

INFORME FINAL DEL PROYECTO DE INNOVACIÓN DOCENTE

(CONVOCATORIA 2012)

(Proyecto ID2012/120)

ELABORACIÓN Y USO DE PRESENTACIONES DINÁMICAS CON MATHEMATICA

Datos identificativos del proyecto

Miembros del equipo investigador

Senosiain Aramendia, María Jesús (directora del proyecto)

Maldonado Cordero, Mercedes

Tocino Gracia, Ángel Andrés

Convocatoria

2012

Plazo de ejecución

Diciembre 2012/Junio 2013

Financiación conseguida

100 euros

1. Resumen del proyecto

Descripción del proyecto En asignaturas de los grados en Matemáticas, Física, Ingeniería Informática o Química relativas al Análisis Matemático (Ecuaciones Diferenciales, Cálculo, Análisis Armónico, etc.) aparecen con frecuencia problemas dinámicos. La explicación, tanto del problema como de su solución, puede verse facilitada mediante la presentación gráfica de su evolución. En este proyecto se plantea utilizar el programa de lenguaje simbólico Mathematica para la elaboración de las mencionadas presentaciones. Algunos ejemplos son:

- Representación de curvas generadas de modo dinámico.
- Comportamiento de las soluciones de ecuaciones diferenciales al variar las condiciones iniciales, los coeficientes, etc.
- Desarrollos en serie de Fourier.

Metodología de trabajo (recursos a emplear)

Se seleccionará un grupo de problemas representativos dentro de cada asignatura, que, por su carácter dinámico, sean ejemplos susceptibles de ser tratados. Para cada uno de ellos se desarrollará un programa, basado en las herramientas que proporciona Mathematica, para obtener una presentación que ilustre de modo visual su evolución. Dichas presentaciones se han utilizado en clase (principalmente las relativas a ecuaciones diferenciales y a desarrollos en serie de Fourier), lo que ha llevado a que los alumnos capten de una forma visual lo que sobre el papel les parece algo muy teórico y sin aplicaciones directas. En el caso de la representación de curvas, cuya ecuación viene dada en paramétricas o polares, se les ha proporcionado a los alumnos para que puedan usarlas en aplicaciones geométricas del cálculo integral; esto es debido a que la representación de curvas en paramétricas y en polares no está contemplada en los temarios aunque luego la usan en otros campos.

Calendario de actuaciones

Se han ido haciendo las representaciones dinámicas cuando los campos a estudio han ido apareciendo en las diversas asignaturas. Por ejemplo las representaciones de curvas se les ha proporcionado a los alumnos de Análisis Matemático II del Grado en Matemáticas. A los alumnos del grado en Ingeniería Informática se les ha enseñado la evolución de las soluciones de algunas ecuaciones diferenciales y lo que significan los desarrollos de Fourier de ciertas señales y su representación oscilatoria. A continuación se incluyen capturas en .pdf de algunos de los trabajos realizados y las páginas de la plataforma Studium donde se han incluido algunos de los resultados. (por ejemplo:<https://moodle.usal.es/course/view.php?id=12391> y <https://moodle.usal.es/course/view.php?id=3560>).

Ecuaciones diferenciales ordinarias

1. Un problema de valores iniciales

$$x''(t) + c x'(t) + r x = 0, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1$$

2. Sistema de ecuaciones diferenciales lineales

$$x'(t) = \begin{pmatrix} -1,1 & -0,9 \\ -1,4 & 0,3 \end{pmatrix} x(t)$$

3. Ley de Newton del enfriamiento

$$T'(t) = -r (T(t) - H)$$

4. Desintegración radiactiva

$$y'(x) = -r y(x)$$

5. Ecuación diferencial de segundo orden con valores iniciales no homogénea

$$y''(x) + c y'(x) + r y(x) = \cos(mx), \quad y(0) = \alpha, \quad y'(0) = \beta$$

6. Potencial electrostático debido a dos cargas puntuales q_1 y q_2

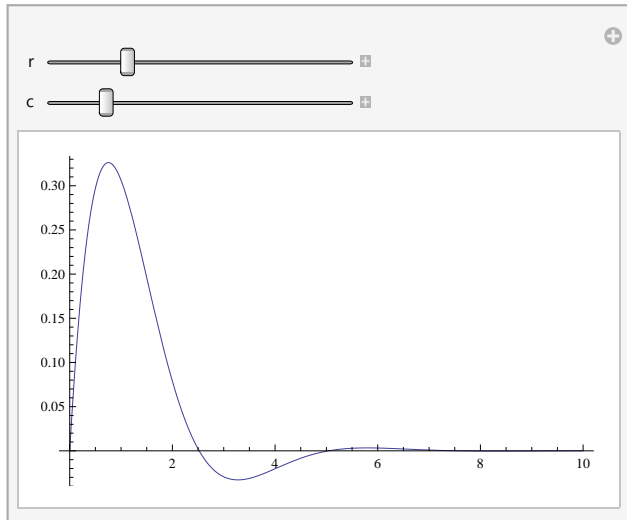


Figura 1: Un problema de valores iniciales.

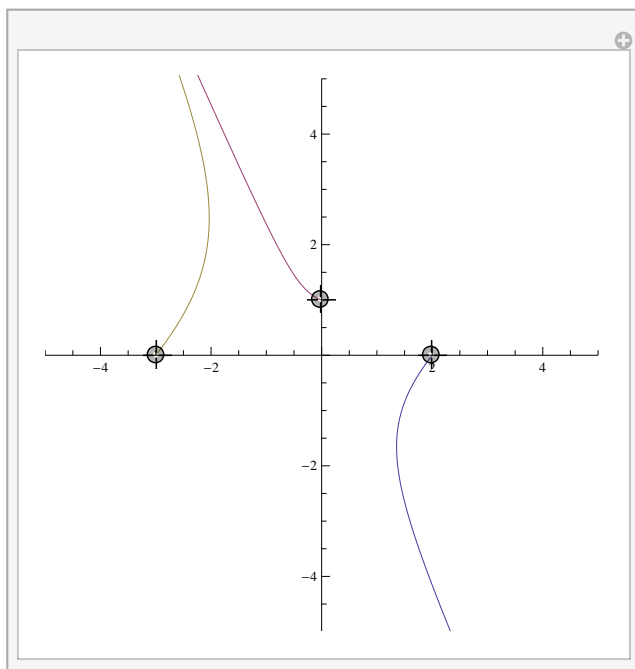


Figura 2: Sistema de ecuaciones diferenciales lineales.

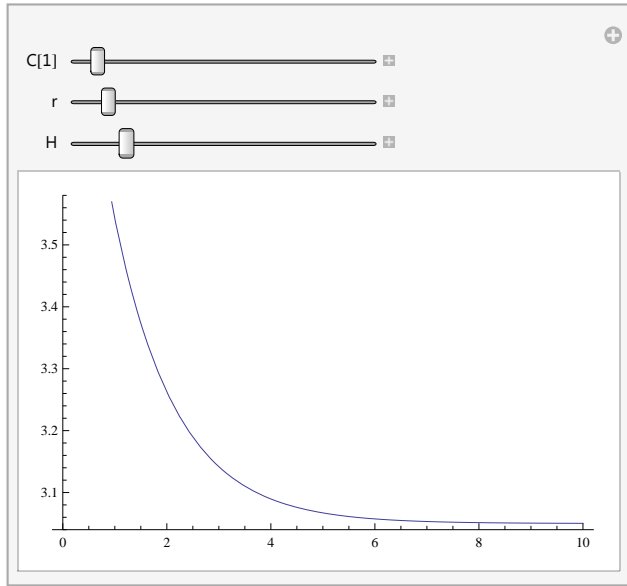


Figura 3: Ley de Newton del enfriamiento.

```
Manipulate[Plot[K1 e-r t, {t, 0, 10}], {K1, -4, 4}, {r, 0, 10}]
```

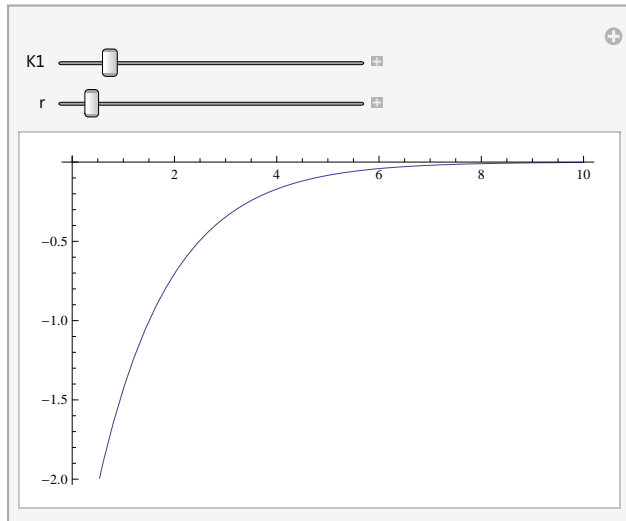


Figura 4: Desintegración radiactiva.

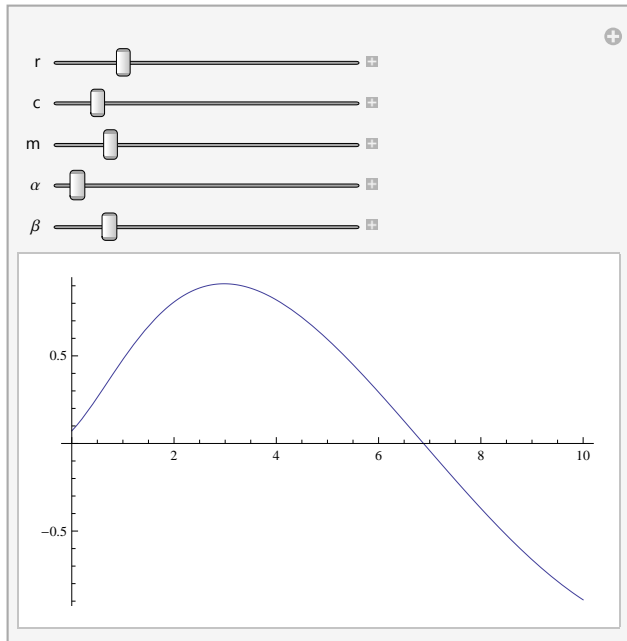


Figura 5: Ecuación diferencial de segundo orden con valores iniciales no homogénea.

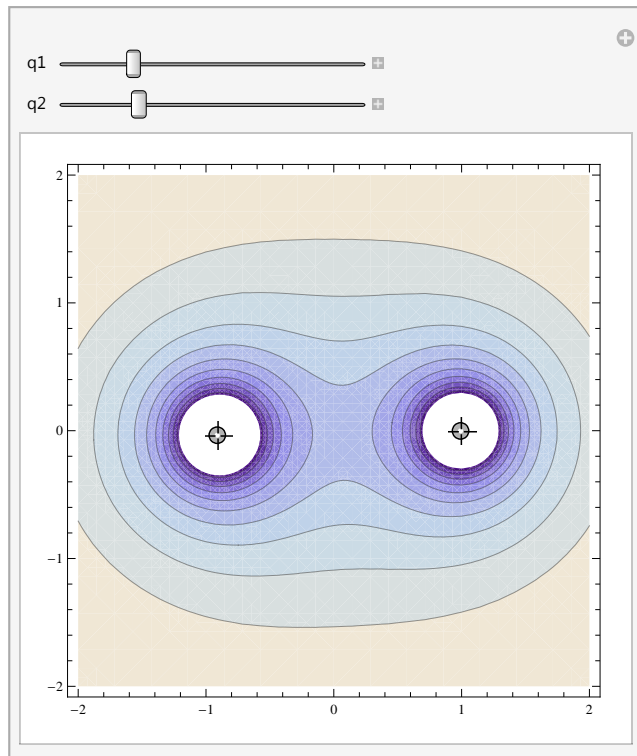


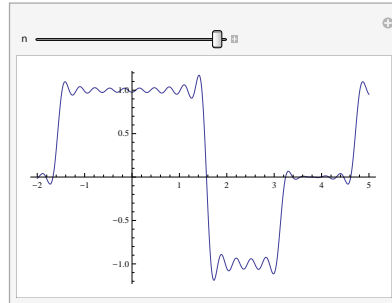
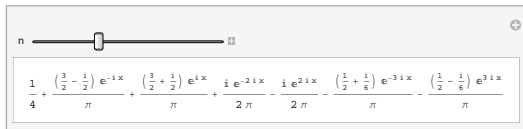
Figura 6: Potencial electrostático

Desarrollos de Fourier

Desarrollo de Fourier de la función

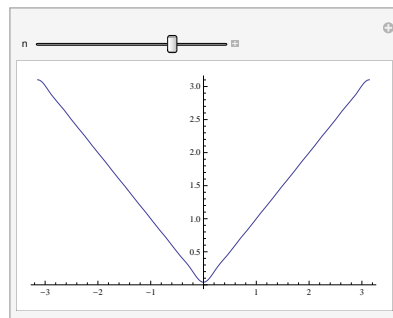
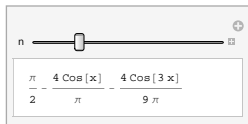
$$f(x) = \begin{cases} 1 & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ -1 & \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

Manipulate[
FourierSeries[piecewise[{{1, - $\frac{\pi}{2}$ < x < $\frac{\pi}{2}$ }, {-1, $\frac{\pi}{2}$ < x < $\frac{3\pi}{2}$ }}, x, n], {n, 1, 10, 1}]



Desarrollo de Fourier de la función

$$f(x) = |x|, \quad -\pi < x < \pi$$



Desarrollo de Fourier de la función

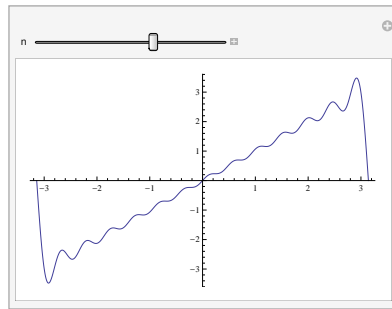
$$f(x) = x, \quad -\pi < x < \pi$$

Desarrollo de Fourier en senos de la función

$$f(x) = x, \quad -\pi < x < \pi$$

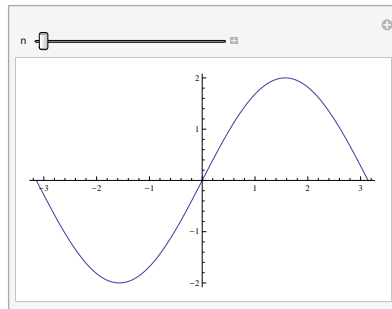
Manipulate[FourierSeries[x, x, n], {n, 1, 10, 1}]

n

$$i e^{-ix} - i e^{ix} - \frac{1}{2} i e^{-2ix} + \frac{1}{2} i e^{2ix} + \frac{1}{3} i e^{-3ix} - \frac{1}{3} i e^{3ix}$$


Manipulate[FourierSinSeries[x, x, n], {n, 1, 10, 1}]

n

$$-2 \left(-\sin[x] + \frac{1}{2} \sin[2x] - \frac{1}{3} \sin[3x] + \frac{1}{4} \sin[4x] \right)$$


Representación de curvas

Mostramos la construcción de la cicloide que se genera al girar una circunferencia sobre una recta sin resbalar.

```
Clear[A, B, F, t, u];
G0 := ParametricPlot[{Sin[t], 1 + Cos[t]}, {t, 0, 2 Pi},
  AspectRatio -> Automatic, Axes -> {True, False}, DisplayFunction -> Identity];
F0 := Show[G0, PlotRange -> {{-1.5, 6.5}, {-0.2, 2.3}}, Ticks -> None];
B0 := Graphics[{Circle[{0, 1}, 1],
  {PointSize[0.02], Point[{0, 0}]}
  }];

Show[{F0, B0}, DisplayFunction -> $DisplayFunction];
u[n_] := n * Pi / 3;
S[n_] := {u[n], 1};
G[n_] := ParametricPlot[{t - Sin[t], 1 - Cos[t]}, {t, 0, u[n]}, Axes -> {True, False},
  PlotStyle -> {Thickness[0.01]}, PlotRange -> {{-0.5, 8.5}, {-0.2, 2.3}},
  Ticks -> None, AspectRatio -> Automatic, DisplayFunction -> Identity];
B[n_] := Graphics[{Circle[S[n], 1],
  Circle[S[n], 0.2, {(3 Pi / 2) - u[n], 3 Pi / 2}],
  Line[{S[n], {u[n], 0}}],
  Line[{S[n], {u[n] - Sin[u[n]], 1 - Cos[u[n]]}}]
  }];
Do[Print[Show[{G[n], B[n]}, DisplayFunction -> $DisplayFunction]], {n, 1, 6}]
H := Graphics[Circle[S[7], 0.3, {(3 Pi / 2) - u[7] + 2 Pi, 3 Pi / 2}]];
Show[{G[7], B[7], H}, DisplayFunction -> $DisplayFunction];
```

Resultados observados sobre la docencia

- Facilitar la planificación docente ya que permite a los alumnos visualizar los resultados de sus cálculos.
- Aumentar el interés del alumno por la asignatura, ya que ve aplicaciones prácticas en su campo de interés.
- Debido a que vivimos en un mundo en el que la mayoría de la información se recibe de forma visual, los alumnos son más receptivos a este tipo de trabajo y por tanto mejoran su interés y sus ganas de aprender.

Futuro

En el próximo curso se les pedirá a los alumnos que ellos representen, usando Mathematica alpha (que es software libre), las soluciones de los problemas que hagan en clase y así puedan interpretar los resultados y ver aplicaciones de estos problemas en su campo de estudio..

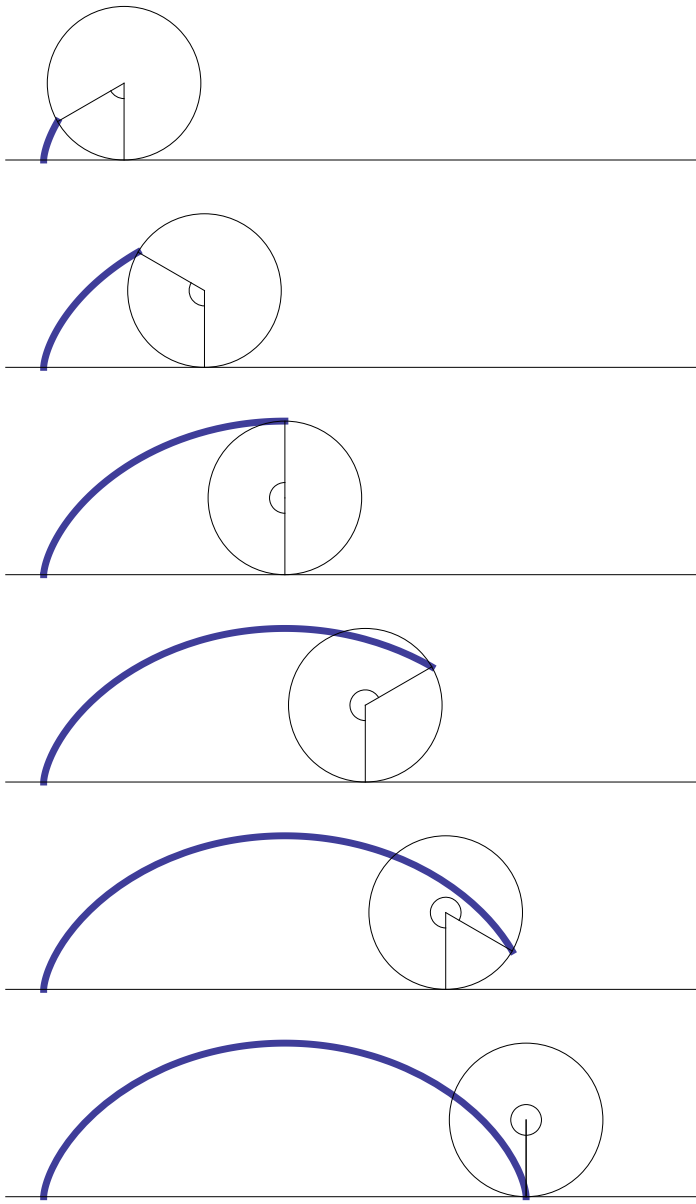


Figura 1: Construcción de la cicloide