cuarta edición; p. 430

En términos de las matemáticas contenidas, es una reimpresión. En cuanto al contexto, se puede encontrar un paralelismo entre los cambios que están en el *Tratado* y el *Compendio*.

CAPÍTULO 5.
Comparaciones entre obras pertenecientes a campos conceptuales relacionados

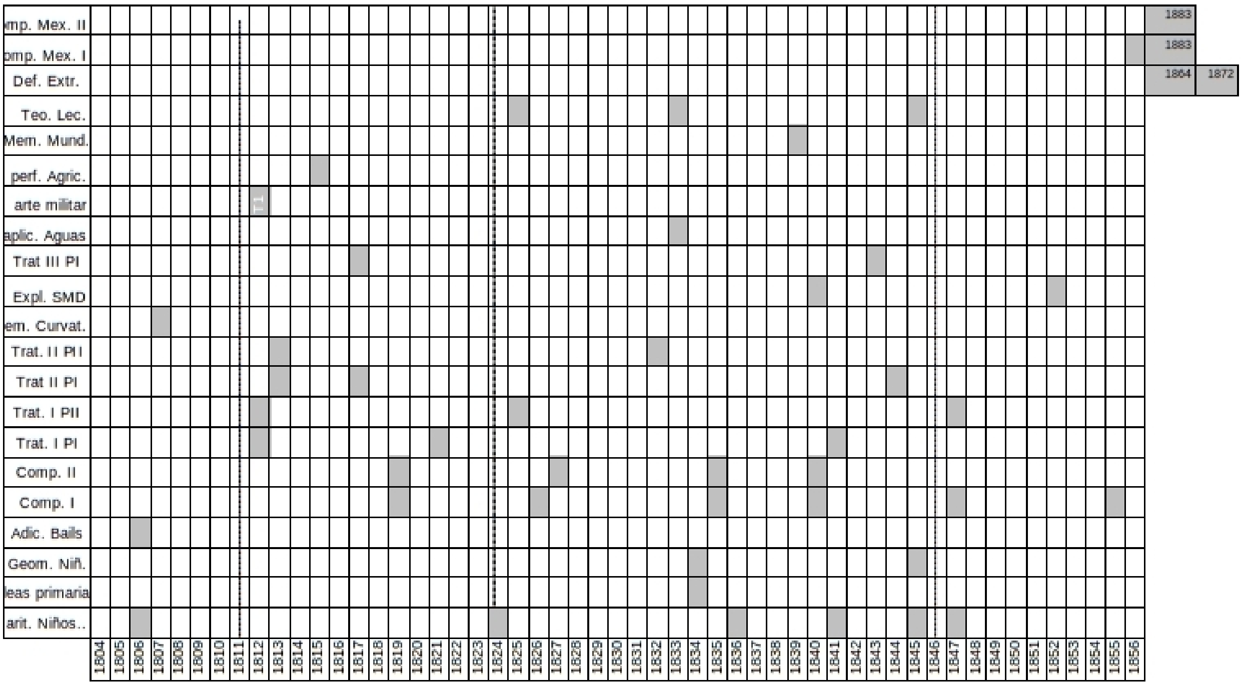
Capítulo 5. Comparación entre campos conceptuales relacionados

Introducción

Para hacer la comparación entre los campos conceptuales, en este capítulo se hará uso de una tabla que contiene por una parte, los libros analizados y por otra, los años de las publicaciones, tomando en cuenta los campos conceptualmente relacionados y los niveles educativos. Asimismo se validará la propuesta de etapas de división de la obra de Vallejo de acuerdo a las características observadas en el análisis de contenido.

5.1. Validación de las etapas

La siguiente imagen muestra los libros usados, las líneas de 1811, 1824 y 1845 representan las divisiones propuestas para los periodos.



En cuanto a las etapas propuestas, éstas se corroboran parcialmente.

La primera de ellas, la de 1804 a 1811, es adecuada pues las obras contenidas en ella, se corresponden la etapa de los ensayos de Vallejo previos a la publicación del Tratado, son tres libros en esta categoría, la primera y segunda ediciones de la *Aritmética de Niños*, las *Adiciones a la Geometría* y la *Memoria sobre la curvatura*. No están conceptualmente relacionadas, por lo que poco se puede decir de su estructura, salvo quizá que la

Aritmética al estar dirigida a la primera enseñanza no tiene demostraciones. Además de que también atendía a otras motivaciones: la enseñanza de los decimales, que Vallejo consideraba importantes, toda vez que desde inicios del siglo XIX se estaba intentando adoptar el sistema métrico decimal. La intención de Vallejo de ensayar con ellas es explícita.

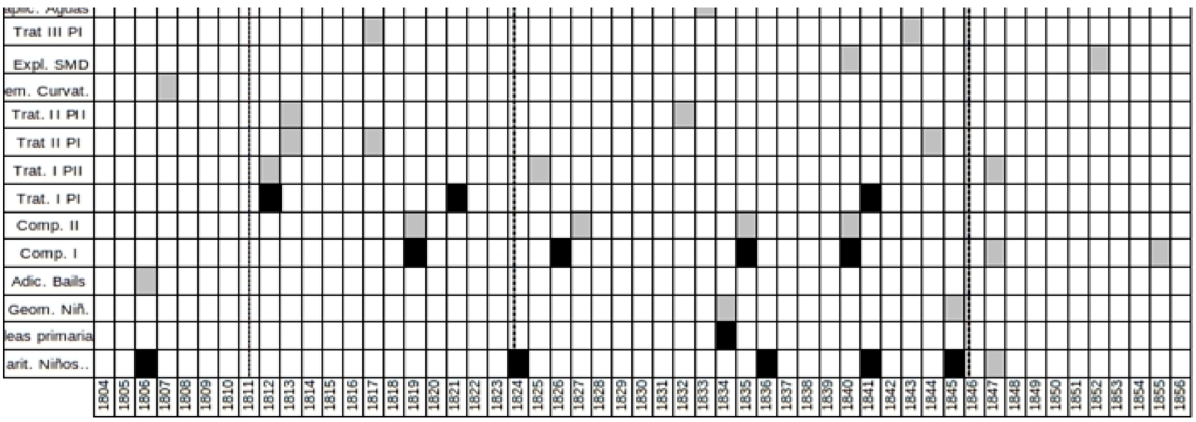
En la segunda etapa se propone un ajuste en los años, ya que considerando sólo hasta 1824, quedaría fuera de ella una edición del Tratado y del Compendio. Sostenemos que por las características observadas en estas ediciones pueden ser incluidas en la etapa previa, toda vez, que el análisis de contenido revela que tienen características, similares, y que lo único que hay es un aumento en temas. Por lo que se considera una mejor opción 1829, que es el año de regreso de Vallejo a España.

Así, el tercer período estaría comprendido entre 1829 y 1846, año de la muerte de Vallejo. Se caracteriza en el caso de las obras científicas por la presencia de contenido aprendido por Vallejo en el extranjero, fundamentalmente de autores franceses y en el caso de la enseñanza básica, por la aparición de una geometría para niños y por una constante actualización de la Aritmética de Niños en cuanto a las novedades que se presentan en la implementación del Sistema Métrico Decimal. La única excepción es la inclusión del Tomo I, parte II del *Tratado*, por las razones que ya antes se han argumentado.

5.2. Comparación de obras con campos conceptualmente relacionados

Obras con campos conceptualmente relacionados: la aritmética

Están marcadas en negro las obras que tratan de aritmética, son la *Aritmética de Niños*, el tomo I del *Compendio* y el tomo I, parte I del *Tratado*. Vallejo estaba convencido de que mediante la instrucción la nación podía salir de su decadencia. Convencido de que ilustrar a los ciudadanos era hacer una mejor patria, consideraba de vital importancia el hacer obras que permitieran que todos (tanto en dinero, como en capacidad) pudieran acceder al conocimiento. De este modo consideraba que lo primero y más básico era la Aritmética, de ahí, suponemos, la amplia difusión que le dio.



La aritmética presente en los tres libros tiene la misma estructura y la misma definición de aritmética, salvo por las demostraciones que no están en la *Aritmética de Niños*. En el caso del Compendio, parece ser que su carácter no profesional hace que Vallejo considere que las operaciones básicas sean suficientes. En términos generales, la estructura no cambia, pues como señalan Sierra, Rico y Gómez (2007), el currículo de la aritmética estuvo prácticamente determinado desde el siglo pasado. Además de que como señala García (2002) hay obras que en cuanto a los contenidos tratados son semejantes a la de Vallejo.

Una concepción de Vallejo sobre la forma en que las personas aprenden influirá de manera determinante en las características de un contenido dirigido a la primera enseñanza o a la de otro tipo, se ha señalado con anterioridad que:

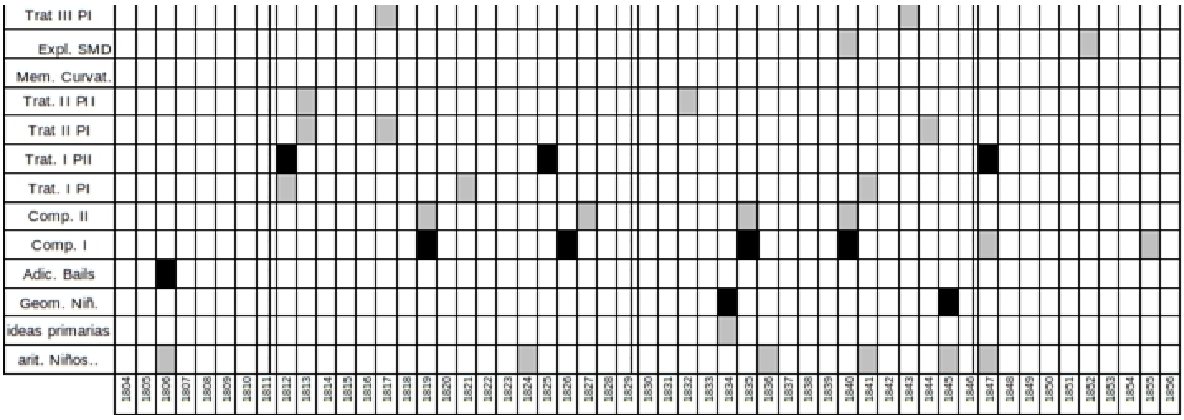
> sas. Tiene la circunstancia, de que los que aprenden por ella, tienen ya mucho adelantado para el estudio de las Matemáticas; pues la Aritmética como ciencia la aprenden sin mas que añadir las demostraciones; lo cual es tanto mas fácil, cuanto habiendo cuatro cosas que aprender, al estudiar la Aritmética, como son: el lenguage, las reglas, la práctica de estas y la demostracion de las mismas, como sabiendo perfectamente las tres primeras circunstancias, ya no les queda que aprender, sinó la demostracion, lo hacen con tanta mayor facilidad, cuanto se hallan desembarazados de las dificultades que ofrecen las tres primeras.

(Vallejo, 1834b; pág. 10)

La *Aritmética de Niños*, además de servir de ensayo para el *Tratado*, tuvo una motivación aparte, que fue la introducción del sistema de los decimales, como una reacción al intento por instituir el Sistema Métrico Decimal, proveniente de Francia. La ADN mantendrá su forma inicial, con adiciones en forma de apéndices.

Obras con campos conceptualmente relacionados: la Geometría

Se consideran en este caso, la *Geometría de niños*, las *Adiciones a la geometría de Benito Bails*, el tomo I de *Compendio* y el tomo I parte II del *Tratado.*

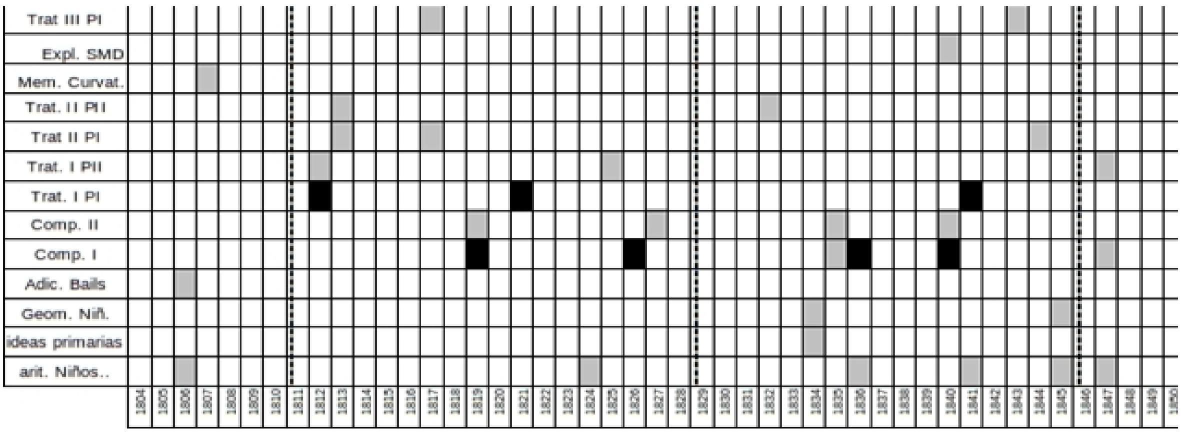


En el caso de la Geometría, se sigue (con excepción de las *Adiciones*) la misma estructura de los textos clásicos, la idea que guía la secuenciación en estos casos es la de dimensión. La diferencia más importante es la que se puede mirar cuando se subdividen además estas obras entre las de primera enseñanza y las obras científicas, como en el caso de la Aritmética. En la *Geometría de Niños*, ésta además de estar dedicada como lo indica el nombre a los niños también estaba destinada a personas con oficios en los cuales no se necesitaba de las demostraciones, por lo que son suprimidas, dándole un aspecto un tanto utilitario a la geometría.

El caso de las *Adiciones* es aparte. Como se señala en el análisis de contenido del libro, su naturaleza de origen, su motivación, es la de proveer del rigor de los clásicos griegos a la geometría de ese tiempo, por lo que poco puede compararse con las otras obras dedicadas a la geometría, salvo quizá que posee un único contexto, el matemático y que es una serie de teoremas, explicaciones, demostraciones.

Obras con campos conceptualmente relacionados: el álgebra

Los libros considerados en este caso son el tomo I del *Compendio* y el tomo I parte II del *Tratado*.



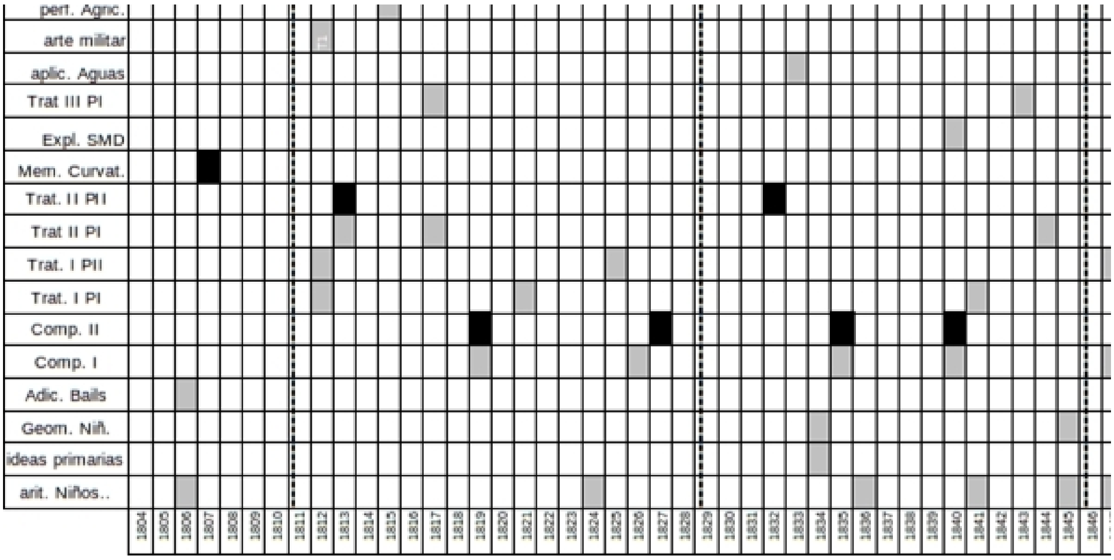
Del análisis que se ha hecho del *Tratado* y del *Compendio* se puede advertir que están profundamente relacionados. Cambios de uno tienen su equivalente en el otro, y son semejantes en cuanto a estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología, con la reserva de que el *Compendio* tenía la consigna, además, de ser conciso.

Si bien en un planteamiento inicial el *Compendio* se realizó a partir del *Tratado*, lo cierto es que en cuanto al Álgebra hubo cambios que aparecieron antes en el primero y con posterioridad en el segundo. Tal es el caso del método de Vallejo para la resolución numérica de ecuaciones, que serán las protagonistas de los cambios que se pueden ver en ambos libros.

En cuanto a la originalidad intelectual sobre el método propuesto citamos a Suárez (s.f.):

> La contribución de José Mariano Vallejo consiste en combinar los métodos iterativos con la doble proporcionalidad, o como él indica, con la regla de falsa posición doble para dar un método conocido hoy día como Método de la secante.
>
> Tras un breve recorrido por los diferentes métodos de resolución numérica de ecuaciones y sus variantes aportados por Viéte, Harriot, Ougtred, Pell, Newton, Halley, Lagni, Rapshon, Jacques y Johann Bernoulli, Daniel Bernoulli, Euler, Lagrange y Budan, indica que estos métodos necesitan de los conocimientos más sublimes de las Matemáticas mientras que su propio método, basado en la Regula Falsi sólo necesita de conocimientos elementales de la Aritmética.
>
> De aquí podemos considerar a José Mariano Vallejo y Ortega como el primero que enuncia el Método de la secante para resolver numéricamente ecuaciones polinómicas de cualquier grado, ya que no se ha encontrado ningún otro autor que incluya este método en alguna obra de fecha anterior a 1835. (p. 13).

Obras con campos conceptualmente relacionados: el cálculo diferencial e Integral



El caso del cálculo lo componen tres libros: la *Memoria sobre la curvatura*, el tomo II del *Compendio* y el tomo II, parte II del *Tratado*.

La *Memoria* tiene relación con el *Tratado*, éste tiene inserto un capítulo que trata de los mismos temas que la primera. La diferencia es que en la *Memoria* se usan métodos propios de la geometría elemental, para algunas demostraciones; siendo que en el caso del *Tratado*, el fin es el cálculo de los radios de los círculos osculadores y de las evolutas, en un cierto sentido se presenta como una aplicación del cálculo diferencial a las curvas.

Dada la relación de dependencia que existe entre el *Compendio* y el *Tratado*, las estructuras conceptuales, los sistemas de representación y la fenomenología son semejantes en las dos obras. Sin embargo, existen algunas diferencias entre estos dos textos, no sólo en el cálculo, sino de manera general. Las notas históricas están suprimidas del *Compendio*, la razón es que se llegó a considerar a este último dirigido a profesionales que necesiten de las Matemáticas, mientras que el *Tratado* estaba destinado a formar matemáticos profesionales y, en ese sentido, consideraba que la historia de la disciplina le daba una perspectiva que era fundamental. Entre las características que comparten podemos enunciar una que es fundamental en prácticamente todo el trabajo de Vallejo, la búsqueda de "completar" que siguen ambas.

El espíritu ilustrado de Vallejo fue producto quizá de esos primeros roces con la filosofía al reflexionar sobre la forma en que debía enseñarse y el contacto con las obras francesas de los últimos años del siglo XVIII y principios de XIX que ponían énfasis en la ilustración del individuo como un medio para superar todos los males de la nación. Muestra de esto podría ser el pasaje que se encuentra en el Prólogo del Compendio (1835a), al narrar como Francia, al poner por delante a la ciencia, hace de sí misma, al paso de los años, un referente en cuanto a ciencia se refiere.

5.3. Reflexiones a partir del análisis de contenido y de las comparaciones entre distintas obras

Para entender de manera global la obra de Vallejo hemos de mirar el desarrollo del *Tratado Elemental de Matemáticas*. Aquellas obras anteriores a ella pueden entenderse como ensayos, tanto para los contenidos como para la metodología, extensión de cada parte, para la integración de ellas. El desarrollo del *Tratado* hasta antes del exilio de su autor podemos situarlo como un desarrollo incremental, en el sentido de que el criterio para incluir algún tema era para buscar una completez de la obra, poniéndola en un estado de actualización permanente. Esta tendencia se romperá a su regreso a España, que es cuando el *Tratado* y en general todas las reimpresiones de esa época tuvieron como fuente para su modificación la matemática francesa, sobre todo de autores como Lacroix y Cauchy.

El *Compendio* será una versión breve del *Tratado*, por lo que en términos generales seguirá las mismas pautas que el *Tratado*, en cuanto a que la estructura conceptual es prácticamente la misma. En cuanto a la evolución que sufre el *Compendio* podemos decir que "reacciona" a los cambios que sufre el *Tratado*, salvo quizá en el tema de la resolución de las ecuaciones, que en ese caso aparece antes en el *Compendio.* Pero la tendencia más regular es la contraria.

Una reflexión en torno a las categorías nos lleva a concluir que en términos de sistemas de representación y de la fenomenología no hay novedades, dominando desde luego el contexto matemático y las representaciones textuales, figurales y simbólicas.

CAPÍTULO 6.
Conclusiones

Capítulo 6. Conclusiones

Introducción

Esta investigación tiene una doble motivación por parte del autor: primero, estando plenamente convencido de la importancia de la Historia de la Educación Matemática se propone hacer un doctorado cuya tesis sea bajo este enfoque, y segundo, la motivación por el estudio de la obra de Vallejo. A su vez la motivación por el estudio de Vallejo es doble ya que, por una parte, los estudios realizados en España sobre él muestran una gran riqueza de la persona y de la obra y, por otra, sus libros son considerados como una de las vías mediante las cuales el Cálculo fue introducido en las escuelas mexicanas, razón por la cual Vallejo ha sido estudiado en México. Es en la intersección de estas situaciones que se realiza esta investigación.

La preocupación principal en el planteamiento germinal de la obra era si se podía aportar o decir algo más de la obra de Vallejo toda vez que en el medio existen muchas investigaciones que lo involucran. Una reflexión sobre el amplio estado de la cuestión realizado nos dio la pauta a seguir: los estudios realizados y a nuestro alcance no involucraron a la obra completa, por lo que se eligió esa ruta.

El siguiente paso fue el valorar si se podía tener la información necesaria, las fuentes primarias, para la realización del mismo. La Biblioteca General de la Universidad de Salamanca tiene una edición completa de la obra de Vallejo y algunas reediciones de varios tomos, además de que algunos tomos más, que de manera muy amable, nos facilitó de su biblioteca personal América López, sin embargo, el conjunto de las obras distaba mucha de ser una buena aproximación a la obra completa de Vallejo. La respuesta a este escolio vino de la mano de las nuevas tecnologías, muchas bibliotecas en España y en el mundo están en un proceso de digitalización de sus fondos más antiguos, con propios medios, o mediante acuerdos con Google para poner a disposición de todo el mundo las obras del pasado. Estamos siendo testigos y partícipes de la conformación de la Biblioteca Digital Universal. Como resultado de estos fondos digitales y de los recuperados por los medios tradicionales, se conformó un fondo documental más que suficiente, 29 libros de Vallejo, de matemáticas y publicados entre 1806 y 1847 de los que se tiene la certeza de que son obra suya. Además de una colección de otras 26 fuentes primarias, libros de Vallejo, sobre otros temas que nos permitieron conocer el contexto del autor.

Con el avance de la investigación, la preocupación recayó sobre la metodología. La pregunta en su momento fue cómo analizar un conjunto de libros que presentaba una gran diversidad de temas y dirigidos a distintos niveles o edades. La solución pasó por la construcción de un diseño metodológico que integró de los trabajos de Schubring y Rico *et al*. Consideramos que esta propuesta es un aporte metodológico importante de esta investigación.

Una vez determinado el camino a seguir se procedió al análisis de los libros y en la consecución de los objetivos propuestos. Finalmente, el resultado de todo ese trabajo es esta Memoria.

6.1. Consecución de los objetivos de esta investigación

En este apartado analizaremos en qué medida se han alcanzado los objetivos propuestos. Comenzaremos por los objetivos particulares en el entendido de que todos ellos convergen hacia el general, que analizaremos de último.

> *Objetivo particular 1*. Hacer un análisis de contenido de cada libro, con el fin de caracterizar qué enseña y cuáles son las directrices didácticas que podemos encontrar.

El capítulo 4 se dedica enteramente a la realización del análisis de contenido de cada uno de los libros. Se identificaron las estructuras conceptuales de cada uno de ellos, las ideas que guían la secuenciación de contenido (focos conceptuales) que nos permitieron caracterizar cuál es la intencionalidad del libro en cuestión. En cuanto a los sistemas de representación usados, los usuales, aunque tendiendo más a la representación textual y simbólica, más que a cualquier otro tipo. En cuanto a los contextos, la mayor parte de la obra transcurre en un contexto matemático. Aunque también es cierto que algunas secciones no se estudiaron, tales como la mecánica, hidráulica, estática, estática, etc., en el *Tratado* se hace uso de las matemáticas para explicarlos, sin embargo al ser la intención de esos temas enseñar cosas distintas se decidió no analizarlas aunque usaran matemáticas.

En cuanto a las directrices didácticas, en un sentido teórico esta cuestión se consideró como parte del conocimiento procedimental que estaba en el libro. Para el caso de las obras científicas Vallejo pone en el Prólogo del *Tratado*, en forma casi de regla, la forma como debe un principiante estudiar matemáticas, es al principio de la obra y es aplicable a toda y puede hacerse extensible al *Compendio*. En este caso la repetición y comparación con el libro son importantes. Para más detalles mirar el análisis de contenido del *Tratado*.

En el caso de la aritmética y geometría de niños, en ambos casos están en un formato de catecismo, y en las preguntas del tipo ¿cómo me haría eso evidente? Vallejo es excesivamente detallista en la forma en cómo se debe llevar a cabo la regla. Las indicaciones didácticas vienen dadas en este tipo de pasajes.

En el caso de las *Idéas primarias*, éste es en su totalidad una serie de directrices didácticas, la particularidad es que no está dirigido a los principiantes, sino a sus instructores, se basa, fundamentalmente en el uso de los bastidores.

Consideramos así que el objetivo particular 1 se ha conseguido, en los términos descritos en los párrafos anteriores.

> *Objetivo particular 2*. Hacer un análisis transversal de la obra de Vallejo, tomando en cuenta las diversas etapas por las que transcurre.

El análisis transversal de la obra se presenta en la primera sección del capítulo cinco. Previamente, como resultado de una reflexión sobre el estado de la cuestión se había propuesto una primera aproximación a lo que podrían ser unos períodos significativos en el trabajo de Vallejo. Las fechas estaban relacionadas con situaciones del contexto del autor. Se eligieron 3 periodos, el primero, el de los ensayos, de 1804 a 1811, el segundo, el de mayor producción editorial y la aparición de la obra más importante, y que iba de 1812 a 1824, fecha en que se produce su exilio. Esta fecha como resultado del análisis de contenido, se pudo ajustar a 1829, fecha del regreso, toda vez que el análisis de los libros entre 1824 y 1829 mostró que tenía características propias del periodo anterior. El tercer periodo se caracterizó por las reimpresiones y por la fuerte influencia en estas ediciones de lo aprendido por Vallejo en el extranjero, va de 1830 a 1846, año de la muerte de Vallejo.

De esta manera es como se justifica la consecución de este objetivo.

Objetivo particular 3. Dar una explicación, tomando en cuenta el contexto histórico-epistemológico de la época, de los cambios en los contenidos y en las formas de enseñanza.

Ésta es, como señala Schubring (1987) la parte más difícil de los estudios históricos. Sin embargo, Vallejo mismo fue de gran ayuda ya que presenta en sus obras largos prólogos, en los que declara la intención de la obra, las instancias que la motivan, etc.; proporciona también largas explicaciones sobre el desarrollo de las matemáticas desde un punto de vista histórico, poniendo énfasis en los autores que leyó.

Asimismo, escribe en sus libros largas notas sobre su relación con los autores. Dada la situación coyuntural del contexto histórico: en ese momento la matemática francesa estaba en el que es históricamente su mejor momento, si bien el momento era importante, las matemáticas estaban en constitución. El exilio de Vallejo produjo un acercamiento personal con muchos de estos autores. Vallejo afirma conocer de manera personal a Cauchy y Lacroix, estos dos personajes son quizá la mayor influencia que tuvo en ese período.

En el caso de los documentos inéditos de Vallejo, localizados en la Biblioteca de la Real Academia de San Fernando, uno es de especial interés en tanto nos permite entender cómo se gestaron las que quizá son sus primeras reflexiones sobre la enseñanza. En especial, sobre cómo los niños aprenden los números; la inclusión de este documento en particular nos permite extender el conocimiento de las ideas de Vallejo un poco antes de lo que se había estudiado sobre él, el documento es revelador y su contenido sumamente relevante para esta investigación.

Como parte del diseño metodológico propuesto, después de cada análisis de contenido hay una sección que habla del contexto histórico de esa obra en particular y de las ediciones subsecuentes, cuando las hay. Toda esta información antes descrita, junto con la que nos provee el estado de la cuestión fueron la fuente de información para estas secciones.

Este objetivo se cumplió sólo hasta un sentido, ya que a todas luces, dada la gran cantidad de libros de Vallejo analizados, se decidió no incluir en el estudio la comparación directa de éstos con las fuentes originales de sus influencias. Por lo que en ese sentido, es necesario reconocerlo, hay una laguna.

> *Objetivo general*. Caracterizar la obra de Vallejo desde el punto de vista de la didáctica y justificarla en términos de su contexto.

Se puede decir que la conjunción de los tres objetivos particulares da como resultado el objetivo general. Se ha podido caracterizar la obra de Vallejo poniendo énfasis en un punto que quizá pocos lo hayan hecho al estudiar a Vallejo. Los objetivos particulares 1 y 2 permiten dimensionar el trabajo de Vallejo desde un punto de vista evolutivo, por lo que en este sentido el resultado de este análisis es un conocimiento nuevo y relevante.

El tercer objetivo, con la salvedad de lo expuesto, permitió entender cómo el contexto influyó en Vallejo. La dimensión temporal que dan los dos objetivos anteriores a este tercero, nos permitió por una parte darle sistematicidad a la información que teníamos sobre el contexto de Vallejo, información conocida en algunos casos y en otros no, pero donde la conjunción es importante.

Podemos afirmar, con la salvedad descrita del tercer objetivo particular, que el objetivo general de esta investigación se cumplió.

6.2. Respecto a las hipótesis de trabajo. Resultados

En el capítulo dos se hicieron las siguientes hipótesis con respecto a esta investigación.

Existe una contribución en el campo de la enseñanza de las matemáticas

En el caso de la primera educación, se muestra en el análisis que se hace de las *Idéas Primarias*, que las ideas y reflexiones de Vallejo sobre la forma como los niños aprenden la numeración son por una parte razonadas y por otras originales. En este mismo sentido, en el trabajo de Carrillo (2005) se marcan algunas diferencias con el trabajo de Pestalozzi, remarcándose la originalidad de sus planteamientos.

En cuanto a las obras científicas, fundamentalmente el *Tratado*, destinado a la formación de matemáticos profesionales, para su escritura Vallejo estudió cuantos libros de matemáticas tuvo a su alcance. La conclusión fue que, dada la naturaleza de los libros, libros de saber destinados a iniciados ya en las matemáticas, éstos tenían saltos que evitaban el entendimiento de los principiantes. Entre las tareas a las que se dio Vallejo para fundamentar la forma que debían ser compuestas las obras elementales estuvo la revisión de libros de filosofía; el resultado, a nuestro parecer se puede ver como una de las principales características de los libros de Vallejo: la exhaustividad de la explicaciones, él tenía la creencia de que ello evitaba las "lagunas" que se rompían con la secuenciación de las ideas, de ahí que los libros pudieran ser usados aún sin instructor, así como también la evasión de los saltos conceptuales producto de la incorrecta secuenciación de los contenido. Éstas son características poco vistas en los libros de la época (esta información puede ampliarse mirando el análisis hecho del *Tratado*). Como hipótesis afirmamos que ésta es una de las razones de su éxito editorial.

Por lo que en los términos anteriormente descritos, se afirma que esta hipótesis se confirma.

Existe una coherencia entre el contenido de los libros de Vallejo y su forma de enseñanza con el contexto histórico

Los libros y los cambios entre ediciones atendían a necesidades específicas. El Tratado para ser usado en el Seminario de Nobles, el Compendio y la Geometría de Niños para uso de infantes y de personas con oficios que necesitaran aplicar matemáticas, el caso de la Aritmética tiene una profunda relación con la implementación en España del Sistema Métrico Decimal y las adiciones hechas en forma de apéndices, atienden a razones contextuales también, su uso en escuelas específicas.

Con respecto a la metodología de enseñanza, las influencias de la Ilustración son claras. Pone en un primer plano al principiante, considera que está en su instrucción la clave para mejorar a España y sacarla del retraso que en muchos sentidos produjo la situación política de esa época. Sus libros y la metodología propuesta en ellos atienden esta creencia.

Por lo anterior, afirmamos que se confirma esta hipótesis.

Hay diferencia entre los libros destinados a la primera educación y las obras científicas, en términos de las categorías determinadas en el análisis de contenido.

Como resultado del análisis de contenido de las obras y la comparación entre campos conceptuales relacionados se puede distinguir que la diferencia entre las obras de primera enseñanza y las científicas es en el conocimiento procedimental que se propone en ellas. Los razonamientos formales deductivo e inductivo no están en las obras de primera enseñanza, es decir, no hay demostraciones de los teoremas.

Las razones de ello, tienen que ver con la creencia de Vallejo sobre cómo se aprende la aritmética y esta idea puede extenderse a toda la obra del autor (mirar la comparación entre campos conceptuales relacionados, en el apartado para la aritmética).

Podemos afirmar que la hipótesis se confirma.

La obra de Vallejo evoluciona hacia la mejora de la enseñanza de las matemáticas y atendiendo también a su contexto.

Las adiciones que Vallejo hace a sus libros son con el fin de ofrecer toda la actualidad posible en cuanto a conocimientos se refiere. Sin embargo, las ideas con respecto a la enseñanza poco se modifican. En el Prólogo del *Tratado* se describe el proceso por el cual Vallejo conceptualiza la elaboración del mismo, y con ello sienta las bases de las creencias que él tiene sobre la enseñanza. En el análisis de los cambios entre ediciones no se miran cambios en la conceptualización de enseñanza o en general de la forma en que se construye conocimiento, por lo que esta hipótesis se descarta.

Los períodos planteados para dividir la obra de Vallejo son pertinentes en tanto que permiten una caracterización adecuada.

Se hizo un análisis de éstos en el capítulo 5, y dadas las características encontradas de las obras en el análisis de contenido los periodos quedan determinados, a nuestro juicio, de manera adecuada. Se confirma esta hipótesis.

6.3. Reflexión metodológica

Desde el planteamiento de la investigación se vio la necesidad de una reflexión de corte metodológico que diera cuenta del diseño que se usó para el análisis de la obra de Vallejo y en este sentido esta investigación también es metodológica.

La pregunta que estaba en el aire en el momento de plantear la investigación giraba en torno a la idoneidad del diseño metodológico. Fueron dos las cuestiones que se plantearon:

a) El adaptar el análisis tridimensional de Schubring implica que en un cierto sentido se asumen algunos supuestos que el autor tomó en cuenta en el diseño original. Tiene la ventaja de que fue diseñado para analizar la *oeuvre* de un autor de libros de texto. Sin embargo, el objeto de estudio, en este caso Lacroix, presenta ciertas diferencias con Vallejo, ya que el primero tiene una mayor originalidad en cuanto a la Matemática se refiere, en el caso de Vallejo si bien es cierto que no es un simple "compendista" de la obra científica de su tiempo, como se muestra en algunos puntos, sobre todo del *Tratado*, no llega a la que tienen los matemáticos franceses de la época.

Con respecto a esta cuestión podemos afirmar que la información que se tuvo, fuentes primarias y secundarias, nos permitió enfrentar la tercera categoría del análisis de Schubring. Las categorías que surgieron, si bien reflejan parcialmente las planteadas por el autor, también proporcionaron otras, como lo fueron, las cuestiones políticas, procesos coyunturales que influencian a la ciencia/enseñanza de las mismas, el momento epistemológico de la disciplina estudiada, las grandes corrientes epistemológicas sobre la ciencia en general, las tendencias pedagógicas de la época, todas ellas en su conjunto nos permitieron entender el trabajo de Vallejo a la luz de su contexto, que es uno de los objetivos planteados.

b) La adopción del análisis de contenido como herramienta para caracterizar cada uno de los libros de Vallejo también traía consigo una cierta cantidad de supuestos epistemológicos con los que se tenían que trabajar. La adecuación era nuevamente una de las principales dudas, toda vez, que como se ha discutido con anterioridad, la herramienta fue diseñada para ser usada en un sentido inverso al que se estaba planteando.

Otro punto de reflexión es sobre el amplio uso en esta investigación de las Bibliotecas digitales. Son varias las perspectivas que pueden guiarla, una de ellas sobre el tiempo y recursos necesarios para poder tener acceso a las obras en físico. Es innegable esta ventaja, en nuestro caso de haber consultado las mismas obras físicamente nos hubiera llevado por Chicago, Washington, Oxford, sur de Italia, Madrid, Granada, Barcelona, Zamora, Vigo, Alcalá.

Un punto en contra son quizá las dudas que las fuentes digitales producen desde el método histórico, la crítica externa podría quedar en entredicho. Sin embargo, dado que los procesos descritos para la digitalización de los documentos (incluyen fases de validación) y la información que se provee de la fuente original en papel, los requerimientos del método quedan cumplidos. Otro punto que ayudó a sostener la crítica externa fue la posibilidad de comparar los contenidos de estas fuentes digitales, en un número importante de casos, con otras digitalizaciones e incluso con los libros en su versión física.

6.4. Limitaciones de la investigación

Señalamos las limitaciones de esta investigación:

- La limitación más importante es la no inclusión de libros de autores de la época que pudieran haber tenido influencia en la obra de Vallejo. Estamos convencidos de que son una fuente importante, pero que dado el volumen de información que eso produciría se optó por no incluirlos.
- Asimismo, dentro de la obra de Vallejo, hay otros libros que si bien tratan de enseñar algo que no es propiamente la matemática si hacen uso de ella. La inclusión de estos libros hubiese dado cuenta de los contextos en los que aplica la matemática, no de los contextos en los que se enseña, pero dado que son campos conceptuales no dominados y de que hubiese hecho crecer mucho el volumen de información, se decidió no incluirlos.
- Dada la naturaleza dispar entre esta investigación y las obras de tipo III, hubo poca interacción entre este trabajo y los previos realizados sobre Vallejo, el plan no contempló esta integración, que de haberse hecho hubiese podido dar una visión aún más global de la obra del autor.

6.5. Implicaciones para futuras investigaciones

Como es de esperarse este trabajo produjo otras preguntas que son susceptibles de ser germen de nuevas investigaciones.

La aplicación más directa es la aplicación de esta metodología a la obra de otros autores de libros de texto, tales como Carles Dalmau, Manuel Poy y Comes, Benito Bails, Juan Cortázar para el caso de la aritmética, por señalar algunos.

Entre las cuestiones que se dejaron de lado en la investigación está el estudio de las fuentes primarias en las que se enseñan otros temas, como el caso de la mecánica y la estática, entre otros que pueden ser objeto de estudio en investigaciones posteriores.

La investigación podría dividirse en varias, en las que se use para caracterizar una sola obra, como puede ser por ejemplo la *Aritmética de Niños*, pero con categorías para el análisis de contenido que sean propias de la aritmética, es decir, construyendo un marco conceptual que involucre el contenido del tema y no un marco conceptual general como lo fue en este caso.

Como reflexión final, el aporte del trabajo presentado en esta memoria a ese cúmulo de conocimientos que ya existían antes de esta investigación sobre José Mariano Vallejo radica principalmente en el diseño metodológico que nos ha permitido observar su obra desde una perspectiva en la que la dimensión temporal es fundamental. Se mostraron los cambios que sufrieron las obras a lo largo del tiempo, igualmente, en la medida que fue posible, se justificaron esos cambios en términos contextuales.

REFERENCIAS

REFERENCIAS

Álvarez, G. (1985). Astros, meteoros y predicción de cosechas, según Mariano José Vallejo (1779-1846). En Moya, C., Rodríguez, L., Iglesias, C. (Eds.). *Homenaje a José Antonio Maravall Vol. 1* (pp. 169-178). España: Centro de Investigaciones Sociológicas (CIS).

Arenzana, V. (1990). El rigor en los libros de texto de geometría en los comienzos del siglo XIX. José Mariano Vallejo y las adiciones a la geometría de don Benito Bails. *LLULL, 13*, 5-19.

Ateneo (1844). *Lista alfabética de los señores socios del Ateneo de Madrid en 31 de Enero de 1844*. Madrid: Imprenta de la Sociedad Literaria y Tipográfica. Descargada en mayo de 2011 de: http://www.ateneodemadrid.com/biblioteca_digital/LibrosFolletos.htm

Ateneo (1845). *Memoria Leida en el Ateneo Científico y Literario de Madrid en la Junta general del 20 de diciembre de 1844 por el Secretario Primero Don José Joaquín Mateos.* Madrid: Imprenta de la Sociedad Literaria y Tipográfica. Descargada en mayo de 2011 de: http://www.ateneodemadrid.com/index.php/esl/Biblioteca/Coleccion-digital/Libros-y-Folletos/Listado-de-obras-por-autor/Memorias-de-Secretaria

Ateneo (1847). *Memoria del Ateneo Científico y Literario de Madrid, redactada por el secretario segundo Facundo Goñi, y leída en la Junta general del 31 de diciembre de 1846.* Madrid: Imp. del Colegio de Sordo-Mudos y Ciegos. Descargada en mayo de 2011 de: http://www.ateneodemadrid.com/index.php/esl/Biblioteca/Coleccion-digital/Libros-y-Folletos/Listado-de-obras-por-autor/Memorias-de-Secretaria

Aznar, J.V. (2006). La introducción del sistema métrico decimal en la literatura científica española (1800-1850). *Hispanogalia. Revista hispanofrancesa de Pensamiento, Literatura y Arte, II*, 169-202.

Blanco R. (1909). *Pestalozzi. Su vida y sus obras. Pestalozzi en España.* Madrid: Imprenta de la revista de archivos.

Bell A., Costello J. & Küchemann D. (1983). *Research on learning and teaching. A Review of Research in Mathematical Education*. Windsor: NFER- Nelson.

Camacho, A. (2002). Difusión de conocimientos matemáticos a los colegios mexicanos del siglo XIX. De la noción de cantidad al concepto de límite. *Relime, 5* (1), 5-26.

Camacho, A. (2008). *Difusión de conocimientos matemáticos a los colegios mexicanos del siglo XIX. De la noción de cantidad al concepto de límite 1847-1900.* España: Díaz de Santos.

Cantoral, R., Fasanelli, F., Garciadiego, A., Stein, B., Tzanakis C. (2008). *Proceedings of History of Pedagogy of Mathematics 2008. The satellite meeting of ICME 11*. México.

Castro, E. & Castro E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Coord.): *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (pp. 95-124). Barcelona: Horsori.

Choppin, A. (1980). L'histoire des manuels scolaires. Une approche globale. *Histoire de l'Education, 9*, 1-25.

Choppin, A. (1992). *Manuels scolaires: histoire et actualité*. París: Hachette.

Choppin, A. (1993). L'histoire des manuels scolaires: Un bilan bibliométrique de la recherche française. *Histoire de l'Education, 58*, 165-185.

Carrillo, D. (2005). *La metodología de la aritmética en los comienzos de las escuelas normales (1838 1868) y sus antecedentes*. Tesis Doctoral. Universidad de Murcia: España.

Carrillo, D. (2006). Vallejo y las "Ideas primarias acerca de los números". En Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.): J*osé Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (pp. 27-47). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Cohen, L., Manion, L. (1990). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: La Muralla.

Frege, G. (1996). *Escritos filosóficos*. Barcelona: Crítica.

García, E. (2007). El matemático Vallejo y la ciencia en el Ateneo de Madrid. Díez, J., Herreros, I., Pacheco D., Sanz, A. (Eds.) *Ateneistas Ilustres II* (pp. 701-716). Madrid: Ateneo Científico, Literario y Artístico de Madrid.

García, J. (2002). *Literatura española sobre las artes plásticas.* Vol. 2. Madrid: Encuentro.

García, M., Pliego, F.J.M., Del Cerro, J. S. (2006). Study of the origin of the maximum-likelihood method. *Journal of Mathematical Sciences, 132* (5), 672- 676.

Garma, S. (1963). Adiciones a la biografía de D. José Mariano Vallejo. *Arbor: Ciencia pensamiento y cultura, 594*, 9-22.

Garma, S. (1973). Las matemáticas en España en los principios del siglo XIX. D. José Mariano Vallejo. *Revista de Occidente, 118,* 105-114.

Garma, S. (1978). Producción matemática y cambios en el sistema productivo en la España de finales del siglo XVIII. En Gutiérrez Esteve, M.; Cid J.; Carreira, A.; (Eds.) *Homenaje a Julio Baroja* (pp. 431-447). Madrid: Centro de Investigaciones Sociológicas.

Gentil, J. (1999). Nuevos datos sobre la vida y la obra de José Mariano Vallejo y Ortega (1779-1846). *LLULL, 22*, 381-404.

Gómez, B. (1995a). Los métodos de cálculo mental vertidos por la tradición reflejada en los libros de aritmética. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 5*, 91-101.

Gómez, B. (1995b). Los viejos métodos de cálculo. Un dominio para transitar de la aritmética al álgebra. *Suma, 20*, 61-68.

Gómez, B. (1996). Desarrollo histórico de la enseñanza de la aritmética. El caso de los algoritmos de cálculo. *Aula de innovación educativa, 50,* 11-16.

Gómez, B. (1999). Tendencias metodológicas en la enseñanza de la proporcionalidad derivadas del análisis de los libros de antiguos: el caso de los problemas de compañías. *Relime, 2 (3)*, 19-29.

Gómez, B. (2003). La investigación Histórica en Didáctica de la Matemática. En E.

Castro, P. Flores, T. Ortega, L. Rico y A. Vallecillos (Eds.). *Investigación en Educación Matemática. VII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM*) (pp. 79-85). Granada: Universidad de Granada.

Gómez, B. (2006). Los ritos en la enseñanza de la regla de tres. En Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.): *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (pp. 49-69). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA, 7(3)*, 251-292.

González, M.T. (2002). *Sistemas simbólicos de representación en la enseñanza del Análisis Matemático: Perspectiva histórica acerca de los puntos críticos*. Tesis doctoral. Universidad de Salamanca: Salamanca.

González, M. T. (2006). El cálculo diferencial en el "Compendio" de José Mariano Vallejo. En Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.): *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (pp. 85-112). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Hernanz, C. y Medrano, J. (1990). José Mariano Vallejo: notas para una biografía científica. *Llull, 13*(25), 427-446.

Hiebert, J. y Lefebre, P. (1986). *Conceptual and Procedural Knowledge: the case of Mathematic*s. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Krippendorff, K. (1990). *Metodología de análisis de contenido. Teoría y Práctica*. Barcelona: Paidós Comunicación.

López, A. (1992). *Historia de los inicios de la enseñanza del cálculo infinitesimal en México: 1785-1867.* Tesis de Maestría. Cinvestav – IPN: México.

López, A. (1998). Historia de los inicios de la enseñanza del cálculo infinitesimal en México: 1785-1867. *RELIME 1*(2), 29-50.

López, C. (2011). *La formación inicial de Maestros en Aritmética y Álgebra a través de los libros de texto.* Tesis doctoral. Universidad de Salamanca: Salamanca.

Martínez M. (1869). *Diccionario de la Administración Española, peninsular y ultramarina*. Tomo VI. Madrid: Imprenta de la Administración.

Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX*. Tesis doctoral. Universidad de Granada: Granada.

Maz, A. y Rico, L. (2006). Los números negativos en el Tratado Elemental de José Mariano Vallejo. En Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.). *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (pp. 71-83). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Maz, A. y Rico, L. (2007). Situaciones asociadas a los números negativos en textos de matemáticas españoles de los siglos XVIII y XIX. *PNA, 1*(3), 113-123.

Maz, A. y Rico, L. (2009a). Las Liciones de Thomas Cerda: doscientos cincuenta años (1758-2008). *Suma, 60*, 35-41.

Maz, A. y Rico, L. (2009b). Números negativos en los siglos XVIII y XIX: fenomenología y representaciones. *Revista de Investigación Psicoeducativa, 17*(1), 117-129.

Maz, A., Torralbo, M., Rico, L. (Eds.)(2006). *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática*. Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Maz, A., Rico, L., Torralbo, M. (2006). José Mariano Vallejo y Ortega: Matemático y Político. En Maz, A., Torralbo, M., Rico, L. (Eds.): *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (pp. 11-25). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Medrano, F. J. (1998). El cálculo diferencial en el "Tratado Elemental de Matemáticas" de José Mariano Vallejo. En Hourcade, J., Moreno, J. y Hernández, G. (Eds.). *Estudios de historia de las técnicas, la arqueología industrial y las ciencias: VI Congreso de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas.* Tomo II (pp. 953-964). España: Junta de Castilla y León, Consejería de Educación y Cultura.

Mulet, B. (1989). *Els plantejaments del sistema educatiu als inicis de l'Espanya liberal (1833-1857)*. Tesis Doctoral. Universitat de les Illes Balears: España.

Nuñez, J., Servat, J. (1992). Los algoritmos para el cálculo de la raíz cuadrada y sus antecedentes en textos escolares antiguos. *Enseñanza de las Ciencias, 10* (3), 69-77.

Pacheco, J.M.; Pérez-Fernández, F., Suárez, C. (2007). Numerical solving of equations in the work of José Mariano Vallejo. *Archive for History of Exact Sciences*, *61* (5), 537-552.

Picado, M. (2009). *Tratamiento del Sistema Métrico Decimal en textos de matemáticas en España en el período 1849-1892*. Memoria de máster. Universidad de Granada: Granada.

Puelles, M. (2004). *Estado y educación en la España liberal (1809-1857). Un sistema educativo nacional frustrado*. Barcelona-México: Ediciones Pomares, S. A.

Piñuel, J. (2002). Epistemología, metodología y técnicas del análisis de contenido. *Estudios de Sociolingüística 3*(1), 1-42.

Puig, L. (2006). Vallejo perplejo. En Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.): *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática* (pp. 113-138). Córdoba: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.

Rico, L. (1995). Consideraciones sobre el Currículo Escolar de Matemáticas. *Revista EMA, 1*, 4 -24.

Rico, L (1997). Los Organizadores del Currículo de Matemáticas. En Rico, L. (Coord.): *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria* (pp. 39- 59). Barcelona: Horsori.

Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J. L., Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma, 58,* 7-23.

Rodríguez (2010). *Desarrollo Conceptual de los Métodos Iterativos en la Resolución de Ecuaciones no Lineales: Un enfoque didáctico*. Tesis doctoral. Universidad de Salamanca: Salamanca.

Ruiz, J. (1976). El método histórico en la investigación histórica de la educación. *Revista Española de Pedagogía, 134*, 449-475.

Schubring, G. (1984). Essais sur l'histoire de l'enseignement des mathématiques, particulièrement en France et en Prusse. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 5*, 343-385.

Schubring, G. (1986). Ruptures dans le statut mathématique des nombres negatives. *Petite X*, *12,* 5-32.

Schubring, G. (1987). On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook author. *For the Learning of Mathematics*, *7*(3), 41-51.

Schubring, G. (2003). *Análise histórica de livros de matemática*. Brasil: Autores Associados.

Schubring, G. (2005). Pesquisar sobre a história do ensino da matemática: metodologia, abordagens e perspectivas. In Moreira, D. e Matos, J. M. (Eds.), *História do Ensino da Matemática em Portugal* (pp. 5-20). Portugal: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Sierra, M. (2005). *Introducción a la metodología de investigación en Didáctica de la Matemática* (documento inédito, programa de Doctorado en Educación Matemática-USAL). Universidad de Salamanca: España.

Sierra, M., González, M.T. y López, C. (1999). Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerato y Curso de Orientación Universitaria (C.O.U.): 1940-1995. *Enseñanza de las Ciencias, 17*(3), 463-476.

Sierra, M., González, M.T. y López, C. (2003). El concepto de continuidad en los manuales españoles de enseñanza secundaria de la segunda mitad del siglo XX. *Educación Matemática, 15* (1), 21-50.

Sierra, M., González, M.T. y López, C. (2005). *Evolución histórica de la enseñanza de las Matemáticas a través de contenidos y edades* (Memoria Proyecto de investigación inédita).

Sierra, M., Rico, L. y Gómez, B. (1997). El número y la forma. Libros e impresos para la enseñanza del cálculo y la geometría. En Escolano, A. (Dir.) *Historia ilustrada del libro escolar en España. Del Antiguo Régimen a la II República.* Tomo I (pp. 373-399). Madrid: Fundación Germán Sánchez Ruipérez.

Suárez, C. (2007). *Aceptación en España de los criterios rigurosos del análisis matemático durante los siglos XIX y XX*. Tesis doctoral. Universidad de Cádiz: España.

Suárez, C. (s.f.). José Mariano Vallejo como inventor del Método de la secante. *Notas del curso: Taller de historia de las Matemáticas. Actividades*. Universidad de Cádiz: Cádiz. Descargado en Mayo de 2011 de: http://carlossuarezaleman.iespana.es/

Terrón, A., Alonso, P. (1999). La historia de las disciplinas escolares, una contribución esencial al conocimiento de la escuela. El caso de la Aritmética. *Revista complutense de educación, 10*(1), 305-333.

Velamazán, Mª. A. (1994) La Enseñanza de las Matemáticas en las Academias Militares en España en el siglo XIX. Zaragoza, *Cuadernos de Historia de la Ciencia, 7*. Zaragoza: SHCTAR-Universidad de Zaragoza.

Fuentes primarias, obras de José Mariano Vallejo:

Vallejo, J. M. (1801a). *Disertación en que se prueba que el sistema déclupo de la numeración es el más perfecto de cuantos se han inventado.* Manuscrito del Archivo de la Real Academia de San Fernando: Madrid.

Vallejo, J. M. (1801b). *Disertación en que se prueba que en España siempre se han cultivado las matemáticas, supuesto que han producido en ella sus efectos.* Manuscrito del Archivo de la Real Academia de San Fernando: Madrid.

Vallejo, J. M. (1806a). *Adiciones a la geometría de Benito Bails.* Madrid: Imprenta de la hija de Ibarra.

Vallejo, J. M. (1806b). *Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del reyno*. Segunda edición. Madrid: Imprenta Real.

Vallejo, J. M. (1807). *Memoria sobre la curvatura de las líneas en sus diferentes puntos: sobre el radio de curvatura, y sobre las evolutas*. Madrid: Imprenta Tomas de Alban.

Vallejo, J. M. (1812a). *Tratado completo del arte militar. Tomo I.* Mallorca: Imprenta de Melchor Guasp.

Vallejo, J. M. (1812b). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo I. Parte Primera.* Primera edición. Mallorca: Imprenta de Melchor Guasp.

Vallejo, J. M. (1812c). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo I. Parte Segunda.* Primera edición. Mallorca: Imprenta de Melchor Guasp.

Vallejo, J. M. (1813a). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo II. Parte Primera.* Primera edición. Mallorca: Imprenta de Melchor Guasp.

Vallejo, J. M. (1813b). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo II. Parte Segunda.* Primera edición. Mallorca: Imprenta de Felipe Guasp.

Vallejo, J. M. (1815a). *Compendio de mecánica práctica para uso de los niños, artistas, artesanos...: Con el modo de construir la curva que trazaban las granadas arrojadas por los franceses en el sitio de Cádiz.* Madrid: Imprenta de Catalina Piñuela.

Vallejo, J. M. (1815b). *Disertación sobre el modo de perfeccionar la agricultura: por los conocimientos astronómicos y físicos, y elevarla al grado de ciencia físico-matemática*. Madrid: Imprenta de Doña Catalina Piñuela.

Vallejo, J. M. (1817a). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo II. Parte Primera.* Segunda edición. Madrid: Imprenta de Doña Catalina Piñuela.

Vallejo, J. M. (1817b). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo III. Parte Primera.* Primera edición. Valencia: Imprenta de Estévan.

Vallejo, J. M. (1819a). *Compendio de Matemáticas puras y mistas, Tomo I*. Primera edición. Valencia: Imprenta de Estévan.

Vallejo, J. M. (1819b). *Compendio de Matemáticas puras y mistas, Tomo II*. Primera edición. Valencia: Imprenta de Estévan.

Vallejo, J. M. (1821). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo I. Parte Primera.* Tercera edición. Barcelona: Imprenta del Gobierno Político Superior.

Vallejo, J. M. (1824). *Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del reyno*. Tercera edición. Madrid: Imprenta que fue de García.

Vallejo, J. M. (1825a). *Teoria de la lectura o método analítico para enseñar y aprender a leer*. Madrid: Imprenta que fue de García.

Vallejo, J. M. (1825b). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo I. Parte Segunda.* Tercera edición. Madrid: Imprenta que fue de García.

Vallejo, J. M. (1826). *Compendio de Matemáticas puras y mistas, Tomo I*. Segunda edición. Madrid: Imprenta que fue de García.

Vallejo, J. M. (1827). *Compendio de Matemáticas puras y mistas, Tomo II*. Segunda edición. Madrid: Imprenta que fue de García.

Vallejo, J. M. (1832). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo II. Parte Segunda.* Segunda edición. Madrid: Imprenta de Don Miguel de Burgos.

Vallejo, J. M. (1833a). *Idéas primarias que deben darse á los niños en las escuelas acerca de los números, al mismo tiempo que se están ejercitando en la clave analítica de la lectura.* Madrid: Miguel de Burgos.

Vallejo, J. M. (1833b). *Teoria de la lectura o método analítico para enseñar y aprender a leer*. Madrid: Imprenta de Don M. de Burgos.

Vallejo, J. M. (1833c). *Tratado sobre el movimiento y aplicaciones de las aguas*, *Tomo I.* Madrid: Miguel de Burgos.

Vallejo, J. M. (1833d). *Tratado sobre el movimiento y aplicaciones de las aguas*, *Tomo II.* Madrid: Miguel de Burgos.

Vallejo, J. M. (1833e). *Tratado sobre el movimiento y aplicaciones de las aguas*, *Tomo III.* Madrid: Miguel de Burgos.

Vallejo, J. M. (1834a). *Examenes celebrados el dia 27 de abril cumpleaños de nuestra excelsa Reina Gobernadora, en las escuelas normales, establecidas por real órden, bajo la inspeccion inmediata de D. José Mariano Vallejo.* Madrid: Imprenta de Quilez y Compañía.

Vallejo, J. M. (1834b). *Explicación del mejor uso que tienen para la enseñanza las diferentes obras publicadas*. Madrid: Quilez y Compañía.

Vallejo, J. M. (1834c). *Geometría de niños, para uso de las escuelas normales*. Primera edición. Madrid: Imprenta de Quilez y compañía.

Vallejo, J. M. (1834d). *Nociones geográficas y astronómicas para: comprender la nueva división territorial de España*. Madrid: Quilez.

Vallejo, J. M. (1835a). *Compendio de Matemáticas puras y mistas, Tomo I*. Tercera edición. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1835b). *Compendio de Matemáticas puras y mistas, Tomo II*. Tercera edición. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1836). *Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del reyno*. Quinta edición. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1839). *Memoria en que se trata de algunos puntos, relativos al sistema del mundo y formacion del globo terrestre que habitamos: con aplicacion á investigar nuevos procedimientos para la separacion y aprovechamiento de la plata que contiene el plomo*. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1840a). *Explicación del sistema decimal ó métrico francés, que por ley de 4 de julio de 1837, se ha mandado establecer en Francia, y está rigiendo allí desde 1 de enero de 1840 sobre las unidades de pesas, medidas y monedas correspondencia de las expresadas unidades francesas con las españolas, y de las españolas con las francesas y modo de hacer la reducción de unas á otras*. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1840b). *Compendio de Matemáticas puras y mistas, Tomo I*. Cuarta edición. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1840c). *Compendio de Matemáticas puras y mistas, Tomo II*. Cuarta edición. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1841a). *Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del reyno*. Sexta edición. París: Librería de D. Vicente Salvá.

Vallejo, J. M. (1841b). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo I. Parte Primera.* Cuarta edición. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1843). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo III* ,1843. Madrid: Garrazayaza.

Vallejo, J. M. (1844a). *Nueva construcción de caminos de fierro, adaptable al territorio desigual y montuoso de nuestra península*; Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1844b). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo II. Parte Primera.* Tercera edición. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1845a). *Aritmética de niños escrita para uso de las escuelas del reyno*. Séptima edición. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1845b). *Felicidad de Madrid y aun de toda la España, ó Aclaraciones acerca del modo de realizar el abastecimiento de aguas a esta capital en siete meses*... Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1845c). *Geometría de niños, para uso de las escuelas normales*. Segunda edición. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1845d). *Teoria de la lectura o método analítico para enseñar y aprender a leer*. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1847a). *Compendio de matemáticas puras y mistas, Tomo I*. Octava Edición. París: Librería de A. Bouret y Morel.

Vallejo, J. M. (1847b). *Tratado Elemental de Matemáticas, Tomo I. Parte Segunda.* Cuarta edición. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1851). *Nueva cartilla para enseñar y aprender á leer en menos de la mitad del tiempo que por los mejores métodos conocidos hasta el dia*. Madrid: Garrasayaza.

Vallejo, J. M. (1852). *Explicación del Sistema decimal o métrico, aplicado a las pesas, medidas y monedas.* Madrid: Imprenta de M. Jiménez. (Editado por V. Cuadrupani).

Vallejo, J. M. (1855). *Compendio de matemáticas puras y mistas, Tomo I*. Quinta Edición. Madrid: Imprenta de los herederos del autor (Garrasayaza).

Vallejo, J. M. (1856). *Compendio de Matemáticas puras y mixtas*. *Tomo I*. París: Walder. (Editado por Liberto Solana y para uso de los colegios de América).

Vallejo, J. M. (1864). *Definiciones y estracto de las principales reglas y operaciones de la aritmética*… Madrid: Garrasayaza. (Editado por Manuel María Barbery).

Vallejo, J. M. (1872). *Definiciones y estracto de las principales reglas y operaciones de la aritmética*… Madrid: Imprenta de Campuzano hermanos. (Editado por don Manuel María Barbery).

Vallejo, J. M. (1883a). *Compendio de Matemáticas puras y mixtas*. *Tomo I*. París: Imprenta de H. Bouret. (Editado por Liberto Solana y para uso de los colegios de América).

Vallejo, J. M. (1883b). *Compendio de Matemáticas puras y mixtas*. *Tomo II*. París: Imprenta de H. Bouret. (Editado por Liberto Solana y para uso de los colegios de América).

ANEXOS

ANEXOS

Como parte de la investigación se consultaron estos dos manuscritos de Vallejo, que se encuentran en la Biblioteca de la Real Academia de san Fernando.

Disertación en que se prueba que el sistema déclupo de la numeración es el más perfecto de cuantos se han inventado / por José Mariano Vallejo. -- Madrid, 27 de febrero de 1801. -- 54 págs.; 20'5 x 15 cm.

Disertacion en que se prueba que el sistema décuplo de la numeracion es el mas perfecto de cuantos se han inventado.

I

Introduccion

(1º) Si no me hubiese obligado a formar un extracto de la Aritmética, la precision en que me hallaba de tener extractados los conocimientos que de las Matemáticas había adquirido; carecería de muchas noticias relativas á esta Ciencia, y no me vería en este sitio tratando el asunto que me he propuesto: pues formando dicho extracto, no compendiando libro alguno, si-

II

no poniendo en órden mis conocimientos, quando llegué á tratar de la numeracion, valiéndome de aquel principio tan conocido de todos, de que las Lenguas han sido hablados antes que escritas, principié el arte de contar observando el mecanismo que se había guardado en expresar una infinidad de números con solas trece palabras, y despues pasé á considerar que solo diez caractéres bastaban para expresar por escrito toda esta infinidad de números.

(2°) Como despues de haber puesto mis ideas con el órden que las tenía, las debía comparar con las de los autores que en mi enseñanza me habían servido de guía, para

III

ver si las tenía conformes ó contrarias á las suyas, inmediatamente que acabé de tratar de la numeracion, acudí a dichos autores para enmendar lo que estubiese conforme con el asunto que trataba; y advertí que el que principalmente me había servido de norma, sí explicaba con la mayor claridad el arte de escribir los números con solo diez caractéres, pero nada decía del lenguage, ni hacía consideracion alguna acerca del artificio que se había seguido para expresar con muy pocas palabras todos los números

IIII

posibles. Reflexîonando despues que el camino que yo había seguido en nada se oponía al método con que se debía tratar esta materia, me persuadí á que este punto debía ser tratado del modo que yo lo había hecho; y no solo no me determiné á borrar lo que había escrito, juzgándolo como malo, porque se conformaba con lo que el enunciado Autor decía, sinó que le culpé de inexâcto.

(3°)Deseoso de saber si mi modo de pensar se confromaba con el de algun otro de mas autoridad que yo mismo, y me confirmase

V

mas en el, no perdoné fatiga alguna para ver quantos Elementos de Aritmética llegaron á mi noticia: pero ¿qual fué mi sorpresa al advertir que ninguno trataba el arte de la numeracion del modo que yo me había propuesto? y ¿con quanta mas razon de debía admirar al ver que un Sauri, un Bossut, un d'Alembert, todos hombres de la mayor nota de Filósofos que, á mi parecer, se debía tratar? Aquí me veía yo batallando conmigo mismo: por una parte se me pre-

VI

sentaban los rodeos que tiene que dar un niño, que se dedica á las Matemáticas, para comprehender el arte de la numeracion; pues no siendo la escritura otra cosa que signos con que se representaban las palabras, y estas no siendo mas que signos representativos de las ideas, les querían hacer venir en conocimiento por medio de los caractéres de la Aritmética, (que se puede decir es un genero de escritura) de las palabras que significaban, y por medio de estas, de las ideas que expresan. Esto me admiraba mas quando consideraba que este modo de enseñar á los niños exîstía en un tiem-

VII

po en que tanto se decantaba que, para instruirles en alguna cosa, se debe principiar haciéndoles adquirir ideas, despues de adquiridas, enseñarles los nombres con que se expresan; y luego el modo de representarlas por escrito; por otra parte, me hacía tanta fuerza la autoridad de esos grandes hombres que no les culpaba de ignorantes, suponiendo que no sabían se debía tratar esta materia, primero dando á conocer el mecanismo que se había guardado en expresar con pocas palabras quantos números se imaginasen; y me quería persuadir á que si omitían estas consideraciones, era por

VIII

suponer ya estos conocimientos en los que se dedican á esta Ciencia pero, volviendo á mí mismo, y considerando que la mayor parte de los que se dedican á ella, no estan en disposicion de tenerlos, pues no teniendo en su corta edad necesidad de saber contar mas que hasta un corto número de cosas, no tendran mas que un corto número de palabras con que expresarlas; y aunque se quiera suponer que ya hayan oido las palabras que expresan cantidades mayores, como ciento, mil, millo, etc. no por eso se debe suponer que tengan idea de ellas, pues que ninguna se puede adquirir sin tener todas las de las

IX

cantidades anteriores; y así quedaba para mí evidentemente demostrado que de ningun modo podían suponer en los niños estos conocimientos. De manera que, de todas suertes, en mi concepto, quedaban culpados todos los autores que conocía.

(4°) Penetrado de estas reflexîones, y deseoso de confirmarlas, me ocurrió la idea de que para conseguirlo, no había mejor media que manifestarlas en este sitio, donde estaba firmemente persuadido á que ó bien saldría del error en que me hallaba, ó me afirmaría mas y mas en mi modo de pen-

X

sar , viendo que se conformaba con el de sugeto que tienen para mí el mejor concepto.

(5°) Seguía, pues, con mi intento, quando tuve noticia de unos Elemento de Matemáticas, compuestos por un ingenioso Español, estos eran los del célebre D.^{n} Carlos Lemaur; inmediatamente procuré ver si decía algo acerca de mi asunto y fué tanta la alegría que me causó el ver que ya tenía unos que fuese de mi partido, que no puedo mes de manifestarle mi agradecimiento, y al mismo tiempo hacer patente que es á un Español á quien se debe el primer paso que se ha dado sobre este asunto.

pero aunque el metodo que tiene

XI

dicho Autor de tratar la numeracion vaya conforme con el mío, sin embargo, no por eso perdí el deseo de tratarle yo mismo; pues advirtiendo la estrecha union que hay entre el modo de contar, y el de representar los números, llegué á concebir que de todos los sistemas de numeracion, el décuplo es el mas perfecto; y he aquí lo que propongo probar.

1

(1°) Aunque estoy firmemente persuadido á que mis conocimientos no serán suficientes para tratar el asunto que me propongo, y aunque por lo mismo tenía desconfiar de su buena consecución, y no tomar la pluma para excribir acerca de él la menor palabra: sin embargo, considerando que el modo de perfeccionarse en las Ciencias y perfeccionarlas, es comunicarse unos á otros las reflexîones que acerca de un punto haya hecho cada uno de por sí, para despues comparar las unas con las otras, y ver en lo que se conforman ó no con la razon; fácil-

2

mente conocí que las reflexîones que acerca de este punto había hecho, las debía manifestar, no porque creyere que serían capaces de adelantar su conocimiento, ni de ilustrar de manera alguna á ninguno de los que las oyesen, sinó por la utilidad que me traía el descubrir acerca de este punto, el modo de pensar de mis condiscípulos, y principalmente el de aquelllos que se habían de destinar para Censores de mi discurso; pues de este modo conseguiría yo saber el grado de certeza que podía tener de que mis reflexîones se conformaban con las de mos demás, y con la razon misma.

3

(2°) Y para proceder con método, trataré en primer lugar del artificio con que pudieron formar los hombres las palabras que sirven para contar, y en segundo de los varios modos de escribirlas que han tenido, para ver qual es el mas perfecto.

(3°) Para hablar de lo primero, debo suponer á los hombres en aquel tiempo en que privados del lenguaje oral, se veían precisados á manifestar sus pensamientos por medio de gestos y violentas acciones, acompañadas de algunos gritos de la pasion, y que acordándome de que en otro tiempo tubieron un modo de darse á en

4

tender mas fácil y gustoso, harían quanto estubiese de su parte para volver á su modo antiguo, y que por lo mismo cada uno de aquellos gritos se iba haciendo la expresion del pensamiento que les había obligado á prorrumpirte.

Bien se dexa conocer que á medida que iban formando mas gritos, tendrían mas facilidad en dar a cada cosa en particular un nombre ó con sonido por medio del qual pudiesen entenderse unos con otros sin confundirte con los demas. En este estado, llegaron á advertir que había una sosa que constituía á cada ser de por sí, esto es, notaron que había cierta causa particular

5

que impedía el que este objeto no fuese aquel, y para expresarla, le dieron el nombre de <u>uno,</u> que es la significacion primitiva que tubo esta palabra sacada de la comparacion de las Lenguas mas antiguas. De modo que dieron el nombre de <u>uno</u> á aquella causa particular que hacía que que este objeto no fuese otro diferente de él, y vemos que esto va conforme con lo que el día decimos, pues para expresar en que consiste que este objeto no es aquel, decimos que es en que este es <u>uno</u> y aquel es otro <u>uno</u> diferente del primero.

(4°) Llegaron ya á entender una palabra con que designaban la causa que había para que

6

un objeto no fuese otro, y podemos inferir no tardarían mucho en tener necesidad de formar una palabra para designar aquella idea, que era preciso tubiesen, de uno y uno, y á esta agregaron la palabra dos, que en su orígen lleva la idea de division, o de apartamiento la de aquello que esta separado de otra cosa y no hace parte de ella; de donde podemos inferir que lo que dió motivo á formar esta palabra fué el que teniendo una cosa qualquiera, ya fuese casualmente ó hecho á propósito, la dividiesen en dos partes, y advirtiesen que la una no hacía ó

Se transcribieron solamente las primeras 18 páginas, no se respetaron los saltos de línea pero sí los saltos de página.

Disertación en que se prueba que en España siempre se han cultivado las matemáticas, supuesto que han producido en ella sus efectos / por José Mariano Vallejo. -- Madrid, 22 de junio de 1801. -- 60 págs.; 21'5 x 15 cm.

Disertaciòn en que se prueba que en España siempre se han cultivado las matemáticas; supuesto que han producido en ella sus efectos.

Señores.

1

(1) Ni la vanidad, ni el amor propio,
ni la ambición de gloria me vuelven á
presentar segunda vez en este sitio:
solo me trahe á él, el deseo de satis-
facer á una objeción que un suge-
to puso á la disertacion que con tanto
aplauso se leyó no hace muchos dias,
en que se manifestaban los adelanta-
mientos de los Españoles en las Mate-
máticas. Este sugeto, no menos ilustre
por su erudicion y sabiduría, que por
su nacimiento, despues de estar convencido
de las verdades que en ella se manifesta-
ron, dixo: <u>si las Matemáticas se han
cultivado con tanto ardor en España, ¿co
mo es que no se han visto sus efectos?</u>

2

(2°) la impresion que hizo en mi alma
esta proposicion, el sentimiento que tenía
mi corazon de ver que aun no se acaba-
ban de convencer nuestros mismos compa-
triotas, de las verdades que se les demos-
traron, el empeño de M. Otto en obscure-
cer el explendor de la nacion Española, el
afan con que todos los extrangeros pro
curan apropiarse nuestras obras, y la
nunca bien casigada ignoracion de M.
Masson; me movieron a formar este discur-
so, en el qual trato de manifestar que en
España siempre se han cultivado las Ma-
temáticas, supuesto que han producido en
ellas sus efectos: pues de este modo, nin-
guno se atreverá a dudarlo sin incur-
rir en la falsificacion de aquel axîo
ma de que no hay efecto sin causa.

(3) la maestrìa con que el S[er] Collar de-
mostró directamente esta materia dias pa-

3

sados, los pocos conocimientos que yo tenía
respecto de los que se necesitaban para des-
empeñar perfectamente este punto, la falta
de libros que de él tratasen directamente,
y el corto tiempo que me quedaba para
poder registrar los que por incidencia le
tratasen, parece, debian enfriar en mí a-
quel primer ardor; pero; quan al contra-
rio sucedió! pues si por una parte me mo-
vían estas razones á no intentar semejente
cosa, tenía por otra un agente superior á
ellas: porque consideraba que si este dis-
curso, por ser superior á mis fuerzas el
asunto que en él trato, y por ser obra mía
y de 20 dias, no era capaz de satisfacer
la curiosidad de todos; sin embargo, tal
vez serviría para excitar en algun suge-
to de mas talento y erudicion, y de que una

plu-
ma mas eloqüente, el noble estímulo de
acabar de veridicar á nuestra nacion, per-
feccionando el quadro de que yo no hago
4
mas que un leve diseño.
(4°) si no se hubiese demostrado completa-
mente el S[er] Azcarraga en este mismo sitio
que la Navegacion, la Geografía, la
Chronología, la Física, la Química, la
Artillerúa, el Comercio, la Arquitectura,
y las artes mecánicas, no podían hacer pro-
greso alguno que no fuese efecto inmedia-
to de las Matemáticas, me debían detener en
su demostracion antes de pasar á mani-
festar que todos estos ramos se han cultiva-
do en España; pero siendo inútil el demostrar
una cosa que ya nadie duda, y llamando
por otra parte nuestra atencion en asun-
to tan vasto y tan ameno, me dirigiré
solo á manifestar chronológicamente que ~~siem-~~
~~pre se han cultivado en España las Mate-~~
~~máticas, puesto que han producido sus efec-~~
todos estos ramos se han cultivado en Es-
paña.
(5°) Aunque no me faltarían razones
para probar que antes del establecimiento
5
de los Fenicios se cultivaban ya la las ar-
tes en España, sin embargo, considerando que
esto de ningun modo podía engrandecer las
glorias de nuestra nacion, y que jamas se han
dirigido las asechanzas de los extrangeros
a vituperarnos en tiempo en que casi todas
las naciones eran del todo bárbaras, creho
deberlo pasar en silencio. tambien omitiría
la exposicion de los adelantamiento que se hi-
cieron en España antes de la venida de los
Romanos, á no ser por desvanecer la opinion
comun de que estos nos vinieron á sacar del
semo de la barbarie, manifestando que tubieron
mucho que aprender de los Españoles, y que
se valieron de sus invenciones, tanto para
las cosas de primera necesidad, como para las
de luxo.
(6°) En efecto, en el siglo X° de Roma ó en
el X° antes de Cristo, tenían tanta fama
las espadas españolas en Roma que para los
casos en que había un desafío de honor, se ce-
ñian ~~una de ellas~~; y Tito-Libio hablando de
6
ellas, dice “
59
....
(58)El reestablecimiento de las ciencias y
artes, la invension de la Nautica, la de la
Artillería, la mejora de la Acústica, la in-
troduccion de papel de lino tal útil al or-
be literario, el descubrimiento de un nuevo
mundo, el del paso á las indias orientales,
el haber ido Ramos, Alvaro Tomas, Juan
Martinez Guijarro y Pedro Cirnelo á en-
señar estas ciencias a las naciones Eu-

ropeas, el haber venido los Alamanes á estudiar á España la Química, y la perfección que nuestro D.^{n} Jorge ha dado á la navegación; me parece, pueden servir de suficientes pruevas para responder á la objecion que me propuse, para volver á su antiguo brillo el explendor de España que M. Otto trato de obscurecer, y para manifestar a M. Manson lo mucho que nos debe la Europa.

He dicho. Madrid 22 de Junio de 1801.

Josef Mariano Vallejo. (Firma autógrafa).

Se transcribieron las primeras 7 páginas y la última de ellas. Se respetan los saltos de línea y de página.