



**VNiVERSiDAD  
D SALAMANCA**

Departamento de Informática y Automática

---

**ESTRATEGIAS AVANZADAS DE CONTROL BASADAS  
EN LA TEORIA DE CONJUNTOS INVARIANTES Y MPC  
ECONOMICO EN LAZO CERRADO. APLICACIÓN A  
EDARS**

---

Hicham El Bahja

Julio 2017

---



D<sup>a</sup> Dra. PASTORA ISABEL VEGA CRUZ, Catedrática de Universidad del Departamento de Informática y Automática de la Universidad de Salamanca en el Área de Ingeniería de Sistemas y Automática,

Dr. MARIO FRANCISCO SUTIL, Contratado Doctor del Departamento de Informática y Automática de la Universidad de Salamanca en el Área de Ingeniería de Sistemas y Automática,

CERTIFICAN:

que el trabajo titulado **“ESTRATEGIAS AVANZADAS DE CONTROL BASADAS EN LA TEORIA DE CONJUNTOS INVARIANTES Y MPC ECONOMICO EN LAZO CERRADO . APLICACIÓN A EDARS”**

” ha sido realizado bajo su dirección por D. Hicham El Bahja y cumple con los requisitos para optar al Grado de Doctor por la Universidad de Salamanca, por lo que autoriza su presentación.

Salamanca, 23 Junio de 2017

Fdo: Pastora Isabel Vega Cruz

Fdo: Mario Francisco Sutil



**DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA Y AUTOMÁTICA**

**Universidad de Salamanca**

Resumen del trabajo realizado por D. HICHAM El bahja

para optar al Grado de Doctor

**ESTRATEGIAS AVANZADAS DE CONTROL BASADAS  
EN LA TEORIA DE CONJUNTOS INVARIANTES Y  
MPC ECONOMICOS EN LAZO CERRADO.  
APLICACIÓN A EDARS**

Bajo la dirección de la Dra. Pastora Isabel Vega Cruz

y el Dr. Mario Francisco Sutil

Salamanca, Julio de 2017



# Índice de contenidos

1. Introducción
  - 1.1 Motivación
  - 1.2 Trabajo previo
  - 1.3 Alcance y resumen de la tesis
  - 1.4 Resumen de las principales contribuciones
  
2. Proceso de fangos activados en una EDAR: Casos de estudio
  - 2.1 Introducción
    - 2.1.1 Descripción de la EDAR
    - 2.1.2 Gestión de procesos medioambientales
  - 2.2 Modelos del proceso de fangos activados
    - 2.2.1 Modelo matemático para la eliminación de materia orgánica (M1)
    - 2.2.2 Modelo matemático M2 obtenido por simplificación del ASM1
    - 2.2.3 Modelo matemático M3 obtenido por simplificación del BSM1
  - 2.3 Condiciones de operación
    - 2.3.1 Carga en el influente y perturbaciones
    - 2.3.2 Variables manipuladas
    - 2.3.3 Salidas
    - 2.3.4 Restricciones
    - 2.3.5 Índices de desempeño
  - 2.4 Descripción del problema de control
  - 2.5 Conclusiones
  
3. Conceptos preliminares
  - 3.1 Introducción
  - 3.2 Fundamentos de análisis de sistemas lineales
    - 3.2.1 Notación
    - 3.2.2 Sistemas dinámicos con restricciones en el espacio de estados
    - 3.2.3 Invariancia positiva y estabilidad
  - 3.3 Control predictivo
    - 3.3.1 Estrategia de control predictivo
    - 3.3.2 Modelo de predicción
    - 3.3.3 Manejo de las restricciones
  
- I Estrategias de control basadas en el concepto de invariancia positiva
4. Control por realimentación de estados no lineal basado en invariancia positiva
  - 4.1 Introducción
  - 4.2 Planteamiento del problema
  - 4.3 Diseño del sistema de control
    - 4.3.1 Control por realimentación de estados lineal
    - 4.3.2 Control por realimentación no lineal

- 4.3.3 Estabilidad
- 4.4 Aplicación a una EDAR
  - 4.4.1 Modelo del proceso
  - 4.4.2 Linealización
  - 4.4.3 Descomposición
  - 4.4.4 Resultados de simulación
- 4.5 Conclusiones
  
- 5. Control predictivo en lazo cerrado basado en el concepto de invariancia positiva
  - 5.1 Introducción
  - 5.2 Planteamiento del problema
  - 5.3 Control predictivo en lazo cerrado
  - 5.4 Diseño del controlador
    - 5.4.1 Resultados preliminares
    - 5.4.2 Resultado principal
    - 5.4.3 Selección de los parámetros del CLMPC
  - 5.5 Ejemplo
  - 5.6 Aplicación a una EDAR
    - 5.6.1 Modelo del proceso
    - 5.6.2 Diseño del controlador
    - 5.6.3 Resultados de simulación
  - 5.7 Conclusiones
  
- II Estrategias de control basadas en optimización dinámica en tiempo real
- 6. Control predictivo no lineal en lazo cerrado económico en una capa
  - 6.1 Introducción
  - 6.2 Planteamiento del problema
  - 6.3 Diseño del controlador
    - 6.3.1 El controlador GPC no lineal con objetivo económico
    - 6.3.2 Ley de control terminal  $F(k)$  del NECLGPC
    - 6.3.3 Control predictivo en lazo cerrado
  - 6.4 Aplicación a una EDAR
    - 6.4.1 Modelo del proceso
    - 6.4.2 Problema de control
    - 6.4.3 Índices de desempeño
    - 6.4.4 Resultados de simulación
      - 6.4.4.1 Casos de estudio
      - 6.4.4.2 Parámetros de sintonía y condiciones de operación
      - 6.4.4.3 Resultados
  - 6.5 Conclusiones
  
- 7. Integración de la optimización económica dinámica y control predictivo no lineal en lazo cerrado
  - 7.1 Introducción

- 7.2 Planteamiento del problema
- 7.3 Diseño del controlador
  - 7.3.1 Formulación de la capa superior
  - 7.3.2 Formulación de la capa inferior
- 7.4 Estabilidad
  - 7.4.1 Definiciones e hipótesis de partida
  - 7.4.2 Análisis de la estabilidad
- 7.5 Aplicación a una EDAR
  - 7.5.1 Modelo el proceso
  - 7.5.2 Problema de control
  - 7.5.3 Índices de desempeño
- 7.6 Resultados de simulación
- 7.7 Conclusiones

- 8. Conclusiones y trabajo futuro
  - 8.1 Conclusiones
  - 8.2 Trabajo futuro



# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

### *Resumen:*

*En este primer capítulo se realiza una introducción general al trabajo desarrollado, comenzando por la motivación de este trabajo de tesis, El capítulo continúa con una revisión del estado del arte recorriendo las diversas metodologías desarrolladas por otros investigadores. Finalmente, se describen los objetivos de la tesis y un esquema general de su organización así como las principales aportaciones de la misma.*

### **1.1 Motivación y objetivo general de la tesis**

En la actualidad, los procesos industriales han alcanzado un gran nivel de integración respecto a los flujos de materiales y de energía, viéndose limitados en gran medida por las especificaciones de calidad de los productos, cada vez más exigentes, y están sujetos a regulaciones cada vez más estrictas de seguridad y medio ambiente. Estas restricciones en las condiciones de funcionamiento han impuesto nuevas limitaciones en la flexibilidad operativa de los procesos químicos y han dificultado cada vez más los requisitos de rendimiento de las plantas de proceso. El mayor énfasis que se pone actualmente en la operación segura y eficiente de la planta, dicta la necesidad de una supervisión continua de la operación de las plantas químicas y de la intervención externa efectiva de sistemas de control cada vez más avanzados para garantizar la satisfacción de los objetivos operacionales. En este sentido, es normal que la relevancia del control avanzado de procesos tanto en la comunidad académica como en la industrial sea cada vez mayor. De hecho, sin un control avanzado de procesos no sería posible operar los procesos más modernos con seguridad y rentabilidad, cumpliendo al mismo tiempo los estándares de calidad de las plantas.

En consecuencia, el diseño de sistemas de control y supervisión de procesos eficaces y avanzados que puedan satisfacer estas demandas es un gran desafío debido a la multitud de problemas fundamentales y prácticos que surgen, los cuales trascienden muchas veces los límites de aplicaciones específicas. Aunque pueden variar de una aplicación a otra y tener diferentes niveles de significación, estas cuestiones siguen siendo genéricas en su relación con los objetivos de diseño de control.

Es objetivo de esta tesis avanzar en el campo del diseño de sistemas avanzados de control que tengan en cuenta tanto la optimización de la operación económica y del funcionamiento del control, a la vez que se respetan las restricciones impuestas en las variables e índices de calidad de los procesos. En este sentido, el uso de la teoría de conjuntos invariantes y del control predictivo se han revelado como herramientas útiles que pueden ser utilizadas para avanzar en el campo del control óptimo y con restricciones y permiten abordar de forma bastante sistemática los problemas de estabilidad de los sistemas en lazo cerrado.

Las técnicas propuestas, que tienen carácter general, se han validado en un conjunto de casos de estudio pertenecientes al campo de la depuración de aguas residuales.

Concretamente, se ha considerado el proceso de fangos activados en una planta de depuración de aguas residuales que se ha seleccionado como ejemplo de aplicación de la metodología propuesta. Se trata de un proceso no lineal de difícil control sometido a fuertes perturbaciones, por lo que la aplicación de estas técnicas es interesante. Además, su importancia aumenta también debido a que las regulaciones medioambientales son cada vez más exigentes, implicando la necesidad de un control avanzado de las plantas existentes.

## 1.2 Trabajo previo

Las plantas industriales implican casi siempre una operación restringida debido a diferentes restricciones, tales como limitaciones en la magnitud y/o el incremento de algunas variables, típicamente las señales de control. Por esta razón, el diseño de sistemas de control que satisfagan condiciones de estabilidad y rendimiento en presencia de restricciones es un tema de gran interés. En la literatura, existen varios enfoques para resolver este tipo de problemas, tales como la teoría de conjuntos invariantes [1, 2] y el Control Predictivo basado en Modelos (Model Predictive Control, MPC) [3, 4].

La teoría de conjuntos invariantes es un instrumento útil utilizado en varias ramas de la ingeniería, para el análisis de accesibilidad y estabilidad, así como para la síntesis de leyes de control con restricciones. Un conjunto positivamente invariante es un subconjunto del espacio de estados de un sistema con la propiedad de que si el estado del sistema está en este conjunto en algún instante inicial, entonces las trayectorias del sistema continuarán en este conjunto en el futuro [5]. Este hecho motiva el desarrollo de enfoques efectivos para calcular conjuntos positivamente invariantes para sistemas dinámicos.

Una aproximación utilizada en la literatura para obtener conjuntos positivamente invariantes se basa en el uso de las superficies de nivel de una función de Lyapunov, haciendo notar que estas superficies son también límites de conjuntos positivamente invariantes. Por ejemplo, el enfoque adoptado para el MPC del uso de coste terminal y/o de restricciones terminales establecidas en [6] requiere que el conjunto terminal sea positivamente invariante bajo alguna ley de realimentación local apropiada. Por otro lado, en [7] se estudia el problema de diseño de un regulador para sistemas lineales con restricciones tanto en el control como en sus incrementos en la representación del espacio de estados usando la técnica de conjuntos invariantes. El controlador se diseña para producir una respuesta salto del sistema en lazo cerrado con una relación de amortiguación pequeña garantizando al mismo tiempo que las señales de control no exceden los límites del actuador, a la vez que se respetan los límites en los incrementos de las señales de control.

Además del área del control de procesos, los conjuntos positivamente invariantes también son útiles para el examen y validación de condiciones de funcionamiento evitando fallos. De hecho, han sido utilizados para estudiar las propiedades de seguridad de un sistema, estableciendo las propiedades que garantizan que un sistema nunca podrá estar en un subconjunto preestablecido de estados "arriesgados" o "peligrosos", así como para abordar problemas de estabilidad [8].

El otro enfoque para diseñar sistemas de control en presencia de restricciones es el MPC. Esta técnica se ha convertido en una de las técnicas más aceptadas para resolver problemas prácticos de control multivariable complejos en presencia de restricciones en las industrias de procesos. El MPC es una estrategia óptima de control que utiliza un modelo de planta para predecir el efecto de un perfil de las señales de entrada sobre el estado de la misma, resolviendo en cada período de muestreo un problema de optimización con restricciones sobre un horizonte finito de predicción futuro. La información actualizada de la planta se usa en el siguiente periodo de muestreo para formular y resolver un nuevo problema de optimización, proporcionando de este modo retroalimentación de la planta al modelo. Esta técnica se basa en una política de horizonte deslizante para el cálculo de las señales de control. El uso de índices de rendimiento cuadráticos y la formulación de un conjunto de restricciones sobre ciertas variables se utilizan para conseguir expresar objetivos reales de rendimiento óptimo como puede verse en la literatura sobre el tema.

Durante las últimas décadas se ha establecido una sólida base teórica para el diseño e implementación de MPC, de modo que en la vida real pueden diseñarse de forma rutinaria controladores de sistemas de múltiples entradas y salidas a gran escala con garantías de estabilidad no conservadoras. El gran inconveniente del MPC es el gran esfuerzo computacional en línea que requiere, lo que limita su aplicabilidad a sistemas relativamente rápidos.

Existen ciertas formulaciones del MPC denominadas Control Predictivo en lazo cerrado (CLMPC), las cuales son en realidad una reformulación de un control predictivo de modo dual [10]. En ellas se usa como base un control estabilizante realimentado y se consideran dos modos de operación sobre un horizonte de predicción infinito en cada período de muestreo. En el modo primero los movimientos de control predichos en un horizonte finito están centrados alrededor de una ley de control estabilizadora a la que se añaden algunos grados de libertad adicionales, para garantizar el cumplimiento de las restricciones y mejorar el rendimiento en todo el horizonte de predicción. En el modo segundo, cuando el sistema de control está cercano a la referencia, tan solo actúa el controlador sin restricciones estabilizante. Por lo tanto, existe una conmutación implícita entre un modo de operación y el otro a medida que las variables del proceso convergen al estado deseado. Numerosos trabajos han puesto de manifiesto que este procedimiento proporciona una estrategia eficaz para disminuir la demanda computacional de los problemas de optimización que surgen de las técnicas de Control Predictivo en lazo abierto proporcionando un mejor acondicionamiento numérico de la optimización [11, 12] y permitiendo que el análisis de estabilidad y robustez sea más directo incluso para el caso restringido [13, 14]. Los investigadores en el área de control predictivo han ido adoptado progresivamente el MPC en lazo cerrado poniendo de manifiesto sus buenas propiedades.

Por otro lado, conviene poner también de manifiesto que la industria requiere procedimientos de operación óptimos y sistemas de control avanzados para hacer frente a los diferentes factores que afectan a la economía de las plantas y al rendimiento del proceso. La estrategia de optimización en tiempo real (Real Time Optimization, RTO) distribuida en dos capas de la jerarquía de control, se ha aplicado con éxito en procesos químicos para realizarla optimización económica de la operación de la planta. La capa superior calcula las trayectorias óptimas de las variables reguladas en términos de

ciertos índices de costes, y en la capa inferior un controlador predictivo modelo (MPC) ejecuta las acciones de control directo en escalas de tiempo más cortas [15, 16, 17].

Aunque ampliamente extendido, el enfoque tradicional de la RTO que emplea modelos lineales estacionarios en la capa superior puede no ser adecuado en términos del rendimiento económico para determinadas aplicaciones [18, 19, 20, 21, 22]. La inconsistencia entre los modelos lineales utilizados en la capa superior de RTO y los modelos dinámicos no lineales habituales utilizados en la capa MPC reguladora puede generar problemáticas adicionales en determinadas situaciones como puede ser el producir una predicción incorrecta del punto de operación en presencia de perturbaciones. La optimización dinámica en tiempo real (D-RTO) surge para superar algunas de las limitaciones de la RTO estacionaria teniendo en cuenta por ejemplo el comportamiento dinámico no lineal de los procesos [23, 24].

Concretamente, la integración de RTO y MPC ha sido propuesta en numerosos trabajos para garantizar la operación óptima de los procesos, habiéndose aportado soluciones con arquitecturas tanto de dos capas como de una sola capa en la jerarquía de control [21, 24]. En las estrategias de una sola capa, los objetivos de optimización económica y control se incluyen en un único algoritmo MPC con el fin de mejorar conjuntamente tanto el rendimiento económico como el de control. En [25], se define un MPC para lograr ambas tareas añadiendo un término económico a la función objetivo MPC estándar, observando que el procedimiento de una capa podría reaccionar a perturbaciones frecuentes más rápidamente que el enfoque multicapa. Sin embargo, una desventaja de este procedimiento es que la incorporación del objetivo económico convierte el problema de optimización, que es resuelto por un algoritmo MPC, en un problema de Programación No Lineal (NLP), donde la función objetivo es no lineal y hay restricciones no lineales dando lugar, en consecuencia, a un esfuerzo computacional a veces inasumible. Por ello, algunos investigadores, [25], [26] proponen versiones simplificada para reducir el tiempo de cálculo.

### **1.3 Alcance y organización de la tesis**

Motivados por el hecho de que muchos procesos industriales importantes se caracterizan por la presencia de fuertes no linealidades, incertidumbre y restricciones - y la falta de métodos generales de control lineal o no lineal para tales sistemas, los objetivos generales de esta tesis son:

- Desarrollar un marco riguroso, práctico y unificado para el diseño de leyes de control de procesos no lineales, con múltiples entradas y salidas y restricciones en las señales que integre capacidades explícitas de manejo de restricciones en la fase de diseño de controlador y proporcione una caracterización de las propiedades de estabilidad y desempeño de los controladores diseñados.
- Proponer soluciones de diseño de controladores, basadas en el uso de modelos linealizados, que integren la teoría de invariancia positiva en el diseño de controladores no lineales y CLMPC para garantizar el cumplimiento de las restricciones y obtener condiciones de estabilidad en lazo cerrado.

- Proponer soluciones que integren técnicas de optimización en tiempo real (DRTO) con CLMPC para garantizar la optimización de la operación de la planta reduciendo el esfuerzo computacional con arquitecturas de una capa y dos capas y realizar los estudios de estabilidad correspondientes.

. Evaluar las estrategias de control desarrolladas en modelos de simulación de diferente complejidad del proceso de fangos activados de plantas de tratamiento de aguas residuales tomados como casos de estudio.

La organización general de la tesis se describe en los párrafos siguientes de forma breve. En el primer capítulo se establece la motivación, objetivos, el alcance y principales aportaciones de la tesis.

El capítulo 2 contiene una breve descripción de las estaciones depuradoras de aguas residuales y sus diferentes etapas de tratamiento. También presenta los detalles de tres modelos del proceso de fangos activados (ASP) que se utilizarán en los capítulos siguientes. En primer lugar, se selecciona una planta con un reactor y un decantador, y se describe con detalle un modelo matemático sencillo considerando tan sólo la eliminación de materia orgánica. Seguidamente se describen con mayor detalle otros dos modelos de que además incluyen la eliminación de nitrógeno con diferente nivel de dificultad. A continuación se describen las perturbaciones que afectan al proceso, algunos índices dinámicos de calidad del efluente y las condiciones operativas requeridas para un funcionamiento adecuado del mismo. Este capítulo termina con la descripción de los diferentes problemas de control que serán resueltos lo largo de la tesis.

El capítulo 3 presenta algunas nociones teóricas y herramientas que sirven de base a las metodologías que se desarrollan en la tesis. En primer lugar, se presenta el problema de la estabilidad de los sistemas lineales con restricciones, en particular el concepto de función de Lyapunov y el dominio de atracción del equilibrio. A continuación se presentan los conceptos básicos de la teoría de la invariancia positiva, y finalmente el capítulo concluye presentando alguna noción básica de control predictivo.

El objetivo del capítulo 4 es diseñar una ley de control por realimentación no lineal que consiga que la salida siga rápidamente saltos en la referencia de gran amplitud sin experimentar un elevado sobreimpulso, sin efectos de saturación del actuador y garantizando la estabilidad y el cumplimiento de las restricciones. El controlador consiste en una ley de realimentación lineal calculada utilizando el concepto de invariancia positiva y una ley de realimentación no lineal sin ningún elemento de conmutación. Concretamente, la parte de la ley de realimentación de estado no lineal se utiliza para aumentar la amortiguación del sistema en lazo cerrado cuando la salida del sistema se aproxima a la referencia para reducir el sobreimpulso causado por la parte lineal. El diseño de los controladores por realimentación de estados propuestos se combina posteriormente con observadores Luenberger apropiados para el caso de inaccesibilidad de los estados.

El capítulo 5 presenta una metodología novedosa para diseñar un CLMPC utilizando conjuntos invariantes poliédricos que proporciona una solución simple a este tipo de control, garantizando la estabilidad y respetando las restricciones sobre la magnitud de control y sus incrementos en ambos modos de funcionamiento del controlador

predictivo en lazo cerrado (CLMPC). Para lograr estos objetivos, el primer paso consiste en el desarrollo de las condiciones necesarias y suficientes que debe satisfacer un sistema lineal autónomo para garantizar la estabilidad asintótica en el origen satisfaciendo las restricciones sobre el control y sus incrementos sobre un horizonte de predicción infinito. Posteriormente, estas condiciones se utilizan para obtener la ley de control de un CLMPC empleando un control estabilizante por realimentación de estados que garantice la estabilidad mientras se cumplen las restricciones y los requisitos de rendimiento del sistema en lazo cerrado. La solución propuesta puede tener en cuenta restricciones simétricas y asimétricas, y reduce significativamente la carga computacional asociada con la implementación de los controladores MPC en lazo abierto.

En el capítulo 6, se propone el uso de un Control Predictivo Generalizado no lineal sin restricciones como base en el CLMPC, como técnica de control avanzado eficiente para mejorar la economía en la operación y el rendimiento del control de plantas no lineales. Con el fin de poder obtener una solución eficiente computacionalmente en la implementación en línea del problema de optimización no lineal asociado al CLMPC, se han hecho dos consideraciones en el presente trabajo. En primer lugar, el modelo de predicción consistente en un modelo fenomenológico de la planta se escribe en la forma de linealización extendida (o de coeficientes dependientes del estado), permitiendo así expresar el modelo no lineal original con una estructura lineal y matrices dependientes del estado. En segundo lugar, en vez de utilizar los costes económicos no lineales directamente en la función objetivo, se utiliza una aproximación del gradiente reducido de la función económica. De esta manera, el problema se convierte en un problema cuadrático reduciendo el tiempo de cálculo en la implementación del esquema general del CLMPC en cada instante de muestreo y permitiendo además obtener analíticamente la ley de control terminal que se utilizará dentro del CLMPC con garantía de estabilidad.

Por último, el capítulo 7 se centra en la integración del problema DRTO y el CLMPC en una arquitectura de dos capas. La capa superior, que consiste en un MPC económico que recibe la realimentación de estado e información económica dependiente del tiempo, calcula las trayectorias económicamente óptimas para la operación del proceso variables en el tiempo, optimizando una función de coste económico dependiente del tiempo sobre un horizonte de predicción finito. La capa inferior, utiliza un CLMPC no lineal para calcular las acciones de control de realimentación que obligan a las salidas del proceso a seguir las trayectorias recibidas desde la capa superior. Además, se demuestra que la desviación entre el estado del sistema en lazo cerrado y la trayectoria económicamente variable en el tiempo está limitada.

En los dos últimos capítulos el enfoque propuesto se basa en el uso de modelos fenomenológicos no lineales del proceso para describir todas las dinámicas relevantes y cubrir un amplio rango de operación, proporcionando predicciones precisas y garantizando el desempeño de los sistemas de control.

Los métodos de control propuestos se ilustran a través de su aplicación a la planta depuradora de aguas residuales y se comparan con estrategias de control de procesos más tradicionales.

## **1.4 Resumen de las principales contribuciones**

Las principales contribuciones de esta tesis son:

- El diseño de una ley de realimentación no lineal que hará que la salida siga rápidamente una entrada de referencia de amplitud alta sin experimentar un gran sobreimpulso asegurando la estabilidad del sistema en lazo cerrado y el cumplimiento de las restricciones.
- La propuesta de una metodología novedosa para diseñar un MPC en lazo cerrado utilizando conjuntos invariantes poliédricos que proporciona una solución simple a este tipo de control, garantizando la estabilidad y respetando las restricciones sobre magnitud de control y sus incrementos en ambos modos de operación del controlador dual.
- La propuesta de un nuevo Control Predictivo Generalizado en lazo cerrado no lineal de una sola capa basado en un GPC no lineal económico, como técnica de control avanzado eficiente para mejorar la economía en el funcionamiento de plantas no lineales.
- La propuesta de un marco estratégico de dos capas para integrar la optimización económica dinámica y el control predictivo del modelo para el funcionamiento óptimo de sistemas de procesos no lineales.
- Validación sobre tres casos de estudio de procesos de fangos activados de plantas de depuración de aguas residuales (EDAR) con distinto nivel de complejidad.

La tesis se ha enfocado particularmente en problemas de estabilidad y cumplimiento de restricciones en la etapa de diseño de cada sistema de control.

## Capítulo 2

# PLANTAS DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES. CASOS DE ESTUDIO

### **Resumen:**

*En este capítulo se describe el proceso de fangos activados en el marco de una planta depuradora de aguas residuales y sus etapas de tratamiento. A continuación se presentan los diferentes casos de estudio. En primer lugar se selecciona una planta con un reactor y un decantador secundario, y se presenta un modelo matemático del proceso sólo con eliminación de materia orgánica, para describir a continuación otros modelos con eliminación de nitrógeno, obtenidos como simplificaciones del modelo de fangos activados ASMI y del modelo recogido en la plataforma de simulación BSM1 respectivamente. A continuación se describen las perturbaciones que afectan al proceso, algunos índices dinámicos de calidad del efluente y las condiciones de operación requeridas para un adecuado funcionamiento. El capítulo finaliza con la descripción del problema de control mostrando ciertos problemas existentes intrínsecos al control de este tipo de procesos.*

### **2.1 Etapas de tratamiento de las aguas residuales**

Para tratar adecuadamente las aguas residuales industriales o urbanas se realiza un pretratamiento inicial para separar los sólidos de gran tamaño mediante procesos físicos. Posteriormente se llevan a cabo operaciones físicas, químicas y biológicas, que se distinguen como tratamiento primario, secundario y terciario.

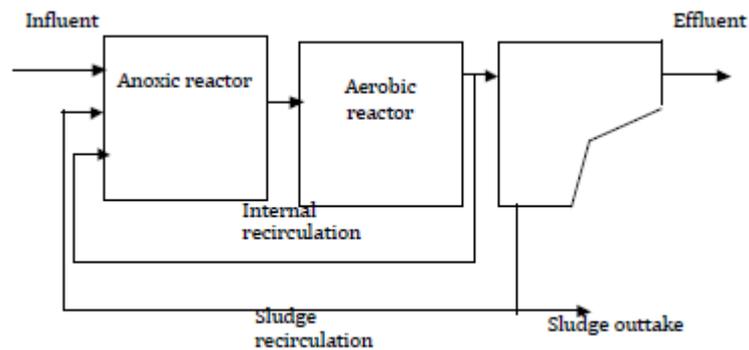
Los procesos de tratamiento primario tienen como objetivo la separación por medios físicos de las partículas en suspensión no retenidas en el pretratamiento. La etapa más importante en la depuración de las aguas es el tratamiento secundario o tratamiento biológico. Este consiste en la degradación de la materia orgánica disuelta por una población de microorganismos (biomasa). Esta reacción tiene lugar en unos reactores biológicos o biorreactores, donde el agua permanece el tiempo necesario para alcanzar una concentración aceptable de contaminantes. El agua tratada continúa hacia los decantadores secundarios donde la biomasa se decanta al fondo y el agua tratada continúa con su depuración, o bien se devuelve ya al río dependiendo de las posibilidades técnicas de la planta depuradora. El agua puede ser sometida al tratamiento terciario, como la cloración o la adsorción con carbón activo para disminuir aún más los niveles de los contaminantes todavía presentes en el agua.

Estos tratamientos conforman la denominada línea de aguas de una planta depuradora. Por otro lado, se tiene también la línea de fangos, que mediante un tratamiento específico (espesadores y deshidratadores) trata de reducir el volumen, peso y características de los fangos.

El tratamiento secundario más utilizado es el proceso de fangos activados, que consiste en la oxidación bacteriana de los residuos orgánicos, seguida de una separación de los microorganismos y del agua tratada.

En resumen, el proceso de fangos activados consiste en (Figura 2.1):

- Una línea de reactores biológicos que incluye una zona anóxica y un tanque de aireación donde los fangos activados y el agua a depurar permanecen durante cierto período de tiempo.
- Un decantador secundario o clarificador, donde se separan los fangos del efluente ya tratado.
- Una recirculación externa de parte de los fangos hacia el reactor biológico, una recirculación interna y una purga para evacuar y tratar una pequeña parte de los fangos producidos.



**Figura 2.1:** Proceso de fangos activados

## 2.1 Modelos matemáticos

En el marco del programa europeo “COST ACTION 682 y 684”, entre los años 1998 y 2004 se desarrolló la herramienta BSM1 (“Benchmark Simulation Model 1”), que consiste en una planta de referencia del proceso de fangos activados para el estudio y comparación de diferentes estrategias de control aplicables a este proceso [41].

La estructura del BSM1 [41] es relativamente simple, está compuesta por: 5 reactores biológicos, dos de los reactores son anaeróbicos y los otros tres son aeróbicos. Los dos primeros operan de forma anóxica para llevar a cabo el proceso de desnitrificación, mientras que los tres restantes se mantienen aireados y en ellos tiene lugar el proceso de nitrificación. Seguido de los reactores de lodos activados, se encuentra un decantador. El comportamiento de los bio-reactores está representado por el Modelo del Proceso de Fangos Activados nro. 1 (ASM1).

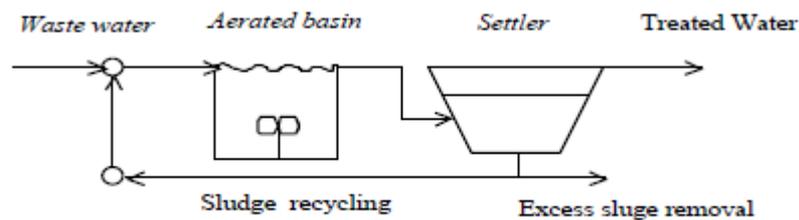
Se presentan los diferentes casos de estudio y sus modelos matemáticos: 1) una planta con un reactor y un decantador secundario donde se lleva a cabo únicamente la eliminación de materia orgánica, 2) Plantas con zona anóxica y aeróbica donde ocurren procesos de eliminación de nitrógeno descritos a partir de simplificaciones del modelo de fangos activados ASM1

### 2.1.1 Modelo matemático M1 para eliminación de materia orgánica

Se considera el proceso de reducción de materia orgánica, por lo que se descartan los procesos de nitrificación y desnitrificación y los relacionados con los compuestos insolubles.

En primer lugar se describe un modelo matemático no lineal simplificado del proceso de fangos activados que consta de un reactor biológico y un decantador. El reactor se modela considerando mezcla completa y el decantador considerando tres capas con concentraciones distintas.

En el reactor, la población bacteriana (biomasa) se debe mantener en un determinado nivel para que sea posible el consumo de la materia orgánica (sustrato), y es necesario también un buen sistema de aireación y agitación que proporcione el oxígeno necesario para la acción de las bacterias aerobias, que evite la sedimentación de los fangos en el reactor y que permita la homogeneización de los fangos activos.



**Figura 1.** Esquema de la planta representada por el modelo M1

Los procesos biológicos considerados son el crecimiento de los microorganismos y la degradación de materia orgánica. La dinámica del reactor está afectada por la aireación.

En este modelo los estados son:

- La concentración de oxígeno disuelto ( $c$ )
- La concentración de la población homogénea de microorganismos ( $x$ )
- El sustrato soluble ( $s$ )
- La tasa de dilución  $D(t)$

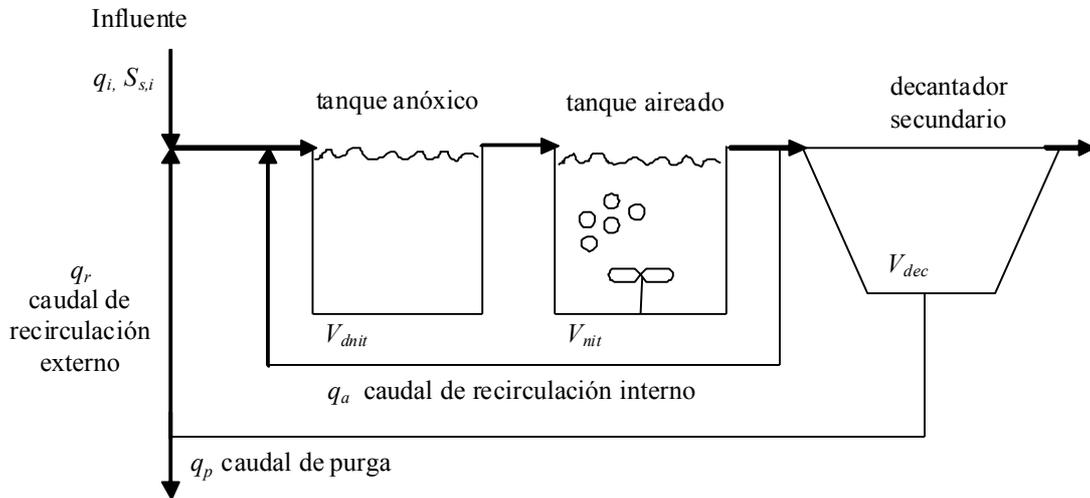
Las entradas son:

- El caudal de recirculación  $q_r$  y el caudal de purga  $q_p$ .
- El coeficiente de transferencia de oxígeno  $K_{La}$
- La concentración de sustrato en el influente  $s_{in}$

### 2.1.2 Modelo matemático M2 obtenido por simplificación del ASM1

Este modelo matemático simplificado [37] tiene en cuenta únicamente las variables significativas en una escala media de tiempo y las variables con dinámica lenta se consideran constantes. Se considera un reactor anóxico y uno aeróbico y se supone que el proceso de desnitrificación tiene lugar sólo en el tanque anóxico y el proceso de nitrificación únicamente en el tanque aireado.

En este modelo se consideran como variables de estado seis componentes básicos en cada reactor, junto con la concentración de biomasa recirculada en el decantador, todos ellos descritos en la Tabla



**Figura 2.** Esquema de la planta representada por el modelo M2

**Tabla 1:** Variables de estado consideradas en el modelo M2

Descripción	Variable
Biomasa autótrofa en el tanque aireado (mg/l)	$X_{A,nit}$
Biomasa autótrofa en el tanque anóxico (mg/l)	$X_{A,dnit}$
Biomasa heterótrofa en el tanque aireado (mg/l)	$X_{H,nit}$
Biomasa heterótrofa en el tanque anóxico (mg/l)	$X_{H,dnit}$
Sustrato rápidamente biodegradable en el tanque aireado (mg/l)	$S_{S,nit}$
Sustrato rápidamente biodegradable en el tanque anóxico (mg/l)	$S_{S,dnit}$
Nitratos y nitritos solubles en el tanque aireado(mg/l)	$S_{NO,nit}$
Nitratos y nitritos solubles en el tanque anóxico(mg/l)	$S_{NO,dnit}$
Amonio soluble en el tanque aireado(mg/l)	$S_{NH,nit}$
Amonio soluble en el tanque anóxico(mg/l)	$S_{NH,dnit}$
Oxígeno disuelto en el tanque aireado (mg/l)	$S_{O,nit}$
Oxígeno disuelto en el tanque anóxico (mg/l)	$S_{O,dnit}$
Concentración de biomasa recirculada del decantador (mg/l)	$X_{rec}$

El modelo matemático queda constituido por las ecuaciones diferenciales obtenidas a partir de balances de masas. Se representa el transporte de materia y el crecimiento o consumo de los compuestos. Las velocidades de crecimiento en condiciones aeróbicas y anóxicas están basadas en la cinética de Monod y su expresión detallada se puede encontrar en [37]. Las relaciones entre el caudal de recirculación externo  $q_r$ , interno  $q_a$ , purga  $q_p$  e influente  $q_i$  y las tasas de dilución  $D_{nit}$ ,  $D_{dnit}$  y  $D_{dec}$  son entradas para el modelo.

### 2.1.3 Modelo matemático M3 obtenido por simplificación del BSM1

Se considera el *BSM1* simplificado con una estructura fija de un reactor aeróbico, uno anóxico y el decantador. Este último representado por simplicidad como un punto de mezcla, con recirculación de fangos constante. Se lleva a cabo la remoción de materia orgánica (sustrato) y la eliminación de nitrógeno, pero sólo se toman en cuenta los procesos relacionados con los compuestos solubles cuya dinámica es significativa en periodos de 14 días.

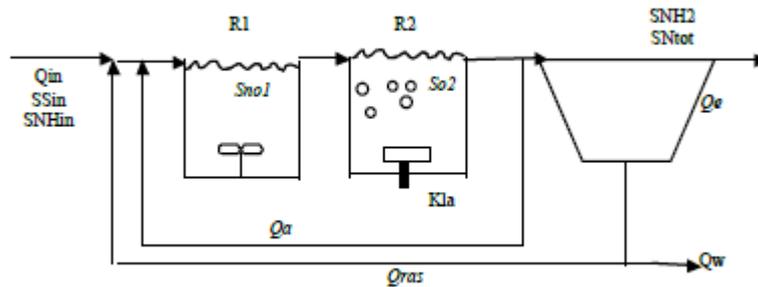


Figura 3. Esquema de la planta representada por el modelo M3

## 2.2 Operación del proceso de fangos activados

El proceso de fangos activados se encuentra sometido a fuertes perturbaciones en el caudal y la concentración de materia orgánica en el influente. Como resultado, la calidad del efluente se deteriora y es difícil lograr la operación en estado estacionario, por lo que la planta se mantiene habitualmente en estado transitorio. Entre los objetivos de control se plantearán, además de satisfacer los requerimientos sobre la calidad del efluente, rechazar las perturbaciones y lograr una operación eficiente al menor coste.

Como perturbaciones típicas de entrada se utilizan los valores propuestos por el BSM1, donde se definen registros temporales del caudal de entrada a la planta y concentraciones de todos los compuestos en dicho caudal, para situaciones de tiempo seco, lluvia y tormenta.

Debido a la naturaleza química y biológica del proceso, el funcionamiento eficiente del proceso de fangos activados descrito depende de las siguientes restricciones de operación:

- La concentración de oxígeno disuelto. Se utilizan aireadores superficiales o difusores para suministrar a los microorganismos la cantidad de oxígeno requerida para oxidar la materia orgánica y mantener la calidad de los fangos. Si se suministra oxígeno en exceso, además del alto consumo de energía, puede afectarse la calidad de los fangos.

- La concentración de biomasa en el reactor debe estar entre unos límites determinados para que se produzca la adecuada degradación del sustrato.
- La edad de los fangos es un parámetro que mide el tiempo medio que permanecen los fangos en el decantador. Esta magnitud suele tener un valor de 3-15 días en condiciones convencionales de operación, y se regula mediante caudales de purga adecuados.
- La carga másica conocida también como relación  $F/M$ . Se refiere a la relación entre la masa de materia orgánica alimentada al reactor por unidad de tiempo y la masa de microorganismos disponibles en el mismo, debe estar entre unos límites determinados en dependencia del caudal medio a tratar.

La calidad del agua a ser descargada es el objetivo de la operación y determina la eficiencia del proceso. Se mide en función de los parámetros característicos del efluente, que deben mantenerse dentro de ciertos límites que dependen de la legislación regional. En la tabla 3 se presentan algunos valores sugeridos.

Variable	Valor restricción
Nitrógeno total (Nt)	< 18 g N/m <sup>3</sup>
Demanda Química de Oxígeno (DQO)	< 125 g DQO/m <sup>3</sup>
Amonio ( $S_{NH}$ )	< 4 g N/m <sup>3</sup>
Nitratos y nitritos ( $S_{NO}$ )	< 10 g N/m <sup>3</sup>
Producción total de fangos(TSS)	< 30 g SS/m <sup>3</sup>

**Tabla 3:**Límites sobre la calidad del efluente

### 2.3 Descripción del problema de control

El problema de control consiste en mantener la calidad del efluente con un consumo razonable de energía en las bombas y turbinas de aireación, a pesar de las perturbaciones en el influente.

En particular, para la planta descrita por el modelo M1, el objetivo de control es la regulación del sustrato y de oxígeno alrededor de las referencias especificadas manipulando la tasa de dilución y la aireación. Para las plantas descritas por los modelos M2 y M2, el objetivo es mantener la concentración de nitritos y nitratos en la zona anóxica debajo de cierto límite y regular la concentración de oxígeno disuelto en la zona aireada. En este caso, las variables manipuladas son la recirculación interna y el coeficiente de transferencia de oxígeno.

## Capítulo 3

### ***Resumen:***

*En este capítulo se realiza una descripción de los conceptos básicos y principales características de las técnicas de teoría de conjuntos invariantes y su aplicación al control de procesos. A continuación se presenta el marco general del Control Predictivo basado en Modelos (MPC) exponiendo brevemente algunas metodologías clásicas desarrolladas por otros investigadores.*

## Capítulo 4

# Control por realimentación de estados no lineal basado en la teoría de invarianza positiva

### *Resumen:*

*El objetivo de este capítulo es presentar el diseño de una ley de control por realimentación de estados a fin de conseguir un seguimiento rápido de la señal de referencia sin experimentar un gran sobre impulso y garantizando la estabilidad del sistema en lazo cerrado y el cumplimiento de las restricciones impuestas sobre la señal de control y sus incrementos.*

*La ley de control consta de una parte de realimentación lineal del estado y de una parte no lineal que actúan de forma aditiva sin mecanismos explícitos de conmutación. La parte lineal se diseña para obtener una respuesta rápida frente cambios de tipo salto en la referencia y la parte no lineal para mejorar la relación de amortiguación de la respuesta que proporciona la primera especialmente cuando la respuesta está cerca de la referencia. En ambos casos se hace uso de un modelo linealizado del procesos que se quiere controlar. El caso de estado no accesible se trata mediante la implementación de un observador de estados en conjunto con el control. En el diseño de ambos se imponen límites en la señal de control, en sus incrementos así como en el error de observación garantizando la estabilidad.*

*La eficacia de la técnica se demuestra en una aplicación de control de una EDAR, concretamente en el caso de estudio más sencillo definido en el modelo M1.*

### 4.1 Planteamiento del problema:

*Consideremos un sistema lineal invariable en el tiempo representado en el espacio de estado por las ecuaciones:*

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases}$$

siendo  $x(t) \in R^n$  el vector de variables de estado,  $y(t) \in R$  el vector que contiene las salidas de la planta o variables medidas y  $u(t) \in R^m$  es el vector de entrada que está obligado a evolucionar en el siguiente dominio:

$$D_u = \{u(\cdot) \in R^m, -u_{min} \leq u(\cdot) \leq u_{max}, u_{min}, u_{max} \in R_+^m\}$$

El controlador propuesto en este capítulo consiste en la siguiente ley de control combina una realimentación del estado lineal con una realimentación del estado no lineal de la forma

$$u(t) = Fx(t) + Gr + g(x(t), r)$$

donde

- $Fx(t)$  es una ley de control estabilizante de realimentación de estado estabilizador lineal que se calcula usando el concepto de invariancia positiva de tal manera que el sistema de bucle cerrado permanece asintóticamente estable y respeta las restricciones.

- $Gr$  es una parte constante dependiente de la señal de referencia que permite conducir la salida del sistema al valor dado por la señal de referencia  $r$ .

- $g(x(t), r)$  es una ley de control de realimentación de estado no lineal, que se diseñó para mejorar la relación de amortiguación de la respuesta en lazo cerrado del sistema a medida que la salida se aproxima a la entrada de referencia reduciendo el sobrepaso producido por la parte lineal

La obtención de esta ley de control se realiza asegurando la estabilidad y respetando restricciones y es secuencial. En primer lugar se diseña la parte lineal y, a partir de esta, se obtiene la ley de realimentación de estado no lineal

La implementación de la estrategia de control propuesta depende de la disponibilidad de información en línea sobre el estado actual del proceso. En caso de que el estado no sea accesible se diseñará un observador de Luenberger.

# Capítulo 5: Control Predictivo en Lazo Cerrado con restricciones basado en técnicas de invariancia positiva

## Resumen

*En este capítulo se presenta una nueva metodología para diseñar un CLMPC utilizando conjuntos poliédricos invariantes que proporcionan una solución sencilla a este tipo de control, asegurando la estabilidad y respetando las restricciones en la magnitud e incrementos de las variables manipuladas, en ambos modos de operación del controlador dual. Para alcanzar este objetivo, el primer paso consiste en el desarrollo de condiciones necesarias y suficientes para asegurar la estabilidad asintótica en el origen de un sistema lineal con una ley de control por realimentación de estados, en un horizonte de predicción infinito y satisfaciendo al mismo tiempo las restricciones impuestas. A continuación, estas condiciones se utilizan para obtener la ley de control por realimentación de estados que se incluye en el cálculo de la predicción del CLMPC, garantizando la estabilidad y satisfacción de las restricciones, así como los requerimientos de desempeño del sistema en lazo cerrado. La solución propuesta es válida para restricciones simétricas y asimétricas, y reduce significativamente la carga computacional asociada al problema del MPC con restricciones planteado. Para ello, el objetivo es transferir el tratamiento de las restricciones a cálculos fuera de línea tanto como sea posible.*

*El controlador propuesto se aplica al proceso de fangos activados en una EDAR para su validación, donde las bacterias y otros microorganismos eliminan los contaminantes por degradación. El problema de control es la regulación del sustrato contaminante y la concentración de oxígeno disuelto en niveles pre especificados.*

## 5.1 Planteamiento del problema

Considerar el siguiente sistema en el espacio de estados lineal discreto obtenido por desratización de un modelo continuo mediante la aproximación de Euler:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}$$

Donde  $x(k)$  ... Es el vector de estados,  $y(k)$  es el vector de salidas o variables medidas, y  $u(k)$ ... Es el vector de entradas, que está restringido a evolucionar en el siguiente dominio:

$$D_u = \{u(.) \in R^n, -u_{min} \leq u(.) \leq u_{max}, u_{min}, u_{max} \in R_+^{m*}\}$$

y los incrementos de control están restringidos como sigue:

$$-\Delta_{min} \leq u(k+1) - u(k) \leq \Delta_{max}$$

El controlador propuesto en este capítulo es un CLMPC diseñado utilizando los conceptos de invarianza positiva. Las acciones de control predichas estarán centradas alrededor de una ley de control por realimentación de estados estabilizante  $u=Fx$ , a lo largo de cierto horizonte de

predicción, añadiendo ciertos grados de libertad  $c$  en un horizonte finito  $n_c$  para satisfacer las restricciones:

$$u(k) = Fx(k) + c(k)$$

En particular, se desea obtener una realimentación de estados estabilizante  $Fx(k)$  calculada utilizando conjuntos invariantes poliédricos de forma que el CLMPC sea asintóticamente estable y las restricciones en las señales de control y sus incrementos sean respetadas.

## 5.2 Ejemplos de aplicación

Los ejemplos de aplicación de esta metodología son un sistema lineal sencillo con dos entradas y dos estados, y el modelo de fangos activados que incluye únicamente eliminación de materia orgánica. Para el caso de la depuradora se observa como el controlador es capaz de seguir las referencias marcadas para el oxígeno disuelto y el sustrato, al mismo tiempo que se satisfacen las restricciones.

# Capítulo 6: Control Predictivo en Lazo Cerrado no lineal económico en una única capa

## *Resumen*

*El principal objetivo de este capítulo es el desarrollo de un nuevo control predictivo generalizado no lineal en lazo cerrado y económico (Nonlinear Economic Closed Loop Generalized Predictive Control, NECLGPC) basado en un controlador GPC no lineal económico, como una técnica avanzada eficiente para mejorar la economía de la operación de plantas no lineales. Como es bien conocido, el control CLMPC es una estrategia eficiente y ha sido utilizada para disminuir la carga computacional de los problemas de optimización que se plantean. La metodología propuesta, al contrario que los esquemas CLMPC clásicos, donde la ley de control terminal se calcula fuera de línea resolviendo el problema del cálculo de un regulador lineal cuadrático [65,66,67], calcula analíticamente la ley de control terminal en línea, resolviendo un problema GPC no lineal sin restricciones, minimizando una función de coste constituida por errores de seguimiento de referencias y costes económicos.*

*Para obtener la solución analítica a este problema de optimización no lineal se han hecho dos consideraciones en este trabajo. En primer lugar, el modelo de predicción consistente en un modelo fenomenológico de la planta se escribe en la forma de linealización extendida, o con coeficientes dependientes del estado, que permite tener en la práctica un modelo no lineal expresado con una estructura lineal y matrices dependientes del estado. En segundo lugar, en lugar de incluir el coste económico no lineal en la función objetivo, se incluye una aproximación del gradiente reducido de la función económica. De esta forma, el problema de optimización se convierte en cuadrático y puede ser resuelto analíticamente, en cada periodo de muestreo, como en el caso lineal, para obtener la ley de control terminal para ser incluida dentro del esquema de control CLMPC.*

*En este trabajo, el controlador NECLGPC propuesto se utiliza como un método avanzado para mejorar la economía en la operación del proceso de fangos activados, en concreto considerando la eliminación de Nitrógeno. Como es bien conocido, las plantas depuradoras son un caso de estudio interesante puesto que necesitan operar de forma eficiente para cumplir las exigentes regulaciones medioambientales con mínimos costes.*

## **6.1 Planteamiento del problema**

Considerar el siguiente sistema variable en el tiempo que se ha obtenido por discretización de un modelo continuo mediante el método de Euler, y que se ha reescrito en la forma de coeficientes dependientes del estado [68]:

$$\begin{cases} x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) \\ y(k) = C(k)x(k) \end{cases}$$

Donde  $x \in R^n$ ,  $y \in R^p$  y  $u \in R^m$  Son los vectores de estados, salidas y entradas, respectivamente, en el instante de muestreo  $k$ .

La formulación general del problema (6.2)-(6.5) consiste en la optimización de una función de coste que representa los objetivos de control y económicos, sujeta a una serie de restricciones. La función objetivo incluye la penalización del error de control, la penalización de los esfuerzos de control y un término ( $f_{eco}$ ) que tiene en cuenta los objetivos económicos:

$$\begin{aligned} \min_{u(t)} & \sum_{i=1}^{n_y} \|w_1(r(k+i|k)) - y(k+i|k)\|_2^2 \\ & + \sum_{i=1}^{n_y} \|w_2 \Delta u(k+i|k)\|_2^2 \\ & + w_3 f_{eco}(u(k+n_u-1|k), \dots, u(k|k), y(k+p|k)) \end{aligned}$$

sujeto a:

$$u_{min} \leq u(k+i|k) \leq u_{max}, i = 0, \dots, n_u - 1$$

$$y_{min} \leq y(k+i|k) \leq y_{max}, i = 0, \dots, n_y$$

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u(k+i|k) \leq \Delta u_{max}, i = 0, \dots, n_u - 1$$

Donde  $n_y$  y  $n_u$  son los horizontes de predicción y control respectivamente,  $u(k+i|k)$  es la variable de control calculada en el instante  $k$  para ser aplicada en el instante  $k+i$ ;  $y(k+i|k)$  es la predicción de la salida en el instante  $k+i$ ;  $r$  es el valor deseado de la salida;  $\Delta u(k+i|k) = u(k+i|k) - u(k+i-1|k)$ ;  $w_1$ ,  $w_2$  y  $w_3$  son matrices definidas positivas. Nótese que los diferentes términos de la función de coste deben ser pesados de tal forma que la parte económica y la del error de salida tengan una influencia similar.

La estrategia de control propuesta en este capítulo se describe esquemáticamente en la Fig. 6.1. Este controlador se obtiene utilizando un nuevo CLMPC que combina un GPC no lineal económico sin restricciones  $F(k)$  con la parametrización  $c(k)$  asociada con el esquema en lazo cerrado que permite tener en cuenta las restricciones del proceso y mejorar el desempeño del controlador.

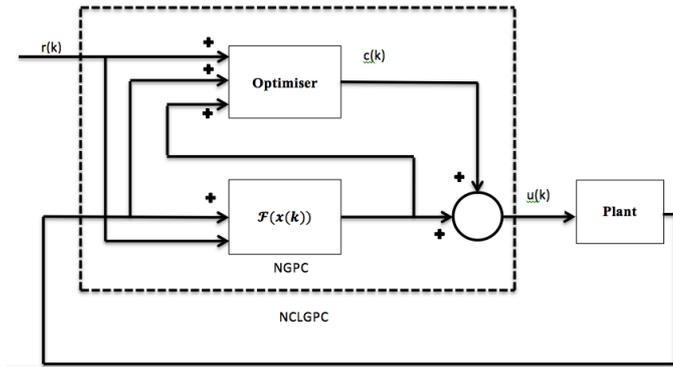


Figura 6.1: Lazo de control con el controlador NECLGPC propuesto.

Algunas características específicas de esta estrategia de control son:

- El optimizador que se muestra en el esquema de la figura 6.1 constituye el controlador económico no lineal en lazo cerrado. Las acciones de control predichas están centradas alrededor de una ley de control sin restricciones estabilizante,  $u(k)=F(x(k))$ , a lo largo de todo el horizonte de predicción, añadiendo ciertos grados de libertad adicionales  $c(k)$  en un horizonte de control finito para satisfacer las restricciones. La ley de control resultante  $u(k)=F(x(k))+c(k)$  se aplica a la planta.
- En la función objetivo el término económico no lineal se sustituye por su gradiente haciendo esta función cuadrática.
- El modelo de predicción, un modelo fenomenológico de la planta, se escribe como un modelo con coeficientes dependientes del estado, también llamado linealización extendida, que consiste en factorizar el sistema no lineal en una estructura lineal con matrices dependientes del estado.
- Las anteriores suposiciones nos permiten diseñar un controlador GPC no lineal económico sin restricciones analíticamente, y su ley de control estabilizante  $u(k)=F(x(k))$ , y además plantear el NECLGPC como un problema de optimización cuadrático (QP) cada instante de muestreo.

## 6.2 Ejemplo de aplicación

El ejemplo de aplicación para esta metodología es el modelo de fangos activados de una planta depuradora de aguas residuales, que incluye tanto eliminación de materia orgánica como de nitrógeno, obtenido como simplificación del BSM1. Como índices económicos se toman los proporcionados por el benchmark BSM1, concretamente la energía de bombeo (PE) y la energía de aireación (AE). Se comparan diversas estrategias basadas en controladores predictivos en lazo cerrado, con y sin restricciones, incluyendo o no un término económico, mostrando buenos resultados de desempeño. Además, se comparan los desempeños para distintas condiciones del influente según los distintos climas (seco, lluvioso, tormentoso), y se analiza también el índice de calidad del efluente (EQ)

En las respuestas dinámicas presentadas para un influente en distintas condiciones meteorológicas (extraído del BSM1), se observa como a pesar de las perturbaciones el controlador es capaz de seguir adecuadamente las referencias marcadas para el oxígeno disuelto y los nitratos, al mismo tiempo que se satisfacen las restricciones impuestas, en particular sobre la concentración de amonios que es uno de los requerimientos de calidad sobre el efluente.

## Capítulo 7

# Integración de técnicas de Control Predictivo Económico con controladores MPC en lazo cerrado.

### *Resumen*

*En este capítulo se proponen técnicas de control que integran métodos de optimización económica dinámica DRTO y control en tiempo real mediante el uso de técnicas de control predictivo económico y control predictivo en lazo cerrado, empleando una estructura de dos capas. La capa superior, que consiste en un MPC económico, hace uso de la información actualizada del estado del sistema para optimizar ciertos índices de coste económicos calculando en tiempo real las trayectorias económicamente óptimas del estado del proceso. La capa inferior, utiliza un MPC en lazo cerrado no lineal para calcular las acciones de control de que permiten que las salidas del proceso sigan las trayectorias recibidas desde la capa superior. En el capítulo se presenta también la demostración teórica de que la desviación entre el estado del sistema de lazo cerrado y la trayectoria económicamente variable en el tiempo proporcionada por la capa superior está limitada garantizando así la estabilidad.*

*El enfoque propuesto se basa en el uso de métodos fenomenológicos no lineales para describir todas las dinámicas relevantes y cubrir un amplio rango operativo, proporcionando predicciones precisas y garantizando el desempeño de los sistemas de control.*

### 7.1. Planteamiento del problema

Consideremos un sistema no lineal representado en el espacio de estado por las ecuaciones:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + \psi(x(t), u(t), w(t))$$

donde  $x(t) \in R^n$  es el vector de estados,  $u(t) \in R^m$  es el vector de entradas manipuladas,  $w(t) \in R^p$  es el vector de perturbaciones, y la función  $\psi$  es una función localmente Lipschitz en  $R^n \times R^m \times R^p$

Se supone también que las entradas están restringidas a un conjunto convexo no vacío definido como  $U = \dots U = \{u \in R^m / |u_i(t)| \leq u_i^{max}, i = 1, \dots, m\}$ , y el vector de perturbaciones está acotado según la siguiente desigualdad:

$$|w(t)| \leq \theta$$

El objetivo de la metodología de control que se presenta en este capítulo consiste en resolver un problema de optimización económica dinámica que proporcione un perfil de consignas óptimas variables en el tiempo para una planta no lineal. Más concretamente, se utiliza un control jerárquico en dos capas, donde en la capa superior se generan las trayectorias de referencia mediante un MPC económico no lineal, cumpliendo con las

restricciones impuestas, y en la capa inferior se utiliza un CLMPC como el presentado en el capítulo anterior de esta tesis para seguir las referencias marcadas, respetando también las restricciones y rechazando las perturbaciones existentes.

Una parte importante de la propuesta es la demostración de que los estados del sistema sigan adecuadamente las trayectorias óptimas generadas en la capa superior del controlador. Para ello, si el vector de trayectoria óptima se denota por  $x_r(t)$ .... y el error de seguimiento se define como la desviación entre la trayectoria de estado y la trayectoria de referencia  $x_r(t)$  como

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_r(t)$$

La dinámica del error se puede estudiar a partir de:

$$\dot{e}(t) = A(t)e(t) + \psi(x(t), u(t), w(t)) - \psi(x_r(t), u_r(t), 0)$$

En el resto del capítulo se demuestra que este error está acotado asegurando así la estabilidad del sistema de control

## 7.2. Ejemplo de aplicación

El ejemplo de aplicación en este capítulo es de nuevo el proceso de fangos activados de una planta depuradora, pero en este caso considerando el modelo M3 presentado en el capítulo 2. Se trata de un modelo matemático que consiste en una simplificación del BSM1, con únicamente dos reactores y un decantador secundario, así como 8 estados en total.

El objetivo es el control del oxígeno disuelto en el reactor aireado y de los nitratos en el reactor anóxico, manipulando el coeficiente de transferencia de masa  $KLa$  y el caudal de recirculación interno. Para la función objetivo económica se toman los proporcionados por el benchmark BSM1, concretamente la energía de bombeo (PE) y la energía de aireación (AE).

Los resultados de simulación muestran un buen seguimiento de las referencias variables que se proporcionan en la capa superior, que son bastante variables debido a las perturbaciones a las que está sometido el proceso. Además, se realiza una comparación de algunos resultados con el controlador económico de una capa presentado en el capítulo 6 de esta tesis.

## 8 Conclusiones y trabajo futuro

Esta tesis propone metodologías avanzadas de sistemas de control que proporcionen un buen rechazo de las perturbaciones así como una operación óptima en términos de desempeño y costes económicos. Estas metodologías tienen la ventaja de reducir la carga computacional con respecto a otras técnicas alternativas y han sido aplicados con éxito a diferentes modelos de simulación de EDAR. Las técnicas de control presentadas se dividen en dos partes. En la primera parte se desarrollan las estrategias de control basadas en la teoría de la invariancia positiva y la segunda parte trata de las estrategias basadas en la optimización dinámica en tiempo real (DRTO).

En primer lugar, se presenta un esquema de control por realimentación no lineal basado en un modelo linealizado de la planta con restricciones de entrada. Se utilizan técnicas de invariancia positiva junto con un observador e estados de orden mínimo (sensor software) para controlar un modelo no lineal de una EDAR. Las técnicas de invariancia positiva que ya se han probado muy eficientes para manejar problemas similares de control con restricciones se han utilizado aquí con éxito para controlar el proceso de eliminación de nitrógeno en la EDAR. El controlador propuesto es comparable con otros en facilidad de uso, aplicabilidad y carga computacional.

En segundo lugar, se propone una nueva metodología para diseñar un CLMPC, proporcionando una solución que garantiza la estabilidad y respeta las restricciones no simétricas en las magnitudes de control e incrementos. La teoría de la invariancia positiva también se ha utilizado aquí, particularmente los conjuntos invariantes poliédricos. El algoritmo propuesto aprovecha el diseño de una ley de control terminal para aumentar los grados de libertad con respecto a otros enfoques de CLMPC, asegurando estabilidad y cumplimiento de las restricciones para ambos modos del CLMPC. Para el diseño del controlador, se han desarrollado condiciones necesarias y suficientes para la estabilidad asintótica en el origen, para un sistema lineal y una ley de control por realimentación de estados, respetando las restricciones tanto de las magnitudes de control como de sus incrementos. La metodología propuesta se ha aplicado con éxito al proceso de fangos activados en una EDAR, llevando a la concentración de sustrato (materia orgánica) en el efluente y la concentración de oxígeno disuelto en el reactor biológico a un punto de consigna dado. Los resultados de la simulación muestran que la integral del error cuadrático del sustrato en el efluente se reduce en un 15% con respecto a la otra técnica presentada en los resultados, lo cual es una sustancial mejora en la calidad del efluente. Se trata de una metodología general y se puede extender fácilmente a otras aplicaciones.

En tercer lugar, se ha desarrollado un control predictivo generalizado GPC no lineal económico en lazo cerrado. El gradiente reducido de la función objetivo económica se incluye como un término adicional de la función de coste de un controlador GPC sin restricciones con el fin de obtener un coste de función cuadrática y una ley de control terminal explícita. La estrategia propuesta permite la optimización y el control de la operación de la planta en una única capa, y está basada en la utilización de un modelo con coeficientes dependientes del estado obtenido a partir de un modelo fenomenológico del proceso de fangos activados.

Por último, se ha desarrollado una estrategia de dos capas para integrar la optimización económica dinámica con un controlador MPC en lazo cerrado no lineal. En la capa superior la función económica se sustituye por su gradiente para calcular las trayectorias de operación económicas variantes en el tiempo. En la capa inferior se calculan las acciones de control

realimentado que hacen que las salidas del proceso sigan las trayectorias recibidas de la capa superior. Se ha probado que las desviaciones entre los estados del sistema en lazo cerrado real y las trayectorias en lazo cerrado económicamente óptimas están acotadas. En este controlador propuesto, la ley de control también se basa en la explotación directa del modelo matemático no lineal de la EDAR.

Los resultados de control del proceso de fangos activados mostrados han sido obtenidos en diferentes condiciones de operación, variando los pesos de los índices y otros parámetros de sintonía. En todos ellos se observa un compromiso entre costes, rechazo de perturbaciones y esfuerzos de control que el diseñador debe evaluar de acuerdo a sus necesidades.

El trabajo futuro se centrará en el control de sistemas a gran escala en el marco del control total de plantas para obtener soluciones de acuerdo con sus requisitos globales. Dado que el uso de estrategias MPC con arquitecturas distribuidas y jerárquicas ha demostrado ser muy exitosas para abordar esos problemas y están muy extendidas en la industria, las soluciones basadas en ellas son el principal interés del trabajo futuro. En particular, se investigará el desarrollo de estrategias de control para sistemas integrados y en red basadas en estructuras jerárquicas y distribuidas, garantizando optimalidad económica y del desempeño del sistema de control, así como su estabilidad y cumplimiento de los estándares medioambientales de calidad.

La validación de las propuestas se llevará a cabo en diferentes tipos de sistemas complejos: sistemas integrados de aguas (colector, EDAR y cuenca receptora), y redes de distribución de aguas.