Facultad de Filosofía

Trabajo de Fin de Máster

Cuantificadores y compromiso ontológico: hacia una nueva lectura de la paradoja de Carnap

Directora: Concepción Martínez Vidal

Autora: Navia Rivas de Castro

Julio 2015

Máster Interuniversitario de Lógica y Filosofía de la Ciencia

ÍNDICE

Cuantificadores y compromiso ontológico: hacia una nueva lectura de la paradoja de Carnap

Máster Interuniversitario en Lógica y Filosofía de la Ciencia

Navia Rivas de Castro

Abstract

This work constitutes an analysis of the so called *Carnap's Paradox* in an attempt to develop a different approach from the one Yablo offers. Firstly, the Carnapian internal/external distinction will be explained, as part of the conceptual basis Yablo uses in order to give an answer to de paradox. Yablo's approach to the subject will be commented and evaluated, including his theory on content-parts. I will try to overcome some of the problems in his view by taking into account a few alternative approaches, such as the ones developed by Hofweber, Azzouni and Priest. These do not specifically assess the paradox, but their views can help to provide a new and more plausible explanation of the problem. That new explanation will be developed and analysed.

The article brings up some fundamental issues on philosophy of mathematics, such as the role of quantification, alternatives to classical logic, the argument of indispensability or the question of the existence of abstract objects, more precisely mathematical entities.

Key words: paradox, implication, existence, quantifiers, ontology, internal/external question, abstract object, free logic.

Resumen

Este trabajo constituye un análisis de la llamada *paradoja de Carnap*, en un intento de desarrollar un enfoque diferente al que ofrece Yablo. En primer lugar, se explicará la distinción carnapiana interno/externo, como parte de la base conceptual que Yablo usa al dar una solución a la paradoja. Se comentará y evaluará el enfoque de Yablo a la cuestión, incluyendo su teoría sobre las *partes de contenido*. Su perspectiva se completará tomando en consideración algunos enfoques alternativos, como los que desarrollan Hofweber, Azzouni y Priest. Estos no tratan específicamente la paradoja, pero pueden ser de ayuda en una nueva explicación más plausible del problema. Dicha explicación se desarrollará y analizará.

El trabajo pone encima de la mesa algunos temas fundamentales en filosofía de la matemática, como el papel de la cuantificación, las alternativas a la lógica clásica, el argumento de la indispensabilidad o la cuestión sobre la existencia de los objetos abstractos, concretamente las entidades matemáticas.

Palabras clave: paradoja, implicación, existencia, cuantificadores, ontología, cuestión interna/externa, objeto abstracto, lógica libre.

1. Introducción

La paradoja de Carnap, llamada así por Yablo (2008), es el resultado de una inferencia que parte de enunciados matemáticos sencillos que a simple vista parecen verdaderos y no problemáticos, desde los cuales se llega a un enunciado que afirma la existencia de los números. Este enunciado ya no parece evidentemente verdadero y libre de problemas sino que, como mínimo, nos parece controvertido.

A modo introductorio, puede resultar útil recordar en qué consiste exactamente una paradoja. Siguiendo a Sagüillo[1], definimos paradoja como una argumentación que consta de un conjunto de premisas, cadena de razonamiento y conclusión con la siguiente peculiaridad: partimos de premisa(s) creída(s) verdadera(s), establecemos una cadena de razonamiento que creemos correcta y llegamos a una conclusión creída falsa. Solventar la paradoja pasa por el cambio de (al menos) alguna de las tres creencias, de modo que hay tres posibilidades: (a) pensar que las premisas no son realmente verdaderas (es decir, al menos una de ellas no lo es), (b) pensar que la cadena de razonamiento no es correcta (con la posibilidad de que el argumento sea inválido), o (c) pensar que la conclusión realmente no es falsa. En el caso de (b), pasamos a creer que estamos ante una falacia; y en el caso de (c) quizá pasemos a creer que estamos ante una prueba de la conclusión.

La paradoja de Carnap ha sido analizada por Yablo en el artículo "Carnap's Paradox" (2008). Para examinarla más detenidamente, veamos el siguiente ejemplo:

α: El número de unicornios = 0

Por tanto,

ω: Hay números

Este argumento quizá parezca menos problemático porque se podría pensar que la premisa no trata directamente sobre números, sino sobre un hecho del mundo: que no existen los unicornios. Para mostrar que esta consideración no elimina el problema, consideremos también este ejemplo donde α es un enunciado matemático:

α: Hay números primos

Por tanto,

ω: Hay números

En ambos casos partimos de premisas que consideramos verdaderas e incluso bastante obvias: "El número de unicornios es 0" (es decir, los unicornios no existen) y "Hay números primos" (de hecho, hay infinitos números primos). De estas dos proposiciones se infiere que

[1] Sagüillo, J. M. (1994): "Paradoxical Argumenations", Van Eemeren, F. et al. (eds.): *Proceedings of the III International Conference on Argumentation.* Vol. II, *Analysis and Evaluation*: 13-22.

hay *algo* que es el número 0 y que hay *algo* que son los números primos, y por lo tanto que hay números, es decir, que *existen* los números. Por supuesto, la existencia de las entidades matemáticas no es obvia ni está libre de controversia.

Esto es, precisamente, lo que Yablo llama *paradoja de Carnap* (cfr. Yablo 2008: 1). Tenemos α, un enunciado que versa sobre números o sobre hechos del mundo, e inferimos ω, un enunciado general que afirma la existencia de los números. Por tanto, nos encontramos en una situación en la que los siguientes enunciados parecen plausibles:

1. α implica ω.

2. α es incontrovertidamente verdadera.

3. ω es controvertida.

La situación es paradójica porque una proposición no controvertida no puede implicar una que sí lo es, siempre y cuando no sea controvertida u oscura la validez del argumento.

Podemos señalar tres posibles respuestas básicas a la paradoja[2]. La primera es considerar que α no está libre de controversias, es decir, que hay al menos una parte de α que es tan controvertida como la conclusión. Esta consideración es un avance de la teoría que Yablo desarrolla como respuesta a la paradoja y en la que nos centraremos en el apartado 3.

La segunda posibilidad es considerar que ω no es controvertida, es decir, aceptar que los números existen, lo cual supone aceptar una concepción platonista de los números. Como apunte, podemos hacer una pequeña alusión a Thomasson (2009). A grandes rasgos, considera que los términos generales de nuestro lenguaje pueden aplicarse solo en el caso de que aquello que denotan exista, y "existe un *x*" sea verdadero. (cfr. 2009: 448). De este modo, los intentos de fundamentar la referencia de un término pueden fallar si las condiciones de aplicación que el hablante asocia con dicho el término no se cumplen (cfr. *ibidem*, 454). Según esta posición, como el nombre 'N' solo refiere en el caso de que N exista, si N no existe su nombre no refiere. Esto podría explicar lo que sucede en α. En "El número de unicornios = 0" hay dos términos que no refieren, 'unicornio' y '0' (siempre y cuando consideremos que los números no existen), y en "Hay números primos" es 'números' o 'números primos' el término que no refiere. Por tanto, estos enunciados no serían evaluables en cuanto a su valor de verdad, y estaríamos ante una cuestión sin solución (una pseudo-

---

[2] En este punto sigo la presentación de Plebani en el XV Coloquio Compostelano de Lógica y Filosofía Analítica, 4 y 5 de mayo de 2015 (sin publicar).

cuestión). Si, en cambio, consideramos que los números existen, entonces el argumento que va de α a ω no sería problemático, ya que ω sería creída verdadera. De todos modos, por motivos de espacio no nos detendremos más en este tipo de análisis y nos limitamos a apuntarlo.

Por último, cabe la posibilidad de alegar que α no implique ω. En este caso, debemos argumentar cuál es el fallo en el razonamiento o bien por qué en la premisa no se afirma ni se presupone la existencia de entidades matemáticas. Este punto se trata en los apartados 4 y 5.

En definitiva, tomando la paradoja de Carnap como punto de partida, nos centraremos en la primera y la tercera respuestas posibles al problema. En relación a la primera, veremos la teoría que Yablo (2008) ofrece al respecto, partiendo de un marco teórico carnapiano. En cuanto a la segunda, analizaremos enfoques alternativos desde los cuales vemos que no necesariamente estamos ante una inferencia válida cuando pasamos de α a ω. Por último, se valorará cuál es la opción que nos ayuda a comprender mejor el problema y nos ofrece una solución más plausible. Ésta será la metodología y los objetivos principales.

2. Carnap: posible marco teórico para la paradoja

Aunque Yablo denomina el problema que nos ocupa 'Paradoja de Carnap', Carnap no trató la cuestión directamente. Sin embargo, para entenderlo resulta ser útil la distinción interno/externo que Carnap desarrolla en "Empiricism, Semantics and Ontology" (1950). En este artículo trata la naturaleza e implicaciones de la aceptación de un lenguaje que refiere a entidades abstractas. Pretende mostrar que usar dicho lenguaje no necesariamente conlleva aceptar una ontología platonista, sino que es compatible con una posición empirista y rigurosamente científica (cfr. 1950: 1).

Veremos ahora cómo la distinción interno/externo puede ayudar a explicar la paradoja, y los problemas que presenta.

2.1. Marcos lingüísticos: distinción *interno/externo*

En primer lugar aclaremos qué es lo que Carnap denomina marco lingüístico (*linguistic framework*): "if someone wishes to speak in his language about a new kind of entities, he has to introduce a system of new ways of speaking, subject to new rules; we shall call this procedure the construction of a linguistic *framework* for the new entities in question" (Carnap 1950: 2). Teniendo esto en cuenta, distinguimos dos tipos de preguntas: las de carácter interno y las de carácter externo.

Las preguntas *internas* son las que se hacen dentro del contexto del marco lingüístico en cuestión. Éste fija las reglas de formación, prueba, aceptación y rechazo de oraciones dentro de ese marco. Por tanto, las cuestiones internas se resuelven mediante las reglas ordinarias de discusión del marco lingüístico del que se trate. El concepto de realidad y el análisis de las cuestiones internas varían en función del marco lingüístico, y pueden ser en términos empíricos (en el caso del marco de la espacio-temporalidad) o en términos de análisis conceptual, como el caso de la matemática.

Por supuesto, podemos preguntarnos por la existencia de los números como una cuestión interna, pero no se trata de una pregunta interesante, ya que dentro del marco lingüístico de los números naturales (por ejemplo), es obvio y trivial que los números existen. Solo estaríamos indicando que el universo del discurso es no-vacío. Por tanto, cuando nos preguntamos por la existencia de los números lo que tenemos en mente no es una cuestión interna, lo cual sería de poca utilidad e interés, sino una cuestión externa.

Según Carnap, las cuestiones *externas* no se plantean en contextos ordinarios o científicos, sino solo en contextos filosóficos. Se trata de la cuestión sobre si el sistema en su conjunto existe o no. Existir o ser real en esta concepción significa estar en el sistema, y por definición las cuestiones externas están *fuera* de él. De acuerdo con esto, la pregunta (externa) sobre la existencia de los números no tiene sentido, a no ser que se plantee como una cuestión práctica, sobre si debemos o no aceptar y usar las expresiones de un marco lingüístico concreto.

Como cuestión metafísica planteada por los filósofos, la pregunta externa no tiene significado porque, al tratarse de una pregunta externa, no podemos darle contenido cognitivo ni a la pregunta ni a las respuestas posibles. Las interpretaciones cognitivas solo son posibles dentro de los marcos lingüísticos, es decir, como cuestiones *internas*. De ahí que para Carnap las cuestiones externas sean *pseudo-cuestiones*, que parecen cuestiones teoréticas pero realmente no lo son (Carnap 1950: 4).

En definitiva, en esta conceptualización si nos preguntamos por la existencia de los números nos encontramos con dos posibilidades: o bien se trata de una cuestión interna y la pregunta es trivial, o bien se trata de una cuestión externa y la pregunta no tiene significado.

2.2. Solución carnapiana a la paradoja

Si aplicamos estos conceptos y lo que suponen a nuestro problema, podemos ofrecer la siguiente solución *à la Carnap* a la paradoja. Luego veremos los problemas que pueden surgir.

Hemos indicado ya que tomar la cuestión sobre la existencia de los números como una cuestión interna no sería de mucha utilidad, porque desde *dentro* del marco de la aritmética es trivial que hay números. Por ello, Carnap (cfr. 1950: 3-4) afirma que cuando nos planteamos esta cuestión filosófica lo que tenemos en mente es la pregunta externa.

Por tanto, debemos dar cuenta de la pregunta por la existencia de los números desde *fuera* del marco lingüístico en cuestión ya que cuando nos preguntamos por la existencia de las entidades matemáticas tenemos en mente una cuestión *externa*, es decir, nos preguntamos por la adecuación del marco lingüístico como un todo. Sin embargo, esta actitud para Carnap carece de sentido, en la medida en que está fuera del marco lingüístico en cuestión. Una vez aceptamos un marco lingüístico aceptamos las entidades involucradas como posibles *designata*, por lo que la cuestión sobre su admisibilidad se reduce a una cuestión de aceptabilidad del marco lingüístico para tales entidades (Carnap 1950: 8-9), tanto si se trata de un tipo concreto de entidades o de las entidades abstractas en general.

De este modo, una vez más no se trata de una cuestión teorética sino práctica, ya que la aceptación o no de un marco lingüístico no necesita una justificación teorética, puesto que no implica una creencia o aserción (cfr. *idem*). Así, Carnap simplifica la cuestión que nos ocupa (para él no sería una paradoja) en virtud de la distinción interno/externo. El argumento

α: El número de unicornios = 0

Por tanto,

ω: Los números existen

no es problemático, en la medida en que ω, tomada como una cuestión *interna*, se sigue trivialmente de α. En cambio, como cuestión *externa* α no implicaría ω, por el simple hecho de que la cuestión externa (es decir, ω) no es cognitiva y, por tanto, no tiene significado. Se iría *fuera* del dominio que estamos tratando.

Para que la pregunta externa deje de ser una *pseudo-cuestión*, según Carnap (cfr. 1950: 10), tanto platonistas como nominalistas deberían ofrecer una interpretación común de la cuestión como cognitiva, presentando posible evidencia (empírica) a favor o en contra de la existencia de los números, en este caso. Dicha evidencia debe ser considerada relevante por ambos bandos, tanto el que defiende la existencia de las entidades abstractas como el que defiende que no existe tal cosa. Carnap considera que esto no ha ocurrido y duda de que ocurra.

2.3. Problemas de la perspectiva de Carnap

Yablo señala tres problemas fundamentales en la solución carnapiana de la paradoja de Carnap (cfr. Yablo 2008: 3-4). El primero es que no da cuenta de por qué la pregunta externa es controvertida o la vemos como tal. En esta línea, teniendo la objeción en mente incluso podríamos pensar que realmente no tenemos una solución a la paradoja, ya que, a mi modo de ver, la cuestión de por qué la pregunta externa es controvertida es fundamental y no se aborda. Por supuesto, no podemos esperar de los trabajos de Carnap una respuesta a un problema concreto que no formó parte como tal de sus investigaciones.

En segundo lugar, considera que las preguntas externas tal como Carnap las entiende no dan cuenta de lo que tenemos en mente cuando hacemos ontología, ya que cuando nos preguntamos por la existencia de una determinada entidad o tipo de entidades nos hacemos una pregunta sobre esas entidades, y no sobre el uso apropiado de los términos que las denotan.

En tercer lugar, Yablo considera que la solución de Carnap no es empíricamente plausible, en el sentido de que si las palabras dependen de reglas analíticamente válidas de aserción e inferencia, y esas reglas determinan completamente el uso adecuado de los términos, entonces cuestionar o situarse fuera de ese marco lingüístico es inútil. No podría haber comunicación entre los que se sitúan dentro y los que se sitúan fuera del marco, ya que están hablando en lenguajes distintos.

La pregunta externa puede interpretarse, según Carnap, de diversas formas (cfr. 1950: 6). Si la tomamos como una pregunta sobre si debemos introducir ciertas formas en nuestro lenguaje, no se trata de una pregunta teorética sino práctica, por lo que es una cuestión de decisión, lo que la excluye del debate ontológico. Por otra parte, si la interpretamos como una pregunta sobre si nuestro uso de dichas formas lingüísticas es fructífero o útil, en este caso se trata de una cuestión teorética sobre una cuestión empírica, pero en cualquier caso no se trata de una cuestión teorética en sentido estricto. Se trataría de una cuestión de grado y no se corresponde con la pregunta por la existencia tal como la conocemos y utilizamos, por lo que la interpretación que Carnap hace de las preguntas externas no parece plausible dada nuestra práctica argumentativa. Más bien, diríamos que seguimos entendiendo lo mismo por 'número' aunque nos cuestionemos la existencia de tal cosa. De ahí que, según Yablo, "Carnap's theory of frameworks erects barriers to communication that are empirically speaking just not there" (Yablo 2008: 4).

3. Yablo: la teoría de las *partes de contenido* y la doble respuesta a la paradoja

3.1. Solución inicial a la paradoja

La primera solución que Yablo ofrece a la paradoja pasa por considerar que se produce algún tipo de "cambio de tema" o "cambio cognitivo" al pasar de la premisa a la conclusión, de α a ω. Tomando la conceptualización de Carnap, α corresponde a una cuestión interna, mientras que ω cambia a una cuestión externa.

Yablo considera que la idea de cuestionar el sistema numérico en su totalidad es intuitiva y tiene sentido, contrariamente a lo que defendía Carnap. Así, toma la distinción interno/externo que hemos visto y la aplica a la paradoja desde un punto de vista *presuposicional* (cfr. Yablo 2008: 5). Esta perspectiva tiene la ventaja de que conserva la parte más intuitiva de la teoría de Carnap, es decir, es compatible con considerar que cuando nos hacemos preguntas de existencia no estamos planteando una cuestión interna, sino una externa. De este modo, a veces planteamos cuestiones sobre números presuponiendo el sistema numérico (se trataría de preguntas más específicas), mientras que otras veces nos preguntamos por la existencia o realidad del sistema mismo. Yablo toma el *"dentro del marco lingüístico"* como un "presuponiendo el sistema", en este caso el numérico.

De este modo, Yablo responde de forma inmediata a las cuatro cuestiones clave que se plantea:

a) *Qué es una cuestión interna*. Las cuestiones internas son cuestiones que presuponen la existencia de las entidades relevantes (los números, en este caso).

b) *Qué es una cuestión externa.* Las cuestiones externas son aquellas donde no presuponemos la existencia de las entidades relevantes.

c) Por qué nos parece que α trata sobre una cuestión interna y ω no. Consideramos que ω, a diferencia de α, es una cuestión externa porque no tendría mucho sentido preguntarse por la existencia de los números presuponiendo que existen.

d) Por qué la controversia aparece cuando la cuestión pasa de interna a externa. La controversia aparece porque efectivamente la cuestión de la existencia de los números es controvertida.

3.2. La teoría de las partes del contenido (*content-parts*)

La respuesta a la paradoja que acabamos de ver es, para Yablo, una primera aproximación basada en gran medida en la teoría de Carnap. Sin embargo, considera que, más allá de explicar por qué la paradoja se puede evitar *en principio*, debemos dar cuenta de por qué no surge dicha paradoja en nuestro discurso ordinario y científico (cfr. Yablo 2008: 6). Con el objetivo de ofrecer una respuesta más convincente, desarrolla la teoría de las partes del contenido (*content-parts*), mediante la cual pretende explicar ese cambio de asunto que parece producirse en el paso de α a ω. Para entender esta teoría, debemos primero explicar a qué se refiere Yablo cuando habla de "verdad parcial" y "asunto" (*subject matter*).

Según Yablo, una hipótesis es parcialmente verdadera en la medida en que tiene partes que son completamente verdaderas (cfr. *ibidem*: 7). Por tanto, debemos determinar qué significa ser parte de una proposición. Yablo considera que no puede ser simplemente una relación de implicación (una hipótesis es parte de otra si es implicada por ella), debido a que una proposición implica una disyunción de ésta con otra y, sin embargo, no diríamos que la segunda es parte de la primera. Por ejemplo, de "el cielo es azul" se sigue "el cielo es azul o la hierba es verde", y no parece que la segunda proposición sea parte de la primera. Por tanto, la relación de inclusión en proposiciones no se reduce a una relación de implicación.

Para solucionar esto, Yablo recurre a los *temas de discusión* o *asuntos* (*subject-matters*). Así, las partes de las proposiciones se identifican mediante la determinación de las implicaciones siempre y cuando se mantenga el tema de discusión. De esta forma, para que B forme parte de A, además de que A implique B, se requiere que el tema de B sea parte del tema de A (cfr. *ibidem*: 8). En el ejemplo que mencionamos arriba, "el cielo es azul o la hierba es verde" no es parte de "el cielo es azul" porque se introduce un nuevo tema, aunque sí se cumple el requisito de la implicación.

En relación a qué es exactamente un "asunto" en esta teoría, Yablo menciona a Lewis, concretamente su artículo "Statements Partly About Observation" (1988), donde Lewis expone su noción de tema de discusión o asunto. Un asunto es una partición del espacio lógico, una división de los mundos posibles en subconjuntos o celdas/células (*cells*). En la misma celda tenemos mundos que son idénticos con respecto al tema en cuestión. Yablo apunta que, como para Lewis los conjuntos de mundos son proposiciones, un tema de discusión también puede concebirse como un conjunto de proposiciones, que especifican posibilidades relativas a cómo son las cosas dentro de un tema concreto. Los temas de discusión son, para Lewis, objetos de la teoría de conjuntos, y podemos reconstruir una descripción de los mismos mediante preguntas indirectas como *qué hice el día x, quién era presidente en aquella época*, etc.

Yablo señala que la teoría acerca de los temas de discusión de Lewis no da cuenta de cuál es el tema de discusión de enunciados particulares. Establece que *m* (una partición del espacio lógico) es un tema de un enunciado S syss el valor de verdad de una proposición o enunciado S superviene en *m* en el sentido de que cada proposición en *m* implica que S es verdadera o bien que S es falsa. Por ejemplo, el tema de quién es el presidente actual de los EEUU determina que "Nixon es el presidente actual de los EEUU" es falsa.

Yablo va más allá de la teoría de Lewis (1988)**,** y propone una concepción de los temas de discusión (*subject matters*) según la cual un tema de discusión es "that which changes when the reason(s) why a sentence is true change; it is a partition of logical space such that worlds are cellmates iff S is true for the same reason in them" (Yablo 2008: 9). De acuerdo con esto, los temas de discusión se generan a partir de una relación de equivalencia entre razones para que un enunciado sea verdadero (o falso). El asunto cambia cuando cambian las razones para determinar el valor de verdad de un enunciado. Así, si dos mundos son diferentes en aspectos irrelevantes para el asunto que se toma en consideración, entonces no difieren en lo que respecta al asunto de un enunciado concreto. Determinamos las condiciones de verdad de un enunciado S mediante la especificación de si S es verdadero o no en cada mundo, y determinamos el tema de discusión especificando por qué S es verdadero en ese mundo.

Por tanto, según Yablo cuando especificamos el tema de discusión de un enunciado S, enumeramos las posibles razones para que S sea verdadero, es decir, enumeramos los hacedores de verdad (*truthmakers*) de S. El anti-tema de discusión serían las razones por las que S podría ser falso. Consecuentemente, el tema de discusión o asunto total (*overall subject matter*) sería la suma del tema de discusión y el anti-tema de discusión.

Un tema de discusión incluye al otro syss todos los *truthmakers* de B son implicados por *truthmakers* de A, y lo mismo para los *falsemakers* de B y A. Considerando ya la cuestión de las partes del contenido, Yablo (*ibidem*: 10) afirma lo siguiente: "B is *part* of A iff the inference from A to B is both truth-preserving –A implies B –and aboutness-preserving –A's subject matter includes B's subject matter and A's subject anti-matter includes B's subject matter". De este modo, vemos claramente por qué el tema de "el cielo es azul" no incluye aunque sí implique el tema de "el cielo es azul o la hierba es verde". El motivo es que en el primer enunciado se introduce un tema que no está en el segundo.

3.3. Segunda solución a la paradoja

Como ya avanzamos, Yablo usa su teoría sobre las partes de contenido para ofrecer una nueva respuesta a la paradoja (cfr. 2008: 13-17). La idea básica permanece, aunque en esta nueva versión se introducen los conceptos que hemos visto en la sección anterior. Partimos de la base de que la premisa α ("El número de unicornios = 0", "Hay números primos") conlleva la presuposición de que hay algo que se corresponde con los números, e identificamos dicha presuposición en α. En cambio, es difícil entender ω ("Los números existen") manteniendo la presuposición, ya que dicha presuposición coincide con el enunciado en cuestión. No parece que sea un enunciado trivial precisamente porque en ω es explícita la presuposición que estaba implícita en α, y era precisamente el hecho de que estaba implícita lo que impedía que α nos pareciera controvertida.

En primer lugar, Yablo señala que cuando un enunciado conlleva una presuposición, llamémosle π, los juicios sobre su valor de verdad normalmente se hacen en función de *lo que se añade* a π. De este modo, en "El número de unicornios = 0" se evalúa lo que se añade a la presuposición "Hay números". En este caso, lo que se añade a la presuposición se refiere a una parte concreta de la realidad, en la que los números no juegan ningún papel. Se trata del hecho de que no hay unicornios, el cual es claramente verdadero sobre el tema de discusión que se trata, de ahí que el enunciado no sea controvertido.

La evaluación de ω tiene que ser distinta porque como π es idéntico a ω, y no hay ninguna otra *parte* a tener en cuenta, tenemos que evaluar el enunciado mismo, que ahora ya no es una presuposición sino que se afirma explícitamente (cfr. *ibidem:* 13).

En cuanto al objetivo de Yablo de explicar cómo es posible la comunicación entre quien presupone π (*insiders*) y quien no lo presupone (*outsiders*), su teoría ofrece la siguiente respuesta. Los que presuponen π al emitir un enunciado como α están afirmando la parte de α que no se compromete con la existencia de los números. Dicha parte no presupone π, por lo que los que no presuponen π pueden entender y aceptar α, ya que α es evaluable dentro de un tema de discusión donde los números no juegan ningún papel estrictamente. Volveremos a esta idea en el apartado siguiente.

3.4. Problemas al planteamiento de Yablo

Aunque la propuesta de Yablo como solución a la paradoja de Carnap introduce un marco teórico que parece hacer que todos los elementos del problema mismo encajen, defenderemos ahora que no es una propuesta libre de problemas.

Por una parte, Yablo señala cómo uno de los problemas de la propuesta de Carnap es que pone una barrera semántica entre quienes operan dentro del marco lingüístico y quienes lo hacen desde fuera. Considera que el problema se soluciona mediante la introducción del elemento de la presuposición, de manera que los *insiders* serán los que presuponen π (en nuestro caso concreto, "Los números existen"), y los *outsiders* serán los que no la presuponen. La comunicación entre unos y otros es posible simplemente porque cuando un *insider* emite el enunciado "El número de unicornios = 0" lo que realmente afirma es la parte del enunciado que no guarda relación con los números. Esto es posible gracias a la teoría de los temas de discusión y las partes de contenido.

Sin embargo, dicho de algún modo, lo único que consigue este planteamiento es explicar por qué la paradoja no causa grandes problemas en el discurso ordinario. Dado que en discusiones ordinarias no nos preguntamos por la existencia de los números, considero que la presuposición es irrelevante en este contexto. Esto quiere decir que tal distinción entre *insiders* y *outsiders* no se produce realmente a no ser que nos situemos en un contexto de investigación filosófica en relación al status ontológico de las entidades numéricas.

La explicación de Yablo pasa por defender que, aunque presupongamos π, no estamos afirmando todo el contenido del enunciado (en nuestro caso, α), sino solo una parte, la que se refiere a entidades concretas. El problema es que no está claro que exista tal división entre hablantes que presuponen π y hablantes que no la presuponen, al menos en el discurso ordinario nos inclinaríamos a pensar que todos entendemos "El número de unicornios = 0" y

"Hay números primos" de la misma manera. Además, no parece plausible que un enunciado tenga una parte *oculta* que no se afirma en ningún momento pero que sin embargo está ahí y hace que de dicho enunciado se siga otra que claramente tiene una *carga ontológica*, como mínimo, problemática. Da la impresión de que Yablo intenta preservar la validez del argumento que nos lleva de α a ω, a pesar de que esto suponga atribuir presuposiciones en α que los hablantes pueden tener o no.

Si de una proposición se sigue otra, por muy problemática o controvertida que nos resulte, en el caso de que la premisa sea verdadera la conclusión también lo es. En efecto, si consideramos el enunciado "El número de unicornios = 0" con detenimiento y teniendo en cuenta todo su contenido y en su literalidad, puede resultar tan problemático como la conclusión que se extrae de él. Por tanto, el problema está en explicar por qué la premisa debe ser tan controvertida como la conclusión en el caso de que no estemos dispuestos a aceptar la existencia de los números, o bien mostrar que no hay ninguna presuposición en α relativa al status ontológico de los números y negar que de α se siga ω. Volveremos a esta idea en los siguientes apartados.

5. Enfoques alternativos

Como avanzamos arriba, vamos a considerar algunas alternativas a la propuesta de Yablo para el análisis de la paradoja de Carnap. Estas nuevas perspectivas nos ayudarán a encontrar una forma más adecuada de tratar y explicar la paradoja.

4.1. Los roles de los cuantificadores: Hofweber (2005)

Un análisis diferente de la cuestión es el que nos ofrece Hofweber en "A Puzzle about Ontology" (2005). Puede resultar útil en conjunción con la conceptualización que veíamos en Carnap, la nueva versión de ésta propuesta por Yablo, y la perspectiva de Quine relativa a cómo abordar cuestiones ontológicas sobre objetos abstractos. Hofweber no trata nuestro caso explícitamente como paradoja, pero sí analiza múltiples argumentos que presentan exactamente el mismo problema. Por ejemplo, considera casos como el siguiente (Hofweber 2005: 258):

- Jupiter has four moons

- Thus: The number of moons of Jupiter is four.

- Thus: There is a number that is the number of moons of Jupiter, namely four.

- Thus: There are numbers, among them the number four.

En los ejemplos que estamos considerando en este trabajo pasamos directamente del enunciado 2º al 4º, como se puede observar. En el planteamiento que nos ofrece Hofweber vemos con más detalle el proceso que va desde el enunciado más sencillo y trivialmente verdadero, hasta la conclusión problemática. También ofrece ejemplos de argumentos similares que comienzan con una premisa necesariamente verdadera (incluso analítica), como "Hay tantos solteros como hombres no casados" (cfr. *ibidem*: 259).

La equivalencia en cuanto a los valores de verdad de los enunciados anteriores parece evidente, aunque pasamos de uno trivialmente verdadero a otro *cargado* metafísicamente y, en todo caso, *no inocente.* Es más, y aquí Yablo estaría de acuerdo: parece que hay un cambio de tema. El primer enunciado hablaba sobre Júpiter o sobre los satélites de Júpiter, mientras que el último trata sobre la existencia de los números.

Hofweber compara la relación entre estos enunciados (del estilo α-ω) con casos del lenguaje ordinario donde el hablante pone énfasis (*focus*) en una parte concreta del enunciado. En lo que se refiere a las condiciones de verdad, los enunciados son equivalentes, pero tienen diferentes roles en la comunicación. Por ejemplo, si le preguntamos a alguien si existen los unicornios sería extraño que nos contestara "Hay un número que se corresponde con los unicornios que existen, y ese número es el 0".

En la explicación de este tipo de argumentos, Hofweber aplica la distinción interno/externo a la cuantificación, y su tesis fundamental al respecto es que los cuantificadores no solo tienen la función que tradicionalmente se les atribuye, la cual conlleva una relación estrecha con la ontología. La función de los cuantificadores no se reduce por tanto a expresar existencia, sino que se pueden distinguir dos lecturas de los mismos: la interna y la externa.

A la función *tradicional* de los cuantificadores le llama *lectura externa* (un enunciado existencial es verdadero si efectivamente el objeto del cual se habla *existe*). Es la lectura de los cuantificadores que tenemos en mente cuando definimos la semántica de los cuantificadores modelo-teoréticamente.

Para explicar el segundo rol de los cuantificadores (la *lectura interna*) considera el ejemplo de cuando queremos emitir un enunciado sobre algo o alguien pero olvidamos de quién o qué se trataba. Por ejemplo "Hay alguien que es admirado por muchos detectives", en lugar de "Sherlock Holmes es admirado por muchos detectives". En casos como este, la función del cuantificador es simplemente ocupar el lugar del nombre que no recordamos. De este uso no podemos extraer ninguna conclusión relativa a la existencia, es una lectura del cuantificador *neutral* ontológicamente. De hecho, no importa si esa persona admirada existe o no, en cualquier caso obtenemos información relevante para la conversación: "The quantifier has to be a placeholder no matter what the original term was, whether or not it referred to some entity, failed to refer, or had some completely different function. In any case, we need to take recourse to a quantifier in this situation" (*ibidem*: 272). En la lectura interna la inferencia desde F(t) a F(*algo*) es siempre trivialmente válida (como en el caso de Sherlock Holmes), sin implicaciones de carácter ontológico.

Teniendo todo esto en cuenta, podemos ofrecer la siguiente solución a nuestro problema. Efectivamente la inferencia de α a ω es válida, es más, trivialmente válida, pero la conclusión solo se sigue de las premisas si el cuantificador se usa en modo interno. En este caso la conclusión "Hay números" sería trivialmente verdadera, en lo que se refiere a su papel inferencial, pero esto no traería problemas en cuanto al status ontológico de las entidades matemáticas, ya que, como hemos visto, en los cuantificadores de lectura interna no hay tal compromiso.

En este punto, tengamos en cuenta que se considera que actualmente la perspectiva sobre cómo se debe hacer ontología se debe en buena medida a Quine. Simplificando, Quine considera que el compromiso ontológico está asociado a la cuantificación, de manera que existe aquello sobre lo que podemos cuantificar (cfr. Quine 1948). Aquí es donde la caracterización de los cuantificadores que acabamos de ver supone una novedad. Hofweber se opone a Quine cuando defiende que los cuantificadores no siempre se comportan de la misma forma y por tanto no siempre conllevan un compromiso ontológico.

También se opone a Carnap (1950) cuando defiende que las cuestiones sobre existencia (las cuestiones externas) tienen significado; la diferencia entre ambos puntos de visat tiene su raíz en las diferentes caracterizaciones que hacen de la distinción interno/externo (cfr. Hofweber 2005: 276-277). La caracterización que hace Hofweber procede de la infraespecificación semántica (*semantic underspecification*) de los cuantificadores en el lenguaje natural, y la consecuente variedad de funciones semánticas de términos singulares y frases nominales.

Sin embargo, no se opone a Carnap en la idea de que los cuantificadores no necesariamente conllevan un compromiso a nivel ontológico, ya que el compromiso con la existencia procede de la lectura externa de los cuantificadores, mientras que los cuantificadores internos no están cargados ontológicamente de modo inevitable (cfr. *idem*). De hecho, en contraste con lo que diría Carnap, para Hofweber la distinción interno/externo es precisamente lo que *salva* a la ontología como una disciplina sustancial metafísica.

Además de todo esto, en el artículo de Hofweber sí se intenta dar cuenta de cómo usamos los cuantificadores en el discurso ordinario. Presenta dos alternativas (aunque no se posiciona con respecto a cuál sería la correcta, si es que alguna lo es): el *externalismo*, que sería la visión según la cual en nuestra comunicación ordinaria usamos los cuantificadores de modo externo (con compromiso ontológico), y el *internalismo*, que sería la visión según la cual nuestro uso de los cuantificadores refleja una lectura interna (y no sobre dominios de entidades). Un internalista argumentaría que recurrimos a cuantificadores para conseguir un mayor poder expresivo, de un modo *metafísicamente inocente* (cfr. *ibidem* 279-281).

4.2. Cuantificar e interpretar enunciados matemáticos *sin* números: Azzouni (2004)

Una perspectiva en cierto modo similar es la que nos ofrece Azzouni en *Deflating Existential Consequence. A Case for Nominalism* (2004), donde trata la cuestión sobre si la verdad de los enunciados matemáticos establece o no un compromiso con la existencia de los números. A grandes rasgos, concluye que solo es así en el caso de que aceptemos que el compromiso ontológico está ligado a sobre qué *ranguean* los cuantificadores, por lo que se opone al criterio de compromiso ontológico de Quine. Considera que no tenemos razones suficientes para adoptar dicho criterio y propone otro en su lugar, ligado a una noción de independencia. No entraremos en detalle en esta exposición, pero sí hay ciertos aspectos que son relevantes para el asunto que nos atañe.

El hecho de que se haya pensado que en nuestro lenguaje ordinario la expresión ‘hay’ (*there is*) conlleva compromiso ontológico tiene una explicación sencilla, según Azzouni: cuando definimos la semántica de los cuantificadores especificamos un dominio del discurso en función precisamente de sobre qué *ranguean* esos cuantificadores, y dicho dominio se supone que debe ser una colección de objetos. De este modo, la verdad de ‘$\exists xPx$’ se define en términos de satisfacción de la fórmula Sx por *algo* del dominio, por lo que la forma más directa de entender el cuantificador es en su versión comprometida ontológicamente (cfr. Azzouni 2004: 53-54).

Para Azzouni esta forma de concebir los cuantificadores contiene la presuposición de que el metalenguaje en que se formula la semántica de los cuantificadores ya tiene cuantificadores que conllevan compromiso ontológico. Por tanto, que los cuantificadores conlleven carga ontológica depende de que ya en el metalenguaje haya cuantificadores con tal carga. De aquí, Azzouni concluye que solo estamos obligados a interpretar los cuantificadores con compromiso ontológico si lo hacemos así en el metalenguaje (cfr. *idem*). En caso contrario, no es necesario tal compromiso, y además no cambia su uso a nivel práctico. Los cuantificadores son ontológicamente neutrales.

Volviendo a nuestro ejemplo "El número de unicornios = 0", según Azzouni para evaluar el enunciado tenemos que *contar* unicornios, y en ese proceso no intervienen los números. Habría dos formas de considerarlo: la primera sería una noción *causal*, según la cual interactuamos con unicornios pero no con los números, y la segunda sería una noción *observacional*, ya que lo que percibimos son unicornios y no números (siendo estrictos, en este caso concreto no percibimos ni interactuamos con unicornios, precisamente porque no hay ninguno, pero el razonamiento es claro igualmente). La idea es que necesitamos (en nuestro caso *no tener*) acceso a los unicornios para determinar el valor de verdad del enunciado, lo cual no se cumple para los números.

Desde este punto de vista, los enunciados α no conllevan ningún tipo de compromiso ontológico con los números, por lo que de α no se sigue ω. En el caso de "El número de unicornios = 0" podemos alegar que para determinar su valor de verdad no interactuamos con números sino con unicornios, y en el caso de "Hay números primos" podemos alegar que los cuantificadores no están cargados ontológicamente, por lo que el paso a "Hay números" entendido como una cuestión de existencia no está justificado. De este modo, α puede ser verdadera sin que ω también tenga que serlo (de hecho Azzouni afirmar claramente que los enunciados ω son falsos), por lo que el argumento sería inválido.

En contra del criterio de Quine, Azzouni (cfr. *ibidem*: 49-80) defiende que los que llevan el compromiso ontológico no son los cuantificadores, sino un predicado de existencia. A continuación explicaremos brevemente en qué consiste.

4.3. Priest y las lógicas libres

Azzouni no es el único defensor de que los cuantificadores están libres de carga ontológica y que para expresar existencia necesitamos un predicado especial. De hecho, esto es precisamente lo que ocurre en las lógicas libres[3]. En "Meinongianism and the Philosophy of Mathematics" (2003), Priest entre otras cosas afirma que se puede pensar en los cuantificadores como ontológicamente neutrales y explica brevemente cómo funciona el predicado de existencia.

Antes de esto, es relevante señalar que Priest, en *Towards Non-Being*[4], defiende que Quine no ofrece ningún argumento para apoyar la tesis de que tomar algo como entidad es reconocerlo como el valor de una variable, sino que lo afirma de un modo hasta cierto punto dogmático (cfr. 2005, 105-115). Como habitualmente se lee el cuantificador particular como 'existe un objeto tal que', Quine simplemente da por hecho que así es como se debe leer. Lo mismo sucede con la cuestión de los objetos no-existentes. Quine, concretamente en "On What There Is" (1948) simplemente considera que la idea de tales objetos es incoherente, pero no ofrece argumentos específicos para defender esa tesis.

En contraste con esto, Priest (cfr. 2003: 4-5) propone tomar los cuantificadores en la interpretación que de ellos se hace en las lógicas libres. De este modo, tomamos $\forall$ como 'para todo' y $\exists$ como 'para algún' (evitando la lectura 'existe algún objeto tal que' para no crear confusiones), y el compromiso existencial viene dado explícitamente por un predicado especial de existencia, E. De este modo, para hablar de cosas existentes se efectúa una relativización sintáctica al predicado E, de manera que '$\forall xPx$' expresa que todos los x tienen la propiedad P, mientras que '$\forall x(Ex \rightarrow Px)$' expresa que todos los x *existentes* tienen la propiedad P. Con el cuantificador particular sucedería lo mismo, tendríamos '$\exists xPx$', que expresa que algún x cumple la propiedad P, y '$\exists x(Ex \wedge Px)$', que expresa que algún x *existe* y además cumple la propiedad P. Esta maniobra tiene consecuencias a nivel semántico, por supuesto, porque ahora el peso del compromiso ontológico ya no está en el cuantificador, sino que pasa al predicado de existencia E. Esto conllevaría que para aclarar que un objeto existe necesitamos hacerlo explícito con dicho predicado. De otra manera, la cuestión de la existencia queda indeterminada.

---

[3] Para más información sobre lógicas libres, ver: Priest, G., 2008, *An Introduction to Non-Classical Logic: From If to Is*, Cambridge: University of Cambridge Press. Capítulo 13.

[4] La referencia completa es: Priest, G. (2005) *Towards Non-Being. The Logic and Metaphysics of Intentionality*, Oxford, Clarendon.

Priest (cfr. 2008: 293-297) señala que las lógicas libres no tienen algunas consecuencias problemáticas de la lógica clásica. Por ejemplo, la generalización particular no es válida, ya que una constante puede denotar un objeto no existente. Además, no hay compromiso con la verdad lógica (en lógica clásica) de que algo existe, porque puede haber interpretaciones en que *E* sea el conjunto vacío. Esta lógica permite predicar sobre objetos existentes, de modo que no es necesario comprometerse con la existencia de un objeto para atribuirle propiedades.

En este contexto, aceptar una interpretación en lógica libre de la paradoja supondría simplemente negar que de α se siga ω, por el simple hecho de que en α no tendríamos ningún compromiso ontológico y por lo tanto no podemos inferirlo y afirmarlo en ω. En el siguiente apartado defenderé que ésta es una forma bastante intuitiva de entender el problema y que efectivamente es plausible pensar que α no implica ω.

5. Por qué no es necesariamente una paradoja

En esta sección pretendo explicar de la forma más clara posible por qué los argumentos del tipo *α, por tanto ω* no tienen por qué ser problemáticos. Es decir, pretendo buscar una salida que nos permita afirmar que la paradoja de Carnap no es realmente una paradoja. Para ello retomaré parte de la exposición de las secciones anteriores, así como algunas ideas particularmente interesantes de los planteamientos que hemos visto.

Por supuesto, la distinción entre cuestiones internas y externas supone un gran paso hacia la comprensión de por qué α nos parece evidentemente verdadera, mientras que muchos vemos problemas a la hora de aceptar ω como igualmente verdadera sin controversia, a pesar de que aparentemente una se sigue de la otra. Gracias a esta distinción podemos ver cuál es el cambio que aparece en el paso de α a ω. Los enunciados α se caracterizan porque el uso que se hace de los números en ellos está contextualizado. En el caso de "El número de unicornios = 0" realmente el nombre '0' se utiliza como un instrumento para caracterizar a los unicornios, o más bien la existencia de los mismos. En el caso de "Hay números primos", a simple vista no interpretamos el enunciado como una expresión de existencia. De hecho, aunque sea una interpretación bastante forzada, si lo interpretamos como una afirmación de la existencia de los números primos entonces la consideraremos tan problemática como "Hay números" o "Los números existen". Sin embargo, no es esto lo que hacemos intuitivamente.

Más bien, se trata de un enunciado que caracteriza una clase de números o una propiedad de los números *dentro* del marco de los mismos (lo que Carnap llamaría cuestión *interna*). La interpretación más directa de "Hay números primos" es algo así como "los números son tales que algunos de ellos son primos".

En mi opinión, la aportación principal de Yablo a este problema consiste en que introduce la cuestión de los cambios de asunto o tema de discusión. Sí es cierto que cuando pasamos de α a ω de alguna manera tenemos la sensación de que hablamos de cosas distintas. De hecho una reacción bastante natural cuando se nos presenta el argumento es aceptar la premisa α casi sin dudar y reaccionar con perplejidad ante la conclusión ω porque *no estábamos hablando de eso, ¿de dónde ha salido el tema de la existencia?* En efecto, se produce un cambio de tema en el sentido de que, aunque parezca que de la premisa se sigue indiscutiblemente la conclusión, al analizar con detenimiento esta última no nos parece que sea una consecuencia de la premisa, ya que es como mínimo discutible que se pueda afirmar la existencia de los números a partir de la afirmación de un hecho del mundo (que los unicornios no existen) o una propiedad de los números (que hay números primos).

Sin embargo, hay una parte de la exposición de Yablo que no me parece tan clara y quizá incluso en vez de ayudar a comprender el asunto, induce una comprensión equivocada del mismo. Se trata de la introducción de la presuposición π en la premisa α. Yablo (cfr. 2008) afirma que hay hablantes que presuponen π y otros que no la presuponen, y que el hecho que explica por qué es posible la comunicación entre unos y otros es que la parte que se afirma realmente de α es la que se añade a π, es decir, lo que se afirma es el enunciado "α – π". Recordemos que π era precisamente la presuposición "Los números existen", es decir, coincide con la conclusión ω. De este modo, el argumento es válido, solo que en la premisa la conclusión está implícita en forma de presuposición, y en la conclusión se hace explícita.

Me parece confuso introducir π porque no considero plausible que ningún hablante presuponga que los números existen cuando habla de hechos del mundo o incluso propiedades de los números. La razón es que la pregunta por la existencia de los números no es algo que nos planteemos en nuestro discurso ordinario, y ni siquiera en el discurso científico. El debate sobre la existencia de los números solo surge cuando reflexionamos filosóficamente sobre cuestiones metafísicas. Además, es dudoso incluso que las personas que consideran que los números existen tengan π en mente (tanto explícita como implícitamente) cuando afirman "El número de unicornios = 0" o "Hay números primos". Aunque pensemos que los números existen, no es ese el tema en cuestión cuando afirmamos esos enunciados y, por otro lado, aun considerando que los números existen se percibe igualmente el cambio de asunto que se produce en el paso de α a ω. En definitiva, considero que la presuposición π no juega ningún papel comunicativo y que por lo tanto no tiene sentido introducirla en nuestra explicación de la paradoja. Es decir, considero que en α no hay tal presuposición π.

La presuposición π en la teoría de Yablo sirve para garantizar el paso de α a ω, es decir, es lo que le permite afirmar que el argumento es válido. Consideraba que los hablantes al afirmar α no estaban afirmando todo el contenido de α, ya que π también es parte de α aunque no se afirme. Lo que he intentado defender es que no hay razones suficientes para argumentar que los hablantes no afirman todo el contenido del enunciado que emiten y comprenden. Más bien, sí afirman todo el contenido de α, lo que sucede es que π no está en ese contenido. Ahora bien, si no podemos apoyarnos en π para *salvar* el argumento, ¿qué nos queda? Llegados a este punto, creo que resultan especialmente útiles los puntos de vista que vimos arriba tanto de Hofweber como de Azzouni.

En concreto, podemos considerar la perspectiva según la cual el rol de los cuantificadores no siempre es expresar existencia. Como hemos visto, Hofweber distingue entre la *lectura interna* y la *lectura externa* de los cuantificadores, donde solo la lectura externa guarda relación con la existencia. Si bien no queda claro cómo la distinción interno/externo tal como aparece en Carnap y tal como la recoge Yablo puede ayudar a explicar qué es lo que ocurre en la *paradoja de Carnap*, considero que aplicada a los cuantificadores puede resultar de mayor ayuda. Claramente en α hacemos una lectura interna del cuantificador universal, mientras que en ω la lectura que hacemos es externa. Es decir, cuando afirmamos “El número de unicornios = 0” o “Hay números primos” no estamos afirmando la existencia de nada (en todo caso en el primer enunciado afirmamos la no-existencia de los unicornios), mientras que en la conclusión “Hay números” la lectura del cuantificador existencial es externa, es decir, el valor de verdad del enunciado sí depende de la existencia de algún tipo de entidad (los números) para ser verdadera.

Esto no solo explica cómo la paradoja puede no surgir dependiendo de cómo interpretemos los enunciados en cuestión, sino que ahora entendemos por qué la paradoja efectivamente no surge en el discurso ordinario, y lo hacemos sin necesidad de invocar presuposiciones en α. A nadie se le ocurriría inferir que los números existen partiendo de que los unicornios no existen o de un análisis de la propiedad de ser primo en el contexto de los números naturales. Ahora vemos por qué: los cuantificadores no necesariamente expresan existencia, por lo que efectivamente “El número de unicornios = 0” y “Hay números primos” son enunciados *ontológicamente inocentes*.

¿Podríamos leer “Hay números” de modo *interno*? Por supuesto, sería un enunciado trivialmente verdadero y desde luego poco informativo ya que solo afirma que, dados los números, hay números. Precisamente por ser un enunciado trivial en su lectura interna, intuitivamente hacemos una lectura externa del mismo, una lectura que sí expresa información interesante (sea verdadera o falsa) porque ahí el cuantificador expresa la existencia de la entidad de la que se trate, en este caso los números.

Hemos visto que también Azzouni desliga a los cuantificadores de su compromiso ontológico, ya que considera que éste solo existe en el caso de que aceptemos que los cuantificadores dependen en ese sentido del dominio sobre el que *ranguean*. Si los cuantificadores son ontológicamente neutrales, la paradoja se disipa. Ya no estaríamos en la situación que consideramos inicialmente: una premisa α que no presenta controversias, una inferencia que tampoco presenta controversias pero en cambio una conclusión ω que sí las presenta. Se trataría de un simple *malentendido* o un problema que surge de no especificar a qué nos referimos exactamente con los enunciados α y ω. El argumento sería inválido o, en todo caso, estaría mal planteado

Retomando la exposición y siguiendo en parte a Azzouni, para establecer el valor de verdad de los enunciados α los números no intervienen en ningún momento. En un caso tenemos que irnos a un hecho del mundo (la no-existencia de los unicornios) y en otro caso debemos irnos al universo de discurso de los números naturales. Cabe señalar que ni siquiera en el segundo caso adquirimos un compromiso ontológico con los números, ya que simplemente hablamos de propiedades de números y no de su existencia. Los objetos inexistentes pueden tener propiedades (pensemos en que Sherlock Holmes fuma en pipa, por ejemplo).

Si consideramos que los números no existen, la premisa tomada en sentido literal es falsa. Si, en cambio, la tomamos como verdadera (es decir, no considerando que conlleve un compromiso ontológico), entonces la conclusión es falsa. La conclusión es falsa en cualquier caso, a no ser que estemos dispuestos a aceptar la existencia de los números, en cuyo caso no se trataría de una paradoja sino de un argumento bastante simple y no problemático. Por supuesto, la cuestión de la existencia de los números requeriría explicación y constituye un gran debate en filosofía de las matemáticas, pero un debate que va más allá de los propósitos de este artículo.

En cualquier caso, la inferencia de α a ω no está justificada, o como mínimo es dudosa, por lo que no es incontrovertido que α implique ω[5], lo cual va en contra del punto de partida de Yablo en su exposición del problema.

6. Conclusiones

En este trabajo partimos de lo que parecía una paradoja, al menos tal como la presenta Yablo. Para aclarar el marco conceptual de la paradoja vimos con cierto detalle la distinción externo/externo de Carnap, así como la interpretación que Yablo hace de la misma. Además, presentamos el doble análisis de Yablo, uno inicial y luego otro más elaborado donde entran en juego las nociones de "asunto" (*subject matter*) y "partes de contenido" (*content-parts*).

Al no tratarse de una visión totalmente convincente, consideramos otros enfoques que *liberan* a los cuantificadores de su carga ontológica, en contra del criterio que Quine propone en 1948. En este contexto parece que la paradoja se disuelve y de algún modo podemos interpretar el argumento como libre del problema planteado inicialmente.

En definitiva, vimos que en el paso de "El número de unicornios = 0" o "Hay números primos" a "Hay números" no necesariamente debe surgir una paradoja, por el simple hecho de que las premisas consideradas están libres de compromiso ontológico tal como las interpretamos intuitivamente. La conclusión, en cambio, puede interpretarse *con* o *sin* dicho compromiso ontológico De acuerdo con la interpretación propuesta, en el primer caso no se sigue de la premisa, y en el segundo es una verdad trivial y no problemática. En cualquiera de los dos casos, la paradoja desaparece.

Esto no quiere decir que la *paradoja de Carnap* se convierta en una cuestión trivial o poco interesante, sino más bien todo lo contrario. Gracias a este problema descubrimos el interés que tiene analizar nuestras intuiciones e interpretaciones de los enunciados propuestos y ver cómo hacemos lecturas diferentes de proposiciones que, en principio, parecen tener una

[5] Como aclaración, puede ser útil señalar que no se trata de que la noción de implicación ontosemántica se reduzca a la epistémica de prueba o demostración. Más bien, dado que no disponemos de una inferencia o demostración que establezca la validez del argumento, no podríamos comprometernos con la validez o invalidez del mismo. La implicación podría darse o no, pero en cualquier caso no tenemos forma de establecerlo, de ahí que sea controvertido que α implique ω.

forma similar e incluso parecen presentar relaciones de consecuencia lógica entre ellas. Por supuesto, también cabe señalar que contribuye a un análisis más detenido del rol de los cuantificadores tanto en el discurso ordinario como en el científico y filosófico. Tomándolo como un todo, en mi opinión, este análisis es útil a la hora de situar conceptualmente el debate sobre el papel explicativo y la existencia de los objetos matemáticos, e incluso de los objetos abstractos en general.

7. Referencias

- Azzouni, J. (2004) *Deflating Existential Consequence: A Case for Nominalism,* Oxford, Oxford University Press.

- Carnap, R. (1950) "Empiricism, Semantics, and Ontology" *Revue Internationale de Philosophie,* 4: 20-40. Disponible en: <http://www2.warwick.ac.uk/fac/soc/philosophy/undergraduate/modules/ph251/2014-15/carnap_-_empiricismsemanticsontology.pdf>.

- Field, H. (1980) *Science without Numbers,* Princeton, NJ, Princeton University Press.

- Hofweber, T. (2005) "A Puzzle about Ontology", *Noûs,* 39, 2: 256–283.

- Leng, M. (2010) *Mathematics and Reality,* Oxford, Oxford University Press.

- Leng, M. "Fictionalism in Philosophy of Mathematics", *The Internet Encyclopedia of Philosophy*, ISSN 2161-0002, <http://www.iep.utm.edu/mathfict/> [consultado el 25 de mayo 2015].

- Lewis. D. (1988) "Statements partly about observation" *Philosophical Papers*, 17: 1-31.

- Linnebo, Ø., "Platonism in the Philosophy of Mathematics", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2013 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/win2013/entries/platonism-mathematics/> [consultado el 25 de mayo].

- Priest, G. (2003) "Meinongianism and the Philosophy of Mathematics", *Philosophia Mathematica* (3), 11: 3-15.

- Priest, G. (2005) *Towards Non-Being. The Logic and Metaphysics of Intentionality*, Oxford, Clarendon.

- Priest, G. (2008) *An Introduction to Non-Classical Logic: From If to Is*, Cambridge, University of Cambridge Press.

- Quine, W. V. O. (1948) “On what there is”, *Review of Metaphysics*, 2: 21–38, en *From a Logical Point of View* (1953/1999), Cambridge, Massachusetts, London; Harvard University Press: 1–19.

- Quine, W. V. O. (1951) “Two dogmas of empiricism”, *Philosophical Review*, 60: 20–43, en *From a Logical Point of View* (1953/1999), Cambridge, Massachusetts, London; Harvard University Press: 20–46.

- Sagüillo, J. M. (1994): "Paradoxical Argumenations", Van Eemeren, F. et al. (eds.): *Proceedings of the III International Conference on Argumentation.* Vol. II, *Analysis and Evaluation*: 13-22.

- Thomasson, A. (1998) *Fiction and Metaphysics*, Cambridge: Cambridge University Press.

- Thomasson, A. L. (2009) “Answerable and Unanswerable Questions”, en Chalmers, D., Manley, D. and Wasserman, R. (ed.): *Metametaphysics. New Essays on the Foundations of Ontology*, New York, Oxford University Press.

- Yablo, S. (1998) “Does Ontology Rest on a Mistake?”, *Aristotelian Society, Supplementary Volume*, 72: 228-61.

- Yablo, S. (2005) “The Myth of the Seven,” en *Fictionalism in Metaphysics*, M. Kalderon (ed.), New York, Oxford University Press: 88–115.

- Yablo, S. (2008) “Carnap’s Paradox”, *Journal of Philosophy* 111 (9/10): 470-501. Disponible en: < http://www.academia.edu/8324555/Carnaps_Paradox >.

- Yablo, S. (2009) “Must Existence-Questions have Answers?” en David John Chalmers, David Manley & Ryan Wasserman (eds.), *Metametaphysics: New Essays on the Foundations of Ontology*, Oxford, Oxford University Press (2009).