MEMORIA DE EJECUCIÓN DEL PROYECTO DE INNOVACIÓN DOCENTE ID2015/0098

Título: UNA ESTRATEGIA PARA DISMINUIR LAS RESPUESTAS EN BLANCO EN LOS EXÁMENES DE MATEMÁTICAS DE LOS PRIMEROS CURSOS DE INGENIERÍA

Cordinador: HIGINIO RAMOS CALLE

Participantes: SUSANA NIETO ISIDRO

Lugar de ejecución: ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE ZAMORA. UNIVERSIDAD DE SALAMANCA.

UNA ESTRATEGIA PARA DISMINUIR LAS RESPUESTAS EN BLANCO EN LOS EXÁMENES DE MATEMÁTICAS DE LOS PRIMEROS CURSOS DE INGENIERÍA.

Este proyecto ha sido desarrollado durante el curso 2015-2016 en la E.P.S. de Zamora, bajo la coordinación del Profesor D. Higinio Ramos Calle, en colaboración con la Profesora Dña. Susana Nieto Isidro, profesores Titulares de Universidad del Departamento de Matemática Aplicada de la Universidad de Salamanca.

INTRODUCCIÓN

La razón de ser de este Proyecto de Innovación docente se encuadra dentro de nuestro objetivo general de mejorar la calidad en el aprendizaje del curriculum de matemáticas en los primeros cursos de las Escuelas de Ingeniería, y más concretamente, se ha desarrollado en la asignatura "Matemáticas I" de la titulación de Grado en Ingeniería Mecánica de la Escuela Politécnica Superior de Zamora.

En numerosas ocasiones se ha llamado la atención sobre la deficiente formación en matemáticas básicas que tienen los estudiantes que actualmente acceden a los estudios de Grado en Ingeniería. Esta situación ha sido analizada en algunos trabajos de los autores de este proyecto, mencionados en la bibliografía, los cuales están referidos a los estudiantes de la Escuela Politécnica Superior de Zamora.

En estos estudios se detectó que existe un alto porcentaje de alumnos que acceden a los estudios de Grado en Ingeniería que presentan grandes deficiencias en cuanto al conocimiento matemático. Para intentar paliar esta situación hemos desarrollado una serie de actuaciones, presentadas en distintos Proyectos de Innovación Docente de la Universidad de Salamanca.

- Por una parte, hemos colaborado durante muchos años en los Proyectos de Innovación Docente propuestos desde nuestro Departamento de Matemática Aplicada en los que se trata de generar material on-line o electrónico, al que los alumnos pueden acceder para mejorar su formación y su auto-aprendizaje (por ejemplo, los proyectos ID2008-2009/0080, ID10/002, ID10/059, ID11/022, ID2012/216, ID2013/025, ID2013/093 o ID2014-0235).

- También se han desarrollado y dirigido proyectos de innovación docente destinados a mejorar aspectos concretos de la docencia de las matemáticas en diferentes titulaciones de ingeniería, como los proyectos ID2008-2009/0076, ID 2009-2010/073 o ID2013/215.
- Un alto porcentaje de estos estudiantes con escasa formación matemática procede de los Ciclos Formativos. Por ello, hemos generado un curso virtual de nivelación para estos alumnos en el proyecto de innovación docente ID2012/085, que ha dado excelentes resultados (Nieto y Ramos 2013, 2014a).
- Por otra parte, también hemos mejorado algunas de las herramientas de evaluación mediante el proyecto de innovación docente ID2014-0067, en el que se introduce el empleo de rúbricas para la evaluación de trabajos de matemática aplicada en ingeniería, o en el uso de errores para mejorar los resultados de aprendizaje (Nieto y Ramos, 2014b)

Sin embargo, aunque se han logrado mejoras parciales muy interesantes en algunos aspectos concretos de la formación de los futuros ingenieros, las deficiencias que aún se muestran en el currículum matemático de los estudiantes de nuevo ingreso son preocupantes. Seguimos encontrándonos en las pruebas iniciales, y en los exámenes y trabajos de los alumnos con fallos matemáticos y errores de concepto y de desarrollo muy llamativos. Estos errores no se justifican ni por la formación del alumnado (los cometen también alumnos procedentes de Bachillerato, no solo los procedentes de los Ciclos Formativos) ni por los contenidos que se les imparten en el aula (puesto que muchos de ellos se refieren a destrezas matemáticas que son de adquisición previa a su entrada en la Universidad).

Y si son preocupantes las deficiencias de los alumnos de nuevo ingreso, nos parece aún mucho más preocupante la persistencia en el tiempo de estas deficiencias. Hay alumnos que consumen seis o siete convocatorias para aprobar la asignatura. Nos preguntamos si realmente es necesario tanto tiempo para aprobar una asignatura de fundamentos matemáticos de la Ingeniería, y cuáles son las causas de que así ocurra.

Este hecho supone un fracaso en la consecución de objetivos, fracaso que no está basado en la dificultad de la materia de estudio, ni está relacionado con las capacidades de los alumnos o con la pericia del docente. Según nuestra hipótesis, estas deficiencias se encuentran en el bagaje previo de dichos estudiantes, y más concretamente, en el poco tiempo dedicado a la resolución “lápiz en mano” de problemas y a la repetición de algoritmos, cuentas y procedimientos de cálculo matemáticos.

Una de las consecuencias de este pobre bagaje y de la debilidad de sus destrezas matemáticas es la inseguridad que los alumnos presentan en sus propias capacidades para afrontar con éxito las cuestiones y problemas de las pruebas escritas que deben realizar a lo largo del curso. Aunque aparentemente entienden el razonamiento, no se sienten capaces de realizar por ellos mismos los problemas o ejercicios y tienden a dejar en blanco las cuestiones del examen o a abandonar su ejecución en los primeros pasos de los procedimientos, al encontrarse con las primeras dificultades en el procedimiento matemático. Según nuestra hipótesis de trabajo, una de las posibles causas de este comportamiento tan llamativo es que estos estudiantes no han practicado lo suficiente esta resolución de problemas matemáticos como para haber incorporado de manera un tanto automática las habilidades y destrezas requeridas para resolver los diferentes problemas. Así, cuando se enfrentan en el examen a un problema, en ocasiones por primera vez, se encuentran con una preocupante falta de soltura y una escasez de recursos que les hacen abandonar.

Es en este contexto en el que hemos desarrollado este Proyecto, con el objetivo de motivar a los alumnos para que ejerciten por ellos mismos las destrezas de cálculo, y se habitúen a la realización de ejercicios prácticos. Creemos que es necesario que los alumnos realicen de forma práctica muchos más cálculos por sí mismos, y no se limiten a copiar los que el profesor les presenta y a estudiarlos “con la vista”, de cara al examen.

Por ello, hemos querido convertir algunas de las sesiones de clase en oportunidades para que los alumnos se enfrenten de forma autónoma a los procedimientos matemáticos en condiciones similares a las de los exámenes, pero con el beneficio añadido de una supervisión por parte del profesor sobre sus posibles dificultades. Además, como parte de esta tarea les hemos mostrado de forma práctica cuáles son los errores más habituales que se suelen cometer en exámenes y otras pruebas para que de esta manera los propios errores sirvan como herramienta didáctica para el aprendizaje de las matemáticas.

En resumen, en este Proyecto hemos tratado de mejorar las capacidades de los alumnos para enfrentarse con éxito a los procedimientos matemáticos habituales generando oportunidades de practicar por ellos mismos la resolución de dichos problemas, realizando un trabajo de tutoría y supervisión sobre la actuación de los estudiantes con el fin de mejorar los porcentajes de éxito en las pruebas escritas, sobre todo disminuyendo la tasa de abandono y el número de cuestiones en blanco en los exámenes.

DESARROLLO DEL PROYECTO

El proyecto se ha desarrollado a lo largo del primer cuatrimestre del curso 2015-2016, con los alumnos de la asignatura "Matemáticas I", del primer curso de la titulación de Grado en Ingeniería Mecánica de la Escuela Politécnica Superior de Zamora. El grupo inicial estaba formado por 92 alumnos de esta titulación.

Para seleccionar a los estudiantes que iban a participar en el Proyecto, hemos optado por ofrecer clases complementarias a los alumnos de la asignatura mencionada que considerábamos que necesitaban un mayor apoyo. Para ello, hemos utilizado como criterio el que los alumnos participantes hubieran agotado tres o más convocatorias. Estos alumnos han acumulado ya un conjunto de experiencias de fracaso en los exámenes de la asignatura que los pueden hacer especialmente propensos a abandonar las tareas y a tener dudas sobre su propia capacidad para afrontar con éxito las pruebas escritas.

En segunda semana de octubre de 2015 se llevó a cabo una sesión informativa dirigida a los alumnos en la que se les indicó cuál iba a ser el procedimiento a seguir durante el resto de cuatrimestre. Se formó un grupo constituido por los alumnos que se habían presentado a tres o más convocatorias de la asignatura, y el otro grupo constituido por los demás. El primero estaba formado por 37 alumnos, que constituyen el grupo experimental, y los 55 restantes pertenecían al otro grupo, que consideraremos como grupo de control.

Todos los alumnos disponen de acceso a la web de la asignatura en la plataforma Studium, donde disponen del material habitual de la asignatura. Además, con los alumnos del grupo experimental se formó un subgrupo que tenía acceso a actividades, ejercicios, exámenes, y en general, diversos recursos que no eran compartidos por el otro grupo.

Además, para el grupo experimental se estableció una hora semanal (los miércoles de 11 a 12) para la realización de problemas, consulta de dudas, debate, y profundización en cuestiones relacionadas con la asignatura, bajo la supervisión del profesor. Lo que se pretendía era que la clase no se redujera a un mero ejercicio de copiar lo que el profesor explica o escribe en la pizarra (como probablemente ocurriría en una clase habitual), sino que los alumnos fuesen quienes realizasen el desarrollo de los problemas, acudiendo al profesor cuando fuese necesario. Al ser una clase extra no estábamos sometidos a la presión derivada de intentar acabar el programa o de la cercanía de las pruebas escritas. Simplemente se trataba de practicar los ejercicios hasta su perfecta comprensión.

Para cubrir estos objetivos, se utilizó como material básico para estas clases complementarias los problemas surgidos en los exámenes de otros cursos anteriores, pero desde un punto de vista participativo, estimulando a los alumnos para que fueran ellos mismos quienes se pusieran manos a la obra, siempre guiados por el profesor. La utilización de este material, que se corresponde con las pruebas que muchos de estos alumnos repetidores habían sido incapaces de afrontar en sus convocatorias previas, consiguió que se generase una experiencia de éxito en la que los estudiantes fueron comprobando que sí eran capaces de resolver los problemas por sí mismos, con alguna indicación del profesor en los puntos más conflictivos. Además, las clases resultaron más dinámicas y participativas que de costumbre, promoviendo el profesor el trabajo individual y la realización por parte de los alumnos de los resultados obtenidos en la pizarra.

A lo largo del cuatrimestre, también hay que señalar que los alumnos del grupo experimental acudieron a las tutorías con más asiduidad, lo que da una muestra más del interés que esta actividad despertó en estos alumnos y su mayor vinculación y autoconfianza frente a los contenidos matemáticos de la asignatura.

RESULTADOS

Para evaluar el posible impacto de esta iniciativa, hemos analizado la posible mejora en la consecución de objetivos de los alumnos comparándola con el desempeño obtenido por los otros alumnos de la misma asignatura y titulación que no asistieron a las clases especiales, y que considerábamos como grupo de control.

Los aspectos que se han analizado son los siguientes: por una parte, el índice de abandono de la asignatura, que consideramos que es una medida de la autoconfianza de los estudiantes frente a las pruebas escritas y de la valoración que hacen los estudiantes de sus conocimientos matemáticos. Para ello, hemos contabilizado los siguientes datos:

- Porcentaje de alumnos de ambos grupos que no se han presentado a ninguna convocatoria de exámenes (parciales o finales) a lo largo del curso.
- Porcentaje de alumnos de ambos grupos que no se presentaron al examen final de la asignatura.
- Porcentaje de alumnos de ambos grupos que no se presentaron al examen de recuperación de la asignatura.

La Tabla I recoge los datos más relevantes en relación con este índice de abandono:

	Grupo Experimental	**Grupo Control**
Alumnos NO presentados a ninguna convocatoria de exámenes parciales o finales	2,7%	10,9%
Alumnos NO presentados al examen final	16,2%	27,2%
Alumnos NO presentados al examen de recuperación	26,9%	31,5%

Tabla I: participación de los alumnos en las pruebas de evaluación

Como se puede ver, la participación de los alumnos del grupo experimental en los exámenes ha mejorado mucho con esta iniciativa frente al grupo control. Esta mejora se traduce en un claro aumento de la participación, lo que significa que no le tienen miedo a la asignatura. Cuando un alumno no se presenta a un examen es porque cree que no tiene ninguna posibilidad de aprobar, y en las asignaturas de matemáticas ello generalmente es consecuencia de la falta de práctica. En nuestra opinión, estas clases complementarias han generado confianza en los alumnos, han visto que los problemas planteados en otras convocatorias les son accesibles, que los entienden y que puede obtener resultados positivos.

Por otra parte, hemos analizado cuáles han sido los resultados académicos obtenidos por los alumnos de los dos grupos en las pruebas escritas de la asignatura. Hay que mencionar que la evaluación de esta asignatura incluye la realización de tres parciales a lo largo del curso, cuya superación permite la superación de la asignatura. Los alumnos que no han superado los parciales por separado se presentan a un examen final de la asignatura y, si es necesario, a un examen posterior de recuperación en la convocatoria extraordinaria.

En la tabla II se presentan los porcentajes de alumnos que han superado la asignatura en cualquiera de las tres oportunidades: por parciales, en la convocatoria ordinaria (examen final de la asignatura) y en la convocatoria extraordinaria (examen de recuperación):

	Grupo Experimental	**Grupo control**
Alumnos aprobados por parciales	10,8%	18,2%
Alumnos aprobados en el examen final	29,7%	30,9%
Alumnos aprobados en el examen de recuperación	7,6%	5,2%

Tabla II: resultados académicos en las pruebas de evaluación

Podemos ver cómo durante el curso un pequeño porcentaje de los alumnos del grupo experimental (10,8%) ha sido capaz de superar la asignatura por parciales. Este porcentaje es inferior al del grupo control (18,2%), probablemente porque las clases complementarias se han establecido durante todo el cuatrimestre y estos alumnos han tardado un cierto tiempo en ponerse al nivel adecuado para superar la asignatura. Sin embargo, al final del cuatrimestre, hay que destacar que el porcentaje de aprobados del grupo experimental está al mismo nivel que el del grupo control (en torno al 30%), lo que es un resultado excelente para alumnos que llevan suspensas tres o más convocatorias de la asignatura.

Podemos ver también en la Tabla II cómo en el examen de recuperación los alumnos del grupo experimental tuvieron un porcentaje de aprobados superior al del grupo control. Este dato es importante, dado que se trata de alumnos repetidores que suelen tener exámenes de diversos cursos y asignaturas, y deben organizarse para afrontar la acumulación de pruebas a final del curso. Probablemente por este motivo se han presentado al examen de recuperación en mayor porcentaje que los alumnos del grupo control (como vimos en la Tabla I) y han obtenido mejores resultados que sus compañeros: han visto la oportunidad de superar la asignatura y han aprovechado todas las oportunidades disponibles de examinarse.

En la Tabla III mostramos con más detalle cuál ha sido la calificación numérica obtenida por ambos grupos en las pruebas de evaluación al finalizar la asignatura. Nos centraremos en la nota de los alumnos que no fueron capaces de superar el examen una vez finalizadas ambas convocatorias:

	Grupo Experimental	**Grupo control**
Nota promedio de los exámenes suspensos	2,78	2,14
Desviación típica de los exámenes suspensos	0,58	1,35

Tabla III: nota promedio y desviación típica de los exámenes suspensos

Es interesante señalar que la nota media de los alumnos suspensos del grupo experimental (2,78) es ligeramente superior a la nota media del grupo control (2,14), lo que indica que, aunque los resultados de las pruebas escritas de estos alumnos no fueron suficientes para aprobar, el desempeño de estos “peores” alumnos del grupo experimental ha sido mejor que el subgrupo correspondiente del grupo control. Este análisis se completa con el estudio de la desviación típica de las notas de los exámenes suspensos, que es muy inferior en el grupo experimental (0,58) frente al grupo control (1,35). Este dato significa que el desempeño del grupo experimental fue más homogéneo que el del grupo control.

Por último, uno de los objetivos que nos planteábamos a la hora de proponer esta iniciativa fue la disminución de las preguntas en blanco en las pruebas escritas. De un total de 10 preguntas planteadas en los exámenes, en la Tabla IV presentamos el número promedio de respuestas en blanco de ambos grupos:

	Grupo Experimental	**Grupo control**
Promedio de respuestas en blanco en el examen final	1,41	3,55
Promedio de respuestas en blanco en el examen de recuperación	1,57	3,54

Tabla IV: promedio de respuestas en blanco en las pruebas de evaluación

Podemos ver cómo ha aumentado de forma clara la confianza en sus conocimientos matemáticos de los alumnos del grupo experimental: han intentado contestar un número superior de cuestiones dejando menos preguntas en blanco (promedios de 1,41 y 1,57 sobre 10 en los exámenes finales) que sus compañeros del grupo de control (promedios de 3,55 y 3,54 sobre un total de diez preguntas).

También es interesante destacar el dato de que entre los alumnos del grupo experimental, en ningún caso han dejado más de 4 preguntas en blanco (sólo hubo un alumno), mientras que en el grupo control hay varios alumnos que han dejado hasta 7 preguntas en blanco de las 10 preguntas planteadas. Este es otro aspecto que evidencia que los alumnos del grupo experimental han afrontado las cuestiones del examen con una mayor confianza en sus recursos que los estudiantes del grupo de control.

Es decir, en resumen, al finalizar la iniciativa los alumnos del grupo experimental se presentaron en mayor medida a los exámenes, mostraron una mayor confianza en sus conocimientos matemáticos, abordando mayor número de cuestiones, y obtuvieron mejores resultados en general, siendo estos más homogéneos que los del grupo de control.

CONCLUSIONES

Podemos destacar las siguiente conclusiones principales de este proyecto:

1. Los resultados obtenidos indican una clara mejora en cuanto a la participación en los exámenes de los alumnos del grupo experimental, así como una consecución de objetivos en línea con el resto del grupo. A nuestro entender, esto refleja que el hacerles trabajar la asignatura de manera activa y participativa permite que los alumnos tengan más confianza en sí mismos y se sientan capaces de afrontar las pruebas escritas de la asignatura, mostrando un menor abandono.
2. La especificación de los niveles de desempeño apunta también a una mejora general de las calificaciones obtenidas por los alumnos del grupo experimental. Hay que tener en cuenta que se trata de alumnos que encuentran especiales dificultades en la asignatura, por su peor preparación y su falta de confianza; sin embargo han obtenido resultados parecidos a los del resto del grupo en el examen final e incluso un mejor desempeño en el

examen de recuperación. Por otra parte, las notas de los exámenes suspensos son mejores que las del grupo control y muestran una mayor homogeenidad.

3. Se ha logrado el objetivo de disminuir las respuestas en blanco dadas por los estudiantes. Mientras que en el grupo control se mantiene un alto promedio de respuestas en blanco, en el grupo experimental el promedio ha decaído con claridad. El número máximo de respuestas en blanco de estos estudiantes (4 de 10) contrasta con el del grupo control (7 de 10 en varios casos).
4. Esta iniciativa ha permitido además la optimización de la labor docente, sobre todo en la labor de tutorización pues ha favorecido el acercamiento entre ellos y el profesor, y han participado más en las tutorías. La labor del profesor en las clases complementarias como ayuda puntual y apoyo del propio trabajo de los alumnos ha redundado en beneficio de todos.

Podemos decir que en general tanto los alumnos como el profesor han manifestado que la realización de estas clases participativas es una estrategia útil, porque acerca a las dos partes y favorece la confianza de los alumnos en sus posibilidades, así como el abordar la asignatura con más posibilidades de éxito.

Así, visto el resultado favorable de la experiencia, en los próximos cursos, siempre que sea posible, llevaremos a cabo una experiencia similar, y si también es posible, la haremos extensiva a todos los alumnos, pues de esta manera todos se podrán beneficiar de la experiencia.

BIBLIOGRAFÍA:

Martínez, M., Amante, B. & Cadenato A. (2012). Competency assessment in Engineering courses at the Universitat Politècnica de Cataluyna in Spain. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, 10 (1), 46-52.

Thambyah, A. (2011) On the design of learning outcomes for the undergraduate engineers final year project. *European Journal of Engineering Education*, 36 (1), 35-46.

Nieto, S. & Ramos, H. (2014a). Improving Mathematical Competencies of Students Accessing to Higher Education from Vocational Training Modules, *Journal of Cases on Information Technology*, 16, 51-64

Nieto, S. & Ramos, H. (2014b) A global approach to improve the mathematical level of engineering students, *Proceedings of the Second International Conference on Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality*, TEEM14, 435-440.

Nieto, S. & Ramos, H. (2013). A virtual tool to improve the mathematical knowledge of engineering students, *Proceedings of the First International Conference on Technological Ecosystem for Enhancing Multiculturality*, TEEM13, 447-451.

ANEXO:

ALGUNOS DE LOS EJERCICIOS PROCEDENTES DE EXÁMENTES DE CURSOS ANTERIORES QUE SE TRABAJARON EN LAS SESIONES PRÁCTICAS

EXAMEN DE MATEMÁTICAS I (G. I. MECÁNICA) 29-1-2013

NOMBRE: .... D.N.I.: ....
TÍTULO DEL TRABAJO: ....

1.– Represente la gráfica de la función $f(x) = 1 - \dfrac{1}{1+x}\,\mathrm{sen}(4x)$.

2.– Halle las primitivas siguientes

$$\int \frac{\ln x}{x^2}\,dx \qquad\qquad \int \frac{e^{2/x}}{x^3}\,dx$$

3.– Obtenga una fórmula de recurrencia para la integral $I_n = \displaystyle\int \mathrm{tg}^n(x)\,dx$.

4.– Determine el mayor intervalo centrado en el origen donde $f(x) = \dfrac{x}{2-x^2}$ sea inyectiva, y halle la función inversa.

5.– Halle el valor de a para que el área encerrada por el bucle de la curva de ecuación $y^2 = \dfrac{1}{a^2}\,x(x-3)^2$ sea igual a 1.

6.– Represente en el plano complejo los números complejos $z \in \mathbb{C}$ tales que $z^3 - 2z$ es un número imaginario puro.

7.– Un triángulo isósceles de perímetro constante se gira alrededor de la altura, generándose así un cono. Halle la relación que ha de existir entre el lado b y la base l del triángulo para que el cono tenga volumen máximo.

8.– Halle el volumen de la región común a los cilindros de ecuaciones $x^2 + z^2 = 4$, $y^2 + z^2 = 4$.

9.– Halle el valor de la integral $\displaystyle\int_0^4 (x^3 - 2x + 1)\,dx$ mediante la fórmula de Simpson de 1/3 simple. Si se quisiera que el error cometido fuera menor que 10^{-4}, ¿cuántos intervalos deberían utilizarse si se usa la fórmula de Simpson de 1/3 compuesta?.

10.– Si $p_3(x)$ es el polinomio de interpolación de una función $f(x)$ en los puntos de abscisas x_0, x_1, x_2, x_3, ¿el polinomio de interpolación en esos mismos puntos de $kf(x)$, siendo k constante, es $kp_3(x)$?. Razone la respuesta.

2ª CONVOCATORIA EXAMEN DE MATEMÁTICAS I
(G. I. MECÁNICA) 8-2-2013

NOMBRE: .... D.N.I.: ....

TÍTULO DEL TRABAJO:...

1.– Halle los $z \in \mathbb{C}$ que están sobre la diagonal y tales que $\dfrac{z^3}{z-1}$ son números reales.

2.– Halle las primitivas siguientes:

$$a. \int \frac{1}{2e^{2x}-3}\,dx \qquad\qquad b. \int e^{x^2}\,x^3\,dx$$

3.– Halle los siguientes límites:

$$a. \lim_{x\to 1} \operatorname{arc\,sen}\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}\right) \qquad\qquad b. \lim_{x\to -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3+x}}{x-1}$$

4.– Halle mediante una integral el volumen de una pirámide recta de altura h y de base un cuadrado de lado l.

5.– Realice un estudio completo para representar la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x^3+x}}{x-1}$.

6.– Demuestre que la función $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x^3+x}}{x-1}$ es inyectiva, y realice la representación gráfica de la función inversa.

7.– Halle el punto de la curva de ecuación $y = \sqrt{\dfrac{x}{x-1/2}}$ con coordenada $x > 0$ que esté a menor distancia del origen de coordenadas.

EXAMEN DE MATEMÁTICAS I (G. I. MECÁNICA) 29-1-2014

NOMBRE: .... D.N.I.: ....

1.– Obtenga una primitiva de cada una de la funciones siguientes:

$$f(x) = x\,\cos^3(x) \qquad\qquad g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+x-1}}\,.$$

2.– Pruebe que si $f(x):\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ es una función para la que se cumple que para cualesquiera $x, y \in \mathbb{R}$ se tiene que $|f(x)-f(y)| \leq |x-y|^3$ entonces $f(x)$ es una función constante.

3.– La región limitada por la curva $y = \sqrt{x^3(2-x)}$ y el eje OX se gira alrededor del eje $x = 2$. ¿Cual es el volumen del cuerpo que resulta?.

4.– Represente la curva dada por las ecuaciones paramétricas

$$x(t) = t^3 - 2t\,, \quad y(t) = t^2 + 1\,.$$

5.– Calcule el valor de los límites

$$\lim_{x\to\pi/4} \frac{\ln(2\,\mathrm{sen}^2(x))}{|\cos(2x)|} \qquad\qquad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x \text{ siendo } a > 0\,.$$

6.– De entre todos los conos circunscritos a una esfera de radio R, halle el que tiene volumen mínimo.

7.– Dado el polinomio $x^3 - 8x + a$, determine para qué valores de a este polinomio tiene tres raíces reales.

EXAMEN DE MATEMÁTICAS I (G. I. MECÁNICA) 29-1-2014

NOMBRE: .... D.N.I.: ....

1.– Obtenga una primitiva de cada una de la funciones siguientes:

$$f(x) = x\ \mathrm{sen}^3(x) \qquad\qquad g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x + 1}}\,.$$

2.– Pruebe que si $f(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función para la que se cumple que para cualesquiera $x, y \in \mathbb{R}$ se tiene que $|f(x) - f(y)| \leq |x - y|^4$ entonces $f(x)$ es una función constante.

3.– La región limitada por la curva $y = \sqrt{-x^3(2+x)}$ y el eje OX se gira alrededor del eje $x = -2$. ¿Cual es el volumen del cuerpo que resulta?.

4.– Represente la curva dada por las ecuaciones paramétricas

$$x(t) = t^3 + 2t\,, \quad y(t) = t^2 - 1\,.$$

5.– Calcule el valor de los límites

$$\lim_{x\to\pi/4} \frac{|\cos(2x)|}{\ln(2\,\mathrm{sen}^2(x))} \qquad\qquad \lim_{x\to 0}\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x \text{ siendo } a > 0\,.$$

6.– De entre todos los conos circunscritos a una esfera de radio $R/2$, halle el que tiene volumen mínimo.

7.– Dado el polinomio $x^3 - 8x - a$, determine para qué valores de a este polinomio tiene tres raíces reales.

EXAMEN DE RECUPERACIÓN DE MATEMÁTICAS I
(1er. curso G. I. MECÁNICA) 7-2-2014. MODELO A

NOMBRE: .... D.N.I.: ....

1.– Estudie el dominio y la imagen de la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{8x^3 - 1}}{x^3 - 1}$. Halle la función inversa en el intervalo $(1, \infty)$, determinando previamente la inyectividad de la función en dicho intervalo.

2.– Sean las funciones reales $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2$, $g(x) = 2 - x^2$. Determine en qué conjunto de la recta real se cumple que $f(x) < g(x)$. Halle el área de la región finita del plano limitada por las gráficas de las dos funciones anteriores.

3.– Realice un estudio para representar la gráfica de la curva dada por las ecuaciones paramétricas $x(t) = t^2 + 1$, $y(t) = t^3 - 3t + 2$.

4.– Halle las primitivas de las funciones siguientes:

$$f(x) = x^2\, e^{-x} \qquad\qquad g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}\,.$$

5.– Demuestre que cuando $x \to 0$ se tiene la equivalencia $1 - \cos(x) \sim \dfrac{x^2}{2}$. Aplique lo anterior para hallar el límite $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x - \operatorname{sen}(x)}{x(1 - \cos(2x))}$.

6.– Dado el cilindro de radio **r** y altura **h**, determine el cono de volumen mínimo que contiene en su interior al cilindro, teniendo ambos el mismo eje.

7.– La región del plano limitada por la curva $y = \sqrt{\dfrac{1 - x}{1 + x}}$, el eje OX y la asíntota vertical, gira alrededor del eje vertical $x = -1$. ¿Cual es el volumen del cuerpo que se genera?.

EXAMEN DE RECUPERACIÓN DE MATEMÁTICAS I
(1er. curso G. I. MECÁNICA) 7-2-2014. MODELO B

NOMBRE: .... D.N.I.: ....

1.– Determine el cono de volumen mínimo que contiene en su interior al cilindro de radio **R** y altura **H**, teniendo ambos el mismo eje.

2.– Sea la curva de ecuación $y = \sqrt{\dfrac{x-1}{-x-1}}$. Halle el volumen del cuerpo que se obtiene al girar la región del plano limitada por la curva anterior, el eje OX y la asíntota vertical, alrededor de dicha asíntota.

3.– Halle las primitivas de las funciones siguientes:

$$f(x) = e^{-2x}\, x^2 \qquad\qquad g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}\,.$$

4.– Realice un estudio para representar la gráfica de la curva dada por las ecuaciones paramétricas $x(t) = t^2 + 1\,, y(t) = t^3 + 2 - 3t$.

5.– Estudie el dominio y la imagen de la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{8x^3-1}}{x^3-1}$. Determine la inyectividad de dicha función para $x > 1$, y halle la expresión de la función inversa.

6.– Demuestre que se cumple la siguiente equivalencia: $2(1-\cos(x)) \overset{x\to 0}{\sim} x^2$. Aplique lo anterior para hallar el límite $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x - \operatorname{sen}(2x)}{x(1-\cos(x))}$.

7.– Sean las funciones reales $g(x) = x^3 - 2x^2 + 2\,,\ f(x) = 2 - x^2$. Determine en qué conjunto de la recta real se cumple que $g(x) < f(x)$. Halle el área de la región finita del plano limitada por las gráficas de las dos funciones anteriores.

EXAMEN DE RECUPERACIÓN DE MATEMÁTICAS I
(1er. curso G. I. MECÁNICA) 7-2-2014. MODELO C

NOMBRE: .... D.N.I.: ....

1.– Pruebe que cuando $x \to 0$ se tiene la equivalencia $1 - \cos(x) \sim \dfrac{x^2}{2}$. Aplique lo anterior para hallar el límite $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3x - \operatorname{sen}(3x)}{x(1 - \cos(3x))}$.

2.– Realice un estudio para representar la gráfica de la curva dada por las ecuaciones paramétricas $x(t) = t^2 + 1\,, y(t) = 2 - 3t + t^3$.

3.– Sean las funciones reales $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2\,,\ g(x) = 2 - x^2$. Determine en qué conjunto de la recta real se cumple que $f(x) < g(x)$. Halle el área de la región finita del plano limitada por las gráficas de las dos funciones anteriores.

4.– Halle las primitivas de las funciones siguientes:

$$f(x) = x^2\, e^{-3x} \qquad\qquad g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}\,.$$

5.– Estudie el dominio y la imagen de la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{8x^3 - 1}}{x^3 - 1}$. Halle la función inversa en el intervalo $(1, \infty)$, determinando previamente la inyectividad de la función en dicho intervalo.

6.– La región del plano limitada por la curva $y = \sqrt{\dfrac{1 - x}{1 + x}}$, el eje OX y la asíntota vertical, gira alrededor del eje vertical $x = -1$. ¿Cual es el volumen del cuerpo que se genera?.

7.– Dado el cilindro de altura **h** y radio **r**, determine el cono de volumen mínimo que contiene en su interior al cilindro, teniendo ambos el mismo eje.

EXAMEN DE RECUPERACIÓN DE MATEMÁTICAS I
(1er. curso G. I. MECÁNICA) 7-2-2014. MODELO D

NOMBRE: .... D.N.I.: ....

1.– Sean las funciones reales $g(x) = x^3 - 2x^2 + 2\,,\ f(x) = 2 - x^2$. Determine en qué conjunto de la recta real se cumple que $g(x) < f(x)$. Halle el área de la región finita del plano limitada por las gráficas de las dos funciones anteriores.

2.– Sea la curva de ecuación $y = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$. Halle el volumen del cuerpo que se obtiene al girar la región del plano limitada por la curva anterior, el eje OX y la asíntota vertical, alrededor de dicha asíntota.

3.– Halle las primitivas de las funciones siguientes:

$$f(x) = e^{-2x}\,x^2 \qquad\qquad g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{(x-1)(x+1)}}\,.$$

4.– Realice un estudio para representar la gráfica de la curva dada por las ecuaciones paramétricas $x(t) = 1 + t^2\,, y(t) = t^3 + 2 - 3t$.

5.– Estudie el dominio y la imagen de la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{8x^3-1}}{x^3-1}$. Determine la inyectividad de dicha función para $x > 1$, y halle la expresión de la función inversa.

6.– Demuestre que se cumple la siguiente equivalencia: $2(1-\cos(x)) \overset{x\to 0}{\sim} x^2$. Aplique lo anterior para hallar el límite $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x - \operatorname{sen}(2x)}{x(1-\cos(x))}$.

7.– Determine el cono de volumen mínimo que contiene en su interior al cilindro de radio **r** y altura **h**, teniendo ambos el mismo eje.

EXAMEN DE MATEMÁTICAS I (G. I. MECÁNICA) 26-1-2015
[tiempo: 9h.-11h. 30m.]

NOMBRE: ....D.N.I.: ....

1.– Demuestre que si $a, b \in \mathbb{R}$, entonces se tiene que $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + a\,b + b^2)$. Halle el límite siguiente:

$$\lim_{x\to\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 2x^2} - \sqrt[3]{x^3 - 2x^2} \right).$$

2.– Halle los números complejos $z \in \mathbb{C}$ tales que su cubo coincide con alguna de sus raíces cúbicas.

3.– Estudie la función inversa de $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 + 2x}}{2x}$.

4.– Determine el punto del primer cuadrante que está sobre la elipse de ecuación $x^2 + \dfrac{y^2}{4} = 1$ de manera que la recta tangente en dicho punto determina con los ejes coordenados un triángulo de área mínima.

5.– Demuestre que para todo $x \geq 1$ se verifica la desigualdad $\ln(x) \geq \dfrac{2(x-1)}{x+1}$.

6.– Realice el estudio oportuno y represente la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{1}{1+|x|}\, e^{\frac{1}{1+|x|}}$.

7.– Halle el valor de las siguientes integrales:

$$\int_0^\infty \frac{2x}{x^4+1}\,dx \qquad\qquad \int_0^1 x^2\, e^x\, dx$$

8.– Halle el área encerrada por el lazo de la curva de ecuación $2(x^2 - y^2) + x^3 = 0$.

9.– Dada la integral $I_n = \displaystyle\int_0^\pi (\mathrm{sen}(x))^{2n}\, dx$, pruebe que para todo $n \in \mathbb{N}$ se cumple que $(2n)I_n = (2n-1)I_{n-1}$.

10.– Halle un polinomio interpolador que cumpla los siguientes requisitos:

1. pase por los puntos $(0, 1)$ y $(3, 2)$
2. la recta tangente al polinomio en el punto $(2, 3)$ tenga pendiente -1 .

EXAMEN DE MATEMÁTICAS I (2ª CONVOCATORIA, G. I. MECÁNICA) 6-2-2015 [tiempo: 10h.-12h.]

NOMBRE: ....D.N.I.: ....

1.– Pruebe que cuando $x \to 0$ se tiene que $\ln(1+x) \sim x$.
Siendo $a \in \mathbb{R}$, halle el límite

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{\ln(x-a)}{\ln(x+a)} \right)^x .$$

2.– Demuestre que cualquiera que sea $a \in \mathbb{R}$ se tiene que la función

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{a}{x^2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{x^2}{a}\right)$$

es constante. ¿Depende esta constante del valor de a?. ¿Cuanto vale dicha constante?.

3.– Estudie la función inversa de $f(x) = \dfrac{2\sqrt{x-2}+3}{\sqrt{x-2}-2}$.

4.– Realice el estudio oportuno y represente la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{e^{\frac{1}{1+x}}}{1+x}$.

5.– Represente la gráfica de la curva dada por las ecuaciones paramétricas $x = a\cos^2(t), y = b\,\mathrm{sen}^2(t)$ con $0 < a < b$.
Halle mediante una integral el área finita determinada en el primer cuadrante por la curva y los dos ejes coordenados.

6.– Halle el valor de las siguientes integrales:

$$\int_0^2 x^4\sqrt{8-x^3}\,dx \qquad\qquad \int_1^2 \sqrt{x}\,\ln(x)\,dx$$

7.– Halle el punto sobre la curva dada por las ecuaciones paramétricas $x = a\cos^3(t), y = b\,\mathrm{sen}^3(t)$ con $t \in [0, \pi/2]$ y siendo $0 < a < b$, tal que la recta tangente a la curva en ese punto forme con los ejes coordenados un triángulo en el primer cuadrante de área máxima.
¿Cuánto vale dicha área?.

EXAMEN DE MATEMÁTICAS I (2ª CONVOCATORIA, G. I. MECÁNICA) 6-2-2015 [tiempo: 10h.-12h.]

NOMBRE: ....D.N.I.: ....

1.– Pruebe que cuando $x \to 0$ se tiene que $x \sim \ln(1+x)$.
Siendo $a \in \mathbb{R}$, halle el límite

$$\lim_{x\to\infty} \left(\frac{\ln(x+a)}{\ln(x-a)}\right)^x .$$

2.– Demuestre que cualquiera que sea $a \in \mathbb{R}$ se tiene que la función

$$f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{a^2}{x^2}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{x^2}{a^2}\right)$$

es constante. ¿Depende esta constante del valor de a?. ¿Cuanto vale dicha constante?.

3.– Estudie la función inversa de $f(x) = \dfrac{2\sqrt{x-2}+3}{2-\sqrt{x-2}}$.

4.– Realice el estudio oportuno y represente la gráfica de la función $f(x) = \dfrac{e^{\frac{1}{1-x}}}{1-x}$.

5.– Represente la gráfica de la curva dada por las ecuaciones paramétricas $x = a\,\mathrm{sen}^2(t), y = b\cos^2(t)$ con $0 < a < b$.
Halle mediante una integral el área finita determinada en el primer cuadrante por la curva y los dos ejes coordenados.

6.– Halle el valor de las siguientes integrales:

$$\int_0^2 x^5\sqrt{8-x^3}\,dx \qquad\qquad \int_{1/2}^2 \sqrt{x}\,\ln(x)\,dx$$

7.– Halle el punto sobre la curva dada por las ecuaciones paramétricas $x = a\,\mathrm{sen}^3(t), y = b\cos^3(t)$ con $t \in [0, \pi/2]$ y siendo $0 < a < b$, tal que la recta tangente a la curva en ese punto forme con los ejes coordenados un triángulo en el primer cuadrante de área máxima.
¿Cuánto vale dicha área?.