Disputatio. Philosophical Research Bulletin 3 (2013), pp. 111-136

Sobre la definición semántica de consecuencia lógica

On the Semantic Definition of Logical Consequence

KURT WISCHIN

Recibido: *11-Julio-2013* | Aceptado: *21-Octubre-2013* | Publicado: *08-Noviembre-2013*

La teoría de modelos parte generalmente de la definición de consecuencia lógica ofrecida por Tarski en 1936. John Etchemendy (1990) asevera que esta definición contiene una falacia si se le toma como definición genuina de este concepto. Esta aseveración ha desatado una polémica interesante. El presente ensayo resume los puntos principales en discusión y sugiere en su conclusión que el rechazo de la propuesta de Etchemendy se basa en un malentendido de la intención de su crítica, cuyo objeto no es, propiamente dicho, la definición de Tarski, sino que ésta ofrece un fundamento insuficiente para la teoría de modelos.

Etchemendy · Falacia de Tarsky · Consecuencia Lógica · Teoría de Modelos.

Model Theory generally assumes the definition of logical consequence proffered by Tarski in 1936. John Etchemendy (1990) suggests that Tarski's definition contains a fallacy, from which an interesting controversy ensued about the definition and its meaning. The main points in discussion are summarized and it is suggested that the controversy is based on a misunderstanding of the intentions of Etchemendy's criticism: the target is not so much Tarski's definition, but that it offers an insufficient foundation for Model Theory.

Etchemendy · Tarski' Fallacy · Logical Consequence · Model Theory.

K. Wischin (✉)
Universidad Autónoma de Querétaro, México
Universidad Nacional Autónoma de México, México
email: kurt.wischin@gmail.com

Disputatio. Philosophical Research Bulletin
Vol. 2, No3. Dic. 2013 | ISSN: 2254-0601
Salamanca-Madrid | www.disputatio.eu

ARTÍCULO

Sobre la definición semántica de consecuencia lógica

KURT WISCHIN

«La filosofía no es principalmente sobre lenguaje, sino sobre el mundo real».
Arthur N. Prior

«La esencia se expresa en la gramática».
Ludwig Wittgenstein

§1. Introducción

PRÁCTICAMENTE TODO LO QUE HACE EL LENGUAJE, lo hace sin que lo notemos. Simplemente lo usamos, igual como usamos los dedos de nuestras manos para atar un zapato, o la lengua en nuestra boca cuando masticamos un Prime Rib. Pero, como quizá diría Martin Heidegger, nos damos cuenta de la funcionalidad de las cosas cuando ésta se estropea. Usamos todo el tiempo la palabra «sólido» sin el menor problema, hasta que Eddington nos dice que, en realidad, nada es sólido: que la solidez de las cosas consiste, principalmente, de espacio vacío, y que el lenguaje cotidiano, propiamente, nos hace caer en una falsedad cuando afirmamos que la tapa del escritorio es sólida. Hemos *aprendido* a decir «agua» mucho antes de *aprender* que es, en verdad, un compuesto con la fórmula química H_2O; que lo que comúnmente llamamos agua es realmente la cosa verdadera contaminada con impurezas. Hemos aprendido que agua *es* H_2O más impurezas, y ya no nos extraña (como nos sigue extrañando la afirmación extravagante de Eddington).

Entre tantos usos que le confiamos ciegamente al lenguaje, como lo hacemos con la lengua (excepto cuando la usamos para cosas inusuales), está el de razonar. E igual como confiamos que se entienda sin más «¡cierra la puerta!», confiamos que se entienda la relación con lo que decimos acto seguido: «¡afuera hace un frío de los mil demonios!».

Si queremos obtener un conocimiento sistemático del comportamiento físico de este líquido llamado comúnmente agua, es conveniente, en muchas ocasiones, pasar por alto las impurezas casi siempre presentes y tratarlo como si efectivamente fuera sólo esa sustancia simbolizada con «H_2O». Si queremos entender de manera sistemática lo que hacemos al razonar -para quienes se dedican a estudiar estas relaciones entre diferentes cosas que decimos-, es conveniente frecuentemente formar, análogamente, un concepto susceptible del análisis científico, que no coincide en todos sus aspectos con el uso común y tácito. El análisis químico nos permitirá explicar otras propiedades químicas, como porqué el agua reacciona con la sal común (que es otro compuesto definido en la química) o, con la ayuda de las leyes de la física, porqué a ciertas temperaturas cambia de fase. El estudio sistemático de las relaciones entre componentes del lenguaje nos permitirá, con toda probabilidad, obtener un cuerpo de conocimiento de valor análogo (o, quizá, más importante) acerca de algunos aspectos que nos interesan en el contexto de este objeto: el lenguaje.

A diferencia de la física y de la química, el estudio de las relaciones entre los componentes del discurso ha adquirido un aspecto científico relativamente reciente. No es de extrañarse, entonces, que aún se enciendan discusiones acerca de aspectos muy fundamentales de esta ciencia reciente, comparables quizá en importancia fundamental a la discusión de si la combustión ha de explicarse en términos de flogisto o de oxígeno.

El aspecto al que me refiero es la noción común de consecuencia: la relación que parece haber entre partes del discurso y que nos hace aceptar alguna de estas partes, (sólo) porque se dijo otra.

El filósofo de la lógica, el americano John Etchemendy, publicó hace unos 20 años una obra donde criticó la manera en que la lógica de modelos manejaba —hasta ese momento más o menos tácitamente— el concepto de consecuencia lógica heredado de Tarski, sin duda uno de los aspectos más centrales de esta ciencia. La polémica que surgió enseguida continúa hasta el día de hoy. El presente trabajo recapitula la situación para el lector no familiarizado con el tema, y sugiere determinada lectura de la crítica de Etchemendy. Mario Gómez Torrente, partícipe de esta polémica, me permitió presenciar sus reflexiones en preparación de otra obra sobre el tema, haciendo posible la redacción de este ensayo. Así que aprovecho la ocasión para agradecer su generosidad.

§1. Primera parte: Tarski sobre verdad y consecuencia lógica

§1.1. VERDAD.— La definición de la verdad que ofrece Alfred Tarski no es discutida directamente en el argumento que aquí nos concierne. Pero en el artículo donde la propone, Tarski explica también algunas de sus ideas sobre cómo una definición de un concepto puede superar el entendimiento intuitivo de éste, sin abandonar su parte esencial. Es por ello, entre otros motivos, que creo conveniente recordar cómo Tarski define la verdad, antes de ver los detalles de su definición de consecuencia lógica.

Cuando Alfred Tarski se propone determinar el significado de la expresión «verdadero», lo hace con esta advertencia: no quiere explicar ni su uso en la psicología, ni en la estética, sino se limitará exclusivamente a la explicación *metalógica*; es decir, la aplicación de esta expresión a oraciones, entendiendo por oraciones sólo afirmaciones o aseveraciones. Punto de partida es, para Tarski, una definición de la verdad que ofrece Aristóteles:

> Falso es [, en efecto,] decir que lo que es, no es, y que lo que no es, es; verdadero, que lo que es, es, y lo que no es, no es (Aristóteles, *Metafísica*, Γ 1011 b).

Tarski llama al principio que informa la definición que ofrece Aristóteles, la *concepción semántica de la verdad*, y aprovecha para aclarar que la *semántica* es, para sus fines, aproximadamente aquella parte de la metalógica que investiga «la relación entre objetos lingüísticos... y aquello que es expresado por estos objetos» (Tarski, 1966, p. 246 ss). En este sentido, dice Tarski, la teoría de Aristóteles y teorías similares pueden llamarse también *teoría de la verdad como correspondencia*. Para que la metalógica pueda hablar de la relación entre objetos lingüísticos y lo que éstos expresan, hay que tener claro que en el discurso sobre objetos lingüísticos no son éstos los que figuran en la expresión metalógica, sino sus nombres. Así, sea «S» la oración «la nieve es blanca», entonces puedo obtener una definición de la verdad apegada a la idea de Aristóteles, al decir «S» es verdadera si, y sólo si, la nieve es blanca. O, eliminando la abreviación:

(1) «La nieve es blanca» es verdadera si, y sólo si, la nieve es blanca,

donde la parte entre comillas es el nombre de la oración. Esta parte no habla ni de nieve ni de ningún color. Habla sólo de esta oración que, un momento antes, habíamos llamado «S». Por ello, en esta definición parcial de verdad no hay circularidad. De manera más general:

(2) «p» es verdadera si, y sólo si, p.

Una condición, sin embargo, que debe cumplir esta definición parcial, es que la oración señalada con «p» no debe contener la palabra «verdadero». Si esto ocurriera, la definición dejaría de ser una definición por razones obvias, aunque no por ello dejaría de poder ser una oración verdadera o falsa.

(1) y (2) representan un intento de llegar a una determinación más precisa de la concepción clásica de la verdad que pudiera superar las limitaciones de la definición de Aristóteles, pero que conserva las intenciones que inspiran a ésta. Pero ello no puede hacerse sin algunas aclaraciones adicionales. En primer lugar, habría que determinar con mayor precisión el lenguaje para el cual la definición de la verdad habría de servir. Para ello determinamos que el uso de la expresión «verdadero», en relación con las oraciones del castellano, coincide con la concepción clásica de verdad «si nos permite aceptar cada equivalencia de la forma (2) en que "p" en ambos lados es sustituida por una oración castellana arbitraria. Si esta condición se cumple, entonces podemos decir en forma abreviada que el uso de la expresión "verdadero" sea... *adecuado*» (Tarski, 1966, p. 250). Lograr una definición que sea formalmente correcta y adecuada en este sentido, es fácil para un segmento (*L*) del castellano que cumple las siguientes condiciones:

i. Para *L* existen reglas sintácticas precisas que permiten distinguir, sin lugar a dudas, entre expresiones que son y que no son oraciones.

ii. El número de oraciones de *L* es finito (puede ser grande).

iii. La palabra «verdadero» no figura en *L*.

iv. El significado de todas las palabras en *L* es suficientemente claro para no suscitar discusiones en su uso en la definición de la verdad.

El método que empleamos ahora para llegar a una definición de la verdad para *L*, es el siguiente:

i. Producimos una lista completa de todas las oraciones en *L* («S_1», «S_2»,... «S_{1000}», si hay, por ejemplo, 1000 oraciones en *L*).

ii. Para toda *x*, *x* es una oración en *L* si, y sólo si, *x* = «s_1» o *x* = «s_2» o... x=«s_{1000}».

iii. Se construye ahora, para cada oración, una definición parcial de la verdad, según el esquema (3).

iv. Se forma una conjunción de las definiciones parciales, según iii.

v. Apelando ahora a ii, formulamos una definición que cumple con las condiciones formales de una definición, y que es lógicamente equivalente al resultado de iv:

(7) *Para cada oración x en L: x es verdadera si, y sólo si, o bien,*

s_1 *y* x = «s_1», *o* s_2 *y* x = «s_2»,...,

o, finalmente, s_{1000} *y* x = «s_{1000}» (Tarski, 1966, p. 252).[1]

Tarski concluye que (7) cumple efectivamente las condiciones de la definición general de verdad buscada. Es formalmente correcta y adecuada en el sentido explicado. Es una oración castellana, pero no es una oración de *L*. Este método no pudiera aplicarse en esta forma a todo el idioma castellano, pero tampoco sería deseable hacerlo debido al problema de las antinomias. Este problema surge a raíz de la universalidad del castellano, y en este sentido los lenguajes naturales, como el castellano, contienen expresiones semánticas como «verdad», «nombre», «designación», que se refieren a la relación entre objetos lingüísticos y lo que ellos expresan, y entonces esta característica permite formular afirmaciones acerca de estos objetos que se contradicen a sí mismas; es decir, son falsas cuando son verdaderas, y viceversa.

Pero, observa Tarski, no es indispensable para todos los usos del lenguaje que sea universal en este sentido. En particular, los lenguajes científicos no necesitan tener una universalidad tal. Esto es cierto en las ciencias empíricas, pero también para la metalógica y la metamatemática. Con esto en mente, se pueden formular las condiciones para la definición de la verdad en lenguajes restringidos:

i. Se tiene un vocabulario completo.

ii. Las reglas sintácticas están formuladas con precisión.

iii. Las reglas sintácticas son puramente formales (la función y el significado de una expresión dependen sólo de su forma; si algo es, o no es, una oración, depende sólo de su forma). No hay palabras con sentido únicamente contextual (artículos demostrativos, adverbios

[1] *La* numeración de *la* definición sigue a *la* numeración del artículo original de Tarski.

locales y temporales, etcétera).

A un lenguaje tal, Tarski lo llama un *lenguaje formalizado*. Él entiende por ello fragmentos de los lenguajes naturales, no lenguajes formulados completamente mediante símbolos.

Para formular una definición de la verdad en un lenguaje formalizado tal, hay que distinguir todavía, muy claramente, entre éste (el lenguaje objeto) y el metalenguaje en que se formulará la definición de la verdad. El metalenguaje debe contener los siguientes elementos:

i. Todas las oraciones del lenguaje objeto.
ii. Nombres para las oraciones y otras expresiones.
iii. Términos para conjuntos de expresiones.
iv. Términos para relaciones entre expresiones.
v. Términos para operaciones con expresiones.
vi. Términos semánticos (= relación entre expresiones del lenguaje objeto y los objetos a que estas expresiones se refieren) pueden ser introducidos en el metalenguaje mediante una *definición*.

El *método* para establecer una definición de la verdad para lenguajes restringidos en este sentido es, entonces, a grandes rasgos, el siguiente:

- Se establece la definición parcial (3) para las oraciones más simples que no contienen oraciones como partes.
- Se amplía esta definición a las oraciones compuestas con la ayuda de las reglas sintácticas (definición recursiva) para la relación de *satisfacción*, y con la ayuda de ésta para la verdad.

Finalmente, Tarski se pregunta cuál es la relación entre el concepto de verdad, así definido, y la prueba formal[2], tal como debe ser usado invariablemente en

[2] Una oración es demostrada formalmente mediante *la* construcción de una secuencia finita de oraciones, de manera tal que *la* primera oración en *la* secuencia es un axioma, cada una de *las* oraciones siguientes es un axioma o una oración demostrable directamente mediante una de *las* reglas de prueba que *L* e antecede, y *la* última oración de *la* secuencia es *la* oración por demostrar; o *la* prueba es una secuencia finita de oraciones con estas tres condiciones. *Cf.* Tarski (1966), p. 268.

una teoría formalizada. Concretamente, se pregunta si la prueba formal es un método adecuado para obtener la verdad. Sería un método adecuado si el conjunto de las oraciones susceptibles de una prueba formal, es equivalente al conjunto de todas las oraciones verdaderas.

En el caso del lenguaje formalizado de la aritmética, puede formarse un metalenguaje y puede formularse una definición de la verdad en ella. Esta definición define el conjunto de las oraciones verdaderas. También existe, para este lenguaje, el conjunto de las oraciones formalmente demostrables. Los dos conjuntos, ¿son equivalentes?

Con la ayuda de un método similar al que usa Gödel en su teorema de incompleción, Tarski prueba que los dos conjuntos no son idénticos; es decir, hay oraciones que pertenecen al conjunto de las oraciones verdaderas, pero que no son demostrables mediante pruebas formales. Esto, concluye Tarski, tiene la siguiente importancia para teorías formalizadas:

1. Se puede introducir el concepto de verdad en teorías formalizadas mediante una definición precisa y adecuada.
2. Demostrar es un método para convencerse de la verdad de oraciones dentro de una teoría matemática determinada.
3. Es posible, sin embargo, que no podamos demostrar con las reglas establecidas algunas oraciones verdaderas que nos interesan.
4. Para ampliar la demostrabilidad es posible incluir oraciones nuevas en el sistema de axiomas, o nuevas reglas de demostración, guiándonos por la idea de la verdad. No podemos usar nuevos axiomas o reglas de demostración si cabe la sospecha de que el nuevo axioma no sea una oración verdadera, o que las reglas de demostración puedan llevarnos de una oración verdadera a una falsa.
5. Una teoría enriquecida así, jamás contendrá todas las oraciones verdaderas.
6. Verdad y demostración no compiten entre sí, sino representan, en combinación, un ideal de verdad y demostración que nunca podrá ser alcanzado.

§1.2. El concepto tarskiano de consecuencia lógica.— Veamos ahora la explicación que Tarski ofrece del concepto de la consecuencia lógica que, de acuerdo con su crítico John Etchemendy, tiene la siguiente importancia:

> Cualquiera cuyo aprendizaje de lógica haya rebasado las etapas más rudimentarias está familiarizado con las definiciones de teoría de modelos estándares de las propiedades lógicas. Según estas definiciones, una oración es verdadera lógicamente si es verdadera en todos los modelos; un argumento es válido lógicamente, su conclusión una consecuencia de sus premisas, si la conclusión es verdadera en cada modelo en que las premisas son verdaderas. Estas definiciones, junto con el mecanismo adicional que se requiere para entenderlas, son expuestas en todo libro de texto introductorio en lógica matemática. En estos textos se nos enseña... cómo construir una simple *semántica de teoría de modelos* (Etchemendy, 1990, p. 1).

Tarski antepone a su propia propuesta un breve resumen de la situación que él encuentra y que se propone superar. Resumiremos muy brevemente lo atractivo de cada una de estas propuestas, y por qué no funcionan.

§1.2.1. PROPUESTA SINTÁCTICA.—

1. Tarski advierte primeramente que debemos hacernos a la idea de que toda definición precisa del concepto de consecuencia lógica común tiene algún grado de arbitrariedad, dado que «el concepto de consecuencia no se distingue de otros conceptos del lenguaje diario por un contenido más claro o una denotación mejor delimitada, la manera de su uso es inestable».
2. Una propuesta inicial, basada en las técnicas de la lógica contemporánea recién desarrolladas, parecía prometedora. Se creía que teorías deductivas basadas en reglas de inferencia (*v. gr.* sustitución, *modus ponens*) meramente estructurales, aplicadas a axiomas de la teoría, prueban las oraciones obtenidas por estas operaciones (*cf.* el comentario hacia el final de la sección anterior) y agotan, así, el contenido del concepto de consecuencia. Siempre que una oración sigue de otras, es posible obtenerla con la ayuda de las reglas especificadas por las reglas de las teorías.
3. Tarski recuerda, sin embargo, con el ejemplo de teorías ω-incompletas[3], que la confianza en las teorías del punto anterior, no está justificada: de acuerdo al concepto común de consecuencia, se sigue del hecho de que cada uno de los números posee una determinada propiedad, que todos ellos la tienen; esta conclusión, sin embargo, no es derivable mediante las reglas del sistema.
4. Se pueden hacer extensiones al sistema (*cf.* el final de la sección anterior)

[3] A_0. «0 posee *la* propiedad P»; A_1. «1 posee *la* propiedad P»; etc.; A_n. «n posee *la* propiedad P»; pero no es deducible de *las* reglas invocadas: A. «todo número natural posee *la* propiedad P».

para ajustar por teorías ω-incompletas, y se pueden restringir los lenguajes (por ejemplo, al lenguaje que permite la construcción de los números naturales) para contestar objeciones contra una transición posiblemente injustificada de la teoría a la metateoría. Sin embargo, no parece posible superar la siguiente objeción:

5. La teoría de incompleción de Gödel establece que en los lenguajes bajo consideración, no importa cuánto los enriquezcamos, siempre será posible construir oraciones que *en el sentido común siguen de los teoremas de la teoría deductiva en cuestión*, pero que no pueden ser demostradas en esta teoría con base en las reglas aceptadas.

§1.2.2. Propuesta semántica[4].—

6. Tarski atribuye a Carnap el primer intento de una definición precisa del concepto de consecuencia, pero ve un problema en que ésta descansa sobre el concepto de contradicción en un lenguaje formalizado determinado. A continuación, Tarski desarrolla en unas cuántas páginas su propia definición del concepto de consecuencia lógica, que supera, sin contradecirla, las inconveniencias de la propuesta de Carnap. A continuación ofreceré una representación esquematizada de la propuesta de Tarski que, ojalá, sea transparente a primera vista.
7. Tarski se propone la construcción de una definición del concepto de consecuencia, basada en una semántica científica que es:

   i. Formalmente correcta.
   ii. Materialmente adecuada.
   iii. Para una categoría de lenguajes formalizados.

8. En cuanto a adecuación material, Tarski parte de la siguiente suposición

[4] El entendimiento contemporáneo del concepto se desvía en varios puntos de la propuesta original de Tarski; véase la siguiente sección que trata la crítica de Etchemendy. En particular, Tarski parte de un lenguaje formalizado en lugar de, como se hace hoy, lenguajes formales no interpretados (donde la interpretación en un caso específico se hace típicamente mediante especificación de un dominio o universo de discurso), y su concepto de modelo también es diferente del actual. *Cf.* El comentario inicial en (Tarski 2002) de Magda Stroińska y David Hitchcock, p. 167 ss. Para los fines de este trabajo estas diferencias, sin embargo, no son de importancia excesiva. Para un ejemplo de las consecuencias nocivas de no tener en cuenta estas diferencias para la discusión técnica detallada de la definición de Tarski. *Cf.* Gómez Torrente, 2009, pp. 267-268.

intuitiva de lo que debe cumplir una definición del concepto de consecuencia lógica:

(i) Si una oración X sigue lógicamente de una clase $\mathfrak{K}$ de oraciones arbitraria, entonces si toda oración en $\mathfrak{K}$ es verdadera, X no puede ser falsa.

(ii) Como, además, se trata de una relación formal (no depende de conocimiento extralógico de objetos denotados por oraciones en $\mathfrak{K}$ o X), entonces si los nombres de los objetos en $\mathfrak{K}$ y X son sustituidos (uniformemente) por nombres de otros objetos, la situación descrita en (i) no cambia.

Lo que da lugar a la siguiente condición necesaria, que debe cumplir la definición del concepto de consecuencia lógica:

> (F) Si en las oraciones de la clase $\mathfrak{K}$ y en la oración X remplazamos los términos constantes que no son términos de lógica general en forma correspondiente, por otros términos constantes arbitrarios (donde remplazamos constantes de la misma forma ubicuamente por constantes de la misma forma), y de esta manera obtenemos una nueva clase $\mathfrak{K}$' y una nueva oración X', entonces X' debe ser verdadera siempre que todas las oraciones de la clase $\mathfrak{K}$' sean verdaderas (Tarski, 2002, p. 183-184).[5]

a. No obstante, estas condiciones necesarias resultan ser insuficientes. Si fueran suficientes, sólo sería necesario todavía acomodar el hecho de que «verdadero» ocurre en F. Éste término, sin embargo, puede ser definido correcta y adecuadamente con base en la semántica.[6]

b. Pero, en lenguajes formalizados, X no siempre sigue intuitivamente de las oraciones de la clase $\mathfrak{K}$ cuando la condición (F) está satisfecha. Sólo si el lenguaje en cuestión contiene nombres de todos los objetos posibles (F) sería suficiente; pero esta condición jamás puede ser cumplida[7].

[5] Tarski apunta que en esta formulación de *las* condiciones y *las* consideraciones siguientes, ignora algunas complicaciones de naturaleza técnica relacionada con *la* teoría de tipos L lógicos y de *la* necesidad de *la* eliminación previa de términos definidos.

[6] El propio Tarski ofrece esta definición, por ejemplo, en «Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen (The concept of truth in formalized languages)» *Studia Philosophica* I, 1935, pp. 261-405.

[7] O, como *lo* formulan Stroińska y Hitchcock: «la condición (F) puede ser satisfecha en casos donde X no sigue, pero el *lenguaje* no tiene constantes no-lógicos que designan *los* objetos que serían contra-

c. En preparación de su propuesta de una definición científica, formalmente exacta y materialmente adecuada, Tarski invoca el concepto de *satisfacción*. Esta es una relación entre una secuencia de objetos y una función oracional que es relativizada a un lenguaje formalizado especificado (como otros conceptos semánticos), pero que puede construirse para una categoría extensa de lenguajes formalizados.[8]
d. Mediante el concepto de satisfacción se puede construir el concepto de *modelo:*

   i. A cada constante no-lógica en el lenguaje, corresponde una variable.
   ii. Si se sustituye en una oración arbitraria una constante por una variable correspondiente, entonces la oración se transforma en una función oracional.
   iii. Si se sustituyen en una clase arbitraria *L* de oraciones todas las constantes no-lógicas por variables correspondientes, entonces se obtiene una clase de funciones oracionales *L*'.
   iv. Una secuencia arbitraria de objetos que satisface cada función oracional de la clase *L*' es un modelo de la clase *L*'. Si la clase *L*' consiste sólo de una oración *X*, éste será un modelo de la oración *X*.

9. Definición de consecuencia lógica: La oración *X sigue lógicamente* de las oraciones de la clase $\mathfrak{K}$, si y sólo si cada modelo de la clase $\mathfrak{K}$ es simultáneamente un modelo de la oración *X*.

   a. Esta definición captura muchas de las intuiciones manifestadas en el uso común del concepto de consecuencia.
   b. Se puede demostrar que una oración, que sigue lógicamente de

ejemplos a *la* reivindicación de que sigue» (*op. cit.*, p. 159). *Cf.* También *la* siguiente sección y *la* discusión de Etchemendy de este punto.

[8] Por ejemplo, *la* secuencia <2,3,5> *satisface la* función oracional «x + y = z»; *la* noción de satisfacción es uno de *los* conceptos que distingue *la* propuesta de *L* a, en otros aspectos, muy parecida de Bolzano, según observa Etchemendy. Véase también *la* siguiente sección. Para una bibliografía amplia sobre el tema, *vide* Tarski (2002).

oraciones verdaderas, tiene que ser verdadera a su vez.

c. La relación de consecuencia lógica es independiente del sentido de las constantes no-lógicas que ocurren en las oraciones así relacionadas.
d. La condición (*F*) es *necesaria* para que *X* siga lógicamente de las oraciones de la clase $\mathfrak{K}$.
e. Pero no es condición suficiente, en general: la condición (*F*) se puede cumplir sin que *X* siga de las oraciones de la clase $\mathfrak{K}$ si el lenguaje carece de constantes no-lógicos para designar contra-ejemplos[9].

10. Esta definición es equivalente a la definición de Carnap, si se aceptan ciertas convenciones.

§1.2.3. CONCLUSIÓN.— Tarski observa que no se ha construido una definición correcta y adecuada del concepto de consecuencia mediante las consideraciones anteriores.

No se ha resuelto la separación de todos los términos de un lenguaje en lógicos y no lógicos. Para la presente definición, se ha tomado el signo de implicación y los cuantificadores como términos lógicos. De lo contrario, la definición resultaría en consecuencias contrarias a las intuiciones normales.

Si se incluyeran todos los términos del lenguaje entre los términos lógicos, la consecuencia material coincidiría con el concepto de la consecuencia formal: *X* seguiría de las oraciones de la clase $\mathfrak{K}$ si y sólo si *X* es verdadera, o al menos una oración de la clase $\mathfrak{K}$ sería falsa. Asimismo, conceptos como «analítico» y «contradictorio» dependen de la separación del lenguaje en términos lógicos y no lógicos.

La división retendrá probablemente siempre un aspecto arbitrario que, en algún grado, sería un reflejo natural de la inestabilidad del uso del concepto de consecuencia en el lenguaje común.

[9] En 2.7 Tarski mantiene que es posible demostrar que su definición de seguir lógicamente satisface cada una de sus dos condiciones de ser materialmente adecuada, expresadas juntamente en condición (F), y afirma que la condición (F) no es suficiente para la consecuencia lógica tal como él ha definido el concepto. Debido a que él no produce las dos pruebas aludidas, se deben reconstruir. Su argumento de que la condición (F) es insuficiente, depende de su comentario previo (2.4.4) de que *la* condición (F) puede ser satisfecha en casos en que una oración no sigue formalmente de oraciones dadas, simplemente porque el *lenguaje* carece de nombres para algunos objetos en su dominio. *Cf.* Explicación en Tarski (2002), p. 171.

§2. Segunda parte. Revisión del concepto de consecuencia lógica heredado de Tarski

En la primera parte de este escrito vimos, en resumen, lo que Tarski dice sobre cómo definir el concepto de verdad y cómo definir el concepto de consecuencia lógica. Tarski también señala que su explicación de los conceptos deja pendientes algunas cuestiones. Pero tan pronto uno se asoma a la discusión contemporánea de estos conceptos, se da cuenta de que Tarski, más que poner en reposo una inquietud de la filosofía de la lógica, parece haber abierto una caja de Pandora.

§2.1. Intermedio. La teoría de modelos.— Una parte del argumento de Etchemendy —que veremos en la siguiente sección con más detalle— descansa en el hecho de que hay cierta discrepancia entre la definición del concepto de consecuencia lógica ofrecida por Tarski en términos de teoría de modelos, y el uso que hoy en día se hace de éste conjunto de ideas. Sería conveniente, entonces, dar alguna idea, aunque muy general, de lo que ha sucedido entre la época en que Tarski ha elaborado su definición fundacional del concepto de la consecuencia lógica en la semántica de la teoría de modelos, y en la actualidad, en cuanto a estas ideas.

§2.1.1. ¿Qué es un modelo?.— Solomon Feferman ofrece la siguiente descripción, explícitamente no técnica, pensada para el lector casual:

> Para empezar se requiere un *lenguaje formal* L que tiene uno o varios *géneros* de *variables* con la intención de abarcar diferentes géneros de objetos en una interpretación; puede haber algunos *símbolos constantes* de géneros específicos y algunos *símbolos de operación* para la construcción de términos de variables y constantes. Finalmente, L debe tener uno o varios *símbolos de relación* para expresar relaciones entre términos de géneros especificados, incluyendo usualmente la *relación de igualdad* para cada uno. Bajo una *interpretación* de L se entiende una *estructura* que consiste de un dominio de objetos para cada especie básica de variables y una interpretación de la relación, operación y símbolos constantes de L mediante las relaciones entre, operaciones con, y miembros del dominio de objetos del género apropiado reales; símbolos de relación de igualdad son interpretados como las relaciones de identidad correspondientes. Por ejemplo, si L es el lenguaje de la geometría plana... entonces hay tres géneros básicos de variables que corresponden a puntos, líneas y números; la relación de incidencia es una relación entre puntos y líneas, y la operación de longitud aplica a pares de puntos para producir un número.

> Las *fórmulas* (*correctamente formadas*) de L son generadas de lo que se llama *fórmulas atómicas* que expresan relaciones entre términos del género apropiado mediante clausura aplicando varias *operaciones lógicas* como son, negación, conjunción, cuantificación universal, etc.; las operaciones lógicas seleccionadas constituyen parte de la especificación de L. Por *oración* de L se entiende una fórmula sin variables libres. Por un *sistema de axiomas* en L se entiende un conjunto de oraciones de L.
>
> La relación básica entre una oración *S* de un lenguaje formal y una estructura *M* que interpreta L es la relación que *S* es verdadera en *M*. El concepto de verdad aplicable aquí es la de verdad en una estructura... como modificación de la definición de la verdad de Tarski en su famoso escrito *concepto de verdad* (*Wahrheitsbegriff*) de 1935. Se dice que una estructura es un *modelo de un sistema de axiomas* si cada uno de sus axiomas es verdadero en la estructura... La teoría de modelos es la materia que se ocupa de la pregunta: para un lenguaje L dado y un sistema de axiomas en L ¿qué estructuras de *M*, si acaso alguna, son modelos del sistema? (Burdman y Feferman, 2004, pp. 279-280).

§2.1.2. UN DESARROLLO VERTIGINOSO.— Según hemos mencionado, Tarski partía, para su definición, no de lenguajes formales en el sentido que explica Feferman en el párrafo anterior, sino de lenguajes formalizados. Pero esto no es lo único que deberíamos tener en mente cuando nos fijamos en la definición que contribuyó de manera tan importante a este desarrollo. Para cuando se organizó, en 1963, un simposio sobre la teoría de modelos, en Berkeley, California, este término ya incluía un conjunto enorme entrelazado de nuevas pruebas, nuevos teoremas y teorías sobre relaciones entre estructuras relacionadas con metamatemática y metalógica, que constituían todo un universo completamente inexistente sólo 30 años antes.

El desarrollo explosivo de la teoría de modelos ha creado un campo altamente especializado. No obstante, en cierto sentido parece enraizado en algunos principios simples, desarrollados en su esencia en los años 30 del siglo XX, quizá algo análogamente a como la física contemporánea está enraizada en la Teoría de la Relatividad propuesta por Albert Einstein. Si Roger Penrose o Steven Hawking llegaran a afirmar que Einstein cometió un error de primaria en la elaboración de su teorema, quizá el mundo en general lo aceptaría, encogiéndose de hombros: «los físicos suelen decir cosas extrañas hoy en día». Pero los científicos contemporáneos de la física que identifican toda su cosmovisión no sólo en el teorema (con modificaciones, actualizaciones), sino en el desarrollo ulterior que su formulación ha facilitado, estarían, seguramente, en rebeldía abierta, o en una crisis profunda. Esta metáfora muestre quizá mejor -para el lector ajeno al mundo especializado de la lógica formal contemporánea al que se dirige este intermedio- la provocación profunda de la acusación que John Etchemendy echaría en cara a uno de los padres de la lógica contemporánea.

§2.2. El argumento de Etchemendy

§2.2.1. La crítica conceptual de Etchemendy.— El filósofo de la lógica, el americano John Etchemendy, afirma que el análisis de Tarski está equivocado en el siguiente sentido: su identificación de la consecuencia en la *teoría de modelos* con la consecuencia lógica, crea una ilusión. La pregunta de si una oración sigue lógicamente de otra, no puede identificarse con la pregunta de si existen interpretaciones que hagan verdadera ésta y falsa aquélla. Argumentos lógicamente válidos pueden fallar la prueba, y argumentos no válidos pueden pasarla. Donde la cuenta de la teoría de modelos efectivamente atina a la extensión correcta, este resultado no se debe a que haya logrado captar el concepto genuino.

El argumento de Tarski sugiere, por ejemplo, que la clave para obtener una definición correcta de consecuencia relativa a un lenguaje dado, depende de la selección de las constantes lógicas en el modelo para el lenguaje. Pero, dice Etchemendy, la teoría de modelos a veces logra identificar correctamente la extensión, y a veces falla, no gracias a una característica común de las expresiones que se mantienen fijas, sino a hechos del mundo. El concepto de la consecuencia lógica ofrecido en la teoría de modelos no es la aceptación general de los lógicos contemporáneos; no obstante es una definición materialmente adecuada del concepto genuino de consecuencia.

§2.2.2. Aspectos técnicos de la crítica.— Lo que Etchemendy parece querer decir con el último comentario, es que el concepto de consecuencia lógica capta, de una manera vaga e incierta, una característica esencial de las relaciones lógicas que existen entre oraciones pero que el mero análisis formal —mediante la teoría de modelos y el concepto de satisfacción (ni tampoco el análisis basado en una semántica representacional)— no logra captar. Para mostrarlo él debe mostrar, sin embargo, que el concepto formulado que Tarski ofrece, en lenguaje científicamente preciso, al igual que las versiones contemporáneas de él, fallan, no sólo en el sentido de que no logran captar este concepto intuitivo de consecuencia lógica, sino que también fallan en sus propios términos.

Una parte importante del argumento consiste en afirmar que es erróneo el diagnóstico del propio Tarski que afirma que una definición correcta y adecuada del concepto de consecuencia falla, debido al carácter inevitablemente arbitrario de la selección de constantes lógicas en el modelo. Como hemos comentado hace un momento, Etchemendy afirma que la (supuesta) falta de adecuación material del concepto de consecuencia lógica en la teoría de modelos, es independiente de la selección de las constantes lógicas.

§2.2.2.1. El «mito» de las constantes lógicas.— Para ilustrar su punto, Etchemendy recurre a un lenguaje simple que consta de unos pocos nombres. Todas las demás expresiones, supone, son constantes lógicas. En esta circunstancia, la generalización de «si Lupe es miembro del senado, entonces Lupe es hombre»: $\forall x$ (x es miembro del senado $\rightarrow$ x es hombre) resulta falsa, no gracias a la selección de constantes lógicas, sino gracias a la existencia de senadoras. En circunstancias análogas, $\forall x$ (x es presidente $\rightarrow$ x es hombre) resultaría una verdad lógica, pues da la casualidad que no ha habido presidentes femeninos en los Estados Unidos, ni en México, hasta el momento de la redacción este ensayo. Pero esto difícilmente sería visto intuitivamente como una verdad lógica, en el sentido usual. En general, dice Etchemendy, en el caso de cualquier lenguaje dado y cualquier selección de conjunto de constantes lógicas, la explicación asocia un cierre universal particular con cada oración del lenguaje. Algunas de estas generalizaciones serán verdades lógicas («si Lupe es soltero, entonces Lupe es un hombre») y naturalmente verdaderas. Otras serán lógicamente falsas. Pero otras serán aseveraciones contingentes sobre cómo es el mundo, y éstas podrán ser verdaderas o falsas. Si el mundo es suficientemente variado, no serán declaradas, falsamente, verdades lógicas, pero esto no depende de la selección de constantes lógicas correctas, sino del tamaño del universo del discurso y de cómo el mundo es captado por el lenguaje.

§2.2.2.2. La falacia de Tarski.— El problema se deriva, según Etchemendy, de lo que él llama un principio implausible para ofrecer una explicación cuantificacional de verdad lógica. La relación entre oraciones de cuantificación universal y sus instanciaciones, está regida por dos principios, a los que Tarski agrega un tercero, aparentemente falso:

i. Un principio lógico.- Si una oración de cuantificación universal es *verdadera*, entonces todas sus instanciaciones son *verdaderas* también.

ii. Un principio metalógico.- Si una oración de cuantificación universal es *lógicamente verdadera*, entonces todas sus instanciaciones son *lógicamente verdaderas* también.

iii. El principio reductivo.- Si una oración de cuantificación universal es *verdadera*, entonces todas sus instanciaciones son *lógicamente verdaderas.*

Al identificar, invocando el principio iii (que Etchemendy llama el principio de reducción), la verdad *lógica* de una oración con la verdad *simple* de una generalización universal, de la cual aquella sería una instanciación, entonces parece que creamos la ficción de que las verdades lógicas dependen de verdades contingentes, que nada tienen que ver con lógica, según vimos en los párrafos anteriores: $\forall x$ (x es presidente $\rightarrow$ x es hombre) resultaría ser verdadera, entonces *cualquiera* de sus instanciaciones sería una verdad *lógica*, no obstante que es un hecho completamente *contingente* que no haya mujeres presidentes (en la India, por ejemplo, la oración de cuantificación universal arriba sería falsa). El carácter de verdad lógica de una oración como «si Lupe es presidente, entonces es hombre», no puede depender de hechos contingentes. El principio de reducción sin modificación, sin embargo, lo haría parecer como tal.

Etchemendy piensa que el principio de reducción que atribuye a Tarski, es un error técnico manifiesto. Pero el poder persuasivo de su argumento proviene, en gran medida, de lo que él llama «la falacia de Tarski», y que, a grandes rasgos, consiste de un error de lógica modal bastante básico. Como una gran parte de la disputa sobre la crítica de Etchemendy gira en torno a esta supuesta falacia como eje, daremos la palabra primeramente a éste:

> Un argumento $\langle K, S \rangle$ intuitivamente válido[10] resultará lógicamente válido, de acuerdo a la explicación de Tarski, para alguna selección de términos fijos. El argumento no sería válido si todos los elementos de *K* fueran verdaderos, mientras que *S* fuera falsa, y, por tanto, el argumento satisfará, al menos, la definición de Tarski, cuando todas las expresiones que lo componen son incluidas en $\mathfrak{F}$. Esta observación da lugar a la siguiente implicación:
>
> > Si *S* es una consecuencia (en el sentido común) de *K*, entonces *S* es una consecuencia tarskiana de K para alguna selección de $\mathfrak{F}$
>
> Ahora bien, si se pudiera demostrar lo inverso de esta implicación, tendríamos el

[10] Donde *K, S* son un conjunto de oraciones (premisa) y una oración (conclusión), respectivamente. $\mathfrak{F}$ es el conjunto de *los* términos fijos.

resultado más bien impresionante:

> (L) *S* es una consecuencia (en el sentido común) de *K si y sólo si S* es una consecuencia tarskiana de *K* para alguna selección de $\mathfrak{F}$ (Etchemendy, 1990, p. 85ss).

En seguida, Etchemendy usa una cita textual de Tarski donde parece afirmar que su definición, efectivamente, coincide muy bien con el uso normal del término. «En particular es posible probar... que toda consecuencia de oraciones verdaderas debe ser verdadera, y también que la relación de consecuencia... es completamente independiente del sentido de las constantes lógicas que ocurren en estas oraciones» (Etchemendy, 1990, p. 86).

A continuación, Etchemendy (re)construye el argumento aludido por Tarski que, efectivamente, parece darnos el bicondicional (*L*) buscado[11]. Pero, debido a que (*L*) es obviamente falsa, se impone casi forzosamente la sospecha de que Tarski —al menos a primera vista— habría caído en una falacia modal bastante fundamental. Es perfectamente obvio, dice, que hay muchas selecciones de $\mathfrak{F}$ para las cuales las consecuencias tarskianas no son consecuencias genuinas (como hemos observado más arriba); entonces, la prueba que Etchemendy pone en boca de Tarski sugiere algo erróneo: que la prueba muestre que entre las premisas y la conclusión del argumento $\langle K, S\rangle$ exista una relación modal.

> Para mostrar que todas las consecuencias tarskianas son consecuencias en el sentido común, tendríamos que probar un teorema con una modalidad interna. En particular, tendríamos que demostrar que para cualquier *K* y *S*, si
>
> (1) S es una consecuencia tarskiana de *K* (para algún $\mathfrak{F}$)
> entonces las siguientes oraciones serán, juntamente, incompatibles.
>
> (2) Todos los elementos de *K* son verdaderos.
>
> (3) S es falsa (Etchemendy, 1990, p. 87).

Pero sólo podemos probar —continúa Etchemendy— que (1), (2) y (3) son

[11] El argumento es: supongamos que $\langle K', S'\rangle$ es la forma de argumento correspondiente al argumento $\langle K, S\rangle$ y que $\langle K', S'\rangle$ conserva la satisfacción en todas las secuencias; supongamos, además, que todas las oraciones en *K* sean de hecho verdaderas, mientras que *S* es, de hecho, falsa. De esta suposición se deriva de inmediato una contradicción: sabemos que debe haber al menos una secuencia que asigna a cada variable que ocurre en $\langle K', S'\rangle$ aquel elemento del dominio de satisfacción apropiado que corresponde a la expresión que la variable remplaza. Pero como hemos supuesto que los elementos de *K* son verdaderas y *S* falsa, se sigue que, para esta asignación, $\langle K', S'\rangle$ no puede conservar la satisfacción. Pero esto contradice la hipótesis de que la forma de argumento conservaba satisfacción. (Etchemendy, op. cit., p. 86.)

incompatibles juntamente. La inferencia de «necesariamente (si P y Q, entonces no R)» a «Si P, entonces necesariamente (si Q entonces no R)» es una falacia. La «falacia de Tarski».

§2.2.2.3. Una red que nos persuade sutilmente.— Etchemendy no afirma rotundamente que Tarski, de hecho, cometiera esta falacia, ni es éste el único argumento para sostener su crítica; ésta, más bien, se constituye por toda una red de pequeñas malinterpretaciones e imprecisiones técnicas que, en su conjunto, hacen que el argumento de Tarski parezca más convincente de lo que amerita. Además de la «falacia de Tarski», figura de manera importante en esta cuenta lo que Etchemendy denomina la «conflación de las definiciones tarskianas en teoría de modelos con la semántica representacional», que pueden tener un parecido superficial pero dan resultados muy distintos por razones muy diferentes. Otro es el «principio de reducción», ya explicado en la parte anterior de esta sección. Y está, finalmente, el «mito de las constantes lógicas», que hace parecer que la verdad lógica dependa de una selección determinada de constantes lógicas. Pero, como hemos visto, Etchemendy sostiene que los problemas de la cuenta de Tarski nacen de fuentes que nada tienen que ver con la selección de constantes. La consecuencia de todo ello es que la definición de la consecuencia lógica, en la teoría de modelos de Tarski, no sólo no garantiza que una consecuencia lógica tarskiana sea también una consecuencia lógica a secas, sino que tampoco sea extensionalmente correcta cuando se aplica a un lenguaje determinado: hay consecuencias tarskianas que no son consecuencias intuitivas, y consecuencias intuitivas que no pasan la prueba de la definición tarskiana. Logra, no obstante, generar la ficción de confiabilidad:

> Cuando mostramos que una oración *falla* la prueba de Tarski (para cualquier selección de $\mathfrak{F}$), entonces hemos mostrado genuinamente que la oración no es lógicamente verdadera con relación a las expresiones que se tienen por fijas. Así, en la semántica estándar, cuando producimos una interpretación de los nombres y predicados de nuestro lenguaje de primer orden que falsea una oración dada, podemos estar seguros de que la oración no es verdadera sólo en virtud de los significados de las expresiones «lógicas» tradicionales, aquellas que hemos mantenidas fijas en el proceso. El problema con la explicación de Tarski es que la mera ausencia de semejante interpretación o, alternativamente, la mera verdad de la generalización asociada, no puede garantizar que nuestra oración *sea* verdadera lógicamente. De manera similar, si podemos encontrar una interpretación en que las premisas de un argumento dado son verdaderas, pero la conclusión falsa, entonces hemos mostrado genuinamente que la

> conclusión no sigue sólo en virtud de las expresiones mantenidas fijas. Pero la ausencia de semejante interpretación no garantiza que esto así siga (Etchemendy, 1990, p. 138).

Etchemendy afirma que el llamado principio de reducción es la piedra angular de la cuenta de consecuencia en la teoría de modelos. Tras recurrir a varias propuestas para hacerlo viable, concluye que está defectuoso irremediablemente y que no puede garantizar la coextensionalidad con el concepto de consecuencia común/genuino. En la última parte del libro, Etchemendy hace un esfuerzo para demostrar cómo en la práctica la definición de la consecuencia lógica basada en la teoría de modelos, efectivamente genera consecuencias lógicas que no lo son, intuitivamente, y falla de generar algunas, que sí lo son, lo que no significa que no muchas veces logre generar exactamente lo que se requiere. Pero si lo hace, afirma, no es gracias a sus méritos aparentes, que en realidad sólo crean confusión[12].

§3. En defensa del concepto de consecuencia lógica de la teoría de modelos

Era de esperarse que un ataque de esta naturaleza suscitara respuestas enérgicas. Han pasado 20 años desde la primera publicación del libro de Etchemendy, pero la discusión continúa.

Veamos, primeramente, lo que se dice acerca de la «falacia de Tarski», que parece ser la provocación mayor, aunque no sea, quizá, la verdadera clave del argumento, y que además parece bastante endeble –el propio Etchemendy no parece estar muy convencido en todo momento que ésta falacia exista de verdad en la obra de Tarski. Baste con recordar que el propio Tarski estaba muy escéptico acerca de la posibilidad de captar con precisión las nociones modales;

[12] *Cf.* Etchemendy (1990), pp. 144 y 159. Véase, por ejemplo, este resumen de una de las consecuencias prácticas de la definición de teoría de modelos de la consecuencia lógica en Gómez Torrente (2009): «...según Etchemendy, esta visión de argumentos ω en un lenguaje típico de primer orden para aritmética elemental indujo Tarski a requerir que todas las interpretaciones de un lenguaje de primer orden dado compartan el mismo dominio de cuantificación, es decir, el dominio de la interpretación intentada de los cuantificadores del lenguaje (el conjunto de números naturales en el caso de la aritmética elemental); esto tenía el efecto extraño, sin embargo, de que una oración de semejante lenguaje como $\exists x \exists y(x \neq y)$, que afirma la existencia de dos diferentes objetos del tipo del que se habla en el lenguaje (dos números naturales en el caso de la aritmética elemental) sería verdadera en todas las interpretaciones y, por lo tanto, una consecuencia lógica de todos los conjuntos de oraciones (una verdad lógica) según la cuenta de Tarski», p. 250.

entonces, es muy poco probable que haya querido dar un sentido lo suficientemente preciso en sus comentarios en torno a la definición de consecuencia lógica propuesta por él, como para poder atribuirle, a partir de ella, una falacia modal. Además, Tarski compartía con Quine la idea de que no es posible definir nítidamente una distinción entre elementos de lenguaje que tengan y que no tengan contenido empírico. Este sólo hecho hace parecer al menos muy exagerada y poco caritativa la lectura de Etchemendy, hasta donde él efectivamente esté dispuesto a comprometerse con esta idea de una falacia modal de Tarski. En este sentido se pronuncian, por ejemplo, Magda Stroińska y David Hitchcock en su discusión del ensayo original de Tarski, donde hacen referencia también a los trabajos de Sher (1991, 1996) y Gómez-Torrente (1996-1998).

Si suponemos que podemos poner a descansar el problema de la «falacia tarskiana», quedan principalmente los problemas que Etchemendy cree haber detectado en la aplicación del concepto de consecuencia lógica tarskiana, y que he llamado aquí «problemas prácticos». Una discusión muy detallada de estos aspectos se encuentra en Gómez Torrente (2009).

§4. La definición propuesta por Tarski

Etchemendy mantiene en su crítica que la definición de consecuencia lógica, ofrecida en la teoría de modelos por Tarski, no es un análisis conceptual apropiado[13]. Se pudiera contestar (y se ha contestado) que lo que Tarski ofrece, efectivamente, no es una definición que intenta hacer justicia al concepto común de consecuencia, sino que es meramente una definición apta para el uso técnico en la matemática axiomática. Esto, ciertamente, invalidaría una parte de la crítica de Etchemendy, pero parece que no es atinado. ¿Qué es lo que Tarski intentaba definir?

Gómez Torrente (2009, pp. 290-294) mantiene que Tarski, efectivamente, buscaba ofrecer una definición que lograra captar tantas características como fuera posible de la idea tradicional de consecuencia; pero la definición debía satisfacer además también las ideas nuevas, surgidas con el logicismo y los lenguajes axiomáticos; en particular, que incluyera las siguientes características

[13] *Cf.*, por ejemplo, la introducción a Gómez Torrente (2009): «Si se aceptaba esta descripción [que Etchemendy ofrece de la propuesta de Tarski] se tenía que reconocer que las razones que Tarski dio de su cuenta eran problemáticos o falaces... Esto reforzó la crítica puramente filosófica de Etchemendy...» p. 249.

o cumpliera los siguientes requerimientos:

(1) Nunca sucede, en argumentos correctos, que las premisas son verdaderas y la conclusión falsa.

(2) La consecuencia lógica es formal: todos los argumentos que tienen la misma forma de un argumento lógicamente correcto, también conservan la verdad[14]. Se pueden sustituir los elementos de los argumentos no responsables de la corrección sin menoscabo de esta corrección.

(3) La idea misma de «logicidad», como característica de algunas expresiones en particular, que las hace susceptibles e interesantes para un estudio sobre el razonar correcto, es inherente a la tradición del estudio de la relación de consecuencia desde la antigüedad.

(4) Otra idea pre-teorética a que la definición de Tarski probablemente apela, es que la corrección de un argumento es independiente de la riqueza de la clase de expresiones disponibles para sustituir los elementos no lógicos.

(5) Pero Tarski, sin duda, quería superar también algunas deficiencias de la noción pre-teórica, en el sentido usado aquí: en particular, la falta de adecuación material del concepto clásico, tal como se manifiesta en los argumentos ω —según hemos visto en la primera parte—, es uno de los motivos más directos que llevan a Tarski a la formulación de su definición. Y, según observa el propio Tarski, son «sólo los métodos desarrollados en años recientes para el establecimiento de una semántica científica y los conceptos definidos con su ayuda, los que permiten presentar estas ideas en una forma precisa», lo que expresa también la insatisfacción de Tarski con intentos más recientes de proporcionar una definición adecuada del concepto de consecuencia lógica.

(6) Pero esto no quiere decir que Tarski, a fin de ofrecer una definición precisa, quería ofrecer una definición limitada a una visión particular. Gómez Torrente sugiere que Tarski hizo esfuerzos para que su definición acomodara diferencias entre el punto de vista de la tradición logicista, algebraica y axiomática, en cuanto al dominio de cuantificación (si puede o no variar). Tarski intentaba establecer una

[14] Para una explicación detallada del concepto en forma lógica aquí referido, véase también Gómez Torrente (2000).

definición útil para la tradición axiomática, pero hay poca duda que trataba de acomodar también las ideas de la tradición logicista, como se desprende de su esfuerzo de mostrar que su concepto de analicidad es equivalente a la de Carnap.

Dicho todo lo anterior, es claro, sin embargo, que Tarski no pretendía que su definición fuese un análisis conceptual completo de la noción común. ¿Qué tenemos entonces?

§5. Diagnóstico tentativo

La impresión de todo lo que hemos señalado e insinuado hasta aquí, es al parecer que Tarski nos ha dado, por un lado, una definición de lo que podemos considerar como el concepto central de la lógica, la cual está de acuerdo con los aspectos principales de este concepto desde que por primera vez se reflexionó sobre el tema, y que logra satisfacer también muchas de las exigencias y expectativas de los análisis más recientes. Es una formulación exacta de un concepto que se percibe por quienes la practican, como idea germinal de toda una ciencia precisa que ha dado enormes frutos. No se trata sólo de una definición técnica para una rama estrecha, sino de una definición del concepto al menos muy cercano a una gran parte de los usos que hacemos de este concepto en muchas situaciones.

No obstante lo anterior, un pensador de renombre versado en el campo encuentra esta definición deficiente en aspectos importantes. Muchos otros pensadores de renombre, versados en el campo, han atacado la crítica de Etchemendy desde muy diversos ángulos, pero si es un hecho que la herencia de Tarski es imposible de pasar por alto, también es un hecho que 20 años después de su formulación, también la crítica sigue dando de qué hablar.

Etchemendy parece decir que la comunidad de la lógica formal ha empezado a tomar la definición del concepto de la consecuencia lógica como un análisis del concepto genuino, cuando no lo es. Se dice, en respuesta, que este diagnóstico no es cierto, que prácticamente nadie cree que lo que los lógicos hacen lo realizan en la creencia de que su versión contemporánea de la consecuencia lógica de la teoría de modelos sea el concepto genuino. Pero tengo la impresión de que esta respuesta es superficial. Realmente es otra cosa la que Etchemendy quiere decir: el trabajo de la lógica formal debe basarse en el concepto genuino, y no meramente en un sustituto que sólo tiene en cuenta sus aspectos formales.

Quizá nos hemos precipitado al considerar que el argumento de la «falacia de Tarski» era fácil de refutar, y que se debía a una interpretación poco caritativa por parte de Etchemendy. Quizá el argumento de Etchemendy pueda reconstruirse mejor así: lo que Tarski buscaba era, sin duda, una definición científicamente estricta. Si es científicamente estricta, entonces debe incluir también un sentido estricto del aspecto modal del concepto de consecuencia. Pero si es estricto en este sentido, entonces es falaz. O bien, no es estricto en este sentido, entonces es deficiente, precisamente en este mismo sentido, al menos como hoy se ve el campo de la teoría de modelos.

Tarski era un escéptico en cuanto a la posibilidad de captar con precisión la noción de necesidad lógica. Pero ante el desarrollo posterior, a partir del trabajo de Prior, de Kripke y de muchos otros, este escepticismo puede parecer injustificado. Y es por ello que puede parecer injustificada la fe ciega en el poder de la definición tarskiana, y también en su aplicación contemporánea.

Quizá la larga discusión en torno a la crítica de Etchemendy, y la aparente imposibilidad de llegar a conclusiones definitivas, se deba a que efectivamente quede una inquietud en este sentido. No se ha podido poner a reposar quizá también porque el punto de vista de Etchemendy, efectivamente, está sostenido por argumentos técnicamente débiles en algunos detalles, o porque, inclusive, se haya llevado a cabo en un nivel puramente filosófico, como dice Gómez Torrente. Pero, entonces, pueda ser posible, quizá, un análisis más profundo que complemente el argumento técnico ausente en la sugerencia inicial de Etchemendy, como también quizá esté sugiriendo Gómez Torrente.

La cuestión, finalmente, de si una definición de la consecuencia lógica debe incluir o no una cuenta precisa del sentido modal, sentido que sin duda alguna está presente en el concepto intuitivo de consecuencia, es un asunto que no puede ser decidido mediante un argumento puramente técnico, según me parece. La cuestión, más bien, parece involucrar ciertos supuestos que a un nivel de discusión formal puedan parecer intuitivamente correctas o no. Pero, precisamente, porque estos supuestos se han perdido de vista. La respuesta dependerá, finalmente, de las características (y aplicaciones) que uno quiera que tenga el aparato técnico para el cual se trata de contestar la pregunta. No creo que haya una respuesta «correcta», independientemente de estas consideraciones.

Referencias

1) Aristóteles (1998), *Metafísica*. Trad. Tomás Calvo Martínez. Gredos: Madrid.
2) Burdman Feferman, Anita y Feferman, Solomon (2004), *Alfred Tarski, Life and Logic*. Cambridge University Press: Cambridge.
3) Etchemendy, John (1990), *The Concept of Logical Consequence*. Harvard University Press: Cambridge, Mass. and London, England.
4) Frege, Gottlob (2001), *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie. Aus dem Nachlass*. Meiner: Hamburg.
5) Gómez Torrente, Mario (1996), «Tarski on logical consequence». *Notre Dame Journal of Formal Logic* 37: pp. 125-151.
6) Gómez Torrente, Mario (1998), «On a fallacy attributed to Tarski». *History and Philosophy of Logic* 19: pp. 227-234.
7) Gómez Torrente, Mario (2000), *Forma y modalidad; una introducción al concepto de la consecuencia lógica*. EUDEBA: Buenos Aires.
8) Gómez Torrente, Mario (2009), «Rereading Tarski on Logical Consequence». *The Review of Symbolic Logic* 2(2): pp. 249-297.
9) Sher, Gila (1991), *The Bounds of Logic: A Generalized Viewpoint*. MIT Press: Cambridge, Mass. and London.
10) Sher, Gila, 1996, «Did Tarski Commit "Tarski's Fallacy"?». *The Journal of Symbolic Logic* 61(2): 653-686.
11) Tarski, Alfred (1966), Anhang «Wahrheit und Beweis». In: *Einführung in die mathematische Logik*. Vandenhoeck & Ruprecht; Göttingen; 5. Auflage 1977; pp. 244-275.
12) Tarski, Alfred (2002), «On the Concept of Following Logically»*. *History and Philosophy of Logic* 23(3): pp. 155-196.

    *Traducción de artículos publicados originalmente en polaco («O pojęciu wynikania logicznego», *Przegląd Filozoficzny* 39, 1936, pp. 58-68) y en alemán («Über den Begriff der logischen Folgerung», en *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, Sorbonne, Paris, 1935 (*Actualités Scientifiques et Industrielles* 394) (VII, 1-11), Paris, Hermann,1936) y cotejados contra la traducción previa al inglés (*Logic, Semantics, Metamathematics. Papers from* 1923 *to* 1938, trans. J. H. Woodger, Oxford, Clarendon Press, 1956; 2a. edición, Indianapolis: Hackett, 1983) por Magda Stroińska y David Hitchcock. Un glosario sobre la traducción del polaco al inglés y viceversa, vide:
    http://www.humanities.mcmaster.ca/~hitchckd/glossaries.htm

DISPUTATIO
Philosophical Research Bulletin
Boletín de Investigación Filosófica

INFORMACION EDITORIAL DEL TRABAJO

INFORMACIÓN DEL AUTOR | AUTHOR AFFILIATIONS
Kurt Wischin es Docente de Tiempo Libre en el Departamento de Filosofía de la Universidad Autónoma de Queretaro. Maestrando en Filosofía [≈MPhil Candidate] en la Universidad Nacional Autónoma de México. Dirección Postal: Departamento de Filosofía, Universidad Autónoma de Queretaro, Av. 16 de septiembre #57, Centro Histórico, Santiago de Querétaro, QRO, México. Email: kurt.wischin@gmail.com.

INFORMACIÓN DEL TRABAJO | WORK DETAILS
[Artículo. Original] Licencia: CC. Con permiso del autor. Publicado como:

Wischin, Kurt. «Sobre la definición semántica de consecuencia lógica». Disputatio. Philosophical Research Bulletin, Volumen 2, Número 3 [Diciembre de 2013], pp. 111–136. ISSN: 2254–0601.

Separata: No. Reedición: Si. Traducción: No. Licencia: Con permiso del autor. Publicado originalmente como:

Wischin, Kurt. «Sobre la definición semántica de consecuencia lógica». In: J. S. Arellano Rodriguez & E. M. González de Luna (coords.), Estudios de Filosofía Política, Ética y Epistemología. Querétaro: Universidad Autónoma de Queretaro (2011), pp. pp. 245-275. ISBN: 978-607-7740-86-5.

INFORMACIÓN DE LA REVISTA | JOURNAL DETAILS
Disputatio. Philosophical Research Bulletin, ISSN: 2254-0601, se publica anualmente, bajo una licencia Creative Commons [BY-NC-ND], y se distribuye internacionalmente a través del sistema de gestión documental GREDOS de la Universidad de Salamanca. Todos sus documentos están en acceso abierto de manera gratuita. Acepta trabajos en español, ingles y portugués. Salamanca – Madrid.
E-mail: (✉) boletin@disputatio.eu | Web site: (⚛) www.disputatio.eu