

**MEMORIA PROYECTO DE INNOVACIÓN  
DOCENTE**

**ELABORACIÓN DE MATERIAL DOCENTE PARA LA  
ASIGNATURA EXPRESIÓN GRÁFICA DEL GRADO  
INGENIERÍA AGRÍCOLA DE LA FACULTAD DE CIENCIAS  
AGRARIAS Y AMBIENTALES**

**ID2016/057**

Coordinadora: M<sup>a</sup> Mercedes Delgado Pascual

## **1. INTRODUCCIÓN.**

Los profesores que han participado en este proyecto de innovación docente son:

- M<sup>a</sup> Mercedes Delgado Pascual, coordinadora del proyecto. Escuela Politécnica Superior de Zamora
- Nilda Sánchez Martín. Facultad de Ciencias Agrarias y Ambientales de Salamanca

## **2. PLANTEAMIENTO INICIAL**

Al hacer la solicitud de este proyecto de innovación se puso de manifiesto la dificultad de los alumnos de la asignatura Expresión Gráfica de 1º de Ingeniería Técnica Agrícola de la Facultad de Ciencias Agrarias y Ambientales de Salamanca en la comprensión de la base teórica de la materia.

Se propuso por ello la elaboración del material didáctico adaptado a las características del alumno y al particular enfoque de la asignatura en una titulación de Ingeniería Técnica Agrícola.

El material didáctico que se ha creado consta de tres temas:

- Tema 1: Expresión Gráfica. Sistemas de representación.
- Tema 2: Planos acotados.
- Tema 3: Aplicaciones topográficas.

Las explicaciones teóricas se han acompañado de múltiples figuras que facilitan la comprensión. Sirva de ejemplo el tema 2 en hay 36 figuras que lo ilustran.

Al final de cada tema se incluye un anexo con una cuidada selección de ejercicios, adaptados a la titulación. Su resolución servirá para afianzar la comprensión de los conceptos teóricos.

Tal y como se expuso en la solicitud del proyecto, los apuntes se facilitarán al alumno a través de la plataforma de enseñanza virtual Studium. Previamente a las clases, serán informados de los contenidos que se tratarán cada día y se recomendará la lectura previa.

Los objetivos que se buscan con el material docente creado son dos:

- Aumentar el interés del alumno por la asignatura, facilitar la comprensión de los contenidos teórico-prácticos, y afianzar la adquisición de las competencias asociadas a la materia.
- Dar difusión a este material a otros colectivos distintos a los alumnos de la Facultad de Ciencias Agrarias y Ambientales de la Universidad de Salamanca que puedan estar interesados.

### **3. MATERIAL DIDÁCTICO**

- Tema 1: Expresión Gráfica. Sistemas de representación.
- Tema 2: Planos acotados.
- Tema 3: Aplicaciones topográficas.



Fdo: M<sup>a</sup> Mercedes Delgado Pascual

# **TEMA I: EXPRESIÓN GRÁFICA. SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN**

1. Introducción
  2. Sistemas de representación
  3. La escala de una representación
  4. Normalización
- Anexo: ejercicios propuestos

## **1. INTRODUCCIÓN**

La EXPRESIÓN GRÁFICA, en términos generales, puede definirse como el arte de comunicar ideas, sentimientos y sensaciones a través del dibujo; desde una idea muy simple hasta una muy compleja. En el contexto de la ingeniería, la expresión gráfica es la forma de definir geoméricamente un proyecto, dimensionarlo y representarlo para que pueda ser ejecutado. El ingeniero o la ingeniera conciben mentalmente la transformación que quiere realizar y utiliza las herramientas de la expresión gráfica para plasmar plástica y geoméricamente su idea.

El DIBUJO TÉCNICO recoge el conjunto de herramientas y métodos que permiten a la expresión gráfica definir inequívocamente la geometría y dimensiones de un objeto. Es un lenguaje gráfico con sus reglas y normas, tales como escala, simbología y formatos, entre otras, para facilitar su comprensión y análisis. Es usado en ingeniería para representar y localizar de forma exacta en un dibujo los elementos de una construcción, facilitar su análisis, ayudar a su elaboración y posibilitar su construcción y mantenimiento. Entre otras herramientas, en el dibujo técnico aplicado a la expresión gráfica de proyectos de ingeniería se emplean signos gráficos regidos por normas que lo hacen un lenguaje más entendible e universal (NORMALIZACIÓN), como se verá más adelante.

El dibujo puede realizarse de forma manual, con papel y lápiz, o de forma digital, con un ordenador. La diferencia entre uno y otro es que mientras el papel restringe la representación a las dimensiones físicas del mismo, en el diseño asistido por ordenador (CAD, Computer-Aided Design) las representaciones gráficas de objetos se crean utilizando programas informáticos que permiten virtualmente la representación a tamaño

real del objeto. En ambos casos la representación es siempre bidimensional (papel o pantalla), aunque se puedan utilizar sistemas de representación que ayuden a la visualización en tres dimensiones. Estrictamente hablando, la única representación posible en tres dimensiones es a través de modelos o maquetas a escala.

## **2. SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN**

La geometría descriptiva es la parte de las matemáticas que estudia las propiedades y las medidas de las figuras en el plano o en el espacio. Frente a la geometría analítica, la geometría descriptiva utiliza la representación de las entidades gráficas para analizar espacialmente sus relaciones. A modo de ejemplo: la geometría analítica *define* una recta mediante la ecuación de sus coordenadas  $(x,y)$ ; sin embargo, la geometría descriptiva *representa* gráficamente esa recta en un plano.

Los sistemas de representación son aplicaciones de la geometría descriptiva que estudian la correspondencia entre puntos del espacio y puntos del plano bajo diferentes necesidades, como la representación de objetos tridimensional en una superficie bidimensional (el papel o la pantalla del ordenador). El fundamento de los sistemas de proyección es la geometría proyectiva, que estudia las proyecciones geométricas.

La propiedad fundamental de un sistema de representación es la reversibilidad, que consiste en que a partir de un objeto tridimensional el sistema de representación permite realizar una representación bidimensional, y a la inversa; dada la representación bidimensional, el sistema debe permitir obtener la posición en el espacio de cada uno de los elementos de dicho objeto.

### **2.1. Conceptos básicos**

Los sistemas de representación se basan en la proyección de los objetos sobre un plano de proyección (Figura 1).

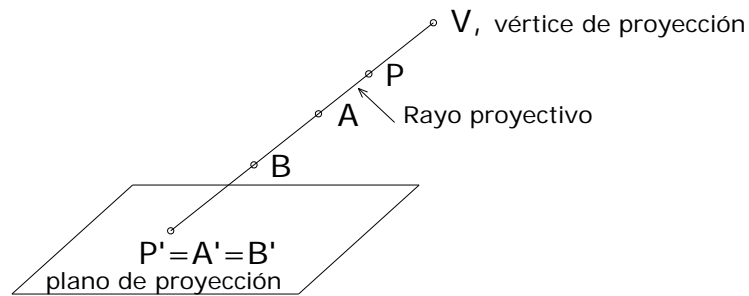


Figura 1. Proyección de un punto sobre el plano de proyección.

Proyectar es la operación geométrica que consiste en hacer pasar un rayo proyectivo por un punto determinado (línea imaginaria que une vértice de proyección V y punto P).

Haz de rayos proyectivos es el conjunto de líneas que parten de un punto denominado vértice de la proyección. El vértice de la proyección V puede ser un punto del espacio finito, llamado también punto propio, o del infinito, llamado punto impropio.

Proyección de un punto P sobre un plano es obtener el punto P' mediante la operación de proyectar y cortar el rayo proyectivo con un plano de proyección o plano del cuadro.

En la Figura 1 se observa que para el tipo de proyección mostrado existe una indeterminación al proyectar P, y es que si no existe otra información adicional, la posición de diferentes puntos en el espacio, tales como P, A y B, coincidirían en un mismo punto proyectado,  $P' = A' = B'$ . De esta forma, resultaría imposible restituir la posición en el espacio del punto P a partir de su proyección P'. Para solucionar dicha indeterminación se recurre a añadir información numérica acerca de la distancia entre el punto en el espacio y su proyección a lo largo del rayo proyectivo, o bien utilizar uno o dos planos de comparación más.

## 2.2. Clasificación de los sistemas de representación

Existen multitud de criterios y tipos de clasificaciones de las proyecciones y los sistemas de representación. De una manera simplificada, las proyecciones se clasifican en función de la posición del vértice de proyección, la dirección de los rayos proyectantes y del número de planos de proyección (Figura 2).

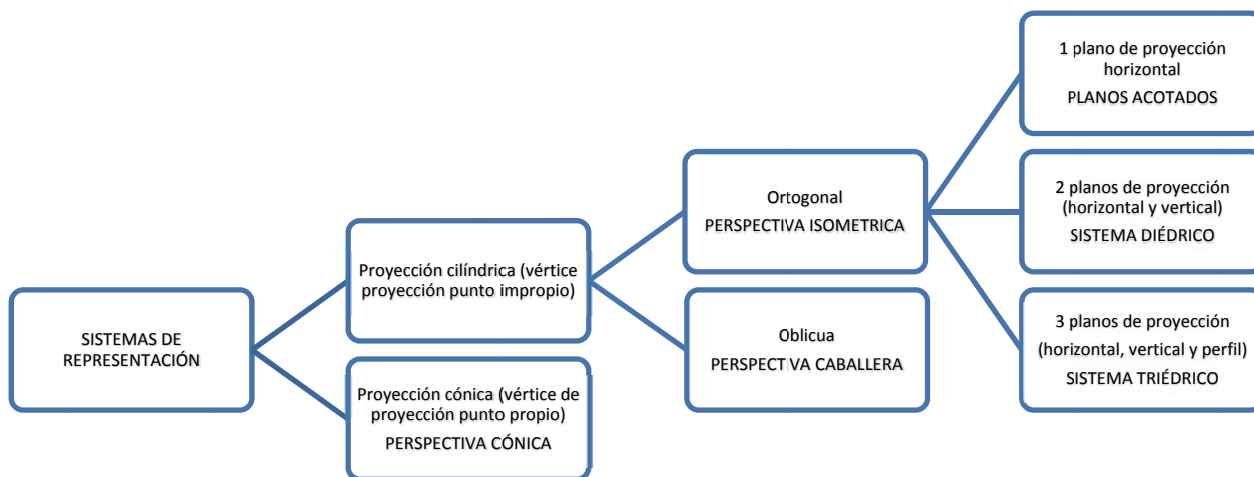
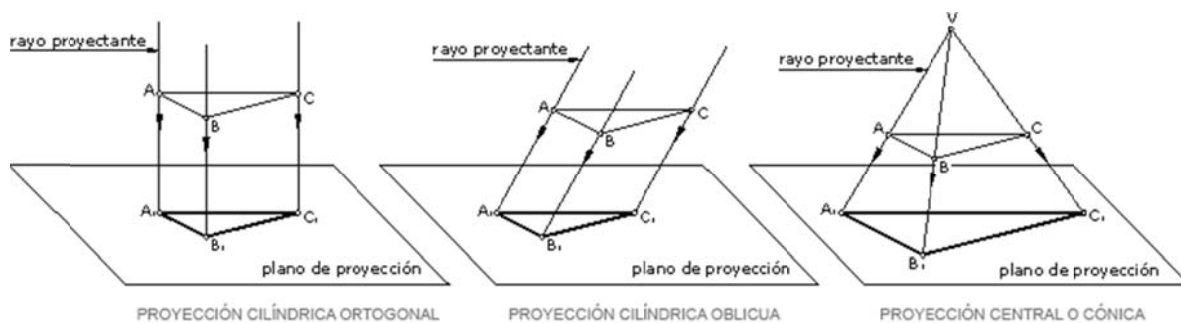


Figura 2. Tipos de proyecciones y sistemas de representación.

En los sistemas de planos acotados, así como en el diédrico y triédrico, existe la posibilidad de hacer medidas directas sobre el dibujo, pero tienen el inconveniente de que el objeto es percibido únicamente a través de vistas parciales de uno o varios planos por separado. El sistema acotado utiliza un único plano, dos el diédrico y tres el triédrico (Figura 3, abajo). No existe la posibilidad de ver el objeto “de un golpe de vista”, sino que se ven sus proyecciones. Son exhaustivamente usadas en proyectos de ingeniería y topografía, en los que las necesidades métricas prevalecen sobre la visualización.

Por el contrario, las llamadas “perspectivas” (Figura 3, arriba) dan una vista global del objeto en una sola vista, aunque el inconveniente es que no se pueden tener medidas directas sobre el dibujo a no ser que se hagan las necesarias transformaciones matemáticas. Son usadas en arquitectura (vistas 3D), ingeniería para visualización de piezas y vistas del terreno en perspectiva.

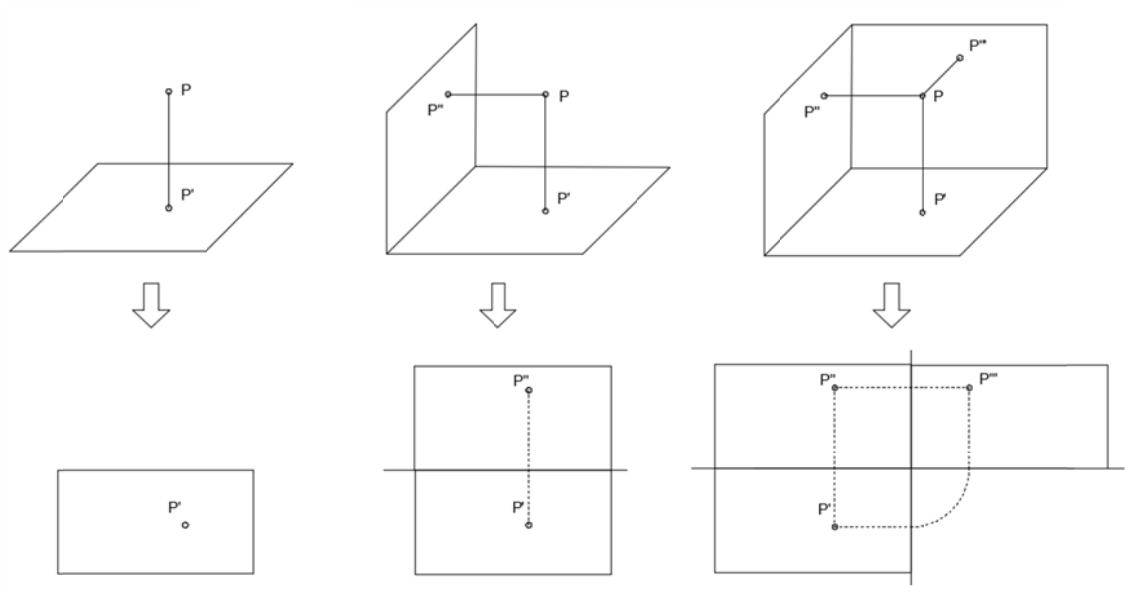


Figura 3. Representación de un punto en perspectiva (arriba) usando uno, dos o tres planos de referencia y la proyección del punto en el plano acotado, diédrico y triédrico (abajo).

### 3. BREVE DESCRIPCIÓN DE CADA UNO DE LOS SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN

#### 3.1. Sistema acotado

En esta proyección el objeto se proyecta sobre un plano horizontal de referencia. El punto queda representado por su proyección (la posición en el plano mediante las coordenadas  $x,y$ ) y su cota ( $z$ ) queda indicada numéricamente, normalmente entre paréntesis (Figura 4)

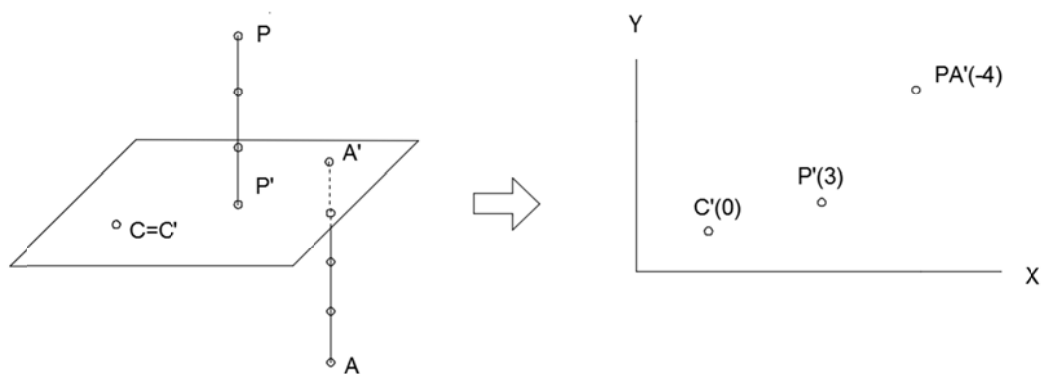


Figura 4. Representación de puntos en el sistema acotado.



### 3.2. Sistema diédrico

En lugar de un único plano de referencia se utilizan dos planos de proyección, el plano horizontal y el plano vertical, separados por la llamada línea de tierra (Figura 5). Posteriormente se abate el plano horizontal (PH) sobre el plano vertical (PV) para obtener el dibujo.

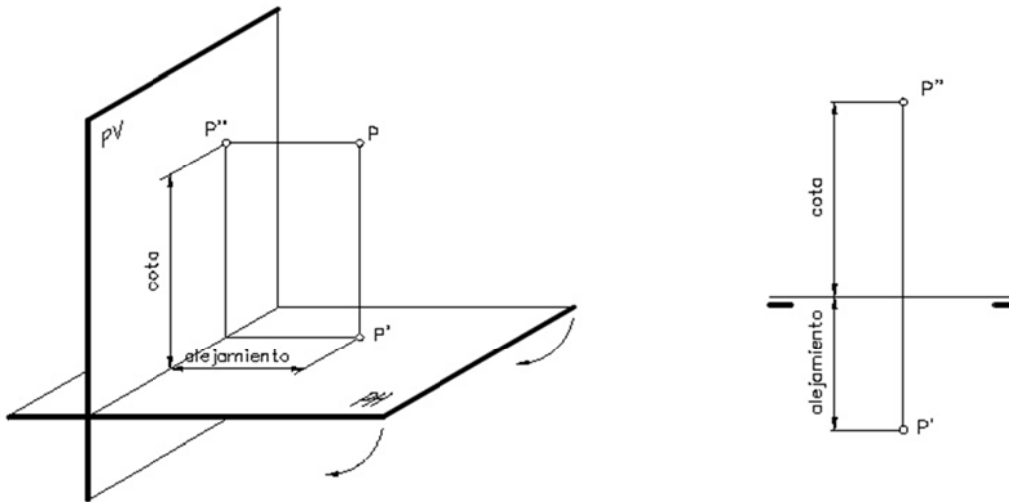


Figura 5. Representación de un punto en el sistema diédrico

### 3.3. Sistema triédrico

En este caso se utilizan tres planos de proyección: el plano horizontal, el plano vertical y el plano de perfil (Figura 6). Además de abatir el plano horizontal sobre el vertical, tal como hace el diédrico, en este caso se gira también el plano de perfil (PP) sobre el plano vertical. De esta manera obtenemos en un solo plano la representación o dibujo de las tres vistas, sobre las que se puede medir. Es típico en ingeniería y arquitectura que cada vista (planta, alzado y perfil) de un mismo objeto o construcción se dibujen por separado (Figura 7).

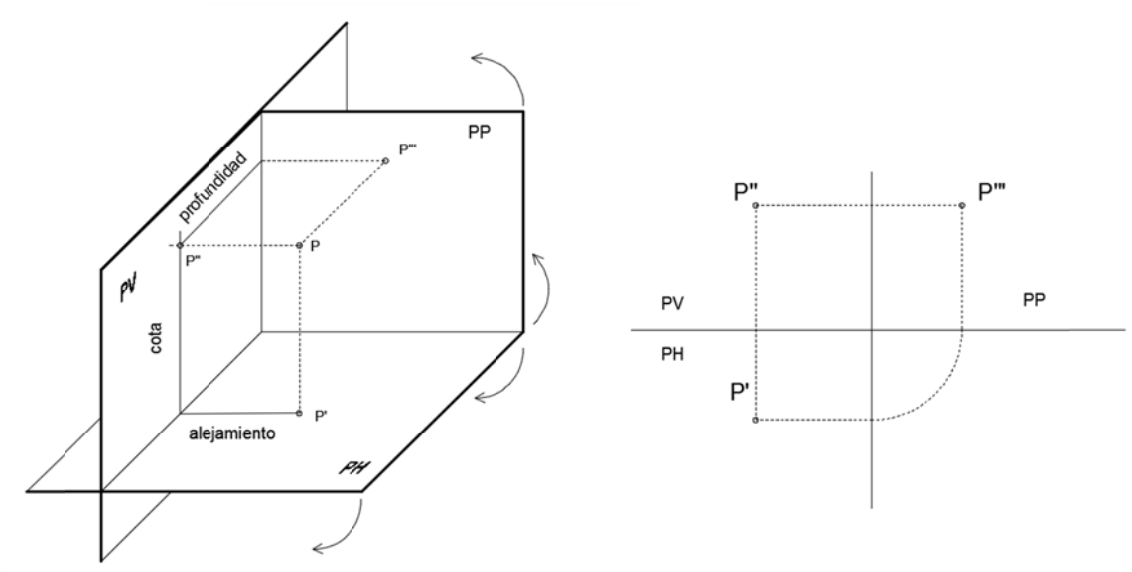


Figura 6. Representación de un punto en el sistema triédrico.

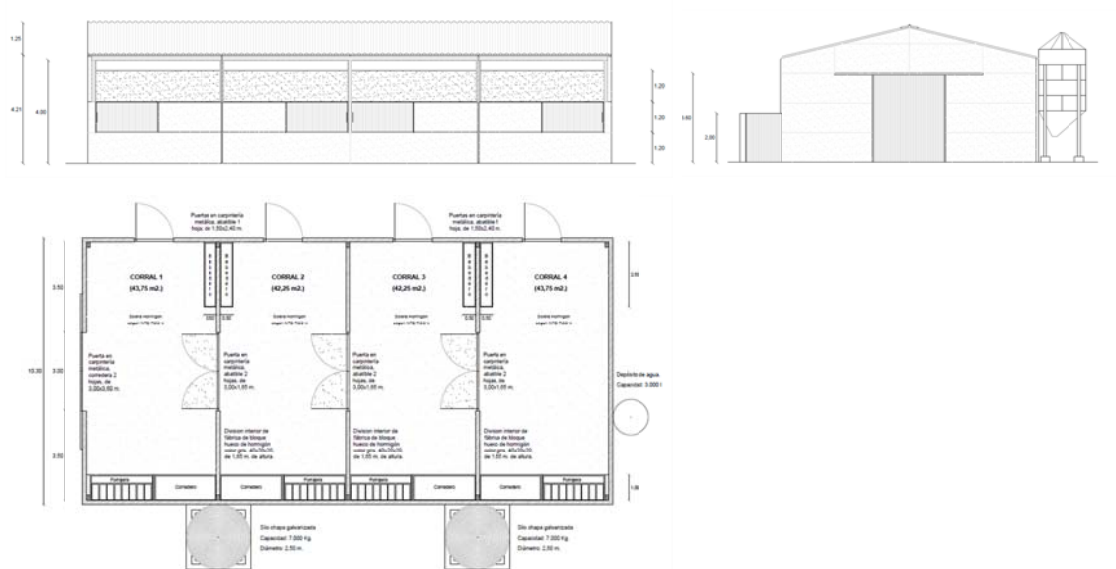


Figura 7. Planos de alzado, planta y perfil de una nave ganadera.

### 3.4. Perspectiva isométrica

Al igual que la perspectiva caballera, es un caso particular de la axonométrica, la cual proyecta el objeto simultáneamente sobre tres ejes ortogonales de forma que conserve sus proporciones en cada una de las tres direcciones del espacio: altura, anchura y longitud.

En la perspectiva isométrica el objeto se proyecta ortogonalmente sobre tres planos auxiliares o caras del triedro trirrectángulo (Figura 8), en la que los tres ejes ortogonales principales forman ángulos de  $120^\circ$ .

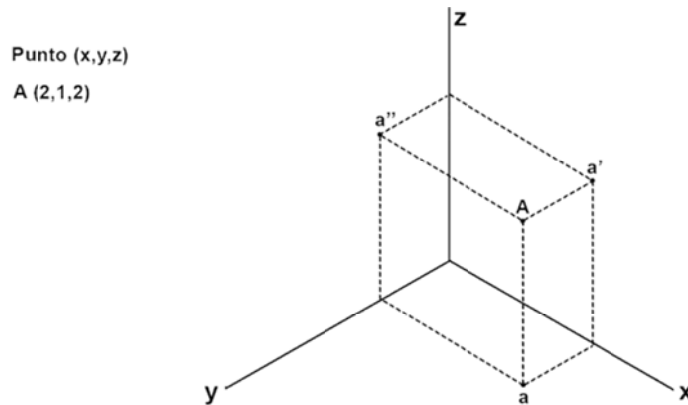


Figura 8. Representación de un punto en la perspectiva isométrica.

### 3.5. Perspectiva caballera

Es un sistema de proyección cilíndrica que en lugar de ser ortogonal, como la isométrica, es oblicua. En el plano proyectante frontal se reproducen las dimensiones del objeto en su verdadera magnitud, mientras que las proyecciones de sus puntos siguen una dirección oblicua a ese plano frontal. Las aristas que están en las direcciones oblicuas se presentan deformadas y sus dimensiones experimentan reducciones (Figura 9).

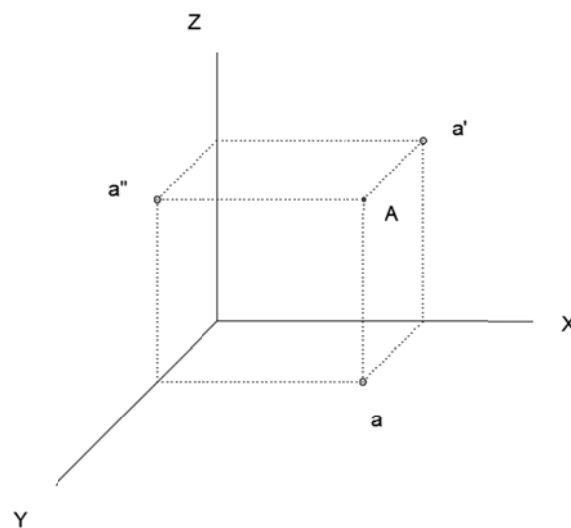


Figura 9. Representación de un punto en perspectiva caballera.

### 3.6. Perspectiva cónica

Se basa en la proyección del objeto sobre un plano auxiliándose de rectas proyectantes que convergen en el vértice de proyección. Ofrece una buena percepción, la más parecida a lo que aprecia el ojo humano o lo que se percibe en una fotografía. En el dibujo se perciben los cambios de tamaño derivados de la distancia entre el objeto y el observador (Figura 10).

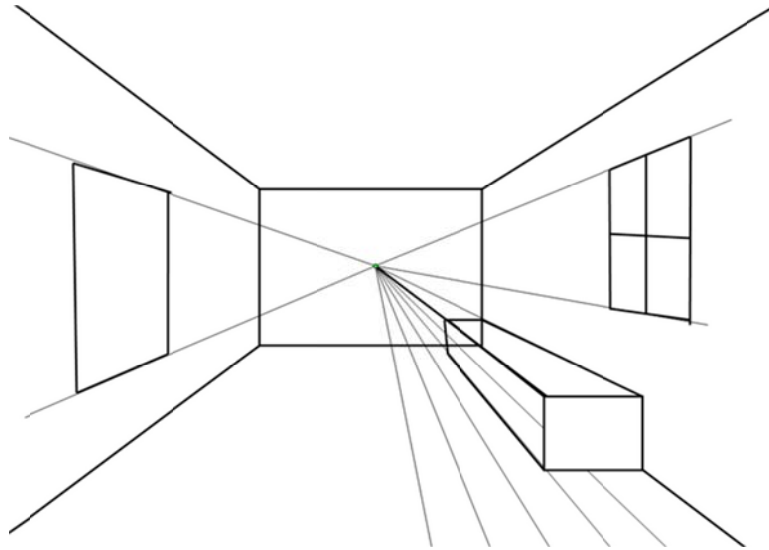


Figura 10. Perspectiva cónica.

## 4. ESCALA DE UNA REPRESENTACIÓN

Habitualmente al realizar los dibujos de los objetos de la realidad en un papel éstos no se pueden representar a su tamaño real. Por ello, las dimensiones reales se transforman proporcionalmente a unas medidas adecuadas al formato en el que se dibujan. Esta premisa sólo se aplica cuando se dibuja en un papel “físico”, no en representaciones virtuales como las que realizan las aplicaciones de diseño digital, en las que no hay un límite físico.

La ESCALA es la proporción entre las medidas de un dibujo y las medidas correspondientes del objeto real que representan. Ambas magnitudes deben estar siempre en las mismas unidades, ya que la escala es un factor adimensional.

$$\text{ESCALA} = \frac{\text{medida en el dibujo}}{\text{medida en la realidad}}$$

Algunas consideraciones sobre las escalas son las siguientes:

- La escala es un número sin unidades, únicamente informa de la proporción.
- La escala debe ser única en todo el dibujo.
- La designación es con la palabra “ESCALA” seguida de la relación correspondiente referida a la unidad. Por ejemplo ESCALA 1:1000.
- Todo dibujo debe incluir la escala de la representación.
- Los dibujos se confeccionan a escalas en las que el denominador de la fracción es una cifra entera.
- Una escala pequeña tiene un denominador grande, y al contrario, una escala grande tiene un denominador pequeño.

Es muy frecuente que en las representaciones se incluya, además de la escala numérica, una escala gráfica. Es una recta en la que en distancias del dibujo se indican las longitudes correspondientes de la realidad. En esa recta se pueden hacer divisiones más pequeñas desde el 0 hacia la izquierda. Es la contraescala o talón (Figura 11)

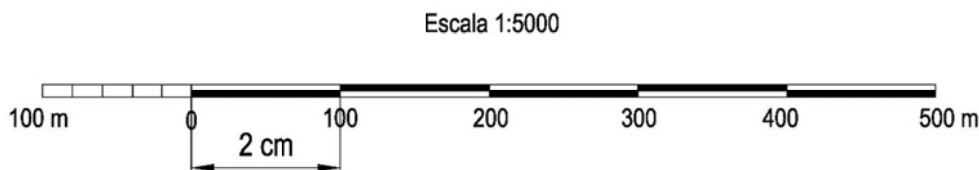


Figura 11. Ejemplo de escala gráfica.

Las escalas gráficas se pueden utilizar para determinar directamente una medida real llevando sobre la recta la distancia del dibujo. También sirven para comprobar la escala del dibujo tras realizar su impresión o reproducción (ampliándolo, reduciéndolo o sin variar la escala original). En la escala de la Figura 11, si el dibujo está a escala 1:5000, la distancia en la recta correspondiente a 100 m debe ser 2 cm.

La escala de un plano está muy relacionada con un concepto de la visión humana llamado límite de percepción visual. Se entiende como límite de percepción visual la menor distancia entre dos puntos de un plano para que se vean separados. Su valor se estima en 0,2 mm para un buen observador. Si la separación entre ellos es menor, el ojo los confunde en un solo punto. El límite de percepción visual marca el límite entre la representación de objetos con su forma real, o la utilización de símbolos. Es decir, si el tamaño de un objeto real, transformado a la escala del diseño (multiplicando por el denominador de la escala),

no llega a ser de 0,2 mm, se representaría con un símbolo. Este límite también determina los requerimientos de precisión de los instrumentos de medida, por ejemplo cuando se usan instrumentos topográficos.

#### 4.1. Tipos de escalas (Figura 12)

- Escala natural: ESCALA 1:1  
El objeto tiene el mismo tamaño en el dibujo y en la realidad.
- Escalas de reducción: ESCALA < 1 (el denominador es mayor que 1)  
Las medidas del dibujo son menores que las medidas reales del objeto.
- Escalas de ampliación: ESCALA > 1 (el numerador es mayor que 1)  
Las medidas del dibujo son mayores que las medidas reales del objeto.

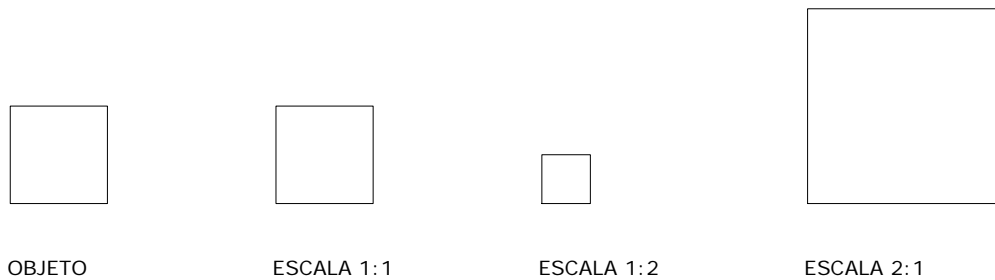


Figura 12. Ejemplos de escalas

#### 4.2. Algunos ejemplos del uso de las escalas

1. La escala permite calcular las medidas reales de los objetos representados a partir de las medidas realizadas en el dibujo.

Ejemplo. En un plano de catastro a Escala 1:5000 la longitud de una linde entre dos parcelas es 7 cm. La longitud real es:

$$\text{ESCALA} = \frac{\text{medida en el dibujo}}{\text{medida en la realidad}} ; \frac{1}{5000} = \frac{7.5\text{cm}}{X} ; X = 7.5 * 5000 \text{ cm} = 37500 \text{ cm} = 375 \text{ m}$$

2. A la inversa, también es muy frecuente que sea necesario calcular la escala adecuada para hacer la representación de un objeto dado en un determinado formato.

Ejemplo. Se desea representar en un formato A4 con una zona útil de dibujo de 180 mm x 277 mm la planta de una nave rectangular de 20 m x 10 m. La escala adecuada es:

$$E_1 = \frac{180 \text{ mm}}{10 \text{ m}} = \frac{180 \text{ mm}}{10000 \text{ mm}} = \frac{1}{55.5} ; E_2 = \frac{277 \text{ mm}}{20 \text{ m}} = \frac{277 \text{ mm}}{20000 \text{ mm}} = \frac{1}{72.2}$$

En este caso hay dos escalas posibles. Sería necesario utilizar la escala más pequeña (E 1:72.2) para que la nave se ajuste al papel, ya que si usamos la más grande, uno de los lados se quedaría fuera del dibujo. Dado que las escalas deben tener como denominador una cifra entera, se haría el dibujo a escala 1:100 o 1:75.

## 5. NORMALIZACIÓN

Consiste en la elaboración y aplicación de normas con el objeto de ordenar actividades repetidas que se desarrollan principalmente en el ámbito de la ciencia, la tecnología y la economía. La normalización crea, simplifica y unifica un lenguaje claro y preciso que facilite procesos y usos comunes. La utilización de las normas unifica la producción, lo que permite el intercambio, reduce los costes al simplificar los modelos y mejora la calidad al establecer los requisitos mínimos que se deben cumplir.

La norma es el documento que establece las condiciones mínimas que debe reunir un producto o servicio para que sirva al uso al que está destinado.

Existen multitud de organismos de normalización a distintos niveles:

- Internacionales:  
ISO, International Standardization Organization.
- Europeos:  
CEN Comité Europeo de Normalización
- Nacionales:  
DIN, Deutsches Institut für Normung (Alemania). Creado en 1917, fue el primer organismo dedicado a la normalización.  
AENOR: Asociación Española de Normalización y Certificación. Es el organismo de normalización en España. Las normas UNE (Una Norma Española) son elaboradas en Comisiones Técnicas de Normalización (CTN). AENOR es miembro de ISO y de CEN.

### 5.1. Algunas normas relacionadas con las representaciones

- FORMATO DE PAPEL (Norma UNE- EN ISO 5457:2000. Documentación técnica de productos. Formatos y presentación de los elementos gráficos de las hojas de dibujo).

El tamaño del papel de dibujo está normalizado y adoptado por todas las naciones con objeto de uniformar sobres, carpetas y archivadores. La serie A es la básica, y el formato base el A0, que es un papel rectangular en el que la relación de los lados es la que se observa en la Figura 13 y su superficie es de  $1 \text{ m}^2$ .

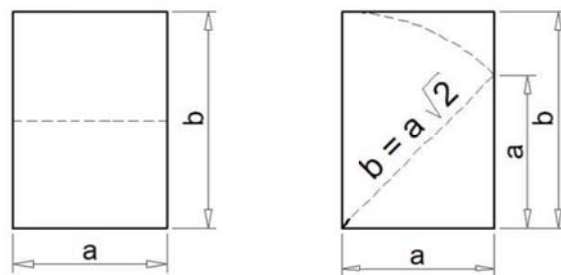


Figura 13. Relación de magnitudes del formato A0.

Así, las dimensiones del rectángulo A0 son:

$$a \cdot b = 1 \text{ m}^2 ; a \cdot a\sqrt{2} = 1 \text{ m}^2 ; a = 0,841 \text{ m} = 841 \text{ mm} ; b = a \cdot \sqrt{2} = 1189 \text{ mm}$$

Los siguientes formatos guardan la misma relación y se derivan del A0, doblando transversalmente el anterior (Figura 14). Los tamaños resultantes de la serie DIN-A, en mm, figuran en la Tabla 1:

| FORMATO<br>Serie A | DIMENSIONES<br>mm |
|--------------------|-------------------|
| A0                 | 841 * 1189        |
| A1                 | 594 * 841         |
| A2                 | 420 * 594         |
| A3                 | 297 * 420         |
| A4                 | 210 * 297         |
| A5                 | 148 * 210         |
| ...                | ...               |
| A10                | 26 * 37           |

Tabla 1. Dimensiones de la serie DIN-A



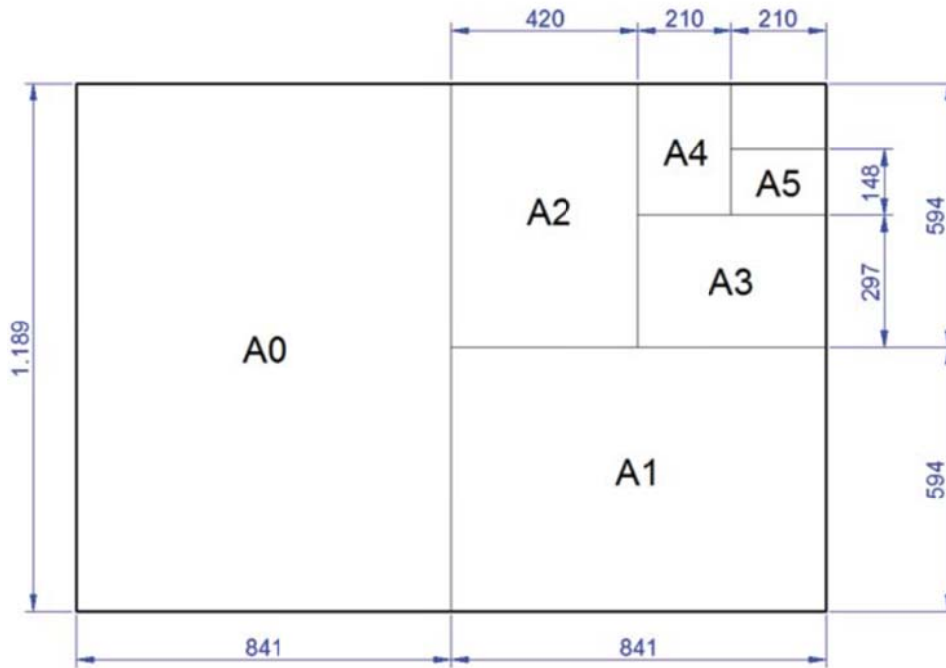


Figura 14. Formatos de la serie DIN-A

En dibujo técnico el formato menor que se utiliza es el A4. Siempre se debe utilizar el formato más pequeño posible, por lo que si el dibujo puede hacerse en un A4 no se debe utilizar un A3. El tamaño del papel elegido determinará la escala de la representación, y el tamaño de los textos, acotaciones, leyenda, etc., deben estar también en armonía con el tamaño del papel y el objeto representado.

- **MÁRGENES**

En el papel se debe delimitar un recuadro interior (marco) que separa la zona útil del dibujo y los bordes del formato. Los márgenes aconsejables son de 20 mm para A0 y A1, 10 mm para A2, A3 y A4, aunque podrán ser 20 mm en el lado izquierdo para la encuadernación.

- **ORIENTACIÓN DEL FORMATO**

Las hojas pueden emplearse verticales o apaisadas, si bien es general el uso vertical en A4 y apaisado en A3.

- **BLOQUE DE TÍTULOS, CUADRO DE ROTULACIÓN O CAJETÍN** (Norma UNE-EN ISO 7200:2004, Documentación técnica de productos. Campos de datos en bloques de títulos y en cabeceras de documentos).

El bloque de títulos o cajetín es un rectángulo, que suele subdividirse en casillas, ubicado dentro de la zona de dibujo, en la parte inferior derecha. Debe ser visible, con una longitud de 170 mm, que se corresponde al formato A4 teniendo en cuenta los 20 mm del margen de encuadernación y los 10 mm del margen izquierdo. En la Figura 15 se muestra la disposición del cajetín para formatos horizontales y verticales. El cajetín tiene siempre el mismo tamaño, independientemente del formato elegido para el plano.

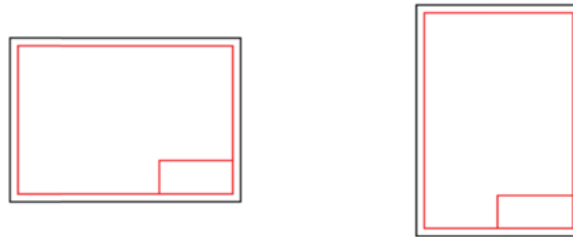


Figura 15. Posición del cajetín y marco en un plano de proyecto.

En el cajetín figurarán, al menos, los siguientes campos de identificación y descriptivos (Figura 16):

- Autor
- N° de identificación del plano
- Fecha de edición
- Título dibujo
- Escala

|  |   |   |
|--|---|---|
| <br><b>VNIVERSIDAD<br/>DSAJAMANCA</b> | FACULTAD DE CIENCIAS AGRARIAS Y AMBIENTALES |  |
| PROYECTO DE:   |   |   |
| <b>Título</b>  |   |   |
| PLANO:   | <b>Nombre del plano</b>                     | <b>N°</b>   |
| ESCALA:  | LOS ALUMNOS:                                | FECHA:  |
|  |   | FIRMA:  |
|  |   | Código:   |

Figura 16. Cajetín genérico usado en los proyectos de Ingeniería Agrícola

- PLEGADO DE PLANOS (Norma UNE 1027:1995, Dibujos técnicos. Plegado de planos)

El dibujo plegado debe quedar en formato A4 por ser el más manejable y permitir su encuadernado y guardado en carpetas. El plegado de los planos se debe hacer de modo que el cajetín, que identifica el contenido del dibujo, quede siempre visible.

Para realizar el doblado de los planos, en primer lugar se pliegan en zig-zag longitudinalmente y a continuación se hacen los pliegues transversales. En la Figura 17 se muestra un ejemplo de cómo hacer el plegado.

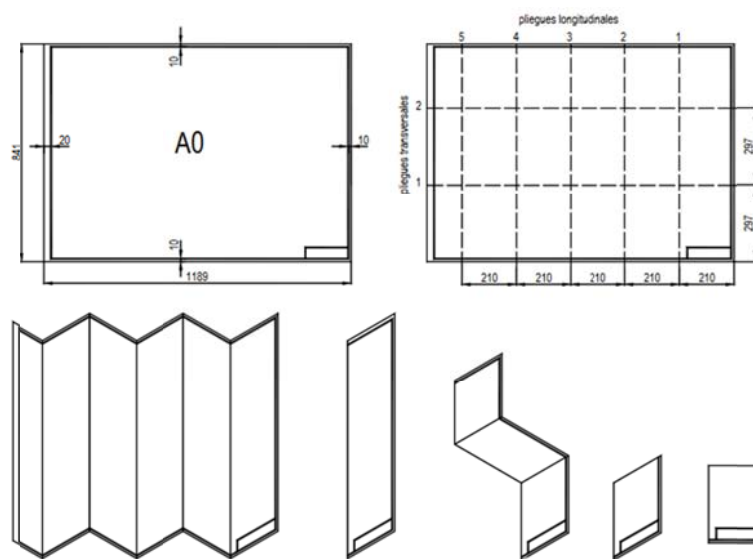


Figura 17. Procedimiento para el plegado de planos

- ESCALAS (Norma UNE – EN ISO 5455:1996, Dibujos técnicos. Escalas)

La escala debe figurar en el cuadro de rotulación, en la casilla habilitada para tal fin. Un mismo plano puede incluir varias escalas: general, de detalle, etc., en cuyo caso se indicará “varias”. Las escalas recomendadas por la Norma en los dibujos técnicos figuran en la Tabla 2, y algunas escalas usuales en diferentes ámbitos de la ingeniería se recogen en la Tabla 3.

|                              |               |               |                |
|------------------------------|---------------|---------------|----------------|
| <b>ESCALAS DE AMPLIACION</b> | <b>50:1</b>   | <b>20:1</b>   | <b>10:1</b>    |
|                              | <b>5:1</b>    | <b>2:1</b>    |                |
| <b>ESCALA NATURAL</b>        |               |               | <b>1:1</b>     |
| <b>ESCALAS DE REDUCCION</b>  | <b>1:2</b>    | <b>1:5</b>    | <b>1:10</b>    |
|                              | <b>1:20</b>   | <b>1:50</b>   | <b>1:100</b>   |
|                              | <b>1:200</b>  | <b>1:500</b>  | <b>1:1000</b>  |
|                              | <b>1:2000</b> | <b>1:5000</b> | <b>1:10000</b> |

Tabla 2. Escalas habituales en proyectos de ingeniería.

| <b>Escalas de reducción</b>        |                               |                   |                  | <b>Escalas de ampliación</b> |
|------------------------------------|-------------------------------|-------------------|------------------|------------------------------|
| <b>Fabricación e instalaciones</b> | <b>Construcciones civiles</b> | <b>Topografía</b> | <b>Urbanismo</b> |                              |
| 1:2                                | 1:5                           | 1:100             | 1:500            | 2:1                          |
| 1:5                                | 1:10                          | 1:200             | 1:2000           | 5:1                          |
| 1:10                               | 1:20                          | 1:500             | 1:2500           | 10:1                         |
| 1:20                               | 1:50                          | 1:2000            | 1:5000           | 20:1                         |
| 1:50                               | 1:100                         | 1:5000            | 1:25000          | 50:1                         |
| 1:100                              | 1:200                         | 1:10000           | 1:50000          |                              |
| 1:200                              | 1:500                         | 1:25000           |                  |                              |
|                                    | 1:1000                        | 1:50000           |                  |                              |

Tabla 3. Escalas habituales en proyectos de ingeniería.

## ANEXO. EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Se desea representar a escala 1:250 un edificio de planta rectangular de 80 m x 60 m. ¿Qué dimensiones tendrá la planta en el dibujo? ¿Qué formato de papel normalizado se podría utilizar considerando la orientación y márgenes recomendados?
2. Sobre una carta marina a E 1:50000 se mide una distancia de 6,8 cm entre dos islotes, ¿qué distancia real hay entre ambos?
3. Se desea representar en un formato A4 (espacio de dibujo 180 mm x 277 mm) un objeto de dimensiones 12 m x 23 m. ¿Qué escala, de las normalizadas, es la adecuada?
4. Una finca cuya superficie es de 8 Ha ocupa  $128 \text{ cm}^2$  en un mapa. Determinar la escala del mapa.
5. Construir la escala gráfica 1:25000 graduando 3 km cada km y contraescala de 1 km cada 100 m.
6. Hallar la escala de un mapa en el que se quiere representar un pozo circular de 15,708 m de perímetro sin utilizar un símbolo.
7. En un plano se quiere representar un camino de dirección EO de 2,5 km de longitud y ancho 3 m. Se dispone de un espacio de dibujo rectangular de 25 cm x 15 cm que se colocará apaisado. Hallar la escala a la que se puede hacer la representación sin utilizar símbolos para el camino.

## TEMA 2: PLANOS ACOTADOS

1. Generalidades. Representación del punto.
2. Representación de la recta. Definiciones. Posiciones relativas. Abatimiento.
3. Representación del plano. Definiciones. Posiciones relativas. Abatimiento.
4. Perpendicularidad. Intersecciones. Ángulos y distancias.
5. Aplicaciones: cubiertas.

### 1. GENERALIDADES. REPRESENTACIÓN DEL PUNTO

El sistema de representación de planos acotados es una proyección cilíndrica ortogonal sobre un plano horizontal denominado plano de comparación, plano de referencia o plano del cuadro (Figura 1).

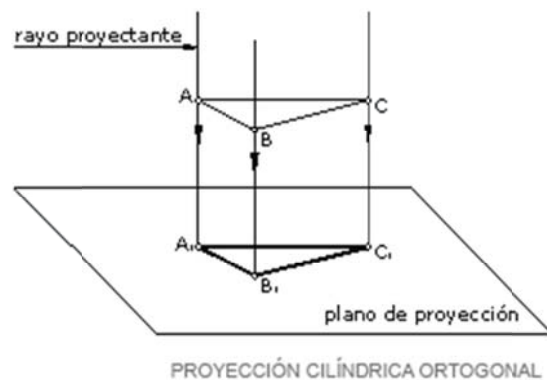


Figura 1. Fundamento del sistema acotado.

Cada punto del espacio se proyecta en un punto del plano de proyección. Un punto proyectado se corresponde con infinitos puntos del espacio. Para resolver la indeterminación, el sistema acotado incorpora una información numérica: la distancia desde el punto del espacio hasta el plano de proyección, la cota (Figura 2)

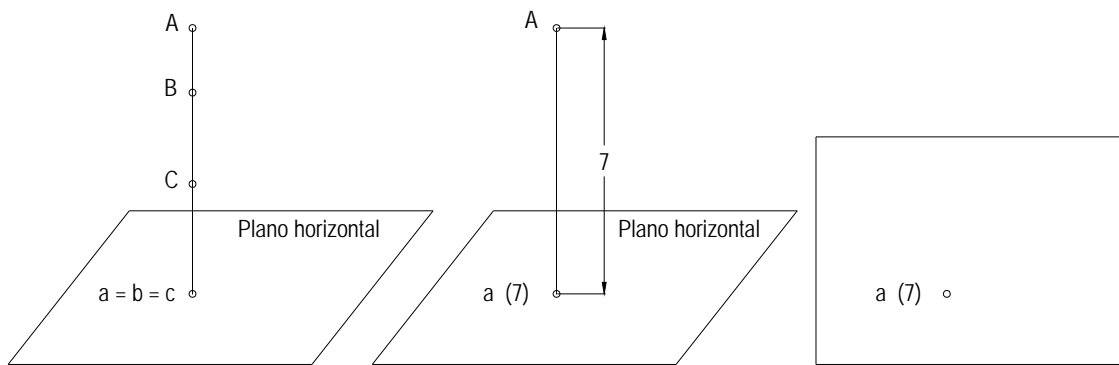


Figura 2. Representación de un punto en el sistema acotado con la cota indicada entre paréntesis. Nótese que el punto en el espacio se indica con letra mayúscula y su proyección con minúscula.

Se llama ALTITUD a la cota referidas al nivel del mar. Las cotas pueden ser positivas, negativas o nulas segun el punto esté por encima del plano de proyección, por debajo del plano de proyección o en el plano de proyección o (Figura 3):

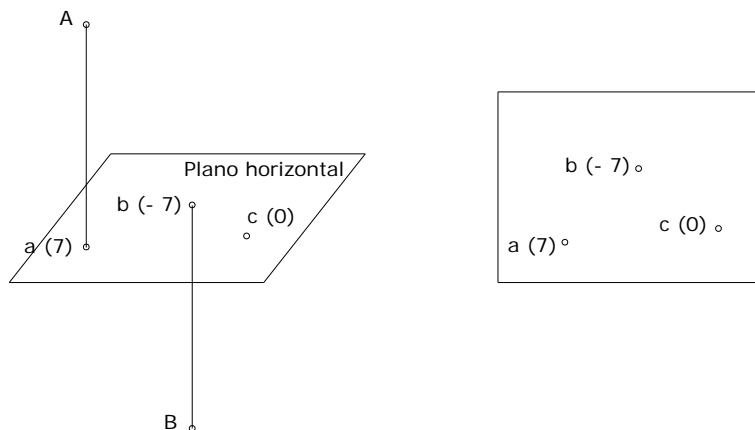


Figura 3. Representación de puntos con diferentes cotas.

En esta proyección se mantienen las dimensiones del plano horizontal, mientras que la tercera dimensión está representada numéricamente por la cota. Por ello se considera adecuado para representar los objetos cuyas medidas verticales son mucho más pequeñas que las horizontales, como por ejemplo las cubiertas o el terreno.

Para definir la posición de los puntos en el espacio, generalmente se establece un sistema de coordenadas cartesianas X e Y en el plano de proyección. La tercera dimensión, Z, es la cota. Cuando se aplica una escala a este sistema de representación, el valor indicado en la cota no sufre variación, siempre se mantiene su medida real. Sin embargo, la escala sí se aplica para la representación de las coordenadas cartesianas X e Y.

Coordenadas cartesianas en el plano horizontal (Figura 4):

- Coordenadas absolutas: abscisa ( $X_A$ ) y ordenada ( $Y_A$ )
- Coordenadas relativas o incrementos:  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$

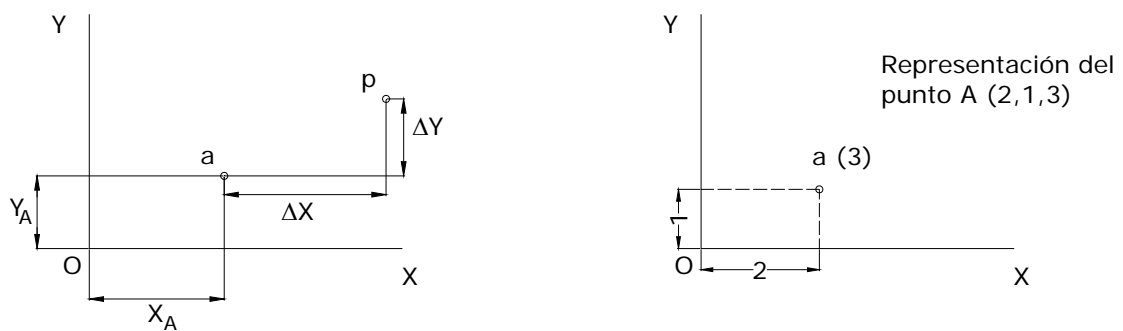


Figura 4. Coordenadas absolutas y relativas.

## 2. REPRESENTACION DE LA RECTA. DEFINICIONES. POSICIONES RELATIVAS. ABATIMIENTO.

Una recta en acotados se representa uniendo la proyección de dos de sus puntos. La recta puede ser (Figura 5):

- Horizontal: dos puntos diferentes con la misma cota (recta AB)
- Inclinada: dos puntos distintos con diferente cota (recta EF)
- Vertical: un mismo punto con dos cotas distintas (recta CD)



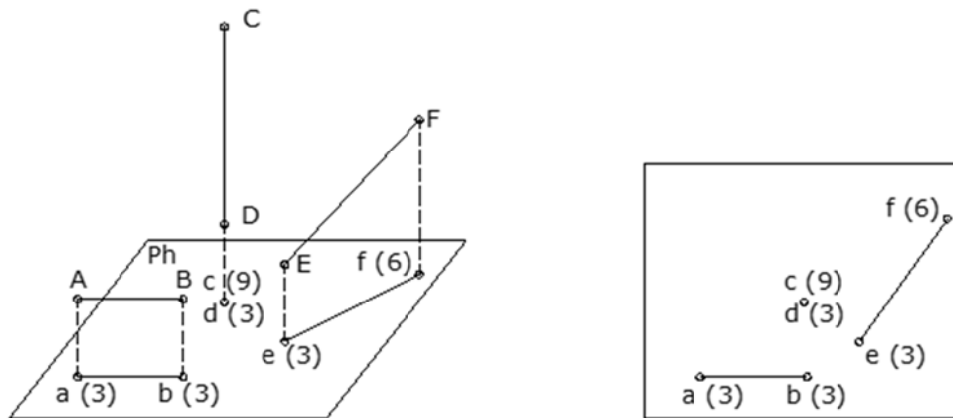


Figura 5. Representación de tres rectas.

## 2.1. Definiciones en la recta (Figura 6)

**TRAZA:** es la intersección de la recta con el plano de comparación, y es por tanto el punto de cota 0.

**PENDIENTE (p):** es la tangente del ángulo que forma la recta con su proyección horizontal.

$$p = \operatorname{tag} \alpha = \frac{\Delta Z}{D \text{ horizontal}} ; \alpha = \operatorname{arctag} \frac{\Delta Z}{D \text{ horizontal}}$$

La pendiente se puede indicar de varias maneras. Por ejemplo, si una pendiente es  $p = 2/20$ , se puede expresar:

- En forma de fracción,  $p = 2/20$ .
- Realizando el cociente,  $p = 0,1$ . Indica el desnivel correspondiente a 1 m de distancia reducida.
- En %, multiplicando el cociente por 100. Indica el desnivel correspondiente a 100 m de distancia reducida:  $p = 10\%$ . Es la forma más común de expresar las pendientes.
- En  $\text{‰}$ , multiplicando el cociente por 1000. Indica el desnivel correspondiente a 1000 m de distancia reducida:  $p = 100\text{‰}$ . Se suele utilizar cuando las pendientes son muy pequeñas.
- Calculando el ángulo  $\alpha$ .  $\alpha = \operatorname{arctag} \frac{2}{20} = 5.71^\circ$

**MÓDULO, INTERVALO O TALUD (m):** es la cotangente del ángulo que forma la recta con su proyección horizontal.

$$m = \cot \alpha = \frac{D \text{ horizontal}}{\Delta Z}$$

También se puede definir como la distancia horizontal correspondiente a 1 unidad de desnivel.

**INCLINACIÓN  $\alpha$**  de una recta: es el ángulo que forma la recta con el plano de proyección.

**DIRECCIÓN:** es el ángulo medido en el plano de proyección que forma la recta respecto al eje Y

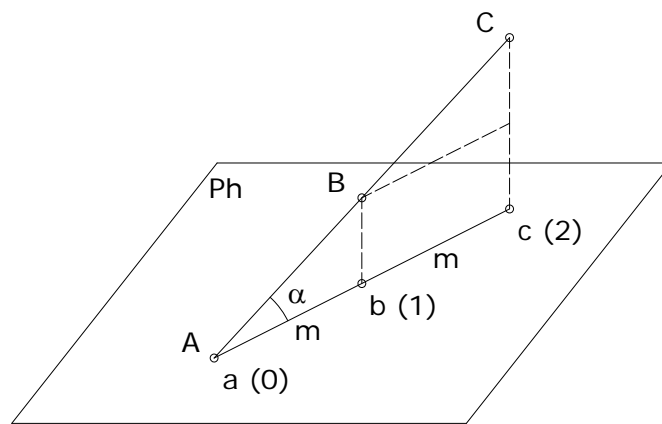


Figura 6. Elementos de la recta.

## 2.2. Distancias entre puntos de una recta

**Distancia geométrica o inclinada (DG):** es la longitud de la recta que une dos puntos del espacio.

**Distancia horizontal o reducida (DR):** es la longitud de la recta que une la proyección de los puntos en el plano horizontal. Se cumple que:

$$DG^2 = DR^2 + \Delta Z^2, \text{ siendo } \Delta Z \text{ el desnivel}$$

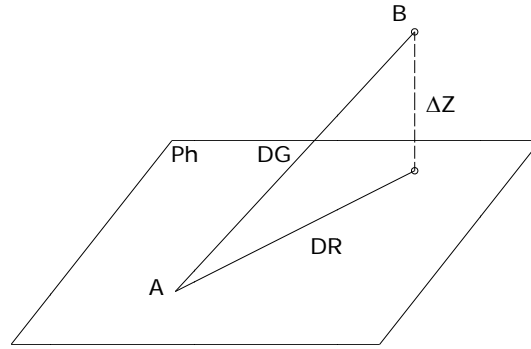


Figura 7. Distancia horizontal, distancia inclinada y desnivel.

### 2.3. Posiciones relativas de las rectas

Rectas paralelas (Figura 8):

- Sus proyecciones en el plano de comparación son rectas paralelas.
- El ángulo de pendiente es el mismo, y por tanto tendrán el mismo módulo.
- Están graduadas en el mismo sentido.

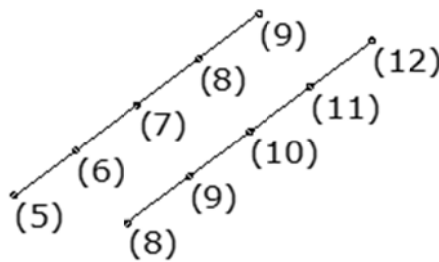


Figura 8. Rectas paralelas

Rectas que se cruzan (Figura 9):

- Sus proyecciones en acotados se cortan, y el punto de corte tiene cota diferente en cada una de las rectas.
- Dos rectas que se cruzan no pertenecen al mismo plano. Al unir puntos de igual cota en las dos rectas las líneas resultantes no son paralelas.

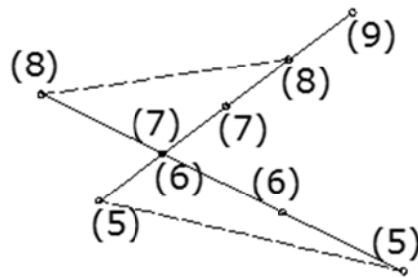


Figura 9. Rectas que se cruzan.

Rectas que se cortan (Figura 10):

- Sus proyecciones se cortan, y el punto de corte tiene la misma cota en las dos rectas.
- Dos rectas que se cortan definen un plano. Al unir puntos de igual cota en las dos rectas las líneas resultantes son paralelas

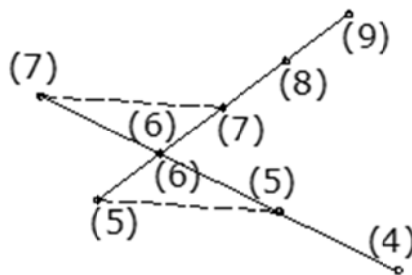


Figura 10. Rectas que se cortan.

#### 2.4. Abatimiento de una recta

De forma general, abatir un plano sobre otro es superponerlo al segundo haciendo un giro respecto a la línea de intersección de ambos, que se denomina charnela. En acotados se abate sobre el plano horizontal. Los abatimientos se utilizan para obtener magnitudes verdaderas, como ángulos de pendiente, distancias reales, etc.

Para abatir una recta se abate el plano vertical que la contiene sobre el plano horizontal. En la Figura 11 se realiza el abatimiento de la recta AB utilizando como charnela la horizontal de cota 0, y en la figura 12 respecto a la de cota 2:

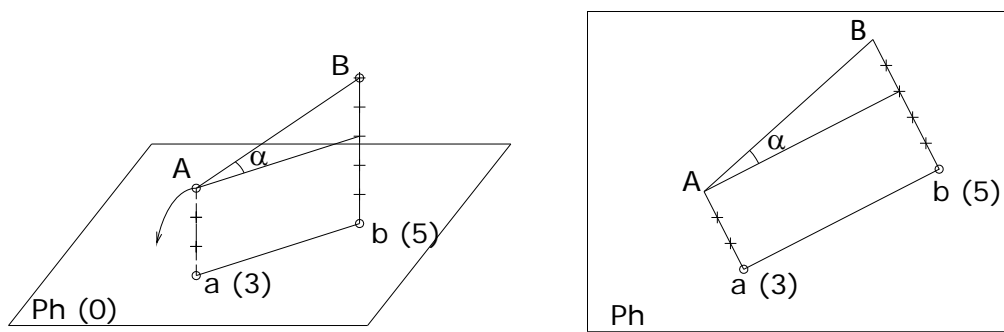


Figura 11. Abatimiento de la recta AB respecto a la cota 0.

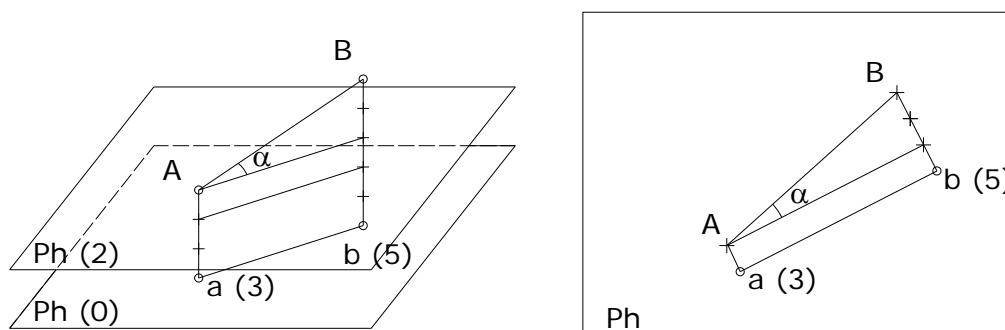


Figura 12. Abatimiento de la recta AB respecto a la cota 2.

### 2.5. Graduación de la recta

Graduar una recta es situar puntos de cotas enteras consecutivas. Para graduar una recta es necesario realizar el abatimiento (Figura 13).

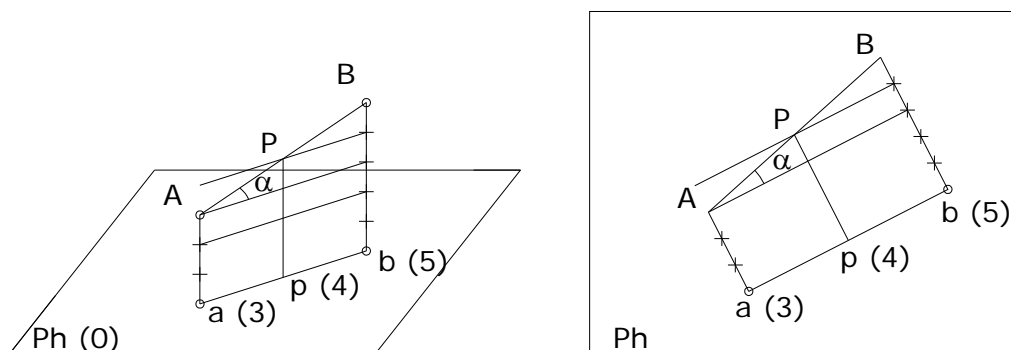


Figura 13. Graduación de la recta AB.

### 3. REPRESENTACIÓN DEL PLANO. DEFINICIONES. POSICIONES RELATIVAS. ABATIMIENTO.

El plano en acotados se representa por sus horizontales (rectas horizontales de cota entera) o bien mediante la línea de máxima pendiente, que define la pendiente del plano, una vez graduada. La línea de máxima pendiente es perpendicular a las horizontales y se representa con una línea doble (Figura 14).

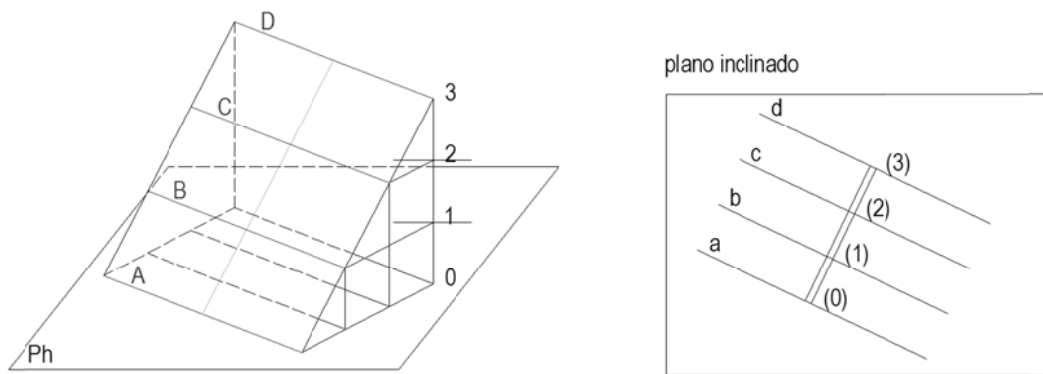


Figura 14. Representación del plano.

Un plano puede ser:

- Inclinado: se representa por sus horizontales o la línea de máxima pendiente graduada.
- Horizontal: se representa mediante dos rectas horizontales de igual cota (Figura 15).
- Vertical: se representa por su traza con el plano de comparación y una recta vertical (Figura 15).

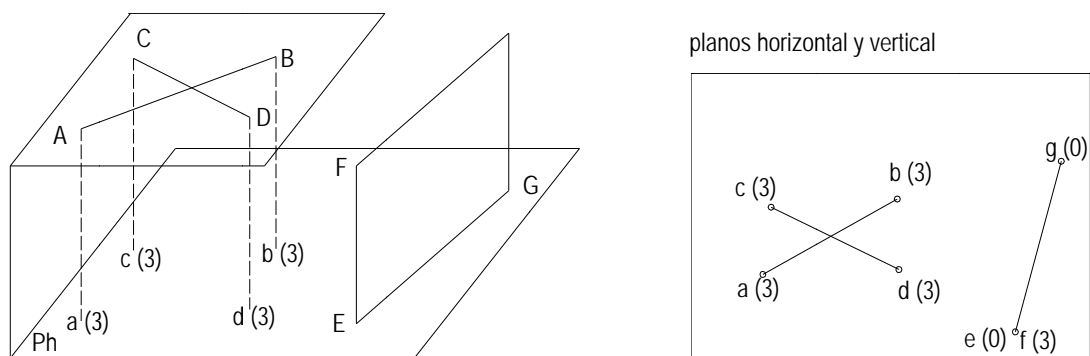


Figura 15. Plano horizontal y plano vertical

### 3.1. Definiciones en el plano

PENDIENTE de un plano: es la pendiente de la línea de máxima pendiente.

MÓDULO de un plano: es el de la línea de máxima pendiente.

INCLINACIÓN de un plano: es la de la línea de máxima pendiente.

BUZAMIENTO: indica la dirección en la que se inclina el plano, puede ser hacia el Norte, Sur, Este u Oeste (Figura 15).

DIRECCIÓN de un plano: es el ángulo medido en el plano de proyección que forman las horizontales respecto al eje Y.

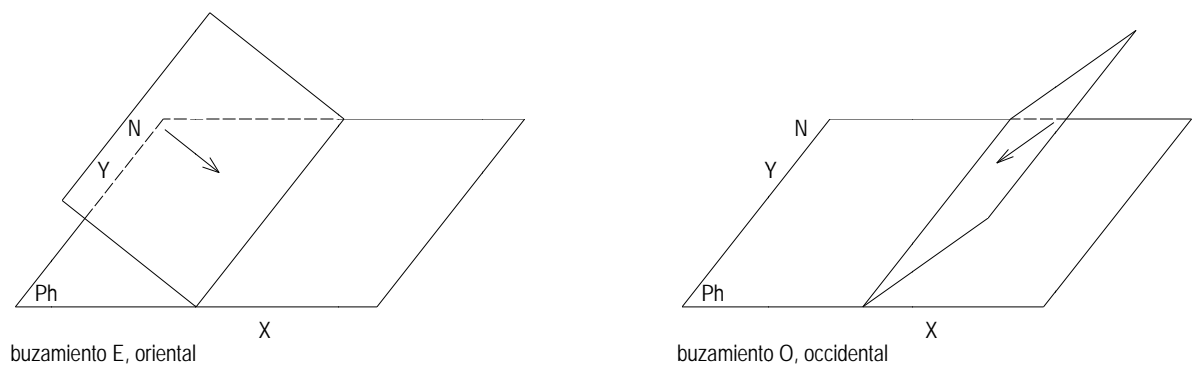


Figura 15. Buzamiento del plano.

### 3. 2. Posiciones relativas de los planos

Planos paralelos (Figura 16):

- Misma dirección, pendiente y buzamiento.
- En el plano de proyección tienen horizontales paralelas, módulos iguales y líneas de máxima pendiente graduadas en el mismo sentido.

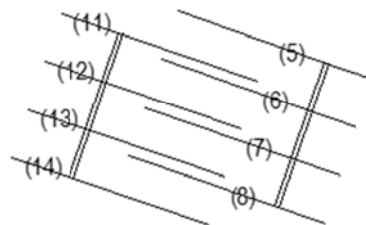


Figura 16. Planos paralelos.

Planos que se cortan (Figura 17):

- Diferente dirección, distinto módulo o buzamientos opuestos.

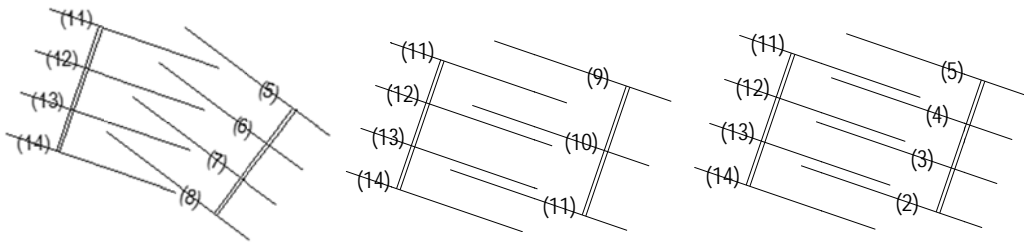


Figura 17. Planos que se cortan. Diferentes casos.

### 3.3. Determinación del plano

Caso 1. Plano definido por una recta r y un punto P (Figura 18)

Los pasos que se siguen para representar el plano son:

- a) Graduar la recta r.
- b) Para determinar una horizontal del plano se une el punto P con el de la recta r que tenga la misma cota.
- c) Las demás horizontales son paralelas a la primera.
- d) Dibujar la línea de máxima pendiente en cualquier lugar para indicar que se trata de un plano.



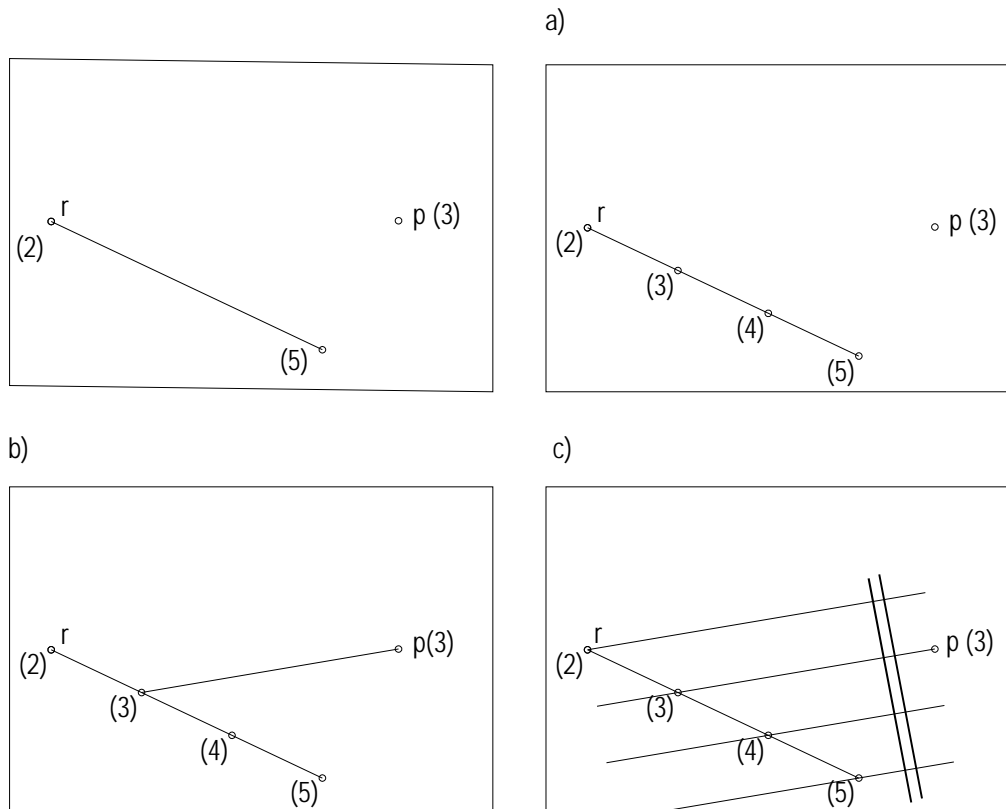


Figura 18. Determinación de un plano a partir de una recta y un punto.

### Caso 2. Plano definido por tres puntos

Los puntos no pueden estar alineados. Puesto que dos puntos definen una recta, el problema se resuelve de la misma manera que el caso anterior.

### Caso 3. Plano definido por dos rectas r y s (Figura 19)

Las rectas tienen que cortarse en un punto.

- a) Graduar las rectas r y s
- b) Unir dos puntos con la misma cota de cada una de las rectas, así se obtiene una horizontal del plano.
- c) Las demás horizontales son paralelas a la primera.
- d) Dibujar la línea de máxima pendiente en cualquier lugar para indicar que se trata de un plano.

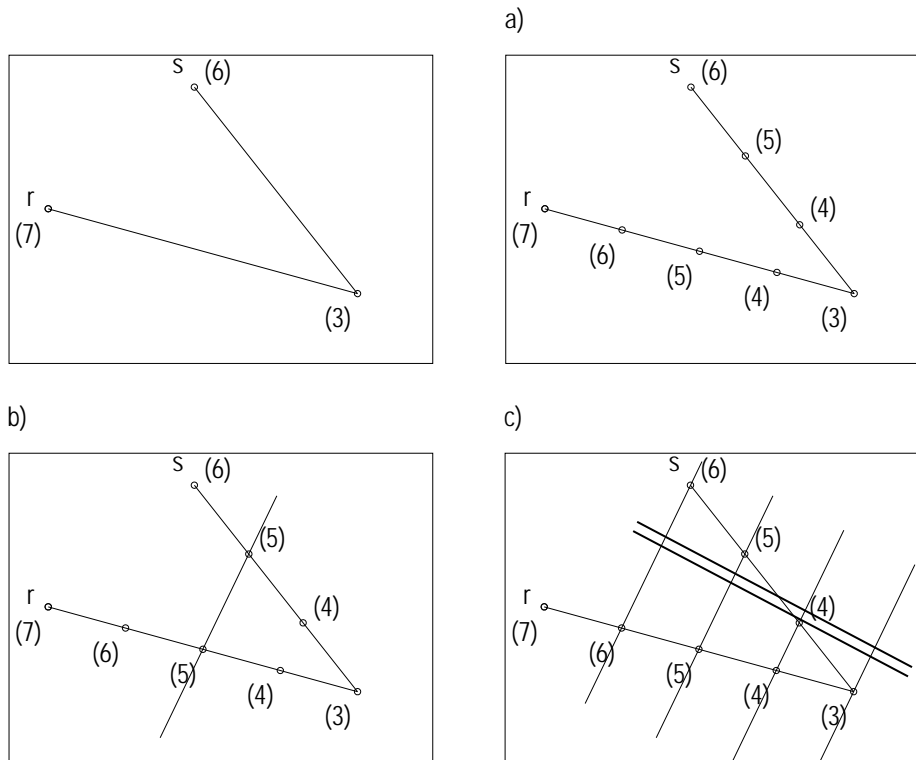


Figura 19. Determinación de un plano a partir de dos rectas.

### 3.4. Abatimiento del plano

El abatimiento de un plano se realiza alrededor de una horizontal de dicho plano que se utiliza como charnela. Para abatir un plano se necesita conocer la verdadera distancia entre dos horizontales (Figura 20):

- a) Se abate el plano vertical que contiene a la línea de máxima pendiente. Así se determina la verdadera distancia entre dos horizontales.
- b) Se traza una paralela a la línea de abatimiento a esa distancia.

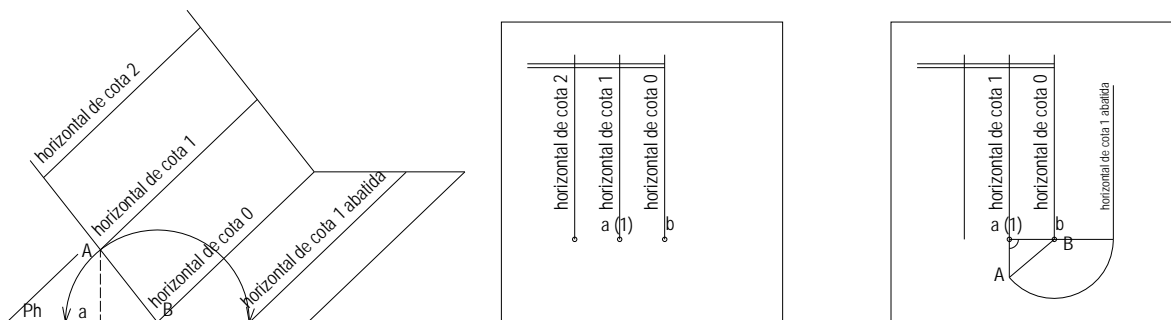


Figura 20. Abatimiento de un plano.

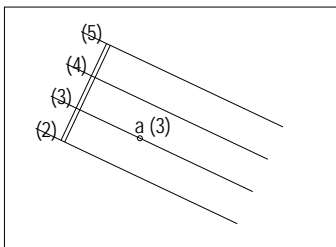
### 3.5. Algunos casos particulares entre planos y rectas

a) Hallar la recta contenida en un plano, que tenga una determinada pendiente y que pase por un punto

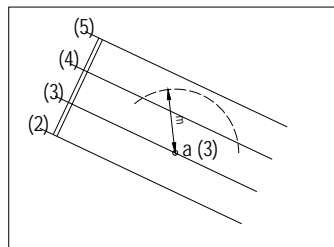
Dentro de un plano se pueden encontrar rectas con pendientes variables, entre 0 (las horizontales del plano) hasta rectas con una pendiente igual a la de su línea de máxima pendiente. Para buscar la posición de una recta de pendiente dada en el plano, los pasos a seguir son (Figura 21):

- Determinar el módulo de la recta con la pendiente requerida
- Trazar un arco de circunferencia con radio igual al módulo y centro en el punto dado.
- Unir el punto A con los puntos de intersección de la circunferencia y las horizontales del plano con cotas que difieran una unidad con la cota de A. Hay dos soluciones, ya que se encuentra la recta de pendiente dada y la de la pendiente inversa.
- Si al trazar la circunferencia no se pueden obtener los puntos de corte con las horizontales de plano, el problema no tiene solución, ya que no se puede encontrar una recta en ese plano con dicha pendiente.
- Si al trazar la circunferencia se obtienen dos únicos puntos de corte, la recta solución es única, y coincide con la línea de máxima pendiente del plano (la pendiente de la recta buscada y la del plano dado son iguales).

Recta de un plano p que pasa por A y que tiene una pendiente dada



a) Hallar módulo m correspondiente a la pendiente. Trazar circunferencia con centro en A y radio m



b) Unir A con los puntos de intersección circunferencia - horizontal (soluciones rectas s1 y s2)

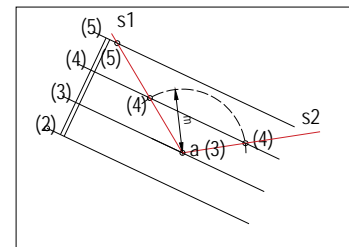


Figura 21. Recta de pendiente dada contenida en un plano.

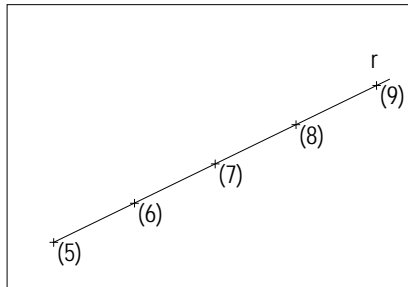
b) Hallar el plano que contenga a una recta y que tenga una pendiente determinada

Para obtener el plano buscado, los pasos a seguir son (Figura 22):

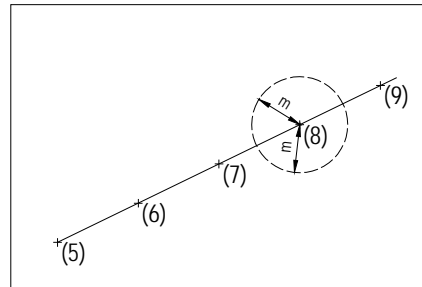
- Hallar el módulo del plano correspondiente a la pendiente (es el módulo de la línea de máxima pendiente)
- Trazar una circunferencia con centro en un punto de la recta (punto A) y radio igual al módulo

- Desde un punto de la recta con una diferencia de cota de 1 respecto de A, trazar las tangentes a la circunferencia. Al igual que en el caso anterior, puede haber dos, una o ninguna solución.

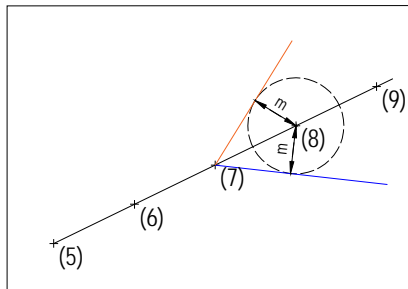
Plano con pendiente dada que contiene a la recta r



a) Hallar módulo m del plano. Trazar circunferencia con centro en un punto de la recta y radio m



b) Trazar las tangentes



c) Hacer paralelas por los puntos de la recta. Soluciones plano p1 y p2

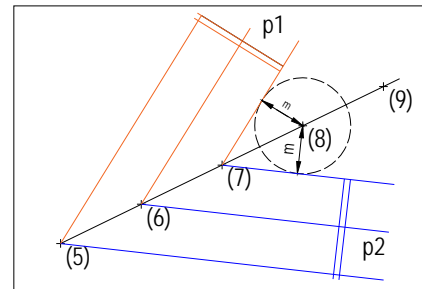


Figura 22. Plano de pendiente dada a partir de una recta.

## 4. PERPENDICULARIDAD. INTERSECCIONES. DISTANCIAS. ÁNGULOS

### 4.1. Condiciones de perpendicularidad recta-plano

Se deducen a partir de las siguientes consideraciones:

- 1- Si una recta es perpendicular a un plano, es perpendicular a todas las rectas contenidas en él.
- 2- Teorema de las tres perpendiculares: en las proyecciones ortogonales, si dos rectas r y s son perpendiculares en el espacio, y una de ellas es paralela al plano de proyección, sus proyecciones sobre dicho plano son perpendiculares.

Dado un plano  $p$  y una recta  $r$ , las condiciones de perpendicularidad son tres:

1. Si la recta  $r$  es perpendicular al plano  $p$ ,  $r$  es perpendicular a todas las rectas del plano, y también a sus horizontales. Las horizontales del plano son paralelas al plano de proyección. En la proyección, las horizontales del plano y la recta son perpendiculares. En la proyección, la línea de máxima pendiente del plano y la recta son paralelas.
2. Los módulos del plano y de la recta son inversos (Figura 23) Cuanto mayor es uno, menor es el otro.:

$\alpha + \beta = 90^\circ$ . Son ángulos complementarios, y por tanto sus tangentes son inversas.

$$\text{tag}\alpha = 1/\text{tag}\beta$$

$$P_{\text{PLANO}} = \text{tag}\alpha = \frac{\Delta Z}{\text{dist Horizontal}} = \frac{1}{m_p} ; P_{\text{RECTA}} = \text{tag}\beta = \frac{\Delta Z}{\text{dist Horizontal}} = \frac{1}{m_r}$$

$$\text{tag}\alpha = 1/\text{tag}\beta ; \frac{1}{m_p} = m_r ; m_p \cdot m_r = 1$$

3. Los sentidos de crecimiento del plano y de la recta son opuestos

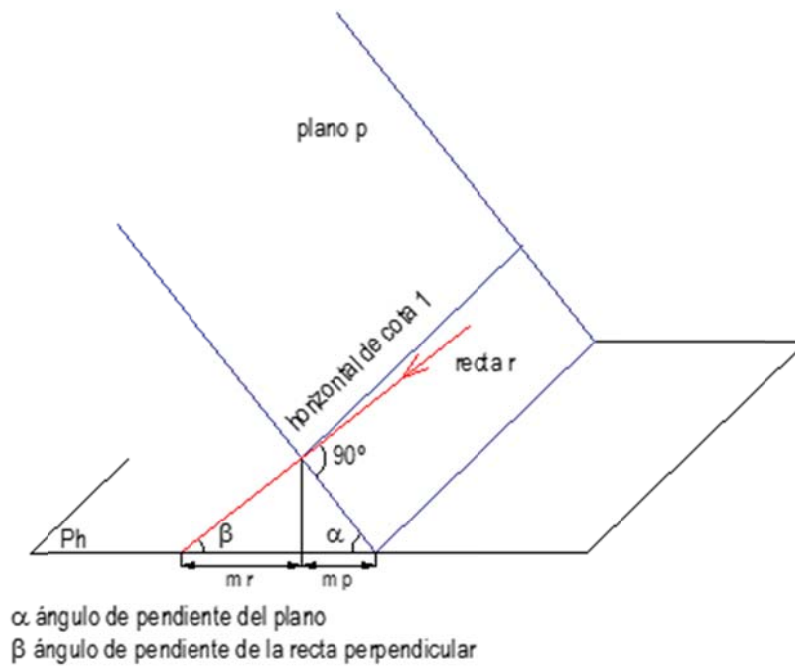
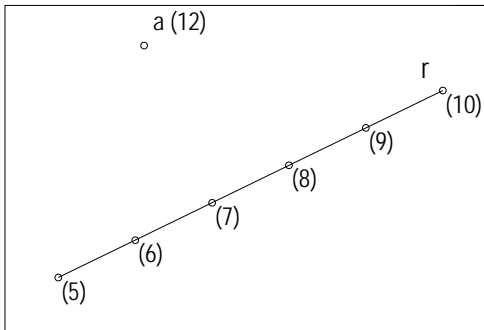


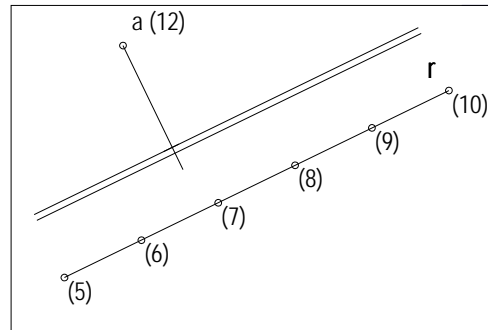
Figura 23. Perpendicularidad entre recta y plano.

Aplicación 1. Trazar un plano perpendicular a una recta por un punto (Figura 24)

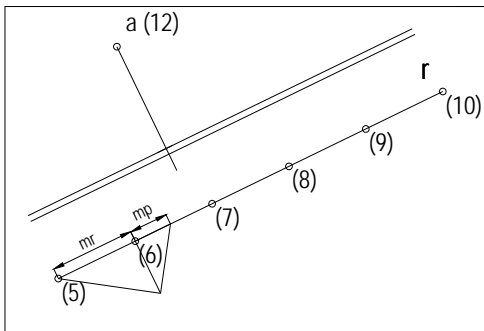
Plano perpendicular a una recta pasando por un punto dado



a) Trazar la lmp del plano y la horizontal de cota igual a la de A



b) Hallar el módulo del plano (inverso al módulo de la recta)



c) Graduar el plano en sentido contrario a la recta

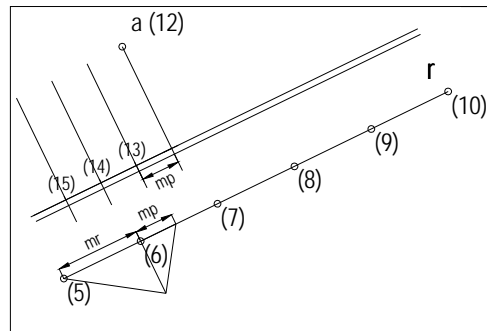
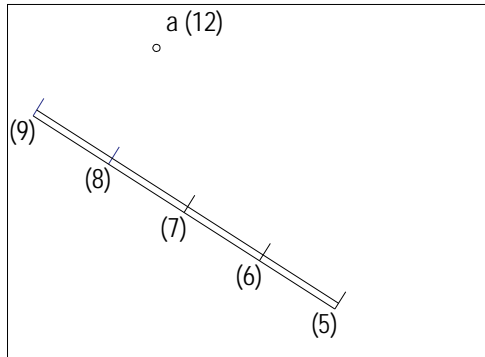


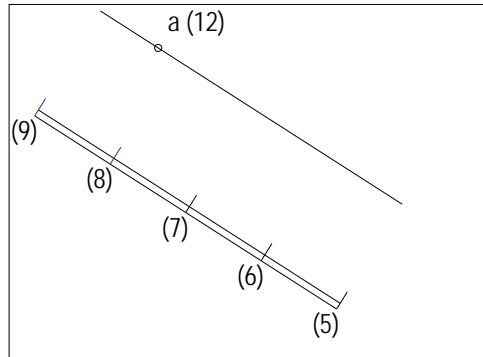
Figura 24. Ejemplo de trazado de plano perpendicular a recta dada.

Aplicación 2. Trazar una recta perpendicular a un plano por un punto (Figura 25)

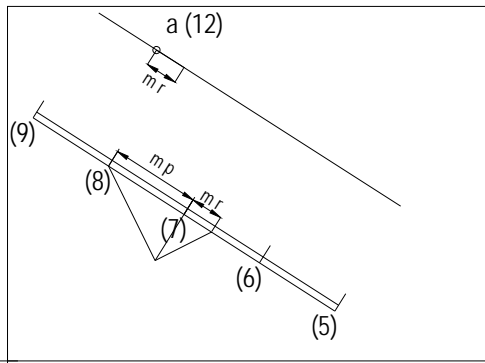
Recta perpendicular a un plano pasando por un punto dado



a) Trazar recta paralela a la lmp plano pasando por el punto



b) Hallar el módulo de la recta (inverso al módulo del plano)



c) Graduar la recta en sentido contrario al plano

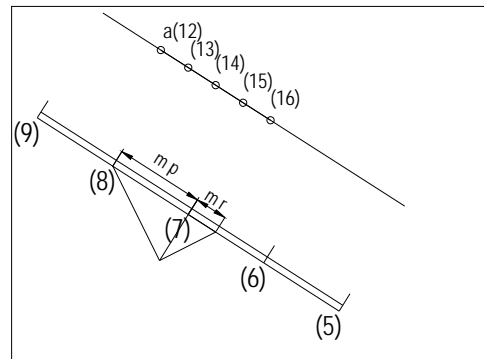


Figura 25. Ejemplo de trazado de recta perpendicular a plano dado.

**4.2. Condiciones de perpendicularidad plano-plano**

Para que un plano  $\alpha$  sea perpendicular a un plano  $\beta$  es suficiente con que contenga a una recta perpendicular al plano  $\alpha$ . No existe una solución única al problema

**4.3. Condiciones de perpendicularidad recta-recta**

Para que un recta  $r$  sea perpendicular a una recta  $t$  es suficiente con que la recta  $t$  pertenezca a un plano perpendicular a la recta  $r$ . No existe una solución única al problema

#### 4.4. Intersecciones

##### a) INTERSECCIÓN PLANO – PLANO

La intersección de dos planos es una recta. Se halla uniendo los puntos intersección de las horizontales de igual cota en ambos planos (Figura 26).

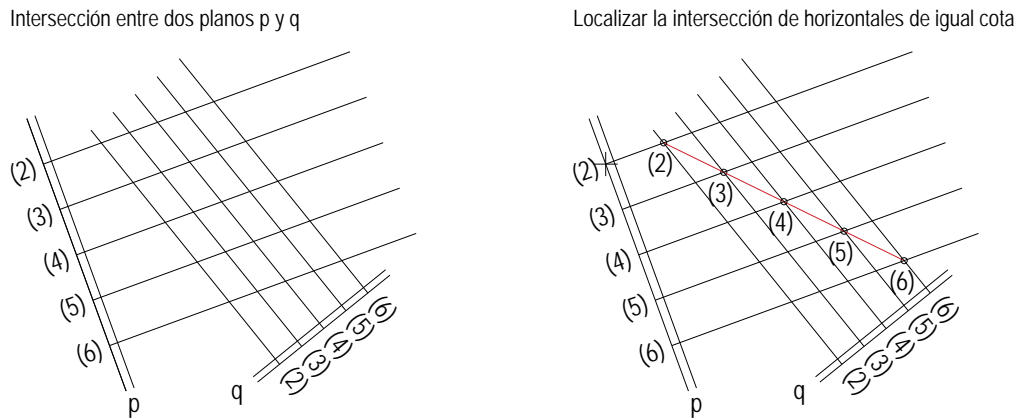


Figura 26. Intersección de planos.

En el caso particular de que los planos p y q tengan horizontales paralelas (Figura 27), se utiliza un plano auxiliar cualquiera j, y se hallan las rectas intersección de p con j y de q con j. El punto intersección de las dos rectas pertenece a la recta horizontal intersección de los dos planos.

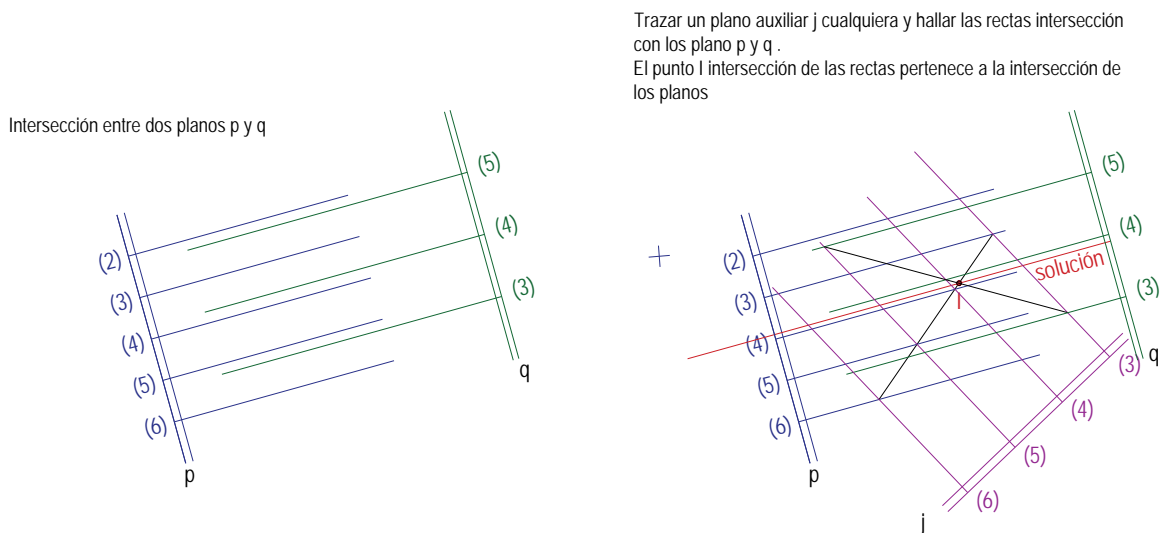


Figura 27. Intersección de planos. Caso de planos con horizontales paralelas.

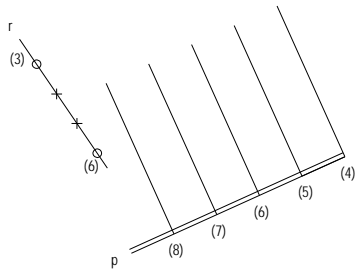


## b) INTERSECCIÓN PLANO – RECTA

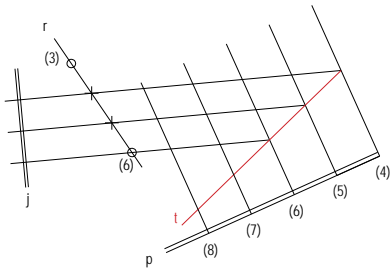
La intersección es un punto.

La intersección del plano  $p$  y la recta  $r$  es la intersección del plano  $p$  y cualquier plano que contenga a la recta  $r$ . Para resolver el ejercicio se utiliza un plano auxiliar cualquiera que contenga a la recta y que no sea paralelo al plano. La intersección de los dos planos es una recta y su intersección con la recta original es el punto solución (Figura 28).

Intersección entre una recta  $r$  y un plano  $p$



a) Hallar la recta  $t$  intersección de un plano  $j$ , auxiliar cualquiera que contenga a  $r$ , con el plano  $p$



b) Hallar el punto  $I$ , solución, intersección de las rectas  $r$  y  $t$

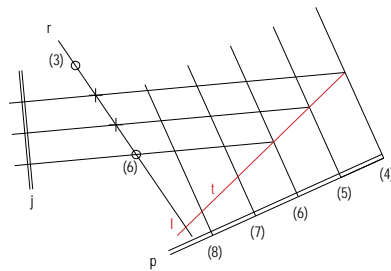


Figura 28. Intersección de plano y recta

## 4.5. Distancias

### a) DISTANCIA PUNTO-PUNTO

Se determina al abatir la recta que definen los puntos (Figura 29).

Distancia entre dos puntos A y B      a) Trazar la recta que une los dos puntos      b) Abatir la recta (charnela cota 3)

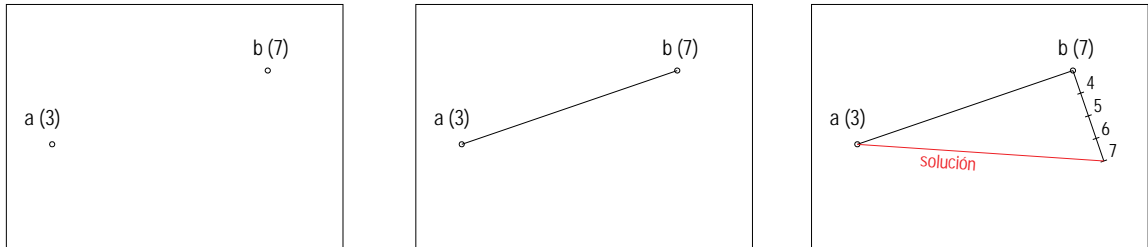
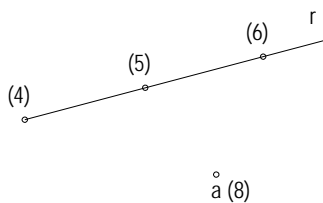


Figura 29. Distancia punto-punto.

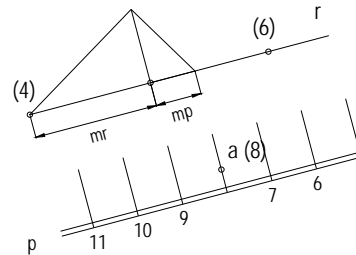
### b) DISTANCIA PUNTO-RECTA

Se mide en el plano perpendicular a la recta por el punto dado. Por tanto el problema se reduce a obtener el plano perpendicular a la recta, realizar la intersección y medir la distancia entre el punto dado y el resultante de la intersección (Figura 30):

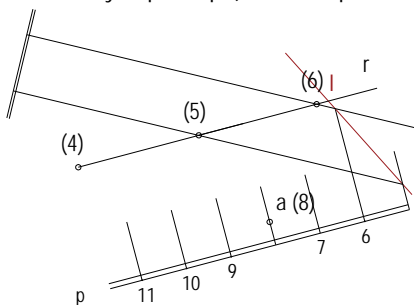
Distancia desde el punto A hasta la recta r



a) Trazar el plano p perpendicular a la recta por A



b) Hallar el punto I, intersección de la recta r y el plano p (mediante plano auxiliar)



c) Hallar la distancia AI abatiendo (charnela a cota 6)

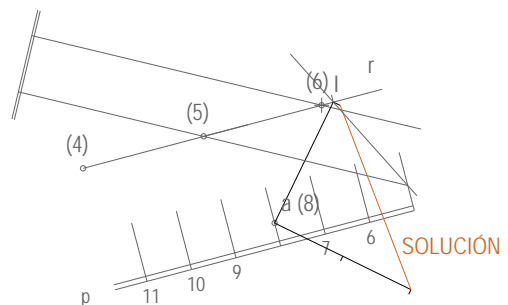


Figura 30. Procedimiento para hallar la distancia punto-recta.

c) DISTANCIA PUNTO-PLANO

Para hallar la distancia desde un punto A hasta un plano P, se traza la recta r perpendicular al plano que pasa por A. Se halla el punto I de intersección recta r y plano p. La distancia buscada es AI (Figura 31).

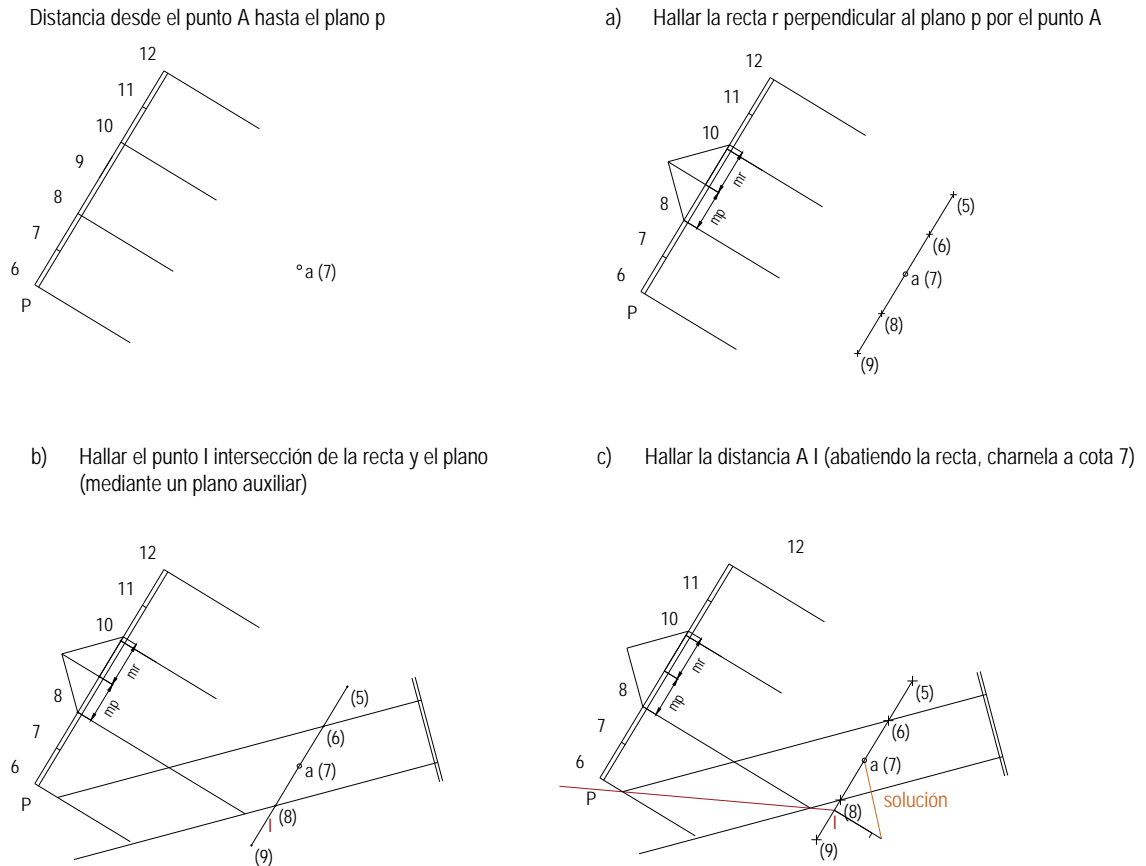


Figura 31. Procedimiento para hallar la distancia punto-plano.

d) DISTANCIA ENTRE DOS PLANOS PARALELOS

Dados dos planos paralelos p y q, la distancia entre ellas se determina siguiendo los pasos:

1. Trazar recta r perpendicular a los planos por un punto A del plano p
2. Hallar el punto B intersección de la recta r y el plano q (mediante plano auxiliar).
3. La distancia buscada es la distancia AB

e) DISTANCIA ENTRE DOS RECTAS PARALELAS

Dadas dos rectas paralelas r y s, la distancia entre ellas se determina siguiendo los pasos:

1. Trazar plano  $\alpha$  perpendicular a las rectas por un punto A de la recta r

2. Hallar el punto B intersección del plano  $\alpha$  con la recta s (mediante plano auxiliar).
3. La distancia buscada es la distancia AB

f) DISTANCIA ENTRE DOS RECTAS QUE SE CRUZAN

Dadas dos rectas que se cruzan, r y s la distancia entre ellas se mide sobre la perpendicular común a ambas (Figura 32).

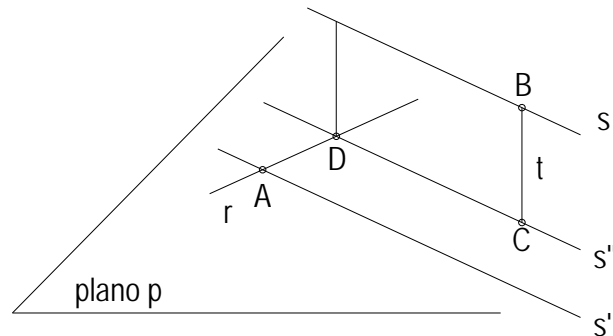


Figura 32. Distancia entre dos rectas. Vista en perspectiva.

Los pasos que se siguen son:

1. Por un punto A cualquiera de la recta r se traza  $s'$  paralela a s
2. Trazar el plano p definido por las rectas r y  $s'$
3. Por un punto B cualquiera de la recta s trazar la recta t perpendicular al plano p. La recta t es perpendicular a las rectas r y s
4. Hallar el punto C, intersección de la recta t con el plano p
5. Trazar recta  $s''$  paralela a  $s'$  por el punto C
6. Hallar el punto D, intersección de recta  $s''$  y r
7. La distancia entre las rectas es la distancia desde D hasta la recta s

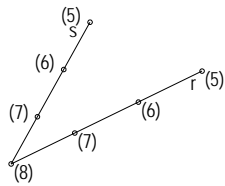
#### 4.6. Ángulos

a) ÁNGULO ENTRE DOS RECTAS

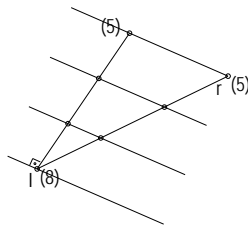
Dos rectas que se cortan forman entre sí dos ángulos suplementarios. El ángulo que forman dos rectas es el menor de los dos ángulos que forman.

Para determinar ese ángulo, se halla el plano que contiene a las dos rectas y se abate (Figura 33)

Dadas dos rectas r y s,  
hallar el ángulo que forman



a) Hallar el plano definido por las dos rectas



b) Abatir el plano y el punto de intersección

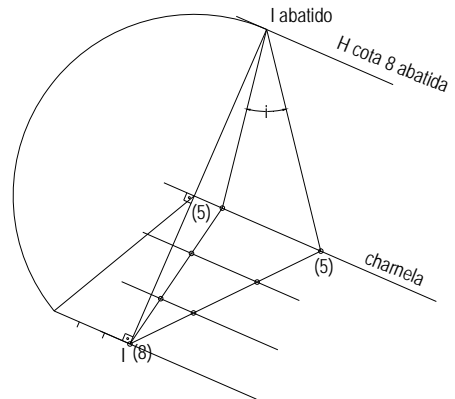


Figura 33. Obtención del ángulo entre dos rectas.

### b) ÁNGULO RECTA-PLANO

Es el ángulo que forma la recta con su proyección sobre el plano. Dado una recta r y un plano p (Figura 34), se siguen los siguientes los pasos:

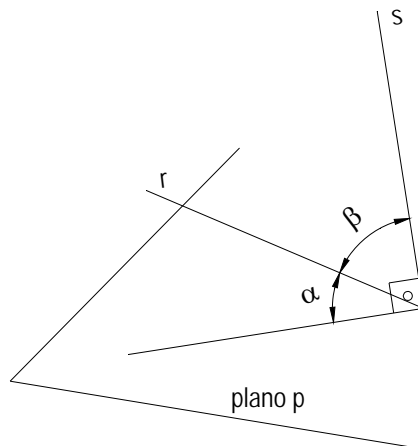


Figura 34. Ángulo recta-plano. Vista en perspectiva.

1. Por un A cualquiera de la recta r se traza una recta s perpendicular al plano p
2. Trazar el plano m que contiene a las rectas r y s
3. Abatir el plano m, y medir el ángulo  $\beta$  que forman las rectas r y s.
4. El ángulo buscado  $\alpha$  (plano-recta) es el complementario de  $\beta$ .

c) **ÁNGULO PLANO-PLANO**

Dados dos planos  $\alpha$  y  $\beta$ , el ángulo  $i$  que forman se mide sobre el plano perpendicular a su intersección (Figura 35). Los pasos para resolverlo son:

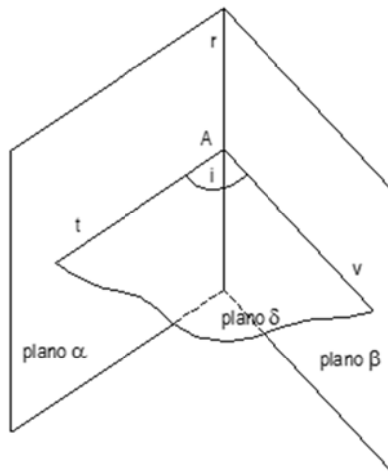


Figura 35. Ángulo entre dos planos. Vista en perspectiva.

1. Hallar la recta  $r$  intersección de los plano  $\alpha$  y  $\beta$ .
2. Por un punto  $A$  cualquiera de la recta, trazar un plano  $\delta$  perpendicular a  $r$
3. Hallar las rectas  $t$  y  $v$  intersección del plano  $\delta$  con  $\alpha$  y  $\beta$ .
4. Abatir el plano  $\delta$  que las contiene y medir al ángulo  $i$

## 5. APLICACIONES: CUBIERTAS

Es una de las aplicaciones fundamentales del sistema acotado. Se trata de representar y resolver los planos, rectas e intersecciones que se producen en las cubiertas de edificios, pero también en soleras de edificaciones y obras en general.

Terminología de las cubiertas (Figura 36):

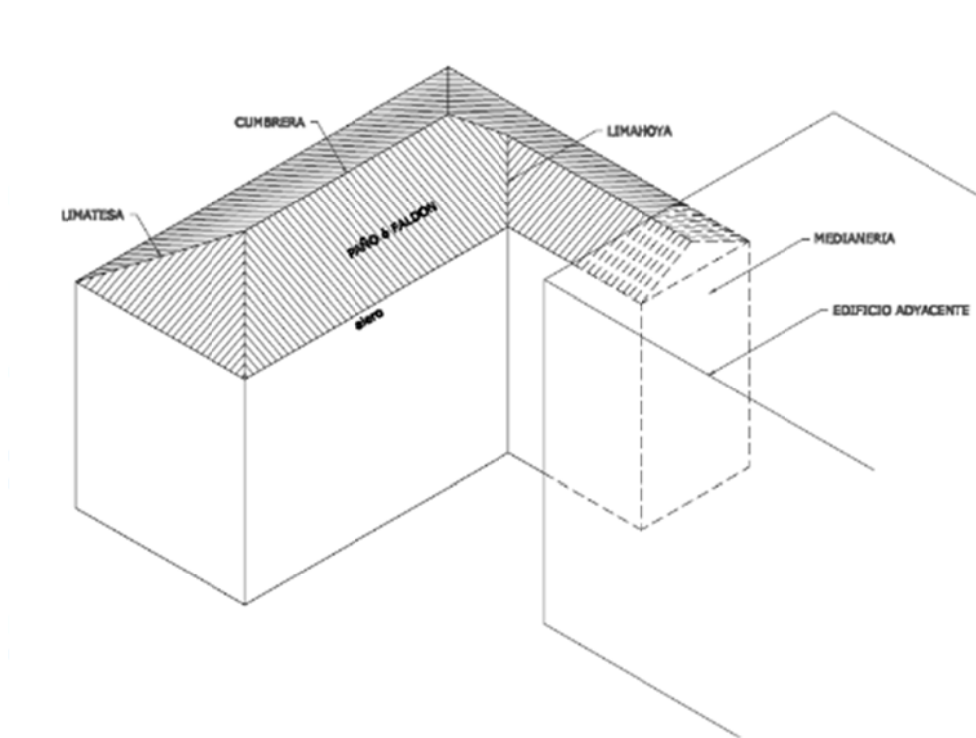


Figura 36. Conceptos geométricos en una cubierta.

**Paños o faldones:** Cada uno de los planos inclinados que forman el tejado. Son los planos que vierten aguas hacia los aleros.

**Alero:** Extremo inferior de un tejado que sobresale del muro para que el agua de lluvia no discurra por la pared.

**Limatesa:** Arista o línea de intersección entre los dos paños de una cubierta en forma convexa.

**Limahoya :** Arista o línea de intersección entre las dos vertientes de una cubierta en forma cóncava.

**Cumbreira:** Arista horizontal que se forma por la intersección de los diferentes planos de una cubierta. El caballete es la cumbreira más alta.

**Vértice:** unión de varias aristas.

La resolución de las cubiertas consiste en hallar la intersección de los diferentes paños. Para ello se hallan los módulos de los paños o faldones en función de la pendiente y la escala del dibujo. Cada alero genera un paño. A continuación se buscan las intersecciones de los paños.

Cuando el edificio tiene patios se resuelve igual. En los patios hay aleros que generan paños. Si existen medianeras se tendrá en cuenta que hacia esas líneas no pueden verter aguas. El agua discurrirá en dirección perpendicular a la medianera, o en paralelo. En este último caso las horizontales del paño serán perpendiculares a la línea medianera.



## ANEXO. EJERCICIOS PROPUESTOS

**Nota:** Todas las unidades son en m excepto en el ejercicio 1

1. Representar los puntos A (7;5;2) y B (2;4;6) (Coordenadas en cm) Determinar la distancia geométrica, la distancia reducida, el módulo y la pendiente de la recta AB. Hallar también el ángulo de pendiente de la recta. Comprobar gráficamente el resultado.

2. Representar los puntos A (10;18;7) , B (22;7;9) a escala 1/200. Hallar la distancia horizontal y geométrica entre ambos.

3. Representar a E 1/2000 la parcela delimitada por los puntos:

| Punto | X       | Y       | Z      |
|-------|---------|---------|--------|
| 1     | 1120    | 1940    | 699    |
| 2     | 990     | 1920    | 698    |
| 3     | 961.25  | 2043.09 | 697.20 |
| 4     | 1139.18 | 2020.74 | 699.2  |

4. Representar los puntos A y B por sus coordenadas UTM: A (315000;4329000), B (315600; 4328000). La escala debe ser normalizada y adecuada para una representación en formato A4 dispuesto en vertical con eje Y paralelo al margen largo del papel.

5. Dada la recta definida por A (3;3;-1) y B(10;10;10.5): a) graduarla y determinar las zonas vistas y ocultas, b) hallar la cota gráfica que tiene el punto Q(12;12; Z) y c) situar en la recta el punto con cota 2.4 m. Realizar el ejercicio a una escala adecuada.

6. Dados A (2;8.5;9.25), B (6;3;7) y C (11;7;3), determinar el plano ABC, y hallar su módulo o intervalo y su pendiente. Comprobar el resultado gráficamente. Dibujo a E 1:100

7. Dados los puntos A (30;30;20), B (90;70;24), C (47.5;75;18) y D (70;30;24): a) comprobar si las rectas AB y CD definen un plano y b) Calcular el módulo y la pendiente del plano ABD. Dibujo a escala 1:500

8. Dado el plano definido por A (1;1.5;5), B (4;4;8) y C (7;2.5;6), determinar la cota del punto P (3;2) perteneciente a él. Dibujo a E 1:100

9. Dado un plano definido por A (5;7.5;5), B (20;20;8) y C (35;12.5;3):
- Trazar por A una recta de ángulo de pendiente  $10^\circ$
  - Trazar por dicha recta un plano de pendiente  $1/4$   
(dibujo a E 1:200)
10. Un plano está definido por la rectas A (7;7;2) B (19;7;8) y el punto C (10;5;5). Hallar la intersección del mismo con la recta M (10;2;-7) N (15;6;-2). Dibujo en papel apaisado y escala 1/100.
11. Representar el plano p que contiene a la recta A (11;28.6;11) B (23.6;27.5;3), tiene una pendiente  $5/4$  y buza hacia el Sur. Trazar la recta r que pasa por el punto C (14.4;23;15) y es perpendicular al plano p. Elegir la escala de representación adecuada.
12. Dada la recta A (1;1;1) B (6;5;6) y el punto P (7;4;3), trazar una recta perpendicular a AB por el punto P. Elegir la escala de representación adecuada.
13. Hallar la distancia desde P (10.6;21.5;6) al plano A (12.2;25.7;9) B (15.2;28;7) C (15.8;21.7;10). Dibujo a E 1:50
14. Hallar la distancia desde el punto P (8;5;6) al plano que tiene por traza la recta X10, pendiente  $1/2$  y asciende hacia la izquierda. Escala 1:100.
15. Calcular la distancia desde el punto P (10;3;5) a la recta A (1;8;1) B (11;7;10). Escala 1:100.
16. Se pretende enlazar la tubería que va desde A (158.2;217.0;615) hasta B (153.2;211.2;619) con el desagüe situado en P (161.2;213.8;614) mediante un tubo que conecte en ángulo recto con dicha tubería.
- Dibujar el tubo resultante en un plano a E 1:100
  - Determinar la longitud y la pendiente del tubo resultante
  - Determinar la cota a la que se produciría el enlace

17. Determinar el ángulo que forman las rectas A (55;119;12) B (117;121;18) y B C (96;109;14). Elegir escala adecuada para dibujo en A4 vertical

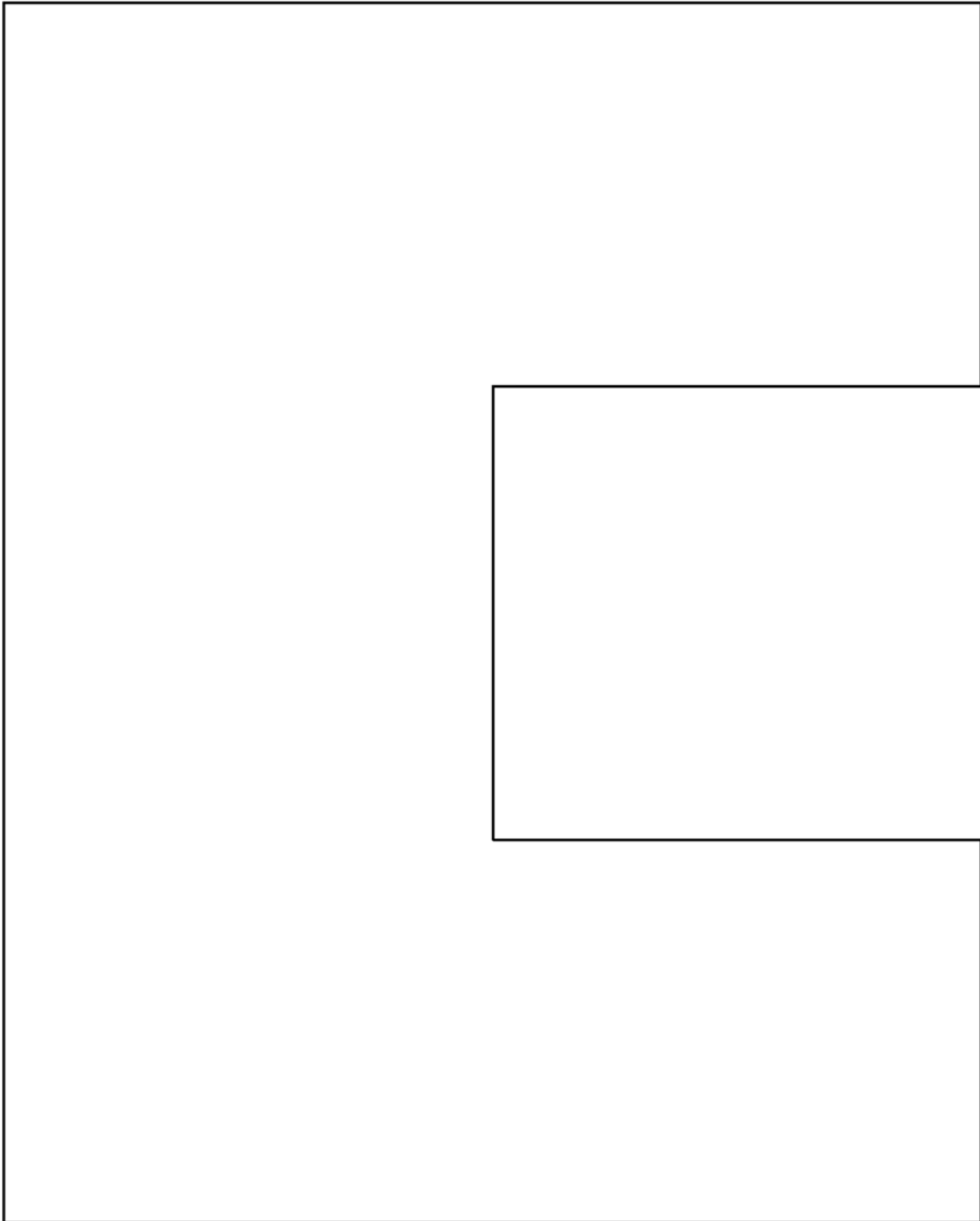
18. Dada la recta A (2;9.5;22) B (4;2.5;13), trazar la recta r perpendicular a AB que pasa por el punto de cota 17 de la recta AB y por el punto de coordenadas X=8, Y=12. Hallar gráficamente el ángulo que forman las rectas AB y r. Dibujo a escala 1:100

19. Hallar las rectas que cumplen las siguientes condiciones:

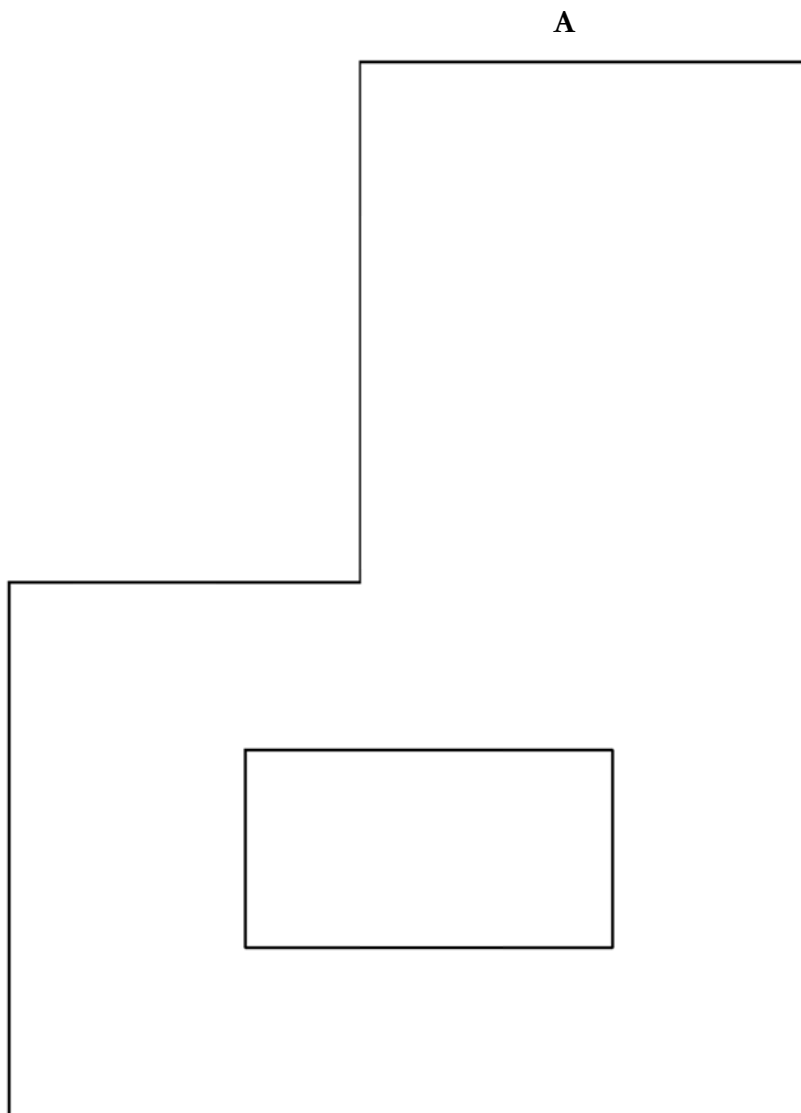
- Cortan a la recta A (24;42;1) B (45.6;56.2;7)
- Pertenecen al plano p de traza la línea Y = 62, buza hacia el Norte y tiene módulo 2.5 m
- Tienen una pendiente de 30%

Elegir escala apropiada para papel dispuesto en vertical

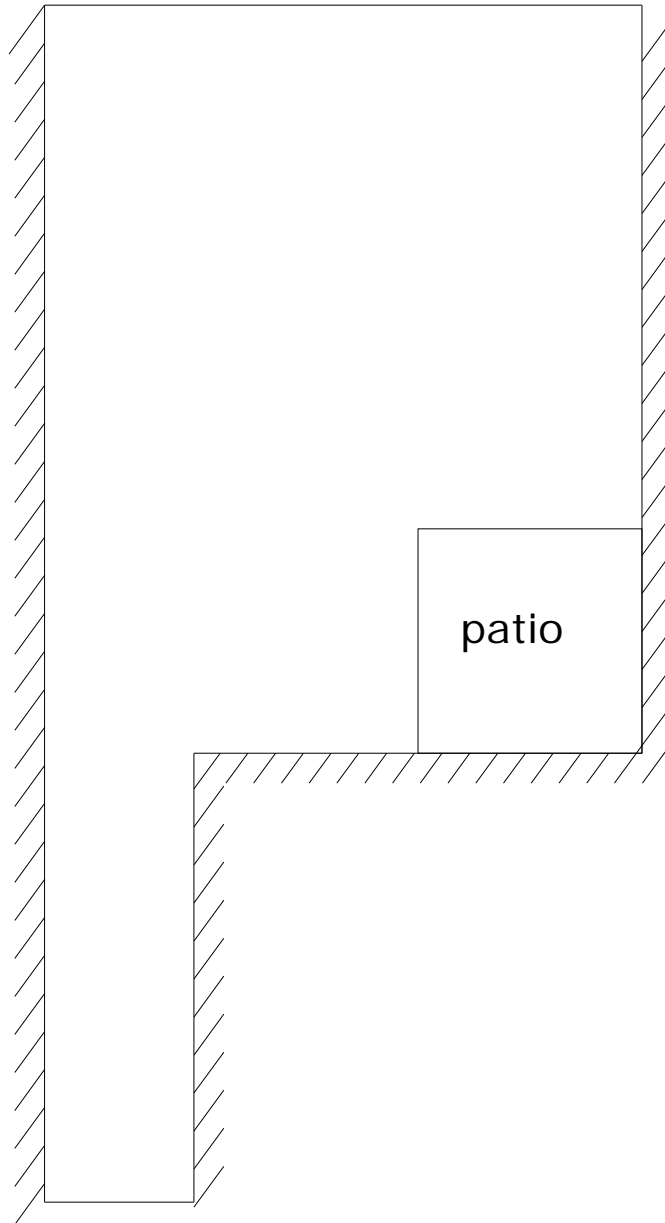
20. Resolver la cubierta del edificio. La cota de los aleros es 3 m, y la pendiente de todos los faldones 100%. Escala 1:100.



21. Resolver la siguiente cubierta con patio interior. La cota de todos los aleros es 4 m, y la pendiente de los paños 100%, excepto del paño A cuya pendiente es 200%. Escala 1:100.



22. Resolver la cubierta con patio y medianerías. Todos los aleros están a la misma cota.  
Pendiente paños 100% y escala 1:100.



### TEMA 3: APLICACIONES TOPOGRÁFICAS

1. Representación de la superficie topográfica. Equidistancia. Obtención de las curvas de nivel. Características de las curvas de nivel.
2. Formas de relieve.
3. Aplicaciones.

#### 1. REPRESENTACIÓN DE LA SUPERFICIE TOPOGRÁFICA. EQUIDISTANCIA. OBTENCIÓN DE LAS CURVAS DE NIVEL. CARACTERÍSTICAS DE LAS CURVAS DE NIVEL

Se llama superficie topográfica a aquella que envuelve la parte sólida de la Tierra. Es una superficie irregular, aunque en pequeñas zonas pueda asimilarse a planos, conos o cilindros. Al ser irregular su representación se hace mediante un conjunto de puntos acotados (Figura 1).

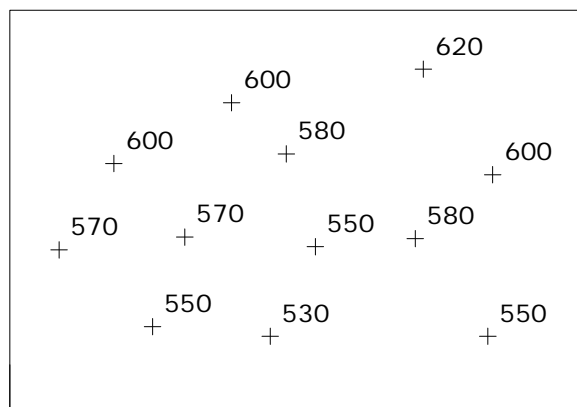


Figura 1. Plano acotado con puntos terreno.

Esta representación presenta el inconveniente de que el mapa resulta muy difícil de interpretar y no ofrece una visión global de cómo es el terreno. Para lograr mayor claridad y plasticidad en la representación, se unen los puntos de igual cota para determinados valores de la misma. Son las llamadas curvas de nivel, líneas de nivel o isohipsas. De esa forma, en lugar de puntos dispersos se visualizará un conjunto de líneas más fácilmente interpretable. Las curvas de nivel, por su propia definición, son horizontales. Se puede decir que las curvas de nivel son a una superficie topográfica lo que las horizontales del plano al plano.

Al ser la superficie terrestre irregular, las curvas de nivel también lo son, al contrario que las horizontales de plano.

En las representaciones del terreno se dibujan las curvas correspondientes a cotas enteras y establece un incremento de cota constante entre curvas consecutivas. Este incremento es la equidistancia:

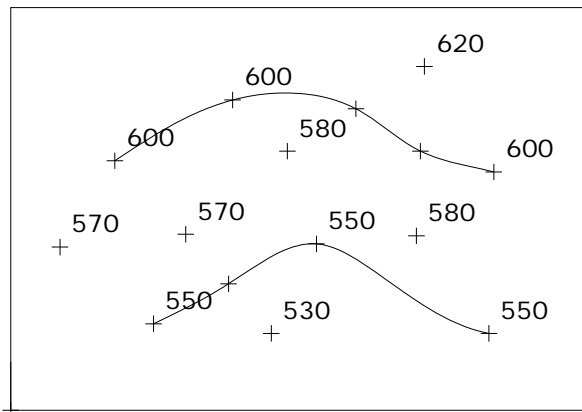


Figura 2. Curvas de nivel sobre el plano de la figura 1 con equidistancia 50 m.

De forma más precisa, las curvas de nivel se definen como el resultado de cortar la superficie topográfica por planos horizontales a diferentes cotas de equidistancia constante y proyectar la intersección sobre el plano de representación (Figura 3)

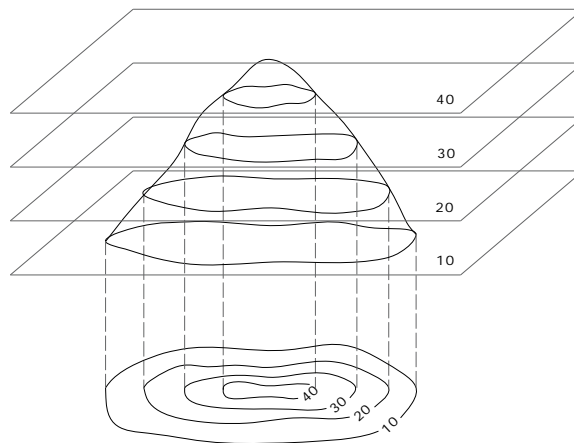


Figura 3. Definición gráfica de las curvas de nivel.

La equidistancia de un mapa depende de la escala de la representación, del relieve existente y de la precisión requerida.



## 1- Escala del mapa

Una de las normas que se sigue es:

Equidistancia en m =  $1/2$  miles del denominador escala

La cifra resultante se redondea para que sea un valor entero. Para escalas 1:1000 o mayores normalmente se utiliza una equidistancia de 0,5 m

Algunos ejemplos de equidistancias en función de la escala para los mapas que elabora el Instituto Geográfico Nacional (IGN) son:

Mapas Provinciales IGN a 1/200000: equidistancia = 100 m

Mapa Topográfico Nacional (MTN) a 1/50000: equidistancia = 20 m

MTN a 1/25000: equidistancia = 10 m

## 2- Tipo de relieve

En zonas de relieves muy fuertes se puede optar por equidistancias mayores, y al contrario, en zonas de escaso relieve, equidistancia más pequeña.

## 3- Precisión y objetivos del trabajo

Dependiendo de la importancia que tenga la representación del relieve en el mapa, se puede incluso prescindir de las curvas de nivel. Este es el caso de algunos mapas de tipo agrícola, como los mapas catastrales, en los que interesa la representación planimétrica (para obtener las superficies proyectadas de las parcelas) en lugar de la altimétrica.

### **1.1. Proceso de obtención de las curvas de nivel**

Los pasos en un trabajo de topografía típico son los siguientes:

- En primer lugar se realizan medidas de coordenadas X, Y, Z en puntos distribuidos por toda la zona. Entre el mucho instrumental posible, destaca el uso de aparatos que utilizan el Sistema de Posicionamiento Global (GPS)
- Una vez decidida la escala del mapa se pasa a representar los puntos con sus coordenadas X, Y para obtener el plano acotado. Es la conocida como “nube de puntos”. La representación se puede hacer a escala en un dibujo convencional, por

ejemplo, a 1:10000 (Figura 4) o mediante programas informáticos de diseño gráfico, topografía o cartografía.

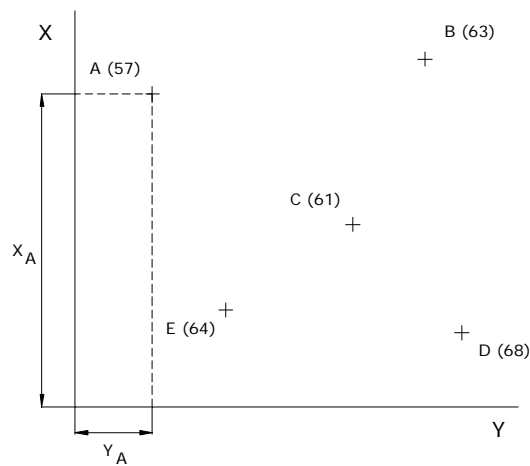


Figura 4. Representación de la nube de puntos en un plano acotado.

- La equidistancia se establece en función de la escala. Para una escala 1:10000, lo adecuado sería representar las curvas cada 5 m. Teniendo en cuenta que se dibujarán las curvas de cota entera y múltiplos de 5, en el ejemplo anterior serán las de cotas 60 y 65.
- A continuación se une cada punto con los que le rodean, y se interpola, en cada recta resultante, la posición de los puntos del terreno correspondientes a las cotas de las curvas de nivel que hay que representar. En la interpolación se deduce la posición de los puntos suponiendo que la pendiente de las rectas trazadas es constante. La interpolación puede ser gráfica, analítica o aproximada.

a) Interpolación gráfica

Consiste en abatir cada recta. Por ejemplo, la línea AB (Figura 5)

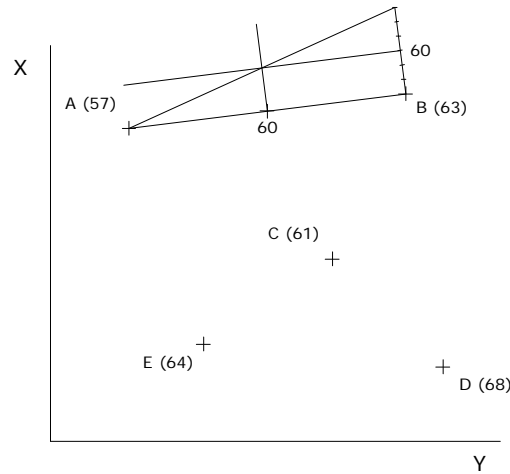


Figura 5. Interpolación gráfica.

b) Interpolación analítica

Se deduce matemáticamente la posición del punto por el que pasará la curva de nivel haciendo unas medidas en el plano, y estableciendo una regla de tres. Por ejemplo, para la línea AE (Figura 6):

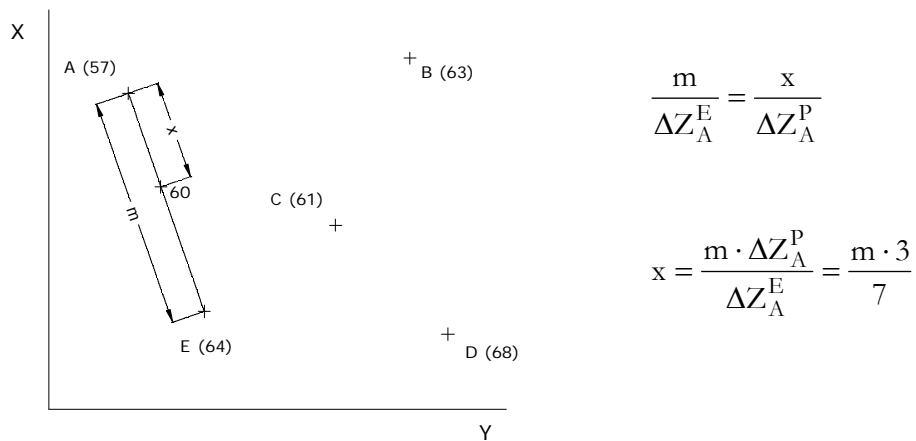


Figura 6. Interpolación analítica

c) Interpolación aproximada

Teniendo en cuenta las cotas de los extremos de la línea y la distancia que los separa, se deduce de forma aproximada la posición del punto buscado.

Finalmente se unen los puntos con igual cota, resultando así las líneas de nivel (Figura 7)

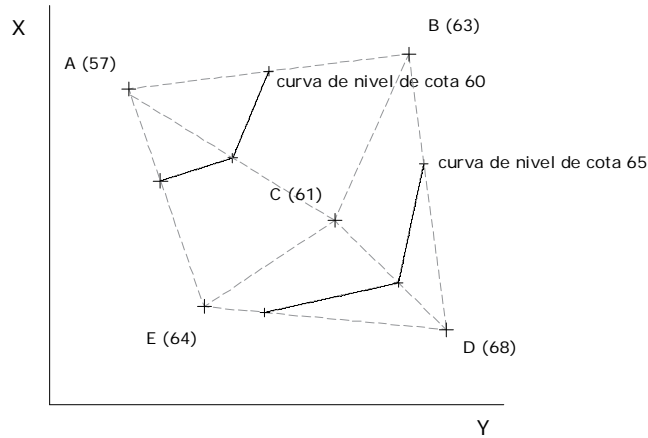


Figura 7. Obtención de las curvas de nivel.

Utilizando un software específico de topografía, se vuelcan los datos del levantamiento del terreno y nube de puntos (Figura 8), y se realiza de forma muy rápida la red irregular de triángulos (Figura 9) y el curvado (Figura 10):

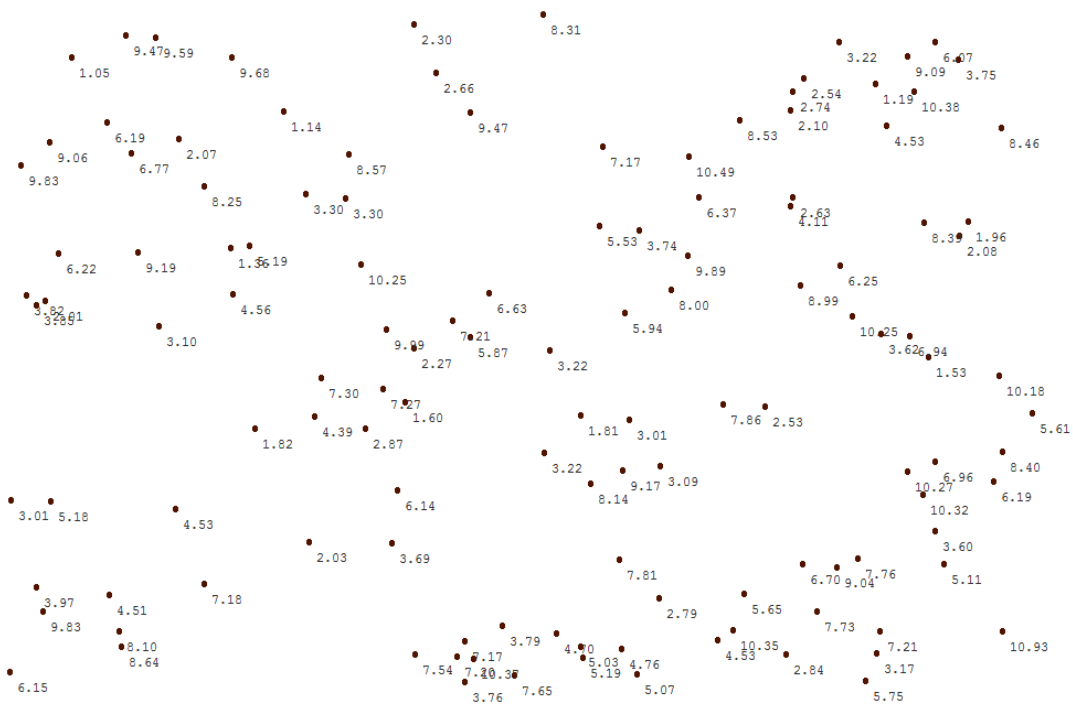


Figura 8. Nube de puntos con cota en software.

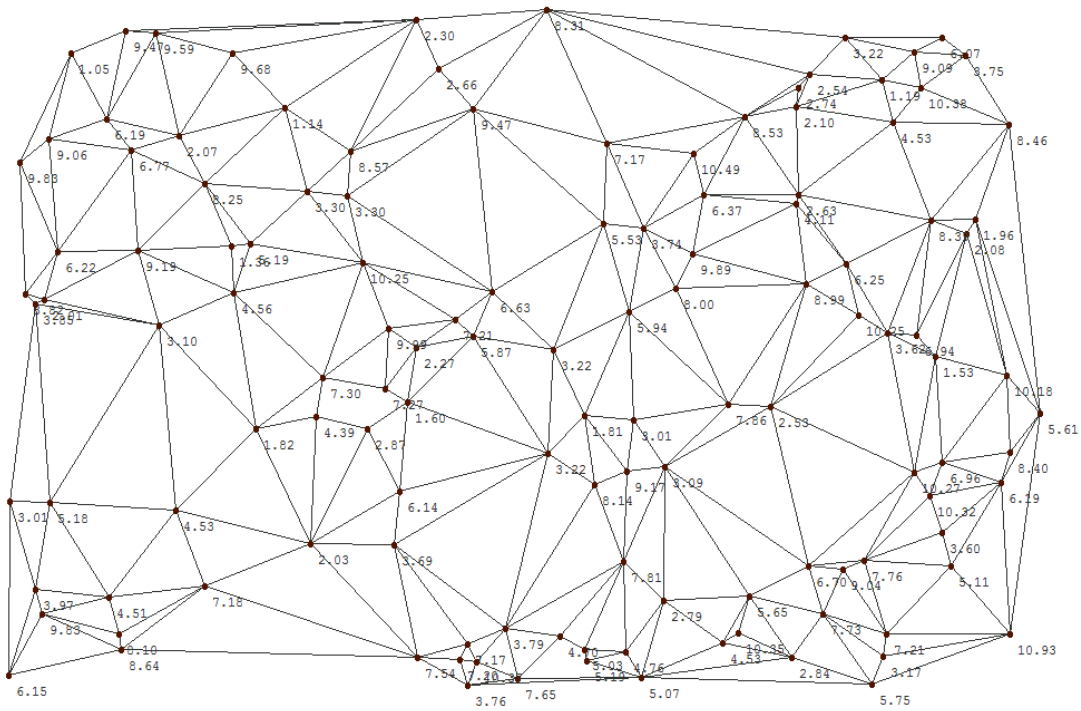


Figura 9. Obtención de la red de triángulos para la interpolación.

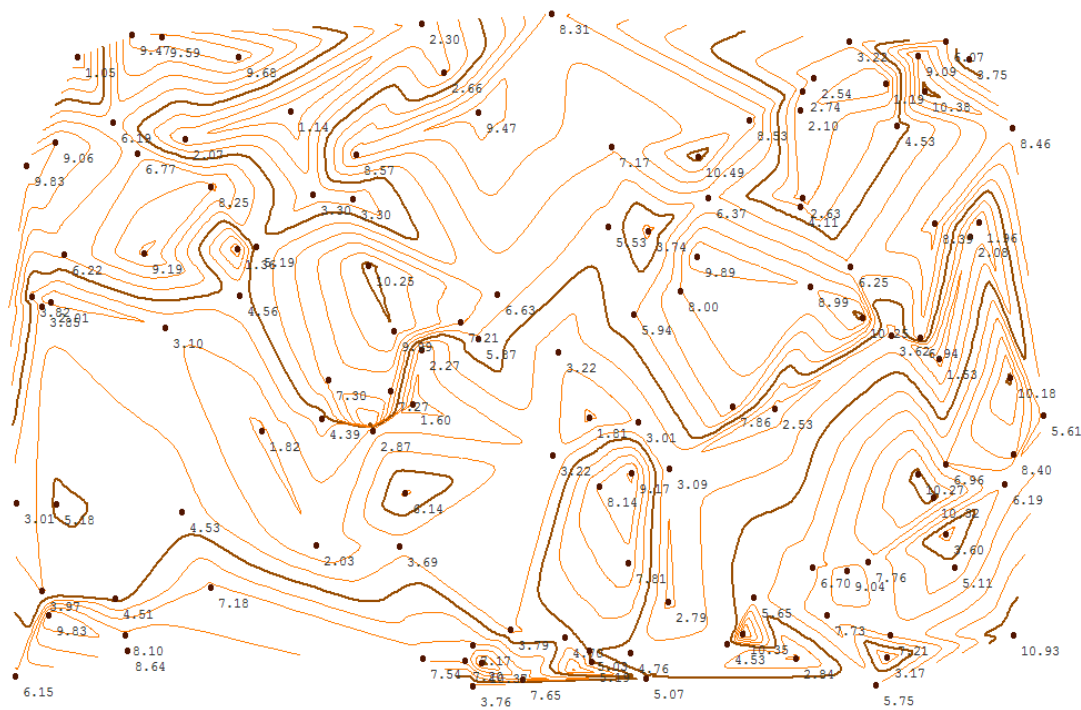


Figura 10. Obtención del curvado a equidistancia 1 m.

## 1.2. Tipos de curvas de nivel

Además de las curvas de nivel normales en los mapas se representan las curvas maestras o directoras. Son curvas que se destacan en la representación con un trazo más grueso y además están acotadas: en algún momento se interrumpe el dibujo de la línea y se rotula la cota (Figura 11). Van cada cuatro curvas normales. La equidistancia de las maestras, por tanto, es cinco veces la equidistancia de las normales. Sirven para facilitar la lectura del relieve de un mapa.

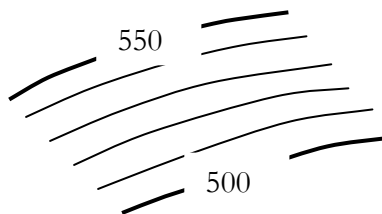


Figura 11. Curvas de nivel maestras (líneas de mayor grosor).

Las curvas intercalares son las que se corresponden con una equidistancia menor que la general del mapa (Figura 12). Se usan solo en casos excepcionales y en zonas de relieve dudoso.

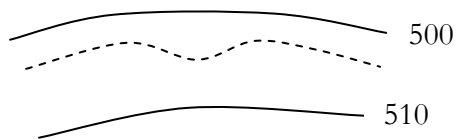


Figura 12. Ejemplo de curva intercalar (línea discontinua).

Reciben el nombre de curvas batimétricas o veriles las que se usan para para representar el relieve de zonas sumergidas. En los lagos y pantanos no se suelen poner, y sí en las zonas costeras: las cotas en este caso son cotas negativas del terreno o profundidad de la columna de agua. Son muy importantes en la cartografía de puertos.

### 1.3. Simbología de las curvas de nivel

Para las curvas de nivel se usa siempre el trazo continuo excepto en las intercalares y en las curvas que representan simas que se usa el trazo discontinuo. Si el mapa es en color se usa el siena para las curvas de nivel normales y el azul para las batimétricas bajo el mar. Las curvas de nivel deben rotularse con su cota, normalmente interrumpiendo alguna zona del

trazado de la misma para insertar el valor de  $z$  o colocándolo al lado (Figura 13). Si la densidad de curvas es grande o no hay necesidad de tanta información, se pueden rotular sólo las curvas maestras, como se indica en la Figura 11.



Figura 13. Rotulación de cruvas de nivel.

#### 1.4. Propiedades de las curvas de nivel

1- Gran densidad de curvas de nivel indica una pendiente del terreno acusada. Cuando las curvas de nivel quedan muy juntas se puede optar por dos soluciones: dejar solo las maestras o interrumpir el dibujo de las curvas y usar un símbolo de escarpe (Figura 14)

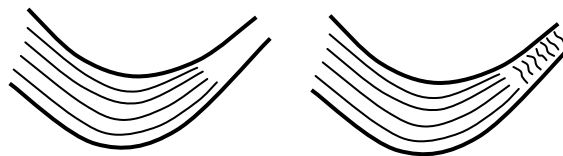


Figura 14. Solución para zonas de gran densidad de curvas

Estas situaciones son muy frecuente en los márgenes de las carreteras, y se corresponden con los planos de terraplén o de desmonte, que se indican con otra simbología (Figura 15):

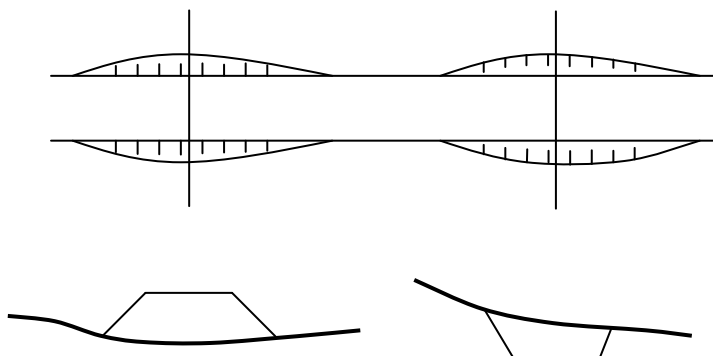


Figura 15. Simbología alternativa a las curvas de nivel para zonas de terraplenes y desmontes.

2- Un cambio brusco en la pendiente del terreno se traduce en una discontinuidad en la distribución de las curvas de nivel (Figura 16).

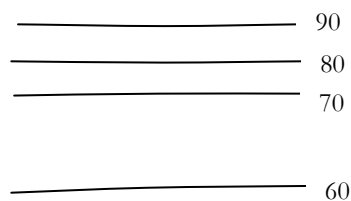


Figura 16. Cambio de pendiente reflejada en la distribución de las curvas de nivel.

3- Un relieve homogéneo se representa con curvas casi paralelas y un relieve heterogéneo con curvas muy irregulares (Figura 17).

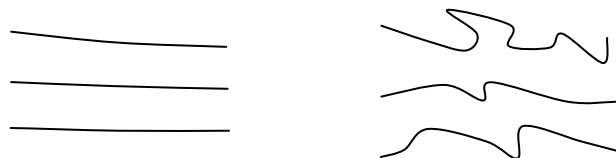


Figura 17. Ejemplos de relieve regular (izquierda) e irregular (derecha).

4- Las curvas de nivel cerradas tienen mayor cota que las que la rodean, excepto en las depresiones, que son formas de terreno poco habituales (Figura 18).

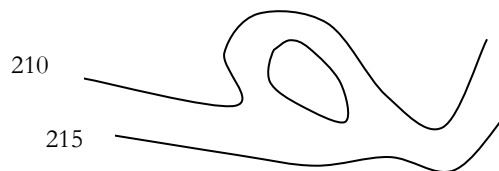


Figura 18. Curva de nivel cerrada con cota 215.

5- Todas las curvas de nivel son cerradas si se considera un mapa completo de un continente o isla, porque el relieve es un fenómeno continuo. En las representaciones



parciales, las curvas solo se interrumpen en los márgenes del mapa y el número de curvas que se cortan en los límites es par (Figura 19).

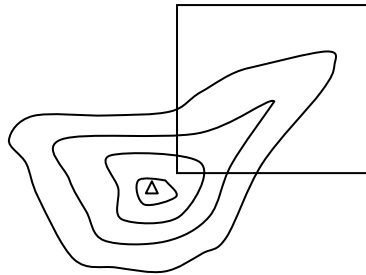


Figura 19. Curvas pares en el margen de un fragmento de mapa.

6- Las curvas de nivel no se cortan, ni se superponen, ni se bifurcan, excepto en relieves invertidos o verticales; ya que no es posible que un punto del terreno tenga dos cotas diferentes a la vez.

7- La línea de máxima pendiente del terreno es sensiblemente perpendicular a las curvas de nivel como horizontales que son de la superficie que representan. En la Figura 20, la recta de mayor pendiente es r3 porque para el mismo desnivel la distancia reducida es menor

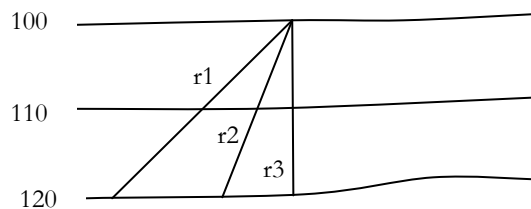


Figura 20. Recta de mayor pendiente r3 sobre terreno.

## 2. FORMAS DE RELIEVE

### 2.1. Cuesta o ladera

Es un plano inclinado y se representa con curvas de nivel aproximadamente paralelas. En la Figura 21 aparecen una ladera uniforme, cóncava y convexa.

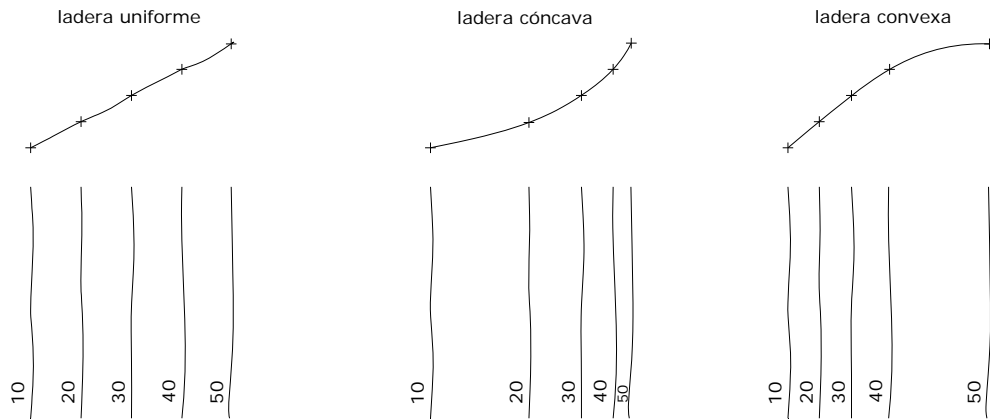


Figura 21. Dibujo de curvas para diferentes tipos de laderas.

### 2.2. Cerro o elevación y depresión, hoya o sima

El cerro es la zona de terreno que queda por encima de una llanura, y se representa con curvas de nivel cerradas donde las de menor cota envuelven a las de mayor. La depresión es la zona de terreno que queda por debajo de una llanura, y se representa con curvas de nivel cerradas donde las de menor cota quedan en el centro (Figura 22).

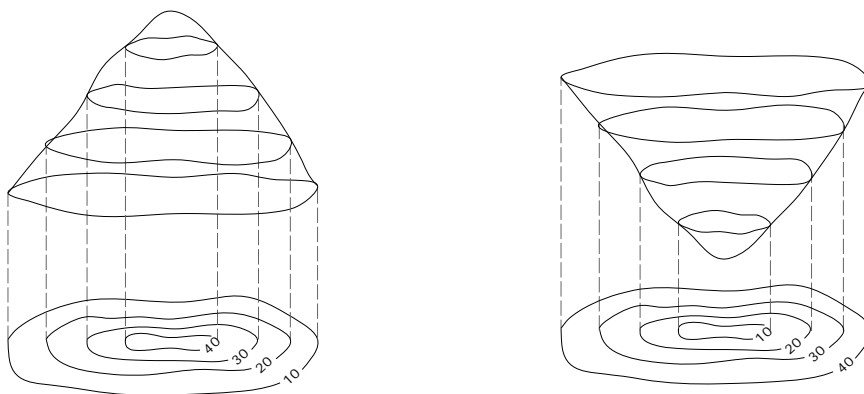


Figura 22. Representación de una elevación (izquierda) y una depresión (derecha) con curvas de nivel.

### 2.3. Vaguada y divisoria

Una vaguada es la línea unión de dos laderas donde convergen las aguas procedentes de las laderas, discurriendo a lo largo de esta línea tras alcanzarla por ser la de máxima pendiente del terreno. En la Figura 23 la flecha representa la dirección descendente de máxima pendiente en un punto de la vaguada.

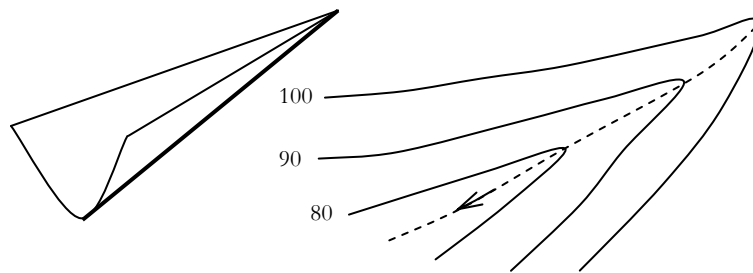


Figura 23. Representación de una vaguada.

Una divisoria es la línea unión de dos laderas que separa la zona que vierte aguas hacia una y otra ladera. En la Figura 24 las flechas representan las direcciones descendente de máxima pendiente en un punto de la divisoria.

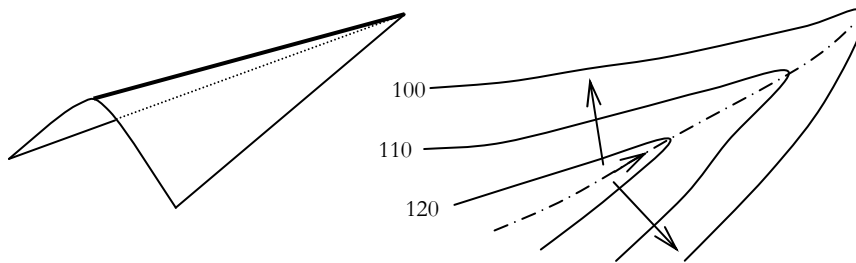


Figura 24. Representación de una divisoria.

#### 2.4. Collado o puerto

Se define como la zona de confluencia de dos vaguadas en su parte más alta y dos divisorias en su parte más baja (Figura 25, izquierda). Coincide con las zonas de paso de los sistemas montañosos o cordilleras, aprovechando “el cuello” (de ahí su nombre) que facilita el paso de una vertiente a otra (Figura 25, derecha). Cuando la zona es grande, se denomina puerto.

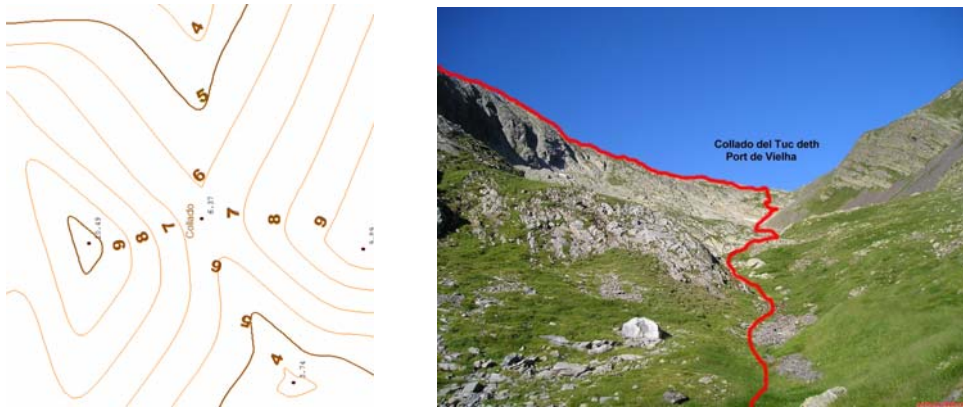
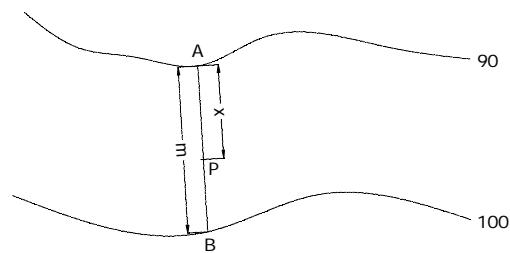


Figura 25. Representación del collado con curvas de nivel. Fotografía de la web <http://www.pirineos3000.com>

### 3. APLICACIONES

#### 3.1. Cálculo de la cota de cualquier punto del mapa

Una representación con curvas de nivel permite determinar la cota de cualquier punto perteneciente al mapa. Para ello se interpola la cota a lo largo de la línea de máxima pendiente del terreno, aproximadamente perpendicular a las curvas de nivel (Figura 26).



$$\frac{\Delta Z_A^P}{x} = \frac{\Delta Z_A^B}{m} ; \Delta Z_A^P = \frac{\Delta Z_A^B \cdot x}{m} ; Z_P = Z_A + \Delta Z_A^P$$

Figura 26. Obtención de la cota de un punto entre dos curvas de nivel.

#### 3.2. Realización de perfiles topográficos

Un perfil topográfico es la intersección del terreno con el plano vertical a lo largo de la alineación por la que se hace el perfil (Figura 27, izquierda): Generalmente se representa sobre unos ejes cartesianos, disponiendo el eje X en horizontal y el eje Y en vertical, de modo que en el eje X se llevan distancias reducidas y en el eje Y cotas. Gráficamente el perfil es el resultado de abatir los puntos pertenecientes a las curvas de nivel respecto a una horizontal de cota inferior, y unirlos (Figura 27, derecha).

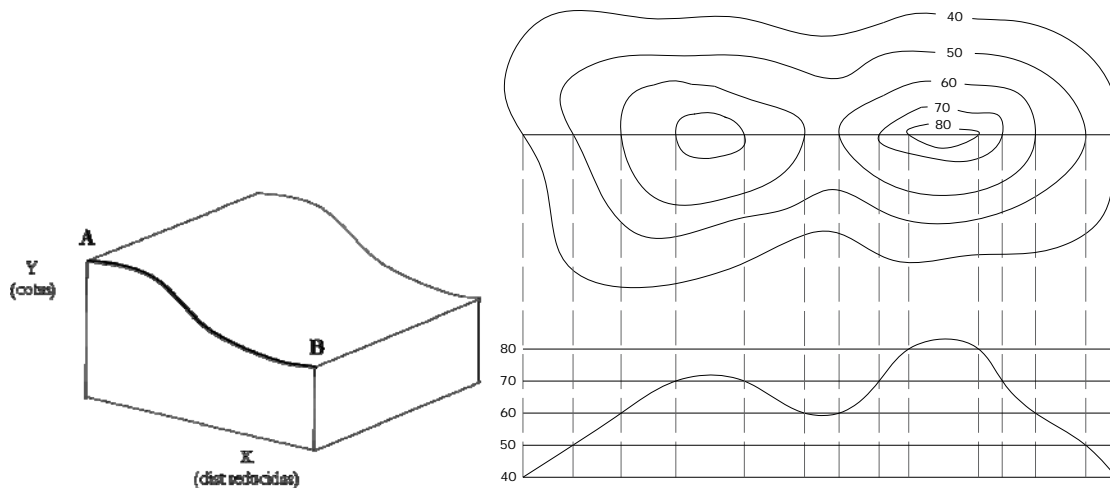


Figura 27. Línea del perfil longitudinal sobre el terreno entre A y B (izquierda) y construcción de un perfil a partir de mapa con curvas de nivel(derecha).

Distancias y cotas se dibujan a escala. Dado que la dimensión vertical en los terrenos es mucho más pequeña que la dimensión horizontal, es muy frecuente usar una escala menor para las distancias, lo que permite tener una mejor percepción visual de la forma del relieve. Es muy habitual la relación 1/10 entre ambas escalas.

Los perfiles topográficos tienen múltiples aplicaciones. Sirven por ejemplo para comprobar visibilidad entre puntos, o determinar zonas de terreno vistas y ocultas. Son imprescindibles para proyectar cualquier tipo de obras lineal como tendidos eléctricos, tuberías de saneamiento, abastecimiento o carreteras. Además mediante los perfiles se pueden calcular los movimientos de tierras que implican las obras lineales o de edificación.

### PRÁCTICAS TEMA 3

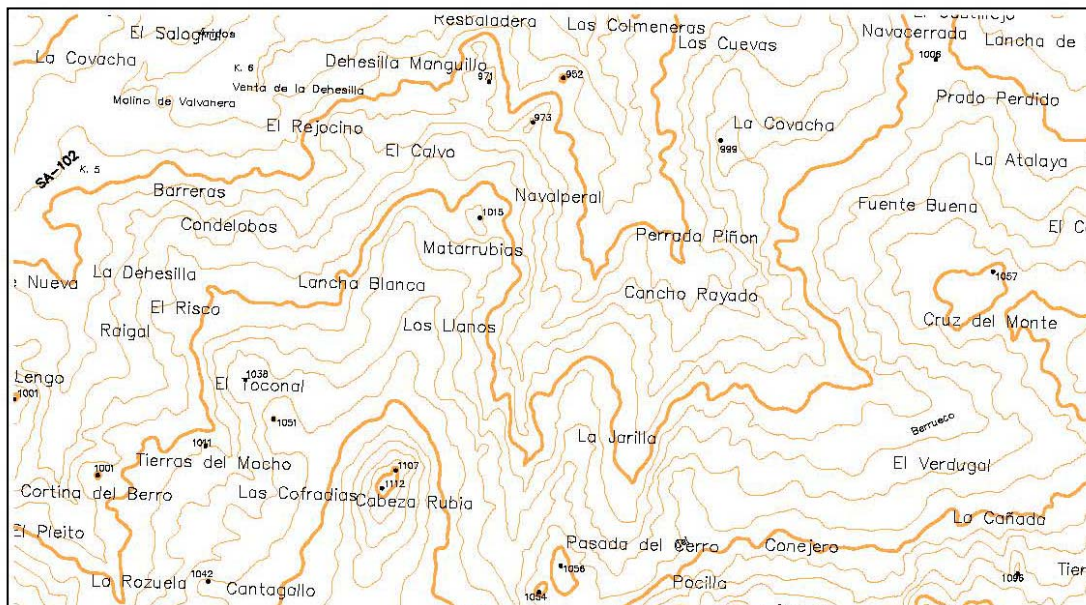
1. En la siguiente tabla se muestran una serie de puntos con sus coordenadas X, Y, Z en m:

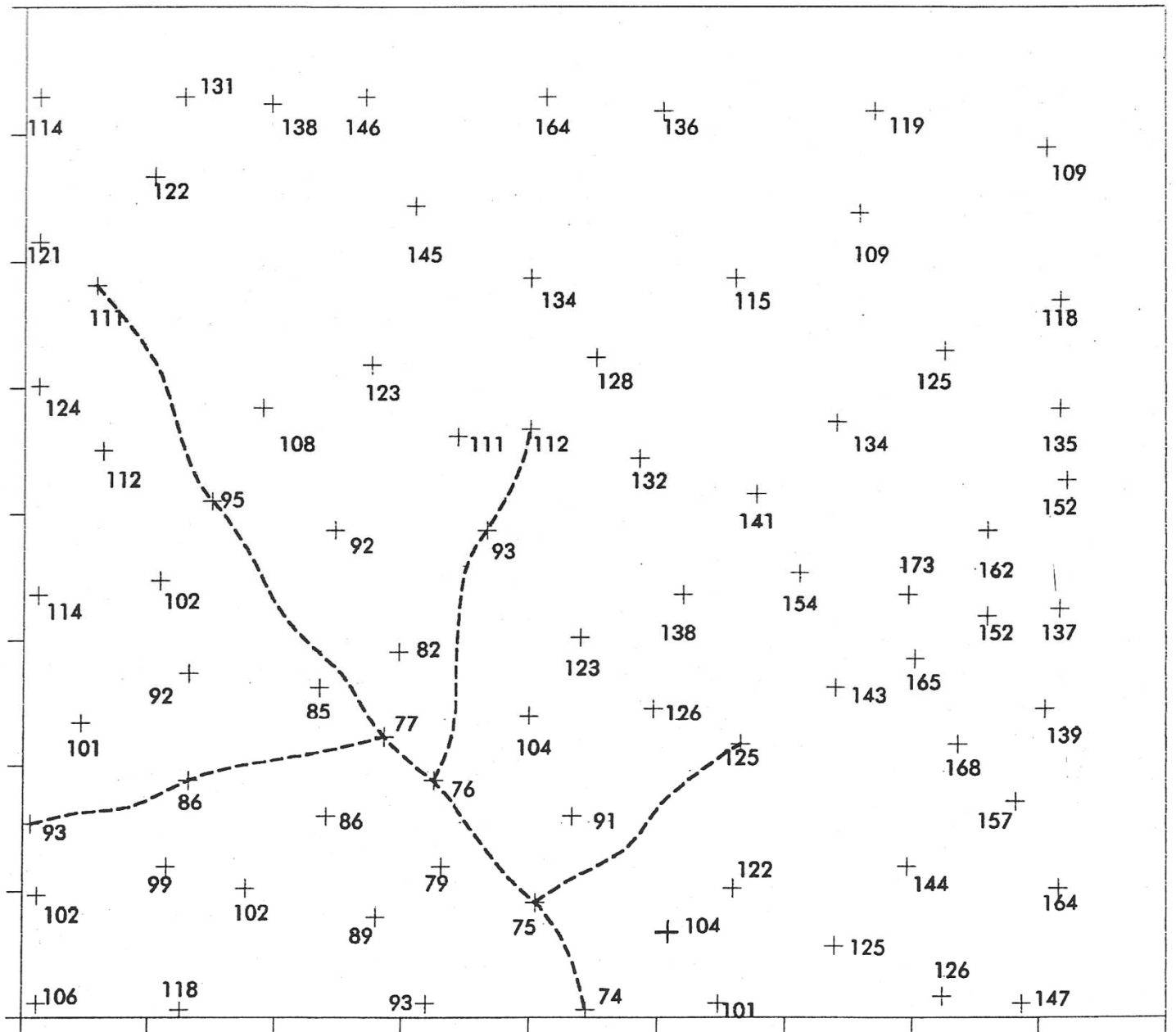
| PUNTO | X       | Y       | Z       |
|-------|---------|---------|---------|
| A     | 500,000 | 500,000 | 98,500  |
| B     | 597,438 | 570,793 | 96,595  |
| C     | 647,183 | 481,797 | 101,242 |
| D     | 500,000 | 420,000 | 95,434  |
| 1     | 552,637 | 461,926 | 99,362  |
| 2     | 577,425 | 522,492 | 96,815  |
| 3     | 608,403 | 471,990 | 100,326 |

Los puntos ABCDA definen una parcela. Realizar el plano de la parcela a E 1:1000 y obtener las curvas de nivel con una equidistancia de 1 m

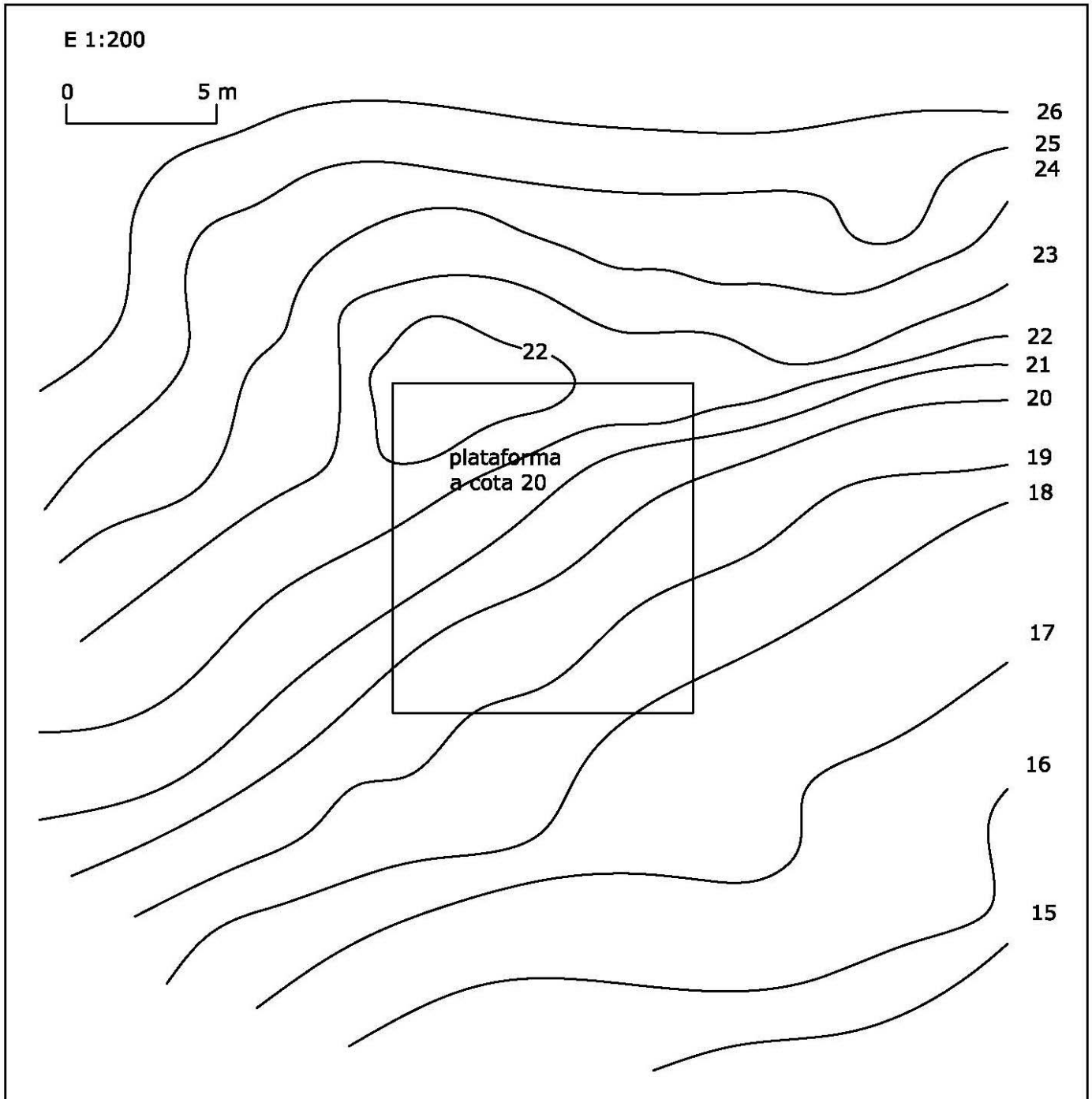
2. Realizar el curvado de la página siguiente con una equidistancia de 10 m e identificar las formas de relieve más reconocibles.

3. Identificar en el siguiente mapa las principales formas de relieve.



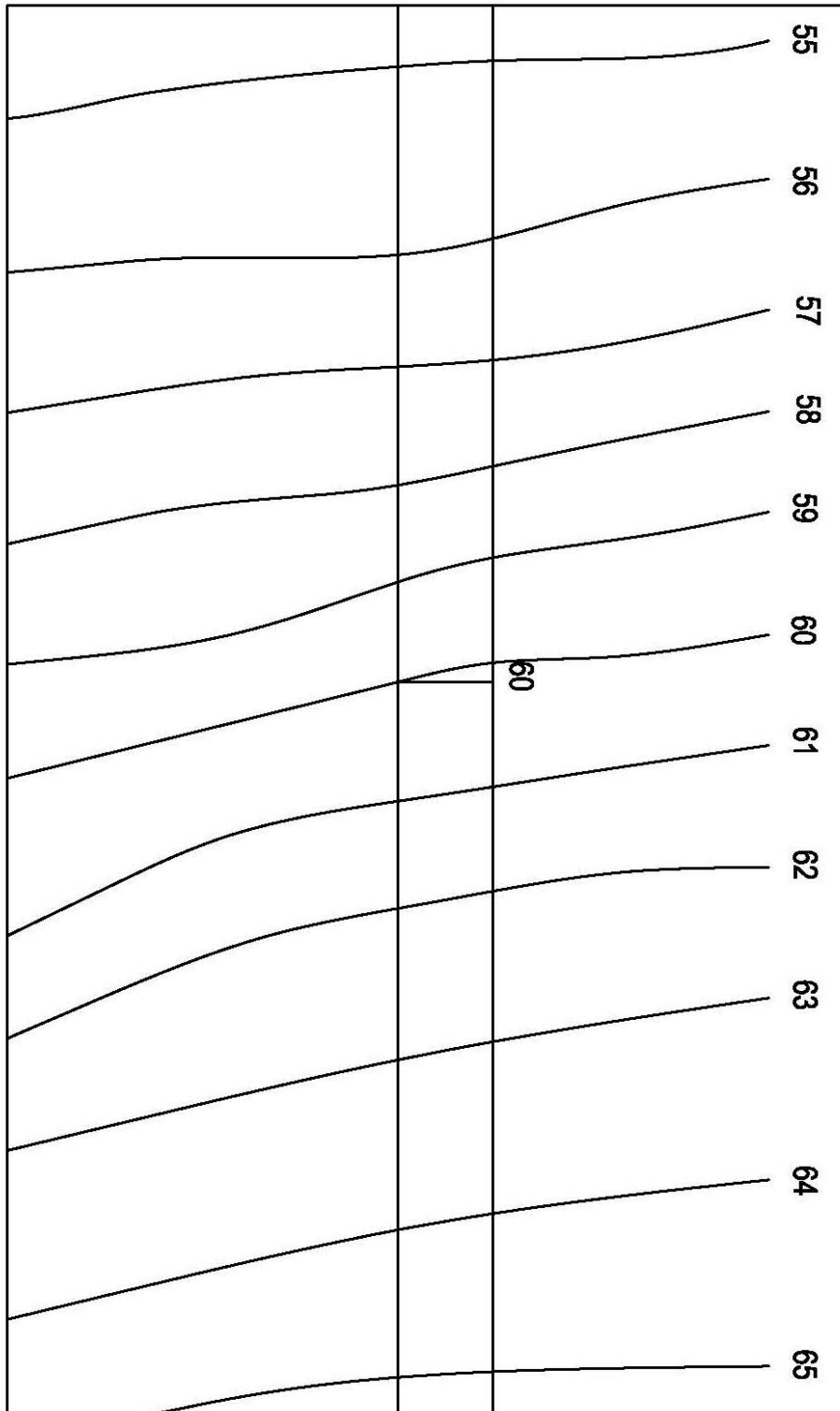


4. Determinar la zona de terreno afectada por la construcción de la plataforma horizontal a cota 20 que aparece en el plano. El ángulo de pendiente de los planos de desmonte es de  $45^\circ$ , y la pendiente de los planos de terraplén  $2/3$



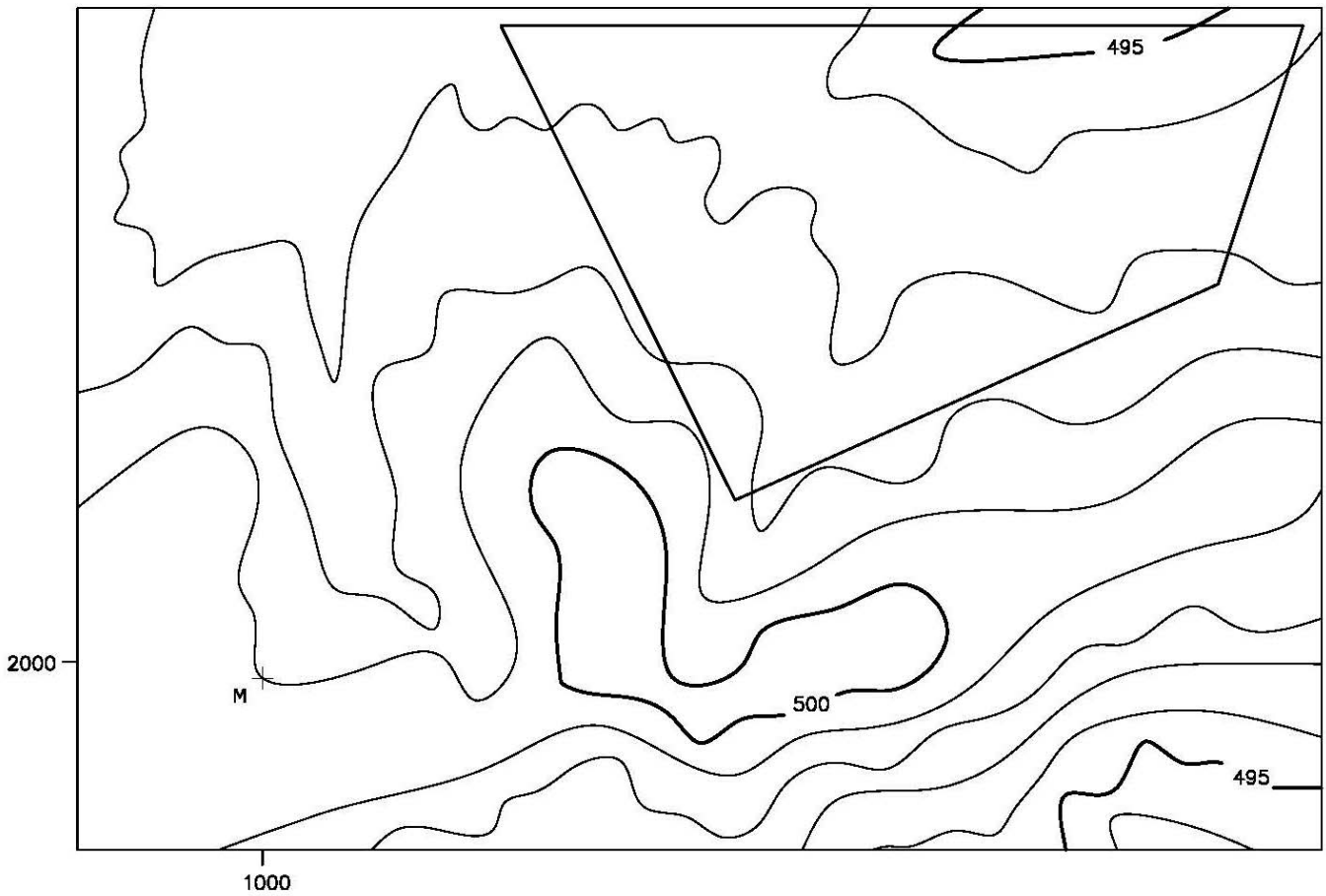


5. En el siguiente plano a escala 1:150 aparece el trazado de un camino agrícola que se va a construir. La pendiente longitudinal es del 20 % ascendente hacia el Sur. Las pendientes de desmonte y de terraplén son respectivamente 1/1 y 2/3. Hallar la zona afectada por la obra.



6. En el siguiente plano a E 1:2000 aparece una zona de terreno donde está representada una parcela. Los valores que figuran en los márgenes son coordenadas X, Y. El punto M es un manantial de agua. Se proyecta construir una tubería con una pendiente de -1,5% para llevar agua desde el manantial hasta el punto B de la parcela de coordenadas X = 1246; Y = 2144. Se pide:

- Hallar la superficie de la parcela en m<sup>2</sup>
- Realizar el perfil topográfico MB con Eh 1:2000 y Ev 1:200
- Representar la tubería
- En el punto que está a 200 m desde M, hallar las cotas en la tubería y en el terreno por el método más exacto.

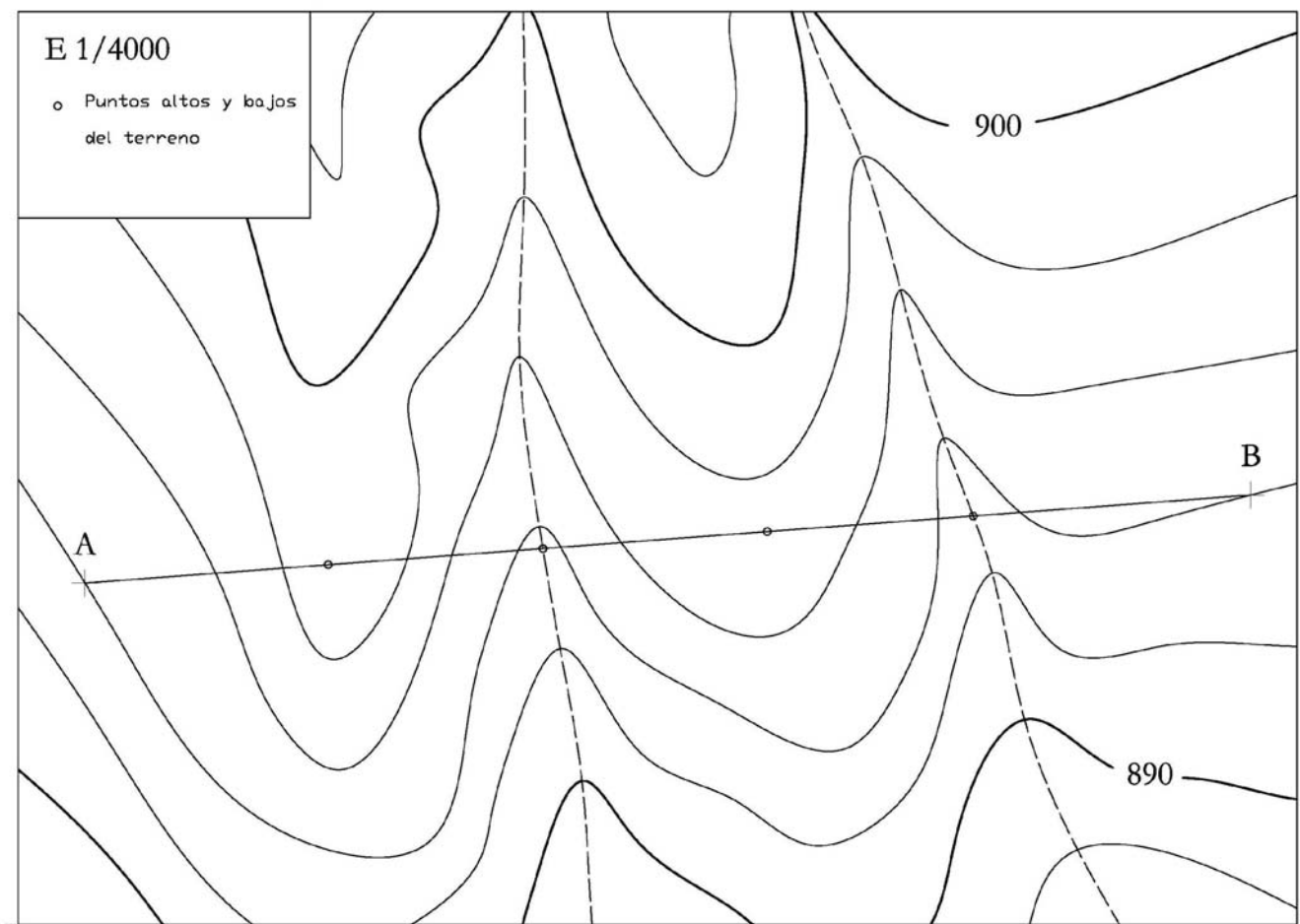


7. Entre los puntos A y B se proyecta una línea de telefonía con una separación entre postes consecutivos de 160 m, y una altura de los mismos de 10 m. El primer poste estará situado sobre el punto A del terreno.

- Realizar el perfil del terreno entre A y B con  $E_h$  1:4000 y  $E_v$  1:200. Interpolarse analíticamente la cota de los puntos altos y bajos de la alineación, redondeando la cota obtenida al décimetro.

- Trazar sobre el perfil una línea que parta de A con su cota, con una pendiente del 0,8% y una longitud (distancia reducida) de 350 m

- Representar sobre el perfil los postes de la línea. Si el cable se apoya a una altura de 9,5 m en los postes, determinar gráficamente la mayor y la menor distancia que habrá desde el cable hasta el terreno. Considerar para ello que el cable es una línea recta entre los puntos de apoyo.



8. En el siguiente plano a Escala 1/2000 está representada una zona de terreno donde se proyecta la construcción de un tramo de carretera. La equidistancia de las curvas de nivel es de 1 m.

Las características del proyecto son las siguientes:

- El eje en planta seguirá una alineación recta desde A hasta B.
- La rasante parte de A con cota  $C_A = 202,000$  m y tiene una pendiente constante a lo largo de todo el trazado de 0,25%
- La sección tipo de la carretera es la que se muestra en la figura inferior.

Se pide:

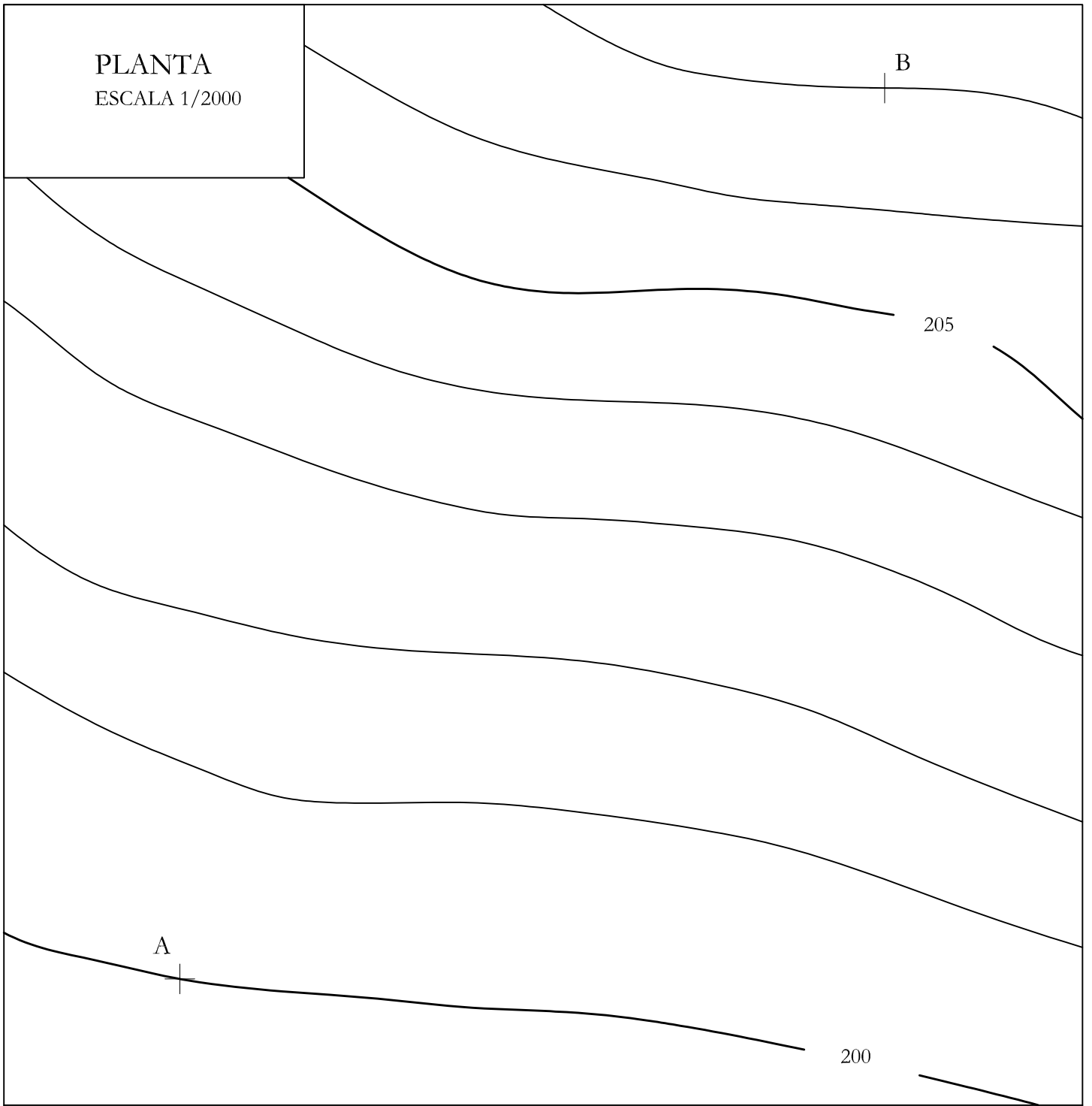
- Realizar el perfil longitudinal del terreno con  $E_h$  1/2000 y  $E_v$  1/200. Representar en el perfil la rasante. Completar los datos de la parte inferior del perfil para puntos secuenciales cada 50 m.
- Realizar a  $E$  1/200 los perfiles transversales del terreno representando una franja de terreno de 15 m a cada lado del eje para los PK cada 50 m entre el PK0+50 y el PK0+350. Encajar en cada perfil la sección tipo y hallar las superficies de terraplén o desmonte.
- Calcular los  $m^3$  de movimientos de tierras entre los PK0+50 y PK0+350 usando las siguientes fórmulas:

\* Entre dos perfiles en terraplén:  $V_T = \frac{T_1 + T_2}{2} \cdot d$

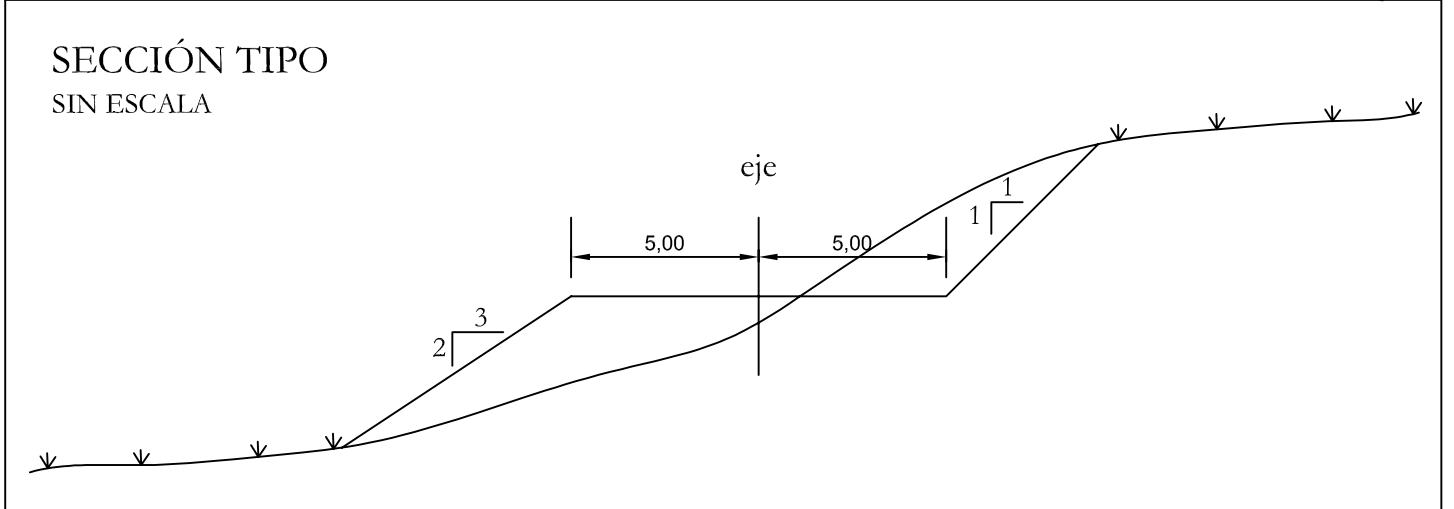
\* Entre dos perfiles en desmonte:  $V_D = \frac{D_1 + D_2}{2} \cdot d$

\* Entre un perfil de terraplén y uno de desmonte:  $V_T = \frac{T^2}{T+D} \cdot \frac{d}{2}$  ;  $V_D = \frac{D^2}{T+D} \cdot \frac{d}{2}$

PLANTA  
ESCALA 1/2000



SECCIÓN TIPO  
SIN ESCALA



# PERFIL LONGITUDINAL

Eh 1/2000

Ev 1/200



| COTAS       | RASANTE<br>TERRENO    |  |
|-------------|-----------------------|--|
| COTAS ROJAS | TERRAPLEN<br>DESMONTE |  |
| DISTANCIAS  | A ORIGEN<br>PARCIALES |  |