

Almuvranii
Opuscula vari
nam.

Arithmetica
lib.

Musica IV.
lib.

Epitome in
lib. 2. Severini
Boetii.

Arithmetica
lib. 1. & 2. & 3. & 4. & 5. & 6. & 7. & 8. & 9. & 10.
numeros
appellat.

J. Bravardi
nus, geometrie
compendius.

Sphera de Sa
cro Bosco cum
commentario

Jabri Stapu
lus.

Arithmetica,

lib. I

00249

50. 170
BIBLIOTECA
DE LA
Universidad de Salamanca.
Est. ~~7~~ Caj. ~~4~~ Núm. 27

~ 249

2-13-3-12

I

249



618560325
618560362
618560416
618560556

Viejo

Memorarium Iordan

In hoc opere contenta.

Arithmetica decem libris demonstrata

Abusica libris demonstrata quattuor

Epitome i libros arithmeticos diui Seuerini Boetij

Rithminachie ludus q̄ z pugna nūeroꝝ appellat̄

*Geometrica vniuersalis p̄ brauardinum
Sphera desacroboſca ad Emestarium faber Stapuleſ
arithmetica geometrica et musica Boetij*

S. Bonterius Cabilonensis: in
laudē Arithmetices z Abusices.

Tempore iam multo docte latuere sorores:

Quas retinet comites flaua minerua suas.

Hūc placide terras post tempora multa reuisunt.

Grata quoq; ante alias Gallica terra placet.

His olim celebris fuit omnis Acaica tellus.

Pythagoza patriam diffugiente samon.

Hellada nunc linquunt: et doctas palladis vrbes.

Sequanosq; petunt/parhisiosq; lares.

Hec venit omnimoda numerorum cincta cāterua.

Atq; docet numeris quidquid in orbe situm est.

Altera dulcisono cantu/sidibusq; canoris

Edomuisse viros traditur atq; feras:

Que sua Pierijs tenet vnica nomina musis

Q; nichil hac musis gratius esse solet.

Attamen artificem stapule misere marine:

Qui leta hoc studijs fronte dicaret opus.

Hoc solum studium atq; hec illi cura: iuuare/

Irritus et ne sit/dispereatq; labor.

**Noua p̄mentatio in Jordanū per Jacobum fabrū stapulēsem laborata
ad clarissimum virum Joannem de Banay presidentem parisiensem.**

P lucis me digne amonuiti Clarissime vir: quot cognita p̄moditates adducat discipli-
narum parens arithmetica / q̄tos ignota relinquat tenebras. vt quē nullius discipline
fugiat studium. In primis enī legum autoritas (in quibus potissimū tua v̄sa opera)
tibi numeris egere visa est. vt q̄ iusticiā vnicuiq̄ p̄ dignitate disp̄sat: nunc Arithmetica / nūc
v̄o Geometrica rōne p̄stantē. que agros / agrorū limites / aquarū diuergia / alluionesq̄ z ple-
raq̄ s̄silia sollicitē p̄siderat q̄ Abathematico destituta p̄sidio nunq̄ plane assequi valeat. Hinc
imperatores rhomani Vespasian⁹ / Adrian⁹ / Traian⁹ / Theodosius / Archadi⁹ / Honorius /
Constantinus z aliorū plurimi legūtur peritos agrimēsores instituisse: qui podismozum rōem
ad publicam vtilitatē tenerent quā numerorū p̄ficiat sagacitas. Hic Lucius Apoderatus illarū
rex studiosus insignem libellū reliquit. Et Arithmetica cōtēplatio rite cognita faciem p̄bet
musicarū modulationū intelligentiā / astronomicarūq̄ subtilitatū ingressus. et p̄sca Theolo-
gia numeris olim vt quibusdā ad diuina gradibus tota initebat: quīs z nūc in sacris litteris
sua retineat mysteria nūeri. Tolle igit̄ numeros / numerozūq̄ disciplinā: leges imp̄ficiis. iu-
sticia ceca relinq̄tur. nulla modulationū reperiet̄ reglā. nullus celestium p̄tēplationū aditus.
sacrarū s̄farū delitebūt mysteria: imo z vniuersa philosophia q̄ pariter humanorū / diuinorūq̄
cognitio describit̄. Quequidē p̄moditates assecute discipline / atq̄ incōmoda neglecte p̄scos
mimē latere: vt q̄ haud alio tramite crediderint q̄ p̄ eā incedētes nos posse q̄cūq̄ digna satis
p̄tēplatiōe cognoscē. Pythagoras enī sine nūerorū p̄sidio nichil posse sciri p̄tēdebat. et Plato
in sue academie vestibulo hoc insculpsit epigrāma. Nemo huc mathematice expert̄ introeat.
qui ī toto ferme Timeo de natura rerū p̄ numeros disputat: z in octauo z nono reipublice m̄lta
de hac re differit. que Theon Smirneus mathematicus ob rei arduitatē intacta reliquit.
Quapropt̄ non ab re dolebas hāc numerosam hui⁹ almi parisiē studiū philosophānū turbā
et bonarū s̄farū cupidā: tā necessaria semita / tum ad diuina assurgēdi / tum descēdēdi ad hūana
esse destitutam. Accipe ergo nūc bñfactor vniūc decem Arithmetice discipline Jordani cla-
rissimi viri libellos noua cōmentatiōis luce n̄ris laboribus illustratos / tuorūq̄ nomini dicatos
- qui cōmoditates enumeratas secū afferre valebūt sufficientissime. Et si iubes opus tuis auspi-
cīs absolutum iam migret ad ceteros. vt vel sic intelligant omnes p̄sertim tibi se gratias
habitueros per quem fuerint hanc litterariam facultatem assecuti. Vale felicissime.

Argumentum decem librorum Jordani.

Primus passiones numerorū cōmunes: suarū partium / et quātū ex diuisi numeri partibus fiat
discutit.

Secundus est de proportionum et proportionalitatum cōmunibus passionibus.

Tertius de numero primo / composito / ad alterum primo / et numeris in aliqua proportiōe
minimis.

Quartus de numeris continue proportionalibus / cōmensurabilibus z incōmensurabilibus.

Quintus de additione / subtractione / et partitione proportionum.

Sextus de numeris quadratis / cubicis / superficialibus similibus / et solidis.

Septimus de numero pari / impari / pariter pari / pariter impari / impariter pari / perfectis / abū-
dantibus / et diminutis.

Octauus de formis numerorum: trigonis / tetragonis / pentagonis / hexagonis / heptagonis /
octogonis / pyramidibus / ferratilibus / et tessaris.

Nonus de equalitate / inequalitate / multiplicibus / superparticularibus / et superpartientibus

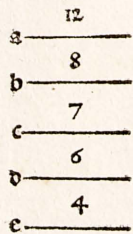
Decimus de medietate Arithmetica / Geometrica / Arithmetica: et de medietatibus minus prin-
cipalibus.

C Jordanii Aemoriani Clarissimi viri Elementa Arithmetica: cum demonstratiōibus
Jacobi Fabri Stapulensis: ad Joannē de Banay Senatōrē Parisiensem.

Vnitatis est rei per se discretio. Numerus est quātitas discretorum col-
lectiua. Naturalis series numerorum dicitur: in qua sū vnitatis ad-
iectionem sit ipsorum computatio. Differentia numerorum appellat ille:
quo maior super minorem abūdat. Numeri ab aliis equidistare dicū-
tur: cum ipsorum ad illos equales sunt differentie. Numerus per alium
multiplicatur: qui toties coaceruatur sibi: quoties in multiplicatōe est
vnitas. et qui ex multiplicatione concreuit: productus nominatur. Numerus alium
numerare dicitur: qui sū aliquem multiplicatus illum producit. Pars est numerus:
numeri minor maioris: cum minor maiorem numerat. et qui numeratur: numeratus
multiplex appellatur. Denominans est numerus: sū quem sumitur pars in suo toto
Similes dicuntur partes: que ab eodem numero denominantur. Numerus sū quem
alius diuiditur: diuisor nominatur. partes vero in quas distribuitur: diuidētia appel-
lantur. Prima et simpla nūcri pars: est vnitas. quādo duo numeri partem habuerint
cōdem: quoties eadem pars fuerit in minore: tot partes maioris dicitur esse minor et
tote partes quoties ea cōmunis pars fuerit in maiore. **C**Dignitates.

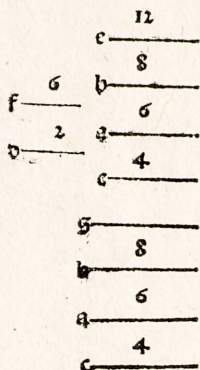
- 1 **A**nis numeri pars: est minor suo toto.
- 2 **O**nis minor est: que maiorem habet denominationem
- 3 **Q**uicunq; equalium siue eiusdem eque multiples fuerint: ipsi quoq; erunt
equales.
- 4 **Q**uibus idem nūerus eque multiplex fuerit: siue quorum multiples eque fuerint: ipsi
etiam sunt equales
- 5 **O**mnis numeri pars est vnitas: ab ipso denominata.
- 6 **Q**uilibet numerus totus est ab vnitate: quota pars ipsius est vnitas.
- 7 **S**i vnitas in aliquem numerum ducatur: siue idem in vnitatem: seipsum producit.
- 8 **E**xtremorum differentia ex differentis eorūdem ad medium est composita.
- 9 **S**i numerus numerum superet: differentia minori addita: aut à maiore sublata: nu-
meri relinquuntur equales
- 10 **Q**ui eidem equantur: inter se sunt equales.
- 11 **E**t si ab equalibus equales aut idem cōmunis dematur: relinquuntur equales.
- 12 **E**t si ab equalibus dempti sint inequales: relinquuntur inequales.
- 13 **S**i duo maiores simul addantur pariter et duo minores simul: maiorum compositum
composito minorum maius euadit.
- 14 **S**i equales equalibus addas: toti quoq; fient equales.
- 15 **E**t si inequales equalibus: toti erunt inequales.
- 16 **P**artes simul: suo toti equantur.
- 17 **Q**uorūcunq; ad eundem numerum proportio est vna: ipsi inter se sunt equales.
- 18 **Q**oties numerus a numero substrahi potest: toties in eodem numerabilis est
- 19 **P**roportiones que ex equalibus constant: proportionibus: inter se sunt equales.
- 20 **Q**uorum dimidia sunt equalia: et toti sunt equales. **C**Petitiones.

- 1 **U**ilicet numero: quotlibet posse sumi equales.
 - 2 **C**uolibet numero: aliquem quālibet esse maiorem.
 - 3 **S**eriem numerorum in infinitum posse extendi.
 - 4 **N**ullum numerum in infinitum decrescere.
 - 5 **M**aius non numerare minus
 - 6 **S**i numerum datum numerus multiplicet: idēq; productum diuidat: numerū datum
redire. et contra si aliq; numerus datum numerum diuidat: et quod prouenit rursus
multiplicet: atidem numerum datum redire.
- C**Dignitates atq; petitiones pauca sūt disciplina se faciliore vbiq; prestat/ adiectimus: quas passim
necessarias tanq; omnibus notas auctor: suppreffit.



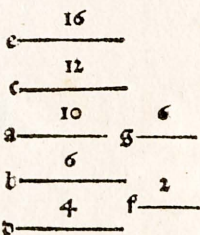
¶ Omnis numerus minor: maioris aut pars est aut partes.

¶ Sint a/b/c/d quolibet numeri. a maior: et b c d minores. dico b esse partem aut ptes a: et c r d similes hanc aut minor numerat maiorem vt d numerat a: et tunc d per definitionem est pars a. aut minor non numerat maiorem quomodum vt d non numerat a: sed est alius eos cõter numerans qui sit e. et tunc quoties e fuerit in b minore: tot partes b minor per vltimam definitionem erit a maioris. qd si minor non numerat maiorem vt c: non numerat a. neq; numerus cõis eos numerat: cum per quintam conceptionem cuiuslibet numerivitas sit pars ab ipso denominata: per vltimam definitionem idem efficitur. constat igitur oem minorem maioris esse partem aut partes.



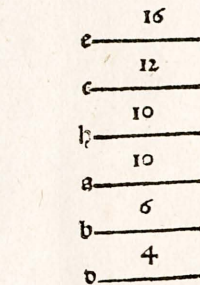
¶ Omnis numerus/circum se positorum 7 equaliter ab eo distantium est medietas.
¶ si eorundem fuerit medietas: illos ab eo equidistare conueniet.

¶ Sit a quicunq; numerus: et b et c circumpositi et ab eo equidistantes. b maior: et c minor. et sit d differentia cõmunis eadem b ad a: et a ad c. sitq; e numerus cõpositus ex b 7 c. dico a esse medietatem e. et si a sit medietas e: dico b et c circumpositos equidistare ab a. Primum autem sic ostenditur. nam q̄tum a superat c: n̄ b superat a. dempta ergo d cõi differentia ab b: per scõdam partem none dignitatis residuū b equatur a. sed et eadem differentia d addita c qd sit f per primam partem eiusdẽ dignitatis equatur a. ergo per decimũ. ploquũ residuū b et f que eidem numero a equatur: inf se equabũtur. sed residuum b et d et c sil' p decimã sextã dignitatem equatur e. igitur r residuū b 7 f que equantur residuo b et d et c simul etiã equatur e. et residuū b: 7 f monstrata sunt equalia. igitur f est medietas e sed f monstratus est equari a: igitur a medietas est e. qd est primum. et in oibus alijs cõsimili agatur argumento. Scõdam aut sic p̄sit a medietas numerorũ b 7 c simul iunctorũ. si b c non equidistant nũero a: eorũ differentie ad a per definitionem nõ sunt equales. sit igitur d differentia a ad c illoꝝ numerorũ minimum addo d ad a: 7 cõpositus sit g. qz igitur a ad c differentia est d 7 eadem differentia est g ad a igitur per definitionem g 7 c equidistant nũero a. qz ergo g 7 c equidistant a per immediate monstratũ a ipsoꝝ simul iunctoꝝ est medietas. sed r a ponit medietas b 7 c simul iunctoꝝ. per tertã igit' p̄ceptionem b c simul: et g c simul eide numero a eque multiplices adinuicem sunt equales. ab vtroq; igitur dempto cõi numero c per vndecimã cõem scientiam residui b et g adinuicem sunt equales. que igitur differentia g ad a: eadem erit b ad a. quare equidistabũt b 7 c ab numero a. qd est p̄tra hypothesim et propositum.



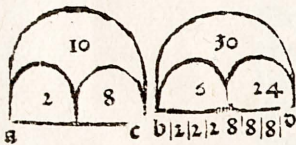
¶ Si duo numeri a duobus numeris circum se positis equaliter distent: illis p̄iunctis erunt equales. ¶ si cis equales fuerint: ab ipsis equidistare necesse est.

¶ Eadem que in precedenti demonstratio est. Sint igit' a et b inter c et d equidistantes: c maximus et d minimus et f differentia cõis: sitq; e cõpositus ex c d: et d' fia e ad a sit g. dico numeros a b simul iunctos equales esse c d simul iunctis. et p̄tra si c d simul iuncti sunt equales a b simul iunctis: a b equidistantes esse c d. Primum patet: nam cũ d differentia sit e ad c. Est eniz d numerus quo superat e numerũ c: g fia extremorũ e a cõstabit ex d f differentis scz extremorũ ad medium c. Est eni vt ostensum est d differentia e ad c et f differentia c ad a per hypothesim: cũ posita sit f cõis differentia c ad a et b ad d. at qz b cõstet ex eisdem: qd patet nam cũ f sit differentia b ad d: ea siquidẽ differentia f addita minori numero d p̄ nonã p̄ceptionem reddit b. est itaq; b equalis g. quare p̄stabit ex a b: cũ per cõdeꝝ p̄ceptionẽ p̄situat e et a et g sua quidem differentia ad a: que equatur ipsi b. Sunt igitur a b iuncti et c d iuncti eide tertio e equales: adinuicem equales. qd est primum. Rursum dico si c d simul equantur a b simul: etiã a b equidistare c d. Nam capio h qui equidisset ad c q̄tum b ad d: qui h b quia sic equidistabunt: per immediate monstratum h b simul equatur c d. sed et a b ponũtur eisdem c d simul iunctis equari. quare h b et a b eide tertio equales: adinuicem equabũtur. Subtracto igitur ab vtroq; cõi b: remanent p̄ cõem sciam h et a adinuicem equales. ergo equalis differentia a ad c et b ad d. quare p̄ definitionem adinuicem equidistabunt. quod est scõdam atq; totum propositum.



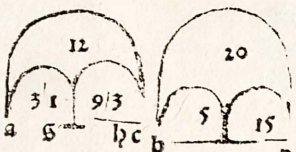
¶ Si fuerit primus scõi quota pars tertius quarti: erunt primus et tertius tota pars secundi 7 quarti: quota primus secundi.

¶ Sit a primus numerus: b secundus: c tertius: et d quartus. quia a tota pars est ipsius b: quota ps e est ipsius d: intelligo b et d in similes illas partes diuisos. et quia prima vnus cum prima alterius est tanq; a c et similiter scõa cum scõda. et hec coniectio toties fieri potest quoties primus in scõdo. toties igitur numerus equalis a c primo et tertio: sumi potest in b d scõdo 7 quarto: quoties a in b. quare a c simul primus et tertius per definitionem erũt similes et tota pars secundi et quarti quota primus secundi. quod est propositum.

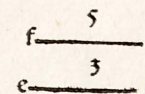


¶ Si fuerit primus tote partes secundi quote tertius quarti: erunt primus et tertius tote partes secundi et quarti: que te primus secundi.

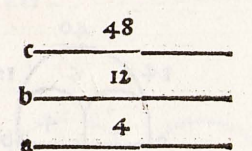
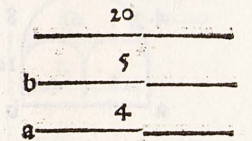
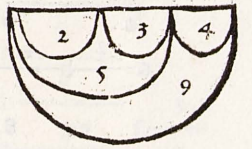
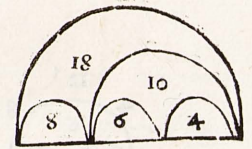
¶ Sit vt prius primus numerus a: scõdus b: tertius c: et quartus d. sitq; a partes b sumpte fm e et denominate in b fm f. sitq; g vna illaz partium a: et h vna partium c. cũ igitur g primus tota pars sit b scõdi quota h tertius est d quarti: per p̄missam cõpositum ex g et h primo 7 tertio tota ps erit b d scõdi et quarti: atq; denominata fm f. at partes a et c sumũtur fm e: erunt igitur partes a et c ad b d sumpte fm e: et denominate fm f. quare et similes et quote partes fuerit a in b. qd est propositum



¶ Si fuerint quolibet numeri totidem alijs eque mltiplices: erit quoq; cõpositus ex cis cõposito ex illis eque mltiplex.



Sint a. b. c. d. e. f quotlibet numeri: sintq; d e f eaq; multiplices a b c singulis singuli: intelligo itaq; a primum. d scdm. b tertium. e quartum: eritq; per penultimam compositum ex a b pmo 7 tertio tota pars compositi ex d secundo 7 quarto quora pars a est d. quare compositus ex d e eque multiplex ad compositum ex a b vt d ad a. Facio itaq; numerum ex a b compositum primum: et compositum ex d e scdm et c tertium et f quartu: et cõsimiliter argumentor. quia quora pars a b ad d e: tota pars c ad f. cõpositus igitur ex a b 7 c primo 7 tertio tota pars erit compositi ex d e et f secundo et quarto: quora pars a b ad d e. qre compositus ex d e f eque multiplex ad compositu a b c vt d ad a. et ita si cõplures nūeri succrescerēt: semp vtare precedentium cõposito vsq; dum ad vltimū d e vt d ad a. et ita si cõplures



S: quoties vnitas in primo toties secūsus in tertio: quoties vnitas in scdo: toties primus in tertio.

Sint a b c tres numeri: a primus. b secūsus. c tertius: sitq; vt quoties fuerit vnitas in a. toties sit b in c. dico ergo q; quoties vnitas fuerit in b: toties a esse in c. diuido enī a primum nūerū in vnitates 7 c tertium in totidem partes: quaz; quelibet erit equalis b secundo. quia enīz quoties prima pars a in prima parte c toties secūda in secūda: et tertia in tertia: et ita deinceps. ergo per precedentem cõpositus a tota pars erit compositi c: quora pars prima pars ad primam partem c: et c eque multiplex ad vtriusque primam partem a. at quoties vnitas in b: toties prima pars a in prima parte c. Nam vnitas equatur pme parti a: 7 b prime parti c. ergo quoties vnitas in b secūdo: toties a primus in c tertio. quod erat demonstrandum.

Si alterna fiat duoz; numerorum multiplicatio: idem numerus vtrobiq; pueniet.

Si a multiplicat b et proueniat c: dico etiā si b multiplicat a itidem prouenire c. nam si a multiplicat b et pueniat c: per diffinitionem quoties erit vnitas in a: toties erit b in c. ergo per premissam quoties vnitas in b secūdo: toties a primus in c tertio. per diffinitionem igitur si a sibi toties coceruat quoties vnitas in b: per diffinitionem a per b multiplicatur. at cum hoc fit prouenit c. nam pbatū est a toties coceruari in c: quoties vnitas in b. constat ergo ppositum.

Quod fit ex ductu alicuius numeri in quotlibet: tm̄ est q̄tum est quod fit ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

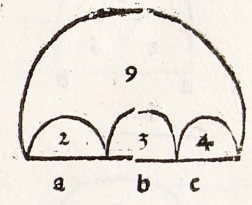
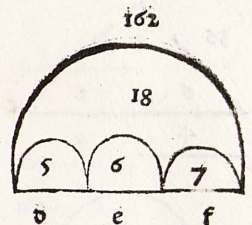
Sit a numerus qui ducatur in b et proueniat d: et in c et proueniat e: dico ergo q; compositus ex d e pducitur ex ductu a in compositum b c. cū enim b multiplicet d scdm a: b per diffinitionem nūerat d scdm a: et per idem c numerat e scdm a. sunt igitur d et e eque multiplices b et c: quare per sextam compositus ex d e eque multiplex ad compositum ex b c. Sit igitur f productus ex ductu a in pposito b c. cū itaq; b c multiplicet f scdm a: nūerabit igitur numerus b c ipm f scdm a. quare eque multiplex f ad b c vt d ad b. sed eidem b c aggregatus d e. pbatus ē eque multiplex. sunt igitur d e et f eidem b c eque multiplices: per tertiam conceptionem adinuicem equales. Est igitur qd fit ex ductu alicuius numeri in quotlibet tm̄: q̄tum qd fit ex ductu eiusdem in cõpositum ex illis quẽadmodū erat ppositū.

Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in aliquem: equum est illi quod fit ex cõposito illoz; in eundem.

Sit eadem cū precedenti hypothesis sed cõuerso ordine: vt ducatur b et c in a et proueniant d et e. Dico quod fit ex ductu b et c in a singillatim equū esse ei quod fit ex composito b c in a. nam p precedentem qd fit ex ductu a in b 7 c singillatim: equū est ei quod fit ex ductu a in compositum b c. q; alfnatim per octauam qd fit ex ductu b et c in a: equū est ei quod fit ex composito b c in eūdem. qd est ppositū.

Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet numeros: equale ē ei quod fit ex composito ipsoz; in compositum ex alijs.

Sint a b c quotlibet numeri qui ducatur in d e f quotlibet alios vt quilibet primoz; ducatur in quilibet secūdoz; dico quod fit ex ductu a b c singillatim in quilibet alioz; d e f eaq; esse ei quod fit ex ductu compositi a b c in compositum d e f. nam qd fit ex ductu a b c singillatim in d: equū est ei qd fit ex pposito a b c in d. et cõsimiliter de ductu a b et c singillatim in e et f argumētare qd nichil aliud est q; qd fit ex ductu a b et c in d e et f singillatim: per precedentem equale esse ei qd fit ex composito a b c in d e et f singillatim. At per nonam qd fit ex composito a b c singillatim in d e et f: equum est ei quod fit ex pposito a b c in compositum d e f. quare cõstat quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet numeros equum esse ei quod fit ex composito illoz; in compositum ex alijs. Et he quattuor octaua: nona: decima: et vndecima: paxim multiplicandiꝝ modum: plane declarant.

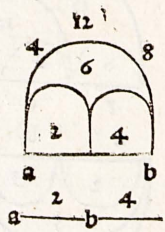


Quicunq; numerus numerat totum et detractum: numerat et residuum.

Sit a b totum: a detractum et b residuum. dico q; si c numerat a b et a: ipm nūerare b. numeret enī a b scdm numerum d e et a quidē scdm d. quia igitur per nonam q̄tum est c in d e: tm̄ est c in d et c in e. At a equale est ei qd fit ex c in d: igitur a cū eo qd fit ex c in e: equū est a b. quare qd fit ex c in e: equū est b. sed c numerat qd fit ex c in e per diffinitionem: igitur 7 b suū equale numerabit. qd est ppositū.

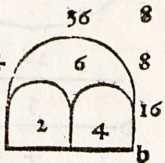
Tm̄ est qd fit ex ductu nūeri in se: q̄tm̄ qd fit ex ductu eiusdem in oēs suas partes.

Sit a quicunq; nūerus quẽ semel pono diuisum in oēs suas ptes q; sint b c d e: 7 semel indiuisū: tūc qd fiet ex a in b 7 in c 7 in d 7 in e p nonā equū est ei qui fit ex a in pposito ex b c d e. at ppositū b c d e: est a. qd fit igit; ex ductu numeri in oēs suas partes: equū est ei qd fit ex ductu eiusdem numeri in se. qre 7 alfnatim per octauam qd fit ex ductu nūeri in se: tm̄ est q̄tum qd fit ex ductu eiusdem in oēs suas ptes.



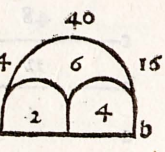
¶ Numero in duo diuiso quod fit ex ductu totius numeri in altero illoꝝ: est q̄tum qđ fit ex ductu eiusdem in se 7 in reliquum. 14

¶ Sit a b nūerus in duo a 7 b diuisus: dico qđ fit ex ductu a b in a equū esse ei qđ fit ex ductu a in se 7 in b. et ita quoq; qđ fit ex a b in b: equale eē ei qđ fit ex b in se 7 b in a. ducatur ergo a b in a: tunc qđ fiet ex ductu a b in a p octauam equū erit ei qđ fit ex ductu a in a b. at qđ fit ex ductu alicuius in a 7 in b equū est per nonā facto ex ductu in compositū a b. ergo cū a ducit in seipm a 7 in b: tñ facit q̄tum a b in a. et ita argumentare si a b ducatur in b. et consimili modo concludes propositum. p̄or est qđ id clarius videre si bis ponis a et bis ponis b.



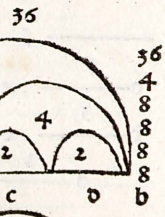
¶ Si numerus in duo diuidatur: qđ fit ex ductu totius in se tñ est: q̄tum quod fit ex ductu vtriusq; diuidentium in se 7 vnus bis in altero. 15

¶ Sit a b numerus in duo a 7 b diuisus: dico qđ fit ex ductu a b in se equū eē ei quod fit ex ductu a in se 7 b in se: et ex ductu bis a in b. Nam qđ fit ex a b in se: equū est ei quod fit ex ductu eius in a 7 b p tri decimam. Et qđ fit ex ductu a b totius in a 7 in b p precedentem bis sumptam: equū est ei quod fit ex ductu a in se 7 in b et b in se 7 in a. sed qđ fit ex a in b 7 b in a alternatim p octauā equat ei qđ fit ex ductu bis a in b. quod fit igit ex a b in se: equat ei quod fit ex a in se 7 b in se: et ex a bis in b qđ p̄ponebat. Et ex hoc cognoscitur modus eliciendi latus tetragonum.



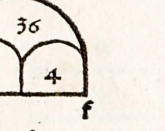
¶ Si numerus in duo diuidat: qđ fit ex toto in se cū eo qđ fit ex altero in se fit: equū est ei qđ ex toto in illud idem bis: qđq; ex reliquo in se ducto pducitur. 16

¶ Sit v prius a b numerus in duo a 7 b diuisus: dico quod pducit ex a b in se cū eo quod fit ex a in se: equū esse ei quod fit ex a b bis in a 7 b in se. Nam qđ fit ex a b in se: p precedentem tñ est q̄tū quod fit ex a in se 7 b in se: et a bis in b. quod ergo fit ex a b in se cū eo quod fit ex a in se: tñ erit q̄tum quod ex a in se bis 7 a in b bis 7 b in se. sed quod fit ex a in se bis / et bis in b per 14 equat ei quod fit ex a b in a bis. cui adde quod fit ex b in se. tunc est qđq; quod fit ex a b in se cū eo quod fit ex a in se: equat ei quod fit ex a b in a bis 7 b in se. quod est propositum.



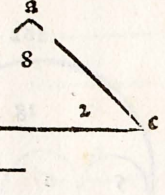
¶ Si numerus in duo diuidatur qđ fit ex toto in se: equū est ei qđ fit ex ductu vnus partis in aliud quater: cum eo qđ fit ex differentia in se. 17

¶ Sit a b nūerus in duo a 7 b diuisus sitq; b maior: diuidatq; itex b in duo scz in d equale a: 7 c d̄sam b ad a. dico quod fit ex a b in se: equū eē ei quod fit ex ductu quater a in b 7 c in se. Nam p decimāquintā quod fit ex a b in se: equū est ei quod fit ex a bis in b 7 a in se 7 b in se. at p precedentē quod fit ex b i se cū a in se equali d vni priū b: equat ei quod fit ex b bis in a 7 c in se: q̄re alternatim p octauam 7 ei quod fit ex a bis in b 7 c in se. igit a b in se tantus est q̄tus a quater in b cū differentia c in se. quod intenditur.



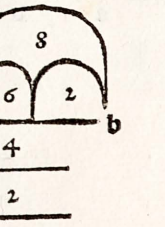
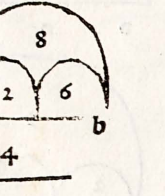
¶ Qđ fit ex minore diuidētium in se cum eo qđ fit ex toto in eoz differentiam tñ est q̄tum quod puenit ex maiore corūdem per se multiplicato. 18

¶ Sit a numerus diuisus in b maior 7 c minus: sitq; d differentia b ad c. dico quod fit ex c in se: cum eo quod fit ex a in d: tñ esse q̄tum quod fit ex b in se. Nam per decimam quod fit ex a in d: equat ei qđ fit ex b in d 7 c in d. Sit itaq; illd e. et quia b diuisum est in c 7 d differentiam: per 14 quod fit ex b in d altero diuidentium: equum est ei quod fit ex d in se 7 in c. et cum per octauam c in d etiam equat d in c: erit igit a in d equum ipis d in se 7 bis d in c / mul. quibus si addas c in se quod fit f: totum quod puenit ex a in d 7 c in se scz e 7 f equabit d in se / c in se / et bis d in c. at b in se cum ipm diuisum sit in d 7 c aut equali per decimāquintā tñ etiā est q̄tū d in se c in se: 7 bis d in c. scz q̄tum fit ex ductu vtriusq; partium in se: 7 vnus in alteram bis. Est igit quod fit ex a in d toto scz in differentiam: cum c minore parte in se: q̄tum quod fit ex b maiori parte in se multiplicata. quod intendit propositio.



¶ Si numerus per duo equalia duozq; unequalia secetur: qđ ex ductu vnus equaliū in se pducitur tñ est: q̄tum qđ fit ex ductu vnus unequalium in reliquū cum eo qđ fit ex differentia in differentiam. 19

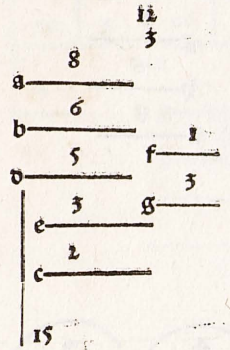
¶ Priusq; veniamus ad demonstrationem: notatu dignum arbitror qđ quādo aliq; numerus vt a b in duo equalia pariter 7 in duo unequalia vt in a minus 7 b maior diuidit: illa duo unequalia ad vñū equalium quod totius medietas est: eandem atq; cōem habere differentiam. nam cum illoꝝ duozum unequalium simul iunctoz illud equale sit medietas: illa ab eo equidistare per secundāz partem secūde huius necesse est: quare ad ipm cōem habebunt differentiam. Hic fit etiāvt differentia vnus unequaliū ad reliquum: dupla sit ad differentiam cōem ipsius equalis ad ipsa. Nam cum ipsa unequaliavi a 7 b extrema sint et ipsum equale medium: per octauam conceptionem differentia ipsoꝝ constituta est ex differentijs eozum ad ipm medium. Sed hec statim nota sunt. Hos ergo ad propositū demonstratiōem cōuertamus. Sit a b nūerus diuisus in a maiorem portionem 7 b minorem: sitq; c vna eius medietas: et d sit differentia cōmunit c ad a et ad b. Nam vt ostēsum est c ad vtrunq; eandē communēq; habebit differentia. Dico qđ fit ex c in se tñ esse quantū qđ fit ex a in b cum eo qđ ex d in se. qz enī c diuisum ē in d et b. ideo per decimāquintā qđ fit ex c in se equū ē ei qđ fit ex d in se et b in d bis. et qz a maior portio est totū et eius partes b et differentia dupla ad d. ergo per decimāquartā a in b tantū est quantū qđ fit ex b in se et b bis in d. adde igitur ei qđ fit ex a in b numerū qui fit ex d in se: 7 tunc totū qđ fit ex a in b et d in se equabit ei quod fit ex d in se b in se et b in d bis: cui demonstratum est equari



c in se. constat igitur qd fit ex ductu vnus equaliu in se tantu esse qrum qd ex vno fequaliu in reliquu cum eo qd fit ex differentia in differentia.

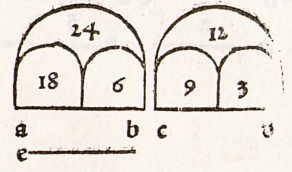
20 ¶ Si numerus per duas quaslibet diuisiones diuidatur: qd fit ex ductu maximi diuidentiu in minimu cum eo qd fit ex differentia ipsius maximi ad alteru medioru in differentiam eiusdem ad minimu tantum est qrum qd fit ex ductu duorum medioru vnus in alterum.

¶ At in precedenti id ante animaduertere licet qd cu quilibet numerus duabus hoc pacto diuisionibz secatur vt a vna diuisione in b r c et scda in d e. quoru b fit maximus et c minimus r d medioru maior et e minor que differentia primi ad secundu eandem esse tertiu ad quartu ipsius sic ordinatis. Nam qz d e equales sunt circumpositis b c: ab illis per secundam partem tertie equidistant. quare q differentia b ad d que fit f: eade erit e ad c. et etiam que differentia b ad e que fit g: eade erit d ad c. Nam per octaua concepti onem differentia extremoru b e constituitur ex differentiis b ad d et d ad e. r differentia d ad c extremoru per idem constituitur ex differentiis d ad e r e ad c. Sed differentia d ad e est vtriusqz comunis: et differentia e ad c probata est equalis differentie b ad d. erunt igitur differentie b ad e r d ad c ex equalibus quidem constituite adinuicem equales. Esto ergo a numerus eo qui positus est modo do diuisus et differentie vt posite sunt assignate. dico ergo qd fit ex ductu b maximi diuidentiu in c minimu cu eo qd fit ex f in g: equale esse ei qd fit ex d in e vnus videlicet medioru in reliquu. qd eni fit ex ductu d in e per nona adinuante octaua tm est qrum qd fit ex d in c et in f. Nam e diuisum est in c et diam f. Sed qd fit ex d in c et f per octaua equu est ei qd fit ex c et f in d. et qd fit ex f in d equat per nonam ei qd fit ex f in c r g. at qd fit ex f in c tm est per octaua qrum qd ex c in f. q aut ex c in d r in f tm est per nonam qrum qd ex c in b. constat igitur qd fit ex d in e tm esse qrum qd ex c in b cu eo qd fit ex f in g r propositum.



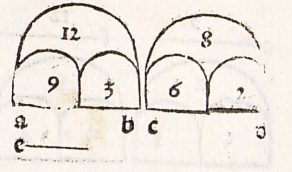
21 ¶ Si quota pars totus totius tota pars detractus detracti: erit residuus residui tota pars quota totus totius.

¶ Sit a b numerus cuius detractus sit b r residuus a. sitqz alius numerus c d cuius detractus sit d et residuus c r quota pars totus c d est totius a b: tota pars sit d detractus detracti b. dico ergo tota partem c residui esse residui a: quota pars est totus c d totius a b. capio numeru e cuius c tota pars sit quota d est b. et intelligo quattuor numeros c primu e secundu d tertiu b quartu. constat eni per quartam qz c tota pars est e quota d est b: compositu c d totam partem esse compositi e b quota pars c est e r tota pars positus est c d ad a b. est igitur a b eque multiplex ad c d vt e b ad c d et per tertiam conceptionem adinuicem equales. quare e est equalis a. rvt c ad e: ita quoqz c ad a. sed c ad e est vt detracti ad detracti r totius ad totum. est igitur c ad a residuus ad residui vt totus ad totum et quota pars totus totius ad propositum.



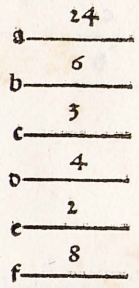
22 ¶ Si quote partes totus totius tote partes fuerit detractus detracti: erit residuus residui tote partes quote totus totius.

¶ Sit a b numerus cuius detractus sit b et residuus a. r c d alius numerus cuius detractus sit d et residuus c r quote partes totus c d est totius a b: tote sit detractus d detracti b. dico ergo c totas partes esse a quote c d est ipsius a b. pone numeru e cuius c tote partes sint: quote d est b r argumetare per nitus eode modo per quintam quomodo in precedenti argumetatus es per quartam.



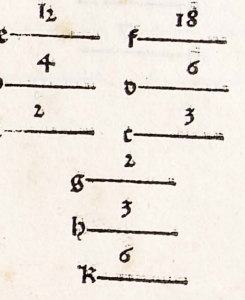
23 ¶ Omnis pars partis: est pars totius denominata a numero qui fit ex ductu duorum numerorum vnus in alteru partes illas denominantiu.

¶ Sit a totus numerus: b eius pars et c pars b r numerus denominas b in a sit d et denominas c in b sit e. sitqz f numerus qui fit ex ductu d in e. dico ergo c denominari in a ab f numero scz qui fit ex ductu duorum denominantiu vnus in alterum. Diuido enim f in partes equales e: r similiter a in partes equales b. et qz quoties b est in a: toties e est in f. est enim d denoiator vtriusqz comunis per hypothesim cum b secundu ipsum numeru e in a: et c secundu eundem numeru e in f. Ideo quot partes numero habet a ad b: tot habet f ad e. at qz c numerat b secundu e cum ex hypothesi e sit denominas quoties c in b. numerabit igitur c primam partem a equalē ipsi b per primam partem f equalē ipsi e. r eade ratione secundam per secundam r tertiam per tertiam. et ita de ceteris si plures sunt. quare c per decima numerabit a secundu f. per diffinitionem igitur denominabitur quoties c in a secundu f atqz f erit ipsum denominans. est itaqz c pars partis denoiata pars totius a ab f numero quide qui fit ex ductu duorum numerorum illas partes denominantiu vnus in alterum quod intenditur.



24 ¶ Si fuerit primus secudi tota pars quota tertius quartus: iteqz secudus quinti quota pars quartus sexti: erit primus quinti tota pars quota tertius sexti.

¶ Sint sex numeri: a primus: b secundus: c tertius: d quartus: e quintus: f sextus. sitqz a tota pars b quota c est d r b tota pars e quota d fuerit f. dico igitur a tota partem esse e quota pars c est ipsius f. fit eni g denominas quoties a in b et h quoties b in e. cum a sit pars b r b pars e. ducatqz g in h r pueniat l. qz igitur a est pars b partis scz ipsi e per precedentem a denominatur pars e a numero l. qui fit ex ductu g in h numeroru illas partes denominantiu vnus in alterum. at numerus h denominas b in e est etiam numerus denominas d in f r g denominas a in b etiam denominat c in d. denoiabitur igitur per eandem precedentem c in f ab eodem numero l qui fit ex ductu g in h denominantiu illas a liff





partes quare quota pars est a primus e quinti tota pars est c tertius f sexti vtpote que ab eodem numero l: denominatur: quod est propositum.

¶ Si primus in secundo quoties quartus in sexto: itemq; tertius in quarto quoties scds in quinto: necesse est toties esse primū in quinto quoties fuerit tertius in sexto. 25

¶ Sint vt prius sex numeri: a primus: b secundus: c tertius: d quartus: e quintus: f sextus. sitq; a tota pars b quota d est f et c tota pars d quota b est ipsius e. dico a totam partem esse e quota c est f. hec penitus vt precedens demonstratur.

¶ Si fuerit primus tota pars scdi quota tertius quarti: itemq; primus quinti quota tertius sexti erit primus tota pars secundi et quinti quota tertius quarti et sexti. 26

¶ Sint sex numeri: a primus: b secundus: c tertius: d quartus: e quintus: f sextus. sitq; primus in scdo vt tertius in quarto et primus in quinto vt tertius in sexto. dico a primū esse totā partem b e secundi et quinti quota c tertius est d f quarti et sexti. qz per hypothesim primus in secundo vt tertius in quarto sit ergo g numerus denominās quoties a in b et c in d. et qz etiam per eandem hypothesim primus in quinto vt tertius in sexto. sit ergo h numerus denominās vtriusq; scz quoties a in e et c in f. sitq; propositum ex g h numerus l. tunc sic: qd sit ex ductu a in g et h: tantū est q̄tum b et e. et per nonam quod sit ex a in g et h: tantū est q̄tum qd sit ex a in l: compositū ex ipsis. Similiter quod sit ex c in g et h: tantū est q̄tum d et f. et q̄tum qd sit ex c in l: igitur a primus tota pars est b e secundi et quinti quota c tertius d f quarti et sexti: vt qui numeretur in illis fm eundem numerū l: quod vult propositio.

¶ Si fuerit primus secundi tota pars quota tertius quarti primis quidē minoribus erit primus tertij tota pars aut partes quota pars aut partes secundus quarti. 27

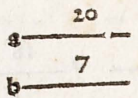
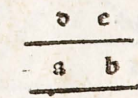
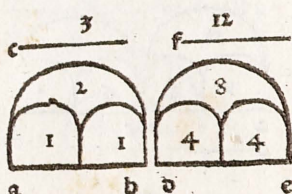
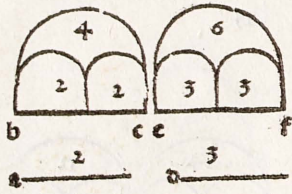
¶ Sit a primus numerus: b c secundus: et d tertius: e f quartus: a et b c simul existētibus minoribus et quota pars a est b c tota pars d sit e f. dico igitur quota pars aut partes b c fuerit e f totam partē aut partes numerū a esse d. Diuido enī b c in partes suas equales a que sint b et c. item diuido e f in partes suas equales d. et qz e f est eque mltiplex ad d vt b c ad a ex hypothesi: ideo tot partes numero erunt ipsius e f quot posite sunt b c. Sint igitur ille e et f. cum igitur b prima pars b c sit equalis a et prima pars ipsius e f sit equalis d quota pars aut partes b erit e tota pars aut partes a est d. et ita de parte c respectu partis f et reliquis partibus vnius ad reliquas partes alterius si plures essent. Intelligi igitur b esse primū numerū: e secundum: c tertium: f quartū. et si b est partes e argumētō: per quintā: qz primus b probatus est tote partes e secūdi quote ptes est c tertius f quarti. ergo b c primus et tertius tote partes sunt e f secūdi et quarti quote partes b primus est e secūdi. at a ad d monstrat est tote partes quote b est e. igitur et quote b c secundus est e f quarti. et si b esset pars e omnino consimili modo per quartā vt nunc quoq; factum est per quātam elicerem argumentū. Manifestū itaq; est si primus in secundo vt tertius in quarto primis existentibus minoribus: primum totam partem aut partes esse tertij quota pars aut partes secundus ē quarti.

¶ Si primus tote partes secūdi quote tertius quarti primo et secundo minoribus erit primus tota pars aut partes tertij quota ps aut partes secundus quarti. 28

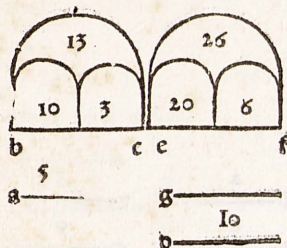
¶ Sint quattuor numeri: a b primus: c secundus: d e tertius: et f quartus. quorum a b et c duo primi duobus reliquis sint minores: et sit a b tote partes c: quote d e est f. dico a b totam partē vel partes e d e quota pars vel partes c est f. diuido enī a b in suas partes ad c que sint a et b et similiter d e et f suas ad f que sint d et e. cum igitur per hypothesim a b tot partes sit c quot partes d e est f: tot erunt ptes numero a b diuisi quot et d e. et a prima pars a b tota erit c sui totius quota d prima pars d e est sui totius f. quare per precedentē a prima pars a b ad d primaz partem d e tota pars aut partes quota aut quote c ad f. et similiter b secūda pars primi ad e secūdam partem tertij tota pars aut partes quota vel quote c ad f. sicq; de reliquis partibus primi ad reliquas tertij si plures sint partes. At si a ad d sit pars facio a primum numerū: d secundum: b tertium: et quartum. et argumētō: per quartam: quia a tota pars est d quota b est e. ergo a b ad d c tota pars quota a ad d. sed a ad d monstratus est: tota ps quota c ad f. ergo a b primus ad d e tertium tota pars quota c ad f secundus ad quartum. Quod si a ad d sit partes penitus consimili modo per quātam argumentabere quomodo nunc per quartam de parte constat esse argumentatū. Planum itaq; est solidum esse propositum. Et si contingeret duos primos numeros duobus vltimis esse maiores: conuerso modo concludendum esset tertium primi totam partem aut partes quota quartus secūdi. quod facile monstrari potest ordine permutato consistuendo scz duos vltimos priores et primum et secundū posteriores.

¶ Omnis numerus minor aut maioris pars est: aut eo ab maiore quoties potest detracto relinquetur ipsius aut pars aut partes 29

¶ Sint a b duo numeri a maior et b minor. dico b esse partem a vel eo detracto quoties poterit ab a remanere ipsius b aut partem aut partes. si enim b minor numerat a maiorem per diffinitionē b est pars a. si secus autem b non metitur a. subtracto igitur b quoties poterit ab a remanebit minor b. Nam si nichil remaneret numeraret a secundū numerum denominantē quoties subtracteretur. quoties enim aliquis numerus ab aliquo subtrahi potest: toties in ipso numerabilis est per sextā petitionem qui si remanet minor b per primam propositionem est ipsius b aut pars aut partes: quod est propositum.



30 ¶ Si quote partes primus secundi tote tertius quarti primis itidē semp minoribus: quoties erit primus in secūdo toties tertius in quarto .et quota pars vel partes pmi superunt in secūdo: tota pars aut partes tertij superunt in quarto.



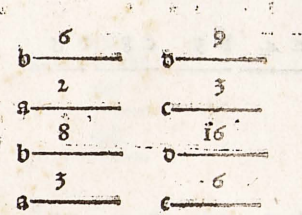
¶ Sit a primus numerus / secūdo b / tertius d / et quartus e f. et primi a et b c miores: sitq; a pmius tot et tote partes b c secūdi quot et quote ptes d tertius est e f quarti. Dico quoties a est in b c: toties d esse in e f. et quota pars vel partes a pmi supsunt in b c secūdo totam pte vlt ptes d tertij remanere in e f qto. subtrahō enī a primū a scō b c q̄tes possū: sitq; totus substractus b r residuus c: sitq; d toties i g: q̄tes a i b. quo q̄dē ita posito qz a tote pres ē b c q̄te d ē e f: ergo p vice simā octauā a tota ps vel pres ē d: q̄ta ps vel ptes b c ē e f. Rursus itelligo a pmiū numerū. b scōm. d tertij. g quartū: r p̄sitr argumētōr p vice simā septimā. qz a tota ps est b q̄ta d est g p hypothesim: ergo p vice simā septimā q̄ta ps vel pres b ē g: tota ps vel ptes a ē d. at a ostēsus est tota ps vel ptes d q̄ta ps vel ptes b c est e f: q̄ta ps vel pres ē b c ad e f: tota ps vlt pres ē b ad g. at qz q̄t ptes a ē b c: tot pres d ē e f. et quot ptes a ē b: tot pres d ē g. nā b r g eq̄ multiples: et a ē pauciores tote ptes b q̄ totius b c: q̄ g r d pauciores tote ptes ē g q̄ e f. subtrahat igit g ab e f: sitq; detractus e r residuus f: r p̄stabit primū p̄pōnis p̄pō sitū. scz q̄tes a in b c: toties d ē in e f cū e sit eq̄lis g. ex hoc etiā manifestū est b totā pte vel ptes esse e f. hā e r g equant: detracti scz ad detractū q̄ta pars vel ptes ē totus b c ad e f totū. si aut nūerus b ipi⁹ e tota ps fuerit: g p vice simā p̄mā erit c residuus: residui f tota ps q̄ta tot⁹ totius. si aut tote pres erit p vice simā scōaz c residu⁹ tote pres residui f: q̄te b c totus e f totū. scz esto g vt b tota ps sit e q̄ta ps totus b c ē totū. r itelligo c pmiū. f scōm. b c tertij. et e f quartū: r argumētōr p vice simā septimā. qz quota ps c ē f: tota ps b c ē e f vt mōstratū est: ergo q̄ta ps vel ptes c ē ad b f: tota ps vel ptes f est ad e f. et si b eēt pres e p̄sitr argumētare p vice simā octauā r p̄clude itez p eā c totā ptem vel pres eē totius b c: quota pars vel partes f est totius e f. et hoc est totum p̄positum.

31 ¶ Si toties dempto primo de secūdo quoties tertio de quarto tota pars vel partes pmi relinquātur in secūdo quota aut quote tertij in quarto: primū totas cē partes secūdi quotas tertium quarti necesse est.

¶ Hec est p̄uersa p̄cedētis que vt p̄cedētis duobus primis nūeris minoribus intelligat. sit igitur a vt prius p̄mus numerus / b c secūdo / d tertius / et e f quart⁹: et sint duo p̄mi miores r toties demat primus a secūdo sitq; dēptus b: quoties tertij a quarto qui dēprus sit e et sit vt q̄ta pars vel pres p̄mi relinquātur in secūdo tota pars vel pres tertij relinquantur in quarto: sitq; c relicta ps vel ptes in secūdo et f in quarto. Dico ergo a primū totas eē partes b c secūdi quote d tertius est e f quarti. Cāpio g qui sit tote pres e f quote pres a est b c r p̄cedentem quoties a est in b c: toties g erit in e f. et quota ps aut ptes a supsunt in b c: tota ps aut pres g superūt i e f. At toties positus est d eē in e f: q̄tes a est in b c. et totā ptem vel pres d supesse in e f: quota ps vel ptes a supsunt in b c: igitur g r d aduicem sunt equales. quote igitur partes a est b c: tote d est e f. quod est p̄positum.

¶ Primi elementorum Arithmetices Jordani finis.

p ¶ Proportio est duarū quātitatū eiusdem generis vnus ad alteram certa in quātitate relatio. ¶ Numeri ad numerū dicitur p̄portio minoris q̄dē ad maiorem in eo qz pars est vel partes: maioris x̄o ad minorem fm qz cum cōtinet et eius partem aut partes. ¶ Proportionalitas est similitudo p̄portionū. ¶ Continua p̄portionalitas est qn̄ p̄nectūt nō dissociatis medijs. hec aut ad minus iter tres coalescit terios: cū saltem vnū sumēdum sit mediū. ¶ Incontinua x̄o est in qua intercedit mediōrū interruptio. Et hec ad mimum quattuor exigit terios p̄pter alterius mediū sumptionem. ¶ Quādo fuerit tres numeri p̄tinue p̄portionales: dicitur p̄mi ad tertium p̄portio p̄mi ad secūdum duplicata et ad quartum triplicata. ¶ Cum aut cōtinuate fuerint vel cedem vel diuerse p̄portiones: dicitur p̄mi ad vltimum p̄portio ex oibus composita. Denotatio dicitur p̄portiois minoris quidē ad maiorem pars vel partes quota vel quote illi⁹ fuerint: maioris x̄o ad minorem numerus fm quem eū cōtinet et pars vel partes minoris que in maiore superfluunt. Similes siue vna aliū eadem: dicūtur p̄portiones que eandem recipiunt denotationem. maior x̄o que maiorem: et minor que minorem.



¶ Si fuerit p̄portio p̄mi ad scōm que tertij ad quartum: erit cōuerso que secūdi ad p̄mum eadem quarti ad tertium.

¶ Hec demōstrat p̄uersam p̄portionalitatem: que ab euclīde quito geometrie ponit p̄ia spēs p̄portionalitatum. et est quoties cōcludimus p̄ns ad āncedens vt p̄ns ad āns: qz āns ad p̄ns sese habuerit vt āncedens ad p̄ns. āncedēs enī est primū p̄portiois extremum: p̄ns x̄o scōm. Sint itaq; quattuor numeri: a primus / b secundus / c tertius / d quartus: sitq; vt que p̄portio a ad b eadem sit c ad d. dico cōuerso que p̄portio b ad a: eadē esse d ad c. Nam cū ea sit p̄portio c ad d que a ad b p̄ diffinitionē eandem habebūt denotationem. si itaq; a sit minor b ex diffinitionibus tota pars vel partes erit a ad

b: quota pars vel partes c ad d. Si aut sit a ad b tota pars quora c ad d: vt in prima figuratiōe mōstra-
tur: erit d eque multiplex ad c vt b ad a. quare que pportio b multiplicis ad a: eadem erit d eque mul-
tiplicis ad c. at si a tote partes sit b quora c est d: per tricesimā igitur primi b toties cōtinebit ipm a et
totā eius partē vel partes: quoties d p̄tinet cet quotā eius partem vel partes. q̄re silis erit denotatio
b ad a que d ad c: et que pportio b ad a eadem et d ad c. q̄ si a numerus eēt maior b: p̄simili argumēto
pateat ppositum ponēdo b primum numerum. a scdm/d tertium/c quartum.

**¶ Si fuerit primus ad scdm sicut tertius ad quartum: fueritq̄ primus maior secūdo
erit tertius maior quarto.**

b	2	d	3
a	6	c	9
b	6	d	9
a	2	c	3

**¶ Sint vt prius quatuor numeri: a primus/b secundus/c tertius/d quartus: sitq̄ a maior b. dico etiā
c esse maiorem d. Nam per precedentem qz que pportio a ad b ea est c ad d: ideo ⁊ p̄tra que pportio b
ad a eadem erit d ad c. at b ponit minor a: igit erit per primam primi b pars aut partes a. quare et d
tota ps vel ptes c. atq̄ d minor c q̄b intēdit. Potes ⁊ directe pbare qz a ē maior b aliq̄ties p̄tinet b vel
aliquoties et p̄tē aut partes. et cū ceandem pportione hēat ad d: ergo toties c cōtinebit d aut toties
et partem aut partes. q̄re c maior est d. q̄b est ppositum. Et cōsist pbare possis q̄ facillime si p̄mus
minor scdo fuerit: tertiu quarto eē minorem. Nam si primus sit minor scdo per primam primi erit pars
vel partes scdi. et cū tertius ad quartum eādē habeat pportioem: tota ps aut partes erit tertius
quarti: quare minor quarto. et si primus eēt equalis scdo p̄sist pbabis tertium esse equalem quarto.**

**¶ Si fuerit primus ad scdm sicut tertius ad quartum: erit pmutatim sicut primus ad
tertium: ita secundus ad quartum.**

a	2	b	6	c	3	d	9
a	3	b	8	c	6	d	16
a	6	b	2	c	9	d	3

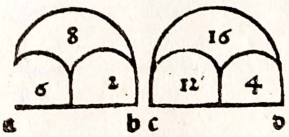
**¶ Hec demonstrat pmutatam pportioalitatē: que est quoties cōcludimus vt aūs ad aūs: ita p̄ns
ad p̄ns: qz vt aūcedens ad p̄ns: ita aūs ad p̄ns sese habuerat. Sint ergo quatuor numeri: a primus/b
secundus/c tertius/d quartus: sitq̄ similis pportio a ad b et c ad d. dico silem esse pportioem a ad c
et b ad d. Nam primo si a sit minor ⁊ pars b: qz similis est pportio a ad b et c ad d: hinc euenit vt q̄ta
pars a sit b tota pars c sit d. ergo per vicesimā septimā primi: quora pars vel partes b est ad d: tota ps
vel partes erit a ad c. erit itaq̄ eadem pportio a primi ad c tertium: et b secūdi ad d quartum. S. do
si a sit ptes b vt in scda figuratiōe: idem ⁊ similiter argumētābere per vicesimā octauā primi. Tertio
si a sit maior b: factō b primo/a scdo/d tertio/c quarto: auxilio prime huius idē effices q̄ facillime.**

**¶ Si fuerit primus ad scdm sicut tertius ad quartum fueritq̄ primus maior tertio:
erit quoq̄ secundus maior quarto.**

a	3	b	9	c	2	d	6
---	---	---	---	---	---	---	---

**¶ Sit a primus numerus: b secundus/c tertius/d quartus: ⁊ similis pportio a ad b et c ad d: sitq̄ a
maior c. dico b eē maiorem d. Nam qz vt a ad b: ita c ad d. permutatim igitur per precedentem vt a ad
c: ita b ad d. sed a maior est b: ergo et b maior d per secundam. quod est ppositum.**

**¶ Si sicut totus ad totum fuerit deductus ad deductum: erit residuus ad residuum
sicut totus ad totum.**



**¶ Sit a b totus numerus: a deductus/et b residuus: et c d alter totus c ab eo deductus ⁊ d residuus
sitq̄ similis pportio a b ad c d: et a ad c dico b ad d pportioem esse que est a b ad c d. Nam si a b
fuerit minor c d: erit per vicesimā primam ⁊ vicesimā secundam primi sub diuisione q̄ta pars aut
partes fuerit a b ad c d: vt tota pars vel partes sit b ad d residui ad residuum. quare q̄ pportio totius
ad totum: ea erit ⁊ residui ad residuum. at si a b sit maior c d: cōuerso quora pars vel partes c d ad a
b: tota pars vel partes erit d ad b. quare itē per primam huius cōcluditur ppositum.**

**¶ Si fuerit primus ad scdm sicut tertius ad quartū: erit primus ⁊ secundus ad scdm
sicut tertius et quartus ad quartum.**

a	2	b	6	c	3	d	9
---	---	---	---	---	---	---	---

**¶ In hac demōstratur cōsuetā pportionalitas: que est quoties concludimus cōsuetum antecedētis
et p̄sequētis ad p̄sequēs vt diuictum aūtis ⁊ p̄ntis ad p̄sequens: qz aūcedens ad cōsequens se habeat
vt antecedēs ad consequens. Sit vt a primus numerus se habet ad b secundum: ita c tertius se hēat ad
d quartum. Dico ergo vt a b ad d: ita et c d ad d. Nam quia est similis pportio a ad b et c ad d: si a ergo
sit minor b: erit vt quora pars vel partes a est b: tota pars vel partes c sit d. ergo semel b est in a b: et
semel d in c d. et in a b superat a tota pars vel partes b: quora pars vel partes c est ipsius d exuperans
in c d. quare que pportio b ad a b: eadem erit d ad c d. per primā ergo huius que pportio a b ad b:
eadem erit c d ad d. q̄b est ppositum quo ad hoc. Et si a ponatur maior b vt in scda figuratiōe
per primam quora pars vel partes b erit ad a: tota pars vel partes d est ad c. ergo b semel se supaddēs
in a b: tota pars vel partes erit a b: quora pars vel partes d erit c d se itidem semel supaddēs in c d.
quare eadem pportio b ad a b et d ad c d. per primam ergo huius que pportio a b ad b: eadem erit
c d ad d. quod itē est ppositum.**

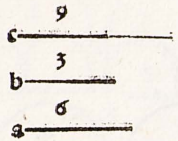
**¶ Si vnus numerus duos multiplicet: erit pductor ⁊ multiplicator eadē pportio.
vnde manifestū est multipliciū d̄rias submultipliciū differentis eē eque multiplices.**

b	5	c	4	d	10	e	8
a	2	f	1	g	2		

**¶ Multiplicet a numerum b ⁊ proueniat d: et idem a multiplicet c ⁊ proueniat e. dico que pportio
b ad c/multiplicati scz ad multiplicatum eādē esse d ad e pducti scz ad pductum. Nam cū b sit in d
fm a: et c in e etiam fm a: quoties b est in d toties c est in e. ergo q̄ pportio b ad d ea erit c ad e. p̄mu-
tatim igitur per tertiam q̄ pportio b ad c ea erit d ad e. q̄b est ppositum quo ad hoc: ⁊ correlatiū**

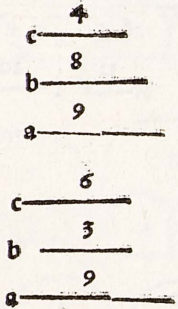
hoc intēdit. si g sit differētia d ad e: et f differētia b ad c. qz d et e sunt sumpti eque mltiplices ad b et c: proportioem g ad f esse eque multiplicem vt d ad b. et sunt b d duobus reliquis maiores. quia p presentem ea est proportio d ad e: que b ad c. ergo permutatim per tertiam q proportio d ad b totius ad totum: ea est e ad c detracti ad detractum. ergo per quintam g ad f residuus ad residuum vt d ad b totius ad totum. qd est propositum.

8 **C** Si duo nūeri eūdem multiplicent: erit multiplicantiū ac pductoz eadem pportio. **C** At si in figuratiōe precedētis b multiplicet a: et pueniat d. et c itidem multiplicet a: et pueniat e. Dico q proportio b ad c multiplicatiō ad multiplicantem: eādem esse cad e producti ad productum. Nam per octauam primū idem puenit multiplicando a p b et b per a scz d. et similiter idem puenit multiplicando a per c et c per a scz e. sed per precedētem b et c multiplicatis per a: eadem est pportio b ad c et d ad e. qd est propositum.



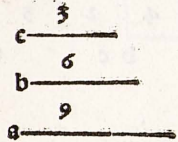
9 **C** Si duo nūeri ad tertiuū pparent: maior ad ipm maior erit pportio et minor minor: ipius x ad maiorē pportio minor: ad minorē maior. vñ manifestū est si duo nūeri ad eūdem cōparati: eādem seruent pportiois habitudinē: illis vnū/ eūdeqz cē nūerū.

C Comparētur a b ad tertium c sitqz a maior b: dico ipsius a ad c maiorem eē pportionem qz b ad c: dico etiā c ad a minorem esse pportionem qz c ad b. Primū patet et sit primo c tertius vtroqz a et b maior. qm c est maior a et maior b: erit a pars vel partes c p primam primū: et per eādem b eiusdē erit pars vel partes. et cū a positus sit maior b ipse erit plures ptes c qz b. quare maior proportio a ad c qz b ad c. Sit scdo c tertius vtroqz a et b minor: si a pluries ptinebit c qz b ipm c ptineat: cōstat ppositū. Et si a et b equaliter ptinebit c: qz a maior b plures partes ipius vltra ptinebit a qz ptineat ipse b. qre idem cōcluditur a scz ad c maiorem eē pportionem qz b ad c. Sit tertio c tertius minor a et maior b: quia denotatio pportiois a ad c sit a toto multiplicē aut a toto et parte aut partibus: et denotatio pportiois b ad c est a parte aut partibus: stat et hoc mō maiorem eē pportionem a ad c qz b ad c. et cū non possit c tertius esse maior a et minor b. qz quicūqz est maior maiore maior est et minore: stat prima ps quo ad oēs eius modos firma. Scda pz: et sit pzo c tertius maior a et b cū c sit maior a et b et a sit maior b. si c ptinet plies b minorē qz a maiorē: stat pportio e ad b esse maiorē qz c ad a. et si c cōtinet b et a equalit: cōtinebit insuper plures partes b minoris qz a. quare itez idem cōcluditur. Sit scdo c vtroqz minor. erit itaqz sumptis vnitatibus totidem partes maioris quot minoris. sed maioris per conceptionem erit totidez partes minores: cum partes ille a maiore numero sint denotate. quare ipsius ad maiorem itez minor pportio. Sit tertio c tertius minor a et maior b: cū sit solum pars vel partes a et excedat ipm b: maior erit ipius ad b pportio qz ad a. et cū nō possit vt dictum est eē maior a et minor b: cōstat scda pars quo ad oēs eius partes monstrata. Correlariū ex prima parte facile cognitum esse potest.



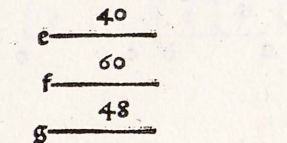
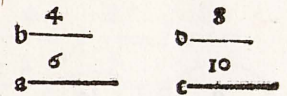
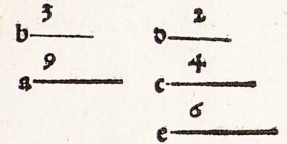
10 **C** Si idem numerus ad duos cōparet ad quē ipius maior pportio fuerit: minorem/ et ad quem minor: maiorem esse necesse est.

C Hec est pversa precedētis. Sint ergo a b duo nūeri ad quos cōparetur c tertius. et sit c ad a minor pportio: et c ad b pportio maior. dico a eē maiorem: et b minorem. Nam pmo non erunt equales: quia c ad vtrūqz eēt eadem pportio. neqz a erit minor b. nam per primam partem precedētis: minor eēt a ad c pportio qz b ad c. et per scdam partem eiusdem maior c ad a pportio: et minor c ad b. qd est ptra hypothēsim. relinqritur igitur propositum verum.



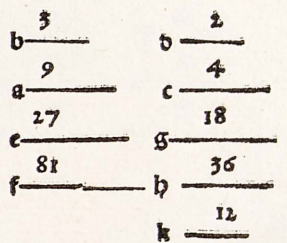
11 **C** Si fuerit pportio primū ad scdm maior qz tertiu ad quartum: erit secūdi ad primū pportio minor qz quarti ad tertium.

C Hanc in multiplicibus demonstrare p facile est: vt si sit a ad b in genere multiplici maior pportio qz c ad d: dicam b ad a minorem esse pportionem qz d ad c. capiam enī e eque multiplicem ad d: vt a ad b. qz ergo a ad b et e ad d eque multiplices: erit a ad b et e ad d eadem pportio. at pportio a ad b posita est maior qz c ad d: ergo et pportio e ad d maior est qz c ad d. per scdam partem igitur none maior est pportio d ad c qz d ad e. at qz eadem est pportio a ad b et e ad d. per primā igitur huius eadem erit pportio b ad a et d ad e. sed d ad c pbata est maior pportione d ad c: maior igitur erit et sua equali b ad a. qd est propositum. at qz demonstratio hec non eque aptanda est alijs gñibus: idcirco alia vnūsalior adhibenda est. Sit ergo a ad b maior pportio qz c ad d: dico b ad a minorem eē pportionem qz d ad c. duco enī c in b et pueniat e: et idē c in a et pueniat f. per septimā huius q. pportio a ad b: eadem erit f ad e. Rursus duco d in a et pueniat g. qz c et d multiplicauerūt a p octauam eadem erit pportio f ad g producti ad productum: qz c ad d multiplicatis ad multiplicantem. Est igitur f ad e pportio vt a ad b: et f ad g vt c ad d. sed pportio a ad b posita est maior pportio e ad d: igitur pportio f ad e maior est pportio e ad d: f ad g. per precedētem igitur e minor est et g maior. igitur per primam partem none huius pportio e ad f minor est qz g ad f. sed pportio e ad f est eadē pportio nō b ad a: et pportio g ad f eadem pportio d ad c vt facile per primam huius cognoscere potes: igit pportio b ad a scdi ad primū minor est qz pportio d ad c quarti ad tertiu. qd erat demonstrādū.



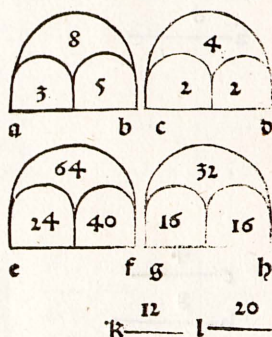
12 **C** Si fuerit primū ad scdm pportio maior qz tertiu ad quartum: erit primū ad tertiu maior qz secūdi ad quartum.

C Sint vt prius qttuor numeri: a primus. b scds. c tertius. d quartus: et sit a ad b pportio maior qz c ad d. dico maiorem esse pportioem a ad c primū ad tertiu: qz b ad d secūdi ad quartū. duco enī a in b



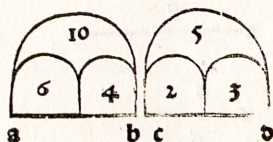
et proueniat e. r a in se et proueniat f. et in d et proueniat g. et in c et proueniat h. per septimam huius que proportio a ad b: ea est f ad e. et que c ad d: ea h ad g. deinde duco b in c et proueniat k: erit q: p octaua huius h ad k sicut f ad e. at proportio f ad e q: equatur pportioni a ad b: est maior proportione c ad d. ergo r proportio h ad k eadez proportioni f ad e: maior est pportione h ad g. cu h ad g equetur c ad d. ergo per decimam k minor est g. et q: f ad e vt h ad k: g per tertiam vt f ad h: ita e ad k. et q: g pbarus est minor k: ergo per scdm partem none minor erit proportio e ad g q: e ad k. sed e ad k per octauam huius adequatur proportioni a ad c primi ad tertium: et e ad g proportioni b ad d secundi ad quartum. Est igitur proportio primi ad tertium maior q: secundi ad quartum qd proponitur.

¶ Si fuerit pportio totius ad totum maior q: detracti ad detractum: erit residui ad residuum proportio maior q: totius ad totum. 13



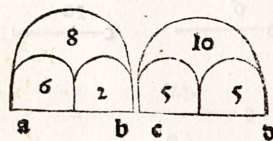
¶ Sit a b totum et ab eo detractus a r residuus b. sit item c d aliud totum r ab eo detractus c r residuus d. sit q: totius a b ad totu c d pportio maior q: a ad c: dico b ad d residui ad residuum maiorem esse proportioem q: a b ad c d totius ad totu. duco eni a b in a et in b et proueniat e f cuius detractus sit e r residuus f. et duco idē a b in c et in d et proueniat g h: cuius g sit detractus r residuus h. Item ducat a in c d et proueniat k: substrahaturq: k ab toto g h r relinquatur l. cum eni per nonam primi qd sit ex ductu alicuius numeri in om̄s partes alicuius totius: equu sit ei qui sit ex ductu illi numeri in eūdez totum: totus e f equabitur ei q: sit ex ductu a b in seipm a b. et cu idem a b ductus in a pduxerit e detractus e f. per septimā huius que pportio a b ad a: eadem erit e f ad e. et eade rōne que a b ad b: eadem e f ad f. et que a b ad c d: eadem e f ad g h. et vt c d ad c: ita g h ad g. et g h ad h: vt c d ad d. et cu duo numeri scz totus a b et a detractus: ducti sint in eūdem c d: et pduxerit numerus a b numeru g h et a numerum l: per octauam que proportio a b ad a: eadem est g h ad l. sed et cu pducatur ex a in a b: et l ex a in c d. per septimam q: proportio a b ad c d: eadez erit e ad l. quare vt e f ad g h: ita r e ad l: detractus ad detractum. per quintam igitur vt e f ad g h: ita f ad l: residuus ad residuum. et cu e ad g sit proportio que a ad c: erit proportio e ad g minor q: e ad l. quare per decimam l minor est g. igitur et l qui p̄stabit ex h et differētia l ad g: maior erit h. igitur per eādem decimam pportio f ad h miore numerum maior est q: ad l. at proportio f ad l p̄bata est eadem pportioni e f ad g h: quare r pportio a b ad c d totius ad totum. Est igitur pportio f ad h: q: est eadem pportioni b ad d residui ad residui: maior proportione a b ad c d totius ad totum. quod est propositum.

¶ Si vero detracti ad detractū fuerit pportio maior q: totius ad totum: erit residui ad residuum proportio minor q: totius ad totum. Ex his quoq: perspicuum euadit si fuerit pportio residui ad residuū sicut detracti ad detractum: pportioem detracti ad detractum esse tanq: totius ad totum. 14



¶ Sit a b aliquis totus nūerus r ab eo detractus a r residuus b: et c d alter totus r ab eo detractus c et residuus d. sit q: a ad c maior proportio q: a b ad c d. dico b ad d minorem esse proportionem q: a b ad c d. quia eni a ad c est pportio maior q: a b ad c d: per vndecimam huius ecōtra minor erit pportio c ad a q: c d ad a b. cu itaq: maior erit pportio c d ad a b totius ad totu q: c ad a detracti ad detractū. per precedentem igitur maior est pportio d ad b residui ad residuum q: c d ad a b totius ad totum. Intelligo igit d primū numerum. b scdm. c d tertium. et a b quartum. q: d ad b maior est pportio q: c d ad a b: per vndecimam ecōtra miore est proportio b ad d q: a b ad c d. est itaq: notum totius ad totu maiorem esse proportionem q: residui ad residuum r propositum. Correlatum pater: nam si totius ad totum maior esset proportio q: detracti ad detractum: ergo per precedentem residui ad residuum maior erit proportio q: totius ad totum. qre multo fortius residui ad residuum maior esset proportio q: detracti ad detractum. quod est cōtra hypothesim. Si autem totius ad totum miore sit proportio q: detracti ad detractum: ergo per presentem residui ad residuum minor erit pportio q: totius ad totu. quare r multo fortius residui ad residuum minor erit proportio q: detracti ad detractum. qd est ite p̄tra hypothesim. Cum itaq: pportio totius ad totum neq: maior neq: minor esse possit q: detracti ad detractum: relinquatur eidem equalis.

¶ Si primi ad scdm fuerit proportio maior q: tertij ad quartum: erit primi r secundi ad secundum maior proportio q: tertij et quarti ad quartum: ad primum vero minor q: tertij et quarti ad tertium. 15

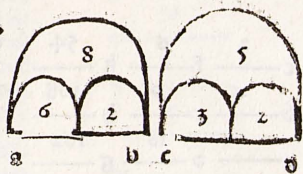


¶ Si a ad b maior pportio fuerit q: c ad d: dico pmo a b ad b maiorem eē pportioem q: c d ad d. scdo a b ad a minorem esse q: c d ad c. p̄rimū pater: nā si a b ad b r c d ad d ponatur equales: vt q: pportio a b ad b: ea sit c d ad d. ergo pmutatim p̄ tertij huius erit pportio a b ad c d: que b ad d. qre p̄ quintā que proportio a b ad c d: ea erit et a ad c residui ad residuum. quare et q: b ad d. et cu similes sint a ad c et b ad d: ergo permutatim per tertiam que proportio a ad b ea est c ad d. quod ē p̄tra hypothesim. Si aut ponatur a b ad b minor et c d ad d proportio maior: cu c d ad d sit proportio maior q: a b ad b ergo per duodecimam huius c d ad a b maior q: d ad b detracti ad detractum. ergo per decimā tertij c ad a maior residui ad residuū q: c d ad a b. quare multo potius q: d ad b. cu itaq: c ad a sit maior q: d ad b: ergo per vndecimam minor est a ad c q: b ad d. Intelligo ergo quattuor numeros: b primum. d scdm. a tertij. c quartū: quia maior est pportio b ad d q: a ad c: ergo per duodecimā maior est b ad a q: d ad c. pportio: ergo p̄ vndecimam minor a ad b q: c ad d. qd est p̄tra hypothesim. Relinquit igit pportio a b ad b: cu neq: eq̄lis neq: miore vt p̄batū est eē possit: maior eē pportioe c d ad d. qd est p̄mū.

Secdm patet: nam p immediate mōstratum a b ad b: maior est pportio q̄ c d ad d. ergo p duodecimam pportio a b ad c d: maior q̄ b ad d detracti ad detractū. ergo p decimātertiam a ad c residui ad residuū maior pportio q̄ a b ad c d. quare itez per duodecimā a ad a b maior q̄ c ad c d. per vndecimā igitur a b ad a: minor q̄ c d ad c. quod est scdm τ totum ppositum.

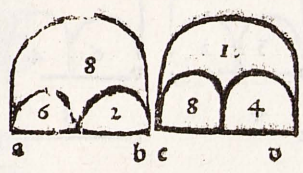
15 ¶ Si inaequales nūeri equalibus addatur: erit ppositoz minor pportio q̄ adiūctoz.

¶ Sint a c numeri inaequales: b d o equalis τ cōpositi a b τ c d: sitq; a maior c. dico a ad c adiūcti ad adiūctum maiorem esse pportioem q̄ a b ad c d cōpositi ad cōpositum. nam cū b d idem sint numerus: τ a sit maior c: per nonam igitur maior est pportio a ad b q̄ c ad d. ergo per duodecimam maior pportio a ad c detracti ad detractū q̄ b ad d residui ad residuū. ergo maior pportio a ad c detracti ad detractum: q̄ a b ad c d totius ad totum. nam si a ad c: τ a b ad c eadem esset pportio: per quintam eadem eēt a ad c: τ b ad d. cuius oppositū demōstratum est. Si autez maior eēt a b ad c d pportio q̄ a ad c: ergo per decimātertiam esset pportio b ad d residui ad residuū: maior q̄ a ad c detracti ad detractū. cuius etiā oppositum modo monstratum est. relinqtur igitur a ad c pportio maior adiuncti scz ad adiūctum: q̄ a b ad c cōpositi ad cōpositum τ ppositum.



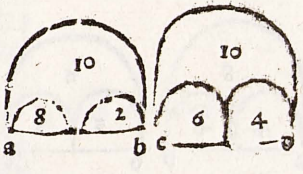
17 ¶ Si fuerit pportio primi ad scdm maior q̄ tertij ad quartū: fueritq; primus minor tertio: erit secundus minor quarto.

¶ Sint quattuor numeri: a primus / b scdm / c tertius / d quartus: sitq; a ad b pportio maior q̄ c ad d: et sit a minor c. dico b esse minorem d. nam cū c sit maior a: ergo per nonā maior est pportio c ad b: q̄ a ad b. quare multo fortius c ad b maior est pportio q̄ c ad d. per decimam igitur d maior est b. quod est ppositum.



18 ¶ Cum fuerit pportio primi ad scdm maior q̄ tertij ad quartū: et cōpositum ex primo et secundo equalē cōposito ex tertio et quarto: primum tertio maiorem esse necesse est.

¶ Sit a ad b maior pportio q̄ c ad d: et nūerus cōpositus a b equalis cōposito c d: dico a eē maiore c. nam primo non erit equalis: qz si a eēt equalis c: etiam b eēt equalis d per conceptionem. alioquin si equalibus inaequalia adereretur: tota fierent inaequalia. quare equalis eēt pportio a ad b: τ c ad d. qd est ptra hypothesim. neq; erit c maior a: et a minor. nam per pcedentem b scdm esset minor d quarto per conceptionem igitur a et b duo minores simul sumpti minus sunt q̄ c d duo maiores simul. quod itez est ptra hypothesim. relinqtur igitur a eē maiorem c τ ppositum.

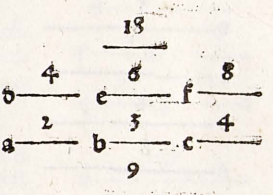


19 ¶ Si primus fuerit maior tertio: τ cōpositus ex primo τ secundo equalis cōposito ex tertio τ quarto: maior erit pportio primi ad scdm q̄ tertij ad quartum.

¶ Hec est pueria pcedentis. Sit vt prius a primus nūerus maior c tertio: et cōpositus a b equalis cōposito c d. dico maiorem eē a ad b pportioem q̄ c ad d. Nam qz a eē maior c: τ a b τ c d equalis: erit b minor d. non enī esse potest b equalis d. nam ipsis a τ c inaequalibus additis: tota non fierent equalia. neq; est b maior d. nam per cōceptionem qd fieret ex a τ b duobus maioribus plus esset. quod est ptra hypothesim. et cū sit maior c: ergo p nonam pportio a maioris ad d: maior erit q̄ pportio c ad d. s; τ cū b demōstratus sit minor d: per decimam igitur a ad b maior pportio q̄ a ad d. quare multo fortius q̄ c ad d. quod est ppositum.

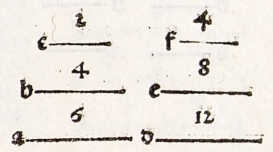
20 ¶ Si quotlibet numeroz ad totidem alios fuerit vna pportio: que vnus ad vnum ea oīm ad omnes pariter acceptos erit pportio.

¶ Sint a / b / c q̄libet nūeri: et d / e / f totidem aliq. et sit a ad d: et b ad e: τ c ad f pportio vna. dico que pportio a ad d: eadē eēt totius a b c ad totū d e f. nam facile ex scda huius cognoscis tres antecedēs eē eque aut maiores aut minores aut equalis ad suos psequētes. Si aut sint eā minores: quora pars vel ptes erit a ad d tota ps vel ptes erit b ad e: τ c ad f. ergo p quartā τ quintā primi sub distinctione quoties oportuerit repetitas erit totus a b c tota ps vel ptes totius d e f: quora pars vel ptes a ad d. quare eadē erit pportio a ad d: et totius a b c ad d e f. Et si sint tres antecedēs eque maiores quia q̄ pportio a ad d: ea est b ad e τ c ad f. ergo p primā huius q̄ pportio d ad a: ea est e ad b τ f ad c. q̄re q̄ta ps vel ptes d ad a: tota vel tote est e ad b τ f ad c. per quartā igitur τ quintā primi sub distinctione q̄ties opus fuerit repetitas quora ps vel ptes est d ad a: tota ps vel ptes est d e f ad a b c. q̄re q̄ pportio d ad a: eadē erit totius d e f ad totū a b c. ergo p primā huius q̄ pportio a ad d: eadē totius a b c ad totum d e f. qd itez est ppositum. Si xō singuli singulis sint equalis: statim adiūctē pceptione si equalis numeros equalibus addas totos fieri equalis: idem efficies. est itaq; totum ppositum notum.



21 ¶ Si fuerint quotlibet numeri / aliq; fm eundem numerum p̄tinue in eadem pportione sumpti: extremoꝝ eandem esse pportioem necesse est.

¶ Hec declarat equā pportionalitatem que est quoties sumptis quotlibet numeris ad alios totidē in cōtinua pportionalitate se hūitibus: cōcludimus vt illoꝝ pportio extremi ad extremum: ita hoꝝ extremi ad extremū pportioem esse. quid aut sit cōtinua pportionalitas: iam dictū est. et hec equa pportionalitas bifariā formari potest pmo directe: ordineq; recto. vt si hunc in modum dixerō: sicut a ad b: ita d ad e. et sicut b ad c: ita e ad f. sicut a ad c: ita d ad f. p quo eque pportionalitatis modo ponitur presens ppositio. Secdo xō formaf indirecte puerfoꝝ ordine. vt si dixerō que pportio a ad b ea est e ad f: et que b ad c ea d ad e. ergo que e ad c: ea est d ad f. p quo quidē eque pportionalitatis

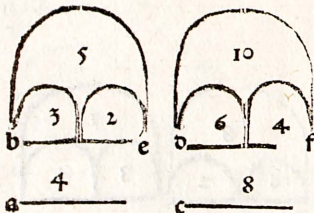


modo sequens ponetur propositio. Sint ergo a b c quotlibet numeri in continua proportionalitate et directe se habentes ad totidem d e f. ut sicut se habeat a ad b: ita d ad e. et sicut b ad c: ita e ad f. dico eadem esse proportionem a ad c et d ad f. nam quod quod proportio a ad b: ea est d ad e. et permutatum per tertiam huius quod proportio a ad d ea est b ad e. et quod quod proportio b ad c ea est e ad f. igitur per eadem tertiam permutatum quod proportio b ad e ea est c ad f. quare et que a ad d. cum itaque que proportio a ad d ea sit c ad f: ergo permutatum per tertiam que proportio a ad c eadem est d ad f: quod est propositum.

c	2	f	6	k	54
b	4	e	9	h	108
a	6	d	18	g	162

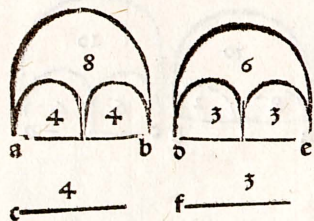
¶ Si quotlibet numeri totidem alijs indirecte proportionales fuerint: extremi quoque in eadem proportionem proportionales erunt.

¶ Sit a ad b vt e ad f: et b ad c vt d ad e. et uerso ordine proportionales: dico a ad c vt d ad f. Dico enim d in e et in f: et pueniat g h: et e in f. et pueniat k. per septimam huius quod proportio e ad f eadem est g ad h quare et que a ad b: eadem est g ad h. et quod d et e multiplicat f: per octauam quod proportio d ad e: ea est h ad k quare et quod b ad c. et quod g sit ex d in e: et k ex e in f: et idem per octauam primi alternatim sit ex f in e: ergo per octauam huius quod proportio d ad f: ea est g ad k. At per precedentem quod a ad b: ita g ad h. et vt b ad c: ita h ad k. ergo vt a ad c: ita g ad k. et cum proportio g ad k monstrata sit eadem proportio d ad f: erit igitur vt a ad c: proportio d ad f. quod erat demonstrandum.



¶ Si fuerit primus ad secundum: sicut tertius ad quartum. Itaque primus ad quintum sicut tertius ad sextum: erit sicut primus ad secundum et quintum: ita tertius ad quartum et sextum.

¶ Sit primus numerus a: secundus b: tertius c: quartus d: quintus e: sextus f. sitque a ad b: sicut c ad d. et a iteque ad e sicut c ad f: dico vt a ad totum b: ita c ad totum d f. quia enim a ad b sicut c ad d erit per primam huius vt b ad a: ita d ad c. erit igitur primae proportionales vt b ad a: ita d ad c. et a ad e: ita c ad f. quare per vicissimam primam vt b ad e: ita d ad f. ergo per septimam huius erunt productum vt b et e ad e: ita d et f ad f: per primam igitur huius vt e ad b: ita f ad d. quare ergo vt a ad e: ita c ad f. et vt e ad b: ita f ad d. ergo per vicissimam primam vt a ad b: ita c ad d quod est propositum.



¶ Si fuerit primus ad secundum sicut tertius ad quartum fueritque primus maximus: numerus compositus ex primo et quarto maior erit numero composito ex secundo et tertio

¶ Sit a b primus numerus: c secundus: d tertius: f quartus. sitque vt a b ad c: ita d e ad f. et sit a b illoque quattuor numerorum maximus. dico compositum ex a b et f: maiorem esse composito ex c et d. cum enim a b sit maximus est maior c secundo: quare per septimam huius d e maior f quarto. et cum vt a b ad c: ita d e ad f. ergo permutatum per tertiam huius vt a b ad d: ita c ad f. sed cum a b sit maximus per hypothese[m] est maior d e. ergo per secundam huius et c maior f. est itaque illorum minimus. esto ergo b differentia a b ad c et e differentia: d e ad f. quare sicut a b ad d: e: probatus est c ad f. et a adequatur c. et d equatur f. ergo quod proportio a b ad d e ea est a ad d detracti scilicet ad detractum. ergo per quintam huius vt a b ad d: ita b ad e residuus ad residuum. quare per septimam huius cum a b sit maior d e: etiam b est maior e. sunt itaque b et f maius d e. quare iteque a b et f maius c et d e. at a et b simul per eodem conceptum equatur toti a b. est itaque compositus ex a b et f primo et quarto maior composito ex c et d e secundo et tertio. quod est propositum.

¶ Si fuerint quattuor numeri proportionales: quod sub extremis continetur equale est ei quod producitur ex medijs. quod si producta fuerint equalia: erunt et numeri proportionales.

f	24
g	32
e	24
d	3
c	6
b	4
a	8

¶ In sub extremis contineri dicitur quod ex extremo in extremum producitur. Sint a b c d quattuor numeri proportionales: ita vt quod proportio a ad b: ea sit c ad d. dico primo quod sit ex a in d quod sit e quale esse ei quod sit ex b in c quod sit f. Secundo si quod sit ex a in d: equale sit ei quod sit ex b in c numeros illos esse proportionales. Primum patet: et vt dictum est ex ductu a in d fiat e: et ex ductu b in c fiat f: quos dico esse equales. Dico enim iteque a in b et pueniat g. erit per septimam huius g ad e vt b ad d. sed et quia ex a in b puenit g alternatim ex b in a puenit g. et etiam ex b in c puenit f. ergo iteque per septimam g ad f vt a ad c. et quia vt a ad b: ita c ad d: ergo permutatum per tertiam vt a ad c: ita b ad d. quare g ad f vt b ad d. et probatus est etiam g ad e vt b ad d quare e et f quorum ad g eundem numerum est proportio vna: adinuicem sunt equales. quod est primum. Preterea dico si e et f adinuicem sunt equales: a b c d esse proportionales. nam cum e et f sint equales: ipsius g ad eos est proportio vna. et quia vt dictum est g ad f vt a ad c: et g ad e vt b ad d: erit a ad c vt b ad d. ergo permutatum per tertiam a ad b vt c ad d quod est numeros a b c d: esse adinuicem proportionales: et secundum.

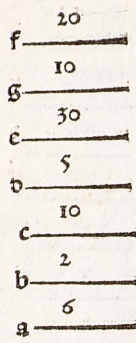
¶ Tribus numeris proportionalibus quod sub extremis continetur/ quique ex medio in se produci sunt equales. Si illi equales fuerint: tres quoque numeri erunt continue proportionales.

c	4
d	6
b	6
a	9

¶ Sit a b c tres numeri continue proportionales: dico primo quod sit ex a in c: equale esse ei quod sit ex b in se. Secundo si quod sit ex b in c: equale sit ei quod sit ex a in c tres numeros a b c esse continue proportionales. Primum probas per primam partem precedentis posito b bis aut quocunque numerum vt d equalem b. Et secundam partem per precedentis secundam partem: nec vt demonstratur est difficultas.

¶ Si fuerit proportio primi ad secundum maior quam tertii ad quartum: qui ex primo in quartum produci: maior est producto ex secundo in tertium. Si productus ex primo in quartum sit maior: et proportio primi ad secundum maior erit.

Sit a ad b pportio maior q̄ c ad d: dico p̄mo qd̄ sit ex a in d maior esse eo qd̄ sit ex b in c. Secundo si qd̄ sit ex a in d maior esse eo qd̄ sit ex b in c pportione a ad b maiorem esse pportione c ad d. p̄mū patet et duo a in d et pueniat e et b in c et pueniat f: dico e maiorem esse f. Duo p̄terea b in d et fiat g. quia g a in d productit e et b in d productit g: ergo per octauam huius q̄ pportio a ad b ea est e ad g et qz f sit ex b in c et g ex b in d: per septimā huius q̄ pportio c ad d ea est f ad g. mōstratū est igitur ut que pportio a ad b ea sit e ad g. et que c ad d: ea sit f ad g. At pportio a ad b posita ē maior pportioe c ad d: ergo pportio e ad g maior est pportioe f ad g. ergo per nonā huius e maior est f qd̄ est p̄mū. Ecōuerso dico si e est maior f pportione a ad b maiorem esse pportioe c ad d. Nam quia e est maior f: per nonā maior est pportio e ad g q̄ f ad g. At pportio e ad g ea est q̄ a ad b. et pportio f ad g ea q̄ c ad d ut ostensum est. igit̄ pportio a ad b maior pportioe c ad d qd̄ est sc̄dm atqz totū ppositū.



28. Ppositis duobus numeris an sit tertius cū illis continue pportionalis: p̄scrutari. Datis ergo duobus nūeris ponatur eoz quilibet quē uoles secūdus: quē duc in seipm: si reliquus pductum sc̄dm aliquē numeret numerus sc̄dm quē pductū numerabit erit tertius nūerus in p̄tina pportionalitate ip̄is pvicefimam sextam adiungēdus. Sin reliquus pductum fm̄ aliquē numerū non numerabit: per eādē nullus ip̄is adhibebitur p̄tine pportionalis.

29. Datis tribus nūeris an sit tertius ad aliquē fm̄ pportioem p̄mi ad sc̄dm: iuestigare. Eadem facilitate hec pateat. nam datis tribus numeris duc secūdū in tertiu: et si primus numeret pductum fm̄ aliquem: is fm̄ quem pductum numerat est per vicefimā quintam ad quem tertius ut primus ad secūdum se habet. At si primus pductum fm̄ aliquem non numeret per eādē vicefimā quintam nullus tertio in pportione p̄mi ad sc̄dm adiungetur.

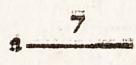
Secundi elementoz arithmetices Jordani finis.

n. Numerus primus dicitur: qui non habet partem p̄ter unitatem. Compositus uero qui habet alium numerum ip̄m numerantem. Comensurabiles siue cōicātes vocātur: quos cōiter aliquis nūerus numerat. Cōtra se p̄mi autē dicūtur: qui a nullo cōiter numerātur excepta sola unitate.

Termini pportionis dicūtur numeri minimi: inter quos inuenitur illa pportio

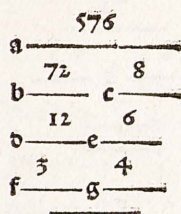
1. Omnis numerus primus: ad oēm quem non numerat est primus.

Sit a quicūqz numerus primus: dico a ad quēcūqz numex quē numerat esse cōmensurabilē atqz cōicāte et ip̄m et quēcūqz altez quē non numerat esse p̄tra se primos. p̄mū patet nā si a aliquem numerū numerat illū fm̄ seipm aliquoties sumptum numerabit: quare ip̄e a seipm et altez nūerabit: erit utiqz per diffinitionem cōmensurabilis atqz cōicans ad altez. Sc̄dm patet: nam si a aliquem numerum non numerat nullus numerus utrūqz cōiter numerabit: alioquin numeraret a: et a nō esset primus. quod est p̄tra hypothesim. p̄ diffinitionem igitur a et numerus quem non numerat sunt p̄tra se p̄mi: et a primus ad illum quod est sc̄dm.



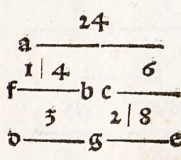
2. Omnis numerus compositus: ab aliquo primo numeratur.

Sit a quicūqz numerus compositus pductus ex b in c. aut ergo b aut c est primus: et sic de eo hētur p̄positum. aut uterqz est cōpositus. qd̄ si sic: fiat ergo b ex d i: et itez uterqz d et e sit compositus: fiat itez d ex f in g. si itez uterqz eoz est compositus: hac rōne in infinitum numeri decrescent. qd̄ est cōtra petitionem et impossibile: nisi deueniatur tādem ad numerum quem nullus alius numerabit. deueniemus igitur tādem ad aliquem numerum quem nullus alius numerabit et p̄pter hoc p̄mū: qui cum erit pars partis: ergo et per vicefimam tertiam p̄mi erit et ps totius. quare per diffinitionem partis numerabit ip̄m totum quod est p̄positum.



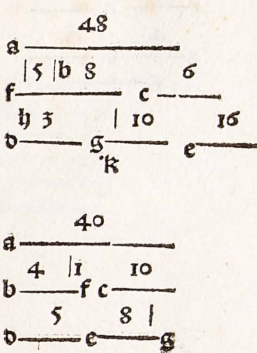
3. Omnis numerus aut est primus: aut a primo numeratur.

Nam omnis numerus aut est primus aut compositus. atqui per p̄cedentem omnis numerus cōpositus a primo numerat. igit̄ oīs numerus aut est p̄mus aut a p̄mo numeratur. qd̄ intēdit p̄positio



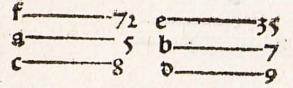
4. Si aliquis numerus primus numerum ex duobus pductum numeret: necesse est eundem alterum eorum numerare.

Sit a numerus pductus ex b in c: quē numeret numerus primus d sc̄dm e: dico numerū p̄mū d numerare altez duoz b aut c. Et esto non numeret b: dico ip̄m nūerare c. Intellego enī p̄mū numerū d: sc̄dm b: tertium c: quartū e. quia qd̄ cōtinet sub extremis d et e: equū est ei qd̄ cōtinetur sub med ijs b et c. ergo per secūdam partem vicefime quinte secūdi: d b e sunt pportionales. ut que pportio d ad b: ea sit c ad e. si ergo b fuerit maior d: etiā et e maior c. ut ex demōstratiōe secūde sc̄di cognoscitur. Detractis ergo quoties fieri poterit d et c de b et e relinquantur f et g. eritqz per tricesimam p̄mi ut quota pars vsqz partes f relicta sit d: tota pars vel partes g sit c. qz si f relicta sit pars d: cuz d sit nūerus primus f est unitas. quota ergo unitas est in d: tota pars g est in c. ergo per septimā p̄mi quota pars unitas est in g: tota pars d erit in c. numerabit igitur d ip̄m c. At x̄o si f relicta sit partes d: est unitas ut ostensum est: et tote partes erit g ip̄ius c. capiam ergo vnā unitatem ab f que fit h: vnā partem ab g que fit k: et argumentabor ut p̄ius per septimam p̄mi. quota pars h unitas est ad d: tota ps est k ad c. ergo per septimā p̄mi q̄ta pars h ad k: tota d ad c. quare itez d numerat c. At x̄o si d maior est b per sc̄daz sc̄di: c est maior e. et qz q̄ pportio d ad b eadē est c ad e: g p̄ primā sc̄di etiā que pportio b ad d: eadē erit e ad c. quare quota pars vsqz partes b est ad d: tota ps vel ptes e ad c. Diuidō g b et e in illas



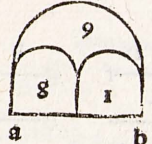
III

13 **¶** Si duo numeri ad aliquos duos vterq; ad vtrumq; fuerit primus: et qui ex eis pro ducitur ad productum ex reliquis erit primus



¶ Sint a b primi ad c et primi ad d: et ex a in b fiat e et ex c in d fiat f. dico e et f esse inter se primos. nā qz vterq; numerus a et b est primus ad c per decimā huius e est primus ad c. et qz iterū vterq; a et b est primus ad d: ergo per eandē e est primus ad d. est itaq; vterq; duorum c d mōstratus primus ad e: quare per eandē decimā f productus ex illis est primus ad e: quod erat demōstrandum.

14 **¶** Si fuerint duo numeri contra se primi minorq; de maiore aliquoties detrahatur: aut relinquetur vnitas aut numerus ad detractum primus



¶ Sint a b et c cōtra se primi: a maior, c minor. detrahaf qz c de a b aliquoties: sitq; subtractus a et residuū b. dico b aut esse vnitatē aut esse numex primū ad c. Nam si b sit cōmensurabilis c: sit d illorū cōis mensura. qz d numerat c p vicesimātertiam primū etiam numerabit a. et qz etiam numerat b per nonā primū numerabit totum a b. nō erunt igitur a b et c contra se primi: qd est contra hypothesim.

15 **¶** Cum fuerint duo numeri contra se primi et minore de maiori quoad pōt detracto: residuū a prius detracto detrahatur cōtinua hoc pacto detractioe facta: vnitatē relinqui necesse est. qz si vnitas residua fuerit: positos nūeros incōmēsurabiles eē pueniet.



¶ Sint a b duo numeri cōtra se pmi: a maior et b mior: detrahaf qz b ab a quoties id fieri pōt et relinquat c qui detrahaf quoties pōt a nūero b. et ita continue hoc pacto detractio quoad pōt. dico primo tandē relictū tri vnitatē. dico scdo qz si hoc pacto cōtinua detractioe relictā sit vnitas datos nūeros esse cōtra se primos. Primū p3. nam detrahaf b de a quoties pōt et relictū residuū sit c: ipm c relictū minus ē b. et p precedentē aut est vnitas aut nūerus primus ad b. si vnitas cōstat qd pponit. si nūerus primus ad b detraho ipm quoties possuz ab ipso b et relinqtur min⁹ c qd sit d. quod qd ē id per precedentē sit est vnitas aut nūerus prim⁹ ad c. si nūerus primus ad c ipm detrahā ab c: quare aut semp decreset numer⁹ dando minore ad primū fm exigentiā pcedētis: aut relinqtur vnitas qd est primū. Scdm p3. nā si a et b sunt cōmēsurabiles idē numer⁹ nūerabit totū et detractū. quare p duodecimā primū idē nūmerabit residuū numerus scz vnitatē qd est ipossibile. qd quidē vt clarius pcpias sic p sidera. si a et b sint cōmēsurabiles d: ergo eos cōiter numeret: subtrahaf qz b ab a quoties pōt et reliquat c si c sit vnitas cū numer⁹ d numeret b nūerabit oēm numeratū ab b p 23 pmi: quare totū detractū ab a et nūerat etiā a vt positū est. ergo p duodecimā primū d etiā numerabit residuū scz c: numerus scz vnitatē qd est ipossibile. et si c sit nūer⁹ qz d nūerat totū a et detractū vt pbatū ē: ergo p duodecimā pmi d etiā numerabit c residuū. detrahaf ergo quoties pōt c de b et relinquat e. si e est vnitas argumētare vt prius numerū d numerare e vnitatē. si vero e sit nūerus consilr d ipsum numerabit. et sic pcedēdo habebis qz qnctūq; dabitur vnitas ipam d numerabit: qd est ipossibile. Et ex hac demōstratione elice si duoz pme surabilis alter ab altero quoties pōt subtrahaf sitq; residuus residuū illis esse cōmensurabile.

16 **¶** Datis duobus numeris cōicantibus: maximū eos numerantē inuenire. vnde manifestū est qz oīs numerus duos quoscunq; numerās maximū eos numerantē nūerabit

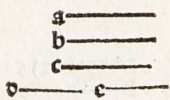


¶ Sint a b duo numeri cōicantes: a maior et b minor. ppositū est maximū numex ipso numeratē inuenire. Si enī b nūerat a: cū b se etiā numeret ipse est maxim⁹ eos numerās. si autē b nō numerat a detrahaf b ab a quoties pōt et sit relictus c: qz si nūerct vtrūq; ipse ē numer⁹ petitus. si nō nūeret detrahaf ergo iterū c ab b quoties pōt et sit relictus d qd erit minor c. si numeret vtrūq; b et a ipse ē petitus. ar si nō numerat qz nō decreset numerus in infinitū neq; decumbet ad vnitatē: qz per precedentē a et b essent cōtra se primi tandē deueniet ad aliquē qui an relictū numeret quē qz primū habebim⁹ dico ipz esse maximū numex eos cōiter numerantē. nā si eo maior ponaf: accidit p duodecimā primū maiorē numerare minore: qd est ipossibile. Ex hoc correlariū est notum. ponaf enī a b numeri cōicantes et b minor subtract⁹ ab a quoties pōt et relictus c: et c subtractus ab b quoties pōt et relictus d qd subtractus ab c nichil relinquat: qd ideo erit maximus numerās a et b per pntem: et sit g cōiter numerās a b. dico g nūerare d maximū numerantē. si enī g sit idē numero d: cum oīs numerus seipm numeret etiā de eo verum est ppositū. si est alius ab d nō erit maior d. nā d nō esset maximus numerus numerās a b verū potius g. erit ergo minor de necessitate: qui qd numerat b. ergo p vicesimātertiam primū numerabit totum detractū ab a. et cum etiā numeret a: per duodecimā primū numerabit residuū c: et cum numeret c per vicesimātertiam primū numerabit totum detractū a numero b. et cum numeret b: ergo per duodecimā primū numerabit residuū scz d: quod est ppositum.

17 **¶** Propositis quotlibz nūeris adiunctē ppositis maximū eos cōiter nūerantē reperire.



¶ Sint a b c quotlibet nūeri adiunctē ppositi ppositū est maximū numex eos nūerantē inuenire. Inuenio enī per precedentē maximū numerantē a et b qd sit d. qd si numerat c: ille ē qui petif alioqui si dabis maiorē accidit p duodecimā primū minore numerare maiorē. si autē d nō numerat c: qz ergo qd cunq; numerat a b c nūerat a b. et qd cunq; nūerat a b p correlariū precedentis numerat d maximū numex eos numerantē. ergo d et c sunt cōmēsurabiles. inuenio ergo p precedentē maximū numex numerantē c et d qd sit e quē dico esse maximū numerantē a b c. nā si sit quicūq; alius maior e eos cōiter numerās: is sit f. qd ergo f numerat a b p correlariū precedentis numerat d maximū eos numerantē. et qd numerat d et etiā c per positū: ergo per idē correlariū numerat e maximū eos nūerantē. at f ponit maior e. nūerat igit maior minore: qd est ipossibile. relinqtur igitur e esse maximū numerantē a b c et ppositū.



Quilibet duo numeri in sua proportione minimi: sunt contra se primi.

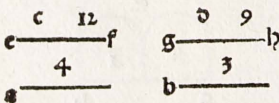
18

Sint a b duo nūeri in sua pportione mimi: dico eos esse contra se pmos. nā si sint ppositi sit cōis: eoz mēsurā c q nūeret a fm d et b fm e p septimā scđi q pportio d ad e ea est a ad b. at cū d sit minor a et e minor b non erant a et b in sua pportione minimi: quod est contra positum.

Numeri quilibet in sua proportione minimi numerant quoslibet in eadem proportione sumptos minor minorē et maior maiorē equaliter.

19

Sint a et b mimi in sua pportione: a maior b minor: sintq; eiusdē proportionis c d: c quidē maior d minor. dico a numerare c et b numerare d equalit. nā q; vt a ad b ita c ad d: ergo permutati per tertiā secūdi vt a ad c ita d ad b. quota ergo pars vel ptes est a ad c tota pars vel ptes est b ad d. si tota pars constat ppositū a equalit nūerare c et b numerare d. si tote partes ergo p tricesimā primi q; toties erit a in c quoties b in d. et quota pars vel ptes a remāserint in c: tota pars vel ptes b remanebūt in d. sub straho ergo quoties possum a de c et detract^o sit e et residuus f. similis substraho quoad possum b de d et detractus sit g et residuus h. q; ergo a nūerat e: et b numerat g equalit atq; fm eundē numerū. ergo per octauā scđi que proportio a ad b ea est e ad g: ergo et q; proportio c ad d totius ad totū: ea est e ad g detracti ad detractū. igitur p quintā secūdi q; pportio c ad d totius ad totum: ea est f ad h residui ad residuū. quare iterum q; proportio a ad b: ea est f ad h. at cum f et h relicta sint minora a et b: nō erant itaq; a et b in sua proportione minimi: quod est contra hypothesim. constat ergo quoscūq; in sua proportione minimos ceteros vt dictum est numerare.



Si fuerint duo numeri adinuicē primi ipsi erunt in sua proportione minimi.

20

Sint a et b nūeri adinuicē primi: a maior b minor. dico eos in sua pportione esse mimos. nā si sint alij q; sint in illa pportione mimi: sint ergo illi c d: q; ergo c d sunt in illa pportione mimi p pcedentē numerabūt quoslibet in eadē pportione minor minorē et maior maiorē equalit. nūeret ergo c numerū a scđm e et d numeret b secūdu eundem numerū e manifestū est q; e numerabit a et b: quare nō sunt a et b contra se primi: quod est contra hypothesim.

Positis duobus numeris contra se primis si alter ducatur in numerū quē reliquus nō numerat productus quoq; ab eodem non numerabitur.

21

Sint a b numeri contra se primi et a ducatur in c et proueniat d et b nō numerat c: dico b nō numerare d. Si ergo b numeret d: numeret ergo ipsum fm e intelligo primū numerū a: secūdu b: tertiū e et quartū c. q; ergo qd cōtinetur sub extremis a c equū est ei quod cōtinetur sub mediis b e. ergo per vicesimā quintā secūdi que proportio a ad b: ea est e ad c. q; ergo a b sunt primi per pcedentem sunt in sua proportione minimi: ergo per ante pcedentē a numerabit e: et b numerabit c equaliter: quod est contra hypothesim. positū enim erat b nō numerare c.

Si numerum a duobus productum tertius numeret: idem alterum eorum numerabit aut erit vtriq; commensurabilis.

22

Sit a numerus productus ex b in c quē d numeret: dico d numerare b aut c aut esse vtriq; cōmensurabilem. Si enī alteri fuerit incōmensurabilis vt verbi causa b: cū ergo b et d sint contra se primi et b in c producat a: ergo per pcedentē si d nō numerat c neq; quidē d numerabit a. at positus est d numerare a. numerat igitur d alterū eoz. Si itaq; vni fuerit incōmensurabilis necessario numerat alterū ideo vtriq; incōmensurabilis eē nequit q; sit vt aut nūeret alterū aut vtriq; sit p mēsurabilis et ppositū.

Numeros minimos: fm proportionē numeroz assignatorū perscrutari. patetq; ex hoc maximū duos numeros cōiter numerantē: fm mimos illius pportionis nūerare

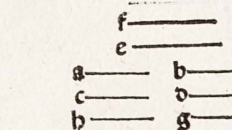
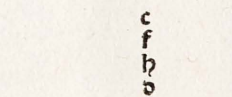
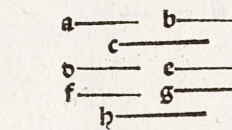
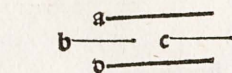
23

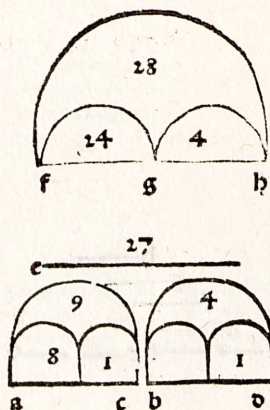
Sint a b in aliqua pportione: ppositū est mimos numeros pportionis a ad b reperire. aut enim a et b sunt contra se primi et tunc per vicesimā huius illi sunt in sua pportione minimi neq; alij q; erendi sunt. aut sunt cōpositi et tunc per decimā sextam huius quero maximū numerū eos numerantē qui sit c nūeretq; a fm d: et b fm e. p septimā ergo scđi eadē est pportio a ad b et d ad e. dico itaq; d et e esse mimos nūeros in illa pportione. si enī sint alij sint f et g: q; f et g sunt mimi in illa pportione. ergo p decimā nonā huius numerat a b: maior maiorē et minor minorē fm eundē numerū qui sit h. intelligo ergo quattuor nūeros: c primū: f secūdu: h tertiū: et d quartū. q; a cōtinetur sub extremis c d: et idē a sub mediis f h: ergo p vicesimā quintā secūdi q; proportio c ad f ea est h ad d. ergo pmutati per tertiā scđi eadē est pportio c ad h et f ad d. sed f posit^o est mior d: ergo et c minor h. tūc sic cest maxim^o numerus numeras a b p hypothesim et h positus est etiā numerare a b: ergo h p correlariū decime sexte huius numerabit c maior scz minorē quod est ipossibile. nō dabūtur igitur alij ab ipsis d et e in illa pportione minimi quod est ppositū: et in hoc etiā correlariū notum est.

Quilibet duo numeri minimos numeros sue proportionis maior minorē et minor maiorē multiplicantes: minimū ab ipsis numeratū producunt. Ex quo constat minimum quē duo numerant: quēlibet ab eis numeratū numerare.

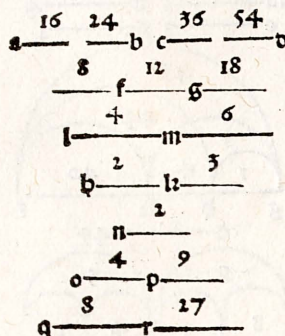
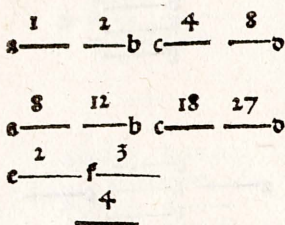
24

Sint duo nūeri a b multiplicates c d mimos sue pportionis maior minorē et minor maiorē: dico ipsos minimū ab ipsis numeratū pducere. nā q; sicut a ad b ita c ad d: ergo per vicesimā quintā scđi qui cōtinetur sub extremis a d equus est ei q; continet sub mediis b c qui sit e quem dico esse minimū ab ipsis numeratū. Si enī sit alter esto ergo ipse f quē a fm g pducatur et b scđm h. positus ergo ordine fminis a b h g: q; qui cōtinetur sub extremis a g equat ei qui cōtinetur sub mediis b h. ergo per vice





g	676	c	4
f	672	b	13
e	169	a	8
d	168		
t	676	r	169
s	672	q	168
13	5	o	65
a	d	p	13
8	3	n	64
b	e	9	15
5	2	m	12
d	f	l	8
e	3	25	
f	2	10	15
1		h	12
		g	5



a partialē eundē scz aut multiplicē ad b in b d et pueniat f l: quē manifestū est p 23 primi eē multiplicē ad b ptiale. Deist duco c vnitatē in b d et veniat l g q qz vntas in quēcunqz numex ducať illū pducit est eqliis b d: sed b d supat b sola vnitatē. ergo l g superat b sola vnitatē. Itanc igitē demo q sit h g tūc aggregat f h est mltiplex ad b: sed aggregat f h superat totū f g sola vnitatē h g. sed cū f g fiat ex du ctu a partialis t c in b d equaf e q sit ex ductu a totalis in b d per decimā primi. at dictū est e eē multī plicez ad a t f h multiplicē ad b. igitē e multiplex ad a equalis quidē f g supat f h multiplicē ad b sola vnitatē qd erat demonstrandū et propositū quo advnā partē. Sed rursum demonstrandū est dabilē esse multiplicē ad b q solā hz vnitatē super multiplicē ad a: aufero vnitatē ab b totali q sit d et duco b par tiale in totalē a et proueniat e manifestū est e eē multiplicē ad a. et duco iterū b partialē in a partiali equali aut multiplicē totius b et proueniat f g manifestū est f g esse multiplicē ad totū b. deinde duco b d in c vnitatē t fiat g h qui qz quicūqz numer⁹ in vnitatē ducať seipsum pducit g h est equalis toti b quare totus f h est mltiplex ad b. Sed cū per nonā primi qd sit ex b ptiali in a c equē q sit ex eodē b partiali in a et in c: t ille q sit ex b ptiali in a: et b totali in c solā vnitatē superaddat illi q sit ex b ptiali in a et in c. seqtur ergo q multiplex ad b scz f h q sit ex b partiali in a et b ptiali in c: solā addet vnitatē super e multiplicē ad a qui sit ex b partiali in a c: quod est secundū et totum propositū.

Propositus duobus numeris cōtra se primis: multiplicē cuiuslibet eoz inuestigare cuius ad multiplicē alterius differētia sit dato numero equalis.

Sint a b duo nūeri contra se pmi quoz cuiuslibet iubemur assignare multiplicē cuius dria ad mul tiplicē alteri⁹ sit dato nūero q sit c equalis. capio fm exigentiā precedētis multiplicē a q sit d et multī plicē b q sit e addēs super multiplicē a solā vnitatē t multiplico d per c numex datū et proueniat f t e p eundē cet pueniat g. t qz tm est c in e q̄tum c in d et vnitatē per nonā primi t oīs nūerus in vnitatē seipm pducit. ergo dria g ad f est nūerus vatus c. et cū a sit pars d et d ps f: t silf b pars e t e pars g ergo pviceřimātertīā primi a est pars f et b ps g. quare f et g multiplices sunt ad a b int quos nūerus assignat⁹ est dria. et posses silf p pcedentē capere multiplicē a q supadderet vnitatē mltiplici ipius b. deinde pcedere vt dictū est. Ceterū si minor quoties pōt de maiore detract⁹ nō solā relinquat vnitatē sed vltērioz fiat substractio quo min⁹ per pcedentē operari posses hoc mō poteris operari. Datīs enī a b nūeris contra se pmis et c numero cui sit capiēda dria multipliciū equalis et detracto b ab a quo tias pōt remaneat d et d detracto ab b quoties p̄ reliqu⁹ sit e: t e detracto ab d quoties pōt maneat f et qz tandē per decimāquintā huius relinq̄tur vntas sit ergo vt detracto f ab e quoties poterit relin quaf vntas. si ergo multiplex a debet addere supra multiplicē b sumo alterū extremoz qui est in situ ipari ab a vt f et sumaf h multiplex eius q addat vnū super multiplicē e t i quo sit f fm g ducať qz g in d et fiat h l q addet super multiplicē e vnitatē: qm g in d q̄tum in e vel eius multiplicē t in f. dempto ergo vno de h l remaneat m l vt sit m et vntas equalē h stqz e in m l: fm l q ductus in b faciat n: cui addito vno fiat o quē numerabit d eadē rōne t sit vt scdm p q ductus in a faciat r: qui silf addit super multiplicē b qui sit q vnitatē. multiplico igitē r et q per c numex datū et producat⁹ s t q erunt mul tiplices b t a int se drias fm c numex assignatū seruātes. Tertij elemētoz arithmetices Jordani finis

Si fuerint quotlibet numeri continue proportionales: duo et duo proximi erunt commensurabiles.

Sint a b c d quotlibet nūeri continue proportionales: dico a b esse cōmensurabiles. Itē t b c et c d. Si enī a nūeret b manifestū est a et b esse cōmensurabiles. et qz q proportio a ad b ea est b ad c t c ad d iteo b nūerabit cet c nūerabit d. quare cōstabit propositū: a b: b c: c d: esse cōmensurabiles. at si a non nūerat b: qz ipossibile est tūc a et b eē in sua pportione mimos. nā si a et b essent in sua pportione mimi essent p decimā octauā tertij adinucē primi: et per decimā nonaz numerarēt quoslibet in sua pro portione: t qz q proportio a ad b: ea est b ad c. a ergo nūeraret b p̄mus cōtra se primū qd est ipossibile et etiā oppositū possit. nō erunt ergo a et b in sua pportione mimi. capiā ergo p viceřimātertīaz tertij e f mimos in illa pportione q per decimā nonā eiusdē numerabūt a b fm eundē numerū equalē vt fm g: et consistit b c et c d. sunt igitē a b: b c: t c d adinucē cōmensurabiles: quod est propositū.

Si nūeroz cōtinue pportionaliū duo extremi fuerint cōicantes erit nūerus cōiter oēs numerās maximū qz oēs numerabit erit maximus extremos numerās. Ex hoc cōstat qz si aliquot pportionales int duos cōicantes ceciderit: totidē inter vtrūqz eoz et maximū numerū eos cōiter numerantē cadere necesse est. Palāqz sit etiā maximos qui binos t binos numeroz pportionaliū cōiter numerat esse cōtinue pportionales

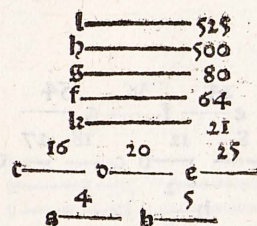
Sint a b c d nūeri pportiones quoz a d extremi sint cōicātes: dico pmo aliquē esse numerū eos oēs cōiter nūerantē. scdō maximū nūex oēs numeratē esse maximū numerantē extremos. Cū enī p pcedentē a b cōicent t silf b c et c d: capio p 16 tertij maximū numex numeratē a b q sit e: t maximū nūerantē b c q sit f. et maximū nūerantē c d q sit g. ponoz h l: mimos in pportioē a ad b et per 23 tertij et 19 eiusdē e f g numerabūt a b c fm h: et g nūerabit d fm l. sumo itē maximū numerantē e f q sit l t maximū numerantē f g q sit m: per viceřimātertīam tertij l nūerabit e t m fm h. et iterū l nūerabit f fm k t m numerū g scdm k. per. 19. tertij et l t m sunt diuersi nūeri ab h k. nā si idē essent h in se produ ceret e t l: in se prodneret g t h in e producit a et l: in g producit d t h l: per. 18. tertij sunt contra se primi. erūt ergo a d per duodecimā tertij cōtra se primū qd est contra hypothesim. sunt ergo l t m alii ab h l. qz ergo h l numerat l et m equalis: numerat ergo ipsos scdō n q per. 23. tertij est maximus eos

III

numeras qui et idem per 23. primi numerabit a b c d: quod est primum in proportione intentum. Et per decimam septimam tertium n erit inuentus maximus numerus numeras a b c d alioquin p correlarium 16 accidit maioris numerus numerare minoris. et qz h denotat n in l et l in e: ergo p 23 primi numerus q fit ex h in se qui sit o denotat n in e. et qz h etia denotat e in a: ergo p eandem 23 numerus qui fit ex h in o q fit q denominat n in a. et eadem rone qz l denotat n in m et m in g. ergo per vicesimam tertiam primi numerus qui fit ex l in se qui sit p denotat n in g: et etia qz l denominat g in d: igitur per eandem numerus q fit ex l in p qui sit r denotat n in d. numerat igitur n numerum a secundum q et numerum d secundum r. et qz h l sunt adinuicem primi: ergo per duodecimam tertiam q et r sunt contra se primi: quare per vicesimam eiusdem in sua proportione minimi per correlarium igitur vicesimetertie eiusdem q et r numerabunt a et d secundum maximam numerum numerantem a et d. est igitur n maximus numerus numeros a d extremos numeras quod est secundum. Primum correlarium hinc cognoscitur. nam qz idem numerus h in n l e: producit l e a. ergo per septimam primi a e l n erunt continue proportionales. et per idem qz l in n m g producit m g d: ergo d g m n erunt continue proportionales quare sicut inter a et d cadit b c duo medii proportionales sicut inter a et n cadit duo e l. et inter d et n cadunt g m duo medii proportionales scilicet totidem medii proportionales inter duos contigentes et totidem inter vtriusque eorum et maximam eos ceter numerantem: quod est primum correlarium. secundum vero hinc fit notum. nam qz per vicesimam tertiam tertium et decimanonam h in e in f et in g producit a b c. ergo per septimam secundam a b c e f g sunt continue proportionales: quod est secundum correlarium et propositum.

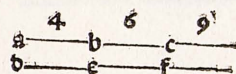
3 Numeros diuersarum proportionum sumere: quorum maximi communiter binos et binos numerantes sint continue proportionales.

Sint a b numeri contra se primi: a minor et b maior et a in se producat c et in b producat d et b in se producat e: per septimam secundam q proportio a ad b ea est c ad d. et per octavam eiusdem tertiam que proportio a ad b ea est d ad e. sunt ergo c d e continue proportionales. duco g a in c et fiat f et in d et fiat g: erit qz p septimam secundam q ad f sicut d ad c. quare r sicut b ad a et qz q proportio a ad b ea est c ad d: ergo per 25 secundam qd fit ex a in d equum est et qd fit ex b in c. at qd fit ex a in d positum est esse g. quod ergo fit ex b in c est g. et qd fit ex c in a est f. ergo p correlarium vicesimetertie tertium c est maximus numerus numeras f g. Item duco d in e et pueniat h: qz ergo d in a producit g: et d in e producit h. ergo p septimam secundam q proportio e ad a ea est h ad g: et proportio e ad a non est vt b ad a. na e et b totum scilicet et pars equarentur: quod est impossibile. ergo proportio h ad g non est proportio g ad f. Item qz a b sunt contra se primi et e producit ex b in c est g. p vndecimam tertiam est primus ad a. sunt igitur e et a in sua proportione minimi. at d numerat g fm a et idem d numerat h fm e. igitur p correlarium vicesimetertie tertium d est maximus numerus numeras g et h. sumo ergo l primum ad d et maiore d in alia quidem proportione qz b ad a et qz e ad a: et duco l fm l in e et pueniat l. qz ergo e in d facit h et e in l: facit l per septimam secundam q proportio l ad d ea est l ad h. at proportio l ad d posita est alia a proportio e ad a et e ad a. ergo e alia qz g ad f et h ad g. et qz l d sunt contra se primi et idem in sua proportione minimi et numerat h l fm e. est igitur p idem correlarium 23 tertium e maximus numerus numeras h et l. supra sunt igitur f g h l numeri diuersarum proportionum quorum maximi d e binos et binos ceter numerantes sunt continue proportionales: quod est propositum.



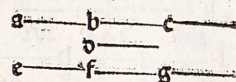
4 Si numerorum continue proportionalium duo extremi sunt contra se primi: erunt omnes illi in sua proportione minimi

Sint a b c continue proportionales quorum a et c sunt contra se primi: dico tres numeros a b c esse minimos in proportione a ad b. na si sint tres minores sint d e f: qz p vicesimam primam secundam et equam proportionalitatem q proportio a ad c ea est d ad f et a et c p hypothese sunt contra se primi. ergo p vicesimam tertiam sunt in sua proportione minimi. numerat ergo numeri a c per decimanonam eiusdem numeros d et f: maiores scilicet minores quod est impossibile.



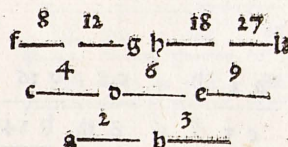
5 Si quotlibet numeri fuerit in sua proportioe minimi: ipsorum duo extremi erunt contra se primi

Hec est conuersa precedentis. Sint ergo a b c in sua proportione minimi: dico a et c esse contra se primi. Na si a et c sint contigentes erit numerus aliquis idem p secundam huius eos omnes ceter numeras q sit d quos qz a b c sunt tres numeri inaequales: numerabit fm tres diuersos numeros. numeret ergo a fm e et b fm f et c fm g: per septimam secundam e f g sunt in eadem proportione cum a b c et cum sint minores a b c vt pote q sunt eorum partes non sunt igitur a b c dati minimi: quod est contra hypothese.

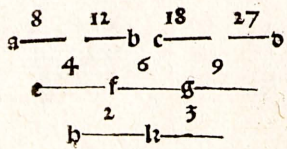


6 Numeros quotlibet fm datam proportionem minimos iuestigare. Cui manifestum erit ex duorum in aliqua proportioe minimorum primo in ambos et secundo in se: tres. et ex eodem primo in illos tres eodemque secundo in tertium: quattuor primum enasci illius proportionis minimos. qz si primum hoc pacto in omnes ducere pergis et secundum in vltimum: quotquot libuerit in aliqua proportioe minimos efficies.

Illius proportionis minimi p vicesimam tertiam tertium reperitur q sint a b: duco a in se et pueniat c et a in b et pueniat d et b in se et pueniat e per septimam et octavam secundam tres numeri c d e erunt continue proportionales et p duodecimam tertiam extremi c e sunt contra se primi quare per quartam huius illi tres numeri sunt in sua proportioe minimi. Item duco a in omnes illos et pueniat f g h et b in e et pueniat l et eadem rone f g h l sunt continue proportionales et extremi f l contra se primi et illi quattuor in sua proportioe minimi. et hoc processu quinqz sex septem et quotquot voles reperitur. Correlarium ex modo demonstrationis cognitum est.



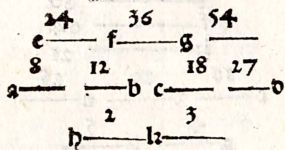
7 Si numeri continue proportionales in sua proportioe fuerint minimi: quotcumque inter extremos fuerit medij totidem inter vtriusque extremorum ternitate proportionales esse pueniet



Sint a b c d numeri continue proportionales in sua pportione minimi: dico quot fuerint medij continue proportionales inter a et d totidem esse medios pportionales inter a et d unitate et totidem inter d et unitate. na qz p prima huius quilibet duo numeri proximi erunt commensurabiles sumo maxios binos et binos numerates q sunt e f g qui p scdm correlariu scdm huius erunt continue proportionales et sumo maxios illos maximoz duos et duos numerates q sunt h l: et ut qz h l vt a ad b qz p vice sima tertia tertij numerat e f et f g fin mimos illius pportiois. at cu e numerat a: et g nuerat d et sint a et d p quinta huius contra se pmi erunt ergo e et g p octaua tertij contra se pmi. et eade rone h l et l sunt contra se pmi. ideoqz in sua pportione minimi. p correlariu igit vice sima tertia tertij e nuerat a scdm h et h nuerat e scdm g. et ite g nuerat d scdm l et l g scdm l. quoties ergo p diffinitione eius qd est numeru p aliu multiplicari unitas in h et h in e et e in a. et sicut quoties unitas in l toties l in g et g in d. sunt igit unitas h e a continue proportionales sicut et unitas l g d continue proportionales. qre sicut inter extremos a d p rinetur b c duo medij proportionales. sicut inter a et unitate p rinetur duo e h et inter d et unitate itide duo g et l medij proportionales: quod est ppositu.

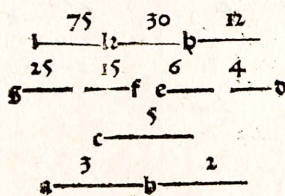
Si inter vtrunqz duozu numeroz et unitate numeri proportionales equales numero ceciderint: inter ipsos quoqz totidem cadere necesse est. 8

Hec est couersa pcedentis vt si inter unitate et a cadat h et e duo numeri continue proportionales et inter unitate et d cadant l g: totidem medij proportionales dico inter a et d totidem cadere. Na qz quoties unitas in h toties h in e. id h in se ducto producet e et p idem l in se producet g et h et l ducti in e et g producut a et d duo ergo h in l et fiat f manifestu erit p septima et octaua scdm e f g in continua pportioe ee vt h ad l deinde duco h in f et fiat b et l in f et fiat c constabit qz septima scdm vt a ad b ita b ad c ad d cadent itaqz duo numeri b et c medij proportionales inter a et d que ad modu cadebat inter unitate et a et inter unitatem et d: quod est ppositu.



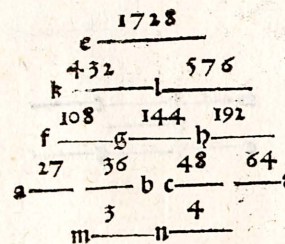
Si fuerint quotlibet numeri continue proportionales: minimi quos duo et duo proximi numerant: in eadem pportione proportionales erunt. 9

Sint a b c d numeri continue pportioales at vero minimi quos duo et duo proximi numerat sint e f g dico e f g ee continue pportioales. sumo eni h l in illa pportioe mimos et p 24 tertij a b c numerat e f g fin l. et b c d nuerat eodem fm h. ergo p septima pmi e f g sunt continue pportioales: qd e ppositu



Numeros diuersarum pportionum sumere: a quozum binis et binis numerati minimi: sint continue proportionales. 10

Colo sume numeros diuersarum pportionu a quoz binis et binis minimi numerati sint proportionales. **C**apio a b numeros contra se pmos a quide maior et b minor quoz copositus sit c q cum vtroqz p nona tertij e primus. et duco b in se et prouentat d et b in a et prouentat e et a in c et fiat f et c in se et fiat g: per septima pmi q pportio a ad b ea ee ad d et f ad e tanqz e ad b et c e maius a ergo p nona scdm maior est f ad e qz e ad d et g ad f vt c ad a que non est vt b ad a. na c b essent eque nec vt a ad b. na per prima huius qz esset continua pportionalitas c ad a et a ad b pvide c et a cõcarent. est itaqz pportio g ad f alia a pportioe f ad e et e ad d. capio ergo minimu que numerat d e q sit h et mimu que numerat e f. et sit l et mimum que numerat f g et sit l. dico h l esse continue pportioales. nam p 24 tertij b in e facit h. et qz f ad e tanqz c ad b et c b sunt in sua pportioe minimi ergo p eandem 24 b in f producit l est ergo l ad h vt f ad e quarevt c ad b. et qz per idem c ducit in f ad producutu l. na f est mior et g maior ergo p octaua scdm erit l ad l tanqz c ad b. na b in f facit l: et c in f facit l. sunt igit l l h continue pportioales minimi a binis et binis numeroz diuersaru pportionu sumptoz nuerati: qd est ppositu

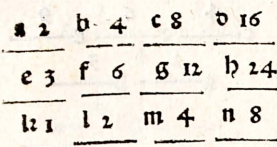


Si inter duos numeros quotlibet continua pportionalitate sumatur: inter vtrunqz eozum et minimu quem omnes numerat totidem assignari necesse est. 11

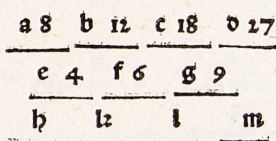
Sint a b c d numeri continue pportioales quoz p 25 tertij e sit inuetus minimus que numerat: dico quot numeri continue pportioales cadut inter a et d: totidem continue pportioales cadere inter a et e et inter d et e. sint f g h minimi quos a b b c: et c d bini et bini numerat. erunt f g h p nona huius continue in eade pportioe a ad b pportioales. Itē mimi quos f g et g h bini et bini numerat sint l l dico l ee mimu que numerat a b c. na si esset mior p correlariu 23 tertij f et g eundem numeraret quare et p idem correlariu l mimos ab eis numerat: maior scz minor qd est impossibile. et eodē argumeto l est mimus que numerat b c d et ex eodē ostendetur mimu que numerat l l ee mimum que numerat a b c d. at mimu que numerat a b c d positus est c. igit c est mimus que numerat l l. Sint pterea m et n mimi pportiois a ad b: ergo p 24 tertij a numerat f et f l et l e fm n et per idem d numerat h et h l et l e scdm m. quare p octaua scdm a f l e sunt continue pportioales. ite et d h l e atqz sicut inter a et d sunt b c duo medij pportioales: ita inter a et e sunt duo f l et e et inter d et e duo h l l itide medij pportioales: qd est ppositu

Si primus ad secundu sicut tertius ad quartu quotcunqz inter primu et secundum totidem inter tertium et quartum pportionaliter medios consistere necesse est. 12

Sit a ad d sicut e ad h: et inter a et d sint b c duo medij pportioales. dico etiā inter e et h ee duos medios pportioales. Sumo qtuor: mimos illius pportioalitati q sint l l m n: p 21 secudi et equa pportio nalaritate l ad n sicut a ad d quare et p sicut e ad h. et qz per quinta pntis l n sunt contra se pmi erunt p 20 tertij in sua pportioe mimi et p decimā nona eundem mimum l n numerabit equalit e et h. numeret igit numeri l m numeros f et g fm eundem numeru. et per septima secundi e f g h erunt continue pportioales. sunt igit f g itide duo medij pportioales inter e et h vt duo d c inter a et d: qd est ppositu.

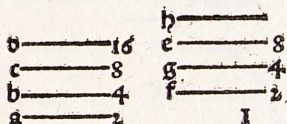


13 **C** Numerorum continue proportionalium si primus non numeret secundum non numerabit aliquis eorum ultimum. quod si primus numeret ultimum numerabit et secundum.



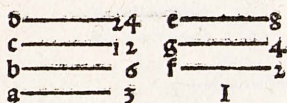
C Sint a b c d numeri continue proportionales et a non numeret b: dico nullum eorum numerare d. et certum est quod sicut a ad b: ita c ad d. et a non numerat b: etiam non numerare d. at quod b non numeret d p3. capio enim e f g tres minimos proportionis a ad b. per equam enim proportionem que proportio e ad g: ea est b ad d. at e et g per quintam sunt contra se primi: ergo e non numerat g: quare neque b numerabit d. si enim e numerat g ipsum e esset unitas. et cum que proportio e ad f: ea sit a ad b et unitas numeret f a etiam numeraret b: quod est contra hypothesein. et consimiliter probabis a non numerare d acceptis quattuor minimis in illa proportione que sunt h l m n. nam cum primus non sit unitas (alioquin omnes numeraret et ita a omnes) primus ultimus per quintam huius erunt contra se primi et primus h non numerabit m: quare neque a numerabit d. ut enim h ad m: ita per equam proportionalitatem a ad d quod est primus. Scdm p3 ex opposito patet huius ultimum monstrati. Si enim a non numerat b: etiam non numerat d. ut monstratum est per primam partem: ergo ex opposito patet si a numerat b numerat d: quod est secundum.

14 **C** Si primus in tertio quoties unitas in secundo: inter primum et tertium et inter unitatem et secundum numeri proportionales numero euales inueniuntur.



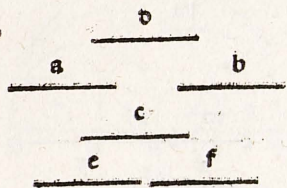
C Sint tres numeri a e d: a primus e secundus: d tertius. et sit ut quoties a est in d: toties unitas sit in e dico ergo quot numeri inter a et d continue proportionales inueniuntur: totidem inter unitatem et e reperiri. Reperiat enim inf a et d duo numeri b c continue proportionales: quoniam enim a numerat d ergo per premissam a numerabit b. unitas ergo numeret f quoties a est in b: itaque f numeret g quoties b numerat c: numeret etiam g toties quocumque numerum. ut verbi causa h quoties c numerat d: ergo ut a ad b: ita unitas ad f et ut b ad c. ita f ad g. et ut c ad d: ita g ad h. ergo per equam proportionalitatem ut a ad d: ita unitas ad h. sed ut a ad d ita et unitas ad e. sunt ergo h et e idem numerus: quare inter unitatem et e duo pariter numeri f et g reperuntur medij proportionales ut inter a et d duo b et c: quod est propositum.

15 **C** Si fuerint duo numeri contra se primi quotcumque inter alterum eorum et minimum quem numerat: totidem inter reliquum et unitatem proportionales reperiri contingit.



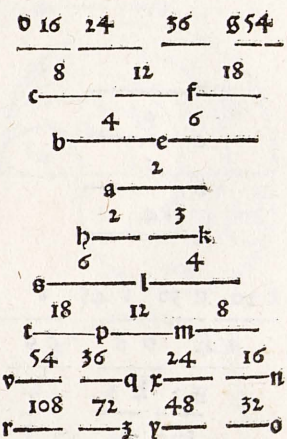
C Sint contra se primi a et e et minimus quem numerat sit d: dico quod si inf a et d cadunt b c duo medij continue proportionales totidem cadent inter unitatem et e: quia e sunt contra se primi. et ideo in sua proportione minimi et d est minimus quem numerat: ergo per vice simam quartam tertii a numerat d secundum e. est ergo toties a in d quoties unitas in e: ergo per precedentem quot numeri inueniunt inter a et d primum et tertium: totidem continue proportionales inueniunt inter unitatem et e secundum: quod est propositum.

16 **C** Si fuerit duo numeri concantes: quotcumque inter alterum eorum et maximum que eos numerat totidem inter reliquum et minimum ab eis numeratum continue proportionales consistere necesse est.



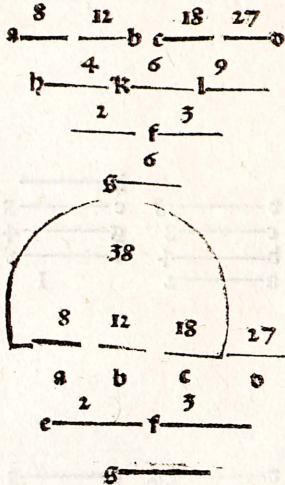
C Sint a b numeri ad invicem commensurabiles et c maximum eos numerans et d minimus ab eis numeratus: dico quot proportionales cadunt inter c et b: totidem cadere inter a et d. ite quot cadunt inter c et a: totidem cadere inf b et d. Sint enim e et f minimi in proportione a ad b: ergo per vice simam tertiam tertii e in c facit a. et per vice simam quartam eiusdem e in b facit d: ergo per septimam scdm que proportio c ad b ea est a ad d. ergo per duodecimam huius quotcumque cadunt medij proportionales inf c et b primum et secundum: totidem cadunt inf a et d tertium et quartum et iterum quod ut c ad b: ita a ad d. ergo per mutati c ad a ut b ad d: quare per eandem duodecimam quot medij proportionales cadunt inf c et a: totidem cadunt inf b et d. manifestum est ergo quotcumque inter alterum eorum et maximum eos numerantem cadant: totidem inter reliquum et minimum ab eis numeratum cadere: quod est propositum.

17 **C** Si ab vno principio duo ordines numerorum proportionalium numero equalium sumant quotcumque inter primum et alterum extremorum: totidem inter extremos medij secundum proportionem proximorum a primo proportionales erunt.



C Incipiat ab a ad d vnus ordo numerorum continue proportionalium et ab eode a ad g secundus et numero quidem equalium: dico quot medij proportionales continebuntur inter a et d: totidem contineri inter d et g fm proportionem proximorum a primo. contineantur ergo b c medij proportionales inter a et d: et e f medij proportionales inf a et g: totidem contineri dictum est inter d et g fm proportionem b e: quod ostendit. Capio enim h l minimos proportionis b ad e et duco h in omnes illos et fiant l m n o ex vna parte: et ex altera pre fiant l p q r per septimam secundam l m n o sunt continue proportionales: similiter l p q r. et per eandem que proportio b ad e: ea est m ad p. Deinde duco l in a et f et proueniant s t v: eruntque per septimam secundam s ad t et t ad v sicut l ad p: p ad q et q ad r. et per octauam eiusdem sicut h ad l: ita et l ad s. quare m ad p sicut l ad s. et qz p fit ex h in e et t ex l in e: ite per octauam secundam p ad t ut h ad l: quare ut m ad p. sunt igitur continue proportionales m p t. et qz dictum est v s ad t et t ad v: ita l ad p: p ad q et q ad r. est ergo econuerso r ad q ut v ad t: ergo permutati r ad v ut q ad t. et quia iterum q ad p ut t ad s: ergo permutati q ad t ut p ad s: quare p ad s: q ad t et r ad v erunt in eadem proportione. et quia que proportio m ad l: ea est n ad m et o ad n: et m ad l probata est ut p ad s. ergo ut n ad m: ita q ad t. ergo permutati que proportio n ad q: ea est m ad t. ergo per duodecimam huius cum inter m et t contineatur vnus medij proportionale scz p secundum proportionem m ad p: itidem continebit vnus medij proportionale inter n et q secundum proportionem m ad p quod sit x. et qz q fit ex h in f et v ex l in f per octauam primi erit proportio q ad v ut h ad l: quare ut m ad p. sunt igitur n x q v continue proportionales fm

pportionē in ad p. at rursū cū que pportio o ad n ea sit r ad v. ergo pmutati d ad r vt n ad v: sed inf n et v cōtinentur r q duo medij pportionales fm pportionē m ad p. ergo per duodecimā huius fm eandē pportionē totidem cōtinebuntur medij inter o r r q sint y z. at cū o fiat ex h in d et r ex h in g. ergo per septimā secūdi que pportio o ad r ea est d ad g. ergo per duodecimā huius quot medij pportionales cōtinentur inter o et r fm pportionē m ad p totidem continebūtur inter d et g. at duo medij y z vt monstratū est fm pportionē m ad p siue b ad e qd idem est continētur inter o et r. igitur et duo fm eandē pportionē continentur inter d r: qd erat demonstrandū.



¶ Si fuerint quotlibet numeri in sua pportionē minimi: quicunq; aliquem illorum numerat alteri terminorū illius pportionis erit cōmensurabilis. 18

¶ Termini diffiniti sunt q in aliqua pportionē sunt mīmi. Sint ergo a b c d quotlibet numeri p̄tinue pportionales in sua pportiōne minimi et sint e f termini in pportionē a ad b et numeret g numerū a aut b aut c aut d: vt verbi cā: dico g esse cōmensurabile e aut f. capio tres mimos in pportionē a ad b per sextā huius q̄ sint h l i. qz igitur ex correlario eiusdē sexte ex e in l fit c. ergo p̄ quintā tertij g cōmunicabit cum e aut cum l. si cum e constat p̄positum. si autem cum l: qz per idem correlarium ex f in se fit l per eandē quintā tertij cōmunicabit cum f: quod est p̄positum.

¶ Si fuerint quotlibet numeri in sua pportionē minimi: quilibet eorum ad compositum ex reliquis erit primus. 19

¶ Sint a b c d quotlibet numeri continue pportionales in sua pportionē minimi. e f vero termini pportionis a ad b. dico p̄positū ex a b c esse primū ad d. Nam si aliquis numeraret p̄positū ex a b c et d. ergo p̄ precedentē cōicabit cum e aut f erit ergo aliq̄s numerus cōiter numerās e aut f. et compositū ex a b c et d q̄ sit g: qz ergo g numerat e aut f et p̄positum ex a b c et numerū d et vterq; c z f numerat b et c per decimānonā tertij. ergo per vicesimātertiam primū g numerabit b et c. ergo et g per quintā sc̄d̄i numerabit a restitū: sed g p̄positus est etiā numerare d: et a r d per quintā huius sunt contra se primū igitur g numerat contra se primos qd̄ est impossibile. nō ergo cōpositus ex a b c est cōpositus ad d sed necessario primus: quod est p̄positū. et ita de quotlibet alio ad cōpositum ex reliquis argumētare

¶ Si quotlibet numeri fuerint in sua pportionē minimi: qui ex omnibus componitur ad quemlibet eorum erit primus. 20

¶ Hoc ideo est q̄ numerus cōpositus ex duobus contra se primis ad quēlibet eorū per nonam tertij est primus. at p̄ precedentē quilibet numeroz in sua pportionē minimorū ad compositū ex reliquis est primus: ergo cōpositus ex illis per eandē nonam ad quēlibet illoz numeroz et compositū ex reliquis est primus. quare ad quēlibet illoz erit primus: quod est p̄positum.

¶ Si fuerint duo numeri contra se primi: tertium eis in continua pportionē ad adiungi est impossibile. 21

¶ Nam si tertius eis in cōtinua pportionē ad adiungeretur: ergo per primā huius primus r sc̄d̄s erunt cōmensurabiles: quare nō erunt contra se primi quod est contra hyp̄thesim r p̄positū.

¶ Si duo numeri contra se primi numerent alios duos fm numerū a neutro eorum numeratum: illis quoq; in continua pportionē ad adiungitur tertius. 22

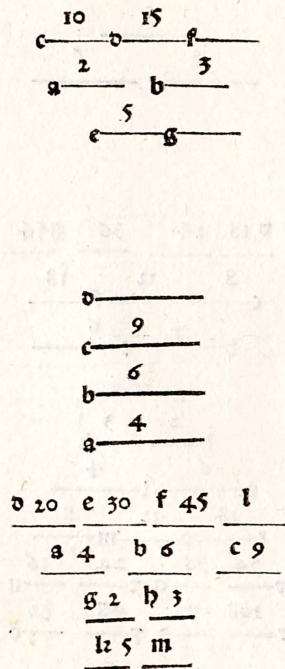
¶ Sint a b numeri contra se primi r e numerus neq; ab a neq; ab b numeratus fm quē a numeret c et b numeret d: dico non esse numerū in continua pportionē ad adiungendū. Si enī sit aliquis esto ille f: qz per octauā secūdi pportio c ad d vt a ad b erit: ergo d ad f vt a ad b. et a b sunt contra se primi quare per vicesimā tertij sunt in sua pportionē minimi r per decimānonam eiusdē quoties a numerat d toties b numerat f. sit ergo vt equalit̄ numerēt fm g: cum itaq; b numeret d fm e r f fm g. ergo per septimā secūdi q̄ pportio d ad f: ea est e ad g. quare r q̄ a ad b: ea est e ad g. et a b p̄bati sunt in illa pportionē mīmi. igitur p̄ decimānonam secūdi a b numerāt e g equalit̄. numerabit igit̄ alter numeroz a aut b numerū e: quod est contra hyp̄thesim.

¶ Si numeri pportionales fuerint in sua pportionē minimi: non erit extremi ad aliquem pportio que primi ad secundum. 23

¶ Sint a b c continue pportionales in sua pportionē mīmi: dico c ad nullū esse pportionē q̄ a ad b. Si enī sit aliq̄s esto ille d. qz ergo a ad b sicut c ad d: ergo pmutati a ad c sicut b ad d. r qz a b c sunt in sua pportionē mīmi: ergo p̄ quintā huius a c sunt cōtra se p̄mi. quare p̄ vicesimā tertij in sua pportiōe mīmi quare p̄ decimānonā eiusdē a nūerabit b: r c nūerabit d equalit̄. at si a nūerat b: etiā b nūerat c. nam eandē pportio quare per vicesimātertiam primi r a numerabit c: verū tamen a cerant contra se primi. hoc igitur impossibile r p̄positum.

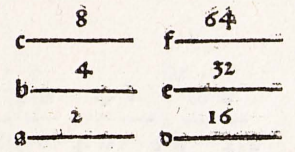
¶ Si quotlibet numeri in sua pportionē minimi totidē alios numerēt fm numerū a neutro illius pportionis numeratū: nō erit alius cum illis cōtinue pportionalis. 24

¶ Sint a b c nūeri p̄tinue pportionales in sua pportionē minimi q̄ numerēt totidē d e f fm l i q̄ neq; numeret ab g neq; ab h in pportionē a ad b mīmis: dico q̄ d e f nō est adiungendū aliq̄s cū illis p̄tinue pportionalis. Si enī fuerit aliq̄s sit l q̄ adiūgat post f: nūerabunt ergo a b c tres mīmi tres vltimos illius pportiōis e f l equalit̄: sitq; id fm m. r qz c numerat f fm l r l fm m: p̄ septimā ergo sc̄d̄i l i ad m sicut f ad l: quare r sicut g ad h per decimānonam. ergo tertij g h in illa pportionē mīmi nūerabunt l m equalit̄: qd̄ est contra hyp̄thesim. p̄positū enī erat neq; g neq; h numerare l.



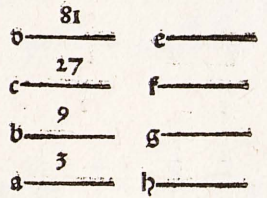
25 **¶** Si sumantur numeri ab vnitare cōtinue proportionales: nullus eorum numerabit vltimum nisi fm aliquem in illa serie dispositozum.

¶ Sint a b c d e numeri cōtinue pportioales ab vnitare: dico nullū eoz numerare f/ nisi fm aliqū in illo ordine positoz. nam qz quoties vnitā in a toties e in f: ergo per diffinitionem e numerat f scdm a. Item qz vt vnitā ad a: ita d ad e. erit a ad b: ita e ad f. ergo per equā pportionalitatem vt vnitā ad b ita d ad f. quoties ergo vnitā in b: toties d in f. per diffinitionē igit d nūerat f scdm b. et qz itez per equā pportionalitatem per vicesimā primā secūdi vt vnitā ad c: ita c ad f. quoties ergo vnitā in c toties c in f. quare c numerat f scdm se. et qz mōstratus est d numerare f scdm b: ergo alternatim per octauam primā b numerat f scdm d. et qz etiā e mōstratus est nūerare f scdm a: alternatim a nūerabit f scdm e. est itaqz ostensum a b c d e numerare f vltim fm aliqū in illo ordie positoz. qd erat ppositū.



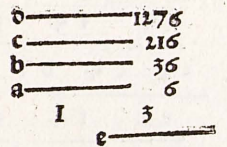
26 **¶** Si numerozum ab vnitare continue proportionaliū secūdi ab vnitare fuerit numerus primus: nullus numerabit vltimū nisi aliquis in ordine antecedentiū.

¶ Sint a b c d numeri pportioales ab vnitare: et a numerus primus. dico qd nullus numerabit d nisi aliqz precedentiū d in ordine numeroz a b c d. Si enī aliqz alius numeret d sit e qui nūeret eū scdm f. qz ergo a nūerus primus nūerat d pductū ex e in f: ergo p quartā tertij a nūerat e aut f. sit ergo vt numeret e intelligo qrtuoz nūeros: a e f c: et qz per precedentem a in extremis in extremū pducit d z eū dē pducit e in f medius in mediu. ergo per vicesimā quintam scdi vt a ad e: ita f ad c. s3 a nūerat e: ergo et f numerat c. numeret ergo f nūerū c scdm g: eadē rōne f vel g nūerabit b: sitqz id scd3 h. p idē quoqz tandē cludes g aut h nūerare a: qre a non ē nūerus primus. qd ē tra hypothesim. at si g aut h ponat e qlis a: argumētaberis p pmissam reliquos eē equales iis qui sunt in ordie a b c d: et ppositū.



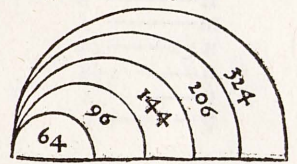
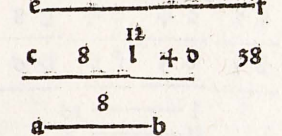
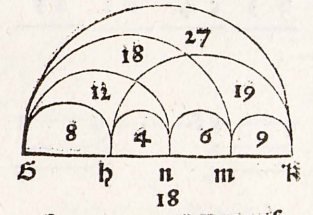
27 **¶** Numeris ab vnitare proportionalibus si aliquis primus vltimum numeret: secūdiū quoqz ab vnitare numerabit.

¶ Sint a b c d pportioales ab vnitare: sitqz e numerus primus qui nūeret d vltim: dico ipm e numerare a scdm ab vnitare. Si enī c primus non nūerat a: ergo p primā tertij e erit primus ad a. et cū quoties vnitā in a toties a sit in b: ergo a scdm se numerat b. quare per vndecimā tertij b est primus ad e. et cū quoties vnitā in a toties b sit in c: g b nūerat c scdm d. quare per decimā tertij e est primus ad c. et itez quoties vnitā in a toties c in d: ergo c numerat d scdm a. per eadē ergo decimā: e est primus ad d. non ergo e numerat d. quod est oppositum ppositū.



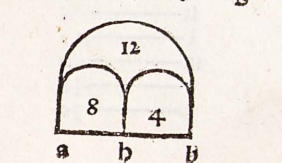
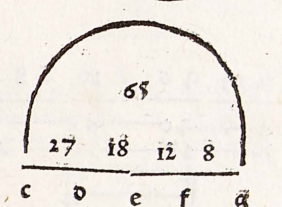
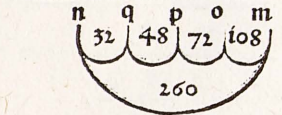
28 **¶** Si numerozum continue proportionalium primus de secūdo et vltimo tollatur: que proportio fuerit residui secūdi ad primū ea est residui vltimi ad cōpositum oim precedentium.

¶ Sint a b c d e f g k: numeri pportioales z detrahā a b primus de c d secūdo: sitqz residuus secūdi l d. Itē detrahā a b de vltimo g k: sitqz residuus h k. dico que proportio l d ad a b: eā esse h k ad ppositū ex a b c d. et e f. sumo enī ex g k nūerū g m equalē e f z g equalē c d. et intelligo g k g m. et g n. vt tria tota. qz ergo g m equat e f: que proportio g k ad e f: ea est totius g k ad totū g m. et qz g n equat c d: ideo que proportio e f ad c d: ea est totius g m ad totū g n. et per idē q proportio c d ad a b: ea est g n ad g h. et vtra q proportio totius g k ad totū g m: ea est g m detractū g k ad g n detractum g m/ qz numeri g k e f z c d ppositi: sint pportioales. et q proportio totius g m ad totū g n: ea est g m detractū g k ad g n detractū g m. quare p quintā scdi m l ad n m/ z n m ad h n residuoz ad residua vt totoz ad tota: id est m l ad n m: sicut e f ad c d. et n m ad h n sicut c d ad a b. ergo pmutatim per tertij secūdi sicut m l ad e f: ita n m ad c d et h n ad a b: ergo p vicesimā secūdi h n m l s3 qui sūt h l: ad h ppositū ex c f c d et a b: sicut h n vnus illoz ad a b vnum hoz. at cū g n equetur c d/ et g h equetur a b: ergo g h equabitur c l. equat ergo h n nūero l d. ablati enī equalibus ab equalibus: residua sūt equalia. qre ergo que proportio l d ad a b: ea erit h l ad ppositū ex oibus precedentibus. qd est ppositum.



29 **¶** Ppositis duobus numeris/ sumptisqz quotlibet scdm proportionem eoz pportionalibus: si minor in minorem z maior in maiorem ducatur z pductorum differentia per differentiam ppositoz diuidatur: erit numerus qui ex omnibus aliis coaceruat.

¶ Sint a b et a h duo numeri et h b eoz differentia: et sint c d/ e f/ et f g: quotlibet in pportione a b ad a h: ducaturqz a b in c d z pueniat l m. item a h in f g z pueniat n o: sitqz differentia l m z l n numerus n m. dico qd si n m diuidatur p h b: differentiam primā ad scdm puenire c g numerū ex c d e f g cōpositum. Nam ex a b in d e fiat l o et in e f fiat l p et in f g fiat l q. qz per decimā primā qd fit ex ductu a b in f g: equū est ei quod fit ex ductu a h z h b in eūde nūerū f g: et ex a b in f g fit l q: et ex a h in eūde fit l n. ergo ex h b in f g per eadē decimā fit n q. Pterea intelligo quattuor numeros: a b primū/ a h secūdū/ e f tertij/ et f g quartū. et qz q proportio primā ad scdm ea est tertij ad quartū: g p vicesimā quintam secūdi quod fit ex ductu a b in f g primū in vltimū: equū est ei qui fit ex a h in e f medio in mediu. at quod fit ex a b in f g est l q: ergo quod fit ex a h in e f est l q. at x o qd fit ex toto a b in e f est l p: ergo per decimā primā quod fit ex h b in e f est q p. Et eadē similitz argumētatione: quod fit ex h b in d e est p o: et in c d est o m. quare per nonam primā h b in toto c g pducit n m. ergo per sextam pentionem primā si productus n m diuidatur per eūdem nūerū h b: reibit prior numerus c g. qd erat demonstrandum.



¶ Quarti elementozum Brithmetices Jordani finis.

o **Abnis pportio sup aliā quālibet addere pportionem dicitur: que cū illa priuata ipam componit. differētia pportiois ad aliam: vocatur illa pportio qua eadem supra reliquam abundare dicitur.**

Quod addit pportio primi ad scdm sup pportione terti ad quartū: est pportio que est inter pductum ex primo in quartum & pductū ex secūdo in tertium.

e 6	f 4	g 3
a 2	b 1	c 4
d 3		

Hec docet subtrahere pportione a pportione: et q̄/ quātaq; pportio minore pportioe a maiore subtracta relicta sit: quā hic ofiam pportiois a pportioe noiamus. Sint quattuor numeri: a p̄m^o/ b secūdo: c tertius: d quartus: et sit maior pportio a ad b q̄ c ad d/ et ex a in d fiat e: et ex b in c fiat f. Dico pportioem quā addit a ad b sup pportioem c ad d: eā esse q̄ est inter e et f. duco enīz itex b in d & fiat g. qz enī b in c facit f/ & in d facit g: ergo p septimā secūdi q̄ pportio c ad d: eā est f ad g. et quia a in d facit e: et b in c facit f: ergo per octauā scdi e ad g vt a ad b. et qz posita est a ad b maior pportio q̄ c ad d: ē ergo & e ad g maior pportio q̄ f ad g. quare p nonā secūdi e maior est q̄ f. est itaq; ex diffinitione pportiois pposita ex scdo huius habita pportio e ad g pposita ex pportionibus e ad f et f ad g. addit ergo pportio e ad g pportioem e ad f: sup pportione f ad g. quare & pportio a ad b eādē pportionem e ad f addit sup pportionem c ad d. quod est ppositū. **Ad rñ aduertit dignū est si semel minore pportione de maiore subtracta relicta sit differentia pportio maior: itex ab ea demat minor et id toties fiat q̄ usq; relicta sit aut subtrahere equalis aut ea minor. sicq; cognoscere p̄optū erit q̄ties pportio minor fuerit in maiore et quā insup super addet minorem: si vltra sup addat.**

Quo abundat pportio primi ad scdm super pportionem terti ad quartum: eo abundat pportio primi ad tertium sup pportione scdi ad quartum. Itēq; pportio quarti ad tertium super pportionem secūdi ad primum.

e 6	f 4	g 11
a 2	c 4	b 1
d 3		

e 6	f 4	g 8
d 3	c 4	b 1
a 3		

Sit eadem hypotesis q̄ prius: dico p̄mo qua pportioe vt e ad f abundat pportio a ad b sup pportionem c ad d: eādē pportioe abundare a ad c sup pportione b ad a. Scdo eadez q̄q; pportione abundare d ad c sup pportione b ad a. P̄mū pater: nā qz a ad b primi ad scdm maior ē pportio q̄ c ad d tertij ad quartum. ergo p duodecimam secūdi maior est pportio a ad c primi ad tertij: q̄ b ad d secūdi ad quartum. fac ergo a primum/ c scdm/ b tertij/ d quartum: et argumentare per precedentem & videbis ppositū. Scdm similiter pater: nam quia a ad b maior q̄ c ad d: ergo per vndecimā secūdi erit d ad e maior q̄ b ad a. scdm ergo d primum/ c secūdu/ b tertium/ a quartū: & argumentare per precedentem: et facile videbis ppositū.

Si addat aliqua pportio super alteram q̄tum tertia sup quartam: erit vt cōposita ex prima & quarta composita ex reliquis sit equalis.

e	8	f	4	g	3
a	2		b	1	
c	4		d	3	

a	2	c	4	e	4	g	8
b	1	d	3	f	2	h	6

l	16
l2	8
m	6
n	64
q	48
o	32
p	24

P̄mū ad ppositū demonstrandū veniamus: volo demonstrare quo pacto pportio pportioi addēda sit: et dico pportioem pductor ex p̄mo terio vni^o pportiois in primū alius: & ex secūdo in scdm eē ex duabus illis pportioibus ppositā. Sint enī a ad b et c ad d due pportioes: quas volo s̄l addere atq; ex ipsis ppositā p̄share. duco c in a & pueniat: et d in b & pueniat g: dico pportionem e ad g: eē ppositā ex pportioibus a ad b & c ad d. duco enī itex c in b & pueniat f: et per septimā scdi q̄ pportio a ad b: eā est e ad f. et per octauam eiusdem q̄ pportio c ad d: eā est f ad g. et pportio e ad g pponitur ex pportioibus e ad f & f ad g. quare & ex pportioibus a ad b: & c ad d: quod intēdebatur. Hunc ergo ad demonstrandū ppositū veniamus. Sit ergo vt q̄tū pportio a ad b addit sup pportione c ad d in addat pportio e ad f sup pportione g ad h. dico ergo pportioem ppositā ex pportioibus a ad b & g ad h: eē equalē pportioni pposita ex pportioibus c ad d & e ad f. duco enī g in a & in b et fiant l & l2 et b in h et fiat m: per septimā ergo p̄m l ad l2 sicut a ad b. et qz b in g facit l2 et in h facit m: per eādē l2 ad m sicut g ad h. quare erit pportio l ad m pposita ex pportioibus a ad b et g ad h p̄tia scz vltia. Deīn duco c in l/ in l2/ & in m: et pueniat n/ o/ p: qui p septimā secūdi erūt pportioales s̄m pportioes l. l2. m. qz ergo n ad o sicut l ad l2: et o ad p sicut l2 ad m: ergo per equā pportioalitatem n ad p sicut l ad m. quare equales sunt pportioes l ad m & n ad p. deīn duco d in l & pueniat q. qz ergo n sit ex c in l & q ex d in l: per octauam ergo secūdi est n ad q sicut c ad d. Itē qz l ad l2 sicut a ad b: addet l ad l2 sup pportioem c ad d q̄tū a ad b addit sup eādē pportionem c ad d. Intelligo ergo q̄ttuor numeros l/ l2/ c/ d. et quia l in d facit q: & l2 in d facit o vt mōstratū est: ergo p primā huius q ad o est q̄ addit a ad b sup pportionem c ad d. et qz eādē pportioem addit e ad f sup g ad h: addit g & e ad f pportioem q ad o sup pportionem g ad h. at pportio o ad p est vt g ad h. et q ad o est q̄ addit e ad f sup g ad h: ergo q ad p p̄stās ex q ad o: et o ad p equaf pportioni e ad f. et n ad q vt dictū est equaf c ad d: & n ad p equaf l ad m pposita ex p̄ma & vltia. et n ad p p̄stituit ex scda & tertia. sic itaq; p̄structū est ppositū.

Si inaequales pportiones vni addatur: erit additax & ppositarū eadem dria.

p	24	q	6	r	20	f	8
a	4	c	6	e	5		
b	2	d	3	f	4		

g	24
h	12
l2	6
l	120
m	60
o	48
n	30

Sit a ad b quecūq; pportio: sint qz c ad d & e ad f due pportioes inaequales vt c ad d maior/ & e ad f minor: addatq; pportio c ad d pportioni a ad b: sitq; pposita pportio p ad q. addat itē pportio e ad f eidem pportioni a ad b & pueniat pposita r ad s: dico eādē eē differētia pportionis p ad q ad pportionem r ad s q̄ est pportiois c ad d ad pportioem e ad f. duco enī c in a & in b & proueniat g: et b in d & proueniat l2. per septimā secūdi erit pportio g ad h vt a ad b: et h ad l2 vt c ad d quare pportio g ad h est pposita ex pportioib⁹ a ad b & c ad d: atq; eadez pportioni p ad q. duco itē e in g/ in h/ et in l2: et proueniat l. m/ n pportioales: per septimā secūdi g h l2. et duco f in h et

proveniat o. erit eni l ad m sicut g ad h: quare sicut a ad b. et qz e in h producit m: r f in h producit o: qz per octavam secūdi q̄ proportio e ad f: eadē est m ad o. quare proportio l ad o cōposita ē ex proportiōe a ad b et e ad f. atqz eadē proportiōi r ad s. at qz l ad n et g ad lz et p ad q equātur: et sicut l ad o r ad s ad invicem equātur: et l ad n superat l ad o proportiōe o ad n. erit o ad n dīa p ad q: et r ad s proportiōem ppositā. at cū m ad n equetur c ad d: et m ad o equetur proportiōi e ad f vt hec oīa mōstrata sunt: r proportio m ad n supet proportiōem m ad o in proportiōe o ad n. erit ergo eadē proportio o ad n differētia c ad d et ad f proportiōem scz additaz et ppositaz. quod est ppositum.

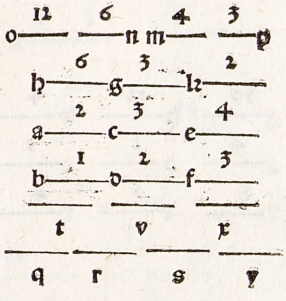


5. **Proportiones minores minoribus siue eqlib' addite: minorē pportionē pstituūt.**

Sit a proportio minor b: et c minor d: et e mior f. dico proportiōem ppositā ex a c miorē eē proportiōe pposita ex b et c et proportiōem ex c e miorē eē proportiōe ex d e. sit itē proportio g equalis proportiōi f. dico proportiōem ex e g: miorē eē proportiōe ex f g. Prīmū pznā: cū proportiōes a b sint inaequales r b sit maior a. sit ergo h differētia qua abūdat b sup a: et proportio ex b addita c sit lz et ex a addita c sit lz: per pcedentē eadē erit dīa lz ad l et b ad a. sed b est maior a in proportiōe h: igit' et lz maior l in eadē proportiōe. et eadē rōe mōstrabis proportiōem ppositā ex d e maiorē eē proportiōe pposita ex c e. qd est pīmū. Scdm p idē pznā: qā f maior ē e sit m differētia f ad e. r pposita ex f g sit n: et ex e g sit o. per pcedentē eadē est differētia f ad e et n ad o. sed f maior est e in proportiōe m: igit' et n proportio pposita ex f g: maior ē proportiōe o pposita ex e g: in eadē proportiōe m. qd ē scdm.

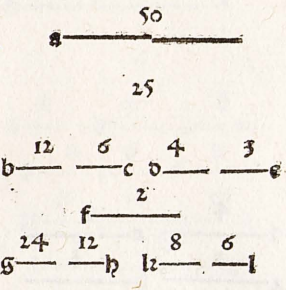
6. **Datas proportiones: in minimis terminis cōtinuare.**

Sint a ad b. c ad d. et e ad f: date proportiōes in mīmis terminis: quas in proportiōalitate ptinua in mīmis numeris assignare iubemur. capio mīmū quē nūerāt b c qui sit g. et quoties b ē in g: toties sit a in h. et per septimā secūdi tunc q̄ proportio a ad b: ea est h ad g. et quoties c est in g: toties sit d in lz. per eadē septimā eadē erit proportio c ad d et g ad lz. erūt ergo due pportioes a ad b r c ad d in ptinua pportioalitate in numeris h g lz: et etiā in mīmis numeris. nā si in mīmis eē possint ptinue sit ergo vt in t v r. per decimāonam tertij b sicut r c nūerabit v. quare r p correlariū vice sine quarte tertij g mīm' ab eis nūeratus etiā numerabit v. nō sunt igit' t v r mīmi pacto ptinuativ' pōebat. et si e numeraret aliq̄ties lz: caperem l quem fm eūdē numeraret f. quare p septimā secūdi q̄ pportio eēt f ad e: eadē eēt lz ad l: sicqz addita eēt tertia pportio in ptinua pportioalitate r in mīmis teris In mīmis quidē ppter causam imēdiatē adductā. at qz h e non nūerat k: capio mīmū numerū quē numerant e r k qui sit m. et quoties k est in m scdm eūdē numerum sit g in n et h in o. Item quoties e est in m toties scdmqz eūdē numerum sit f in p. r per septimā secūdi erit o ad n sicut h ad g. qre sicut a ad b. et n ad m: sicut c ad d. et m ad p: sicut e ad f. qre tres pportioes date sunt in ptinua pportioalitate in numeris o ad n/ n ad m/ et m ad p. et etiā in mīmis numeris. nā si assignarētur minores: vt q r f y: per decimāonam secūdi b r c numerarent r. ergo g mīmus ab eis nūeratus p correlariū vice sine quarte tertij etiā numerat r. et cū que pportio g ad lz ea sit r ad s: ergo pmutatim que pportio g ad r ea est lz ad s. sed g numerat r: ergo l numerat s. et etiāz per decimāonam tertij e numerat s. quare r m mīmus ab eis nūeratus p correlariū vice sine quarte tertij numerabit s. nō sunt igit' q/ r/ s/ y mīmi: illas pportiones ptinue retinētes: vt pponēbat. quare nulli tales erūt: pter o n m p. qd est ppositum.



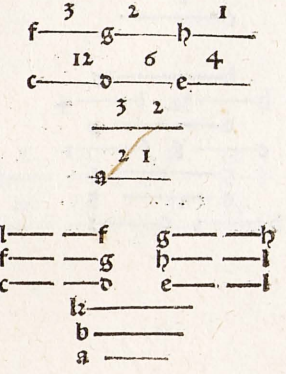
7. **Numerum propositum per partes inaequales fm assignatas pportiones continue sumptas: diuidere.**

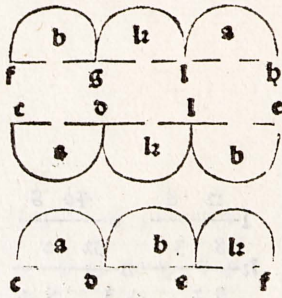
Numerus datus is eē debet qui per numerum proportiōes assignatas in mīmis ptinuam diuidi possit: alioquin in eo partes assignatis proportiōibus rōdētes inuenire eēt impossibile. Sit ergo tllis nūerus datus a: quē ppositum est diuidere in quattuor ptes inaequales: quaz pta ad scdm sit dupla scd a ad tertiam sesquialfa. et tertia ad quartam sesquialfa. ptinuo per pcedentē tres assignatas pportiones scz duplam. sesquialterā r sesquiteritiā in mīmis terminis qui sint b c d e: sitqz totus ex ipis compositus b e. et quia a ex hypothesi diuidi potest per b e: diuidat' ergo per b e scz f: eritqz f nūerus ex diuisione pueniēs. duco b c d e in f et pueniant g h lz l qui p octavam secūdi ptinēbūt eadē pportiones cū b c d e: itā vt sit g ad h vt b ad c/ et h ad lz vt c ad d/ et lz ad l vt d ad e. et qz per decimā pmi quod sit ex ductu b e in f: equat' ei quod sit ex ductu b c/ e d/ et d e in f. et per sextam petitionem pmi duco b e in f sit atqz reuertitur a. est ergo a diuisus in quattuor partes inaequales g h lz l in ptinua pportioalitate pportiones assignatas ptinētes. quod est ppositum.



8. **Quotlibet proportiōes quocūqz ordine cōtinuare: eadē proportiōem pstituūt.**

Primo in duabus pportioibus ostēdendū est. Sint ergo a b quecūqz due pportiones vt a dupla et b sesquialfa: et continuetur primo dupla sesquialfa in numeris c d: ex ita vt dupla pportio pcedat: r sesquialfa sequat'. erit enī c ad d duplus: et d ad e sesquialf. ptinuēt' secūdo cedē pportioes in nūeris f g h: ita tñ vt sesquialfa pcedat et dupla sequat'. erit enī f ad g sesquialter: et g ad h duplus. dico c ad d et d ad e: item f ad g et g ad h eadē cōstituerē pportioem. Nam q̄ proportio g ad h ea est c ad d: et q̄ f ad g ea est d ad e. ergo p vice simā scdm secūdi et equā pportioalitatē indirectam: q̄ proportio f ad h eadē est c ad e. quod est ppositum in duobus pclusum. In tribus aut' pportioib' ito adiuuātibus duabus ostēdit'. vt si qua sit tertia pportio q̄ ipsi ptinuāda sit: ptinuet' ergo illis pmo in fine. vt e ad l sit pportio lz. et sicut h ad l. quia vt ostēsum ē: que pportio f ad h: ea est c ad e. et que h ad l: ea est d ad l. ergo p equā pportioalitatē q̄ proportio f ad l: ea est c ad l. et ita sit triqz pponat'. at itvni pponat' vt e l sit proportio lz pposita: et l f eadē pposita. qz que pportio f ad h ea ē c ad e: et que l ad f ea est

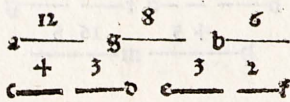




et ad l. ergo p indirectam pportioalltatem q̄ pportio l ad h: eadē est c ad l. et si lz inferat̄ duabus alijs ita vt c ad d sit pportio a/z d ad l sit lz/et l ad e sit b. item f ad g sit b/et g ad l sit lz/et l ad h sit a. que p portio l ad h ea ē c ad d: et que g ad l ea est d ad l: et que f ad g ea l ad e. ergo p equā pportioalltatem directam q̄ pportio f ad h: eadē est c ad e. et si hie postponat̄ l: illic x̄o inferat̄ vt sit in duabus vltimis figuratiōibus: quia q̄ pportio d ad l ea est e ad l. et que l ad e ea est d ad e. ergo p indirectam pportioalltatem que pportio d ad e: ea ē d ad l. addita ergo vtriq̄ eadē pportioe c ad d: erit tota pportio c ad e: equalis toti c ad l. at pportio f ad h equat̄ pportioni c ad e: ergo 7 pportioni c ad l. quod est propositum. Et si de quattuor pportioibus id desideras adinuātibus tribus adinuicem p̄tinuatis id efficere studeas. nam idem demōstrandi modus est.

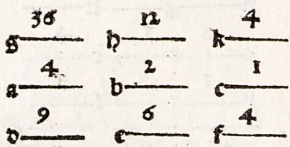
¶ Sim duoz compositoz pportio que est vnius ad alterum: est ex laterum suozū ad latera alterius composita pportioibus.

¶ Latera ppositi dicūtur nūeri qui in seinuicem ducti: ppositū pducūt. Sint ergo duo ppositi a b. et latera a: sint c d: c quidē maior 7 d minus. et latera a b sint e f: e quidē maior f minus. dico pportioem a ad b ppositam eē ex pportioibus c ad e 7 d ad f. duco enī c maior laterū a: in f minus laterum b: 7 p̄ueniat g. quia enī c in d facit a: 7 c in f facit g: ergo p septimā secūdi que pportio d ad f ea est a ad g. et quia f in c facit g et f in e facit b: ergo p eadē septimam que pportio c ad e ea est g ad b. at pportio a ad b p̄stituit̄ ex pportioibus a ad g et g ad b: ergo 7 ex pportioibus c ad e et d ad f. quod est propositum.



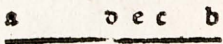
¶ Si numeri continue proportionales in totidem alios p̄tinue etiam pportioales ducantur: et qui inde p̄uenient continue proportionales erunt.

¶ Sint a b c numeri p̄tinue pportioales itidē 7 d e alij totidē cōtinue pportioales: 7 duca f d i a 7 p̄ueniat g/ 7 in b 7 p̄ueniat h/ 7 f in c 7 p̄ueniat l. dico productos g h l eē p̄tinue pportioales. Nam cū latera g sint d a: 7 latera h sint e b: 7 latera l sint f c: ergo p p̄cedētem pportio g ad h cōstat̄ ex pportioibus d ad e 7 a ad b. 7 pportio h ad l ex pportioibus e ad f 7 b ad c. 7 pportio ones e ad f 7 b ad c: eadem sūt pportioib⁹ d ad e 7 a ad b: ergo 7 pportio h ad l ex illis p̄stas: eadē est pportioni g ad h. que igit̄ pportio g ad h ea est h ad l. qd̄ demonstrandum erat 7 pportio.



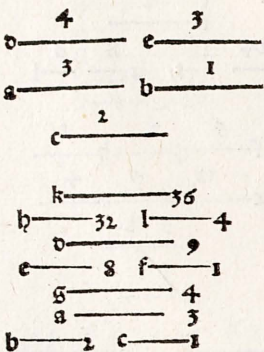
¶ Numerum ita diuidere vt q̄ totius ad maiorem portionem: ea maioris ad minozē sit pportio est impossibile.

¶ Si ei hoc pacto quisq̄ nūerus diuidere f: dicere f diuidi fm pportioem hntem mediū 7 extrema. hec itaq̄ pponit nullū numerum fm pportioem hntem mediū et extrema diuidi posse. Nam si aliq̄s hūc in modū diuidi potest: sit ille a b q̄ sit diuisus in a d minozem portionem 7 d b maiorem: sitq̄ vt a b ad d b: ita d b ad a d. detraho ab maiori portione d b numerum c d equalem a d. et qz que pportio a b ad d b: ea est d b ad a d. et quia a d 7 d c equant̄: q̄ q̄ pportio totius a b ad totum d b ea est d b ad d c detrahi ad detractū. ergo p quintam secūdi q̄ pportio a b ad d b: ea est a d ad d c b residuū quare 7 eadem d c ad c b. quare itex q̄ pportio d b ad d c: ea est d c ad c b. capio itex d e equalē c b. et quia sicut d b ad d c: ita d c ad c b 7 d e equalē c b. ergo sicut d b ad d c totus ad totū: ita d c ad d e detrahitur ad detractum. quare per quintam secūdi sicut d b ad d c totus ad totum: ita c b ad c e residuū ad residuum. quare itex simili argumentatione detracto e c ab c b: erit residuum ad residuum perinde vt totus ad totum. atq̄ hoc habebit in infinitum. qd̄ per quartam petitionem ē impossibile certū est ergo numerum aliquem ita diuidi non posse.



¶ Numerum ex duobus constātem inuenire: cuius ad maiorem pportio addet sup̄ proportionem eozūdem data pportione minus.

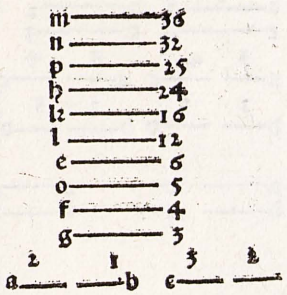
¶ Sint a b mīni termini pportiois date: a maior et b minor: et sit p̄mo differentia a ad b numerus c 7 maior pportio a ad b q̄ b ad c: et sit d numerus p̄stitutus ex duobus scz a 7 b que dico minozē h̄re pportioem ad a maiorem eius portionem q̄ sit a ad b pportio assignata: sit e ppositus ex b c. quia enī pportio a ad b primi ad scdm maior est q̄ b ad c tertij ad quartū: ergo p primam ptē deciequite secūdi d ad b pportio maior q̄ e ad c. et per scdm ptem eiusdez erit d ad a pportio mior q̄ e ad b. at cū e p̄stituat̄ ex b 7 c d̄ria a ad b: equabit̄ ipsi a. ergo d ad a pportio minor q̄ a ad b. qd̄ ē ppositū. Sit scdo vt minor sit pportio a ad b q̄ b ad a: capio quēcumq̄ numerum maiorem a qui sit d: a quo detraho f equalē c 7 residuum sit e. et intelligo c detractū ab a 7 b residuū. et qz maior est pportio d ad a totius ad totum q̄ f ad c detracti ad detractū: ergo p decimātertiam secūdi: maior est pportio e ad b residuū ad residuū q̄ d ad a totius ad totum. et vltra maior est pportio e ad b q̄ d ad a. ergo p duodecimam eiusdez maior est pportio e ad d q̄ b ad a. quare per vndecimam eiusdem erit pportio d ad e minor q̄ a ad b. et cū e f p̄stituat̄ d: 7 e maior sit f: si vterq̄ e 7 f sit nūerus p̄stat d numerum ex duobus e 7 f p̄stitutū eē quem querimus. q̄ si f sit vnitas: duco aliquē numerum vt g in e et p̄ueniat h/ et in d et p̄ueniat k. et in f et p̄ueniat l. per septimam secūdi que pportio e ad d et d ad f: p̄stas est h ad k et k ad l. et cū per nonam p̄mi quod sit ex g in e 7 in f equet̄ ei qui sit ex g in d: ergo k p̄stituit̄ ex duob⁹ numeris h et l. quare k est talis numerus qui queritur.



¶ Duabus pportioibus inequalibus ppositi: tertiam reperire que duplicata: miorē sit maior/ et maiore minor.

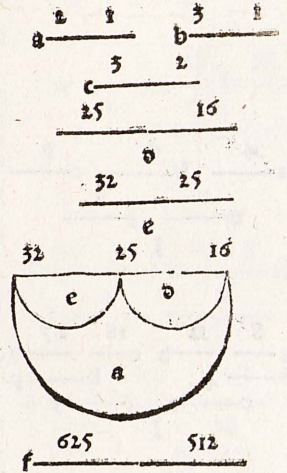
9
10
11
12

Sint termini maioris proportionis a b: z termini minoris c d: et a z c numeri maiores / ppositusq; sit tertiam proportionem replere q; duplata: minore sit maior z maiore minor. ducam eni a in c et in d z pueniant e f: et b in c et pueniat g. manifestu est eni per septimam secudi esse ad f vt c ad d: et p octauam eiusde e ad g eert a ad b. et quia e ad f minor est proportio q; e ad g: ergo p decimam secudi f est maior g. deinde duco f in e et in se et in g et pueniat h / k / l qui p septima secudi erit in pportioe e / f / g: vt scz h k sit vt e f / et h l vt e g. deinde duco e in se et pueniat m. tuc eni qa f in e facit h / et e in se facit m: ergo p octauam secudi m ad h vt e ad f: quare et vt h ad k. Si ergo pportio m ad k ex duabus pportioibus minori assignate equalibus pstituta: sit minor pportione h ad l quero aliquem numerum vt o: qui in se ductus pducat p maiorem h et minorem aut equalem m. et dico pportioem o ad f esse cuius dupla maior est proportioe c ad d z minor proportioe a ad b. nam cu f in se faciat l / et o in se faciat p: ergo p ea que in principio tertie propoionis huius demostrata sunt est pportio o ad f addita ad seipam. quare et pportio p ad k dupla ad pportioem o ad f. at cu p sit maior h pportio p ad l per nonam secudi maior est q; pportio h ad l. quare et proportioe c ad d. et cu pportio m ad l minor eet proportioe h ad l: etia et proportio p ad l pportioni quide o ad f assignate dupla minor eet eade pportioe h ad l: quare et proportioe a ad b et ppositu. at si proportio m ad l maior est proportioe h ad l: sit ergo illaz differentia m ad n. tuc eni proportio n ad l erit eqlis pportioni h ad l. tuc quera aliquem nueru vt o qui ductus in se pducat p maiorem h sed minorem n. et argumetabor vt prius pportioez p ad l dupla quide pportioni date o ad f maiorem ee proportioe h ad l: quare z proportioe c ad d. z minorem ee proportioe n ad l: quare et proportioe h ad l et proportioe a ad b. qd itez est ppositu. hic m attende q; vbi non facile possit inueniri numerum similem o: tunc duc l in h in se z in l: et itez h in se donec oportune talis numerus tibi occurrat.



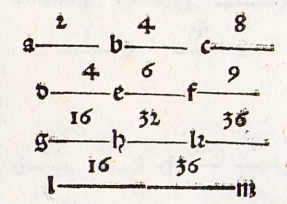
14 Quolibet pportioem in duas diuidere: quaz dria sit data pportioe minor.

Sit b data pportio: ppositusq; sit a alteram pportioem datam in duas pportioes diuidere: quaz vnus ad alteram differentia sit data pportioe b minor. capio p primam huius differentiam pportiois b ad a que sit c. Si c sit eqlis aut maior a / oportet e minorem ee b. cu p diffinitioem c eet proportio qua b suparet pportioem a. quare et a aut eque aut multo fortius minor eet b. in quascuq; ergo duas pportioes diuidat a: ille erunt minores a. na eius ptes. quare et differentia vnus ad alteram (cu ea sit alius partis portio q; sup alteram addit) minor erit altera partium: quare mior toto a. quare z multo fortius minor toto b / sicq; in quascuq; diuidere a: habere ppositu. Si pportio c minor sit a inuenio p precedentem pportioem aliqua cuius dupla sit maior c / et minor a. sitq; illa duplata pportio d. capioq; dria d ad a p primam huius q; sit e qua dico ee minorem b. na si ipse eet equalis: cu b cequetur a: ergo d que est maior c. cu e equali b maiorem pportioem pstituit q; sit a. no e ergo e differentia a ad d qd est ptra hypothesim. Et si e eet maior b multo fortius d et e maiore pportioem pstituit q; b z c. quare maiorem pportioem q; sit a: qd itez eet e no esse dria a ad d z ptra hypothesim. Relinquit ergo pportioem e esse minorem pportioe b. et quia due pportiones d z e equantur pportioni a: intelligo pportioem a in illas esse diuisam: et dico differentiam illaz scz d ad e que sit f ee data pportioe b minorem. nam si esset equalis b: cu b et d maiorem pstituat pportioem q; a vt dictum est etia d et f maiorem pstitueret aquare z d z e. quare f non eet dria b ad e et p idem f non potest esse maior b. constat ergo propoem a vt pponit ppositio ee diuisam z ppositum.



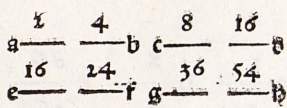
15 Si tres nueri pportioales: tribus aliis pportioalibus comparatur: extremoz ad extremos pportioes pportioate erunt tanq; medioru pportio duplicata.

Sint a b c tres nueri pportioales: item d e f tres alij pportioales. dico pportioes a ad d et c ad f adinuicem pportioate: equari pportioni b ad e: duplicate. duco eni c in a z in d z pueniat g / h: et f in d et pueniat l. eritq; per septimam secudi pportio g ad h vt a ad d: z h ad l per octauam eiusdem vt e ad f. atq; pportiones a ad d et c ad f adinuicem pportioate per g h l et p tertiam huius addo pportioem a ad d pportioni c ad f ducendo a in c et pueniat l. et d in f et pueniat m. manifestu est pportioem l ad m pstituta esse ex pportioibus g ad h et h ad l: atq; ipse simul supris equari. deinde duplo pportioem b ad e addendo per tertiam huius pportioem b ad e subijci ducendo scz b in se. et quia a b c sunt pportioales: p vicefirmasextam secudi pueniet l: z ducendo e in se et p eadem vicefirmasextam secudi pueniet m. quare duplata pportio b ad e equat pportioi l ad m que pbata est equari pportioibus g ad h et h ad l scz pportioibus a ad d et c ad f adinuicem continuatis. quod est ppositum.

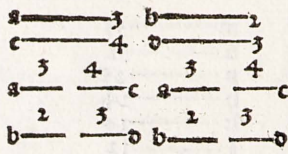


16 Si quattuor numeris cotinue pportioalibus alij totidem cotinue pportioales adaptentur: erunt pportiones extremoz ad extremos pucte tanq; pportiones mediorum ad medios cotinue.

Sint a / b / c / d: quattuor nueri pportioales: et e / f / g / h totidem alij pportioales. dico pportioem copositam ex pportioibus a ad e et d ad h equari pportioibus pportioate b ad f et c ad g. pportioate siq; pportioibus b ad f et c ad g: vt in pcedenti factum est. p septima z octauam secudi hec ex tertiam huius z vicefirmasexta secudi cognoscitur vt pcedens ex vicefirmasexta.



17 Si quotlibet numeru ad totidem alios comparatur: pportioes eoz quolibet mo sumptorum eandem pportioem componunt.

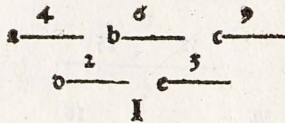


In duobus n̄seris id p̄mo vidēdum est. sint enī a et b duo numeri/et c d duo alij qui duobus p̄mis comparent: dico eādem p̄portioem p̄positam esse et a ad b et c ad d/et ex c ad d et a ad b. Si enī n̄seri illi eēt equales: statim de se notum eēt. Silit̄er si duo p̄mi eēt equales inter se/ et duo secūdi inter se: et silit̄er si tres eēt equales et vnus inequalis. sed esto p̄portio a ad b maior p̄portioe c ad d facio a ad b p̄ximam p̄portioem/ c ad d sc̄dam/ et itē a ad b tertiam/ et c ad d quartam. et quia q̄tum a ad b p̄ima addit sup̄ c ad d sc̄dam t̄m̄ addit a ad b tertia supra c ad d quartam. ergo p̄ tertiā hui⁹ p̄posita ex a ad b et c ad d p̄ima et quarta equaf cōposite ex c ad d et a ad b secūda et tertia. quod intēdebat. Idem quoq̄ in tribus efficies. Sint a/c/ e: tres n̄seri qui p̄parent b/d/f. dico eandem cōpositam eē ex a ad b/ c ad d/ et e ad f: et ex c ad d/ a ad b/ et e ad f. nam per immediate mōstratū eādem e p̄posita ex a ad b et c ad d/ et ex c ad d et a ad b: ergo p̄portioe e ad f vtriq̄ addita: p̄portioes erūt equales. q̄b erat p̄bandum. dico item eādem eē cōpositam ex a ad b/ et c ad d/ et e ad f/ a ad b/ et c ad d. Nam per nup̄ mōstratū eādē est p̄portio cōposita ex a ad b et e ad f/ et c ad d. item e ad f/ a ad b/ et c ad d: adinuicem equales. q̄b p̄ponebat p̄bādum. Et ita alias p̄binatōes p̄ba et adiuuātibus trib⁹: de q̄tuoꝝ exp̄di Et ita consequēter.

Quinti elementoz Arithmetices Jordani finis.

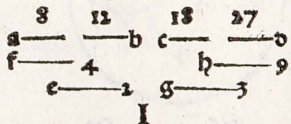
Altera numeroꝝ dicūtur: quoz multiplicatōe: numeri p̄ducūtur. **Suffici-**
alis appellat̄ numerus: qui duobus lateribus continetur. **Solidus** x̄o qui
 sub tribus: ex quoz p̄tinua multiplicatōe habet p̄creari. **Quadratus** est
 numerus sufficiālis equalibus lateribus cōtētus. **Altera** parte longior: est
 cuius latera sunt ineq̄lia sed sola vnitate distātia. **Lubus** est numerus solidus equali
 bus consistens in lateribus. **Similes** dicūtur numeri siue sufficiāles siue solidi: quoz
 latera sunt p̄portionalia.

Si tres numeri fuerint in sua p̄portione m̄mi: duo extremi erunt quadrati.



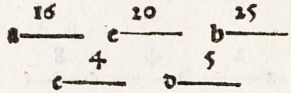
Sint a b c tres n̄seri cōtinue p̄portioales in sua p̄portioe m̄mi: dico a esse numerum quadratū atq̄ silit̄er esse numerum quadratū. Nam per septimā quarti erit vnus medius p̄portioālis in̄ a et vnitate qui sit d: et silit̄er vnus in̄ c et vnitatem qui sit e. quia ergo quoties vnitas in d toties d est in a: ergo d in se ductus multiplicat/ atq̄ p̄ducit a. est ḡ a quadratus. nam d et d eius latera sunt equalia. Et q̄ etiam quoties vnitas in e toties e est in c: ergo e in se ductus p̄ducit c. quare c etiam quadratus. quod est p̄positum.

Si fuerint quattuor numeri in sua p̄portione m̄mi: duo extremi erunt cubi.



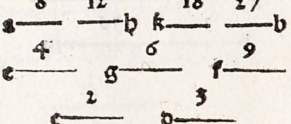
Sint a/b/c/d quattuor numeri p̄tinue p̄portioales: in sua p̄portioe m̄mi. dico a cubum esse atq̄ d cubum esse. Nam p̄ septimā quarti erit duo medij p̄portioāles inter a et vnitatem qui sint e et f: et silit̄er duo inter d et vnitatem qui sint g et h. et quia quoties vnitas in e toties e in f: ergo e in se p̄ducit f. et quoties vnitas in g toties g in h: ergo g in se p̄ducit h. et quoties vnitas in h toties h in d: ergo h in d suum quadratum: p̄ducit d. quare etiā d cubus. quod est p̄positum.

Dis q̄drati ad quadratū est tanq̄ lateris ip̄ius ad latus altius p̄portio duplicata.



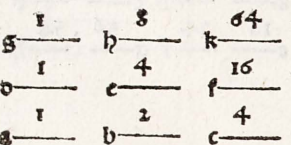
Sint duo quadrati a et b: et latus a sit c/ et latus b sit d. dico p̄portioem a ad b eē tanq̄ p̄portio c ad d duplicata. dico enī c in d et fiat e. et erit p̄ septimā secūdi a ad e sicut c ad d. et p̄ octauā eiusdē e ad b vt c ad d: est ergo a ad e vt e ad b. at p̄portio a ad b constat ex p̄portioib⁹ a ad e et e ad b: quaz quelibet equatur c ad d. est ergo a ad b tanq̄ p̄portio c ad d duplicata: vt p̄ponebatur.

P̄portio cubi ad cubū: est tanq̄ lateris ad latus triplicata. vnde manifestum est inter quoslibet duos quadratos vnū: atq̄ in̄ cubos duo p̄portioālit̄ media p̄sistere.



Sint duo cubi a et b. et latus a sit c: et latus b sit d. sitq̄ e quadratū c/ et f quadratū d. inter quos ex demōstratōe p̄cedētis est vnus medius p̄portioālis qui sit g. deī dūco c in e et certū est p̄uenire a: et c in g et p̄ueniat h: et d in f et certū est p̄uenire b: et d in g et p̄ueniat k. manifestū est ex p̄cedētī eandem esse p̄portionem e ad g et c ad d: et eādē g ad f et c ad d. sed p̄ septimā secūdi a ad h vt e ad g. quare vt c ad d: et per octauā eiusdē h ad k vt c ad d. et per septimā eiusdē l ad b vt g ad f. q̄re vt c ad d. est igitur quelibet trium p̄portionum a ad h/ h ad k/ et k ad b alteri equalis: atq̄ equalis c ad d. sed p̄portio a ad b constat ex illis tribus. est igit̄ p̄portio a ad b tanq̄ p̄portio c ad d triplicata. Et correlarium ex modo demōstratōis cognitum est et p̄positum.

Quoz latera p̄portioālia sunt quadratos p̄portioāles eē: atq̄ si quadrati p̄portioāles sunt: et latera p̄portionalia esse necesse est.



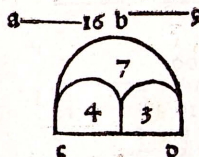
Sint a/b/c tres numeri p̄tinue p̄portioāles: quoz quadrati sint d/e/f. dico quadratos d/e/f esse p̄tinue p̄portioāles. Itē dico si d/e/f sunt p̄tinue p̄portioāles: et a/b/c eoz latera eē p̄portioālia. Prima pars statim ex decima quiti cognoscitur. et sc̄da ostendit̄. Nam quia p̄portio d ad e p̄ nonā quinti est cōposita ex p̄portioibus a ad b et a ad b: et silit̄er p̄portio e ad f cōposita ex p̄portioibus b ad c et b ad c: ḡ p̄portioes a ad b et b ad c sunt equales. alioquin p̄ quintam eiusdē singularis adite sue equales: non p̄stituerēt d ad e et e ad f p̄portiones equales. q̄b est p̄tra hypothesim.

6 **¶** Si cubi fuerint proportionales: erunt et latera proportionalia. et si latera proportionalia fuerint: cubi quoque proportionales erunt.

¶ Sit hypothesis ea que prius: sed g/h/k sint cubi numerorum a/b/c. Secunda pars huius patet ducendo a b c continue proportionales in d e f suos quadratos qui per primam partem precedentis sunt continue proportionales et pueniet g h k qui per decimam quintam sunt continue proportionales. quod est secundum. Et prima pars declaratur. Nam per nonam quintam proportio g ad h posita est ex proportionibus d ad e et e ad b. et proportio h ad k composita ex proportionibus e ad f et f ad c. et si a ad b et ad c non sunt proportionabiles: neque d e f. si ergo a ad b maior sit proportio quam b ad c: ergo per quintam maior erit d ad e quam e ad f. ergo per eandem quintam g ad h posita ex d ad e et e ad b maioribus proportionibus erit maior quam h ad k. non sunt igitur g h k proportionales. quod est contra hypothesis et totum propositum.

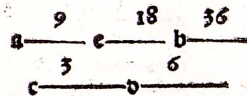
7 **¶** Quo abudat quadratum super quadratum est numerus ex lateribus ipsorum coaceruatus et sem laterum differentiam multiplicatus.

¶ Sint a et b duo quadrata: a maior et b minor. sitque c latus a et d latus b. dico numerum quo a super b esse numerum qui preceat ex ductu differentie c ad d in coaceruatum c d. Intellego enim coaceruatum c d esse diuisum in c maiorem numerum: et d minorem. et quia per decimam octauam primi quod fit ex d in se: cum eo quod fit ex differentia c ad d in coaceruatum c d: equum est et quod fit ex c in se. sed quod fit ex c in se est quadratum minus a: et quod fit ex d in se est b quadratum minus: g b quadratum minus super ab a quadrato maiore in eo numero que fit ex differentia c ad d in coaceruatum c d. abudat ergo a super b in eodem numero. quod est propositum.



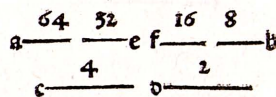
8 **¶** Si quadratus quadratum numeret: et latus suum latus alterius numerabit. et si latus a latere numerabitur: et quadratus a quadrato numerabitur.

¶ Sint a b duo quadrata: et a numeret b: sitque c latus a et d latus b. dico c numerare d. dico item si c numerat d: etiam a numerat b. sit enim per correlarium quarte huius et medium proportionale inter a et b: erit enim a ad e et e ad b in continua proportione ut c ad d. sed a primus numerus per hypothesis numerat b ultimum: ergo per decimam tertiam quartam primus numerat e secundum. quare c numerabit d. quod est primum. Secundum patet si c numerat d: g et a numerat e et e numerat b. que per vicem tertiam primi a numerabit b. quod est secundum et totum propositum.



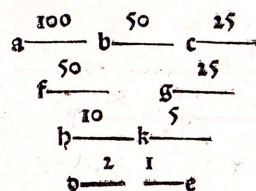
9 **¶** Si cubus cubum numeret: et latus ipsius latus alterius numerabit. et si latus numerat latus: et cubus cubum numerabit.

¶ Quod de quadratis modo ostensum est: hic de cubis demonstrandum proponitur. Et prima pars positis medijs proportionalibus inter cubos per correlarium quarte huius ut prima precedentis cognoscitur: et scilicet scilicet.



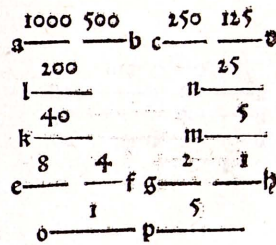
10 **¶** Trium numerorum continue proportionalium: si primus fuerit quadratus: tertium quoque quadratum esse necesse est.

¶ Sint a b c tres numeri continue proportionales: et sit a quadratus: dico c esse quadratum. sint enim d e mimi in proportione a ad b. per decimam nonam tertius d numerabit a. sitque id secundum f. et etiam per eandem numerabit c. cum per hypothesis eadem sit proportio a ad b et b ad c: sit ergo id secundum g. et quia a ponitur quadratus: sit ergo eius latus h. quia enim h in se fit est quadratum d in se: ergo per scilicet per vicem sextam scilicet d/h/f sunt continue proportionales. et per nonam quintam proportio a ad c: posita ex proportionibus d ad e et e ad f ad g. ergo qz a ad b ut d ad e: erit b ad c ut f ad g. est ergo d ad e ut f ad g. ergo per mutatum d ad f sicut e ad g. ergo per duodecimam quartam inter e et g tota media proportionalia cadit: quot inter d et f. at in f et f cadit h vni medium proportionale: igitur inter e et g cadet vni quod sit k. et qz ex e in g positum est fieri c: ergo per vicem sextam secundi ex l: in se fiet idem c. est igitur c quadratus. quod erat demonstrandum.



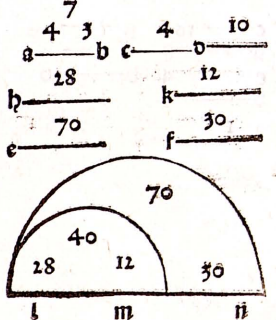
11 **¶** Si quattuor numerorum proportionalium primus fuerit cubus: quartum quoque cubum esse pueniet.

¶ Sint a/b/c/d quattuor numeri continue proportionales: quorum a primus sit cubus. dico d quartum esse cubum. sicut enim e/f/g/h quattuor in eadem proportione mimi: eruntque per secundam huius et h cubi. et qz e et a sunt cubi: eruntque correlarium quarte huius duo proportionales medij inter e et a qui sunt k l. et quia per equam proportionalitatem que proportio e ad h ea est a ad d: ergo per mutatum que proportio e ad a: ea est h ad d. sed inter e et a pbati sunt esse duo proportionales medij. ergo per duodecimam quartam inter h et d duo sibi erunt proportionales medij qui sunt m n. et qz per decimam nonam tertiam h numerat d: ergo per secundam partem decime tertie quartam h numerabit m. sit igitur o latus cubi h: sitque quoties h in m toties o in p. qz igitur proportio d ad h tanquam m ad h triplicata: erit eadem proportio d ad h tanquam p ad o triplicata. et qz per quartam huius eadem est proportio inter cubum p et cubum h. erit igitur d cubus: et eius latus erit p. quod est propositum.



12 **¶** Quadratos tres inuestigare: quorum continue sumptorum differentie sint equales.

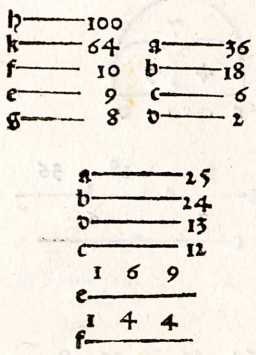
¶ Sit c duplum cuiuslibet numeri. addatque c cuiuslibet numero v b. sitque a positus ex b c. et ex a et b fiat d. et ex c in a et in b fiat h et l. et ex a et b in d fiat e et f. et ponatur numerus l/m/g equalis numero c: ita vi g sit equalis f. quia enim e/f et l/m/g equatur: et ex a in d fit e: etiam ex a in d fit l/m/g. sed g equatur f qui fit ex b in d: ergo residuum l et m per decimam primam equum est ei que fit ex c in d. quare per nonam eiusdem l et m sunt tanquam h et k. sit ergo l equalis h: et m equalis l. dico ergo l g posse diuidi in duo equalia. Nam cum b in d fiat g et d sit tanquam b bis et c iteque b in se bis. hoc est in suum duplum. et in c facit g. et a in c facit l. erunt ergo l g tanquam qd fit ex b in se bis. et a b (quod est d) in cuius dimidium est quod fit ex b in se semel: et ex d in dimidium c. est ergo numerus l g: in duo media eidez dimidio equalia diuisibile. diuidio





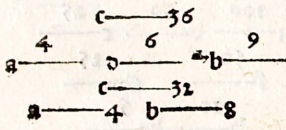
ergo l g in duo media eſt: ſitq; r differētia vni⁹ illoꝝ dimidioꝝ ad g. et v numerus equalis dimidio. et q differētia dimidiꝝ l g: ad totū l m. dico tres qdratos numeroꝝ r. v. z q: q ſint r e v e: q eē qui pe tūtur. Nam cū differētie quadratoꝝ ſint p ſeptimam huius q̄ ex differētijs laterum in ppoſita ex ipſis pducūtur: p̄tinue videbis ex dñia r ad v in ppoſitū r v qd̄ eſt g. et ex dñia v ad q in ppoſitum v q qd̄ eſt l m: eſt q̄lem numerū p̄duci p viceſimam quītam ſecūdi q̄ eadem ſit p̄portio differētie r ad v ad dñiam v ad q. ſicut aggregati q v ad aggregatum r v. ſive ſicut l m g ad m g: quod idem eſt. Sed hoc vltimum facilius forte capies in minoribus numeris z eodē ingenio inuentis. vt ſit a ſenarius. et primi hinc z inde ſint b z c. b minor: z c maior. certū eſt b eē quinarīū: cuius dñia ad a ſit d. quā certū eſt eē vnitatē ſitq; e differētia d ad b vnitatis ad quinarīū: quā p̄ſtat eſſe quaternariū. ſitq; f differētia b ad c. que quia dupla differētie b ad a: iteō erit binariū. eſt itaq; e ad f duplus. ſed d b per p̄ceptiōem ſunt a. et per ſcōdam primi b c ſimul ſunt duplus ad a. igiſ et b c ſimul: ſunt duplus ad d b. quare que p̄portio e ad f differētie ad differentiam ea eſt aggregati b c ad aggregatum d b. ergo per viceſimā quītam ſcōdi t̄m eſt quod ſit ex e in d b q̄tum qd̄ ex f in b c. ergo per ſeptimam huius tres quadrati numeroꝝ d b z c ſunt quod ſit p̄poſiti t̄m inueniri poſſibiles. quod eſt p̄poſitum.

¶ Numerum quadratū inuenire: q̄ cū quadrato dato numerum quadratū p̄ſtituat. 13



¶ Sit p̄mo datus nūerus quadratus a: qui diuiſibilis ſit in duo equalia. cuius medietas ſit b. latus autē eius ſit c. ſitq; d binariū. quia ergo qd̄ ſit ex d in b: equat̄ ei quod ſit ex c in ſe: erit p viceſimā ſextā ſecūdi c p̄portio aliter medius inter binariū z b. et quia d binariū eſt numerus primus: z p primā quartā cōicat cū c z c cū b: etiā d cōicabit cū b. p̄ p̄mā ḡ tertij d nūerabit b. cuius qd̄ b: medietas ſit e. et nūeri circūpoſiti ſint f maior z g minor: quoz q̄drata ſint h z k. dico ḡ quadratū h eē tanq̄ numerū quadratum l z: numero quadrato a additum. Nam differētia f z g e binariū z p̄poſitus ex ipſis per ſcōdam primi eſt b. et quia ex binario in b per hypotheſim ſit a: ergo per ſeptimam huius cū a fiat ex differētia laterū in cōpoſitū ex ipſis a eſt dñia q̄dratoꝝ h z l. q̄drat⁹ ergo l z additus quadrato dato a p̄ſtituit numerum quadratum h. qd̄ eſt p̄poſitum. Sed eſto ſcōdo vt ſit quadratū a aſſignatus: ſed in duo equalia parti nō poſſit. cū ergo binariū eum nō numeret: et ſit binariū numerus primus: ergo per primam tertij binariū ad ipm erit primus. quare p̄ decimā quītam tertij binari⁹ nūerabit inferiorē numerum quadrato a: vnitatis dempta qui ſit b. cuius medietas ſit c: z maior eovnitatis ſit d: cuius quadratus ſit e: et quadrat⁹ c ſit f. dico ergo quadratum e abūdare ſup quadrato a q̄tum eſt f quadratus c. Nam quia c bis cū vnitatis p̄ſtituit a: ergo per decimā octauam primi quod ſit ex c in ſe cū eo qd̄ ſit ex a in dñiam d maioris partis ad c: equū eſt ei qd̄ ſit ex d maiore parte in ſe. excedit igitur quadratus d quadratum nūeri c in quadrato dato a. nam differētia d z c erat vnitatis. qd̄ eſt p̄poſitū.

¶ Si quadratus in quadratum ducatur: p̄duccet quadratus. Si dō in non quadratū non quadratus pueniet. Unde p̄z ſi quadratum quadratum numeret: ipm ſecundum quadratum numerare. 14

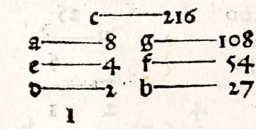


¶ Sint p̄mo a z b duo quadrati: ducaturq; a in b et pueniat c. dico c eē quadratū. Nam p̄ correlariū quarte huius inf a et b eſt vnus p̄portio alif medius. ſit ergo ille d. quia ergo a d z b ſūt p̄tinue. p̄portio alif: ergo p viceſimā ſextam ſecūdi quod ſit ex a in b: equū eſt ei qui ſit ex d in ſe. at quod ex a in b p̄ducitur eſt c. eſt igitur c quadratus. qd̄ intēditur. Scōdo: ſit a quadratus z b non quadratus: ducaturq; a in b et pueniat c: dico c non eſſe quadratum. Nam ſi c eſſet quadratus p̄ ſcōdam p̄tem viceſime ſexte ſecūdi latus quadrati c eē medius p̄portio alif inter a z b. quare cū a primus ſit quadratus p̄ decimā huius z b eē q̄dratus. qd̄ eſt p̄tra hypotheſim. Correlariū ex his duabus p̄tib⁹ ſtat.

¶ Quadratus non quadratum: ſcōm non quadratum numerat. 15

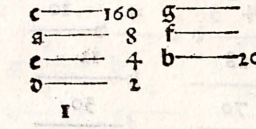
¶ Nam ſi ponat̄ poſſibile quadratū ſcōm quadratū: ipm numerare: ergo per primam p̄tem p̄cedēt⁹ p̄ductus erit quadratus. at ponitur q̄dratus numerare nō quadratum: ſequitur igitur ex hoc p̄trariū hypotheſis. quod eſt p̄poſitum.

¶ Si cubus in cubum ducatur: qui productur erit cubus. 16



¶ Sint a b duo cubi: z ducatur a in b et pueniat c: dico c eſſe cubum. Sumo enī latus cubi a quod ſit d: et quadratum lateris d q̄ ſit e. manifeſtum eſt d z e eē p̄portio alif inter vnitatem et a. et q: q̄ties vnitatis in a toties b in c. cū a multiplicet c ſcōm b. per decimā quartam quarti quot medij p̄portio alif erūt inter vnitatem z a: totidem erūt inter b et c. ſunt ergo duo medij ſi ſiter p̄portio alif inf b et c q̄ ſint f g. cū ergo b f g c ſint quattuor numeri p̄portio alif: et b primus per hypotheſim ſit cubus: ergo per vndecimam huius z c quartus erit cubus. quod eſt p̄poſitum.

¶ Si in non cubum cubus ducatur: productur nō cubus. Ex quo liquet q̄ ſi cubus cubum numeret: ipm ſcōm cubum numerare. 17



¶ Ducatur a cubus in numerum b nō cubum et pueniat c: dico c non eſſe cubum. Nam ſi c p̄ductus ponatur eē cubus: manifeſtum eſt vt in precedenti per decimā quartam quarti quot medij p̄portio alif erūt inter vnitatem et a: totidem eſſe inter b z c. ſunt ergo duo ſimiliter duo ſcilz f z g. quia ergo c g f b ſunt p̄tinue p̄portio alif: z c eſt poſitus cubus. ergo per vndecimam huius: b etiam erit cubus. at b per hypotheſim poſitus e non cubus: accidit itaq; p̄trariū hypotheſis. qui igitur inde p̄ducitur: nō erit cubus. quod eſt p̄poſitum. Correlariū ſatis ex hac z precedenti cognitum eſt.

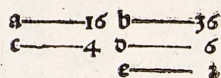
¶ Si non cubum cubus numeret: ſcōm non cubum eum numerabit. 18

VI

¶ Itā si ponat numerari fm cubū: p penultimā qui pducetur erit cubus. at positus est nō cubus nō itaq; ipsum numerabit fm cubū: quare si ipsum cubus numeret: fm nō cubū nūerabit: qđ intēditur.

19 ¶ Si quadrati cōmunicant: latera quoq; cōmunicabunt. si vero quadrati sint incom-
mensurabiles: et latera ipsorum incōmensurabilia erunt.

¶ Sint a b duo quadrati et c latus a et d latus b: dico primo si quadrati a b cōicant et eorū latera c d cōicare. nā si c d nō cōicant: ergo per duodecimā tertij neq; quadrati a b cōicabunt. ex opposito igitur pñtis si quadrati cōicabunt et eorū latera cōicant. dico scđo si quadrati a b non cōicant neq; eorū latera cōicare. nā si c d latera cōicant est aliq; nūerus eos cōiter numerās qđ sit e: qz ergo e numerat c ergo p vicesimātertā primi etiā numerat a. et qz etiā e nūerat d: p eandē vicesimātertā nūerabit et b. si ergo latera sunt cōmunicātia et quadrati cōicant: quare ex opposito pñtis si quadrati non cōmunicāt neq; latera cōmunicabunt: quod est secundū et totum ppositum.



20 ¶ Si cubi fuerit p mēsurabiles: et latera. qđ si cubi nō cōicent: neq; ipsoꝝ latera cōicabūt

¶ Divisus prima pars vt precedentis prima et secunda vt precedentis secunda patefcunt.

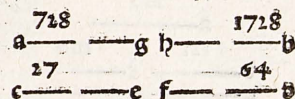
21 ¶ Si quadrati ad aliquem fuerit proportio tanq; quadrati ad quadratum illum ali-
quem: quadratum esse necesse est.

¶ Sit a quadratus qui ad aliqñ numerū vt b eam habeat pportionē que quadrati c ad quadratū d dico b esse numerū quadratū. nā qz c et d sunt quadrati per correlariū quarte huius est vnus medius pportionalis inter c et d qui sit e. et qz que pportio c ad d ea est a ad b: ergo per duodecimā quarti erit vnus medius pportionalis inter a et b qui sit f. qz ergo a f b sunt pportionales et a prim⁹ positus ē quadratus: ergo per decimā huius et b tertius est quadratus: quod est ppositum.



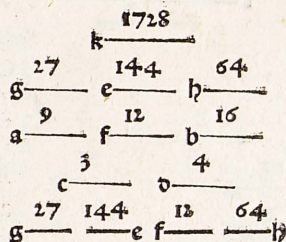
22 ¶ Quicumq; se hz ad cubū sicut cubus ad cubū: idē ex necessitate erit cubus.

¶ Si ad a numerū cubum se habeat aliquis numerus vt b sicut d cubus ad c cubū: dico b esse cubum nā per correlariū quarte huius inter c et d erunt duo medij pportionales. et cū que pportio c ad d ea sit a ad b. ergo per duodecimā quarti cadent cōsimiliter duo medij pportionales inter a et b: et a prim⁹ mus ponitur cubus erit igitur et b per vndecimā huius cubus quod erat demōstrandum.



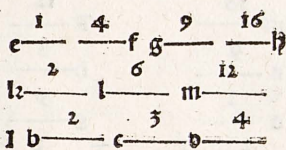
23 ¶ Si quadratus in quadratum vel cubus in cubum ducatur: latus producti erit nu-
merus qui ex latere vnus in latus alterius producitur.

¶ Sint primo duo quadrati a b: et latus a sit c: et latus b sit d. ducat qz a in b: et pueniat e qđ per deci-
mā quartā huius erit quadratus: et ducat c in d: et pueniat f. dico f esse tetragonū latus e. nā per sep-
timā et octauā secundi f est medius pportionalis inter a et b. et p vicesimā sextaz eius dē qđ sit ex a in b
equū est et qđ sit ex f in se. ē igit f latus quadrati e qđ erat pbandū. scđo sint g et h cubi laterū c et d et z g
in h pducatur l qđ per decimā sextā huius erit cubus. dico f esse latus cubicū l. qz enī c in a pducit g et f
in se pducit e erit p nonā quinti pportio g ad e cōposita ex pportionib⁹ c ad f et a ad f. et qz iterū ex c
in d fit f: et ex d in b fit h erit per eandē nonā pportio f ad h cōposita ex pportionib⁹ c ad d et d ad b: s; z
c ad d est sicut a ad f: sed et permutatū d ad b sicut c ad f: qz eadē esset pportio c ad d et f ad b. est igitur
pportio f ad h equalis pportionibus a ad f et c ad f: quare pportio g ad e ordinatis ergo quattuor
nūeris g e f h: qz que pportio g ad e ea est f ad h. ergo p vicesimā quintā secundi idē est nūerus qđ ppu-
citur ex g in h et ex f in e suū quidē quadratū quare pducti cubi l: latus ē f: qđ est totū ppositū.



24 ¶ Si dispositis ab vnitate numeris quadratis: pportionaliter medij inter proximos
quosq; sumantur: sicut omnes parte altera longiores. et cuiuslibet illorum ad illos
differentiam lateri suo equalem esse constabit.

¶ Sint e f g h quotlibet nūeri quadrati ab vnitate pñter dispositi: eorū vero latera vnitas: et b c d nu-
meri pñter ab vnitate sumpti. dico medios pportionales inf proximos quosq; quadratos sumptos eē
altera pte longiores. duco enī vnitatē in b et pueniat l qđ est medius pportionalis inter e et f. et qz eius
latera vnitas et b sunt icqualia solavnitare distātia: p diffinitionē l est altera pte longior. sicut duco b
in c et pueniat l qđ erit medius pportionalis inf proximos quadratos f g. et per idē vt prius altera pte
longior. et ita de reliq; pportionalib⁹ mediis proximoz quadratoꝝ quotquot pñter assignati fuerit
quadrati. Dico preterea differentiā l ab quadrato f equalē esse b lateri f: et differentiā l a quadrato g
esse equalē c lateri g: et ita cōsequenter. qz enī b superat vnitatē sola vnitate: intelligo ergo b diuisum
in duas vnitates. et qz b in se facit f: ergo per decimātertiam primi b ductus in primā et secundam vni-
tatem procreat equū f: sed subtracto qđ sit ex b in vnitate remanet l. est igitur subtractū eius qđ
sit ex b in vnitate differentia l ad f: sed et idem subtractū est equalē b: qz vnitas in quēcunq; nume-
rum ducta idem faciat. constat ergo id esse verum de l. de l autem cōsimiliter ostenditur: qz c excedit
b sola vnitate. diuido ergo c latus scilicet quadrati g in b et vnitatem. et quia c in se facit g et idem c in
b et vnitatem facit equalē g: per eandē decimātertiam primi: et subtracto eo qui sit ex c in vnitatem
remanet l. differentia igitur l et g est quod sit ex c in vnitatem: sed et illud est equalē c per idem quod
prius. constat igitur ppositum de altera parte longiore l. et ita de quibuslibet aliis argumentabere
Similiter etiam ostendes differentiam l ad e esse vnitatem: et differentiam l ad f esse b et m ad g esse
c. Itā cum b sola vnitate superet vnitatem: intellecto ergo b in duas vnitates diuiso per decimā
quartam primi quod sit ex b in alteram vnitatem equalē est ei qui sit ex illa in se: et illa in alteram. sed



qđ sit ex illa vnitate in se est quadratū e z vnitas. et qđ sit ex illa in alterā itidē est vnitas et equale vnitate. constat ergo dñam lz ad e esse vnitate. Similiter diuido c in duas partes scz vnitate z b: et qz per eandē decimā quartam pñmi quod sit ex c in b scz lequū est ei qui sit ex b in se qđ est quadratus f: z ex b in vnitate qui est latus b. constat ergo differentiā l ad f esse b: et ita per decimā quartam pñmi de sin gulis ostende. constat ergo totum ppositum.

¶ Si sumantur ab vnitate numeri altera parte longiores proximis quibusqz coniunctis: dimidijs coniunctorum sumptis prouenient omnes quadrati 25

¶ At parte altera lōgioribus figuratis quē admodū in supiori factū est: dico lz et l altera lōgiorū simP sumptoz medietatē esse quadratū. Similif l et m simul sumptoz medietatē esse quadratū z ita binoz et binozū pñue sumptoz quotquot essent: medietatē esse tetragonā. Nam qđ per secundā partem pcedentis monstratū est dñam lz minoris ad f esse b: et l maioris ad f etiā esse b: lz et l sunt circūpositi atqz equidistantes f. ergo p secundā pñmi f est numeroz lz et l simul supiorū medietas. at f cognoscit eē quadratū: ergo de lz et l constat ppositum esse verū. et cōsimiliter de l z m cōstabit: qz eoz differentia ad g per pcedentē est c latus g: quare per secundā pñmi concluditur quadratus g esse numeroz l et m simul iunctorum medietatem.

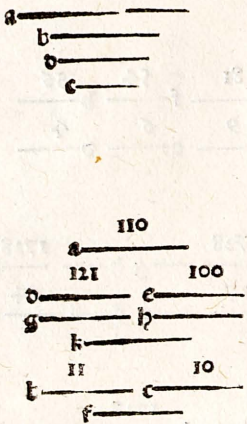
¶ Nullus altera parte longior est quadratus vel cubus. 26

¶ Hā si aliqs altera pte longior vt a esset quadrat: per diffinitionē eius latera essent equalia. et qđ esset altera pte longior eius latera sola vnitate distarēt. si ergo illa dētur et sint b maior z c minor: qđ etiā a esset quadrat: sit eius tetragonū latus d. et qz qđ sit ex b in c est equale ei qđ sit ex d in se: ergo p vicesimā sextā secūdi b d c sunt cōtinue pportionales qđ est ipōssibile. Nam cum b et c sola vnitate distēt inter b z c nullus cadit nūerus medi: sed h dicat aduersari: d eē equale b aut c. cū ergo b c d cōtinue pportioneē oportet b et c esse equalia qđ est cōtra hypothēsim. At dicat d esse maiore b z c. tūc ergo b ad d est pportio minoris nūeri ad maiore: z d ad c pportio maioris ad minore. et ille ponit eedē hoc aut ipōssibile. At dicat vltio d vtroqz et b z c esse minore: et tūc pportio b ad d ē maioris ad minore et d ad c minoris ad maiore: z ponunt eedē hoc itē ipōssibile nō est igit a altera pte lōgior: quadratus qđ est pñmū. ostēdo deinde a altera pte longiore nō esse cubū. nā si id pōssibile ē sit a altera pte lōgior cubus z eius latsa sint: maius quidē b et minus cet quadratū b sit d z quadratū c sit e sitqz latus a in eo qz cubus: cui quadratū sit lz. erit enī p correlariū quarte hui: vnus medius pportionalis inf d et lz qđ sit g. et p idē vnus inf e z lz qđ sit h: z p septimā secūdi q pportio b ad f ea est d ad g: et g ad lz. et sit q pportio c ad f ea erit e ad h et h ad lz. et qz ex lz in f sit a z idē sit p hypothēsim ex b in c: ergo p scđaz partē vicesime quite secūdi erit lz ad b sicut c ad f. z etiā pmutati lz ad c sicut b ad f. erūt igit inter d z c cōtinue pportionales g et lz z sit inter e z b. itidem duo h et lz. et qz b z e vel erunt p mēsurabiles vel cōtra se pnt. si p mēsurabiles cū b numeret d eius quadratū: ergo p vicesimā tertiam pñmi q cū qz nūmerus nūerabit b etiā numerabit d. quare d z e erunt cōmensurabiles. at tū qz b et c sunt cōtra se pnt d et e esse cōmensurabiles p duodecimā tertij est ipōssibile. si aut b z e sint incōmensurabiles p scđam hui: b et e sunt cubi. Sit h qz c et d essent cōmensurabiles p idem qđ pñus d et e essent p mēsurabiles qđ p duodecimā tertij est ipōssibile. Si aut c z d sint incōmensurabiles ergo p scđam hui: vterqz ē cub: quare inf b et c erūt duo media pñue pportionalia p correlariū quarte hui: at nō mō duo vez et vnū quidē inf cidere mediū vt in pma parte mōstratū est: est ipōssibile. cōstat igitur verū esse ppositum.

¶ Dato altera parte longiore: alium ab eo altera parte longiorē inuenire cuius ad illum sit pportio que quadrati ad quadratum. 27

¶ Sit a datus nūerus altera pte longior et eius maius latus sit b: min: vero sit c: sitqz d duplus ad b z e duplus ad c: z quadrat: d sit f: et pñmus sub eo quadrat: sit g quo nūerus vnitate mior sit h z pte altera lōgior inter f et g sit lz. qz enī per secundā partē vicesime quarte huius dñia f et lz est d: et dñia lz ad g est mīnus eo minor vnitate. ideo dñia lz ad h ē equalis d. et cū dñia d et e sit binarius: qñ duplū dñie b ad c. nā per correlariū septime scđi duplatoz: duple sunt dñie. z cū ex d in se fiat f et ex d in binariū qui est dñia eius ad e fiat dñia f ad h: qz sit dñia f ad lz et lz ad h qđ est dupla ad d: vt pōstēsum est. erit igit h reliquus nūerus qđ sit ex d in e. duco igit g in h qđ numeri solavnitare distare sunt positi: fiatqz l altera pte longior: quē dico esse: quē querim. ducat enī b in h et fiat m: z c in g z fiat n. eritqz p octauā secūdi ea pportio l ad m qđ g ad b. et per eandē etiā ea pportio n ad a que g ad b. quare ea est pportio l ad m que n ad a. et qđ ex b in h sit m: et ex c in g sit n: ideo p nonā quinti erit pportio m ad n pposita ex pportionibus b ad c et h ad g. z qđ d in se facit f: et d in e facit h erit pportio f ad h qđ d ad e. quare z qđ b ad c et qđ pportio f ad g cōposita est ex pportionibus f ad h equali b ad c et h ad g: ergo pportio m ad n equat pportioni h ad g. et qđ per correlariū quarte hui: inter f et g est vnus pportionalis medi: erit vnus similif pportionalis mediū inter m et n qđ sit o. cū sit ergo o ad n sicut m ad o et n ad a sicut l ad m. ergo per equā pportionalitatē indirectā erit l ad o sicut o ad a. capio ergo in pportione l ad o tres numeros in cōtinua pportionalitate mimos qđ sint r q p: manifestū est r et p esse quadratos: tunc sic q pportio r ad q ea ē l ad o: et q q ad p ea est o ad a: ergo p equā pportionalitatē que pportio r ad p quadrati ad quadratū ea est l ad a altera parte longioris ad altera parte longiorē: qđ est ppositū.

¶ Si numeri ab vnitate pportionales disponātur tertium ab vnitate quadratū: atqz vno intermisso tertium semper esse quadratū quartū vero ab vnitate cubum z duob: intermissis quartū semper esse cubum: septimū autem quadratū cubicum atqz quinqz intermissis septimū semper esse quadratum cubicum est necesse 28



VI

Quadratus cubicus est quadratus q pariter est et cubus. Posita eni vnitare z b c d e f g h i l m n o p vel quotquot voles numeris continue ab vnitare pportionalibus hec statim ex decima z vndecima huius cognoscif. qz eni vnitas potetia et quadrat^o est z cubus. ideo per decima huius c erit quadrat^o et p vndecima d erit cubus. z per eandē decima e iterum erit quadratus et iterū per decima : qz est quadratus g erit quadrat^o. Sed et qz d est cubus p vndecima g etiā erit cubus q venit vt liqdo constat septimus ab vnitare: quare septimus ab vnitare quadratus ē cubicus. et ita cōtinue procede similesqz offendes demonstrandi modum vbiqz.

e	16	512
b	8	256
c	4	128
b	2	64
i	1	32
f		16
m		8
p		4
n		2
o		1
q		

29 **S**i numerorū ab vnitare cōtinue pportionalium secūdos ab vnitare fuerit quadrat^o omnes erunt quadrati. q si idem fuerit cubus: erunt et omnes cubi.

Prima pars pater. nā per pmissā etiā terti^o erit quadratus. z qā secūdos est quadratus p decimā huius tertius ab illo q est quartus etiam est quadratus. et per pmissam qā tertius est quadratus vno intermissio quibus erit quadrati. et ita deinceps quare numerorū ab vnitare cōtinue pportionalium si secūdos est quadratus oēs erunt quadrati. Scda pars mōstratur. nā si secūdos fuerit cubus: cum quoties vnitas in secūdo toties secūdos in tertio. scdus in se q est cubus producet tertiu: quare p deci manserit huius tertius erit cubus. et per pmissam quartus etiā erit cubus. et p vndecimā huius a quolibet illozū assumptus quartus erit cubus. at illis cōtinue sumptis oēs sumentur. constat itaqz si secūdos fuerit cubus omnes cubos esse.

e	256	4096
b	64	512
c	16	64
b	4	8
i		2
f		1
m		

30 **S**i proximorū altera parte longior vnus in aliū ducat: pueniet altera pte longior

Sint a et b duo hunc in modū altera parte longiores et medius inter eos quadratus sit c cui^o latus sit d qd per vicesimā quartā huius erit differētia inter a et c z inter c et b. sitqz a minoris altera parte longioris latus alterū e. eritqz d maius e vnitare. z qz d in se facit c et d in e facit a erit pportio c ad a tanqz d ad e. Sit itē vt ex d in f fiat b erit f vnitare maior d. addat itaqz e ad a et sit cōpositus g: qz ex d in e fit a ex f in e fit g: vt facile p decimā primi ostēdatur cū numerus f numerū d solavnitare superet et qā f in e facit g et d in e facit a: erit per octauā secūdi ea pportio g ad a q est f ad d. sed z p septimā eiusdē etiā b ad c sicut f ad d: quare z b ad c sicut g ad a. quare pmutati b ad g sicut c ad a: ergo p vicesimā quintā secūdi qd sit ex b in a datis altera parte longioribus equale est ei q sit ex g in c at q sit ex g in c est altera pte longior: p diffinitionē: cū g et c sola vnitare differāt. qz sit cōpositus ex a et e z d rā a ab ipso quadrato c sit d: a qua qdem d rā d numerus e additus a in cōpositione sola distat vnitare. constat igitur numerū qui pducet ex b in a esse altera parte longiorē. z ppositum.

h	72
b	12
b	8
g	4
f	4
c	9
b	3
c	6
b	2
a	1
e	

31 **S**i primi quicqz pte altera longiores cū duplo quadrati inter eos cōstituti pponant pueniet quadrat^o cui^o radix erit ex minore minoris z maiore maioris laterib^o pstituta

Sint eni a et b duo quicqz proximi altera pte longiores et eozū medius quadratus c. sintqz d e latera altera pte longioris: z e f latera alius altera pte longioris b. dico qz si a b cōponatur cū duplo c totū aggregatū vt g esse quadratū: cuius radix est cōposita ex d et f. nā p vicesimā quartā huius e est d rā a ad c et b ad c: ergo p secūda pimi cōpositum ex a z b est duplū ad c. at duplū c cum a b duplo eiusdē erunt eius quadruplū quod qdem positū est g. quattuor igit in c pducūt g. at quattuor nūerus est quadratus cum producat ex duobus in se ductis z sicut c positus est quadratus. ergo p decimā quartā tam p sentis et g est quadratus. et cū g quadratus quadruplū sit ad c quadratū: ergo per tertiā huius pportio latus g ad latus c erit dupla. at cū e sit radix c et d z f circūpositi e qdissent ipsi e. ergo p scda pimi d et f simul sunt duplū e lateris c: quare radix quadrati g est pposita ex d et f: qd est ppositū.

g	100
a	20
c	25
b	30
d	4
e	5
f	6

32 **S**i duo quilibet proximi quadrati cū duplo medij inter eos altera pte longioris cōiungatur: cōpositus erit quadratus latusqz ipsius ex laterib^o ipsoz cōpositū.

Sint a b duo quilibet proximi quadrati et c medius inter eos altera parte longior et d e eoz latera dico quadratos a b cū duplo c efficere quadratū vt f cui^o latus erit cōpositum ex d e. Nam p vicesimā quartā huius ex d in e fiet a altera parte longior inter a et b: quare per nonā pimi erunt a et c tanqz qd sit ex d in ppositū ex d e: quod qdem cōpositum sit g et per eandē c cū b tanqz quod sit ex e in ppositum d e id est in g. et p eandē nonā qd ex d et e in g tanqz quod sit ex g in se. erit igit quadratū numeri g tū qtrum a z c z b: ergo qtrum a et b z c bis. fuit eni c bis scz semel cū a et semel cum b sumptū: sed illud quod fiebat ex a et b z c bis positū est esse f. est igitur f quadratus cuius latus est g. et qā g est ppositū vt positum est ex d et e lateribus quadratorū a et b: constat totum ppositum.

f	25
a	4
c	6
b	9
c	5
b	2
e	3

33 **S**i ad duos vsqz nūeros vnitare distātes: oēs numeri ab vnitare coaceruētur: q ex coaceruatione proueniet erit nūerus quadratus latusqz ipsius coaceruatorū maxim^o.

Sint nūeri ab vnitare dispositi p duos ordies vsqz ad e z d duos qdē nūeros vnitare distātes pimus hoc mō vnitas a b c d e: z scdus hoc mō vnitas a b c d: z sit quadrat^o e numerus f. dico quadratū esse tanqz oēs numerū illozū duoz ordinū coaceruati. Signo eni oēs quadratos iferiores f q sint dispositi p ordinē f g h i l vnitas. eritqz g quadrat^o d et h quadrat^o c: z l quadratus b: et l quadrat^o a. z postea vnitas q est pme vnitatis quadrat^o. Intelligo sicut m n o p q medios altera pte longiores. et qā per vicesimā quartā huius d rā f ad m est e: z d rā m ad g est d. ergo p octauā conceptionē d rā extremoz f g e d rā h ad g ad h est d. et d rā h ad l est c: b: z d rā l ad l est b: a: et d rā l ad vnitare est a et vnitas. addita ergo vnitare ad a et vnitare: fiet l. et additis b a d rā l ad vnitare est a z vnitas. addita in sup c b d rā l ad h ad b a z a et duplā vnitare. l ad l fiet h: z similī addita d c d rā h ad g ad c b: a et duas vnitates: hoc est ad h: fiet g. et addita e d d rā g ad f ad d c b. b a: a et duas vnitates fiet f. per nonam igitur conceptionē constat ppositum demonstratum.

e	6	36	30
f	5	5	25
d	4	4	16
c	3	3	9
b	2	2	4
a	1	1	1
g			
h			
i			
l			
m			
n			
o			
p			
q			

¶ Quicunq; ex numeris ab unitate bis sumptis coaceruatur: est parte altera longior minusq; laterum ipsius: coaceruatoꝝ maximus 34

¶ Sint huiusmodi nūeri bino ordine sumpti unitas a b c d q simul aggregētur hāq; m: quē dico eē altera pte longiorē: eiusq; minus latus eē d. nā per pcedentē si pōictis nūeris addo e fiet quadratus f: cuius dīa a medio altera pte longiore est e. remoto igit̄ numero e a quadrato f remanet altera pte longior: medi⁹ inf f r proximū minorē quadratū. Sed q remanet amoto e est aggregat⁹ duoz assignatoꝝ ordinū scz m: igit̄ m est sub c et e extremis cōtinetur equū est ei qd fit ex b in se. ergo p vicēsimā sextam altera pte longior fit ex d in e illoꝝ quadratoꝝ laterib⁹ pvicefīmā quartā p̄tis d aut minus est: ergo altera pte longioris m min⁹ latus e d. at d ordinū assignatoꝝ maxim⁹ ē nūerus. p̄stat ḡ tota ppō firma

¶ Si fuerit nūerus qdratus cubic⁹: latus quidē qdrati erit cub⁹ latus dō cubi qdrat⁹ 35

¶ Sit a nūerus quadrat⁹ cubicus cui⁹ quatenus quadrati latus sit b: quatenus vero cubi latus sit c: dico b esse cubū et c esse quadratū. p̄ximū p̄z. duco enī b in a r fiat d p̄palā est d esse cubū et a cubus ip̄m numerat fm b: ergo p correlariū decime septime huius b est cubus qd est primū. Scdm ostēditur sit e quadratū c: qz qd sub c et e extremis cōtinetur equū est ei qd fit ex b in se. ergo p vicēsimā sextam secūdi e b c sunt continue proportionales sed e primus est positus quadratus: igitur et c per decimā huius est quadratus: sicq; totum constat propositum.

¶ Si fuerint duo numeri quadrati cubici: medius inter illos in continua proportio- 36
nalitate erit cubus: duorum vero mediorū vterq; quadratus.

¶ Sint a et b duo quadrati cubici: qz a r b sunt quadrati p correlariū quarte huius ē inter eos vnus medius pportionalis qd sit c. et qz a r b sunt cubi p idem correlariū inter eos dē sunt duo medij ppor-
tionales qd sint d r e. dico ergo c esse cubū et d r e esse quadratos. casū esse cubū declaraf. nam duco a in b et pueniat f: qz a r b sunt cubi: f etiā per decimā sextam huius erit cubus et cū a c r b sint propor-
tionales: ergo p vicēsimā sextam secūdi f cubus fiet ex c in se. quare f est quadratus ipsius c. est igitur f quadrat⁹ cubicus: quare c latus f vt quadrati per pcedentē est cubus qd est primū. sed d et e esse qua-
dratos hinc liquet: qz b e d sunt cōtinue proportionales et b primus est quadratus. igitur r tertius d per decimā huius. Item a d et e sunt numeri pportionales et a primus est quadratus igit̄ per eandē decimā r e tertius quadratus. Est igitur tota propositio nota.

¶ Duos qdratos cubicos iuenire: inf quos nūeri quotlibet medij pportionalī sumā 37

¶ Si duos qdratos cubicos iubeor iuenire inter quos quotlibet infiacēat medij pportionales sumo nūeros pportionales p̄tes duobus: ip̄tis medijs: quos iubeor iuenire. verbi cā si iubeor iuenire duos quadratos cubicos inf quos sint quattuor medij pportionales sumo sex nūeros cōtinue pportionalē vt a b c d e f: quozū per ordinē sumātur cubi g h i l m n: qd per sextā huius sunt etiā pportionales quis quidē cubi in se per ordinē ducātur et proueniāt o p q r s t. dico itaq; o et t esse duos tales quadratos cubicos. nā cum g h et ceteri in se ducātur o p q r ceteri sunt quadrati: et qz g h r ceteri eozū scz late-
ra sunt pportionalē: per quintā huius o p q et ceteri eozū quadrati sunt pportionales. at cum g et n sint cubi ergo per decimā sextā huius o et t erunt cubi. sunt igitur o et t quadrati cubici inter quos quattuor numeri p q r s sunt medij pportionales: qd est propositū.

¶ Duos qdratos cubicos repire: inf q̄s medios fm datos nūeros sumē sit possibile 38

¶ Sint dati nūeri a r b: ppositūq; sit duos quadratos cubicos iuenire: inter quos sunt numeri ppor-
tionales fm a r etiā fm b: sitq; a binariū et b ternariū. qā enī pportiones semp sunt vno plures ip̄tis medijs et a est binariū: iō vt medij inueniātur fm a oportet tres esse pportiones. et qā b est ternariū vt inueniātur medij scdm b opz quattuor esse pportiones. Duco ergo tria in quattuor et proueniāt c et scdm c ordinē cōtinue pportioēs in nūeris r d e f g h i l m n o p q: quoz q et r p̄cedentē ponantur quadrati cubici: et p̄sigo quattuor ex illis pportioib⁹ vt hic scdm quafnos et q̄ternos ordies: r hēbo tres medios pportionalē scz n l f p equā pportionalitatē. r s̄tr p̄iungo tres ex illis vt hic p quinos r qnos ordines et hēbo m r g duos medios pportionalē inf q et r quadratos cubicos: qd est ppositū.

¶ Inf q̄libet duos supficiales siles: tertij in p̄tinua pportionalitate mediū eē necē est 39

¶ Sint a et b nūeri supficiales siles: et latera a sint c r d: et latera b sint e r f. dico inf a et b eē vnū nu-
merū in cōtinua pportionalitate. nā qā a et b sunt siles p diffinitionē eius latera sunt pportionalia. ideo q pportio c ad d: ea est e ad f. quare pmutari q pportio c ad e: ea est d ad f. duco ergo e in d et fiat g: et qā c in d facit a: et b in eundē d facit g: ergo p octauā scdm pportio a ad gvt c ad e. r qā iterū c in d facit g et e in f facit b: ergo pportio g ad b vt d ad f. sed pbata est pportio c ad e vt d ad f: ergo propor-
tio a ad g vt g ad b. est igitur inter a et b nūerus g medius pportionalis: qd erat demonstrandum

¶ Si terri⁹ inf eos medi⁹ pportionalī ceciderit: duo q̄libet nūeri est supficiales siles 40

¶ Nec est cōuersa pcedētis. Sint enī a et b q̄cunq; duo nūeri inter quos sit c medi⁹ pportionalis: dico a et b supficiales eē r siles. capio enī d e m̄smos in pportione a ad c qz qz mimi per decimā nonā tertij numerabūt a et c equalī: sitq; id scdm f et s̄tr nūerabūt c et b equalī: sitq; id scdm g manifestū itaq; est cū a sub duobus lateribus d et f: et b sub duobus e g cōtineat: a et b p diffinitionē esse supficiales. Sed q sint similes p̄z. nā qz per hypothesim d et e numerāt c et b secūdu g: d numerat c scdm g: et e numerat c secūdu f vt et positū est. igitur per vicēsimā quintā secūdi d f et e g sunt proportionales: s̄z d f sunt latera a: et e g sunt latera b. sunt igit̄ a et b per diffinitionē supficiales siles: qd est ppositū.

	30	
m	—	
5	—	5
d	—	—
4	—	4
c	—	—
3	—	3
b	—	—
2	—	2
a	—	—
I	—	I

a	— 64	d	— 512
e	— 16		
b	— 8		
c	— 4		

4096		262144
a	—	f
d	— 256	
c	— 512	
e	— 128	
b	— 64	

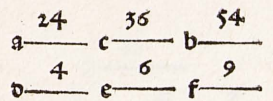
729	386691489
a	— g
243	4348907
b	— h
81	59049
c	— k
27	19683
d	— l
9	729
e	— m
3	27
f	— n

12	— qm	— g
2	— p	— l
3	— o	— k
	— n	— h
	— m	— g

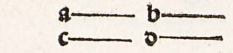
6	12	24
a	— g	— b
3		6
c		e
2		4
d		f

9	12	16
a	— c	— b
	3	3
d	— f	—
	4	4
e	— g	—

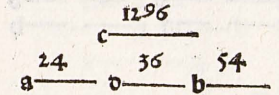
41 **¶** Si fuerit duo numeri superficiales siles: erit proportio vni⁹ ad alteru^m tanquam quadrati ad quadratum
¶ Sint a et b duo superficiales similes: dico proportioⁿe a ad b esse quam quadrati ad quadratum. nam p ante
 pmissam erit inter eos vnus medius proportionalis qui sit c. Sumo ergo tres minimos in eor^{um} proportioⁿe
 qui sint d e f p prima huius d r erunt quadrati. et cum q proportio d ad e ea sit a ad c. r q e ad f ea sit c ad b
 ergo p equa^m proportionalitate q proportio d ad f quadrati ad quadratum ea est a ad b: quod est propositum.



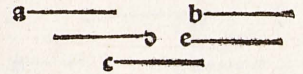
42 **¶** Si duorum numerorum proportio fuerit que quadrati ad quadratum illos superficiales similes esse necesse est.
¶ Hec est conuersa precedentis. Sint a et b quadrati r sit proportio c ad d q a ad b: dico c d numeros esse
 superficiales siles. Nam p correlariu^m quarte hui⁹ est vnus medi⁹ proportionalis inf a r b. qre r p duodeci
 ma quarti vn⁹ erit medi⁹ proportionalis inf c et d. qre p 40 hui⁹ c r d sunt superficiales siles: quod est propositum



43 **¶** Si duorum superficialium similia alter in alterum ducat: quadratus numerus producet.
¶ Sint a et b superficiales similes: ducatur q a in b r pueniat c: dico c esse quadratum. Nam p tricesima
 nona huius inter a r b est vnus medius proportionalis qui sit d. qa ergo a d b sunt continue proportionales
 per vicesimam sextam secundi idem est qui sit ex a in b r ex d in se. at qd ex d in se fit est quadratum: igitur
 et c quod sit ex a in b: quod est propositum.



44 **¶** Si ex ductu duorum numerorum vnus in alterum producat quadratus: illos duos superficiales similes esse conueniet.
¶ Hec conuertit precedentem. vt si ex a in b producat c quadratus: dico a et b esse superficiales similes
 Nam per vicesimam sextam secundi latus tetragonum c erit medius proportionalis inter a et b. ergo
 per quadragesima huius a et b sunt superficiales similes: quod intenditur.

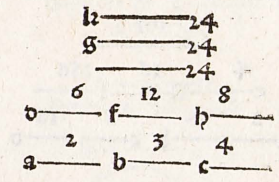


45 **¶** Si duo numeri superficiales vni fuerint similes: erunt et inter se similes.
¶ Sint a b duo numeri superficiales similes c: dico a et b esse inter se similes. Nam qa a e similis c inf
 a et c est vnus medius proportionalis qui sit d. et qa b etiam similis c inter b r c similiter vnus medius
 proportionalis qui sit e. igitur per decimas sextam quartam et inter a r b erit vnus medius proportionalis
 quare per quadragesima huius a et b erunt superficiales similes: et propositum.

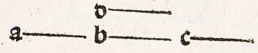
46 **¶** Si aliquis numerus in superficiali ducatur: proueniens erit solidus.
¶ Nam superficialis fit ex ductu numeri in numeru^m facta vna multiplicatione. qui igitur ex ductu
 alicuius in ipsum producat tribus lateribus continebatur continua facta multiplicatione. quare per
 definitionem erit solidus: quod intendebatur.

47 **¶** Omnis solidus ab aliquo superficiali numeratur.
¶ Nam ois solidus per definitionem habet tria latera quorum tertium ducit in productum ex reliquis. at
 talis prouenit ex superficiali. numerat igitur ois solidus ab aliquo superficiali vt proponebat.

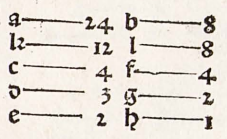
48 **¶** Datis tribus numeris cum triplici modo solidus per se vnus tamen idem erit qui ex oibus producet.
¶ Sint tria latera a b c et primo ex a in b fiat d: r ex c in d fiat solidus e. scdo ex b in c fiat f et ex a in f
 fiat solidus g. tertio ex a in c fiat h et ex b in h fiat solidus l. dico tres solidos e g l ex tribus lateribus
 triplici modo creatos eisdem esse atque equales. Nam qa a in b facit d: et c in b facit f. ergo p octauam secundi
 d ad f vt a ad c. ergo p vicesimam quintam secundi d idem est qui sit ex a in f et c in d: sed a in f facit g r c in d facit e
 sunt igitur e g solidi equales. Item qa ex b in c fiat f et ex a in c fiat h: ergo p eandem octauam que proportio b ad
 a ea est f ad h. ergo p vicesimam quintam secundi iterum idem fieri ex a in f et b in h. sed ex a in f fit solidus g:
 et ex b in h fit solidus l. sunt igitur solidi e r l aduicem equales: sed et solidus e positus est equalis solidus g
 qd p eandem sciam l et e sunt solidi equales. sunt igitur vt proponebat tres solidi e g l aduicem equales: r propositum



49 **¶** Omnis numerus a tribus numeris numeratus solidus esse probatur.
¶ Sint a b c tres numeri numerantes d: dico d esse numeru^m solidi. navel a est vnus vel propositus. si propositus
 ergo p quadragesima sextam huius quicumque numerus in ipso ducat producat solidum: sicq^{ue} constabit propositum.
 Si aut sit prim⁹ q b numerat d fm aliquo numero: ergo p quartam tertiam a numerat b: vel alteru^m fm que
 numerat. quare b aut is fm que numerat est superficialis. erit itaq^{ue} p quadragesima sextam: vt prius d solidus.



50 **¶** Sim duo solidorum proportio est ex lateribus vni ad latera alteri producta proportio.
¶ Sint a et b duo solidi: sint c d e latera a: et f g h latera b. dico proportioⁿe a ad b esse composita ex
 proportionibus c ad f: d ad g: r e ad h. duco enim c in d et pueniat l: r f in g et proueniat l. p nona igitur
 quinti proportio l ad l composita est ex proportionibus c ad f r d ad g. et qz per quadragesima octauam
 huius si e ducatur in l et h in l proueniet a r b. ergo per nona quinti proportio a ad b vt l ad l et e ad
 h: sed proportio l ad l monstrata est composita ex c ad f et d ad g. ergo proportio a ad b composita est ex
 proportionibus c ad f: d ad g: et e ad h: quod est propositum.

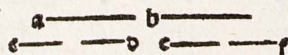


51 **¶** Si duo solidi siles alios duos equaliter numerent: illos quoque solidos siles esse necesse est.
¶ Sint a b duo solidi similes numerentes d e equaliter vt secundi c. dico d e pariter esse solidos similes
 assigno enim f g h latera a: et l m latera b. ducoq^{ue} f in g r pueniat n et l in l r pueniat o. et qz h in n
 p quadragesima octauam huius facit a: et m in o facit b. est itaq^{ue} n in a fm h: et a in d fm c. ergo p vicesi
 matertiam primi n est in d secundum productum ex c in h q sit p. et similiter qz o est in b fm m et b in e fm c:
 per eandem vicesimatertiam o est in e fm productum ex c in m q sit q. r qz c in h facit p et c in m facit q. ergo
 que proportio h ad m p septimam secundi ea est p ad q: quare r q f ad l et g ad l. sed p in n facit d r q in o
 facit e vt monstratum est. sed tamen est f in g quantum n et l in l quantum o. ergo p f in se facit d: et q l in se



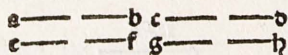
facient e. sunt ergo d r e solidi et latera d sunt p f g r latera e sunt q l i. sed illa probata sunt pportio-
nalia: ergo d e e sunt etiā similes: quod est totum propositū monstratū.

¶ Inter quoslibet duos solidos similes: duo numeri in cōtinua pportionalitate mediū intercidunt. 52



¶ Nam p penultimā ppositionē erit pportio vnus illoꝝ solidozū ad reliquū tanq̃ lateris ipsius ad
latus alterius pportio triplicata. Sumam ergo quattuor nūeros in pportione lateris ad latus. r qz
p̃mi ad quartū erit pportio lateris ad latus triplicata: illa erit eadē pportioni solidi ad solidū. ergo
per duodecimā quartū quot media sunt inter primū r vltimum tot erunt inter solidum et solidum. at
media sunt duo: ergo inter solidum r solidū itidē erunt duo: quod est propositū

¶ Si fuerint quattuor numeri cōtinue pportioales: duo extremi erunt solidi siles. 53



¶ Hec est cōuersa pcedētis. Sint a b c d quattuor numeri cōtinue pportioales: dico a et d esse soli-
dos similes. Sumo enī e f g h quattuor illius pportionis mimos q̃ si cū assignatis itidē fuerint cum p
scōam hui⁹ e r h sint cubi silt r a et d erūt cubi. quare solidi similes sicqz firmū stabit ppositū. Porro si
itidem nō sint cū e r h per quintā quartū sint contra se primū: quare per vicesimā tertij in sua pportioe
mimi et p decimānonā eiusdē equaliter numerabūt a et d. sed e r h cum p secundā huius sint cubi ipi
sunt solidi similes. ergo iterū per quinquagesimā primā huius a et d sunt solidi siles: qd est propositū.

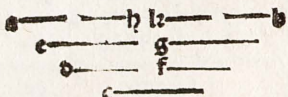
¶ Omniū duozū solidozū similiū: est pportio vnus ad alterū tanq̃ cubi ad cubum. 54

¶ Sint a et d solidi siles: dico pportionē a ad d esse pportionē tanq̃ cubi ad cubū. qz p quinquage-
simā secundā huius inter a r d sunt duo mediū pportioales. sint ergo illi b c: capio vt prius e f g h in
illa pportione mimos quoz p scōam hui⁹ cōstat e r h esse cubos q̃ si itidē sint cū p̃ictis cōstat ppositū
si nō itidē: qz p equā pportioalitē q̃ pportio e ad h cubi ad cubū eadē ē a ad d: qd iterū ē ppositū

**¶ Si vnus ad alterum fuerit pportio tanq̃ cubi ad cubum: quoslibet duos nu-
meros solidos similes esse necesse est.** 55

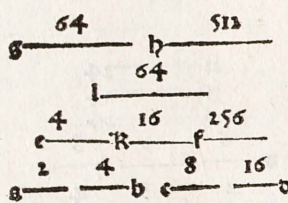
¶ Hec est cōuersa pcedētis q̃ ideo vera esse cōuincit: qz p correlariū quarte hui⁹ inf quoslibet cubos
duo incipiātur mediū pportioales. ig̃r p duodecimā quartū et inf illos solidos itidē duo infiacebūt
mediū pportioales. ergo p 53 hui⁹ duo extremi q̃ erūt solidi assignati erūt solidi siles: qd est ppositū

¶ Si fuerint duo solidi vni solido similes: ipsi quoqz inter se erunt similes. 56



¶ Sint a b duo solidi similes solido c: dico a et b esse solidos inter se similes. Mā qz a c sunt solidi inf
se similes: ergo per quinquagesimā secundā huius inter a r c sunt duo mediū pportioales q̃ sint d e. et
similiter per eandē inter b et c q̃ sint f g. igitur p decimā septimā quartū duo similif erunt inter a r b.
quare a r b per quinquagesimā tertiam huius inter se sunt solidi similes: qd erat demonstrandū.

**¶ Si fuerint quattuor numeri pportioales et duorum extremozum quilibet in
quadratum alterius ducatur: puenient cubi aliorum.** 57



¶ Sint a b c d quattuor numeri cōtinue pportioales: silt qz e quadratū a et f quadratū d ducatur qz d
in e r pueniat g et a in f r pueniat h. dico igitur g et h esse cubos b r c. duco enī b in se r fiat lz: qz e r lz
sunt quadrati quoz latera sunt a b erit per tertiam hui⁹ pportio e ad lz tanq̃ pportio a ad b duplicata:
quare tanq̃ b ad d: ergo per vicesimā quintam secundi idem est qui fit ex b in lz et e in d. sed qui fit ex b
in lz est cubus b. qui autē ex e in d est g: igitur g est cubus b. similiter si ducatur c in se r fiat l erit per
eandē tertiam huius pportio l ad f tanq̃ a ad b duplicata. quare tanq̃ a ad c: quare per vicesimā quintā
secundi vt prius idem erit qui fit ex c in l et a in f: qui autē fit ex c in l est cubus c: r qui fit ex a in f est h
igitur h est cubus c: quod est propositum.

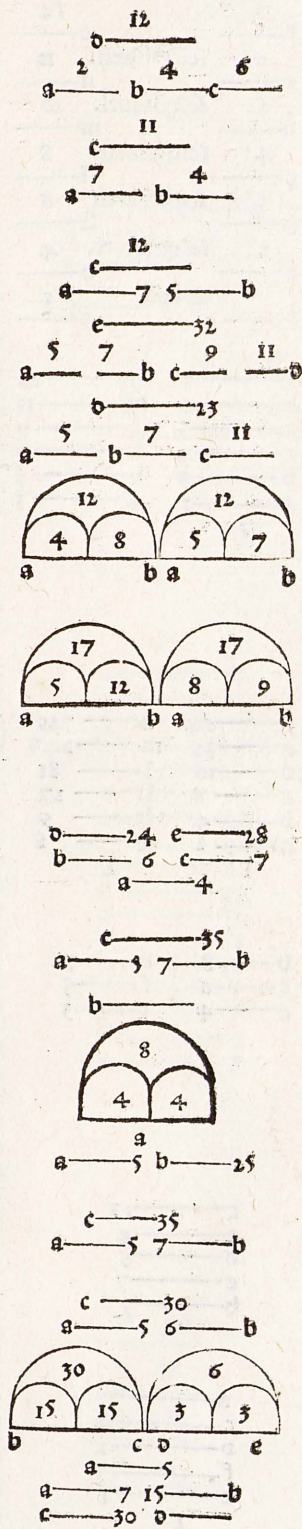
¶ Datis lateribus siue laterū pportioibus: solidozū summā hitudinēqz inuestigare. 58

¶ Hec in solidis p̃tinuis eq̃ et discretis eandē hz veritatis certitudinē. si primo dētur latera duc quō
cunqz illa in seinuicē tria scz vni⁹ et tria alterius et puenient statim p quadragesimā octauā huius so-
lidoꝝū sume. si autē laterū pportiones dētur cōpone per tertiam quinti laterū pportiones: siue eas per
sextā quinti continua et pportio ex laterū pportioibus cōposita per quinquagesimā huius aut q̃ ex
cōtinuatīs cōponetur: erit pportio solidi ad solidū sicqz nota erit solidozū habitudo atqz totum quod
ppositio proponit notum. Sexti elementozū arithmetices Jordani finis.

¶ Ar numerus est qui in duo equalia diuidi potest. Impar est in quo aliqua
p prima pars est absqz pari: additqz supra parem vnitatē. Parium numeroꝝū
alius pariter par: alius pariter ipar: et alius impariter par. Pariter par est
quē nullus impar numerat. Pariter ipar est quē quicunqz pares numerāt: cum scōm
iparē numerāt. Impar itē par est quē quidā par fm parē r quidā fm iparē numerāt
Abediū inter duos numerus dicitur: qui inter eos positus equalitē ab vtroqz distat.
Abediū dicitur duo numeri qui nō habētes aliquē interpositū: equalēs habent ad ex-
tremos differētias. Perfectus numerus appellatur qui ex omnibus suis partibus cō-
iunctis perficitur. Abundans dicitur: ad quem omnes sue partes cōparate: maiorē ha-
bere reperiūt. Diminut⁹ vero cuius partes cōiuncte oēs minus ipso constituūt.

VII

- 1 **¶ Si quotlibet sibi coaceruentur pares: qui proueniet erit par.**
¶ Nam ex diffinitione paris quotquot assignabuntur eorum quilibet huius medietate. at omnes eorum medietates per sextam primi adinuicem coniuncte: coaceruati dimidiū constituunt. coaceruatus igitur cum in duo equa diuidi possit erit par: quod intendebatur.
- 2 **¶ Si par et impar coniungantur: compositus erit impar.**
¶ Nam si ab impari auferatur unitas cum solam unitate per diffinitionem super parē addat: relinquitur par. qui si addatur alteri pari: per precedentem compositus erit par. cui quidem si ablata restituatur unitas: totus per diffinitionem fiet impar. at ille erit qui ex pari et impari constat. ratū est ergo quod propositū intendebat.
- 3 **¶ Si impar impari addatur: proueniet numerus par.**
¶ Nam si ab utroque eorum dematur unitas relinquetur duo pares qui per antepremissam constituent numerū parē: cui quidem composito si iungatur due ablata unitates que parē constituunt per eandem antepremissam totus rursus euadet par. hoc autē intendebat propositio.
- 4 **¶ Si impares numero pares sibi coaceruentur: totus ex eis cōflatus erit par.**
¶ Nam cum numerus quo eos sumimus sit par: in eo binario aliquoties sumes qui toties per precedentem binario copulari erunt pares. igitur per primam huius adinuicem simul additi constituunt numerū parē: quod est propositū.
- 5 **¶ Si impares numero impares coaceruentur: cōpositus erit impar.**
¶ Nam si vnus eorum omittatur per precedentem compositus erit par: ergo per secundam partem si propositio addatur omnis impar: totus qui inde nascitur ex omnibus compositus erit impar quod est propositū.
- 6 **¶ Si a pari detrahatur par: reliquetur par.**
¶ Nam si relinquitur impar: idem cum detracto additus per secundam presentis constituit imparē: quod est contra hypothesim. verum igitur est propositum.
- 7 **¶ Si impar a pari tollatur: residuus erit impar.**
¶ Nam si residuus poneretur par: idem detracto appositus per secundam huius constituit imparē: quod est contra hypothesim. erit igitur verum propositum.
- 8 **¶ Si ab impari impar tollatur: remanebit par.**
¶ Nam si remaneret impar: idem ablato additus per tertiam huius constituit parē: at postus est impar. relinquitur igitur par: quod est propositum.
- 9 **¶ Si par impari subtrahatur: reliquus erit impar.**
¶ Nam si residuus esset par: subtracto additus per primam huius constituit parē: quod est contra propositum. relinquitur igitur propositum verum.
- 10 **¶ Omnis numerus per parē multiplicatus: parē producit.**
¶ Nam si multiplicat parē per diffinitionem toties multiplicat erit in producto quoties unitas in multiplicata. et cum multiplicat sit par tot illi pares simul additi per primam huius constituunt productū parē. si autem multiplicat impar per idem toties erit multiplicat impar in producto quoties unitas in multiplicata. at unitas in eo ponit esse in numero par: ergo per quartam huius illi impares numero pares simul additi constituunt iteque parē: quod est totum propositum.
- 11 **¶ Si impar in imparem ducatur: qui producet erit impar.**
¶ Nam multiplicat impar per diffinitionem toties erit in producto quoties unitas in multiplicata impari. at in illo unitas est in numero impari. igitur per quintam huius illi impares et numero quidem impares simul additi constituent productū imparē: quod est propositum.
- 12 **¶ Quicumque par numerat: cum esse parē necesse est.**
¶ Nam par numeras per diffinitionem potest in duo equa diuidi in cuius medietates si numerus secundum quem numerat ducat: per nonam primi eundem productū poucit. at idem numerus in altera medietate ducit productū poucit dimidiū. igitur productus ut qui potest in duo equa parti per diffinitionem est par: quod est propositum.
- 13 **¶ Quicumque imparem numerat: impar est.**
¶ Nam si ponas quod qui eum numerat sit par: per precedentem numeratus erit par: quod est contra hypothesim. qui igitur eum numerabit si quis numeret: erit impar: quod est propositum.
- 14 **¶ Si impar imparem numeret: secundum imparem eum numerabit.**
¶ Nam si impar numeraret imparē secundum parē: ergo alternati per octauam primi par numeraret eundem secundum imparē: quod per duodecimam huius est impossibile. verum igitur propositum.
- 15 **¶ Si impar parē numeret: secundum parē eum numerare conueniet.**
¶ Nam si impar secundum imparē eum numeraret: ergo per undecimam huius totus esset impar. at positus est par. accideret itaque contra hypothesim. relinquetur igitur propositum.
- 16 **¶ Si parē impar numeret: dimidium quoque ipsius numerabit.**
¶ Nam si impar parē numeret: per premissam secundum parē eum numerabit. cum itaque omnis par medietate habeat impar ergo ille per illius medietatem multiplicatus per octauam et nonam primi producet totius medietatem. numerabit igitur impar ille: numerati dimidiū: quod est propositum.
- 17 **¶ Si numerus impar ad aliquem numerum fuerit primus: idem quoque et ad eius duplū erit primus.**
¶ At si impar a sit primus ad b dico ipsum esse primum ad c duplū b. nam si non fuerit primus ad c ergo a et c cōcabunt. erit igitur per diffinitionem numerus cōter numeros a et c numeras: qui sit d. et quia d numerat a et c et c est par et b duplus b. et ideo qui potest in duo equa parti: igitur per precedentem d etiam numerabit d dimidiū c. quare a et b cōcabunt: quod est contra hypothesim. erit igitur a primus ad c: quod est propositum.



f	7		14
	6	sesquifexti.	12
e			n
	5	sesquiquinti.	10
d			m
	4	sesquiquarti.	8
c			l
	3	sesquitertii.	6
b			lz
	2	sesquialteri.	4
a			h
		Dupli	2
I			s

f	7	n	13
e	6	m	11
d	5	l	9
c	4	lz	7
b	3	h	5
a	2	s	3
I			

f	64	n	729
e	32	m	243
d	16	l	81
c	8	lz	27
b	4	h	9
a	2	s	3
I			

b	8	e	7
c	6	f	5
a	4	d	3

c	13
a	4
d	6
e	7
b	9

a	5
c	4
d	2
f	3
e	2
I	
b	

C Si dispositozum ab vnitate numerozū secundū naturalem seriem: omnium dupli sumantur: proueniēt omnes pares ab vnitate: eruntq; parium eodē ordine sumpte que et numerozū ab vnitate dispositozū proportiones. 18

C Dispono numeros ab vnitate secundū naturalem seriem vnitas a b c d e f: quoz per ordinē sumo duplos g h i k l m n o. dico primo oēs pares ab vnitate vsq; o esse acceptos. secūdo q; proportiones sunt numerozū ab vnitate dispositozū: vt a ad vnitatē: b ad a: c ad b: d ad c: e ad d: f ad e: tales esse per ordinē in ordine partium: vt h ad g et lz ad h: r l ad lz et ita ceterozū. Primū patet. nam primo duplos esse pares manifestū est cum quilibet eozum in duo dimidia que equa sunt diuidi possit. Et q; nullus alius ab acceptis sit par certū est qz talis nō haberet mediū in numeris: q; si haberet vllū coincideret cū aliquo assignatozū. certū est ergo oēs pares fuisse acceptos. Secundū patet. nā que proportio a ad h: ea est vnitatis ad g. ergo pmutati per tertiā secūdi q; proportio a ad vnitatē: ea est h ad g. Itē que b ad lz: ea est a ad h. ergo p eandē q; b ad a: ea est lz ad h. et ita p eandē consilr pcedet r totū firmū pcludes ppositū.

C Si numerozū ab vnitate naturali serie dispositozū: duo r duo continue cōiungatur fient oēs impares ab vnitate. ipsozūq; impariū proximū quoz: erunt contra se primi. 19

C Disponat ordo numerozū ab vnitate fm eozum naturalem seriem: cōiungaturq; quoz duo r duo proximi. dico primo omnes ab vnitate fieri ipares. scdo vero quozq; duos primos esse contra se primos. Primū patet. nā quicunq; duo primi in naturali serie numerozū p diffinitionē sola vnitate distāt: qre eozū alter est par et alius impar. ipsi igitur simul additi p secundā huius totū constituūt imparē. Sed q; nulla vnitate distātes per cōceptionē igitur dīa quozūcunq; primozū impariū est binarius. at binari⁹ est numerus primus cū a nullo alio nūero preter vnitatē numeret. additus igitur binari⁹ est numerus primus vnitati cōstituet primū imparē numerozū primū: q; quidem binarius numerus primus additus ternario numero etiā primo: per primā tertij cōstituet numerū ad alterum primū. Itē dē r per nonā tertij argumētaberet: r ita de quibuslibet duobus primis ostendet p facile est: qd est ppositū.

C Si numerozū ab vnitate pportionaliū secundus ab vnitate fuerit par reliquos oēs pares esse: q; si idem fuerit impar: reliquos itidem ipares esse necesse est. 20

C Hā si secūdos est par q; numerat ab vnitate scdus nūerabit tertij r tertij quartū: sicq; deinceps quare p vicesimā tertij primū scdus q; est par nūerabit oēs reliquos. sunt igitur reliq; oēs p duodecimā hui⁹ pares qd est ppositū quo ad hoc. et si scdus est impar q; numerat ab vnitate: id ipse in se duct⁹ nūerabit tertij et per vicesimā quintaz scdū tertij fm eundē quartū r ita deinceps. igitur per vnde cimā huius eozum quilibet erit impar: quod est totum ppositū.

C Inter quozlibet duos numeros quoz vterq; par est aut vterq; impar: vnus est medius q; si vnus fuerit medius vtrūq; parē aut imparē esse necesse est. 21

C Hā si vterq; fuerit par: ipsi simul additi p primā huius cōstituunt numerū parē. r si vterq; fuerit impar p tertiā huius idē eueniet. si itaq; illius sumat medietas p scdam partē secunde primi illa erit nūer⁹ a quo illi numeri eq; distābūt p diffinitionē. igitur numer⁹ ille erit inter illos medius. Scdm p nā si inf eos sit medius p primā partē scde primi idē duplicat⁹ est tanq; illi pūcti q; cū sit par eo q; est dupl⁹ si alter eozū sit par: p sextā huius et reliquos. et si alter eozū sit impar p septimā eiusdē r reliquos quod est ppositum.

C Inter parē et imparē vel nullus est medius vel duo: q; si duo fuerint inter eos medij: alterum parē r alterum imparē esse cōiungitur. 22

C Si vnitate distiterit par atq; ipar: inter eos nullus incidet medius. q; si āplius q; cunq; distiterint vt par a et ipar b: dico inf a r b eē duos medios. nā p secundā huius a et b lūcti cōstituūt numerozū iparē vt c. q; per nonā eiusdē diuidi poterit in duos vnitate distātes q; sint d e: quos dico p tertiā primi equi distāre a et b. quare per diffinitionē sunt medij qd est primū. Scdo dico q; si inter a r b sint duo medij alterū esse parē r alterū imparē. nā si duo vt d e interiacēt medij: p diffinitionē vnitate distābūt. quare eozū alter erit par et alter impar. cōiuncti igit d e p scdam huius constituent imparē. at a b cōiuncti per tertiā primi cōstituunt eandē. quare si alter fuerit par per nonam huius reliquus erit impar. et si alter fuerit impar per octauā huius reliquus erit par: quod est ppositū.

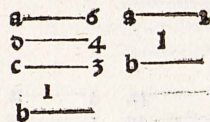
C Inter quēlibet imparē et vnitatem vnus est medius: idēq; est maior ipsius portio. q; si inter vnitatē r ipm vnus medi⁹ extiterit: quēlibet talē numerozū imparē esse pueniet. 23

C Sit a quilibet impar et b vnitas: dico inter a r b esse vnum mediū qui est maior portio a. dico etiā q; si inter a r b vnus sit medius numerū a esse imparē. Primū patet. nā cum a numerus ipar superet b vnitatē in numero parit in c q; est differētia a ad b. et qz c est par diuidat in duo equa d atq; e. capio ergo numerū f cuius e sit differētia ad b: quē dico esse mediū inter a r b. nā q; per conceptionē differētia a ad b cōstituta est ex differētis a ad f et f ad b: differētia a ad b sit c. erit ergo c cōstitutus ex e differētia f ad b eius dimidio et d altero eius dimidio: quare d equalis e differētia est a ad f. est igitur

f medius inter a et b. et cū a addat unitatē super c differentia eius ab unitate b: et e similitur unitatē super c: erit a constitutus ex portionibus e. f. at f qui est medius numerus maior est portio et minor. constat itaq; inter imparē et unitatē esse unū mediū: eundēq; esse iparis maiorē portione et minorē. Scdm siliter. nā si inter a et unitatem b sit f medius: per diffinitionem a ad f et b ad f equales sunt dñe sed cū per pceptiōem differentia a ad b pposita sit ex differentijs a ad f et b ad f. illa cū in duo equa diui di possit: erit par. at illam numerus a unitate supat. a igitur per diffinitionem est impar. qđ est scdm et totum ppositum.

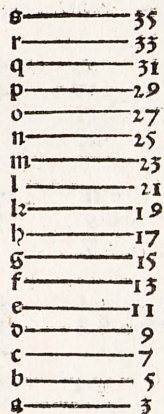
24 **¶** Inter parem et unitatem vel nullus erit medius: vel duo minorq; paris dimidium. qđ si inter ipm et unitatem duo fuerint mediij: cum esse parem necesse est.

¶ Sit a quilibet par / et b unitas: si a sit par prime sequēs unitatem cū sola unitate distent: inter a et unitatem nullus erit medius. qđ si āplius unitate distent: dico pmo inf a et b duos eē medios / minorēq; esse paris dimidiū. Scdo qđ si iter a quēcunq; nūerum et b unitatem duo mediij pstituerint: a eē parem. p̄imum ostēditur. nam a paris: ab unitate b differentia est impar. qđ ideo p parem et imparem unitate distātes per nonam huius partiri potest. partiatur itaq; illa dñā in duas tales portiones. tūc capio c numerum: cuius quidē minor portio sit differentia ad b. per pceptiōem maior portio erit differentia a ad c. at maior portio minorē unitate supat. capio ergo numerum p̄tinue sequentem c qđ sit d. differentia enī a ad d: minor erit unitate differentia a ad c. quare differentia a ad d et c ad b sūt equales. sunt igitur c et d mediij inter a et b. et quia per scdm p̄imi c est medietas d et dñe c ad b simul iūctoz: et d et dñā c ad b equatur a: cū d et dñā c ad b addant unitatem a ad c et c ad b. est igitur c: minor medioz medietas paris a. et hoc est p̄imum. Scdm declaratur. nam si inter a et unitatem b: sint duo mediij vt c d: quoz c sit minor / et d maior: dñā c ad b minor est unitate dñā ipius c ad a. eaz igit vna est par / et alia impar. addite igitur simul per scdm huius pstituit numerum imparem: qui per pceptionem est differentia a ad b: cui siqđē addideris unitatem: pstitues a. est igitur a par. quod est scdm.



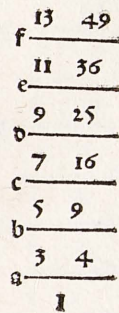
25 **¶** Si impares oēs ab unitate disponantur et totidem post quēlibet sumātur: quotus ipse ab unitate fuerit: extremū ab illo numerari pueniet. et item totus ab illo quotus ipse a primo idē a pmo nūerabitur: sicq; deinceps. oēs q; in medio relictī erunt primi.

¶ Sint a/b/c/d/e/f/g/h/k/l/m/n/o/p/q/r/s impares ab unitate psequēter dispositi: et quotquot vl tertius voles. dico p̄imo qđ si accepto a qđ ternari⁹ est p̄imo ab unitate impare: quotus ipse ē ab unitate totum imparem post ipm accipias vt d: id est tertium: a ipm numerare. et si totum itez post d accipias vt g: itez a ipm numerare. et si totum post g vt l: itez a ipm numerare. et ita psequenter. Scdo: medios oēs vt b/c/e/f/h/k: et ita cōsequēter ad a esse p̄imos. p̄imum p̄z. nam qđ ternarius s̄ius est ab unitate: tres post accepti impares et ipse: sunt quattuor. quare inter a ternarium et d tertium post ipsum sunt b et c duo impares mediij: et tres differentie equales. impartum enī p̄tinue ordinatoz ad impares: differentia est binarius: dñe scz totidem quot sunt unitates in illo. sed tota dñā d ad a per pceptionem bis repetitam: pponit ex illis tribus differentijs. igitur a in vnam illaz ductus: pducit totam. at ipse toti differentie additus: pstituit d. igitur a numerat d. et siliter ostēdit a numerare g. sunt enī quinq; inf mediij impares et sex binarij dñe equales: duple qđē tribus p̄imis. et dñā g ad a ē pposita ex illis sex. ergo a per vicessimātertiam p̄imi illā numerabit. at a toti dñe g ad a ē additus pstituit g: a igit numerat g. et siliter nūerabit l. qđ dñā l ad a erit tripla dñe d ad a. p̄siliterq; nūerabit o. qđ differentia quadrupla. et hūc in modum psequēter. Scdm p̄z. nam p̄mo a non nūerabit b: qñ quidē detracto a de b. per duodecimam p̄imi a nūeraret binarium differentiam residuā maior scz minorē. qđ est impossibile. neq; p idem nūerabit c. nam ipō subtracto d c nūeraret differentiam c ad a. que cū sit binarius bis sumptus: si subtrahatur ab illa dñā numerabit residuū dñam scilz dñe qđ erit unitas: maior scilz minorē: et numerus unitatem. qđ est impossibile. Ita quoq; pbabis e et f et reliquos intermedios eē p̄imos ad a. nam si a nūeraret e: subtraha e ab g. et qđ a numerat g vt ostēsum ē / et e per hypothesim numerum subtractum: ergo per duodecimam p̄imi numerat dñam e ad g: que ē pstituta ex duobus binarijs. qđ nuper mōstratum est impossibile. Siliter si numeraret f subtraha f ab numero g: et res: duus erit binarius vt notum est: et a numerat g et detractum f: ergo nūerat residuum qui est binarius maior minorē. qđ est impossibile. Et ita p̄ba b nūerare g/n/s: sed intermedios oēs esse ad b p̄mos. et c nūerare l et s et inf medios ad ipm esse p̄imos. habebisq; p̄simili vbiq; argumentatiōe ppositum. atq; ita habeb impares relictos qđ post aliquē toroz toti non veniunt: oēs p̄ tridecimā hui⁹ esse p̄mos.



26 **¶** Si ab unitate impares coaccruētur: qui pueniet erit quadratus.

¶ Sit unitas: et suo ordine psequētes impares a/b/c/d/e/f. dico unitatem et a pstituerē quadratum. Item unitatem a et b pstituerē quadratum: et unitatem a b et c. et ita psequēter quotquot sil aggrega ueris. diuido enī a p̄imum imparem in duas portiones unitate distātes: et certū est maiorē distare unitate ab unitate et minorē unitate ē equalem: quas vno ordine situo iuxta primam unitatem certū est duos esse ordines ab unitate sumptos vsq; ad duos unitate distātes (unitatem enī hīc nomie nūeri censemus) ergo per tricesimātertiam sexti unitas et due ille portiones aggregate pstituit quadratū. at due ille portiones equatur impari unitatem sequēti. unitas igitur et a impar sequens simul iuncta: pstituit quadratum. Item resoluta a in unitatem et binarium: cum binarius sit dñā b ad a: b resoluē per nonam huius in duas portiones: quaz vna erit binarius et alia binario unitate maior: id est equa a. qđ cū prima unitate statuatur vno ordine iuxta portiones a. tūc erit duo ordines ab unitate ad nūeros vsq; unitate distātes dispositi: ergo per eādem tertiam et tricesimā sexti illi simul aggregati pstituit



quadratum. at unitas cū portioibus b & portioibus a equatur unitati a et b simul: igitur unitas a & b sūt aggregata p̄stituit quadratū. Si t̄c si diuidas c in duas portiones unitate distātes: cū c sup̄et b solo binario maior et̄ portio sola unitate maior erit maiore portione b / & minor eūlis maiori. statuā ergo eas iuxta portiones b. et t̄c erit duo ordines ab unitate vsq; ad nūeros unitate distātes dispositi. ergo illi sūt aggregati per eādem tricesimātertiam sexti efficiēt quadratum. at unitas et ille portiones sūt equatur unitati a / b / & c. igitur illa simul aggregata silit̄ p̄stituit quadratum. & ita de quolibet alfo argumētābere: ordinādo portiones unitate distātes vt inceprum est p̄ duos ordines. Nā quia sequēs impar ab inferiore sp̄ binario distat: ideo eius mior portio maiori inferioris equabit: & maior sequēt̄ eādem inferioris maiorem unitate sup̄grediet̄. sicq; clarum habebis p̄positū. Et ex hac cognoscat qd̄ in tertio auditōis p̄fice ex p̄thagoza adducit aristoteles suis quadratis p̄sequēter adiuctos impares nunq̄ mutare sp̄em: sed sp̄ q̄dratos relinq̄re. hincq; impares quadratoz gnomonas appellari.

¶ Si pares ab unitate sibi coaceruētur: coaceruatus ab oibus erit altera pte lōgioz. 27

f	12	6	n
e	10	5	m
d	8	4	l
c	6	3	k
b	4	2	h
a	2	1	g
	2 3 4 5 6		

Dispono pares ab unitate a / b / c / d / e / f: & quotquot voluero: dico q; a & b simul: eē altera pte lōgioz et a / b / et c. silit̄ a / b / c / & d. et ita p̄sequēter. nam ipsos p̄ equalia diuido: quoq; vnas medietates hinc et alias illinc ordino. et quia p̄ decimāoctauam huius illi erant dupli numeroz ab unitate feratim p̄cedentiū: ordines illi ab unitate fm̄ naturalem numeroz seriem p̄cedunt: ergo per tricesimāquartam sexti: duo prima media & duo secūda simul coaceruata p̄stituit altera parte longiozem. at illa equant a & b simul & p̄ eādem tricesimāquartam duo tertia media cū medijs prius positis cōstituit altera pte longiozem: et illa equatur a b et c: et ita p̄sequēter. sicq; constat p̄positum.

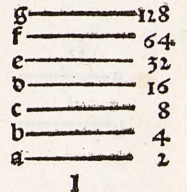
¶ Si dispositis imparibus ab unitate duo primi postunitatem p̄iugant: ac post illos tres: post quos x̄o quattuor sicq; deinceps scdm̄ naturale numeroz augmentum: qui p̄ducētur erunt cubi. latuq; cuiuslibet p̄iunctoz imparium numerus. 28

	29	125			
h	25	5			
	25				
	23				
	21				
	19	64			
g	17	4			
	15				
	13				
	11	27			
f	9	3			
	7				
	5	8			
e	4	2			
	3				
	1				
b	19	p	5	q	4
l	17	r	2	s	1
g	16	b	3		
m	15	a	2	a	2
n	13	l			1
		t	11		

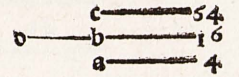
Disponātur ab unitate impares: p̄m unitas p̄ se que est cubus & cubi ei: latus. deinde primi duo impares vt a. post quos tres sequēs p̄ se vt b. post quos quattuor vt c. dehinc quinq; postea sex. et ita p̄sequēter fm̄ naturale augmentū numeroz dico duos p̄mos aggregatos facere cubum: cuius latus est numerus imparium: id est binarius. Silit̄ tres alios p̄gregatos cōstituire cubum: cui latus est nūerus illoz impariū p̄iuctoz. i. fnari. et ita deinceps. capio primo alique nūerum fm̄ que sumitur impares ad cubum p̄stituendū: sitq; p̄mo par vt c: cuius quadratus sit g. qz eni c per p̄ceptiōem totus est ab unitate quota p̄ eius est unitas: erit vt ipse et unitas et omis infra eum numeri vt a et b tot sint numeri quot in ipso sunt unitates. et cū numeri fm̄ naturale nūeroz augmentum sint capti: ipse totus erit parium quot sub ipso sūt impares unitatem eni imparem voco: tot igitur impares sub eo sunt q̄t in eius dimidio sunt unitates. disponātur ergo duo ordines ab unitate: quoq; vnus terminetur in c / & alter in b: sitq; b minor c unitate. quia enim per tricesimātertiam sexti illi simul aggregati p̄stituit quadratum: cuius latus est c. qui qd̄ quadratus positus est eē g & c ē par: quare p̄ decimā huius / & g eius q̄dratus est par. Et hinc q̄q; euenit vt medietas c cū b & inferioribus b sit tanq̄ medietas q̄drati g. ideo quot unitates in b et inferioribus eius et dimidio tot erit impares vsq; g: q; numeris p̄ ordinē dispositis qlibet par tot impares sub se hēat: quot in eius medietate p̄tinet unitates. Sumo item tot impares vltra g: quot sunt unitates in reliqua medietate c: sitq; vltim⁹ h. erit ergo h totus imparium ab unitate quot unitates sunt in c & in inferioribus eius: sed prius sumptozum imparium vltim⁹ vt k totum ab unitate eē manifestum est. erit igitur k idem cū h. et qm̄ imparium fm̄ se sumptozum medietas est supra g sumpta: reliqua medietas erit infra g locata. et q̄a g per scdm̄ primi duoz circūstantium p̄rimozū est medietas: vt in figuratiōe l et m. et per eādē duoz alioz vt h et n medietas. et ita quotq̄t fuerint. ergo adiunante vndecima primi eueniet vt numerus ex illis imparibus aggregatus sit tanq̄ numerus ex c imparium nūero in g p̄ductus. erit igitur p̄ductus ex illis imparibus cubus atq; nūerus imparium latus eius. qd̄ est p̄positū quo ad hoc. Sit scdo b numerus impar aliquoz imparium fm̄ quem p̄stituēdus est cubus: cuius quadratus sit f. quia eni b est impar: igitur p̄ vndecimam huius & f est impar. diuido eni f in duas portiones inaeuales & unitate distātes p̄ decimānonā huius quaz maior sit p / et minor q. quia eni f numerus impar sup̄fluit fm̄ numeroz seriem absq; pari hinc fiet vt quoties unitas in p totus imparium sit f ab unitate: et quoties unitas in q tot sint pares sub ipso. cōstituo itaq; duos ordines: primum ab unitate vsq; b / et scdm̄ ab unitate vsq; a. sitq; b maior unitate a. et intelligo b diuisum in duas partes unitate distātes: qz est impar. quaz maior sit r / et minor sit s. per tricesimātertiam sexti: illi aggregati p̄stituit quadratū: cuius latus est b. ille aut̄ quadratus positus est f. quare adiunante eadem a cū suis inferioribus & r maiore portione b: tot cōtinent unitates: quot & continētur in p. sunt igitur tot impares supra f: quot unitates in s. sit ergo vltimus t. quia eni f totus erat imparium ab unitate quot sunt unitates in a in inferioribus & in r. ergo t totus est imparium ab unitate: quot sunt unitates in b & in oibus suis inferioribus. sed & sumptozum imparium vltimus totus erat ab unitate. q̄re t est illoz vltimus. numeri igit b: assignatoz imparium tot sunt supra f quot infra eritq; f illoz medius. oēs igitur per idem qd̄ prius cū f p̄numerati: erunt in f. q̄tum ip̄e per numerum oim: id est b multiplicatus. et qm̄ b in se p̄ducit ip̄m f / manifestum est b in ip̄m p̄ducere cubum: cuius latus est ip̄e b numerus assignatoz imparium. sicq; totum constat p̄positum.

¶ Numeri ab unitate dupli: sunt pariter pares tantum.

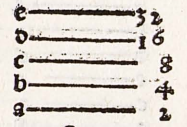
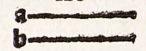
Ordinētur ab unitate oēs p̄sequēter dupli: dico eos oēs esse pariter pares. et nullos p̄ter eos esse pariter pares. cum ei duplus unitate sit binarius qui est par / & secūdus illoz numeroz ab unitate



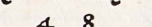
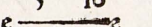
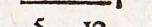
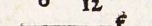
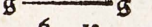
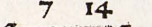
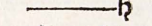
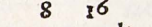
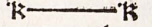
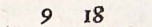
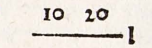
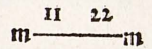
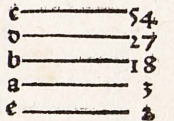
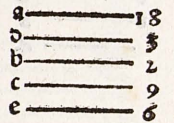
I



128



I



pproportionalis: p viceſimam huius oēs alij ſunt pares. et cū binarius ſcōs ab vnitate ſit nūerus p̄muſ: ergo per viceſimā ſextam quarti quicūq; aſſignabit eo facto vltimo: nullus ip̄m numerabit niſi aliq; in ordine illoꝝ parium añcedētiū poſitus. quare cū quilibet erit par quē nullus impar p̄ter vnitatem nūerat: p̄ diffinitōem q̄libet eoz erit pariter par. at q̄ nullus p̄ter eos ſit pariter par p̄z. nam ſi detur alius: diuidat per mediū: et ei⁹ medietas p̄ mediū. et ita donec occurrat q̄ nō poſſit āplius diuidi. qui ſi fuerit impar qm̄ p̄ viceſimā tertiam p̄mi nūerabit extremū: non erit nūerus datus pariter par/ q̄lis ponebatur. ſi aut̄ fuerit vnitas: qz eius duplum fuit binarius: ipſe erit de numeris ab vnitate duplis.

30 **¶ Si pariter par in pariter parem ducatur: p̄ducetur pariter par.**

¶ Sint a et b duo numeri pariter pares: ducaturq; alter in alterum et pueniat c. dico c eſſe numerum pariter parem. Itā ſi c non ſit pariter par: numeret ergo eum quicūq; impar ſi poſſibile eſt qui ſit d. qz ergo d impar numerat c. p̄ductum ex duobus a et b in ſeductis: ergo per quātam tertij d impar cōicat cum altero a aut b. numerabit ergo cōiter quicūq; numerus: d et a aut b. qui q̄a d ponitur impar: per decimā tertiam huius erit impar. numerabit igitur impar a aut b numerum ſc̄z pariter parem. qd̄ eſt impoſſibile. non igitur c numerabit ab impar: qui cū per duodecimam huius ſit par: p̄ diffinitōem conſtat ip̄m eſſe pariter parem. quod eſt propoſitum.

31 **¶ Quicūq; numerat pariter parem: ipſe quoq; eſt pariter par.**

¶ Sit a pariter par: quē numerat b quicūq; numerus: dico b eſſe numerum pariter parem. nam ſi b eſſet nūerus impar cū poſitus ſit numerare a: non eēt a nūerus pariter par. quod ē p̄tra hypotheſim. erit igitur b numerus par: qui ſi non fuerit pariter par numerabit eum aliquis impar. quare et item impar p̄ viceſimā tertiam p̄mi numerabit a numerum pariter parem. qd̄ eſt impoſſibile. manifeſtum eſt ergo nullum imparem numerare b. quare per diffinitōem eſt pariter par.

32 **¶ Si ſumatur quotlibet nūeri pariter pares ab vnitate p̄cedentes: oēs et vnitas cum eis coaceruata numerum p̄mo pariter par: vnitate minorem efficiet.**

¶ Sit vnitas: et a/b/c/d/e ordine p̄cedētes pariter pares: dico q̄ vnitas a b c d ſit aggregata p̄ſtituit numerum vnitate minorem e. nam p̄ viceſimā nonam huius quilibet ſequētiſ eſt duplus p̄cedētis: q̄re ſequens eſt tanq̄ p̄cedens duplicatus. At a ſecūdus ab vnitate ſupat eā vno: quare vnitas et a minus ſunt vno q̄ ipſe a duplicatus. ergo min⁹ vno q̄ b. quare vnitas et b minus vno q̄ b duplicatus: ergo q̄ c. q̄re vnitas a b et c minus vno q̄ d. q̄re itē vnitas a/b/c/et d ſimul minus vno q̄ e. qd̄ eſt p̄poſitū.

33 **¶ Omnis numerus cuius medietas eſt impar: eſt pariter impar.**

¶ Sit numerus par a: cuius medietas ſit c numerus impar et b binarius: dico a eē numerum pariter imparem. nam q̄a c eſt medietas a: ergo b binarius numerabit a ſcōz ſe. dico ruruſum q̄ quicūq; alius par numerabit a ſcōm imparem ip̄m numerare. et eſto vt e alius par ip̄m numeret ſcōm d: dico d eſſe imparem. nam q̄a qd̄ ſit ex d in e eſt a/e et qd̄ ex b in c ſiſit eſt a: ergo p̄ viceſimā quātam ſecūdi q̄ p̄portio d ad b ea eſt c ad e. ergo p̄mutatim que d ad cea eſt b ad e. at cū oīs numerus par alius a binario fiat cōtinue addēdo binarium p̄mo ad binarium et deinde ad ſuū p̄cedentem: binarius ergo oēm parem numerat. b ḡ numerabit c: quare et d numerabit imparem. c eſt ergo d per decimā tertiam hui⁹ impar. quicūq; ergo par numerat a ſcōm imparem eum numerat: quare p̄ diffinitōem a eſt pariter impar. quod eſt propoſitum.

34 **¶ Si impar in numerum pariter imparem ducatur: qui pueniet erit pariter impar.**

¶ Sit a numerus impar: b x̄o pariter impar: et c numerus p̄ductus ex a in b. dico c eē numerum pariter imparem: ſit enī d medietas c cū c per duodecimam huius ſit par/ et binarius. q̄a e in d facit c et ſiſit a in b facit e ſcōm c: ergo p̄ viceſimā quintam ſecūdi que p̄portio e ad a: ea eſt b ad d. quare permutatim que p̄portio e ad b ea eſt a ad d. ſed e binarius impariter eſt in b: cū b ſit pariter impar. ergo et a impar eſt impariter in d. nūeratq; a nūerum d ſcōm imparē. ergo p̄ vndecimam hui⁹ d eſt impar et c per p̄cedentem: cū eius medietas d ſit impar: erit pariter impar. quod eſt propoſitum.

35 **¶ Numeris paribus ab vnitate diſpoſitis tertius a p̄mo: atq; ab illo tertius: vno q̄q; intermiſſo oēs a p̄ius ſumptis tertij: ſunt pariter impares tm̄.**

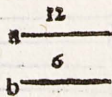
¶ Continuētur pares ab vnitate: ſintq; a/b/c/d/e/f/g/h/k/l/m: et ſic p̄ ſequēter. dico tertij c/ et e/ et i/ ab illo: et g/ ruruſum ab hoc tertium et ita deinceps vno ſp̄ intermiſſo eē pariter impares. Itā p̄ decimā octauam huius illoꝝ parium medietas ſunt numeri ab vnitate naturali ordine diſpoſiti: quoz vnus eſt par/ et alius impar alternatim poſiti. p̄mi ergo parium. i. binarij qm̄ medietas eius ē vnitas que potētia ē impar: erit et potētia pariter impar. ſecūdus x̄o ab eo nō erit pariter ipar: qz eius medietas eſt par. At c tertius et quit⁹ et ſeptimus et nonus erūt pariter impares per p̄nultimam huius cū eoz medietas ſint impares. qd̄ eſt p̄poſitum quo ad hoc. Itēq; alij pares quicūq; erūt pariter impares: qz eoz medietas ſunt pares ſicq; par vt binarius eos ſcōm parem numerabit: quare p̄ diffinitōem non erunt pariter impares. quod eſt totum propoſitum.

36 **¶ Numerorum pariter imparium continue ſumptozum: equales ſunt differentie.**

¶ Hoc enī ideo eſt q̄ ſi oēs pares p̄tinue ſumant: erit oīm illoꝝ eadem d̄ ſia. nā binarius. Sūptis igit̄ ſm̄ exigētiam p̄cedētis paribus et p̄tinue pariter impares vno intermiſſo: erunt per p̄ceptiōem eoz differentie ex differentijs ipſoz ad medios compoſite: quaz cū media ſint equalia/ et tote per p̄ceptiōem erunt equales. quod eſt propoſitum.

Numerus a duobus non duplus cuius medietas est par: est impariter par.

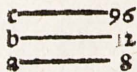
37



Sit a quilibet nūerus par: cui⁹ medietas b sit par: et non sit a de nūero duplozū ab vnitāte sumptoz. dico a esse numerum impariter parem. Nam cū eius medietas b sit par: non est pariter impar. et cum nō sit de numero duplozū ab vnitāte sumptoz: ergo p^{er} viceſimānonam huius non est pariter par. a ſufficienti igitur diuiſiōe eſt impariter par. qđ eſt p^{ro}poſitum. Sed 7 oſtēſiue ſic. cū medietas a ſit par/ et binarius nūerus par ſcđm eam ipm numeret: per diffiniōem a: non eſt nūerus pariter impar. ſed et cum non ſit de numero duplozū ab vnitāte sumptoz ſi ipſe in duo media diuidatur: et media itez in media. in hac p^{er}tinua diuiſiōe neceſſe ē aliud ab vnitāte occurrere: qđ diuiſionem in duo media ſiſtat. quare numerus ille erit impar. et qz ille eſt pars partis: ergo p^{er} viceſimātertiam p^{ri}mi eſt 7 ps totius. quare per decimāquintam huius ille impar totū ſcđm parem numerabit. et cū par ipm ſcđm parem numeret: ergo per diffinitionem a totus: eſt impariter par. quod itez eſt p^{ro}poſitum.

Ex ductu pariter paris in impariter parem: puenit impariter par.

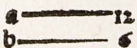
38



Sit a numerus pariter par: ducatqz in b impariter parem et pueniat c. dico c esse nūerū impariter parem. Nam p^{er} hypotheſim a numerus par numerat c ſcđm b qui eſt par. et qz impar numerat b cum ſit impariter par: adē impar p^{er} viceſimātertiam p^{ri}mi numerabit c. et non niſi ſcđm parem: alioquin per vndecimam huius c eēt impar. cōſtat ergo p^{er} diffinitionem: c eſſe impariter parem. et p^{ro}poſitum.

Ois impariter par ſit ex pariter pare in pariter imparem. Quo ſit vt oēm impariter parem: numeret pariter par impariter.

39



Sit a quilibet nūerus impar: dico ipz fieri ex pariter pare in pariter imparem. nā medietas a ē par. alioquin a eſſet pariter impar. eſto itaqz b medietas a: ſi medietas b ſit impar: qz b p^{er} triceſimā tertiam huius eſt pariter impar. et cū binarius numeret a ſm b cōſtat pariter parcin numerare a ſm pariter imparem. at ſi b medietas impariter paris a/ ſit par: ſit ea d cuius quidē medietas ſit impar. Ideo d per triceſimātertiam huius erit pariter impar. et p^{er} viceſimātertiam p^{ri}mi numerabit a. ſitqz hoc ſm e: et ſit c binarius. qz b nūerat a ſm c: et d nūerat eūdē ſcđm e: ergo p^{er} viceſimāquintam ſcđi q^o p^{ro}portio b ad d ea eſt ad c. ſed b eſt duplum d: igit 7 e duplū c. quare per decimāoctauam huius e eſt pariter par: et numerat a ſm d pariter imparem. p^{ro}ſtat ergo itez p^{ro}poſitū. et ſi tertius nūerus p^{ri}imum diuiſione facta occurreret pariter impar: accepto penultimo parium loco b/ et eius dimidio loco d 7 e loco c: per eādem viceſimāquintam ſcđi p^{ro}cludes p^{ro}poſitum. et vniuerſaliter quoties hec ſubdiuiſio fiet: toties fiat ab vnitāte parit^{er} paritū duplatio. et ſumpto penultimo parium cū ſuo dimidio p^{er} triceſimātertiam huius 7 viceſimāquintam ſcđi p^{ro}ſiſtē p^{ro}cludes p^{ro}poſitum. Correlatiū patet accepta medietate pariter imparis 7 duplo parit^{er} paris: qui qđē pariter par cū pariter impare nūerat ab impariter parem adiuuante ſp^{er} viceſimāquinta ſecundi.

Si disponātur in longum pariter pares: et in latum pariter impares: qui ſcđm angulares cōuentus p^{ro}ducitur: ſunt impariter pares tm. et ipoz in longitudine quidem eſt ſimilitudo p^{ro}portionum: in latitudine xō differentiarum equalitas.

40

		L o n g i t u d o							
		C o n t i n u e p r o p o r t i o n a l e s .							
L a t i t u d o	P a r i t e r i m p a r e s	26	52	104	208	416	832	1664	
		22	44	88	176	352	704	1408	
		18	36	72	144	288	576	1152	
		14	28	56	112	224	448	896	
		10	20	40	80	160	320	640	
		6	12	24	48	96	192	284	
			2	4	8	16	32	64	
			b	c	d	e	f		
			P a r i t e r p a r e s .						
			L o n g i t u d o						

Disponātur b/c/d/e/f parit^{er} pares ſm longum: et g/h/k/l impariter impares ſcđm latum. Dico p^{ri}mo qui p^{ro}ducitur ex b in g/h/k/l m 7 ex c in e/f/dem: 7 ſiſtē ex d/e 7 f in e/f/dē: eſſe im pariter pares 7 ſolos tales. nam oēs illi ſunt ex ductu pariter paris in pariter imparem. qz per triceſimāoctauam huius quilibet eoz eſt impariter par. et ſi alius eſſet impariter par p^{ro}ter eos qz ex illis parit^{er} paribus ſm ſuā ſerīe ordians 7 pariter imparib⁹ p^{ro}ducitur: ille nō fieret ex pariter pare in pariter imparem. qđ per p^{re}cedentem eſt impoſſibile. ratum eſt ergo qđ dicitur. **S**ecūdo dico oēs in lōgitudine vt oēs in linea g 7 oēs in linea h: 7 ita de reli-

quis/ eē p^{er}tinue p^{ro}portioales. nam qđ a binarius p^{ri}mus pariter parium ducit in g: manifeſtū eſt ſcđm in linea g: qui inde p^{ro}ducitur eſſe duplum ad g: 7 in p^{ro}portioe c ad b. ſed 7 qz b in g facit ſcđm ab ipō g er c in g facit tertium: ergo p^{er} octauam ſecūdi q^o p^{ro}portio c ad b ea ē tertij ad ſcđm. et ita p^{ro}ſiſtē oſtēde de reliquis p^{er} octauam ſecūdi adiuuante viceſima nona huius que b/c/d/e/f continue proportionales eē demōſtrat. Et ex hoc demōſtrare p^{ro}ptum eſt p^{er} viceſimāſextam ſecūdi qđ ſit ex duci vnus medioz in ſextū eſſe q^o ſit ex ductu circūpoſitoz vni⁹ in alterū. et p^{er} viceſimāquintam eiūſdē quod ſit ex ductu vnus medioz in alium: tm eſſe q^o ſit ex ductu circūpoſitoz 7 equalit ab eis diſtātium vnus in alterum. **T**ertio dico oēs numeros ſm latitudinem in vnaquaqz lineaz ab g incipētes et ad m in latum euadentes: equales h^{ab}ē differentias. qz enī in prima linea que eſt pariter parium vſte p^{er}tinue ſunt equales: ſtatim per triceſimāſextam huius eſt cognitū. Sz qz ſecūde linee numeroz eqles ſint differentie/ declaraf. nam p^{er} nonam p^{ri}mi tm eſt qđ ſit ex b in g 7 in differentia h ad g q^o ſit ex b in h. addit igit qđ ſit ex b in h ſecūdos ſz impariter parium ſecūde linee ſup eo quod ſit ex b in g

pmo scz impariter parium eiusdem lineae: tm q̄tum est quod fit ex b in differentiam g ad h. et quia itez per eandem nonam primi tm est quod fit ex b in h et in differentiam k ad h: q̄tum qd fit ex b in k. addit igitur qd fit ex b in k sup eo qd fit ex b in h scz tertius impariter parium sup secundum: q̄tum est qd fit ex b in differentiam k ad h. sed differentia k ad h tanta esse pbata est: q̄ta differentia h ad g. est igitur ealis dria illoz impariter parium. et ita psequeter p nonam de reliquis expedies. Et ex hoc facile demostabile est p scdam pmi q̄ qlibet illoz duplatus tm est: q̄tum duo circūpositi p̄iucti. et p tertiaz eiusdem primiq̄ duo medij p̄iucti tm sunt: q̄tum circūpositi/et equali intervallo ab eis distates pariter accepti.

41. **Quaecunq; numerat impariter par: idem etiam est impariter par.**

Sit a quicūq; nūerus impariter par: qui numeret b. dico b esse impariter parem. Nam quia a par numerat b: ergo per duodecimam huius b erit par. quo fit vt quoties a numerat b: toties medietas a numeret medietatem b. sed medietas a cū sit impariter par est par. igitur p duodecimā huius et medietas b est par. sed et aliq; impar numerat a numerum impariter parem: igitur idem numerabit b p vicissimātertiam p̄imi. est igitur b per diffinitidē numerus impariter par. quod est propositum.

	48
b	—
	12
a	—

42. **Si pariter impari impariter par: siue pariter par sup binarium p̄iugatur: p̄positus erit pariter impar.**

Sit a quicūq; pariter impar: cui adiūgat b quicūq; imparit̄ par aut pariter par sup binariū: sitq; c compositus. dico c esse pariter imparem. nam qz a est pariter impar: ei^o medietas est impar. et quia b est impariter par: per tricesimāseptimam huius: eius medietas est par. medietas igitur b et medietas a simul p scdam huius p̄stituūt numerum imparem. at numerus ex medietate a et medietate b p̄stitutus: est medietas compositi c. igitur per tricesimāseptimam huius c est pariter impar. et ita argumētābere si pariter impari additur numerus pariter par sup binarium. quod est propositum.

c	—
a	—
b	—

43. **Si pariter impares nūero pares p̄iugant̄: p̄posit^o erit pariter par vlt̄ imparit̄ par.**

Nam quia cuiuslibet illoz medietas est impar: per quartam huius compositi medietas erit par. non est igitur compositus per tricesimātertiam huius: pariter impar. quare a sufficiētī diuisione erit aut pariter par/ aut impariter par. quod est propositum.

e	—	48
d	—	18
c	—	14
b	—	10
a	—	6

44. **Si pariter impares numero impares coniugant̄: componetur pariter impar.**

Nam quia cuiuslibet illoz pariter imparum medietas est impar/ et sunt in numero impar: igitur per quintam huius illoz medietates coaceruate p̄stituūt numerum imparem. p̄positi igitur medietas est impar. ergo per tricesimātertiam huius: compositus est pariter impar. quod intenditur

d	—	30
c	—	14
b	—	10
a	—	6

45. **Si diuersi pariter pares qlibet supra binarium sibi coaceruetur: ex ip̄is cōstitutus erit impariter par.**

Sint a/b/c/d quotlibet nūeri parit̄ pares supra binarium et d maximus: sitq; e duplus ad d: sitq; f p̄positus ex a/b/c/d. dico f eē impariter parem. nam qa a b c d sunt pares: p primam huius f est par. et qz sunt a b c d pariter pares supra binarium: eoq; medietates sunt numeri pares. addite ergo simul per primam huius p̄stituūt parem. et qz p tricesimāscdam huius a/b c d simul aggregati minus sunt q̄: ergo f est minor e. at e est p̄mus pariter par post d: igitur f non est pariter par. et cum eius medietas sit par: ergo per tricesimāseptimam huius: est impariter par. quod est propositum.

f	—	120
e	—	128
d	—	64
c	—	32
b	—	16
a	—	8

46. **Pariter impares fm datū nūerum parem inuenire: qui p̄iucti faciāt parit̄ parem.**

Sit primo a nūerus par fm quem iubemur parit̄ impares tales qui p̄ponūtur inuenire: q̄ et idem a sit pariter par. quot ergo sunt vnitates in a: tot p̄tinuo pariter impares ab vnitate quoz medietas sit b: c: sitq; d p̄imus ascēdendo pariter par. et si inter c et d sit itez aliq; pariter impar: circa d hinc et inde sumo pariter impares fm dimidium a: itavt oēs sint sumpti fm numerum a. sintq; inferiores: c g/ et superiores e f. quia enī d est par/ et nō est parit̄ impar: per tricesimāquintam huius p̄imi pares hīc et inde g et e sunt pariter impares. quare g et e equalit̄ distant a nūero d. et qz silit̄ p eādē vno pari infposito post e seq̄tur f: et vno interposito post g seq̄tur c. etiā equidistant hīc et inde c et f ab numero d. ergo p scdam p̄mi g et e simul sunt duplum pariter paris d. quare p vicissimānonam huius g et e silt̄ sunt pariter par. et p eādē scdam p̄mi c et f simul: sunt duplum d eiusdeq; pariter paris. sunt igitur pariter impares simul sumpti fm numerum a scz g/e/ et c f quadruplum d: et duplū duplo ad d. quare p vicissimānonam huius c/g/e/f simul sunt parit̄ par siue sunt tm̄ q̄tum qd fit ex a pariter pare: in d pariter parem. quare p tricesimam huius: q̄ inde p̄ducitur est pariter par. quod itez est propositum: quo ad hoc. At si a non sit pariter par: capio quēcunq; numerum pariter parem vt a alterū: qui vltro/ citroq; hēat pariter impares: vt b/c/d/e. et sumo duplum a: q̄ sit g. qui etiā per vicissimānonam huius est pariter par. sintq; f/h sui circūpositi pariter impares. deinde capio l duplū g: qui etiam est pariter par. et k/m circūpositos pariter impares. silit̄ capio o duplum l et circūpositos pariter impares n/p et hoc toties eoq; vsq; fiat quousq; habeamus pariter impares acceptos fm numerum datum a: quos quia hīc totidē accepti dico numerum ex b/c/d/e/f/h/k et ceteris sumptis parit̄ imparibus: p̄positū esse pariter parem. et sit q pariter par acceptus duplus ad o. quia enī per scdam p̄mi c d simul: sunt q̄tum g duplum a. et etiam per eādē b e: q̄tum g duplum a. igitur c/d/ et b/e simul: q̄tum l duplū g. sed per eandē scdam p̄mi f h q̄tum l duplum g. ergo b/c/d/e/f/h: q̄tum o duplum l. sed k m: q̄tum o duplum l p eādē scdam. igitur b/c/d/e/f/h k m: q̄tum q duplum o. sed et per eādē scdam n p q̄tum q duplum o. igitur b/c/d/e/f/h k m n p simul: q̄tum duplum q. qui p vicissimānonam huius est pariter par. sicq; constat propositum.

4	f	22
a	—	18
e	—	16
d	—	14
g	—	10
c	—	10
b	—	6
r	—	504
q	—	252
p	—	150
o	—	128
n	—	126
m	—	66
l	—	64
k	—	62
h	—	34
g	—	32
f	—	30
e	—	22
d	—	18
10		16
a	—	14
c	—	14
b	—	10

m	64
l	34
h	32
k	30
g	18
e	16
f	14
a	6
d	10
b	8
c	6

¶ Scdm datum parem: pariter impares sumere: q̄ impariter parem ꝑiuncti ꝑstituāt. 47

¶ Sit a datus numerus par fm quē iubear sumere numeros pariter impares: qui ꝑiuncti ꝑstituāt numerum impariter parem. sumo b/e/h/ꝑtinue numeros pariter pares post binarium fm medietatē nūeri a circa quos sint c/d fg kl circūpositi pariter impares. dico d fg l parif impares fm nūerū a sumpros: simul iunctos ꝑstituere numerum ipariter parem. et sit m duplum h qui etiā ꝑ viceſimam nonam hui⁹ est pariter par. quia enī per ſecūdam ꝑmi c d simul sunt tm̄ q̄tum e duplum b: et ꝑ eandē fg q̄tum h. et lz l q̄tū m. erūt c d f g lz l ſil q̄tum tres pariter pares e h m ꝑtinue ſumpti post binariū. at e h m ſimul ꝑ quadrageſimam quintā huius ꝑstituūt impariter parem: igitur et c d f g lz l ſimul. q̄d est ꝑpoſitum.

k	88
h	72
g	56
f	40
a	3
f	128
e	64
d	32
g	96
c	20
b	12

¶ Impariter pares quotlibet reperire: qui coaceruati faciant pariter parem. 48

¶ Sit ꝑmo a nūerus datus par fm quē ꝑpoſitū est impariter pares reperire: qui coaceruati ꝑstituāt pariter parem: iuenio ꝑ q̄drageſimā ſextam hui⁹ totidem parif impares q̄ coaceruati ꝑstituāt nūerū pariter parem: qui ſint b c d e. et duco aliquē pariter parem in quēlibet eorū: ꝑueniāt fg h lz totidem qui ꝑ triceſimā octauā huius erūt imparif pares. at ꝑ nonam ꝑmi idē est q̄d ſit ex illo parif pare in b c d e: et in ꝑpoſitum ex b c d e. at cōpoſitum ex b c d e per hypotheſim est pariter par: ergo ꝑ triceſimam huius quod ſit ex pariter pare in b c d e est pariter par. illud autē est cōpoſitū ex impariter paribus fg h lz fm datum nūerū inuētis. est igitur effectū q̄d ꝑponebat̄ quo ad hoc. **¶ Sit ſecūdo vt a ſit impar ſc̄dm quem ꝑpoſitum ſit reperire impariter pares qui cōſtituūt pariter parem** ſumo per immediate moſtrātū impariter pares ſc̄dm parem minozem vno a: qui aggregati ꝑstituāt pariter parem: ſint ꝑ b c. ſint ꝑ pariter par ex b c coaceruatus. ſumo ꝑ tertiu pariter parem ab ipō: e quidē medio parif pare in ꝑpoſito. et qz differētia f ad d cōſtat ex differētia d ad e q̄ est d pariter par ꝑ differētia e ad f que est e pariter par: cum ſp ſequens ſit ꝑcedētis duplus. ergo ꝑ quadrageſimam quītā huius dñia f ad d est impariter par. ſit ergo dñia illa g. dico ergo b c g eē impariter pares qui ꝑſtitur. nam b c ſimul ſunt d quibus additus impariter par g tm̄ facit ſicut f. nam erat differētia d ad f. at x̄o f est nūerus pariter par. conſtat ergo totum ꝑpoſitum demōſtratum.

m	104
l	72
k	56
h	40
g	26
e	128
d	18
c	14
b	10
f	4

¶ Ex dato nūero: imparit̄ pares ex quibus ꝑiunctis impariter par efficiā inueſtigare 49

¶ Sit ꝑmo datus nūerus par qui ſit a ſc̄dm quem iubemur impariter pares inueſtigare: qui ꝑſtici ꝑstituāt impariter parem. inuenio totidem pariter impares ꝑ quadrageſimā ſextam hui⁹ qui cōſtici ꝑstituāt pariter parem: ſint ꝑ b c d e. capio g ꝑxim pariter imparē poſt e. qui qz ſolo quaſnario diſtat ab e: manifeſtū est b c d g ſimul plus eē pariter pare b c d e ſimul ꝑ minus duplo b c d e ſimul. quare ꝑ viceſimā nonam huius: aggregatus ex pariter imparibus b c d g nō est pariter par. et cū ꝑ ꝑimā hui⁹ ſit paridem erit a diuiſiōe aut pariter impar aut impariter par. duco ergo f nūerum quēcūqz parif parem in b c d g: ꝑueniāt h lz l m: totidē quot vnitates in a: qui ꝑ triceſimā octauam huius ſunt impariter pares. at aggregatum ex h lz l m tm̄ est q̄tum q̄d ſit ex f in b c d g ſimul ꝑ nonam ꝑmi. at ſi b c d g ſimul ſunt pariter impar: ꝑ triceſimā octauam huius: aggregatus ex h lz l m erit impariter par. et ſi b c d g ſit impariter par: idem accidet ꝑ quadrageſimā ꝑimā huius: ſicꝑ ſp̄ habebitur ꝑpoſitū. **¶ X̄o ſi a ſit numerus impar: ſumo totidem pariter impares: qui aggregati ꝑ quadrageſimā quartā huius erunt parif impar.** quos multiplico ꝑ quēlibet pariter parem: ꝑueniēt totidem impariter pares ꝑ triceſimā octauam huius. et qz ipi impariter pares ſimul tm̄ ſunt q̄tum quod ſit ex illo parif pare in aggregatum ex pariter imparibus qui moſtratus est pariter impar. ergo ꝑ triceſimā nonā erit aggregatus ex impariter paribus impariter par. quod est ꝑpoſitum.

¶ Quotlibet impariter pares: ꝑ pariter pares ſup binarium: ſil iuncti: pariter parem 50

¶ Nam oīm medietates pares ſunt. at ipē ſimul: ꝑpoſiti medietatem ꝑstituūt: ergo ꝑ ꝑimam huius cōpoſiti medietas est par. non est igitur cōpoſitus pariter impar. a diuiſiōe ergo aut est pariter par/ aut impariter par. quod intendebatur.

f	128
e	64
d	32
c	20
b	128

¶ Pariter pares ꝑ impariter pares q̄tlibet inueſtigare: q̄ ꝑiuncti parif parem cōſtituāt. 51

¶ Sit a numerus datus ſc̄dm quē debemus aggregare pariter pares ꝑ impariter pares qui ꝑstituāt parif parem. capio totidē imparif pares qui ꝑ quadrageſimā octauā huius ſimul cōgregati cōſtituāt pariter parem: ſint ꝑ b c. et ſit parif par quē ꝑſtituūt d. capio totidem ꝑtinue parif pares ſupra d q̄ ſint e ꝑ f: certū est e eſſe duplum d et f duplum e. dico ergo impariter pares b c ꝑ totidē pariter pares d ꝑ e ſimul ꝑſtituere pariter parem. Nam qz b c ſimul ꝑſtituūt d: ergo b c ꝑ d ſimul ꝑſtituūt e duplū d ſed et ꝑ idem b c d et e ſimul cōſtituent f duplum e. at f est pariter par: igitur totidem pariter pares et totidem impariter pares quota ꝑſtituūt pariter parem. quod est ꝑpoſitum.

b	3
f	128
l	1008
l	1004
l	502
h	256
g	12

¶ Scdm datū numerum pariter pares reperire: qui cū quotlibet impariter paribus 52

¶ Sit datus numerus a: ſc̄dꝑ quē iubeamur reperire pariter pares: qui cū quotlibet imparif paribus vt ſumptis ſc̄dm b ꝑſtituant numerum impariter parem. ſumo ꝑmo ꝑ quadrageſimā octauam huius impariter pares ſc̄dm b qui ſil ꝑſtituāt pariter parem: ſint ꝑ c d e ꝑ ſtituant f pariter parem. ꝑ ſumo pariter pares poſt f ſc̄dm a nūerum datū q̄ ſint g h lz l quos dico cū impariter paribus c d e ꝑſtituere impariter parem. nam qz c d e ꝑſtituūt f: ergo c d e ꝑ f ꝑſtituūt g duplū f. et c d e ꝑ g nūerum h duplū g. ergo c d e ꝑ g plus ꝑſtituūt q̄ duplum f: ꝑ minus q̄ duplū g. et ita argumētare ꝑſequēter c d e et h

plus p̄stituerē q̄ duplū g r minus duplo h. et similif c d e g r l plus p̄stituerē duplo h et minus duplo l sicq̄ deinceps. quare c d e g h l simul p̄ vicefīmānonam huius non p̄stituet̄ pariter parem. ergo p̄ quinquagesimam huius c d e g h l simul p̄stituit̄ impariter parem. quod est p̄positum.

53 **Om̄nis numerus primus: est diminutus.**

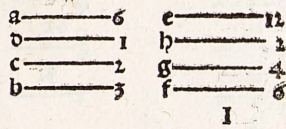
¶ Nam oīs numerus solam partem habet vnitatem: que vt certum est minus eo p̄stituit. est igit̄ oīs talis per diffinitionem diminutus. quod est p̄positum.

54 **Quilibet pariter par: diminutus esse p̄batur.**

¶ Nam per vicefīmānonam huius oīs talis est de duplis ab vnitare sumptis: quē p̄ vicefīmāfextam quarti nullus nūerabit nisi aliq̄s in illo ordine sumptus. at p̄ tricesimāscōdam huius oēs in illo ordine sūt aggregati p̄cedētes min⁹ illo p̄ficiūt. cōstat igit̄ p̄ diffinitionem illū esse diminutum. qd̄ est p̄positū.

55 **Oīs quem numerat numerus aut abundans aut perfectus: vt abundet necesse est.**

¶ Sit a nūerus p̄fectus aut abūdans: habēs tres ptes b c d eadēq̄ scōdam / tertiam / r sextam: ducat̄ q̄s a in quēcunq̄ numerum vt in c r pueniat e. erūt p̄fices tres ptes q̄ sint f g h. eadēq̄ scōda tertia sexta. quia q̄ p̄portio b ad a ea est f ad e: ergo p̄mutatim b ad f vt a ad e. Itē c ad a vt g ad e: ergo p̄mutatim c ad g vt a ad e. Itē d ad a vt h ad e: ergo p̄mutatim d ad h vt a ad e. erunt ergo tres numeri b c d ad totidem f g h in eadē p̄portioē vt que est a ad e. ergo p̄ vicefīmāsecūdi b c d simul ad f g h simul sūt in eadem p̄portioē q̄ a ad e. tunc sic. b c d simul ad f g h simul vt a ad e: ergo p̄mutatim b c d simul ad a vt f g h simul ad e. ergo si b c d simul abūdāt sup a: et f g h sūt abūdabit sup e. et si b c d p̄ficiūt p̄ficiunt a: itidem r f g h p̄ficiūt p̄ficiēt e. at si f g h p̄ficiūt p̄ficiūt e: cum e p̄ceptioem habeat aliam partem ab ip̄o denoiatam que est vnitā: ea si qd̄ p̄dicti adiuncta facit totum abūdare sup e. erit igit̄ quicūq̄ talis quem numerat aut abundans aut p̄fectus: abundans. quod est p̄positum.

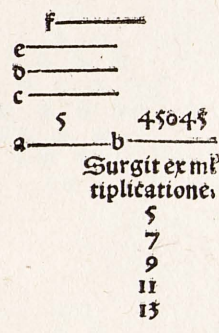


56 **Quicunq̄ perfectum numerat: est diminutus.**

¶ Nam si is qui numerat p̄fectū diminutus non sit: a diuisione erit aut p̄fectus aut abūdans: qui si est p̄fectus aut abūdans p̄ precedentem ille quēcunq̄ nūerat est abūdans at ponitur p̄fectus. non est igitur p̄fectus aut abūdans. relinquit̄ igit̄ quēadmodum p̄ponitur eē diminutus. qd̄ est p̄positū.

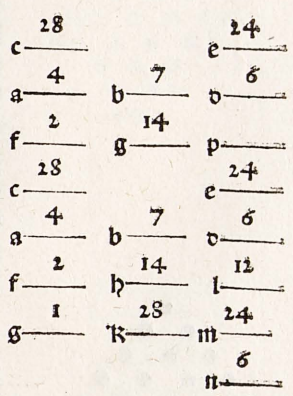
57 **Numerum imparem abundantem inuenire: cuius sumptaz partiū maxia: a posito impare denominetur.**

¶ Nec videtur supponere aliquem imparem eē abundātem: qd̄ r verum est. Sit ergo a impar positi⁹ qui maxiam partium sumptaz imparis abundātis denoiare debet et b quicunq̄ imparium abūdans qui si sit minor a: duco ip̄m in aliquē imparem donec eueniat impar maior a qui p̄ quinquagesimam quitam hui⁹ erit abūdāns. si aut̄ sit maior a: non quero aliū. et ita sit in p̄posito. deinde sumo impares denoiāntes quorū volo supra a: ita vt a sit denoiatiū minus. alioquin x̄itatem p̄positio h̄re nō posset: sint q̄s c d e et duco a in c r pueniet impar p̄ vndecimam huius r d in p̄ductum: r e in vltimum p̄ductum: et ille vltimus p̄ductus p̄ vicefīmātertiam primi h̄bit ptes denoiātas ab a c d e. de cū duco in ip̄m totum: b. sitq̄ p̄ductus f qui p̄vndecimam huius erit impar: sed et p̄ quinquagesimāquintam huius erit abūdāns. q̄a b est abundans r habet ptes denoiātas p̄ vicefīmātertiam p̄mi ab a c d e r b. et q̄a p̄tiū assumptaz ps denoiāta ab a habet minorem denoiationem: q̄r positus est a oīm denoiāns minimus per p̄ceptioem ps denoiāta ab a est oīm sumptaz sc̄s scōm a c d e r b maxia. qd̄ est p̄positū.

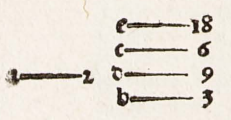


58 **Si aliq̄s in nūerū primū ductus p̄fectū numerum p̄duxerit idem in eo minorem et se non numerantem ductus: p̄ducat numerum abundantem.**

¶ Sit b numerus p̄mus: r a ductus in b. p̄ducat c q̄ sit nūerus p̄fectus: sitq̄ d minor b nec numeret a et ducatur itēz a in d r pueniat e. dico e esse numerum abundātem. nullus enī in alium ductus nūerabit c: quoz̄ alter non numeret a. vt si f in g p̄ducat c: intelligo f primū / a scōm / b tertium / r g quartū p̄ vicefīmāquintam secūdi f ad a vt b ad g. sed r per quartā tertij b numerat atēz. at cum b maior sit a / et g maior f vt supponit̄: b nūerabit g. q̄re r f nūerabit a. p̄stat q̄ nullus in aliū ductus nūerabit c quoz̄ alter non numeret a. et ideo si a eēt primus non haberet c nisi a r b r vnitatem ptes suas: et a r b vnitare distarent. at nulli sunt primi vnitare distātes nisi binarius r fnarius: cū oporteat alterū eoz̄ esse parem / r atēz imparem: et oīs alius par a binario / sit compositus. quicūq̄ igit̄ sumeretur sub b aut eēt a aut ip̄m nūeraret. alioquin dicātur non distare vnitare sola vt f et p: qui in se faciunt p̄fectū. non habebit ptes q̄ nisi e f r vnitatem. at p̄ductus ex illis toties habet in se maiorē e quoties vnitare est in f. at vnitare r simul minus faciūt q̄ e aliq̄t̄ies sumptus: ergo f r e r vnitare non p̄stituit̄ p̄fectū. erit ergo a p̄positus. sint ergo eius partes f r g: que p̄ vicefīmātertiam primi numerabunt c. numerēt ergo ip̄m scōm h r l. et eadem partes p̄ idem etiā numerabunt e: sitq̄ scōm l r m. eritq̄ per septimam secūdi ter repetitam c ad b h k: sicut e ad d l m. cum ergo c supet b r h in numeris a f g: supabit etiā e numeros d l: sitq̄ id in numero n. quē dico eē minus q̄ a f g. qd̄ sic ostenditur. q̄r c ad b h: sicut e ad d l. ergo vt c ad e totus ad totum: et b h ad d l detractus ad detractum. ergo residuus a f g: ad n residuum vt c totus ad e totum. at c maior est e: igitur r a f g maior n. igitur a f g partes itidem e addite ad d l: plus faciunt q̄ e. est igitur e numerus abundans. quod erat demōstrandum.



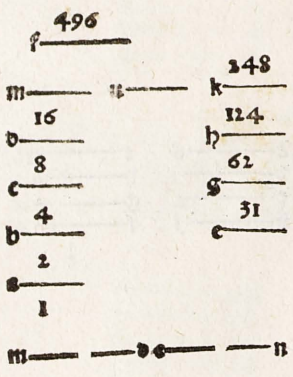
59 **Si numerus in alium ductus perfectum vel abundantem p̄duxerit: in quēlibet ab eo numeratum ductus abundantem producet.**



Sit a quicūq; numerus qui in alium ductus vt b pducat e numerum pfectum aut abundātem: et b numeret d dico q a ductus in d pducat nūcrum abundātem. nam quia p septimam secūdi q pportio b ad d ea est e: sed b per hypothesim nūerat d: igitur et c numerabit e. c autē positus est pfectus aut abundans. igitur p quinquagesimā quintam huius et abundabit. quod est propositum

Cum dispositi fuerint ab vnitāte nūeri pariter pares qui pūcti fecerint numerum primum: extremus in illum ductus pducat numerum pfectum.

Sit vnitāte: et a b c d continue dupli: qui p vicesimā nonam huius erunt pariter pares: et coaceruatus ex eis et vnitāte sit e qui ponat esse primus et d extremus parium ducat in e oim aggregatum et pueniat f. dco f eē numerum pfectum. manifestum est enī p vicesimā tertiam pmi a/b c d duplos supros oēs numerare f. sit q id scdm e/g h k vt scz d numeret f scdm e: c scdm g: b scdm h: et a scdm k. quoties ergo vnitāte in d toties e in f: et quoties vnitāte in c toties g in f. quare et adiunāte vicesimā secūda scdi et equa pportionalitate quoties a in d toties g in f: et p idem quoties b in d toties h in f. et quoties c in d toties l in f. hinc tote pres sunt e/g h k ad f: qte vnitāte a b c ad d. sed p tricesimā scdam huius vnitāte et a b et c simul min⁹ sunt vnitāte q sit d. que qdē vnitāte est ps d denoiata per conceptiōem ab d. ergo e g h k simul minus faciūt f vna eius pte denoiata a numero d. pars autē f denoiata a numero d: est e. sunt igitur e g h l simul minus f in numero e. at vnitāte a b c et d sunt tanq; e: igitur e g h l vnitāte a b c d simul tm sunt sicut f. si autē f plures partes non habeat: constat p diffinitōem ipm f numerum esse pfectum. sed q nullam aliam habeat declaratur. nam si hoc sit possibile numeret ergo m: numerum f scdm n. qz enī e est pmius qui nūerat f: numerabit ergo per quartam tertij m aut n. quare p vicesimā quintam secūdi reliquos eoz numerabit d. et cū a secūdos ab vnitāte sit numerus pmius: ergo p vicesimā sextam quartj quicūq; nūerat d est aliqs in ordine precedentium: vt cb a. at si sit c nūerat f scdm g: et si b scdm h: et si a scdm l: partes scz ppositas et vt dictum est. constat ergo nullum alium a pōctis nūerare f. quare pōcti sunt oēs sue partes. et ipsi simul mōstrati sunt ipm complere atq; pficere. constat ergo diffinitionem numeri pfecti ei pgruere: ipm q; existerē pfectum. quod est ppositum.

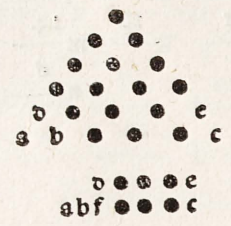


Septimi elementorum Arithmetices Iordani finis.

Ordo numerorum ex vnitātū dispositiōe ppenditur. **E**st autē dispositiō prima in longum tm: altera in longum et latum: tertia xō in lōgum/latum/et altum. **C**uius vnitātum dispositiō in longum tm est: linearis numerus dicitur. **I**n latum disponūtur supficiales linearibus vndiq; pclusi: quoz vnitātes directe et ad se et ad alias equales habent distantias. **Q**d sit dupliciter scz vt vt vnitātes vnitātibus directe adaptētur: vel eaz inuallis opponātur: ita vt singloz ordinum termini in lateribus reliquis excipiātur. **I**n altum xō dispositiō solidozū est: coaptatis insir: ul supficialibus: ex quoz lateribus directe sibi appositis solidozū supficies erecte constituūtur. **N**umerozum in superficie dispositozum: quidam sunt triangulares tria habentes latera: alij quadrilateri: alij pētagoni: alij pluriū laterum. **Q**uadrilaterozū autē quidam latera opposita habēt equidistātia: quidam minime. **N**umerozum autem quoz latera opposita sunt equidistātia: alij oia latera habent equalia et tetragoni dicūtur. alij siquidē latera habent vnitāte distantia et parte altera longiores vocātur: aut amplius et dicūtur anlōgiores. **N**umeroz in altū ppositoz diuersas esse bases cōtingit: quozūdā triangulas/atq; quadrāgulas: et ita de ceteris. **H**ozum oim quidam habent latera simul applicata: et dicūtur pyramides. quidam habent latera: que et si insimul tendāt: non tm pueniūt: et curte pyramides appellanf. quidam habent latera equidistātia et equaliter erecta: qui supiozem et inferiozem supficiem habent similes. **I**stozū quicūq; habent basim triangulam: ferratiles vocanf: q quadrangulam et ipsi in longum/latum/et altum equaliter distēduntur: cubi dicūtur. quicūq; xō bases habuerint pentagonas hexagonas siue pluriū laterum: et latera equidistantia erecta: colūne nominentur.

Dis numerus triangularis: tria habet latera equalia. **U**n manifestum est quēlibet triangularem ex numeris ab vnitāte ordine cōtinuo dispositis: esse compositum: atq; latus trianguli esse seriei numerum.

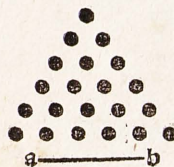
Sint a b c vnitātes basis trianguli: a b pxi: et a c extremitates. dico ergo q in secūdo ordie cuius exti emitates sunt d e: erunt pauciores vnitātes. nam si totidem fuerint in ordinibus a c et d e: latera a d et c e erunt equidistātia. qm vnitātes in vtrozq; ordine equalitē distāt: sicq; non cōcludent triangulum. pauciores ergo erunt in ordine d e. et qm qrtum distat a ab b tm distat a ab d et c ab e: ergo ponitur f tota ab c quora d ab e: distabit f ab d qrtum c ab e. et ideo qrtum a ab d. si ergo f non fuerit pxi post a sed fuerit b vnitāte media: cū distent a ab d qrtum a ab b: erit longitudo inter a et f qta inter a et d et inter f et d vt amplius: sicq; vnitātes et ad se invicem et ad alias non equales seruabūt distātia. quod est impossibile. **O**rdo ergo d e minor est ordine a c vnitāte. et eadem rōne sp ordo sequens minor vno



¶ precedēs donec extremū sit vnitas, et qz ideo totidem erunt ordines quot in base sunt vnitates: p3 retroagendo vnitate esse primū potentia triangulū cui due adiuncte secundū claudunt triangulum: cui secundo tres addite facient tertiu: qz semper est vnitate maior precedētī. et ita cōsequenter scdm naturalem numerozū progressum sicqz ppositio z correlariū nota sunt.

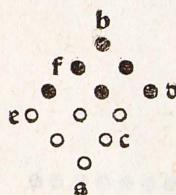
2 **¶ Si a quolibet triangulari numero latus suum detrahatur: relinquetur triangulus ipsi descendendo proximus.**

¶ Triangulus triangulo descendēdo proximus: est cuius latus latere alterius est vnitate minus. a triāgulo ergo a b substracto latere a b: dico qz relinquit triangulus ipsi triangulo a b descendēdo proximus nā qz triāgulus a per pcedentē habet tria latera equalia: et sequētia sola vnitate vincentia. substracto ergo latere a b erūt reliqua latera vno cōtractioza. s3 z qz vnitatū ordines fm vnitate semp decrefcūt p3 per correlariū precedētis restidū esse triāgularē. z qm latus eius vnitate vnici a latere triāguli a b cognitū est: patet relictū triāgularē esse proximū descendēdo triāgulo a b: qd est ppositū.



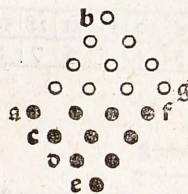
3 **¶ Omnis triangularis duplicatus: parte altera longiorem efficit.**

¶ Sumātur a et b duo triāgulares equalēs: adiciatqz lateri c trianguli a d extrema vnitas triāguli b. itidē lateri f triāguli b adiciat e extrema vnitas triāguli a: sientqz duo latera vnitate quolibet latus a triāguloz a et b superātia. et si addis aptasqz hoc pacto medios ordines vnus mediis ordinibz alterius: sient per tertiam primū cōpositi ordines sibi mutuo et extremis ordinibus e f et c d equalēs. verbi cā vt si ordinē sequentē latus c addis adaptasqz ordini sequenti vnitate d. qz enī per correlariū prime huius ordo sequens latus c tantū distat ab c qm ordo sequens vnitate d distat ab d. ergo per tertiam primū illi simul iuncti equātur ordini c d. et ita de aliis mediis ordinibz si qui medijs relictī sunt tunc ergo cōpletus erit quadrāgulus cuius latera opposita erunt equalia z ob hoc equidistātia. vt qz latus e f equale esse mōstratū est lateri c d et medijs: ergo vnitates lateris b d equidistābūt vnitatibz lateris a e. z similiter qz latus b d equatur lateri e a. nā sunt latera trianguloz equalium et medijs ordinibus: latus e f equidistābit lateri c d. z qz latera b d et e a opposita z equidistātia sunt latera trianguloz assignatoz: z duo reliqua e f z c d similiter opposita z equidistātia quozum quolibet reliquo aliozū vnitate sunt maiora. patet p diffinitionē totā figurā a b d e ex duobus equalibus triāgularibz cōstitutam (quare z ex triāgulari vno duplicato) esse altera parte longiorē: quod est ppositū.



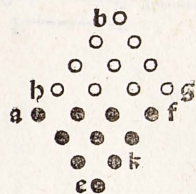
4 **¶ Cuiuslibet altera parte longioris: medietas est triangularis.**

¶ Hec est cōuersa precedētis. Sit altera parte longior quicunqz a b e z vnum eius longius latus a b. dico eius medietatē esse triangularē. de latere enim longiori a b detraho vnitate a et de c secundo ordo dunc duas: de d tertio tres: de e quarto quattuor. z si plures sunt tot cōsequenter auferā quotus ordo ille fuerit ab vnitate: per correlariū prime huius totus detractus vt a e f est triangularis. et per idem qz continue minus vno relinquebat vsqz ad vnitatem: relictus est triāgularis. sed et qz detracti latus e f equatur restidui lateri g b. nam latus g e superabat latus g b vna vnitate: sed z g e superat latus f e vna vnitate. equantur igitur g b et f e: quare z reliqua vnus reliquis alterius cum per primā huius omnis triāgularis sit equalis z totus trigonus a e f toti trigono a b g equalis. est igitur datus altera parte longior in duas medietates diuisus quaz quelibet est triāgularis: quod est ppositū.



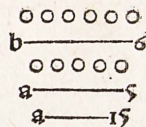
5 **¶ Quilibet duo triangulares proximi: tetragonum constituunt**

¶ Sit vt in precedētī a b g e quicunqz altera parte longior qui per eandem diuidatur in b g h et e a f duos triāgulos equalēs. erit vt a e sit latus triāguli e a f et latus b a altera pte longioris z suū oppositū e g maius latere a e z sequētibz ordinibz vnitate ammoto ergo latere a e remanebit b h equale lateri h l: h g et g b. z ideo quattuor illa latera adinuicē distantia: quod ergo per diffinitionē relictum est: est tetragonus. sed z ammoto latere a e ab trigono a e f per secundā huius relinquit triangularis triāgulari a e f proximus: quare z triangulari h b g sibi equali proximus. constat ergo tetragonus h l g b ex duobus proximis triāgularibus: quod est ppositū. ¶ Potest quoqz et id esse notum quod tricesimo quinto capitulo sue Arithmetices diuus affert Seuerinus omnē tetragonū si ei proprium latus adiciatur aut ab eo detrahatur altera parte longior fieri. Nam cum tetragonus omnis vndiquaqz latera equalia possideat: si cuipiā vnum iatus adiciatur efficiuntur latera vnitate distantia porro si latus vnum a quopiam detrahatur: relinquetur latera vnitate distantia: quare vtrobiqz facti erunt altera parte longiores. Quo fit iterū vt proximi quicqz altera parte longiores a medio tetragono equali differentia distent. Nam equali latere substracto z addito.



6 **¶ Latere pposito numeri triāgularis summā inuenire. Unde manifestū est si datus sit numerus impar summā triangularis prouenire si paris proxime maioris subduplum in ipsum imparē ducatur. et si numerus sit par: summa triangularis proueniet si paris medietas in imparē ducatur proxime maiorē.**

¶ Sit a datū latus cuiuslibet numeri triāgularis cuius summa querit: duco a in b proximū numerū maiorē z per diffinitionē proueniet altera parte longior cuius b maius latus erit vnitate maius a mī



noze latere et latere trianguli cuius summa peti. per quartam ergo huius summa trianguli petiti est medietas altera parte longioris inuenti: sicq; constat. ppositum. ¶ Correlariu ex demonstratione conclusionis adiuuante decima primi notu est. et hec cu correlario suo praxim pgressionis demonstrat.

¶ Omne perfectum est trinum.

¶ Ternarius totus est religione sacer et a Pythagorice Magis et Sacerdotib⁹ olim in arcanis mirum in modum veneratus. et Aristoteles Pythagoricor⁹ symbolis insisens corporea magnitudinem ipsumq; vniuersum perfectu astruit q; ipsum trinu sit in uero trinu est: qz ipsum perfectu est qd prio Pythagoras copert in numeris: numerozq; mysticis. hic ergo suscipi demonstrandum omne numerum perfectu esse trigonum. Nam per tricesimam secundam septimi quocunq; neri pariter pares connumerata vnitate coaceruati efficiunt numeru proximo sequente pariter pare: vnitate minore qui quidem proxime sequens pariter par per vicesimanonam septimi est coaceruatoru maximu duplus: quare totus coaceruatus est impar. at per sexagesimam septimi ois numerus perfectus gignitur ex coaceruatione vnitatis et pariter pariū quoties coaceruatus est primus qui vt dictu est p vicesimanonam septimi sola vnitate distat a proximo pariter pari: qui ad aggregatoru maximu duplus est. ergo maximus aggregatoru subduplus paris numeru aggregatoru imparu proxime sequentis: in ipsum imparu ductus: per primam partem correlarij precedentis constituit numeru triangulare. est igitur ois numerus perfectus triangularis atq; trigonus: qd est ppositu. Et eius latus p precedentem et correlariu prime huius erit ille impar ex omnibus coaceruatus.

¶ Omnis numerus par media sui parte multiplicatus tanto minore summa pducit q; omnes summe que in ipso sunt coaceruate: q; tum sua ipsius medietas.

¶ Hec ex analyticis numeroz de popta est. et ex scba parte correlarij superioris conclusionis adiuuante nona primi et coi dignitate: vnitate in quocunq; numeru ducta: ipsum pducere: statim cognita esse pot.

¶ Si sumantur triangulares ab vnitate: duos primos impares et sequentes duos pares atq; ita vicissim duos et duos impares atq; pares inueniri necesse est.

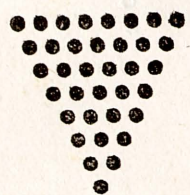
¶ Quia eni per correlariu prime hui⁹ triangulares creatur ex nueris ordine continuo ab vnitate dispositis et vnitas primus est potentia triangularis et potentia impar. addita igitur numero sequenti qd est par constituet p correlariu prime huius fm triangulare et per secundam septimi imparu. erunt ergo duo primi trianguli nueris hoc pacto dispositis ipares. Sed et qz tertius numerus est ipar et cu precedenti triangulo p idem correlariu constituit triangulu et pcedens monstratus est ipar: ergo p tertiam septimi tertius triangularis erit par. et qz quartus ab vnitate nuerus est par qd cum precedenti triangulo pari p idem constituit quartum triangulum. ergo quartus triangularis per primam septimi est par. erunt ergo duo sequentes pares. et iisdem rationibus monstrantur duo sequentes esse impares et vicissim alij duo sequentes pares sicq; sine difficultate certum apparebit ppositum.

¶ Si post vnitatem sumantur numeri triangulares: inter duos et duos disunctim: erunt que inter numeros ab vnitate naturali serie: sumpte proportionales.

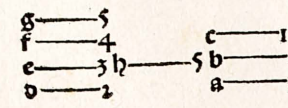
¶ Sit primus triangularis post vnitate a et b c d e f ordine psequentes sitq; vnitas et g h l n neri ab vnitate naturali serie. pcedentes: dico que pportio g ad vnitate ea esse b ad a: et qd h ad g ea esse d ad c: et que l ad h ea esse f ad e. et ita pcedendo in his disunctim: in illis vero coniunctim. nam p precedentem a est ipar b c pares: d e ipares: et f par. sumo eni quattuor pares ab vnitate qd sint g l m et medij inter eos impares sint h n o. et qz g qd est binarius est latus a qd est ternarius. et per correlariu prime hui⁹ h latus b et l latus c et n latus d et l latus e et o latus f: ergo p quartam huius g in h facit altera pte longiore duplu a et h in l duplu b et l in n duplu c et n in l duplu d et l in o duplu e: atq; per eandem in m duplu f. qz ergo g in h et l in h constituant duplu ad a et ad b. erit ergo per octauam secundi vt que pportio l ad g ea sit dupli b ad duplu a: sed et b ad a subduplus ad subduplu per correlariu decimequarte secundi sicut eoz duploz duplus ad duplum. ergo sicut l ad g ita b ad a. et per idem sicut l ad l ita d ad c. et sicut m ad l: ita f ad e. et cu g l m sint sumpti ab vnitate continue pares: ergo p decimo octauam septimi est pportio b ad a vt g ad vnitate et d ad c vt h ad g et f ad e vt l ad h: quod est ppositum.

¶ Si tres continui triangulares statuuntur: qui sub extremis continetur erit altera parte longior: cuius laterum maius erit illorum trium medius.

¶ Sint a b c tres continui triangulares et eoz latera d e f: sitq; vno maius f. dico qd sit ex a in c esse altera pte longiore cui⁹ maius latus erit b. na qz a b c sunt continui triangulares: ergo p correlariu prie huius d e f sunt fm continuam serie numeroz sumpti. et qz per quartam huius d in e constituit duplu ad a ergo si d est par que ad modu hic est: medietas d in e constituit a. et per idem medietas f in e constituit b. et medietas f in g constituit c. si aut d esset impar numeraret a fm medietate et f b fm medietate e. et sic cosequenter fm medietate parium ipares numeraret triangulares. ergo per octauam primi adiuuante correlario decimequarte secundi que pportio f ad d ea est b ad a. et qd g ad e ea est c ad b. et qz a b c sunt continue sumpti triangulares: ergo p correlariu prime huius b superat a q; tum est e. sumo ergo h vno minore b: manifestu est h superare a q; tum est d. et quo abundat c super b est f. et quia b ad a sicut f ad d diam h ad a. et sicut detractus ad detractus: ita residuus ad residuu. erit ergo vt sicut b ad a ita c ad h totus ad totu: quod igitur sit ex a in c p vicesima quinta secundi tm est q; tum qd sit ex h in b. at manifestu est qd sit ex h in b esse altera parte longiore. igitur et qd sit ex a in c. est altera pte longior cuius maius lateru est b illorum trianguloz medius. et ppositum.



1	3	6	10	15	21	28	36
1	2	3	4	5	6	7	8



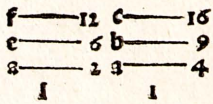
VIII

10 **C** Si sumatur primi post unitatem par et impar : et cōposito ex ipsis minor addatur : itemq; ex his confecto minor adiciatur : erit vt cum primorū primus sit par : sequētes sint impares. tertiorū primus par et sequentes impares ac sic deinceps. duploq; quadrati parium et quadrato extremi impariū : tetragonū triāgulares terminētur.

4	9	25	49	144	289	841	1681
		k	l	m	n	o	p
Q	R	S	T	U	V	W	X
36	1225	41616	1413721				
Tetra gonū tri an gu la res							

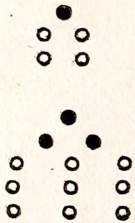
C Sint a et b numeri primi post unitatē par et impar binarius scz atq; ternarius q̄uncti faciāt c cui addito a fiat d. item c et d cōponent e cui addat c et fiat f atq; e et f componant g et e addatur g et fiat h. dico primo a esse parē et b imparē et c d impares. item e parē et f g h impares. a enī esse parē et b imparē est hypothesis. et qz c cōponitur ex a et b: per secundā septimi c etiā est impar. et qz d constat ex a pari et c impari per eandē secundā d est impar. et qz e constat ex c d duobus imparibus e per quartā eiusdē erit par. et qz f constat ex c et impari atq; pari per secundā eiusdē f est impar et per eandē erit g et h impares: qd̄ intendebar. Secūdo dico duplū quadrati a terminare tetragonū triāgularē. Idem id nā qz vnitas duplicata cōstituit a et a bis sumptus suum perficit quadratū: duabus igiſ vnitatibus a distat a suo quadrato et vnicum suscipit mediū scz b: cuius differētia ad a est vnitas. et qz per septimā sexti quo abundat quadratus b super quadratū a est quod sit ex vnitate in b et a simul. sed b et a simul sunt vno maius quadrato a qui duplus erat ad a. igitur quadratus b est vno maior duplo quadrati a. sed et qz duplū quadrati a in quadratū b cum sola vnitate distent. pducit per diffinitionē altera parte longiorē quadratus a qui est medietas in quadratū b per octauam secūdi pducit illius altera parte longioris medietatē. ergo per quartā huius quadrati a in quadratū b producit triāgularē. et qz pducitur ex ductu quadrati in quadratū: ergo per decimāquartam sexti idem erit et tetragonū. effectum est ergo qd̄ dicebar. Tertio dico quadratū d extremi impariū terminare tetragonū triāgularē. sumo enī quadratū c qui sit l et quadratū d qui sit l: dico l duplicatū excedere vno l. nam quadratum c duplicatū per decimāquintam primi est tanq̄ duplū quadrati a et duplū quadrati b. et quod sit ex b in a quater et qz per eandē decimāquintam quadratū d est q̄tum c in se et a in se et a in c bis: sed c in se est r̄tum per eandē q̄tum b in se et a in se et a in b bis. et a in c bis est t̄m per nonā primi q̄tum a in se bis et a in b bis. ergo qd̄ sit ex d in se est q̄tum quod sit ex b in se et quadruplū quadrati a et quadruplum pducit ex a in b. sed cum duplū quadrati c sit monstratū q̄tum duplum quadrati b et duplū quadrati a et quadruplū quod sit ex a in b: et ex secūda parte huius quadrati b excedat vno duplum quadrati a. sit ergo vt duplum quadrati c cōtinens quadratū b loco huius q̄ quadrati d p̄inet duplū quadrati a ceteris omnibus cōsimilibus excedat vno quadratū d. duplū ergo quadrati c in quadratū d per diffinitionē producit altera parte longiorē cuius longius latus excedit vno quadratū d. illius ergo dupli dimidiū qui est quadratus l in l quadratū d producit illius altera parte longioris dimidiū per octauam secūdi qui per quartam huius est triāgularis et cuius latus est l quadratus extremi imparium qui et idem per decimāquartam sexti est tetragonus. et hac ratione de sequentibus molire id quod propositū est ostendere: et omnino constabit propositum.

¶ Si ab unitate continue designentur parte altera longiores et quadrati: duo et duo con- 11
iuncti: triangulares omnes efficient.



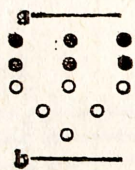
¶ Designo ab unitate a b c quadratos et ab unitate altera parte longiores qui sint d e f: dico quoslibet duos primos quadratos et altera parte longiores simul: constitutur triangulari. nā si fuerit primus quadratus q est unitas et primus altera parte longior qui est binarius manifestū est illos simul additos p correlariū prime huius constitutur triangularē. q si fuerit a secundus quadratus et d primus ab unitate alfa pte longior sūt per vicefimā sextā septimi quadratus a pstat ex iparibus ab unitate scz ex unitate et pto ipari et d est primus par: quare si resoluat a erūt accepti cōtinue numeri ab unitate. p correlariū igitur pme huius pstituit triangularē. et ita ostēde a et e constitutur triangularē resoluta a in suis iparibus p 26 septimi et e in suis paribus p vicefimā sextā eiusdē. et ita de quibuslibet duobus hoc mō sumptis.

¶ Si sumantur triangulares et tetragoni: fuerintq; illi toti triangularium ab unitate 12
quoti isti tetragonozū post unitatem: coniuncti facient numeros pentagonos.



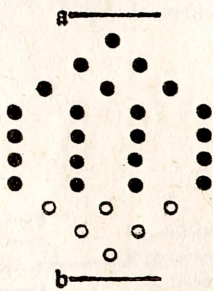
¶ Nam si unitati que est primus trigonus adiungas primū quadratū post unitatē qui est quaternarius fiet pētagonus post unitatē habēs quinque latera equalia. et si capis scdm trigonū ab unitate habebit binariū in latere et secundus tetragonus post unitatē habet ternariū in latere. adiecto ergo latere quadrati fiet per correlariū prime huius triangulus sequēs habens latus trium unitatū et figura pētagona recipiens totidē in quolibet eius latere unitates. et qz semper totus tetragonus post unitatē habebit vno plus in latere q trigonus totus ab unitate: hac rōne de quibuslibet aliis ppositum efficere. et qz latera illozū pentagonozū equalia sunt lateribus tetragonozū datorum: hinc etiā fit vt illi pentagoni toti sint post unitatē quoti et tetragoni. **¶** Et ex hac et vicefimā sextā septimi cognoscit qd diu? Sive rinus asserit boetius: 14 capite secundi sue institutiōis arithmetice: pētagonozū generatiōē nasci ex numeris naturali serie ordinatis quādo cōtinue duo a monade duoz semper in medio facta intermissiōne iunguntur. Nam per p̄sentem accepta unitate que est primus trigonus et quaternario tetragonus duoz in medio binarij scz atq; ternarij facta infmissiōne iunctis: fit secundus pētagonus duo in latere gerēs. At rursus duobus intermissis septenarius acceptus quaternariū includit et binariū. At quaternarius impar vicefimā sextam septimi additus tetragono quaternario: proximū constituit tetragonū et binariū unitati adiectus per correlariū prime proximū unitati constituit trigonum. ergo p p̄sentē unitas 4 et 7 constitunt pentagonū. At rursus duobus dimissis post septenariū accepto denario quī 7 includit sequentē imparē et ternarium: qui septenarius quadrato prioris pentagoni additus p vice fimā sextam septimi succedētem constituit quadratū et ternarius trigono pentagoni adiectus p vicin quum trigonum. erit igitur per p̄sentē numerus ex unitate 4/7 et 10 constitutus pentagonus: et ita de quibuslibet aliis argumentabere.

¶ Si parte altera longior cum toto post unitatem triangulari coniungatur: compo- 13
situs erit pentagonus post unitatem totus.



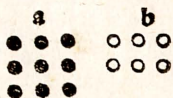
¶ Sit a aliquotus ab unitate altera parte longior vt secundus: cuius ideo minus latus erunt due unitates: sitq; b triangulus totus post unitatē cuius latus ideo erit ternarius et equale maiori lateri altera parte longioris. adiungo ergo maius latus trigoni b maiori lateri altera parte longioris a: et fiet tetragonus sed et illud quod restat dempto maiore latere b per secundam huius est triangulus minor descendendo ergo per precedentem ille cum quadrato ex altera parte longiore et longiore latere trianguli constituto: erit pentagonus: quod est p̄positum.

¶ Quilibet pentagonozū post unitatē cum toto triangulari ab unitate: hexagonum 14
post unitatem simili loco positū constituit: et huiusmodi tetragonicus dicatur.



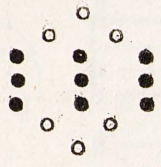
¶ Unitas oīs numeri potestare optinere dicitur cuius equalia latera designatur. hinc ipsa est primus triangulus primus tetragonus pentagonus hexagonus et ita deinceps. et predictozū numerozum primus post ipsam est cuius latus fuerit binarius: et secundus post ipsam cuius latus fuerit ternarius secundus vero ab unitate cuius latus fuerit binarius. et dicitur hexagonus tetragonicus cuius latus est equale lateri medij tetragoni. dico ergo q si capiatur aliquotus pētagonus post unitatē vt a: qui verbi causa post unitatē sit tertius et b totus triangulus ab unitate: dico a cum b constitutur hexagonū post unitatē totum pariterq; et tetragonicū. nam per duodecimā huius quotus pētagonus fuerit post unitatē ex toto post unitatē tetragono constat et triangulari ab unitate toto. ergo equalis triangularis qui est quē p̄pō proponit ex opposito tetragoni latere appositus hexagonū constituit: cuius latus erit equale lateri medij tetragoni. et qz latus eius ē equale lateri medij tetragoni est et equale lateri pentagoni quare et hexagonus totus erit post unitatē quotus et pētagonus. et qz eius latus est equale lateri medij tetragoni est idē et tetragonicus: qd est p̄positū. Ex hac et duodecima huius et correlario p̄me cognoscē promptū est ḡnatiōē hexagonozū eo pacto q docet Boeci? 15 capite sc̄bi arithmetices

¶ Oīs tetragonus cū precedēte altera pte longiore: hexagonū tetragonicū pstituit. 15



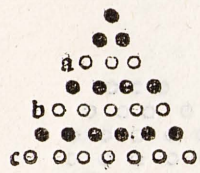
¶ Primus enim altera parte longior post unitatem est qui habet unitatem minus latus et secundus qui h3 unitatē et ita deinceps. et precedēs tetragonū est cuius minus latus est vno minus latere tetragoni qui et post unitatē totus ē quotus et altera parte longior ab unitate. dico ergo quēcunq; tetragonū vt a cū precedēte altera parte longiore vt b constitutur hexagonū tetragonicū. nā p quartā huius altera

parte lōgior b diuidit in duos triāgulares quoz vterq; totus est ab vnitare quotus pte altera lōgior post vnitare: q; latus illozū triāgulozū equale sit minori lateri altera parte lōgioris. quare 7 vterq; totus est ab vnitare quotus tetragonus a post vnitare. vnus ergo illozū trigonozū per duodecimā hui⁹ cū tetragono a cōstituit pentagonū post vnitare totū: sed et per pcedentē idem pēragonus cū altero triāgulari qui est totus ab vnitare pstituit hexagonū tetragonū. a igitur cum b altera parte lōgiorē pcedere cōstituit hexagonū tetragonū: quod erat demōstrandum 7 ppositum.



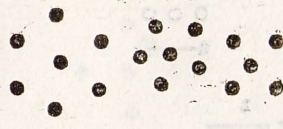
16 **Si disponantur triangulares ab vnitare: tertius atq; vno intermisso a prius sumpto tertius: erit hexagonus.**

Ita per vndecimā huius dispositis ab vnitare pte altera lōgioribus et quadratis si duo 7 duo pium gātur fient oēs triāgulares. ar cū primus triāgularis post vnitare fiat ex vnitare 7 pmo altera pte longiore: scdus triāgularis post vnitare q est tertius ab vnitare fiet ex pmo tetragono post vnitare 7 pmo post vnitare altera pte lōgiorē per eandē vndecimā qui est tetragonū pcedēs. ergo p pcedentē tertius triāgularis ab vnitare ē hexagon⁹. sed 7 eadē rōne q; vno intmīssio tertius semp a qdrato et pcedente altera pte longiore p vndecimā huius nascit: ergo per pcedentē tertius semper erit hexagonus quod est ppositum.



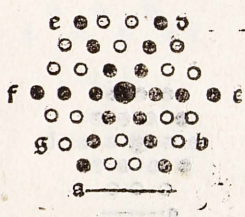
17 **Si sex vnitates vni circūponantur: ita vt illarū adinuicē 7 ad illam eadē sit distātia hexagonum equiāgulū constituent.**

Ita quilibet due illaz vnitātū cum media vnitare triāgulum equilaterū constituunt. fient ergo sex triāguli equilateri quos dico etiā esse adinuicē equiāgulos. nā cum illoz vnitates adinuicē 7 a media distēt vnitare: si vnitates vnus vnitatib⁹ cuiuslibet alterius applicent erunt supra se inuicē apposite et āguli vnus āgulos alterius nō excedēs: quare sex āguli hexāguli erunt equales. erit igitur talis hexagonus equiāgulus qd intēditur. et ita de tetragono equiāgulo 7 pēraaono si placeret ostēdere.



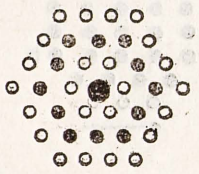
18 **Latere pposito hexagonum equiāgulū constituere.**

Sit a vnitates dati lateris qbus vna plures applico: ita semp augēdo donec tot sint ordines quoz vnitates sunt in latere. fiatq; hoc mō descēdendo donec tot cōpleant ordines quoz vnitates sunt in eodem latere. 7 q; sunt tria latera equalia ascēdēdo et tria similia descēdendo p3 creatū esse hexagonū quē dico equiāgulum. nā medius ordinū semp per vicesimātertīā septimi ē impar q; totus sit a nūero lateris quotus nūerus lateris ab vnitare. habet igit ille maximus numerus vnum mediū. 7 si signas extremitates sex laterum per b c d e f g erit illa media vnitā media ordinis f c: e b: et ordinis d g. q; equalis sunt et ea cōcant. distat ergo equalit ab f 7 c et ab e 7 b et ab d 7 g. quare sex triāguli: scz media vnitā f c: media vnitā e d: media vnitā d c: media vnitā c b: et media vnitā b g: 7 media vnitā g f: adinuicē eqlateri sunt et vt in pcedēti equiāguli. ē igit hexagon⁹ b c d e f g equiāgul⁹: qd ē ppositū



19 **Si cuilibet hexagono equiāgulo totus senarij multiplex addatur quotus ipse est ab vnitare: similem hexagonū prouenire necesse est.**

Si pmo hexagono q est vnitā senarij circūponat per penultimā fiet sequēs hexagonus equiāgulus. nā habēs duo in latere q si eoz interualis que etiā sunt sex: sex aptētur vnitates in eadē distātia: atq; ipsi sex vnitatib⁹ alie sex angularit: fiet sequēs hexagonus equiāgulus habens senariū in latere. 7 vt pcedēs hexagonus scdus erit ab vnitare ita acceptus est totus senarij multiplex: scilz duplus ad senariū qui est duodenarij: cui si rursū circūponas triplū senarij: scz duodeci vnitates in duodeci interuallis et sex ad sex āgulares vnitates efficit sequētē hexagonū equiāgulum quivt in pcedēte probare habet quaternariū suū latus. et q; semp itereualla crescūt in senario tot āgulis semp manētibus apposto sequēti senarij mltiplici semp efficit hexangulū equiāgulum eadem rōne sequētē: quod intendit ppositio.

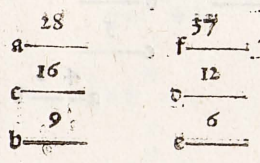


20 **Si ordinentur ab vnitare triangulares et singuli secundū senarium multiplicētur: producti addita vnitare erunt hexagoni equiāguli.**

Si enim vnitare que primus triāgularis est senario multiplices: scdus hexagonus nascitur: qui addita vnitare circūclusa cognoscit 7 equiāgulus. et q; per pcedentē quilibet hexagonus tot addit senarios super pcedentē quotus ipse pcedēs fuerit ab vnitare. 7 qlibet triāgularis p correlariū pme tot hz vnitates supra pcedentē quoz ipse fuerit ab vnitare. ergo si scdus triāgularis q ideo hz duas vnitates supra primū multiplice p sex addet tot senarios supra pcedentē hexagonū qui fuit scdus: quotus ipse scdus hexagon⁹ fuit ab vnitare. ergo p pcedentē erit sequēs hexagon⁹. 7 ita quoz tno triāgulari q addit tres vnitates supra scdus p sex mltiplicato: 7 quolibet alio: addes ex multiplicatiōe tot senarios quozus 7 triāgularis 7 pcedēs hexagonus fuerit ab vnitare: sicq; p pcedentē semp concludes ppositum.

21 **Omnis hexagonus equiāgulus tanto abundat super hexagonum tetragonū similem post vnitare loco sumptū: q; tus est tetragonus ab vnitare similiter dictus**

Sit exēpli cā a quartus ab vnitare hexagon⁹ tetragon⁹ q 7 tertius ē post vnitare: sitq; b totus ab vnitare tetragonus id est tertius: 7 quartus tetragonus c 7 medius altera parte lōgior d. dico tertiu hexagonū equiāgulū post vnitare tantū distare ab a q; tus est b tertius ab vnitare tetragonus. nam per decimāquintā huius c et d cōponunt a: sed 7 q; differētia b ad d per vicesimāquartam sexti est ternarius latus b: 7 differētia c ad d est quaternari⁹ latus c. erūt ergo p secundā primū b 7 c simul maius vno q; duplum d. capio e totum ab vnitare triangularem quotus est b tetragonoz: quia minus latus

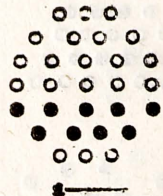


altera parte longioris d est latus b: quodquidē idem est latus e. ergo per quartā huius d erit duplus c: sed r b c mōstrara sunt vno maius duplo d. sunt ergo b c vno maius q̄duplo e: ergo b c d simul sunt vno maius sexcuplo e. at per p̄cedentē e series sumptus addita vnitate tertiū post vnitate creat hexagonum equiāgulum qui sit f. constat ergo f ex b c e d: sed a solū constat ex c d: ostensum est. abundat ergo f hexagonus equiāgulus ab a hexagono tetragonico toto post vnitate q̄tum est b totus ab vnitate tetragonus: qd̄ est propositū. ¶ Animaduerte quēadmodum diuus mōstrat seuerinus heptagonos continue fieri ex hexagonis et inferioribus trigonis duobus equis inferioribus eminus aduictis trigonis. quod r idem euenit si dispositis naturalit̄ numeris: extremi cōtinue quattuor in mediis relictis iungātur. vt secundus heptagon⁹ fit ex senario sc̄do hexagono r vno: p̄mo trigono emin⁹ equali aduicto trigono. qui idē fit ex vno et senario quattuor in medio p̄termittis numeris: r tertius heptagonus fit ex 15 tertio hexagono r ternario sc̄do trigono e regioe aduicto equali trigono hexagoni qui idē fit ex vno senario r vndenario. et hoc pacto in figuratōne r collectione suozū numerozū in ceteris est procedendum.

¶ Supra datum numerum octogonum equilaterum constituere.

¶ Sit a datus nūerus supra quē iubemur octogonū equilaterū cōstituere. p̄cedo ei apponēdo ordines vno semper se excedētes donec totidē sint quot sunt vnitates i latere: erūtq; facta tria latera equalia et maximo ordinī addo ordines equales quousq; tot sint quot sunt vnitates in latere erūtq; facta quāq; latera equalia. deinde ab vltimo ordine p̄cedendo appono ordines cōtinue vnitate minores donec tot sint quot in dato latere vnitates sientq; sic descēdendo tria latera p̄dictis equalia eruntq; simul octo equalia latera atq; octogonus equilaterus cōstitutus: qd̄ erat faciendū. ¶ Alia apud diuū seuerinū octogonoz inueniēdozū ratio modusq; est vt cōtinue ex toto heptagono et sub se trigono surgant. r idē sunt si ex dispositis naturalit̄ numeris cōtinue in medio quinq; relictis: extremi iungātur. vt si 7 sc̄do heptagono iungas vnum primū trigonū surgit octonarius et sc̄bus octogonus. qui idē fit ex vno et septē quinq; numeris binario ternario quaternario quinario senario iterstitibus: dimissis. et si 18 tertio heptagono iungas ternariū: secundū trigonū: fiet 21 tertius octogonus. qui idem colligitur ex 1/7/13/ r hoc pacto in reliquis est procedendum

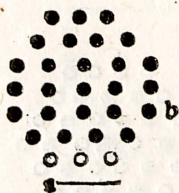
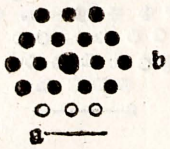
22



¶ Si cuilibet hexangulo equiangulo post vnitate: totus tetragonus ab vnitate cum sequēte altera parte longiore iungatur pueniet octogon⁹ post vnitate sibi loco sumpt⁹.

¶ Sit cuilibet hexagonus equiāgulus cuius latus sit a et maximus ordinū eius sit b qui addat sup a numerū c. qm̄ enim hexagonus datus habet triāguloz in media vnitate cōciantum latera equalia: hinc ordinis b maximū: linea minor est vno: duplo lateris a ergo c minor vno q̄ a. addo ergo ad b ordines equales secundū c. et qz ab a ad b sunt tria latera equalia sicut rursus ab b cum additis ordinib⁹ duo alia equalia quibus addo relictos hexagoni post b: sientq; rursus tria alia reliquis equalia eritq; formatus octogonus. et qz per nonā primū c in b fm̄ ordines additos est tantum q̄tum c in se r in a. at qd̄ in se facit est tetragonus: et quod in a facit est altera parte longior. cum c et a sola vnitate distent: et tetragonus ille totus sit ab vnitate quotus octogonus formatus post vnitatem. nam hexagonus vno maius latus habet latere tetragonis: r altera parte longior sequēs tetragonū. cōstat ergo qd̄ hexāgulo equiāgulo assignato post vnitate: aduictus totus ab vnitate tetragonus cū sequēte altera pte longiore cōstituit octogonū qui cū equalia hexagono latera hēat: totus erit post vnitate octogonus: r propositū

23



¶ Formarū sex equilateraz quālibet fm̄ vnitatū dispōnem figuraliter cōstituere.

¶ Si enim triāgulos tetragonos p̄tagonos hexagonos tetragonicos hexāgulos equiāgulos r octogonos secundū vnitatū dispōnem figuraliter cōstituere desideras: ex prima huius trigonos figurare discis. ex quarta tetragonos: ex duodecima p̄tagonos: ex decimaquarta hexagonos tetragonicos: et ex decima septima r decima octaua hexagonos equiangulos: et ex vice sima secunda octogonos. sicq; per vnum habebis propositum.

24

¶ Latere dato figurarum p̄assignatarū cuiuslibet summā reperire.

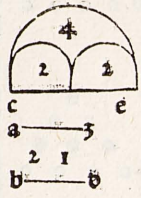
¶ Sit latus datū a qui ponat esse par r medietas a sit b: sitq; c minor vno a r d eodē vno maior. addi toq; c ad d fiat e. r iterū c addito ad e fiat f. et sit r c addito ad f fiat g: ducatq; b in d et sequentes r pueniant h l m. qz enī a in d p̄stituit altera pte longiorē cuius triāgularis lateris a est medietas. ergo p quartā huius b medietas a in d p̄ducit triāgularē lateris a: sicq; h ostēdit summā triāgularis lateris dati. et qz c d simul cōstituit e qui p̄ secundā primū est duplus a. ergo b a e sunt cōtinue. p̄portionales qd̄ ergo fit ex b in e p̄ vice simā sextā secundū est quadratū a. et cū id sit l ostendet l summā tetragonū lateris dati a. r qz qd̄ fit ex b in f per nonā primū t̄m̄ est q̄tum qd̄ ex b in e r in c. et cum c in a cōstituat altera parte longiorē cuius medietas est triāgulus c per quartā huius. ergo b medietas a in c p̄ducit triāgularē cuius latus est c. sed et b in e p̄ducit tetragonū a qui totus est post vnitate quotus triāgularis c ab vnitate. ergo per duodecimā huius b in f p̄ducit totum post vnitate pentagonū. at ille est pentagonus a et productus est l. ostendet igitur l summam pentagoni lateris a. r qz quod fit ex b in g est r̄tum q̄tum quod fit ex b in c et in f. r dictum est ex b in c fieri triāgularē totum ab vnitate quotus est post vnitate pentagonus ex b in f factus. ergo per decimā quartā huius b in g constituet hexagonum tetragonici totum post vnitate quotus r post vnitate est pentagonus at hexagonus ille erit hexagon⁹ a r p̄ductus m̄ monstrat itaq; m̄ summam hexagoni a: lateris assignati. Duceo item c in se r pueniat n qui erit totus ab vnitate tetragonus quotus hexagonus tetragonicus m̄ est post vnitate. addo ergo m̄ et n simul r pueniat o qui per vice simā primam erit hexagonus equiāgulus a. nam totus post vnitate quotus hexagonus m̄. Duceo item c in a: et pueniat p qui erit altera parte longior

25

q — 58	p — 12
o — 37	h — 9
m — 28	g — 14
l — 21	f — 11
k — 16	e — 8
j — 10	d — 5
i —	c — 3



sequens tetragonum c scz n. additis ergo iterum n z p tetragono scz et sequente altera parte longiore hexagulo equiangulo o pycesimãtertia huius puenit octogon⁹ totus postvnitate quotus post vnitate erat hexagulus equiangulus o. quare octogonus prouentis qui sit q erit octogon⁹ lateris dati a atq; summã petitã ostendēs. Sed esto rursus a latus datũ numerus ipar et b c circũpositi pares b minor z c maior et medietas b sit d et medietas c sit e: per secundã primũ d z e simul cõstruent a. addo d super a et fiat f: z super f et fiat g: z duco a in e z pueniat h qui ea ratione qua superius erit triãgularis a. et duco a in se z proueniat l qui erit eius tetragonus et a in f z pueniat l: qui ea ratione qua prius erit pentagonus a et duco a in g z proueniat m qui etiã per decimã quartã huius erit hexagonus tetragonicus lateris dati a: sed et hexagonũ equiangulum et octogonũ a quere vt paulo ante monstratũ est.



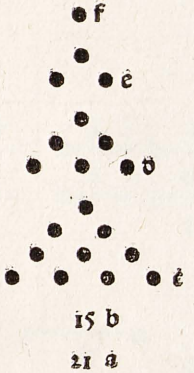
- o — 19
- n — 19
- m — 15
- l — 12
- l2 — 9
- h — 6
- g — 5
- f — 4

26 **Omnis pyramis cui⁹ basis triãgula est: quattuor triãgularibus et equalib⁹ ptinet.**

Itã tres a tribus laterib⁹ basis triãgulares erigũtur q̄ simul applicãtur atq; cõueniunt z basis est quartus triãgularis. Et qm̄ duo et duo latus habent cõmune: erunt omnes inter se equilateri: quare et equales. quod igitur asseritur per definitionẽ ratum est.

27 **Si triãgulares ab vnitate in altum sibi continue adaptentur: proueniẽt omnes ab vnitate pyramides: z cuiuslibet basis erit triãgulozum suozũ maximus.**

Sint a b c d e f ad f vsq; vnitate scz quotlibet sumpti triãgulares cõtinue vno minores q̄ sibi sumt cõ eo ordine aptẽtur applicẽturq;: itã vt b supponat a: et c supponat b: et d ipsi c: z e ipsi d: et f itidẽ ipsi e dico pyramides abvnitate esse sumptas oēs z cuiuslibet basim suoz triãguloz esse maximũ. cum enĩ numeri i li in altũ constituti in vnitate conueniãt per diffinitionẽ constitutũ pyramidẽ: erũtq; p corre lãriũ prime huius oēs ab vnitate sumpti triãgulares. si itaq; vnitate cõsideras eadẽ est et prima po tentia pyramis. si primũ triãgularẽ cuius latus est binari⁹ cũ ipsi supraposita coaptataq; vnitate ap positi appareãt equales simulq; cõueniẽtes triãgulares: erit cõstituta scõa pyramis cui⁹ latus erit se cundus triãgularis. et cũ sint in altũ continue accepti triãgulares erit z tertia pyramis cõstituta cui⁹ latus erit tertius triãgularis: et quarta cuius quartus triãgularis erit latus atq; ita deinceps. sed q; cuiuslibet basis sit suoz triãgulariũ maximus hoc id est q; p precedentẽ basis e triãgularis cuiuslibet triãgulariũ laterum equalis. si itaq; latus sit quintus triãgulus p correlariũ prime huius ex oibus precedẽtib⁹ triãgulis pstitutus ita et basis quintus erit triãgulus z ex oibus inferiorib⁹ cõstitutus qui erit illius pyramidis maximus: et ita de quacũq; alterã sicq; cõstare potest propofitũ



28 **Si cuiuslibet numero equaliũ laterum oēs ab vnitate sibi similes in altũ apponãtur: qui cõponctur erit pyramis basemq; ipsius eãdem esse cõueniet. si vero citra vnitate huiusmodi eiũsdẽ generis formarũ in altum suppositio erectioq; deficiat: quot ab vni tate illius generis relictẽ fuerint: toties curta pyramis nascetur.**

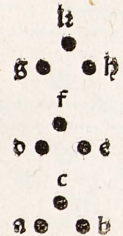
Hec docet tetragonice basis/ pentagone/ hexagone/ heptagone/ octogone/ ennagone/ decagone: et quotquot anguloz volueris eodẽ ingenio quo z precedēs de triãgularibus pyramides formare. nam si hoc pacto tetragoni ab aliquo dato ad vnitate vsq; suppositi aptentur: oĩa latera (que p correlariũ pme huius erũt triãgulares numeri ab vnitate cõtinue sumpti sunt) in vnũ verticẽ concurrẽt totãq; py ramidẽ pstituent cui⁹ basis erit datus tetragon⁹ sup cuius latera sunt erecta latera pyramidis in vnũ cacumen conueniẽtia imo oēs tetragonice pyramides infra illã essent formate. z ita si pẽtagoni hexa goni et sequẽtes hunc in modũ aptẽtur pẽtagonas/ hexagonas/ octogonas/ enagonas: reliquãsq; oēs formabis pyramidas scõa pars statĩ nota est nã si detur quotuscũq; triãgularis vt sextus abvnitate cui supponãtur mō adẽdicto p ordinẽ quitus quart⁹ tertius et scõus. at desit vnitas quĩs latera illi⁹ simul tendãt non tñ conueniũt: ideo figura illa p diffinitionẽ erit curta pyramis. q; si quitus quartus z tertius soli suprapositi in altũ fuissent: defuissetq; duo scõus et vnitas hec biscurta pyramis dicere⁹ q; si omissi fuissent tres diceretur tricurta. et ita quotquot omittẽtũr toties curta dicerẽt. et ita de curris pyramidibus que a quadratis pentagonis hexagonis z sequẽtib⁹ figuris nascũtur sentiendũ est. est itaq; notum quod proponitur.

29 **Si due pyramides quarum bases sunt triãgulares proximi coniungãtur: efficietur pyramis cuius basis erit tetragonus maiori triãgularium equilaterus.**

Itã quelibet earũ erit cõposita ex oibus triãgularibus q̄ sunt a triãgulari basis sue vtq; ad vnitate at basis minoris primus est triãgularis post basem maioris. cõiuncti igit simul p quintã hui⁹ faciũt tetragonũ et scõus vnus z scõus alteri⁹ sequentẽ tetragonũ. et sic eouiscq; dũ extrema vnitas minoris cũ penultimo alterius triãgulari primũ post vnitate cõstiat tetragonũ. vnitas igitur si apponat oēs ab ipsãsq; tetragonos suprapositos habebim⁹ ab illo scz tetragono cui⁹ latus est equale lateri triã gularis basis maioris pyramidis. at per pmissã ex oib⁹ ab vnitate tetragonis cõponitur pyramis cuius basis est quadrãgula z coniuncto: z vltimus tetragonus. effectũ est igitur qd̄ proponebat.

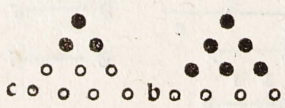
30 **Si quotlibet triãgulares equales in altũ cõponãtur: fiet ex cis numerus serratilis.**

Itã q; equales erunt poterũt directe cõtinue in altum latera vnus super latera alterius aptari applicariq;: vt latus d e supra latus a b z d f: et f e supra latera a c z c b: et latus g h supra latus d e: et latera g l et l h supra latera d f et f e: z ita de consequentibus vsq; ad vltimũ. et quoniã omniũ latera sunt equalia: erit vt supra posita directe latera que supremũ locum optinent extremis equalia sint et equidistantia. patet itaq; per diffinitionẽ factum esse serratilẽ quod proponebatur.





¶ Omnis serratilis pyramide sue basis vno altior: addit super eam: pyramidē cuius basis tetragona est: basi alterius equilatera. 31



¶ Nam depta triangula pyramide: ita videlicet vt basis in basi tollatur et de secūdo equalium triangulorū secundus pyramidis detrahatur et de tertio tertius: sicq; deinceps. qz serratilis vno altior pyramide sue basis positus est de penultimo triangulariū equaliū auferet suprema vnitas atq; pyramidis vertex: sicq; totus vltimus triangularis serratilis integer relinquitur. at qz in basi serratilis fuit ablata basis triagule pyramidis. ideo per secundā huius: secūdi triangularis relictuū est latus τ in omnibus superiorib; similiter qui qm tot sunt quot in illo latere vnitates: constat latus ipsum cū sequētium lateribus summā quadrati pficere. preterea qz tertij triangularis serratilis remanet latus suū τ minor sequēs et in sequētibus similiter: erit vt illa sint sequētis quadrati latera. et hoc pacto ad vnitate vsq; quadratorū numerus exerescit. erit ergo vt in supremo triangulari residua sit vnitas et que est primus tetragonus. ergo per vicefimā octauam huius constat relictam esse tetragonā pyramidē. et qz latus basis eiusdē est latus triangulariū equalium et latus basis pyramidis triagule ablate idē: constat pyramidē relictam esse pyramidi basis serratilis equilaterā atq; ipsum serratilē eam super pyramidem basis sue addere: quod est propositum.

¶ Omnis serratilis pyramide sue basis duobus altior: eidē triplus esse probat 32

¶ Subtrahō enī ab ipso serratili extremū triangulariū relinque qz serratilis vno altior pyramide: q per precedentē in duas secabilis est pyramidas: quarū vna est triangula pyramis basis serratilis τ altera tetragonica cuius basis tetragona est et basi alterius equilatera. sed τ hec eadē tetragonica pyramis per vicefimā nonam huius in duas rursus secabilis est triangulas pyramides: quarū vna triagule prioris est equalis et altera ea minor q̄tum est basis triagule prioris. addito igitur prius depto triangulari eidē basi prioris triagule pyramidis equali ad minorē: illa fiet alteri equalis. sic fiet tres equales triangule pyramides totum serratilem constituentem. constat itaq; totum huiusmodi serratilem pyramidi sue basis esse triplum: quod est propositum.

¶ Latere basis triangularis dato: triagule pyramidis sup eam p̄stitute summā reperire. 33

¶ Reperiatū triangularis lateris dati per sextā huius: in quē latus ipsum ducatur τ habebimus serratilē eque altū pyramidi cui adice duos equales triangularēs. pueniet qz serratilis duob; pyramide sue basis altior cuius tertā partem accipet p̄ precedentē habes pyramidis sup latus cōstitute summā atq; qd ex triangulari lateris dati vna cū oibus suis inferiorib; triangularib; coaceruat: qd ē p̄positū.

¶ Pyramidis totius summā reperire: cuius basis tetragona: eiusdemq; basis latus datum fuerit. 34

¶ Ut precedentēs docuit dato triangularis latere qd ex ipso τ oibus sub eo cōtentis coaceruat inuenire ita quoq; et p̄sens nos instruit dato tetragoni latere qd ex ipso et omnibus sub eo cōtentis tetragonis coaceruat reperire. hoc enī est tetragone pyramidis summā reperire quod ostēditur. nam dato latere quero per sextā huius eius triangularē in quē vt in precedenti factū est duco latus propositū et proueniet serratilis eque atq; eius pyramis altus cui addo vnū consimiliū triangularium et pueniet serratilis vno pyramide sue basis altior. detracta igitur p̄ precedentē inuenta basis pyramide: per tricesimā primā huius relinquetur tetragona pyramis cuiusquidē basis tetragona est atq; triangulari equilatera que scz est summa petita et propositum.



¶ Si duo serratiles quorum bases triangularēs proximi existant: et quorum altitudo vna: et lateri maioris equa fuerit: coniungantur: efficietur cubus. 35

¶ Nam bases in ipsis equaliter scz secundum numerū lateris maioris serratilis sunt imultiplicate τ basis vnus et basis alterius cōiuncte per quintā huius tetragonū efficiūt cuius latus lateri maioris est equalis τ secūdos triangularis vnus secūdo alterius cōiunctus per eandē tetragonū consimilē. τ ita cōsequenter vt tot tetragonū equales superponatur sibi q; inuicē aptētur quot in latere sunt vnitates at cum ex illis figura sit constituta basim quadrangulā habens in longum latum et altum equaliter distensa per definitionem concluditur esse cubus.

¶ Si cuilibet cubo adiungatur basis sua et triangularis basi sue equilaterus: efficietur triplus sue pyramidi. 36

¶ Sumo duos triangularēs proximos quorū maior sit equilaterus tetragono cubi assignati et constituo per tricesimā huius super eos serratiles quorū altitudo sit equalis lateri basis maioris qui duo serratiles cōiuncti per precedentē equabūtur cubo assignato. τ qz maior illoz serratiliū est eq̄ altus sue pyramidi: duplo ergo sue basis sibi addito per tricesimā secundā huius fiet pyramidi sue basis triplus. at qz alter serratilis est alteri eque altus: erit vno altior sua pyramide. basi igitur ipsi semel addita fiet eidē sue pyramidi triplus. at basis sua cum basi alterius per quintā huius facit tetragonū cubi: quare si predicto cubo addatur basis sua cū basi maioris serratilis que est triangularis basi sue equilaterus: efficietur numerus pyramidi sue triplus: qd erat demonstrandū. **¶** Sunt preterea collōne que vt serratiles per tricesimā huius facile formabūtur et quarū summa ducendo basim in cōstā cognoscitur que qz facilia sūt auroz omisit. sunt etiā numeri circulares qui propriū semp̄ principij reuerfione formantur. et eadē ratione sphere sphericisq; cubi vt viginti quinque et triginta sex qui a radicibus



quinaria scz z senaria nascitur numeri circulares dicuntur z centum viginti quinque: sicut duceta decem z sex sphaere sphericis cubi noiant qui a radicibus quinaria z senaria in suos circulares quadratos ductis pcreatur. Sed quia hi numeri a paucis z constitutis numeris nascitur quinario scz et senario z demonstrationis difficultatem non requirant: aut silem cu ceteris quadratis z cubis normam obseruent: hox ampliozem determinationem auzor non ab re omisisse videtur.

Octauum elementorum Arithmetices Jordani finis.

Qualitas est inequalitatis pncipium. Inequalitatis quinque sunt species:
 e aut eni maior terminorum pntet minorem aliquoties vt nichil supfluat: et dicitur multiplex pportio. aut semel tm z eius aliquam partem: et supparticularis appellatur. aut semel z eius aliquot partes: et dicitur suppartiens. aut

pluries z eius aliquam partem: et multiplex supparticularis vocatur. aut pluries z eius aliquot partes: et multiplex suppartiens noiat. **Abinozis quoque ad maiorem habitudo totidem species continet: que inter se sicut priores fm denoiantium diuersitatem variatur.** **Secundum partem aliquod multiplicare: est totam illius sumere partem: quota fuerit que multiplicat.** **Quodcumque aliud multiplicet: illud produci dicimus quod ita se habet ad multiplicatum: sicut multiplicans ad vnu. diuidi dicitur aliquod per aliud: cum illud sumitur diuidens quod per idem multiplicatum summam diuisi restituat.**

Inequalium numerorum maioris ad minorem ea est: que partis ab ipso minore de nominata: ad partem a maiore dictam pportio.

Sint a z b numeri inequales: a maior: et b minor. sintque d e partes ab ipsis denoiate d scz denoiate ab b et e denoiate ab a. dico eadem pportioem ee a ad b et d ad e. pono eni vnu inter a et b quod sit c: z vnum inter d et e quod sit f. et qa que pportio a ad vnum ea e vnus ad partem ab a denoiatam: at ea est pportio f ad e. et que pportio c vnus ad b: ea est partis denoiate ab b ad vnum. at ea est d ad f: igitur per vice sima scdm secudi z equa pportioalitate indirectam que pportio a ad b ea est d ad e: ptes scz a minore denoiate/ ad partem a maiore denoiate. quod est ppositum.

Partes quotlibet in partes equales redigere.

Sint partes date a/b c: et numeri eas denoiantes d/e f: et pposita sit reducere a b c in ptes eiusdem denoiationis atque equales. sumo per vice sima quita tertij mimum numerum que numerant d e f: qd sit g numeretque ipm fm h/k l: et sit m pars denoiate ab g. erit eni per precedentem vt g ad d: ita a ad m. at d nuerat g fm h: igitur z m numerabit a fm h. et per eandem vt g ad e: ita b ad m. e aut numerat g fm k igitur z m numerabit b fm k. itidem z m numerabit c fm l per idem. eruntque reducte partes ab g dictas scdm l. at si a b c singule non sint pars: sed b sit partes z c partes idem euentet. eruntque partes dicte ab g fm h k l. z ducendo a in h pueniunt partes a dicte ab g. et ducendo b in k pueniunt partes b ab eodem numero dicte et ducendo c in l pueniunt reducte partes c dicte ab g. quas syua colligis collectum ostendit summam partium a b c ad eandem denoiationem scz g reductay.

Numerum cum parte vel partibus datum: in partes similes reducere.

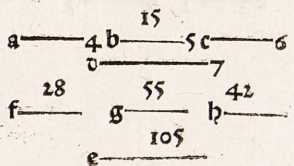
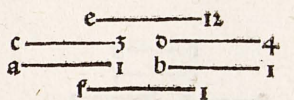
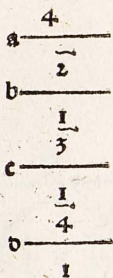
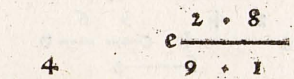
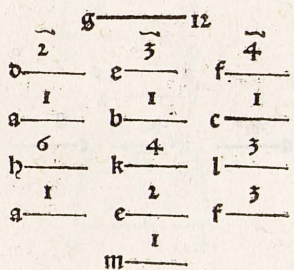
Sit a numerus: z b/c d partes date: et iubeat primo a z b in partes siles reducere. duco numerum denoiantem partem b in a. et qa b est pars vnus z vnum pars totius a: denoiate ab a: ergo p vice sima tertiam pmi b est pars a denoiate a numero qui sit ex ductu denoiantiu in se scz denoiantis b: in a deno minatem vnus: partis scz a. duco ergo b in a z producat numerus denoians illam partem: z p diffinitio nem multiplicans a fm illam partem. capio ergo siles illi parti fm pductum numerum qui erit oes siles partes a cui addo partem b z sit aggregatus e factusque apparebit ppositum. **Si iubeamur a numerum et partes b c z d in pssiles partes reducere: reduco pmo p precedentem b c z a in pssiles ptes. deinde vt prius duco numerum denoiantem in a et pueniet numerus denoians illam partem quem vt prius compleo z cui addo numerum partium ad eandem denoiationem reductay: et efficit ppositum.**

Quod sit ex ductu duay partium vnus in aliam: e pars denoiate ab numero qui sit ex ductu duoy numeroz vnus in alium illas partes denoiantium.

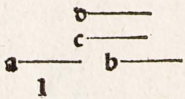
Sint a z b due partes: z nueri eas denoiantes sint c z d: z ex c in d fiat e: et pars denoiate ab e sit f. dico f esse partem pductam ex a in b. erit eni ex diffinitioe vt vnum ad c: ita d ad e. sed z vt vnum ad c: ita a ad vnum. ergo vt a ad vnum: ita d ad e. sed p primam huius vt d ad e: ita f ad b. at p diffinitioem vt a ad vnum: ita pductum ex a in b ad b. at f ita se habet ad b. est igitur f p diffinitioem quod sit ex a in b. quod est ppositum.

Si plura quotlibet in aliquo ducant: tm producat qstum si quolibet eoy ducant in illud.

Hec decime primi siles est sed color. sit nuerus a c collectus ex a b c d multiplicet d sive d sit nuerus sive pvel ptes z pueniat e. et ex ductu a in d fiat f/ et b in d fiat g/ et c in d fiat h. dico f g h simul tm ee qstum e. nam ex diffinitioe erit vnum ad a/ et ad b et ad c: tanque d ad f/ et ad g z ad h. ergo p vice simam tertiam secudi vnum ad a b z c: sicut d ad f g z h. at p diffinitionem sicut vnum ad a b z c: ita d ad e. sunt igitur f g z h simul qstum e. quod est ppositum.

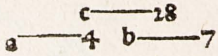


C Si duorum quodlibet in reliquum ducatur: que producantur equa esse necesse est. 6



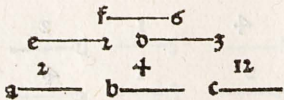
Hec fere est octava pmi sed paulo cōior q̄ etiā ad minutias / fractionesq; se extendat. vt si a nūerus pars vel partes multiplicet b numerum ptem vel pres et pueniat c: et b multiplicet a et pueniat d. dico c et d eē equalia. nā ex diffinitōe erit c ad b sicut a ad vñū: ergo p̄muratim c ad a sicut b ad vñū. ergo ex p̄uersiōe diffinitōis b in a p̄ducit c. est igit̄ d q̄d fit ex b in a equū c. quod erat demōstrandū.

C Producti ex duobus erit ad vtrūq; p̄portio a reliquo denoiata. q̄ si eius ad alterū fuerit p̄portio a reliquo dicta: idem ex ductu alterius in alterum p̄ducitur. 7



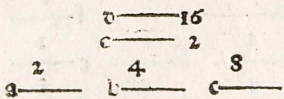
Ex duobus nūeris a in b p̄ducatur: dico p̄portioem c ad a eē denoiatam ab b: et p̄portioem c ad b esse denoiatam ab a. nam p̄ p̄cedentē ex a in b fit c: et ex b in a fit etiā c. et p̄ diffinitōem ea ē p̄portio b ad vñū: que c ad a. at p̄portio b ad vñū denoiatur ab b: igit̄ r̄ p̄portio c ad a denoiabitur ab b. et p̄sistit q̄z ex a in b fit c: p̄ diffinitōem que p̄portio a ad vñū: ea est c ad b. at p̄portio a ad vñū denoiatur ab a: igit̄ p̄portio c ad b denoiabitur ab a. quod est p̄positum. Cōuersum p̄simili p̄uerso modo p̄babit. Et ex hac ad quēlibet numerum q̄rūlibet multiplicem demōstrare possumus. capiēdo totum numerum ab vnitare quotus numerus multiplex ad nūerū sit petitus et ducēdo numerum ab vnitare totum acceptū in nūerum assignatū. et per presentem totus pueniet ad numerū assignatū multiplex.

C Quis p̄portio ex duabus cōposita: ex ductu vnius eaz in reliquam p̄ducitur. 8



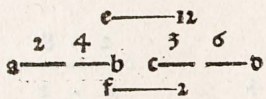
Ducere p̄portioem aliquā in aliam: est ducere denoiatiōem vnius in denoiatiōem alius. hīc duas p̄portioes aliquā p̄positā p̄ducē: est denoiatiōes illaz duaz p̄portionū denoiatiōem p̄posite p̄ducē. Esto ḡ p̄portio c ad a p̄posita ex p̄portioib; c ad b et b ad a. dico p̄portioez c ad a p̄ducti ex ductu p̄portiois c ad b in p̄portioez b ad a. capio enī d denoiantē p̄portiois c ad b et denoiantē p̄portiois b ad a et f denoiantē toti; c ad a. q̄z enī p̄portio c ad a denoiat ab f: ergo p̄ sc̄dam ptem p̄cedēt̄ f in a facit c et p̄eadē e in a facit b. ergo p̄ septimam sc̄di sicut c ad b ita f ad e: sed d est denoians p̄portioem c ad b per hypothesim. ergo p̄ sc̄dam partem p̄cedētis d in e. p̄ducit f denoians sc̄z vnius illaz p̄portionū in denoiatiōez alterius p̄ducit totius denoiatiōem. quod est p̄positum.

C Trium p̄tinue p̄portioalium q̄d fit ex primo in vltim equū est ei: quod ex medio in se ducto p̄ducitur. 9



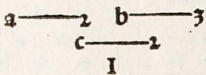
Hec fere in vicesimasexta sc̄di dī mōstrata est: nisi q̄ hec paulo latior est: atq; hīc alio demōstrandī modo innititur. Sint ergo a b c tria p̄tinue p̄portioalia: atq; ex b in se fiat d: et sit e denoians p̄portiois b ad a. dico equū esse q̄d fit ex a in c: et b in se. nā q̄z e denoiat p̄portioem b ad a: etiā denoiabit p̄portioem c ad b. ergo p̄ sc̄dam ptem penultime e in b. p̄ducit c. ergo p̄ octauam sc̄di q̄ p̄portio d ad c ea est b ad e: sed et p̄ eadē sc̄dam pte penultime a in e facit b. ergo per primam partem eiusdē: a denoiat p̄portioem b ad e: quare et p̄portioem d ad c. ergo a in c per eiusdē sc̄dam ptem p̄ducit d. constat igit̄ quod fit ex b in se: equū esse et q̄d fit ex a in c. et p̄positum.

C Si primum ad sc̄dm sicut tertū ad quartū: quod fit ex primo in quartum: equale est ei q̄d ex secundo in tertium p̄ducitur. 10



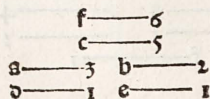
Hec sile q̄d vicesimaquinta sc̄di dī p̄ponit. Sit ergo p̄portio a ad b vt c ad d: et ex b in c fiat e. dico e tñ esse q̄tum q̄d fit ex a in d. sit enī f denoians p̄portioem b ad a: denoiabit etiā p̄portioem d ad c. ergo p̄ sc̄dam partem septime huius f in c p̄stituit d. ergo p̄ octauam sc̄di e ad b sicut d ad f. sed et f in a per eadē sc̄dam partem septime huius facit b: ergo p̄ primā pte eiusdē a denoiat p̄portioem b ad f. quare et p̄portioem e ad d. per sc̄dam ergo partem eiusdem a in d facit e. q̄d est p̄positum.

C Si sc̄dm altez duorū nūerorum sumātur partes a reliquo dicte: erit ab eo quod ex eis p̄ponit p̄portio eiusdem ad reliquum denoiata. vnde manifestum est q̄ oēs ille se habent ad vñū sicut reliquus ad denoiantem. 11



Sint a et b duo nūeri: sumāturq; fm a ptes denoiate ab b: sitq; c cōpositum ex ip̄is. dico p̄portioem a ad b denoiari ab c. nam q̄z tot sunt in vno partes siles: quot sunt vnitates in b. erit vt sicut a ad b: ita partes ille ad vñū. sed vñū in illis p̄ducit ip̄m c: ergo p̄ septimā huius p̄portio c ad vñū denoiat ab c cōposito ex ip̄is partibus. ergo et p̄portio a ad b ab eodem denoiatur. Correlarium ex modo demōstrandī notum est. p̄ponebat enī hīc esse notū sicut c ad vñū: ita a ad denoiantem b qui postus erat denoiare c. et hoc fuit ostensum.

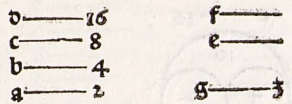
C Quae a p̄tra se primis partes denoiantur: vnam non cōstituūt. 12



Sint a et b numeri p̄tra se p̄mi: et aggregatus ex ip̄is sit c qui p̄ nonam tertij est primus ad vtrūq; a et b: et sit d pars denoiata ab a: et e pars denoiata ab b. dico d et e nō p̄stituere partem vñā. duco enī a in b: et pueniat f qui p̄ vicesimāquintam tertij est minimus quē nūerant a b: qui et idem f per decimam eiusdem tertij est primus ad c. et p̄ sc̄dam huius: d est reducte ptes denomiante ab f et sumpte fm b. et e reducte partes denoiate ab f et sumpte fm a. quare d et simul sunt ptes denoiate ab f: et sumpte fm c. quare per correlarium p̄cedentis d et simul ad vñū: sicut c ad f. at c nō est ps f: cū ip̄i mōstratus sit esse primus: igit̄ neq; d et pars vnius. non p̄stituūt igit̄ d et partem vnam. q̄d est p̄positum.

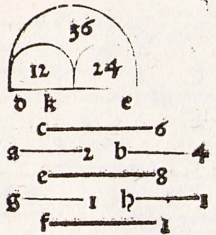
C Si a quotlibet nūeris numeroz ab vnitare p̄portionalium partes denominent: vnam ex eis componi est impossibile. 13

Sint a b c d numeri ab unitate continue proportionales: et a quotlibet eoz vt c d denominetur e et f scz e ab c/et f ab d. dico e et f non possituerem ptem vna. et sit g aggregatum ex a et unitate. qz eni c numerat d manifestum est pvicefimam quintam tertij d ee mimum numeru que nuerant c d. at p vicefimam quintam secudi c numerat d scdm a: et d seipm fm unitatem. et per scdam huius e est reducere pres denoiate ab d et sumpte fm a. et f est pars denoiata ab d sumpta scdm unitatem. igitur e f simul est pres denoiate ab d sumpte scdm g. quare p correlariu penultime huius e f simul ad vnu vt g ad d. sed g non est pars d. nam si g sit numerus primus et numeraret d: p vicefimam septimam quarti etia numerabit a totu scz suam partem. qd est impossibile. et si g sit compositus: ergo p scdam tertij ab aliquo pmo nuerabitur qui p vicefimam tertiam primi nuerabit d. quare p vicefimam septimam quarti numerabit a: et etia nuerat totum g. ergo p duodecimam pmi numerabit residuu: numerus scz unitate. qd est impossibile. non est igitur g pars d: quare neqz e f pars vnus. non igitur e f possituit partem vnam. quod est propositum.



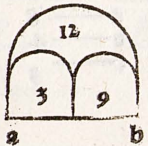
Partes a duobus nueris dicte sic se hnt ad partem a nuro ex eis pposito denoiata: sicut quadratum ppositi ad numerum qui ex ductu vnus in alterum pducitur.

Sint a et b duo numeri: et c ex ipis ppositus: sitqz d quadratus c. et ducatur a in b et fiat e. et sit f ps denoiata ab c. et sit rursus g ps denoiata ab a: et h pars denoiata ab b. dico vt d ad e: ita g et h ad f. duco eni c in a et fiat k: et c in b et fiat l. eruntqz p nonam primi k et l sit tanqz d. intelligo ergo sex feros e/k/f/h/l/g quoz dico e ad k primu ad scdm: sicut f ad h tertiu ad quartu. Itē e ad l pmi ad quintum sicut f ad g tertiu ad sextum. nam p septimam secudi e ad k tanqz b ad c. sed p primam huius b ad c tanqz f ad h. est igitur e ad k tanqz f ad h. Item per eadem septimam secudi e ad l tanqz a ad c. sed p primam huius a ad c tanqz f ad g. est igitur e ad l tanqz f ad g. ergo p vicefimam tertiam secudi e primus ad k et l simul scdm scz et quintum tanqz f tertius ad g et h simul quartum et sextum. at k et l simul sunt d: igitur d ad e tanqz g et h simul ad f. quod est propositum.



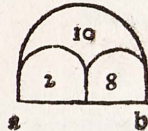
Si duo numeri componantur fueritqz compositi ad alterum multiplex proportio: erit reliquus alteri equalis aut multiplex.

Sit numerus a b copositus ex duobus a et b: sitqz compositus a b multiplex ad a. dico b ee equalē a vel eidem multiplicem. nam cu a b sit multiplex ad a: ipe a numerat totu a b et scipm etia detractum numerat. ergo p duodecimam primi numerat b residuum. qz si semel a numeret b: ipe a erit equalis b. at si a multoties numeret b: erit per diffinitionem b multiplex ad a. quod est propositum.



Si totius ad alterum fuerit pportio supparticularis: erit illius ad reliquum similis denominationis proportio multiplex.

Proportio tota supparticularis aut tota multiplex dicitur quotus fuerit supparticularis aut multiplex: vt pmi supparticularis est sesquialter et sequitur p ordinem sesquiquartus/ sesquiquartus. et ita deinceps fm numeroz seriem. et primus multiplex est duplus: et sequitur p ordinem triplus/ quadruplus/ quicuplus: sitqz deinceps fm seriem numeroz. sit a b totus numerus pstitutus ex a et b: sitqz a b supparticularis ad b. dico b totu esse multiplicem similisqz denoiatiois ad a. nam qa compositus a b supparticularis ad b addit sup b numerum a: ergo p diffinitionem a est ps aliqua b. at quota fuerit a pars b totus est a b supparticularis ad b. et quota pars a fuerit b totus erit b multiplex ad a. per diffinitiones igitur quota fuerit proportio supparticularis a b ad b: tota erit b ad a pportio multiplex. quod est propositum.

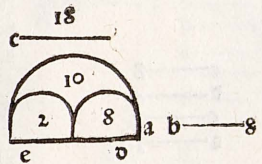


Si alterius ad alterum fuerit proportio multiplex: erit totius ad ipsum proportio superparticularis.

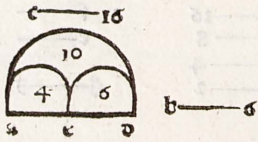
Hec est ouersa pcedētis. vt sit b ad a pportio multiplex: dico copositi a b ad b totam ee pportioem supparticularem. nam qz b est multiplex ad a: erit a p diffinitionem aliqua ps b. at tota ptem b addit a b sup b. nam addit a. igitur quota fuerit b ad a pportio multiplex: tota erit a b ad b pportio supparticularis. quod intenditur.

Si maioris ad mino fuerit supparticularis vel multiplex supparticularis pportio: ppositi ex eis ad minore multiplex supparticularis: ad maiore vo supparties erit pportio.

Sit a maior numerus et b minor: et sit a ad b proportio supparticularis: et sit c copositus ex a et b. dico c ad b proportioem esse multiplicem supparticularem: et c ad a proportioem ee suppartientem. capio eni ab a maiore numero ptem equalem b que sit d: et residuu sit e. quia eni a est supparticularis ad b: manifestum est a addere sup b qrtum est e: et esse ptem b. et qz c est qrtum e d et b: et d b duplum est ad b cui sup addit c qrtum ee. igitur c addit sup b duplu ad b et qrtum est e pars eius aliqua. etinet igitur c bis b et totam eius partem quota est e. est igitur p diffinitionem c ad b multiplex supparticularis. qd est primum. Sed et c ad a ee suppartientem ostenditur. na cum b sit minor a et non sit pars a: alioquin a ad b ee proportio multiplex. qd est tra hypothesim. ergo p primam pmi b est partes a. sed c addit sup a qrtum est b. erit igitur c etines a et partes eius: ad a pportio suppartiens. quod est propositum. Et si maioris ad minorem fuerit pportio multiplex supparticularis: ppositi ad minorem ee multiplicem supparticularem et ad maiorem esse suppartientem eadem demonstratio est accepto maiore numero multiplicem supparticulari ad minorem.



Si maioris ad minorem fuerit pportio supparties vel multiplex suppartiens: erit copositi ad maiorem suppartiens: ad minorem vo multiplex suppartiens proportio.



Sit a ad b suppartiens: et ppositus ex a et b sit c. dico cad a esse suppartientē: et cad b esse multiplicē suppartientem. Sumo enī ex maiore a: numerum d equalem b: sitq; e residuus qui qz a est supparties ad b: p diffinitionem erit partes b. et qd a est tanq; e d et b: et d b duplum est ad b: addet c q̄tum est e sup duplum b. at e mōstratus est esse partes b: ergo c p̄tinet b aliquoties et ptes eius. est igitur p diffinitionem cad b multiplex suppartiens. qd est p̄sentis theozematis scdm. Primum autē q; c sit supparties ad a patet. nam qd a est partes b erit vt b sit partes a: alicquin a eēt multiplex ad b. qd est p̄tra hypothesim. at c addit sup a q̄tum est b. est igitur cad a suppartiens. quod est p̄positum.

Quis ppositi ad maiorem pponentiū supparticulari vel supparties: ad maiorem vno multiplex/multiplex supparticularis vel multiplex supparties p̄portio reperitur. 20

Primum q; ppositus ad maiorem pponentiū sit supparticulari aut supparties patet. nā ppositus addit super maiorem pponentiū q̄tum est minor qui per primam p̄m̄t erit pars vel partes maioris si pars maioris per diffinitionem ppositus ad maiorem pponentiū est supparticularis. si partes erit suppartiens. multiplex autē ad maiorem nunq; eē potest. Scdm q; ppositus ad maiorem sit multiplex/multiplex supparticularis aut multiplex suppartiens ostenditur. nā maioris pponentiū ad maiorem p̄portio: a diuisione aut est multiplex aut supparticularis aut suppartiens aut multiplex supparticularis aut multiplex suppartiens. Si autē maioris pponentiū ad maiorem p̄portio sit multiplex: cū minor maiorem numeret et etiam sc̄p̄m ipse aliq̄tes sumptus n̄erabit totū. quare tūc ppositus erit multiplex ad ip̄m. et si maior ad maiorem sit supparticularis aut multiplex supparticularis p̄ decimā octauam huius compositus ad maiorem est multiplex supparticularis. et si maior ad maiorem sit supparties aut multiplex supparties: per decimanonam huius erit cōpositus ad maiorem multiplex superparties. est igitur totum p̄positum notum.

Quocūq; maioris ad maiorem p̄portio multiplici addatur: tota erit aut multiplex/ aut multiplex supparticularis/ aut multiplex suppartiens. 21

Sit quocūq; p̄portio multiplex data: et alia quocūq; maioris ad minus: que p sextam quinti p̄tinetur in minimis terminis a/b: cita vt a ad b sit data p̄portio multiplex: et b ad c sit altera maioris p̄titudinis. dico totā p̄portioem a ad c esse multiplicem aut multiplicem supparticularē aut multiplicē suppartientem. nam qz a est maior b/ et b maior c/ et a ad b p̄portio est multiplex: per nonam sc̄dī p̄portio a ad c maior est p̄portioe a ad b. addit igitur p̄portio a ad c sup p̄portioem a ad b vel n̄erum. sicq; tota erit multiplex vel partem aut numerum cū parte: et sic erit multiplex supparticularis: vel partes aut numerum cū partibus et sic erit multiplex suppartiens. est itaq; notum quod dicitur.

Si due multiplices coniungantur: composita erit multiplex. 22

Nam viraq; a nūcro denoiat: quoz si alter in alterum ducatur pueniet nūcrus a quo p octauam huius denoiatur composita: quare erit multiplex. quod est p̄positum.

Data multiplice supparticularē inuenire: que cū illa multiplicem cōstituatur. vnde perspicuum est ex qualibet multiplice cū tota supparticulari: multiplicē vno maioris denoiationis puenire. 23

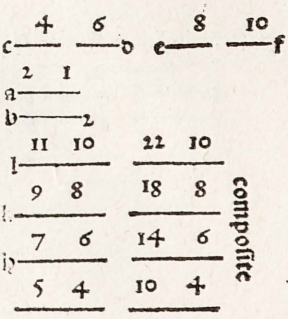
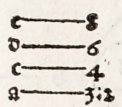
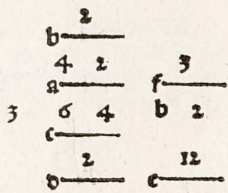
Multiplices et supparticulares tote dicitur: quaz denoiatio multiplicis et denoiatio partis supparticularis ab eodem n̄ero sumitur. vt dupla et sesquialta. vtripla enī a ductus et sesquialta si milis sumitur. nam sesquialta p̄tinet totum et vnam sc̄dāz. tripla et sesquialta/quadrupla et sesquiquarta: sicq; deinceps. Sit a quocūq; multiplex p̄portio data et b numerus eam denoians: et sit c p̄portio supparticularis cuius numerus d denociet partem. sitq; d equalis b. et sit e totalis denoiatio p̄portiois supparticularis c: quequidē denoiatur ab vno et numero partis. et qz vñ in b facit b et pars denoiata ab b in b facit vnum: q̄ tota denoiatio e ducta in b facit n̄erum vno maiorem b qui sit f: et qui p octauam huius est denominans p̄portionis compositae ex a et c. est igitur p̄portio p̄posita ex a et c: a nūcro sc̄z denoiata: multiplex. et quia numerus denominans compositam est vno maior nūcro denoiante p̄portionem a: ex hoc correlatiūm et totum p̄positum notum est.

Data supparticulari quolibet multiplices reperire: quaz quolibet cum illa multiplicem componat. 24

Sit enī a data p̄portio supparticularis et pars que cum vno eam denominat sit b. capio que quot multiplices voluero: quaz cuiuslibet numerus denoians: sit totū ad b/ et pars. et ex mō dē mōstrāōi p̄cedētis a: cū qualibet illaz multiplicum p̄stituet multiplicem/ efficieturq; p̄positum.

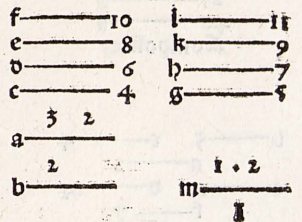
Data multiplice quolibet sumere supparticulares: quaz quolibet cum ea efficiat multiplicem supparticularem. 25

Sit a data p̄portio multiplex ad quā iubemur quolibet supparticulares inuenire: quaz quolibet cū ea p̄stituat multiplicem supparticularem. capio b numerum denoiantem p̄portioem multiplicem: et sumo c/d/e/f: et quotquot voluero multiplices ad b: et ptes ab ip̄s denoiatas p̄ ordinem. et capio supparticulares denoiatas a p̄tibus c/d/e/f: que sint g/h/k/l quaz quolibet cū data multiplice dico cōstituere multiplicem supparticularem. nam qd g supparticularis sumpta ab c et sua parte: denoiat a toto et parte denoiata ab c. et b in toto c semel p̄stituit multiplicē: et in parte c p̄stituit totam p̄tem quota ps ip̄e p̄situs sit ad c. p̄posita g ex a data multiplice et g supparticulari sumpta a pte c p̄stituit multiplicem supparticularem. et eadem rōne p̄posita ex a et h/ et ex a et k/ et ex a et l. qd est p̄positum.



26 Quotlibet multiplices inuenire: que cū data supparticulari multiplicem supparticularem constituant.

Sit a data supparticularis / z b numerus denoiāns eius ptem / z m tota eius denoiatio cui q̄tlibet multiplices supassumatur: vt quoz nūeri denoiāntes sint c / d / e / f: manifestū est per vicesimātertiam hui⁹ b in c / z in d / z in e / z in f p̄stituere nūerū multiplicisq̄ denoiatiōez. capio ergo g / h / k / l totidem multiplices vno maioris denoiationis. et qz g addit vnū sup multiplicē c: si ergo m totalis denoiatio p̄portiois supparticularis ducatur in g. pueniet numerus cū parte denoiata ab b: quare p̄portio multiplex supparticularis. vt in presentī figuratiōe pueniret p̄portio septupla / sesquialfa. et ita de h / et k / z l demonstrabis.



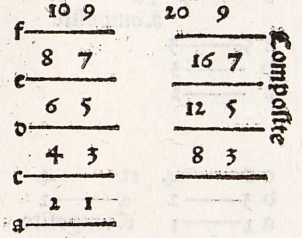
27 Data multiplice quotlibet supparticulares inuenire quaz quelibet cū eadem multiplicem suppartientem componat.

Sit a data multiplex / z b numerus ipam denominās: sumo quotlibet numeros eo maiores sed nō multiplices qui sint g / h / k / l et partes ab ipsis denomināte sint c / d / e / f. vt c sit denoiata ab g / z d ab h: sicq̄ p̄sequēter. dico g / q̄ b in c / in d / in e / z in f non partem sed partes p̄ducit. nam si ducā b in c. pueniat m ptes denoiate ab g: p̄ correlariū vndecime hui⁹ q̄ p̄portio b ad g: ea ē m ad vnū. sed p̄ hypothesim b est ptes g: igit̄ z m est ptes vnius. et ita si b ducā in d / z e / z f. puenient ptes. itaq̄ supparticulares ab illis partibus dicte cum data multiplice quelibet p̄stituēt multiplicem superpartientem.



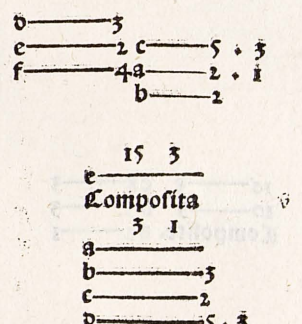
28 Sola supparticularium sesquialtera: est q̄ cū nulla multiplice / multiplicem suppartientem producit.

Nam qz sesquialfa denoiatur a sc̄da que est vnius dimidiū et dimidiū in oēm numerum ductum aut vnum p̄ducit aut numerum aut dimidiū addit. nam binarius oēm nūerū numerat aut sup̄sistit vnitatis ergo denoiāns partis sesquialfe in denoiāntem multiplicis: aut multiplicem p̄ducet / aut multiplicem supparticularem. non itaq̄ cū multiplice multiplicem suppartientem p̄ducet. at q̄ oīs alia supparticularis cū aliqua multiplice multiplicem suppartientem efficere possit hinc cognoscitur. qz si sumas numerum denoiāntem / multiplicem vno minorem numero denoiānte partem date supparticularis ex precedente efficies p̄positum. potes z primam partem facile ex modo demonstrandī vicesime sexte huius cognoscere: quē admodum secundam partem ex precedente cognoscis.



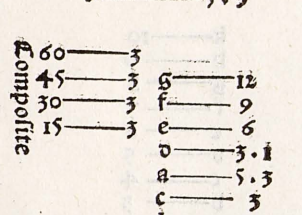
29 Sola multiplicium dupla: cū nulla suppartiente multiplicem efficit p̄portionem.

Hec p̄ponit duplam cū nulla suppartiente multiplicem p̄stituere z oēm aliā multiplicem cū aliqua suppartiente: posse multiplicem constituere. p̄imum patet et sit a p̄portio dupla et b numerus ipam denoiāns: sitq̄ c quecūq̄ p̄portio suppartiens. dico a cum c non constituere p̄portioem multiplicem. Sumo enī partes c q̄ denominētur ab d et numerētur ab e: et duco b in illas partes z pueniēt partes siles z numerate a numero qui sit ex binario: id est b in e. sit ergo nūerū illaz partium f: quē dico nō esse numerum. nam nō erit equalis d: qz e numeraret d. neq̄ d ipm numerabit. nam fm vnitatem non numerabit: qz eēt ei equalis. neq̄ fm binarium qz d et e equarētur. neq̄ fm maiorem binario: quia d maior est e. cū ergo b in e denoiāns in partes altius non p̄stituāt numerum non p̄ducetur multiplex. Sc̄dm patet nam data quacūq̄ alfa multiplice vt a: capio b numerum ipam denoiāntem quem facio aliquaz partium denoiatozem: et sumo numerum partium vno minorem b qui sit c: sitq̄ d supparties partium c. dico a et d simul p̄stituere multiplicem. nam qz b est denoiāns a et denoiāns p̄tū d: ideo b in c p̄stituēt nūerū. denoiabitur itaq̄ cōposita a numero: quare erit multiplex. qd̄ est p̄positum.



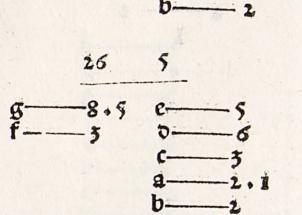
30 Data superpartiente multiplices quotlibet reperire: quaz quelibet in illam ducta producat multiplicem.

Sit a data suppartiens: et numerus partium sit b: z nūerū illas denoiāns sit c. capio p̄mo multiplicem que denoietur ab c que sit d: deinde que denoietur ab multiplicib⁹ c quotquot voluerō: sintq̄ sul denoiāntes e / f / g. dico a datam suppartientez cū quilibet multipliciū d / e / f / z g p̄stituere multiplicē. nam b in c p̄stituēt numerum z in e etiā numerum qz duplum et in f triplū z g quadruplum acceptis sc̄z per ordinem multiplicibus denoiāntis c. ergo supparties a cū qualibet illaz multipliciū cōstituīt multiplicem. quod est p̄positum.



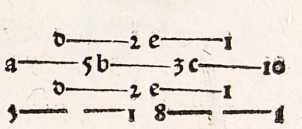
31 Quotlibet suppartientes / quaz quelibet cum p̄posita multiplice multiplicem supparticularem constituat / inuenire.

Sit p̄posita multiplex a cuius numerus denoiāns sit b: sumo quēlibet nūerū maiorem b qui sit c. et duco b in c z fiat d. et capio e minorem vno d. capio item partes denoiatas ab e fm nūerū c que sint f. qm̄ enim b in c p̄stituīt d: ideo b in f cōstituēt siles partes fm numerum d. at ipē fm numerum d sumptē faciūt vnū z vnā amplius. sit itaq̄ g suppartiens denoiata a tribus dictis ab e z sumptis fm numerum c qz (qz b in f p̄stituīt numerum z partem) eadem supparties cū a p̄stituēt supparticularem z quotq̄t voles eadem rōne tibi sumas suppartientes q̄ cū a p̄stituēt supparticularem. qd̄ est p̄positū.



32 Multiplices aliquot sumere: que in datam supparticularem ducte: p̄crent multiplices superparticulares.

Sint a z b mīmi fmini date p̄portiois suppartietis: qui qz sunt p̄tra se p̄mi quero p̄ vltimā tertī multiplicem a q̄ addat sup multiplicem b vnitatem que sit c: sitq̄ nūerū fm quē a numerat c nūerū d. sumo vnitatem que sit e. eritq̄ d ad e multiplex denoiata ab d. at per demonstratū in principio tertie



10 — 3
 25 — 3
 40 — 3
 Composita.

b — 5 c — 4
 a — 2
 e — 10 d — 14
 f — 7
 g 1 7 — 10
 34 — 10
 Composita.

f — 10 50 — 3
 e — 7 35 — 3
 d — 4 20 — 3
 Composita
 a 5 — 3
 b — 3
 c — 2

c 6 — 4 12 — 4
 b 3 — 2 6 — 2
 a 2 — 1 Composita.

16 — 3 c 8 — 3
 10 — 3 b 5 — 3
 Composita. a 2 — 1

k — 10
 h — 9
 g — 8
 f — 7
 e — 6
 d — 5
 c — 4
 b — 3
 a — 2
 I

quinti pportio composita ex a ad b z d ad e est que est inter pductum ex d in a ad pductum ex e in b at e in b facit b: z d in a facit c cōtinens aliquas b z eius vnā partem. nam positus est c maior vnitate multiplice ad b. igitur pposita ex data suppartiente z multiplici d ad e est multiplex supparticularis: quod intenditur. et ita quālibet aliam inuenias.

C Suppartientes quotlibet que cū data multiplice pficiant suppartientes multiplices: 33
 inquirere.

C Sit a denoians multiplicem: sumo duos numeros c d quoz vnus non nūeret alium: sitq; b maior z primus ad a per vltimam tertij quero multiplicem ad a: qui addat sup mltiplicem b nūerum c. sitq; huiusmodi multiplex ad a numerus d quē numerat a fm fiet multiplex ad b sit e. dico suppartientem cuius denoians partium sit z multiplex b: et nūerus partium sit f esse vnā suppartientem q̄ querū tur. nam a in f partes illas ductus siles partes pducit: quaz numerus est d: ideo numerum pducunt sed z supfluit partes fm numerum c que non numerant b: ergo a z suppartiens p̄iū f denoiaz ab e que sit g cōstituent pportioem multiplicem suppartientem. et hoc pacto quotquot voles quere.

C Proposita suppartiente multiplices perscrutari: que cum eadem multiplices sup- 34
 partientes constituent.

C Sit a supparties dara / z b denoians ptes: c vno numerus partium: et sit d maior b vno / ducaturq; c in d z pueniet multiplex b / z insup totidem ptes. quare multiplex denoiaz ab d cum suppartiente assignata a p̄stituet mltiplicē suppartientem. et ita fiet si q̄libet mltiplice ad b maior: vno sumaf vt e z f. Itaq; has ppōnes que inuentionem pponit accuratius exequi curauit: que vbi exactior p̄secutio facta fuisset etiam legentibus allatura fuisset fastidium.

C Supparticularis z simul multiplex supparticularis cum eadem multiplice: similes 35
 producunt proportiones.

C Sit a pportio multiplex / et b pportio supparticularis / et c pportio multiplex supparticularis sit Dico pportioes compositas ex b z a: et ex c et a esse siles. nam cū supparticularis denoietur ab vno z parte / z mltiplex supparticularis denoietur a numero z eadem parte: numerus igitur multiplex in vnum z numerum ductus semp facit numerū. addito igitur vtrobiz qd sit ex eodē multiplicis nūero in partem que supest si cum vno nūerum facit et cū reliquo facit eūdem: et si cum vno pars vel partes supfluit: itidem z cum reliquo. quare puenient siles pportioes. Id tamen aduerte q; si q̄ritas deno- minatiōis crescit in altera pducitaz qd maxime in suppartientibus accidere solet: non tñ inde genus pportionis mutabitur.

C Quācūq; pportioem suppartiens cum multiplice constituit: eiusmodi etiā cum 36
 eadem efficiet simul multiplex suppartiens.

C Sit a multiplex: b suppartiens: quecūq; et c simul suppartiens multiplex. dico b et a simul / item c et a simul similem constituere pportioem. huius vt precedentis demonstratio est.

C Si ab vnitate numeri cōtinue disponatur: et singuli ad p̄imos descēdendo com- 37
 parētur: fient oēs supparticulares pportiones: tanto minores q̄to remotiores. ad vnitatem vero omnes multiplices: tanto minores quāto p̄p̄inquoies

C Sint a / b / c / d / e / f / g / h / k numeri ab vnitate continue sumpti: dico p̄mo k ad h esse supparticularem pportionem. et h ad g. et g ad f. sicq; deinceps vsq; ad vnitatem. et k ad h minorem esse pportioem q̄ h ad g et cetere inferiores. et h ad g minorem q̄ cetere inferiores. nam cū vnitas sit cuiuslibet nūeri pars: et quilibet superiorum addat vnitatem ipsam tñ excludendo sup p̄imum inferiorem: ergo per diffinitionem k ad h et h ad g atq; ita deinceps: est pportio supparticularis. et quia per conceptioem pars ea minor est que maiorem habet denoiationem et vnitas similiter per conceptioem sit cuiuslibet numeri pars ab ip̄o denoiaz: ergo pportiones ille ab vnitate remotiores: que a minori parte deno- minatur sunt minores. et quāto ipsi vnitati p̄p̄inquoies a maiori parte denoiantur: quare tum crūt maiores. et si tota series numerorum esset ordiata: om̄s supparticulares specie quidem habite essent non aut fm numerum accepte. nam ea pportio que est ternarij ad binarium: est senarij ad quafnariū et duodenarij ad octonarium: non tamen due vltie in ordine proximorum numerorum essent accepte. Secūdo dico omnes cōsimiliter p̄tinue ad vnitatem sumptas esse multiplices tanto minores q̄to ipsi vnitati viciniores. nam a primus post eam nūerus bis eam p̄tinet et b ter z c quater. et ita p̄sequēter fm oēs species multiplicium sed z p̄tinue a maiore numero denoiaz multiplex. et q̄to vnitati vicinior a minore: nullus enim binario minor est. est igitur cognitum quod erat demonstrandum.

C Si a cōmuni angulo naturalis series numerorum in longum z latum extendatur: 38
 et ipsi inuicem multiplicatis: z qui pueniūt in angulari cōuentu positis: si singuloz ordinum ad p̄imum fiat collatio ordo cōtinuus multiplicium pcedet: si ad p̄imos preterq; ad p̄imum ordo supparticulariū. et qui circa diametrum collocati sunt: oēs erunt quadrati. qui vero his hinc inde p̄imi: sunt altera parte longiores.

¶ Si ppositis ab vnitare quadratis: nūeri cis vno minores sumātur: supparticlares 40
ab illis dicte: ppozitionum ab vnitare erunt differentie.

c	f	k
4	16	15
3	9	8
b	e	h
2	4	3
a	d	g
I		

¶ Sit vntas: et numeri post ipam a b c: et quadrati eor d e f: et minores eis vno g h k. dico supparticlares denomiatas ab g/h/k que sint d ad g. e ad h. et f ad k: esse differentias ppozitionum ab vnitare sumptar vt d ad g esse ppozitionem qua abundat dupla sup sesquialtera m et e ad h esse qua abundat sesquialtera sup sesquitiā: hūc qz in modum psequēter. Nam p primam quiti differentia qua abundat a ad vnitare. et b ad a est ppozitio q fit ex pductis a in se et vnitatis in b: sed a in se facit d qñquidē d est eius quadratus et vntas in b per scdm et decimānonam pmi q̄tum g. igitur ppozitio d ad g est differentia ppozitionis a ad vnitatem et b ad a. et hac rōne ostēdetur ppozitiōem e ad h esse differentiam ppozitiōis b ad a et c ad b. et ita de quibuslibet consequēter. quod est ppositum.

h	f	c
16 15	5 4	4 1
9 8	4 3	3 1
g	e	b
	3 2	2 1
	d	a

¶ Si ordinētur p̄tinue multiplices et supparticulares: erit vt extremarū multiplicium 41
quēlibet due coniūcte minus sint q̄ media duplicata vel due medie coniūcte: supparticulares vero maiores.

¶ Sint primo p̄tinue multiplices a b c: dico cōpositam ex a et c minorem esse ppozitiōem q̄ ppozitio b duplicata. nam quia denominātes p̄tinue equaliter se excedūt: ergo per scdm pmi denoiāns b est medietas denoiāntiū a et c simul sumptoz. et p decimānonam eius dē denoiāns b in se maiorem pducit numerum q̄ a in c. at p octauam huius b in se pducit equalē: cōpositre ex ppozitione b duplicata que per vicesimā scdm huius erit multiplex. et denoiāns a in denoiāntem c: pducit denoiāntem per idem multiplicis ex a et c. igitur multiplex ex b duplicata: a maiore nūero denoiāta q̄ multiplex pposita ex a et c maior est multiplice cōposita ex a et c. qd est p̄tinuum. Sint secūdo d e f p̄tinue sumpte supparticulares quaz d sit maxima: et differentie eaz g et h. dico ppozitiōis d et f simul maiorem p̄tinuere ppozitionem q̄ sit ppozitio e duplicata. nam qz per precedētē partes g denoiānt a minori numero et partes h ab maiori: nam a numeris cōtinuozū quadratoz vno minoribus. ergo per primam huius ppozitio g maior est ppozitiōe h. at d et f sunt tanq̄ e g et f. nam d per se tm est q̄tum e g. et e bis tanq̄ e f et h. et monstrata est e maior h. igit p per tantam quinti erūt d et f maius q̄ e duplicata. et hoc modo facile idem p vtraqz parte ostēdas si due ponātur medie ppozitiōes. sicqz cōcluditur ppositum.

20	12	12	1
Composite mediarum.			
18	10	10	1

Composite extremarū.

6	5	d	5	1
5	4	c	4	1
4	3	b	3	1
3	2	a	2	1

¶ Si impares post ternarium p̄tinue sumpti: ad nūeros post binarium naturali serie 42
ordinatos comparētur: exhibunt suppartientes p̄tinua denoiatione crescentes.

¶ Sint a b c numeri post binarium cōtinue sumpti: et d e f sumpti cōtinue impares post ternarium. dico d ad a/et e ad b/et f ad c suppartientes p̄tinua denoiatiōe crescentes. nam cū differentia imparium sit binarius d addit sup a binarius qui minor est eo vno. igitur d ad a est supparties. et itez cum differentia imparium sit binarius: et nūeroz ab vnitare dispositoz differentia sit vntas: addet e sup b vno plus q̄ d sup a. sed et qz c/e/f sunt continue impares: addet f sup c adhuc vno plus q̄ e sup b. crescent igitur differentie imparium sup nūeros ab vnitare sumptoz sicut et ipsi nūeri: ita qz cōtinue p̄cedēs est differentia imparis sup sequētem. sed numeri vnitare distātes sunt p̄tra se p̄mi. igitur differentia q̄ est numerus p̄cedētis ad sequētem numeroz ab vnitare dispositoz: non est pars sequētis. est igitur p primam p̄mi eius p̄tes. erit igit ppozitio e ad b suppartiens et f ad c supparties. et qz sue partes fm numeroz vnitare dispositoz q̄titatem crescent: erūt et eaz p̄tinue crescentes denoiatiōes: imo et quia denoiānt a numeris p̄tra se p̄mis p̄tinue p̄cedent diuerse suppartientiū species. qd est ppositum.

f	9	c	5
e	7	b	4
d	5	a	3

¶ Si cōpositus ex p̄mo pari et impari et qui ex reliquis imparibus eidem p̄iunctis 43
aggēgātur: ad numeros a duobus dispositos comparētur: pueniēt diuerse multiplici
ces supparticulares fm nūeros multiplicium et denoiationes partium siles habētes.

d	h	n
5	9	26
c	g	m
4	7	17
b	f	l
3	5	10
a	e	k
2	3	5

¶ Sint a b c d nūeri a binario p̄tinue succedētes: sintqz e/f/g/h nūeri a ternario p̄sequēter impares sitqz k cōpositus ex a et primo pari et impari. et l cōpositus ex f et k. et m cōpositus ex g et l. et n ex h et m: dico k/l/m/n cōpatos ad a/b/c/d/ facere multiplices supparticulares fm nūerum multipliciū et siles partium denoiationes. nam k pponit ex a et binario et ternario. at e addit sup a partem vnam ab ipso denoiatam scz vnam mediam seu scdm qd idem valeat: ergo k cōpatos ad a bis ipm p̄tinet et eius mediam et ad ipm est primus multiplex supparticularis. sed et p decimānonam septimi f cōponitur ex a et b. et g ex b et c. et h ex c et d. et per septimā sexti quadratū cuiuslibet addit sup quadratū p̄mi qd ex ipsis cōponit vt quadratum b sup quadratum a: q̄tum qd cōponit ex a et b. et quadratū c sup quadratum b q̄tum cōponit ex b et c. et ita deinceps. et quia k addit sup quadratū a vnitatem. quare siles guli eoz singulos illoz cōtinent fm se et partem p̄ conceptiōem ab ipsis dictam. erūt igitur psequēter fm ipsos: multiplices supparticulares. quod est ppositum.

o	k	f
6	35	11
n	h	e
5	24	9
m	g	d
4	15	7
l	c	b
3	8	5
		3
		a

¶ Si duo p̄mi impares p̄iugant: cōpositoqz reliqui ipares applicētur: erit vt ppoz 44
tiōes cōpositoꝝ ad nūeros post binarium sumptos sint diuerse multiplices suppartientes et ab eodem numero et partes numeratas et multiplices denoiatas habētes.

¶ Sint duo p̄mi ipares a et b: et cōpositus sit c: sintqz reliq̄ ipares d e f qui addāt pposito c: sintqz ag gregati g/h/k/et l/m/n/o/ numeri p̄tinue post binariū sumpti. dico c ad l/et g ad m/et h ad n/et k ad o diuerfas eē multiplices suppartientes et singulas ab eodem numero multiplices denoiatas et partes

numeratas. nā b addit super a binariū: ergo c bis continet a illi superaddēs binariū. sed binarius est vno minor a: ergo est eius totidē partes. est igitur c ad a prima multiplex superpartiens: quare r ad l. qz a et l sunt idem numerus. Item qz vivisum est c addit binariū super eo qd fit ex binario in a. et binarius in m per nonā primi facit c: ergo c bis cōtinet m. sed et per decimānonam septimi d cōstat ex l et m: r g cōstat ex c et d. ergo g cōtinet ter m. r insuper l tres scz eius partes. eritqz g ad m secundā multiplex superpartiens. et hunc in modū probabis l in n cōstituire g. r per decimānonā septimi m n cōstituire e. r h cōtinere n secundū m. et insup m quattuor scz partes n. et ita cōsequenter inuenies multū plium denoiationes et ab eodē numero suppartientū partes numeratas: qd est propositū.

45 ¶ Si due diuerse superparticulares coniungantur composita aut erit dupla aut superparticularis aut superpartiens.

¶ Sint a b c d e f quotlibet per ordinē superparticulares: dico qz si due quelibet simul iungantur composita esse aut dupla aut superparticularē aut superpartientem. nam si a et b sesquialterā et sesquiterciā cōiungis cōposita erit dupla. nā cōstituta dupla: inuenies per primā quinti sesquiterciā pportionem qua abundat dupla super sesquialterā. cōstituet igitur due prime duplā. sed si cum a aut c aut d aut e aut f cōiunxeris: qz per tricesimāseptimā huius quelibet est minor b cōposita pportio erit illa dupla minor et ideo nō multiplex. est em̄ dupla per eandē tricesimāseptimā huius multipliciū minima: igitē cōposita pportio aut erit superparticularis aut superpartiens: quod est propositū.

46 ¶ Superparticularem inuenire: cum qua quotlibet superparticularium quelibet: superparticularem componant.

¶ Sint a b c quotlibet numeri ab unitate pportionales: et sit d primus ad a qui idē etiā per vicecimā septimā quartū erit primus ad b et c r cōiungatur d cuilibet eorum et proueniat compositū e f g. eritqz per nonā tertij quilibet eorū ad quelibet eorū et quotlibet alios illius ordinis pportionalū primus. sumo iterū cōtinue pportionalē post primos qui sit h et per vicecimāquintā tertij minimū quē numerant d e f g qui sit l: qui per vicecimāseptimā tertij erit primus ad h. si itē per vltimā tertij l n multiplex h r m multiplex l. addatqz l super m q̄tum est d. deinde addo sigillatī ad l numeros a b c et proueniat cōpositū n p q: manifestū est l esse superparticulare ad m. nā ei superaddit suā partem scz d: sed et n ei superaddit d r a quod est e. et p ei superaddit d et b quod est f. r q ei superaddit d et c quod est g. r per vicecimātertiam primi e f g quilibet est pars m: qz est pars l. igitur n p q pariter et l sunt superparticulares ad m. constare ergo potest propositum.

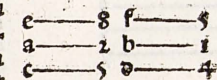
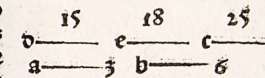
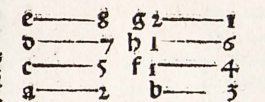
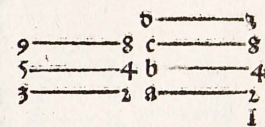
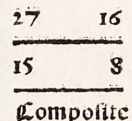
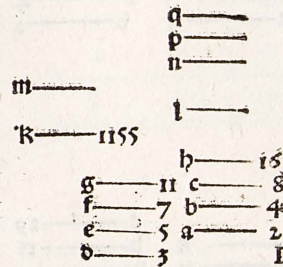
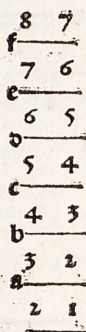
47 ¶ Data superparticulari: quotlibet alias inquirere quarum quelibet cum eadem: superpartientem efficiat.

¶ Sit a denominās partem date superparticularis. sumo ab unitate cōtinue pportionales quorū ipse sit vnus qui sint a b c. dico pportionē superparticularē dictā ab a cum superparticulari cuius pars denominat ab b vel ab c constituere superpartientē: qualis p̄sens proponit inuentionē. nam cōposita ex pportione superparticulari r enciata ab a et denoiata ab b habet in denoiatione sui vnū et partes q̄ dicuntur ab a r ab b per octauā huius. quidē partes per quartā huius denoinantur ab eo qd fit ex a in b qui sit d sed ille per decimātertiam huius nō cōstituunt partē: ergo cū pportio cōposita ex demōstratione penultime nō sit multiplex neqz superparticularis: qz partes compositae non cōstituunt partē vnā. relinquit ergo compositā esse superpartientē: r ita de qualibet alia.

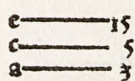
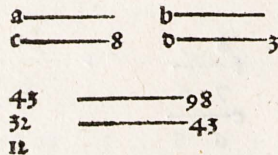
48 ¶ Omnis superparticularis cū qualibet superpartiente: cōstituit pportionē tripla minorē ¶ Nam dupla cū sesquialtera que per tricesimāseptimā huius est maxima superparticulariū pponunt per correlariū vicecimātertie huius triplā: sed ois pportio superpartiens est minor pportione dupla igitur quecuqz pportio superpartiens cū maxima superparticulari aut minori superparticulari p quinta cōstituit pportionē tripla minorē: quod est propositū.

49 ¶ Datā pportionē que tripla minor sit: in superparticularē r superpartientē partiri.

¶ Sit primo superparticularis quecuqz data que hoc modo diuidi petatur. capio a r b mimos terios a quidē minorē r b maiorē inter quos cōsistat. qui per tricesimāseptimā huius erunt numeri in cōtinua serie numeroz sumpti: solaqz unitate distātes. sitqz c cōpositus ex eis cui addatur a et pueniat d: quoquidē maior unitate sit e r ducatur a et b in d et proueniat f et g. eritqz per octauā secūdi pportio g ad f ea que b ad a. Itē ducō a in e r pueniat h: addetqz h super f per nonā primi cōrum ē a: et a est ps f. nā a positus est numerare f secundū d: igitur h ad f est pportio superparticularis. Item qz b est maior a unitate per decimā primi g addit super f q̄tum est d. ergo g addit super h minus d quantū est a: sed subtracto a ab d manet c. igitur g addit super h quantū est c r per nonam r decimā tertij c est primus ad g. erit itaqz g ad h pportio superpartiens: quare pportio superparticularis assignata que est g ad f in duas diuisa est: scz h ad f superparticularē et g ad h superpartientē. quod est propositū quo ad hoc. Secundo sit superpartiens inter a et b minimos terminos: sitqz b maior terminus et ducatur b in se et in a et proueniat c r d. eritqz per septimā secūdi pportio c ad d ea superpartiens que b ad a. Item addo a ad d et proueniat e. per decimā primi a numerabit e secundū numerū vno maiorē b. quare e ad d est superparticularis. et quia per decimā tertij e est primus ad b: ergo per vndecimā eiusdem est etiam primus ad c. et cum differentia c e d non sit vnitas sed vnitate maior: ergo non erit superparticularis. Relinquitur igitur c ad e pportionē esse superpartientem: quare superpartiens assignata c ad d diuisa est in duas: scz e ad d superparticularē r c ad e superpartientem que admodū erat propositū. Tertio sit



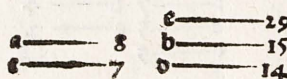
inter a et b pportio dupla que qz vt demōstratum est in quadragesimaquinta huius constat ex sesquialtera et sesquitercia subtrahat per primā quinti pportio supparticularis c ad d quecūqz minor sesquitercia a pportione a ad b: sitqz restdua e ad f qua abūdat a ad b super c ad d. et qz maior est pportione sesquialtera que est maxia superparticulariū neqz est multipler: qz pportio a ad b est minima multipliciū que nō resoluitur in multiplices. reliquitur ergo pportionē e ad f esse suppartientem. et qz c ad d et e ad f cōstituunt pportionē a ad b constat pportionē duplam in supparticularē et superpartientem esse diuisam. Quarto sit inter a et b quelibet pportio a dupla ad triplā cōstituta: sitqz inter c et d pportio cōposita ex dupla et sesquitercia si pportio a ad b est minor pportione c ad d. ergo substracta pportione sesquitercia a pportione a ad b remanebit pportio minor dupla: sed maior sesquialtera. quare illa restdua erit superpartiens: et sic pportio a ad b esset cōposita ex supparticulari vt sesquitercia et suppartiente atqz in eas diuisibilis. et si a ad b sit equalis c ad d aut maior: qz pportio addita duple in pportione a ad b: erit minor sesquialtera cū dupla et sesquialtera per correlariū viceinuertertie huius cōstituāt triplā. et sesquialtera addita sesquialtere minus cōstituāt q̄ dupla cū sesquitercia q̄ sesquialtera et due sesquitercie plus sint q̄ sesquialtera sesquitercia et sesquioctaua. at per primā quinti hē cognoscitur equari duple sesquialtere: et illi duple et sesquitercie. ergo substracta sesquialtera de pportioe a ad b remanebit pportio minor dupla: sed et maior sesquialtera. quare suppartiens. esset itaqz pportio a ad b in pportionē supparticularē sesquialterā et superpartientem quomodo ppositū est fecabilis: quod est ppositum.



C Maxima superpartientē inuenire: que ex duabus supparticularibus pducitur. 50

C Sit a ad b pportio sesquialtera et c ad d pportio sesquiquarta: sitqz e ad f pportio ex his cōposita dico pportionē e ad f esse maximā suppartientem que ex duabus supparticularibus pducitur. nā qz dupla ex quadragesimaquinta huius pducit ex sesquialtera et sesquitercia que sunt maxie supparticularis: ergo pportio e ad f est minor pportione dupla. sed et eadē maior est sesquialtera: qz ex ea cum altera cōposita sit. ergo e ad f est pportio suppartiens: sed et quelibet minor supparticularis cū pportione a ad b sesquialtera: aut c ad d sesquiquarta p quintā quinti minorē pportionē cōstituēt q̄ e ad f. est igitur e ad f maxima suppartiens ex duabus supparticularibus pducta: quod est ppositum.

C Superpartientē inuenire: que in duas superparticulares diuidi non possit. unde patet qualibet superpartiente aliam esse maiorem. 51



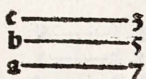
C Sit b ad a maxima pportio suppartiens per pcedentē cognita: que ex duabus supparticularibus pouca sit et differētia b ad a sit cōmanifestū est a esse maiore c suis quidē partibus. capio itē numerū d vno minore b: et tunc pportio a ad c: qz a maiore parte denotatur maior est q̄ pportio b ad d. addo ergo d cū b et fiat cōmanifestū est e ad b esse suppartientē cum cōtineat b et d eius ptes. et per secundā partē decimequite secundi erit maior pportio e ad b q̄ b ad a. et qz pportio b ad a diuidit in maxias supparticulares constituētes suppartientem vt ex pcedenti cognoscit et suppartiens e ad b sit maior superpartiente b ad a. nō diuidet ergo suppartiens e ad b in duas minores q̄ b ad a: neqz in eadē in quas diuidit b ad a. relinquat ergo in nullas duas supparticulares superpartientē e ad b posse diuidi quod est ppositū. Et correlariū ex modo demōstrationis cognoscit.

C Sola multiplici qualibet non potest sumi minor: et sola superparticulari qualibet non potest sumi maior. 52

C Dico primo qualibet multiplice posse sumi maiore. nā per tricesimaseptimā huius oēs numeri ad vnitatē pparati cōstituunt multiplices et tāto maiores quāto ab vnitare remotiores et series nūerorū in imensum euadit. igitur qualibet multiplice potest sumi maior. Secūdo dico qz nō qualibet multiplice potest sumi minor. nā per eadē quāto numerus ppinquior vnitare fuerit: tanto ille ad vnitatē minorē cōstituūt multiplice. at descēdendo nō abitur in infinitū. non igitur qualibet multiplice est dare minorē qd in aliis minime quēadmodū monstrabit accidet. Tertio dico qualibet superparticulari esse minorē hā pars per primā huius que a minori numero denotatur maior est: et quāto a maiori minor. et qz series numerozū in infinitū succrescit: nō dabitur pars adeo parua qua minor dari non possit. qualibet igitur superparticulari potest dari minor. Quarto dico nō qualibet superparticulari esse maiore. nā p que a numero ppinquiore vnitati denominat maior est: et qz nō contigit numerū in infinitū decrescē dabit ergo tandē superparticulariū maxima. at vtriusqz oppositū vt iam ostēsum est in multiplicibus accidebat. Quinto dico qualibet suppartiente esse maiore. hoc ex correlario pcedentis notū est. Sexto dico omni suppartiente esse minorē. nam quacūqz data vtriusqz causa suppartiente tertias sumo aliā a totidē partibus: denominatis a maiore numero quē nō numerēt: vt suppartientē quitas quidē qz a totidē minoribus partibus denominat: neqz pluribus erit minor suppartiente data. qua suppartiente quitas suppartiens septimas minor est et hac suppartiens nonas: sicqz cōsequens fm clementum numerozū infinitū: quod est ppositum. Potest et id vltimū ostendi ex tertia parte presentis: adiuuante quadragesima nona huius.

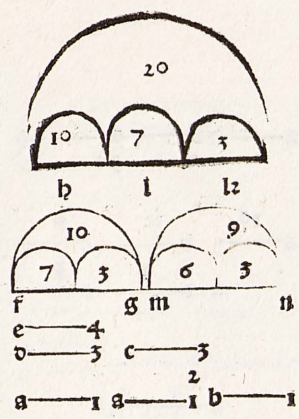
C Quelibet due suppartientes coniuncte: pportionē quadrupla minorē constituēt. 53

C Sit inter a et b pportio superpartiens: itidem inter b et c. dico pportionē a ad b et b ad c simul: minorē quadrupla constituere pportionem. nam a est minus duplo b: et b similiter minus duplo c. ergo a ad c per quintam quinti est minor pportione quadrupla: que per octauam huius ex duabus duplis constat. est ergo clarum ppositum.



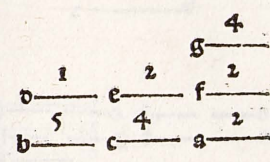
34 **D**atā proportionē que quadrupla minor sit in duas superpartientes diuidere.

Sint date proportionis minimi termini a et b: qui coniuncti faciunt d: sitq; e maior d vno qui coniuncti faciunt f: cui addatur equale d: sitq; totus f g: ducaturq; a in f g et pueniat h: et ex a b in eisdem fiat h l: l. parer igitur q; ex b in f g fit l: et ex b in g fit l: quare ex b in f fit l. sit item c triplus ad a et ex c in g fiat m: sitq; n equalis l: per octauam secundi erit proportio h l: ad h tanq; a b ad a. et quia a b per hypothesim est minus q; quadruplū a: est ergo b minus q; triplum a. quare minus q; c. et quia g est equale d et n equalis g: constat m esse equalem vel multiplicem ad d per duodecimā primi. Item qz d et e sunt contra se primi: ergo per nonam tertij f erit ad vtrunq; primus. et per eandē f et g simul ad d primus. et qz a est minor d et ad ipsum primus per eandē nonam: quod fit ex a in f g scz h non numerabitur per decimā eiusdem ab d. et qz d numerat l: et d nō numerat h: ergo l: per vicesimā tertiam primi nō numerabit h. et quia f g maius est q; triplum d: ergo maius erit h q; n: maius ergo q; l: erit ergo l: partes h. et eadem ratione qz a b est minor et primus ad f nō numerabit f quod fit ex a b in f g: scz h l. et qz f numerat l: ergo l nō numerabit h l: quare neq; h l: et qz per nonā primi l est quātum l: bis et b. et n est equalis l: et m equalis vel maior d et maior b et h maior m: erit h l: maior l: erit igitur l partes eius. constat itaq; h l: ad h esse superpartientē et h l: ad h l: etiam esse suppartientē: in quas diuisa est proportio que est inter a et b: factumq; esse: propositum.



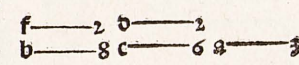
55 **O**mnis multiplex superparticularis addit super similes multiplicē: superparticularē a numero qui fit ex ductu numeri multiplicis in numerū partis denominatā.

Sit b ad a proportio multiplex superparticularis: sitq; c ad a similis multiplex. dico proportionē b ad a addere super proportionem c ad a superparticularem denominatam a numero qui fit ex ductu numeri multiplicis in numerū denominatē partis superparticularis. Sit enī d quo abundat b super c et denominas multiplicis sit e et denominas superparticularis sit f: manifestū est ergo q; a erit in c secundū e: et d in a secundum f. fiat ergo g ex e in f: eritq; per vicesimā tertiam primi d in c secundū g. quare b continebit c et partem denominatā ab g. continet igitur proportio b ad a proportionē superparticularem denominatā ab g numero qui fit ex ductu e denominatis multiplicis in f numerū denominantem partis superparticularis: quod est propositum.



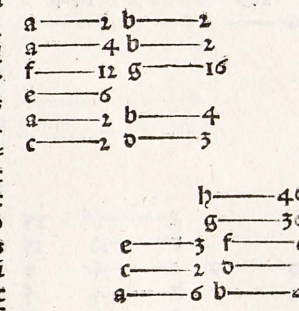
56 **O**mnis multiplex superparties cuius multiplicis numerus partes numerat: addit super eandem multiplicē: superparticularē ab vna partium denominatā.

Sit proportio b ad a: proportio multiplex superpartiens: sitq; d numerus denominas multiplicē scdm quē sit sumptus numerus partium b ad a. dico: proportionē b ad a addere super similes multiplicē: superparticularē denominatā ab vna illarum partium. Sumo enī c ad a similes multiplicē. et qz b maior est c: sit f quo abundat b super c. qz enī f est partes a sumptę scdm d et denominate ab a: et a est pars c denominata ab d. et cū ex d in a fiat c ex f in a fiet c. est ergo f pars c denominata ab a. continet igitur b ad a proportionem superparticularē super: proportione c ad a denominatā ab vna partium superpartientis: quod erat demonstrandum.



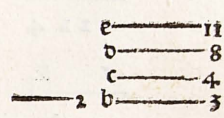
57 **M**ultiplicē superpartientē inuenire: que super totā multiplicē addat superparticularem: cū sint numerus partium et numerus denotans multiplicē dati cōmensurabiles.

Proponit hec: q; si dati numeri quorū vnus denotat multiplicē et alter est numerus partium simul multiplicis superpartientis: sint adinuicē cōmensurabiles inuenire multiplicē superpartientem que super similem multiplicē addat superparticularē. Sint pmo a numerus denominas multiplicē et b numerus partium dati cōmensurabiles. sitq; b numerus sumptus scdm a et per pcedentē factum erit: propositum. Sint scdo a et b cōmensurabiles: sed b sit pars a et adiunāte pcedente p vicesimā tertiam primi cōcludes propositū. Sit tertio a pars b dicta ab c: sumo quēlibet numerū maiorē a: quē tamen nō numeret qui sit d: et duco c in d et pueniat e. et qz c in a facit b: erit e maior b. et qz p seprimā secūdi b ad e sicut a ad d et a nō numerat d. igitur neq; b numerabit e. duco a in e et pueniat f: cui adiuncto b fiat g. dico ergo g ad e esse superpartientē que querit. nam g cōtinet e secundū a et in sup b partes e. et qz b est pars f q; multiplex sit ad c: et a in c faciat b. addet igitur g sup f multiplicē ad e denominatū ab a: numerū b eius partē: quod est: propositum. Quarto sint a et b cōmensurabiles: sed neuter alterū numeret. et sit c maximus eos numeras: numeretq; c numerū b scdm d. capio e quēcunq; numerū maiorē c: quē tamē c nō numeret: quē duco in d et pueniat f qui erit maior b: neq; ab eo numerabitur. dico ergo vt in pcedenti parte imediatē monstratū est: proportionem superpartientē denominatā ab a et a partibus dictis ab f sumptis secundū numerum b: addere super multiplicem dictam ab a: superparticularē. hoc vt in pcedenti parte monstratur: sicq; totum construitur propositum.

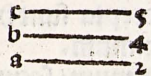


58 **M**ultiplicē superpartientē cuius multiplicis numerus et numerus partes numeras fuerint adinuicē primi: super similem multiplicē: superpartientē addere necesse est.

Sit a numerus multiplicis et b numerus partium superpartientis: sintq; a et b numeri adinuicē primi dico multiplicē superpartientē denominatā ab a et partium b: super similem multiplicē addere proportionē superpartientē. sit enī c denominas partes b manifestū est esse maiorē b: neq; b ipm numerare duco ergo a in c fiat d per vicesimā primam tertij b nō numerabit d. addo igitur b super d et fiat e: qz enī e continet c secundū a. et in super partes c sumptas secundū b est proportio e ad c multiplex super partiens denotata ab a et partium b. sed et proportio d ad c est multiplex dicta ab a: et e addit super d

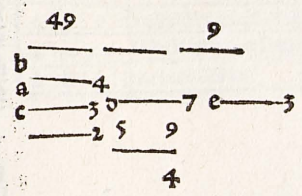


65 **C** Multiplicem superparticularem inuestigare: que multiplicem superparticularem duplicata producat.



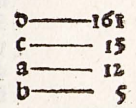
C Apio a numerū quēcūq; quem ducō in se et proueniat b cui addo unitatē: sitq; totus c manifestū est proportione c ad a esse multiplicē superparticulare: que si in se ducatur est rātum q̄tum a in se et in partē bis et pars in se sed a in se et in partem bis numerū producit: et pars in se producit partē. igit̄ quod producitur est numerus et pars. erit itaq; proportio composita multiplex superparticularis. Posses item probare vt quinquagesimānonam huius.

66 **C** Multiplicem superparticularem inquirere: que bis sumpta multiplicem superpartientem componat.



C Sit quilibet impar a et b proximus par et eius medietas sit c. sumo multiplicē superparticularem cuius multiplicis numerus sit c et pars dicta ab a. que proportio sit d ad e: dico proportionem multiplicem superparticulare d ad e bis sumptā constituere multiplicē superpartientē. nam si hec in se ducatur pueniet quadratus c et partes similes sumpte fm b et pars a quadrato a dicta. ille autē partes vnum constituit et vna supfluit cū illa. et qz ille due partes per duodecimā huius vnā non cōstituunt productum erit numerus et partes. quare proportio composita erit multiplex superpartiens. et in proposito esset quinquagesimāpartiens nonas.

67 **C** Multiplicem superpartientem perscrutari: que duplicata multiplicem superparticularem componat.

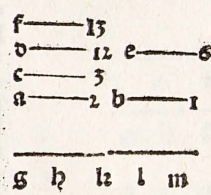


C Sumo per sexagesimātertiam huius superpartientē que duplicata multiplicē superparticulare cōponat et numerus denominās partes sit a et numerās sit b et vno maior q̄ a sit c: atq; c ducatur in a: et producto addatur b. sitq; totus d manifestū proportione d ad a esse multiplicē superpartientē cuius numerus denominās multiplicis est c et denominās partū sit a et numerus earū est b: quā duplicatā dico esse multiplicē superparticulare. nam denominatio ipsius in se ducta producet numerū et partē quod vt in precedentibus videre promptum est.

68 **C** Multiplicem superpartientem: ex qua geminata multiplex superpartiens proueniat: demum restat inspicerē.

C Queratur per sexagesimāsecundam huius superpartiens que geminata multiplicē superpartientē constituat: qua inuenta vt in precedente procedendū est.

69 **C** Datam proportionem in proportiones: quarum quotlibet sint superparticulares equales redigere.



C Sint minimi termini date pportionis a et b: sitq; c numerus fm quem sumēde sunt superparticulares equales. deinde maior c ducatur in a et in b et fiant d et e: ita tamen vt inter d et e sint plures numeri q̄ unitates in c et primus post d qui erit maximus corū sit f. manifestū est pportione f ad d esse proportionem superparticulare et minimā omnium que continue sunt inter numeros ab d vsq; ad e: qz denominated est a minore parte. continuo proportione f ad d vno plures q̄ sit numerus c: sintq; g h l i m: eritq; proportio h ad m composita ex pportionibus f ad d sumptis secundū numerum c. et quia d per decimānonam tertū est aliquotes in h sit e toties in n manifestū est h ad n eē vt d ad e. quare vt a ad b. constat ergo proportione a ad b esse diuisam in pportiones quarū aliquot sumpte erunt equales superparticulares secundū numerum assignatū: quod est propositū.

70 **C** Propositis quotlibet equalibus terminis ex illis totidē in ordine duplos: atq; ex illis triplos procreare: atq; ex prius inuētis totidē in proxima multiplicitate cōtinue pportionales producere. itemq; ex illis similes elicere superparticulares.

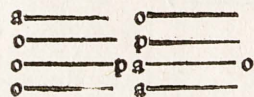
C Figura equalitatis quotcumq; terminorum equalium.

S	E	H	A	B	A	A	16	16	S	E	H	A	B	A	A	16	16	16
E	H	A	B	A	A	4	4	4	Equalitas	A	B	A	B	A	A	4	4	4
Equalitas	A	1	1	1	1	1	1	1	res.	1	1	1	1	1	1	1	1	
Dupl.	B	1	2	4	8	16	32			1	2	4	8	16	32	64		
Tripli.	A	1	3	9	27	81	243			1	3	9	27	81	243	729		
Quadrupli	B	1	4	16	64	256	1024			1	4	16	64	256	1024	4096		
Sexterti.	E	32	48	72	108	162	243			64	96	144	216	324	486	729		
Sextiti.	F	243	324	432	576	768	1024			729	972	1296	1728	2304	3072	4096		
Sexti.	G	1024	1280	1600	2000	2500	3125			4096	5120	6400	8000	10000	12500	15625		
		H	K	L	M	N				H	K	L	M	N				

F i g u r a t r i n e e q u a l i t a t i s :

- C** Precepta sunt hec.
 1 Primum.
 2 Primum/ secundum.
 3 Primum scd3 bis: tertium

		1	1	1	qua:	2	2	2	16	3	3	3	tas.	4	4	4
Trina	e															
Dupli.	B	1	2	4		2	4	8		3	6	12		4	8	16
Tripli.	L	1	3	9		2	6	18		3	9	27		4	12	36
Quadrupli	D	1	4	16		2	8	32		3	12	48		4	16	64
Dupli couersi	E	4	2	1		8	4	2		12	6	3		16	8	4
Sesqualteri.	F	4	6	9		8	12	18		12	18	27		16	24	36
Tripli couersi.	G	9	3	1		18	6	2		27	9	3		36	12	4
Sesquitercij.	H	9	12	16		18	24	32		27	36	47		36	48	64
Quadrupli couersi.	K	16	4	1		32	8	2		48	12	3		64	16	4
Sesquiquarti.	L	16	20	25		32	40	50		48	60	75		64	80	100



C Pythagorici/Magi/Priisci sacerdotes atq; qui p̄cipue de rebus agunt diuinis admiratur equalitate pariter ⁊ trinitate in suis archanis in imagine numeroꝝ veneratur taciti: tanq̄ rerum omnium p̄cipia: a quibus ois reruꝝ profuit, p̄portio: p̄portioꝝ nexus: oisq; admirabilis harmonia et in que tandē reuocatu eunt oia. P̄opter ergo mysteria p̄riscoꝝ qd̄ autor generalius intendit: primuꝝ in trina demōstradum ē equalitate. ad qd̄quidē rite peragendu tria satis sunt vbiq; veteruꝝ p̄cepta a Diuo nob̄ anotata Seuerino. Primum est: Primum. Scdm̄ est: Primum/scdm̄. Tertiuꝝ est: Primum/scdm̄ bis/tertiuꝝ. Sint ergo a o p tres termini equales quicuq; vt monadu dyadu/ triadu aut cuiuscūq; alterius inferi voles. Et or̄ primo p̄cepto capioq; prima vnitatē qua colloco sub p̄ma sitq; b. deinde v̄tēdo scdo p̄cepto capio prima ⁊ scdam simul: quas colloco sub scda. sintq; m̄ er̄tēdo tertio p̄cepto: capio prima ⁊ scda ⁊ bis: et tertia semel: quas colloco sub tertia sintq; n. dico b m n p̄tinue ex equalitate natos duplos. Itā cū a prima vnitatis ⁊ b sint idē: et prima et scda vnitatis sint dupli ad prima vnitatē a et p̄ma ⁊ secunda vnitatis sint m: ergo n̄ferius m̄ duplus ē ad b: et cū scda vnitatis bis supra equef m̄ et sit p̄ma ⁊ tertia simul equentur m ⁊ n sit scda vnitatis bis et p̄ma ⁊ tertia semel. ergo n̄ duplus est ad m. sunt igif b m n p̄tinue dupli ab equalitate scz que ad modu dictu est. prime geniti. ¶ P̄otes idē mōstrare p̄vicefima et sexta secundi. Itā qz a ad o: vt o ad p. ergo p̄ vicefima secundi o et p ad a ⁊ o vt o ad a. et qz o ⁊ p ad a et o sicut o ad a. ergo p̄ sexta eiusdē secundi o p et a o ad a ⁊ o sicut o et a ad a. at o p et a o simul sunt n et a ⁊ o sunt m et a est idē b. igif b m n cōtinue p̄portionatur: sed m ad b cognit⁹ est duplus igif et n ad m duplus. Et in oibus sequētib; hic argumētandi modus ē efficax. Et q̄cunq; trina caplef terminoꝝ equalitatis: eadē valeat argumēta. ¶ Scdo dico ex b m n duplis cōtinue p̄creari triplos. capio equale b et colloco sub b in tertia linea sitq; c. deinde capio b m sit ⁊ colloco sub m sintq; m in tertia linea rursum capio b m bis et n ⁊ colloco sub n: sitq; suo modo n. dico c m n tertia linea eē triplos. Itā per vicefima scda adiuuante sexta eiusdē c m n sunt cōtinue p̄portionales: sed et qz c equatur b ⁊ m supius duplus ē ad b: igif b et m supius sunt triplus ad b. sed b ⁊ m superi⁹ sunt m inferius: igif inferius m ad c tripli⁹. quare n ad idem m etiā triplus. sunt igif c m n cōtinue tripli. et eiusdē p̄ceptis ⁊ demōstrationib⁹ ex triplis nascetur quadrupli. ex quadruplis quicupli. ⁊ ex cōsequētib; hoc pacto multiplices oēs qui libet ex primo minore. ¶ Tertio dico ex multiplicib⁹ cōtinue nasci supparticulares. vt ex duplicib⁹ sesqualteri ex triplis sesquertij. ex quadruplis sesquiquarti. ⁊ ita p̄sequētes supparticulares per ordinē ex naturalib⁹ p̄tibus multiplicib⁹. Cōuerto duplos q̄ reperti sunt: sintq; conuersi e m n: eritq; e ad m duplus et m ad n duplus: quare m dimidiu e. Capio equale e qd̄ sit f ⁊ colloco sub e. deinde capio e m simul et colloco inferius sub m: sintq; m inferius. rursum capio e m bis ⁊ n simul: et colloco inferi⁹ sub n sintq; itidē inferius n. p̄ vicefima secudi adiuuante sexta eiusdē f m n cōtinue p̄portionatur. sed cū e ⁊ f equetur et m sit dimidiu e: ergo e m simul cōtinuet totum e ⁊ dimidiu. quare e m ad e per diffinitionē ē sesquale sed e m simul sunt m inferius. ergo m inferi⁹ est sesqualter ad f. quare ⁊ n ad m etiā sesquale qd̄ est p̄positu. et ita eiusdē p̄ceptis expedi de sesquertij/ sesquiquarti/ sesquiquitis ⁊ reliq; supparticularibus cōuertēdo terios suaz multitudinū. Hunc idē super est demōstrandū qd̄ autor intendit sum ptis quotcūq; termis. Quotq; sumpti fuerit termini equales: dupli cōtinue nascetur si cōtinuat/ rite vtamur supioribus p̄ceptis. p̄mo quidē capiēdo primū terminū et collocādo sub primo. Et scdo capiēdo sub tertio. deinde intelligēdo tertiā quartā et quintā equalitatē cōtinue sumi fm̄ numez tertij extremi subter collocati. et resume p̄cepta primo capiēdo primū terminū trine equalitatis ⁊ collocādo sub tertio imo iam collocatū reperies. Secūdo capiēdo primū et scdm̄ ⁊ collocādo sub quarto. Et tertio capiēdo primū ⁊ scdm̄ bis et tertiuꝝ ⁊ collocādo sub quinto. et secundū numez illius quinti termi subter collocati intelligo iterū cōtinue tres terios equalitatis scz quintū sextū et septimū. et resumpris p̄ceptis cum quinto iam habito: perficio sextū et septimū inferiores terminos et secundū exigentiā septimi extremi intelligo rursum trine equalitatis terminos: scz septimū octauū et nonū et a singulo quoq; tertio loco cōiunctim trina equalitatē intelligo cuius quilibet terminus intelligif secundū numerū extremi in singulo quoq; loco subter venietis. et si id placet in infinitū extendi libet. ⁊ dico cōtinue collocatos eē duplos. id resumpris demōstrationibus quoties erunt resumpte equalitatu trinitates: sicut et superiora facillime demonstrabis. Si cupis triplos eodem ferme modo nascetur de duplis. Id solum ob seruandū est vt in tertis quibusq; locis cōiunctim capiant termini triploꝝ a tribus duplis qui nas-

cuntur ex trina equalitate terminorum secundum numerum tertium cuiusque extremi triplosum. z quadrupli cōsimiliter a triplis acceptis cōtinue tribus triplis secundum exigentiam equalitatis tertium extremi triplosum et hac analogia in consequentibus multiplicibus. Et sesquialteri sesquitercium sesquiquarti z consequentes nascuntur cōuersis duplis triplis quadruplis et consequentibus sumptis simili obseruantia duplis conuersis triplis quadruplis et reliquis quoties oportet a trina equalitate: sed quorum multiplicium conuersorum primum atque maximus extremus equetur singulo quoque tertio supparticularium et ubique in precedentibus est idem demonstrandi modus.

71 **D**atas superparticularibus vel multiplicibus supparticularibus multiplices superparticulares et superpartientes: datis vero superpartientibus aut multiplicibus suppartientibus superpartientes et multiplices superpartientes procreare.

Sint a b c supparticulares termini et sumatur a semel z sit e primus numerus et a semel z b semel et sit f secundus numerus z ita secundum trine proportionis precepta ut in precedentibus factum est et pueniat d e f qui ut in precedentibus erunt continue proportionales. at per decimaoctauam huius proportio e ad d est multiplex supparticularis: igitur e f ad e. erunt igitur continue d e f multiplices supparticulares. et eodem modo ex multiplicibus supparticularibus nascetur multiplices supparticulares. Si vero cōuersis terminis ab c incipias per eandem decimaoctauam huius proueniet continue superpartientes. sicque constat primum. Secundum vero eodem modo patebit per decimaoctauam huius dato ordine superpartientium aut multiplicium suppartientium. nam si aggregatio a minori incepta fuerit per dictam decimaoctauam prouenient multiplices suppartientes. si a maiori termino: proueniet superpartientes: sicque constat propositum.

Ex duabus ultimis conclusioibus colligere potes. Ex equalitate prime nasci duplos. Ex duplis triplis. Ex triplis quadruplos: z hoc pacto de reliquis multiplicibus consequenter. Et ex multiplicibus conuersis nasci supparticulares: ut ex duplis sesquialteros. Ex triplis sesquitercios: et ita de consequentibus supparticularibus ex sequentibus multiplicibus. Et ex supparticularibus multiplices supparticulares: ut ex sesquialteris duplos sesquialteros. Ex sesquiterciis duplos sesquitercios: et huc in modum de reliquis. Ex multiplicibus supparticularibus itidem multiplices supparticulares: sed ex duplis supparticularibus tripli supparticulares. Et ex triplis supparticularibus quadrupli supparticulares. Ex supparticularibus et multiplicibus supparticularibus cōuersis superpartientes: ut ex sesquialteris supbipartientes. Ex sesquiterciis suptripartientes. Ex duplis sesquialteris z ex duplis sesquiterciis cōstruuntur supbipartientes et suptripartientes. Ex superpartientibus multiplices superpartientes: ut ex supbipartientibus duplas supbipartientes. Ex suptripartientibus duplas suptripartientes. Ex multiplicibus superpartientibus: itidem multiplices superpartientes: sed ex duplis triplis aut quadruplis superpartientibus: tripli quadrupli aut quicupli superpartientes. Ex cōuersis superpartientibus aut multiplicibus superpartientibus: nascuntur superpartientes. Et ex tribus preceptis hec ubique latissime patet. z expressa quicumque uoles longa serie: supparticularium continue proportionaliu si continue tria precepta tribus z tribus terminis ferti aptando procedis: nascetur multiplices supparticulares sed solū per tres et per tres continue proportionales. et eodem pacto conuerso ordine nascetur superpartientes sed solū in tribus z tribus terminis continue proportionales. at de his hactenus.

d	e	f	
4	6	9	Supparticulares
4	10	25	Multiplices sup
a	b	c	particulares

72 **D**atas superparticulares in multiplicibus atque easdem in minores multiplices donec ad equalitatem perueniant: reducere.

Idem ad auertere licet proportionem in illas terminis resolui ex quibus procreant. Duo sicut in omnibus idem resoluiendi modus apparet: in quibus idem erat modus precreandi. Sint a b c dati termini continue supparticulares et sit d equalis a z primus numerus: et ab b tollat d z remaneat e z de c tollatur d et e bis z remaneat f. dico d e f esse continue proportionales et multiplices. q sicut continue proportionales declarant. capio enim g h l tres terminos in continua proportione d ad e: q ex illis superiori aggregandi modo pueniet erunt ex precedentibus continue proportionales et sint l m n. et qz l ad g sicut a ad d z m ad h sicut b ad e. z ita pnter igitur d e f sunt continue proportionales. et qz b ad a p hypothesim est supparticularis p decimasextam huius erit e ad f similis denotationis multiplex. quare supparticulares date: sunt in suas multiplices reducte. si itaque superparticulares date erant sesquitercie resolute sunt in triplas si sesquialtere in duplas q si reducte sint in triplas eodem modo quo prius adiunante septuagesima huius probabis illas multiplices reduci in duplas et duplas in equalitate: quod est propositum.

l	m	n
g	h	l2
9	12	16
a	b	c
9	3	1
d	e	f

73 **M**ultiplices superparticulares in superparticulares: z multiplices superpartientes in superpartientes resoluere.

Sint a b c tres termini multiplices supparticulares. et d equalis a q subtrahat ab b z relinquatur e z eo modo quo in precedentibus subtrahatur. si b ad a erit multiplex supparticularis utriusque ab eodem numero denotatus p quadragesimā primam huius factum erit propositum. et ita de superpartientibus. At si multiplex sit maioris denotationis non fiet hoc prima resolutione: sed resoluem primo in multiplices uno minoris denotationis denotatione partis semper eadem manente: donec ad hoc veniamus ut eadem sit denotatio multiplicis et partis sicque quod proponitur facile apparebit.

Quilibet superpartientes in superparticulares reduci est possibile.

74 **I**dem qz per septuagesimā primam huius superpartientes ex supparticularibus nascuntur. ideo sint a b c huiusmodi superpartientes z d equetur a: subtrahaturque d ab b et relinquatur e z d et e bis ab c: et relinquatur f z ueniet per illam septuagesimā primam superparticulares a quibus nascebantur. at non oportet id semper in prima reductione contingere quod tamen nunc contingebat. sed aliquando resoluatur prima resolutione in multiplices superparticulares que per precedentem in supparticulares tandem reducunt: quo facto factum erit propositum. Aliquid in superpartientes aut multiplices superpartientes

9	15	25
a	b	c
9	6	4
d	e	f

et multiplex suppartiens per pcedentē reducif in suppartientē que itex reducetur in supparticularē vt si detracto d de b remaneat e quē contineat d et eius partes: vel in supparticularē si eo detracto re maneat e quē contineat d et eius partē. at si remaneat e quē contineat d et partes. q: illa detractio in infinitū fieri non pōrvt semp in suppartietes resoluatur aliqñ occurret supparticularis. factūq; appa rebit ppositū. Occurret dico tandē superparticularis et nō multiplex: qz ex multiplicibus non ime diate suppartientes sed superparticulares per septuagesimā huius gignūtur.

Datas proportionēs quascunq; ad equalitatem reducere.

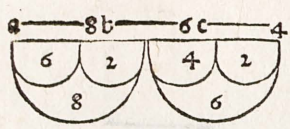
Cham per septuagesimātertiam huius multiplices suppartientes reducūtur in superpartietes et multiplices supparticulares in superparticulares et per pcedentē suppartietes in supparticulares. et per septuagesimāsecundam huius supparticulares reducūtur in multiplices et mltiplices in alias multiplices donec in equalitatē restitute sint. omnes igitur in equalitatē reducūtur.

Honi elemētoꝝ Arithmetices Jordani finis.

Edictas est connectio extremorū: habitudine vtriusq; ad mediū. **M**edietatum quedam sunt principales: et quedam principalibus collaterales.

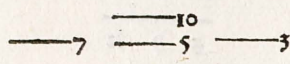
Principales sunt tres. **P**rima est quādo maioris/mediū/ac minoris equales sunt differētie. et hec dicitur **A**rithmetica medietas. **S**ecūda est quādo

maximi ad mediū eadē est proportio: q̄ mediū ad minimū. et hec geometrica vocatur **T**ertia est qñ maximi ad minimū eadē est pportio: que dñe maximi ad mediū ad differētiā mediū ad minimū. et hec musica nūcupatur. **C**ollaterales sunt octo. **P**rima est qñ maximus ad mediū sicut dñia minorū ad differētiā maiorum. **S**ecūda est qñ medius ad minimū: sicut dñia minorū ad differētiā maiorū. **T**ertia est qñ maximus ad mediū sicut dñia extremorū ad differētiā maiorū. **Q**uarta est qñ medius ad minimū sicut dñia extremorū ad differētiā maiorū. **Q**uinta est qñ medius ad minimū: sicut differētia minorū ad dñiam maiorū. **S**exta est qñ maximus ad minimū: sicut differētia minorū ad dñiam maiorū. **S**eptima est qñ maximus ad minimū: sicut dñia extremorū ad differētiā maiorum. **O**ctava est quando maximus ad minimū: sicut differētia extremorum ad differētiā minorum.



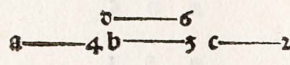
C Si fuerint tres numeri in arithmetica medietate dispositi: erit maioris ad medium minor proportio q̄ mediū ad minimum.

C Sint a b c tres numeri in arithmetica medietate dispositi quoz maximus sit a: dico a ad b minorē esse pportionē q̄ b ad c. nā per diffinitionē a ad b et b ad c equales sunt dñe: qz igitur a et b sunt vt cōpositi ex b et c ipsi additis numeris equalibus scz differētiis eorū. ergo per decimāseptimā secūdi pportio a ad b minor erit proportione b ad c: quod est ppositum.



C In eadē medietate duo extremi cōiuncti tm reddunt: q̄tum medius duplicatus.

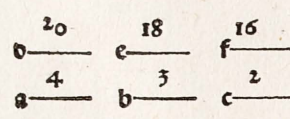
Cham p diffinitionē primi ad mediū et mediū ad extremū equales sunt dñe: igitur p secūndā primi medius est extremorū cōiunctoꝝ medietas. duplicat⁹ igitur equat extremis p̄iunctis: qd est ppositū.



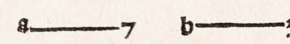
C In eadē medietate quod sub extremis continetur cum quadrato differētie equalē est quadrato mediū.

Cham per pmissam duo extremi simul sunt tanq̄ duplus mediū. **P**onaf ergo duplus mediū q̄ sit d diuisus p duo equalia quoz medius est vnū: et per duo unequalia q̄ sint a c extremi: et p decimānonā primi erit quadratus b vnus equalium q̄tum quod fit ex a in c cum eo quod fit ex differētia a ad b in differētiā b ad c. at qz differētie ille sunt equales: tantum ergo erit quadratū mediū b q̄tum quod cōtinetur sub extremis a et c cum quadrato dñe mediū ad extremū: quod est ppositū.

C In eadem quoq; medietate quadrata extremorum : duplum sunt quadrato mediū et quadrato differētie.



C Sint a b c numeri in hac medietate dispositi: sitq; d quadrata a et c. dico d duplū esse quadrato mediū et quadrato dñe simul. **S**it enī f qd fit ex a in c bis et quadrata b mediū bis sint e: qz enī per secūndā huius a et c cōiuncti tantū sunt q̄tum duplus b. et per decimāquintā primi d et f simul tm sunt q̄tum quadratū totius a c: sed et per eandē decimāquintā e erit medietas d et f simul. igit per secūndā partē secūde primi e ad d et ad f equales sunt dñe. igitur per diffinitionē e hac medietate medius est inter d et f. et qz per pcedentē qd fit ex a in c semel cū quadrato dñe tantū est q̄tum b in se. igit e addit super f duplū quadratū dñe: quare et d tantum addet sup e. quare et duplū quadratū differētie b ad a equat d. igitur quadratus b q̄ est medietas e cū quadrato differētie b ad a est medietas d: qd est ppositū.



C Trium numeroꝝ in hac medietate dispositoꝝ duob⁹ extremis datis: mediū repire.

C Sint a b duo extremi in hac proportione: illos simul addo atq; aggregati sumo medietatē que per secūdam huius erit medius petitus: factumq; erit ppositū.

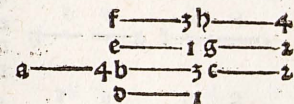
6 Si fm pportioem mediū datorū numeroꝝ ad dñlam: sumātur tres nūeri in eadem medietate:crit mediū illoꝝ ad differētiā:que inter extremos passignatoꝝ pportio.

Sint a b c tres numeri in Arithmetica medietate quoz maximus sit a. et sit d differētia a ad c: et e medietas que est differentia a ad b et differentia b ad c. sumo item in eadem medietate numeros f g h quoz extremoz sit pportio tanq̄ b ad e: sitq; f maximus. dico g ad differētiā f ad g q̄ sit eam pportionem esse que a ad c. capio enī differētiā f ad h q̄ sit k: cuius medietas sit l. et cōpositus ex f et h sit m. qz enī per hypothesim b ad e tanq̄ f ad h: et b et e sunt a. igitur p sextam secundā a ad e sicut m ad h. et quia vt dictū est b ad e vt f ad h: ergo pmutatim b ad f totus ad totū: sicut e ad h detractus ad detractionem. igitur per quintam secundā c ad k residuus ad residuum sicut totus ad totū. quare g et vt e ad h: ita c ad l. permutatim ergo e ad c vt h ad l. ergo p vicesimā primā secundā et equā pportioalitatē m ad l sicut a ad c. ergo q̄ per scđam huius q̄ sit dimidiū m: erit a ad c sicut g ad l: dimidiū scilz ad dimidiā differentiam sicut totum m ad l totam differentiam. quod est ppositum.



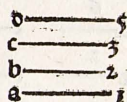
7 Si fuerint tres nūeri in hac medietate dispositi: extremoz/ et mediū ad differētiā: eandem esse pportionem impossibile est. maiorē vō siue minorē: possibile.

Sint tres numeri a b c in hac medietate pstituti: et a maximus: et differentia a ad b/ et b ad c sit d. dico impossibile esse eādem pportioem a ad c et b ad d. nam si id possibile foret: ponat̄ ergo vt sit a ad c tanq̄ b ad d. ergo p vicesimā quintam secundā qd̄ sit ex a in d: equū est ei qui sit ex b in c. at p decimā quartam primā qd̄ sit ex a in d im̄ est q̄rum qd̄ sit ex d in se et d in b qui sint e et f. sed per eandem b in c im̄ est q̄rum qd̄ sit ex c in d et c in se in f g et h. equabūtur ergo adinūcem ef simul et g h simul. qd̄ est impossibile. qd̄ sic ostēdo. nam p septimā secundā f ad e sicut b ad d. et per eandem h ad g sicut c ad d. sed p nonā secundā pportio b ad d maior est q̄ pportio c ad d. igit̄ et pportio f ad e maior erit pportio h ad g. quare si f equē h p eādem e erit minor g. quare e et f non equabūtur g et h. et si f sit mior h ergo p decimā septimā secundā e et iā erit minor g. quare cōpositus ex e et f duobus minoribus non equabitur cōposito ex g et h. at si f ponit̄ maior h/ et cōpositus e et f equetur cōposito g et h: ergo per decimā nonā scđā pportio f ad e minor erit q̄ pportio h ad g: cui⁹ oppositum mōstratum est. cōstat ergo qd̄ dictū est. ¶ Sed extremi ad extremum pportio maior possibilis est q̄ mediū ad differentiam si ad vnitatem res p̄tinue ponant̄ terminū qui erūt in hac medietate. et qz extremi scz ternarij ad vnitatem est pportio triplā: sed mediū binarij ad vnitatem (que differentia est) pportio duplā: pstat extremi ad extremum maiorē esse pportioem q̄ mediū ad differentiam. et ita si post vnitatem in hac medietate numeri apte discōtinue sumātur. p̄possibilis est etiā extremi ad extremum pportio mior q̄ mediū ad differentiam. nam acceptis quibuscūq; tribus terminis continue post vnitatem: maior erit pportio mediū ad vnitatem que erit differentia q̄ extremi ad extremum quoz differentia semp est binarius.



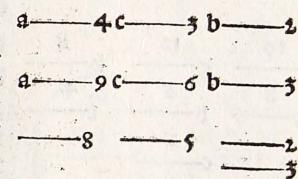
8 Tres numeros in hac medietate inuenire quoz pportionis mediū ad differētiā: ad pportionem extremoz differentia sit qualibet data pportione maior.

Sint a et b nūeri date pportiois et b maior: addo b ad a et fiat c cui etiā addo b et fiat d. manifestum est d c a esse tres numeros in hac medietate cōstitutos cū b sit cōis differentia d ad c et c ad a: quoz dico differentiam pportionis c ad b mediū ad differētiā: ad pportionem d ad a esse data pportione b ad a maiorē. nam pportio c ad a addit sup pportionem c ad b pportionem b ad a. et pportio d ad a est maior pportione c ad a. addet igit̄ pportio d ad a sup pportioem c ad b maius pportioē data b ad a. est itaq; differentia pportiois c ad b ad pportioem d ad a data pportione maior.



9 Si extrem⁹ extremi duplus: erit mediū differentie triplus: et cōuertitur. qz si alter alterius maius duplo fuerit: erit mediū minus triplo differentie: et ecōuerso.

Nam si a maximus sit duplus b mīmi: erit b duplus differentiaz. quare c ex b et differentia illa cōstitutus eidem differentie erit triplus. et si c est triplus ad differentiam cū pstituat̄ ex illa differentia et b: ergo b erit duplus ad differentiam. quare a pstitutus ex b et dupla differentia que equatur b itex inuenietur duplus ad b. quod est primum. et si a est triplus ad b: idem b equabit̄ vni differentiaz. at b et vna equalium differentiaz pstituit̄ c. igitur c duplus est ad differentiam. et si c duplus est ad differentiam erit rursus a triplus ad b. nam si c sit duplus ad differentiam cū sit pstitutus ex differentia et b: differentia illa equabitur b. sed b cum equali differentia bis sumpta pstituit̄ a. igitur a triplus est ad b. et vniuersaliter si maximi ad mīmum pportio maior q̄ dupla inueniatur: erit semp mīmum ad differentiam minor q̄ duplus. igit̄ et mediū ex mīmo et differentia cōstitutus ad differentiam minor erit q̄ triplus et cōuertitur vt in alijs quoz mōstratum est.



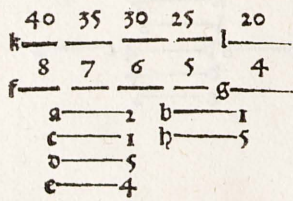
10 Datis quibuslibet duabus pportioibus: fm vtrāq; in Arithmetica medietate tres terminos ordinare: quoz adinūcem differentie sint equales.

Sint minimi termini duarū datarū pportionum a b et c d. et differentie illoꝝ sint e et f. sumo itex g nūerum aliquem quem cōiter numerent differentie e et f. et sint numeri fm quos ipm numerāt h et k. deinde multiplico a et b per h: et pueniāt l et m. et multiplico c et d per k et pueniāt n et o. p septimā secundā l ad m vt a ad b. et n ad o vt c ad d. et differentia l ad m est g. et similiter differentia n ad o est g. si igit̄ g est par: sumo medium inter l et m qui cōstabit ex m et dimidio g. et mediū inter n et o qui cōstabit ex o et dimidio g. et erūt tres termini l et m cū suo medio fm pportioem a ad b/ et tres aliū n et o cōstata to eoz medio fm pportioem c ad d in arithmetica medietate quoz adinūcem differentie sunt equales



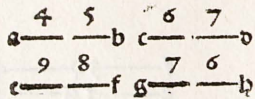
si aut g esset impar dupladi essent l/m/n/et o. et dupla ad g p correlariū septime secūdi pueniret differētia. si ergo inter illos mediū sumatur tam horū q̄ illoꝝ differētia ad mediū erit g. sicq̄ totum manifestum erit propositum.

¶ Quotlibet numeros fm Arithmeticam medietatem sumere: quoz differētie dato numero non sint minores: extremoz vero pportio sit date pportioni equalis.



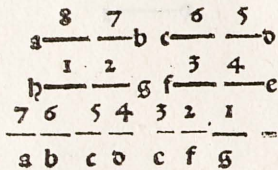
¶ Sint a z b termini date pportionis: et e eoz differētia: et d sit numerus fm quem sumendi sunt quotlibet numeri: z e numerus quo non minores debeāt esse differētie. multiplico a z b fm nūerum vno minozem d z pueniant f et g: quoz differētia c toties nūerabit. sumo ergo media fm differētiā equalē c et fiet vt oēs numeri sint fm nūerum d. mltiplicet item c donec pueniat maior e et fiat hoc fm h. ducoq; h in f z g et omnes medios et pueniat k l z mediū inter illos. manifestū est extremozum pportionem esse pportioni a ad b equalē: et numerum sumptum esse fm d z differētiā inter se equalē et numero e dato maiorē. quod est propositum.

¶ Si sumptis quotlibet nūeris in hac medietate: aliū totidem eandem habentes differētiā maiorē minoribus coniūgant: numeros equalē puenire necesse est.



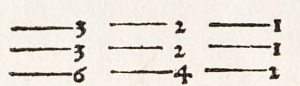
¶ Sint a b c d q̄libet numeri in hac medietate quoz a sit mīnus: z e f g h totidem in hac medietate et illoꝝ maximus: sintq; hoꝝ et illoꝝ equalē differētie. dico a et e simul equari b et f et reliquis hoc modo sequētib; nam quia a z e sunt circūpositi b z f et equalē per hypothesim differētie: ergo per tertiam primi a et e simul equātur b et f. et hunc in modum de reliquis argumentare.

¶ Numeros quocunq; in hac medietate datos coaceruare.



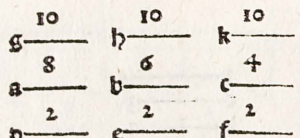
¶ Hec demōstrat aggregatoꝝ summam reperire: quā nōnulli pgressiōem vocant. si enī sunt in nūero pari vt a b c d. e f g h q̄ igit p precedentem a h equātur b g c t e f et d e fm feriet medietatem. si ergo in coaceruatum ex a z h duob; extremis duca; totius feriet medietas pueniet summa totalis ex oibus coaceruata. At si numerus eoz sit impar vt a b c d e f g erit vnus eoz medius vt d. et eius ad extremos a et g eadem erit differētia. quare per scđam primi est medietas a et g/ et similiter medietas b z f/ et medietas c z e. numerus igitur feriet oīm in ipm ductus oīm summam cōficiat. quod est propositum.

¶ Si q̄libet nūeri huius medietatis aliū totidē siue cōlibus siue in eadez medietate sumptis minores mioribus addātur: ppositi quoq; fm eādem medietatē disponētur.



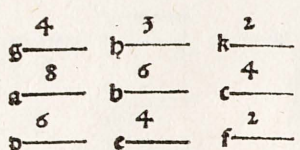
¶ Nam siue equalē equalibus addātur siue hoc modo nūeri quicūq; totidem aliū in eadem medietate cōstituti: quia equalib; differētiis equalē differētie addētur et tote differētie adinuicem erūt equalē. quare per diffinitionem compositi erunt in hac medietate pstituti. quod est propositum.

¶ Si equalē totidem auferant siue ipi ab cōlibus substrahātur: residuum in eadem medietate inuenietur.



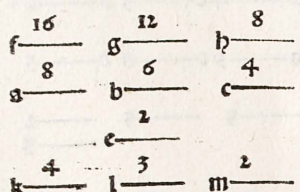
¶ Nam equalibus de quibuslibet eoz demptis erūt eodem residuoꝝ que z totoꝝ differētie idētidem quibuslibet eoz ab equalibus demptis eodem que subtracto z manebunt differētie. igitur per diffinitionem residua erunt in arithmetica pportione. quod intendebatur.

¶ Si vero de eisdem aliū in eadem medietate dati minores a minoribus tollātur: residui vel erunt equalē vel eiusdem medietatis rationem suscipient.



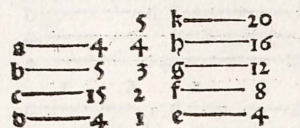
¶ Hec quodāmodo decimequarte et decimequite pueria est. nam datis a b c in hac medietate maioribus et d e f minoribus: quoz ad primos differētie sint equalē: subtractis d e f ab a b c. residui erūt equalē: differētie a ad d. quare adiuicem equalē. at si numeri sumpti vt g h k non hēant singuli ad singulos a b c equalē differētiā. qz detractorum z totoꝝ equalē sunt differētie: erūt z residuoꝝ equalē differētie. et cū residua nō sint equalia: inter eos erit hęc medietas. quod est propositum.

¶ Si quotlibet numeri huius medietatis fm eundem nūerum vel multiplicentur vel diuidātur: erunt z pducta z diuidentia in hac medietate eodem ordine continuata.



¶ Sint dati quotlibet numeri in hac medietate: vt a b c qui multiplicētur p e et pueniant f g h z qui diuidātur per e: et pueniant k l m. dico pducta f g h et diuidentia k l m eodem ordine in hac medietate ptinuata. nam qz multiplicatoꝝ a b c differētie sunt equalē: ergo per correlariū septime secūdi et productoꝝ. et etiam per idē quoties diuidentia l z m numerabunt a b c: z toties differētie numerabunt differētiā et eodem ordine. est ergo notum quod proponitur.

¶ Datum nūerū in quotlibet partes que arithmetica medietate se excedāt diuidere.



¶ Sit numerus diuidēdus a: et b nūerus fm quem pponit diuidi. Inuenio per decimātertā huius numerum ex oibus ab vnitate ad b coaceruatum qui sit c. et qui sit vt partes ab ipō denotate. et resoluas si vis a in cōsimiles partes: dehinc resolutum diuidas per c et reuertetur numerus fm a qui sit d per quem multiplica oēs numeros ab vnitate ad b qui sunt in hac medietate vt notum est et pueniat f g h l partes denotate ab c que per precedentem erūt in hac medietate. et per nonā primi manifestū est eas cōstituere a. et sunt sumpte fm numerum b. effectum est igitur propositum.

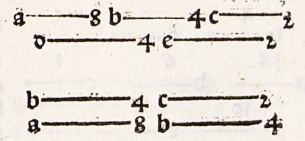
¶ Si inter numeros pportioales mediū fm hanc medietatem designētur: erit extremozum ad illos pportio vna.

Sint a b c numeri in hac medietate constituti et similiter totidem d e f: sitque a ad c sicut d ad f. dico a ad b ut d ad e et b ad c ut e ad f. nam si a c et d f sint equales: constat proportum. si non: sint ergo d f maiores et a c minores. quia enim que proportio d ad f totus ad totum: ea est a ad c detracti ad detractum: ergo per quitam secundi differentia d ad f ad differentiam a ad c restouum ad restouum: sicut d ad f totum ad totum quare medietas differentie d ad f que sit h ad dimidiu differentie a ad c que sit g per correlariu decime quarte secundi sicut d ad f. et cum que proportio d ad f ea sit a ad c: ergo permutatim d ad a sicut f ad c. cum itaque f ad c sicut h ad g: ergo per idem correlariu e ad b sicut d ad a. quare permutatim d ad e sicut a ad b. et consiliter probabis f ad e sicut c ad b aut e contra. quod est propositum.



Si in geometrica medietate tres numeri statuuntur: erit que maximi ad medium: ea differentie ipsorum ad differentiam medii ad minimum proportio.

Sint a b c tres numeri in geometrica medietate dispositi per diffinitionem que proportio a ad b ea est b ad c. et sit d fia a ad b numerus d. et differentia b ad c medij ad minimum numerus e. dico eade esse proportioem a ad b et d ad e. capio enim b et vt totum et vt detractum. et qz que proportio a ad b totum ad totum: ea est b ad c detracti ad detractum. igitur qz proportio a ad b totum ad totum et maximi ad medium: ea est d fia a ad b ad differentiam b ad c per quitam secundi restou ad restouum. quod est propositum.



In hac medietate quod sub extremis continetur: equale est quadrato medij.

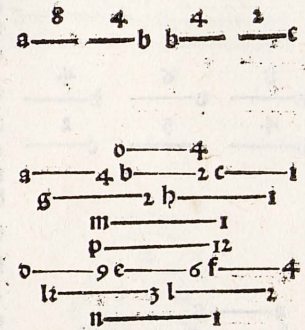
Hec ex diffinitione et vicesimal sexta secundi statim cognoscitur.

In eadem medietate duo extremi iuncti: maius sunt quam medius duplicatus.

Hec itidem statim cognoscitur per vicesimal quartam secundi: sumpto medio. p secundo et tertio.

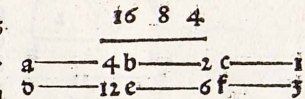
In eadem medietate quanto maximi ad medium maior est proportio: tanto etiam maximi et minimi ad duplum medij maior erit proportio.

Sint a b c continue proportionales: et d e f itidem continue proportionales sed in maiore proportione. dico qz quanto maior est proportio a ad b quam d ad e: ratio maiorem esse proportioem a et c ad duplum b quam proportioem e et f ad duplum e. sit enim g differentia a ad b: et h differentia b ad c: similiter k differentia d ad e: et l differentia e ad f. et quo g excedit h sit m: quo x o k excedit l sit n. quia enim maior est proportio a ad b quam d ad e: ergo p duodecimam secundi a ad d totius ad totum maior est proportio qz b ad e detracti ad detractum. ergo per decimaterciam eiusdem g ad k restou ad restouum maior est proportio qz a ad d totius ad totum: quare multo fortius qz b ad e detracti ad detractum. qz igitur g ad k maior est proportio qz b ad e: igitur p duodecimam eiusdem g ad b maior proportio qz k ad e. quare per vndecimam eiusdem b ad g minor proportio qz e ad k. et per vicesimam huius g ad h maior est proportio qz k ad l. nam g ad h vt a ad b: et k ad l vt d ad e. quare eadem argumentatione qua paulo ante g ad m minor proportio qz k ad n. quare per quintam quinti erit b ad m minor proportio qz e ad n. per eandem igitur dupli b vt o ad m minor proportio qz dupli e vt p ad n. et qz a et c supant duplum b qz tum est m: et similiter compositus ex d et f excedit p duplum e qz tum est n: vt facile ex precedente cognoscas. et proportio p ad n maior portione o ad m. igitur per scdam partem decimequite scdi p et n ad p minor proportio qz o et m ad o. igitur d et f simul ad p proportio minor qz a et c simul ad o. quod est propositum.



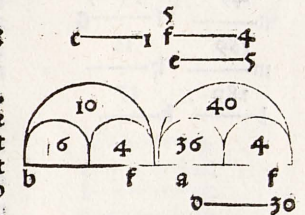
Si quotlibet numeris in hac medietate sumptis totidem alij eiusdem proportionis maiores maioribus addantur: compositi quoque in hac medietate inuenientur dispositi.

Ham si que proportio a ad b et b ad c: ea sit d ad e et e ad f. igitur permutatim que proportio a ad d: ea est b ad e et c ad f. igitur per vicesimam secundi que proportio a ad b: ea erit compositi ex a d ad positum b e. et compositi b e ad compositum c f. quod est propositum.



Si dispositis aliquot numeris in hac medietate numeri equales singulis addantur: erit inter compositorum maiores proportio maior.

Sint a b c in geometrica medietate dispositi: et d e eoz differentie: et f numerus singulis addendus. quia igitur quo abundat f a sup b est d. et quo abundat f b sup c est e. et per nonam secundi f ad d minor est proportio qz f ad e. et per vicesimam huius permutatim argumentando a ad d vt b ad e: per idem erit f a ad e maior proportio qz b f ad e. itidem et proportio b f ad e maior qz c f ad e. et quia d ad e vt a ad b vt dictum est: et differentia a f ad b f est d. et differentia b f ad c f est e: erit proportio a f ad b f maior qz b f ad c f. et quanto differentia fuerit maior: tanto d fia vnus proportionis sup differentiam alterius erit maior.

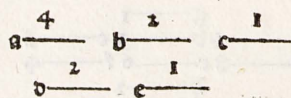


Si quotlibet numeris in hac medietate datus: totidem alij in eadem quidem medietate sed non fm eandem proportionem sumpti: maiores minoribus addantur: inter compositorum maiores: maiorem esse proportionem conueniet.

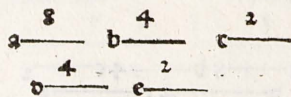
Sint continue proportionales a b c et similiter d e f sed in minori proportioe. dico qz a d ad b e maior proportio qz b e ad c f. Sit enim qd ex a in f pducit g. et qd ex b in e h. et qd ex d in c k. per primam quinti proportio g ad h est d fia a ad b sup proportioem a ad b. sed et proportio h ad k est per eadem d fia proportioem b ad c sup proportioem d ad e. quare sicut g ad h: ita h ad k. quare per vicesimal scdam huius g et k plus sunt qz dupli h. et qz qd ex a in c et qd ex d in f sunt qz qd ex b in e et in se p vicesimal sextam scdi erunt ergo eadez cu g et k maius qz quadrata b et cum duplo h. maius qz qd ex a d in c qz qd ex b e in se. et ideo maior proportio a d ad b e qz que est b e ad c f p vicesimal septimam secundi. qd est propositum.



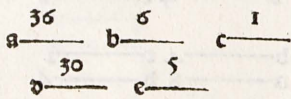
Tribus numeris in hac medietate sumptis: maximi ad mimum et medii ad alteram 27
 Differentialium eandem esse proportionem impossibile est.



Sint a b c tres numeri in hac medietate: et differentie eorum d et e. dico impossibile esse eandem proportionem a ad c et b ad d vel b ad e. nam si esset a ad c sicut b ad e: ergo permutarim esset a ad b sicut c ad e. et quod per vicissimam huius b ad c sicut d ad e erit permutarim b ad d sicut c ad e. quare que proportio a ad b ea erit b ad d: sed a est maior d. igitur per quartam secundi b maior d. igitur que proportio a ad b maiorem eius portionem erit b maioris portionis ad minorem. quod per undecimam quinti est impossibile et propositum.



Trium numerorum huius medietatis quo maximi ad mimum maior est proportio: 28
 eo medii ad quolibet differentiarum proportio minor.



Sit hypothesis ut prius. hoc enim ideo est quod quanto a ad c maior: tanto differentia b ad c erit maior quare tanto numerus c maior. et ideo proportio b ad e minor sicut quanto a ad c maior tanto etiam a ad b maior et quanto a ad b maior tanto d differentia maior. quanto autem d differentia maior: tanto b ad ipsam proportio minor. quod est propositum.

Numeros quolibet in geometrica medietate continuare: quorum extremorum proportio 29
 non sit data proportio maior: minorum vero differentia non sit dato numero minor.

Divido per sexagesimanonam non nisi proportionem datam in proportiones quarum quolibet sint euales: et si differentia minorum sit equalis dato numero aut maior: effectum est propositum. si autem minorum differentia sit dato numero minor: duo datum numerum in quolibet numerum illarum proportionum et factum apparebit propositum.



Si inter numeros eiusdem medietatis: secundum arithmetica medietatem medii statu- 30
 antur: illi quoque in geometrica medietate disponentur.

Sint a b c continue in hac medietate dispositi: sitque d medius inter a et b: et e inter b et c secundum arithmetica medietatem. dico que proportio a ad b: eam esse d ad e. nam per decimanonam huius ut a ad d: ita b ad e. igitur permutarim ut a ad b: ita d ad e. quod est propositum.

Si inter duos numeros medii duo proponantur alter in arithmetica et alter in geo- 31
 metrica medietate: qui est secundum arithmetica reliquo tanto amplius potest quantum est quadratum differentie ipsius ad alterutrum extremorum.

Et inter a et d sint b c duo medii: sitque b in arithmetica medietate et c in geometrica. dico b amplius 32
 tanto posse super c quantum est quadratum differentie b ad a aut b ad d: quod idem est. nam per vicissimam primam huius quod sit ex a in d tunc est quantum quadratum c. at per tertiam huius quadratum b addit super id quod sit ex a in d quantum quadratum differentie a ad b. igitur et tunc addet super quadratum c. quod est propositum.

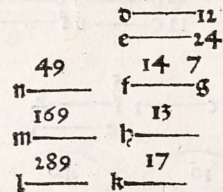
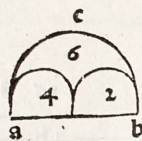
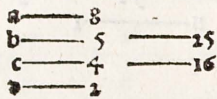
Tres numeros in arithmetica medietate reperire: inter quorum binos et binos secundum 32
 geometricam medietatem medios assignare contingat.

Sint a et b duo numeri pares: et b aut equalis aut numerus a. et propositus ex a et b sit c cuius duplex 33
 sit d. ducaturque a in c et perveniat e. quia per primam septimi compositus ex a et c est par: et per duodecimam eiusdem est par. ergo per sextam eiusdem si propositus ille detrahatur ab e relinquetur par. sit ergo par relictus f. et eius medietas g. et compositus ex g et c sit h. itemque h et a componantur k sintque l m n quadrati l h g quos dico esse numeros quales querimus. nam per decimanonam primi l quadratum l2 addit super m quadratum h: quantum est quadratum a. et quod sit ex h bis in a. hoc est quantum quadratum a et quod sit ex a in d et f. et quod sit ex a in se et in f minuit ex eo quod sit ex a in e quantum est quod sit ex a in c. et quod sit ex a in d est quantum quod sit ex b in e. et quod sit ex a et b in e equaliter quod sit ex c in e: erit quod addit quadratum k super quadratum h minus eo quod sit ex c in e quantum est quod sit ex c in a. et ex eodem patere potest quod quadratum h addit super quadratum g quantum quod sit ex c in se et in f: quod minus est eo quod sit ex c in e quantum est quod sit ex c in a. quare quanto l abundat super m tanto m abundat super n. quare quadrati l m n sunt in arithmetica medietate constituti. et per correlarium quarte sexti inter l et m est unus medius proportionalis: et similiter inter m et n. factum est ergo propositum.

Si sumptis tribus terminis in arithmetica medietate medii inter illos secundum geome- 33
 tricam medietatem statuatur: inter quadratos illorum quadratum medii aliorum in arithmetica medietate constare necesse est.

Sint a b c numeri in arithmetica medietate constituti per precedentem inveni inter quos sint d e secundum 34
 geometricam medietatem. dico quadratum medii b esse in arithmetica medietate inter quadrata mediorum d et e. nam quod quadratum d per vicissimam sextam secundi est quantum quod sit ex b in a. et per nonam primi quadratum d addet super quadratum b quantum quod sit ex b in d suam ad a. et similiter quadratum b addet super quadratum e quantum quod sit ex b in d suam ad c. sed b ad a et b ad c equalis est differentia: igitur quadrata numerorum d b e sunt in arithmetica medietate. quod est propositum.

Ordinatis tribus terminis in harmonica medietate: erit maximi ad medium: quod medii 34
 ad minimum maior proportio.



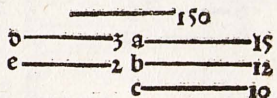
¶ Sint a b c tres numeri in harmonica medietate constituti: sitq; a maximus, dico a ad b maiorem esse proportionem q̄ b ad c. Sit enī d differentia a ad b: et e differentia b ad c. erit enī per definitionem d ad e sicut a ad c. et per nonam secūdi a ad c maior proportio q̄ a ad b. quare a ad b minor proportio q̄ d ad e totius scz ad totū minor proportio q̄ detracti ad detractum. ergo p decimā quartam secūdi b ad c residui ad residuum minor proportio q̄ a ad b totius ad totum. quod est propositum.

35 ¶ In eadem medietate duo extremi iuncti: maius medio duplicato efficient.

¶ Istam per scđam secūdi differentia maiorum est maior q̄ differentia minorum. sumpto ergo numero minore maximo extremoz qui addat sup medim q̄rum medium sup mīnum: p scđam primi ille cū mīmo equabunt medio duplicato. igitur per cōdem sciētiam maximus extremozum qui eo est nūerus maior cū eodem mīmo constituet numerum medio duplicato maiorem. quod est propositum.

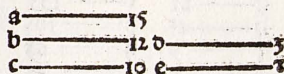
36 ¶ In eadem medietate qđ cōtinetur sub extremis est q̄tum quadratum medij cū eo quod sit ex differentia in differentiam.

¶ Sint vt prius a b c tres numeri in hac medietate cōstituti: et eoz differentie d z e. dico qđ sit ex c in a esse tm̄ q̄rum quod sit ex b in se cū eo quod sit ex d in e. nam qđ sit ex c in a est tm̄ q̄rum quod sit ex e in b z in d per nonam primi. et p vicēsimā quintam secūdi qđ sit ex c in d est q̄tum qđ sit ex e in a. et qđ sit ex e in a q̄tum qđ sit ex e in b et d. et quod ex e z c in b per decimā primī q̄tum quod sit ex b in se. ergo quod sit ex c in a est q̄tum qđ b in se et e in d. quod pponitur.



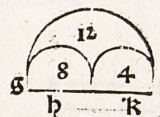
37 ¶ In eadem quoz medietate quod sit ex medio in extremos: duplum est eius quod continetur sub eisdem.

¶ Istam quod sit ex b in a est q̄tum quod sit ex c in a et e in a per decimā primī. et q̄ ex e in a q̄tū quod sit ex d in c per vicēsimā quintam secūdi z p decimā primī itez quod sit ex d in c cū eo quod sit ex b in c q̄tum quod sit ex a in c. quare q̄tum quod sit ex c in a. esse itaq; quod astruitur notum.



38 ¶ Inter unitatem z aliquem numerum: siue inter numeros in sua proportioe mīmos: scđm harmonicam medietatem non est assignare medium.

¶ Inter numerum z unitatem non assignabit. nam cū que proportio numeri dati ad unitatem ea esset differentie numeri dati ad medium ad differentiam medij ad unitatem. et dñā numeri dati ad medium minor eēt numero dato: oporteret medij numeri dati z unitatis ad unitatem: minorem eē differentiam unitate. de numeris aut in sua proportioe mīmis idem statim patet. nam cum eadem eēt differentie ad differentiam que illoz nūerorū adinuicem. proportio z eoz differentie sint minores. illi ergo non essent in sua proportioe mīmimi. quod est p̄tra hypothesim.



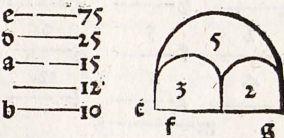
39 ¶ Scđm datam proportioem: musicam inuenire medietatem.

¶ Sint a z b extrema date proportiois: et c differentia eoz: et cōpositus ex eis sit d. ducatur igit a et b in d et pueniāt e z f. sitq; eoz differentia g. quā p nonam primī d nūerabit fm c. et quia d est tanq̄ a z b ergo c duct⁹ in a z in b facit g. et eo quod sit ex c in a quod sit h: dempto de g remaneat l: quē pducet b in c. sumatur ergo l medius inter e z f cuius differentia ad e sit h: certum est differentiam eius ad f esse k. et quia per septimā secūdi h ad k tanq̄ a ad b. et per octauam eiusdem etiam e ad f tanq̄ a ad b. constat ergo per definitionem factum esse propositum.



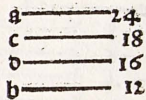
40 ¶ Terminis extremis ppositi: medium inter eos fm harmonicam medietatē reperire.

¶ Sint a z b extremi harmonice medietatis quoz iubeat medium inuenire. capio eoz differentiam que sit c: et cōpositum ex ipsis qui sit d. deinde duco a in c et pueniāt e qui diuidatur p b: et diuidens sit f. eritq; per cōuersam vicēsimā quinte secūdi que proportio d ad a eadem c ad f. dempto ergo f de c remaneat g. eritq; f ad g sicut a ad b. quod ostēdo. nam qz sicut d ad a: ita c ad f. ergo pmutatim d ad c totus ad totum vt a ad f detractus ad detractum. quare itez vt a ad f: ita b ad g residuus ad residuū. ergo pmutatim a ad b sicut f ad g. sumo igitur inter a z b medium numerum cui⁹ differentia ad a sit f. et quia relinquetur differentia eius ad b esse g: per definitionem cōstat factum esse propositum.



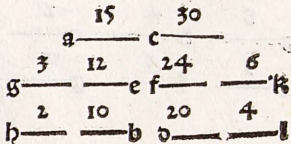
41 ¶ Si inter duos numeros duo statuatur medij: alter fm arithmetica z alter scđm harmonicam medietatem: qui fm arithmetica maior est z q̄ maximi ad ipm eadem alterius ad mīnum proportio.

¶ Sint extremi a b. et medi⁹ fm arithmetica medietatem c. et fm harmonicam d. dico eē maiore d: et eam eē proportioem a ad c qđ a ad b. q̄ aut c maior sit d: statim patet q̄ p diffinitioem ea sit proportio dñā a ad d ad dñā d ad b que a ad b. sed dñā a ad c z c ad b equatur: ergo maior erit dñā a ad d q̄ a ad c. et q̄ ea sit proportio a ad c que d ad b patet. nam p quintam hui⁹ c est medietas a z b s̄l iunctorum et per tricesimā septimā huius quod ex d in a z in b pducitur duplum est ad id quod sit ex a in b. igitur qđ sit ex d in c dimidiū per scđam primī a z b: equabitur ei qđ sit ex a in b. igitur p vicēsimā quintam secūdi a c d b sunt proportionales vt dicitur. quod est propositum.

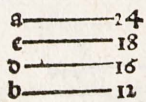
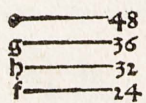


42 ¶ Si inter numeros proportionales medij fm harmonicam medietatem statuatur: extremozum ad illos erit proportio vna.

¶ Sit proportio a ad b sicut c ad d. et sit e medius harmonice inter a z b. et s̄l iter f medius inter c z d. dico a ad e sicut c ad f. Sint enī dñā g h et k l. qz q̄ proportio a ad b ea est c ad d. et q̄ a ad b ea est g ad h. et que c ad d ea est k ad l. idcirco erit g ad h vt k ad l. quare pmutatim g ad k vt h ad l. quare p vicēsimā

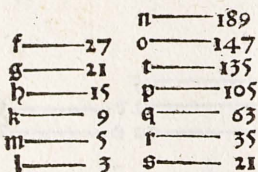


secūdi g h ad k l sicut g ad k. et itez qz pmutatim a ad c sicut b ad d: erit per sēdem a ad c sicut g h ad k l quare sicut g ad k. et qz a z c sūt tota et g z k detracta: erit ergo e ad f resduus ad resduum p quātam secūdi vt a ad c totus ad totum. quare pmutatim a ad e sicut c ad f. quod est propositum.



¶ Si inter duos numeros alij duo mediū pportionaliter sumantur: sumaturq; maior fm arithmetica medietatē: sumetur minor fm harmonicam. q; si minor fm harmonicam: maior fm arithmetica sumetur.

¶ Sit enim a ad c sicut d ad b. et c maior sit mediū fm arithmetica medietatem inter a z b. dico d esse mediū fm harmonicam medietatē inf a z b. et pvertitur. Sumo enī p quadragesimā primā hui⁹ e z f q; sint in pportioe a ad b. inter q; s f g fm arithmetica medietatē medi⁹ z h fm harmonicam. quia igif p quadragesimā primā e ad g sicut h ad f. et p decimā nonam hui⁹ e ad g sicut a ad c. qre cū d ad b vt a ad c: et h ad f vt e ad g. erit g h ad f vt d ad b. sed z qz h est mediū harmonicū ad quem f extremum habet eam pportioem q̄ b ad d: facile p precedentem inuenies d eē in harmonicā medietate inter a et b. cōuersum aut facile pbabis per quadragesimā primā hui⁹ ostēdēdo mediū arithmetice medietatis quēcūq; inuentum: esse equalem c maiorū.



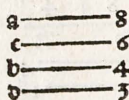
¶ Numeros quolibet in arithmetica medietate ptinuare: inter quoz binos z binos fm harmonicam medietatem possint assignari mediū.

¶ Et si iubeat continuare tres numeros in arithmetica medietate inter quoz binos z binos possint assignari in harmonicā medietate mediū. capio a b c totidem numeros in arithmetica medietate cōstitutos: quoz differētia sit par: z inter illos sumatur mediū in eadem medietate qui sint d z e. et multiplicatur oēs per e. et pueniant f/g/h/k/l qui p decimā septimā hui⁹ erūt in arithmetica medietate. ducaturq; itez c in b z fiat m. et quia p septimā secūdi que pportio c ad e ea est h ad k. et p octauā eiusdem itez q̄ c ad e ea est m ad l. et inter h z l numerus k maior est in arithmetica medietate medi⁹. igitur p precedentem m est mediū inter h z l in harmonicā medietate. multiplicatur item oēs hi per d: et pueniāt n/o/p/q/r/s et erūt vt prius n/o/p/q/s in arithmetica medietate: et r inter p z s in harmonicā medietate. ducatur item a in h z pueniat t. et eadem rōne qua prius mōstrabis ipm eē mediū in harmonicā medietate per precedentem inter n z p. sicq; erūt ptinuati vt ppositum est in arithmetica medietate numeri factūq; apparebit propositum. **¶ Et si de pluribus ageretur: quoties erit apponendus mediū harmonicū: toties faciēda erit modo predicto multiplicatio.**



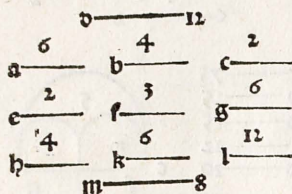
¶ Duobus numeris ad alios duos pportionalibus: vtrozūq; alterū inter reliquos medium esse in harmonicā medietate: est impossibile.

¶ Et sit a ad b sicut c ad d: dico c nō eē mediū fm medietatem harmonicā inter a z b: neq; b inter c et d. si enī possibile sit: esto ergo c in harmonicā medietate inter a z b: et b inter c z d. quia enī a ad b sicut c ad d. et inter a z b et c z d numeros quidē pportionales: pstituitur c z b mediū fm medietatem harmonicā. igitur per quadragesimā secūdam hui⁹ erit pportio a ad c sicut c ad b martini scz ad medium que mediū ad mimum. quod per tricesimā quartā hui⁹ est impossibile et propositum.



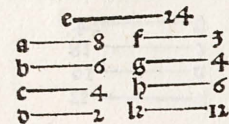
¶ Si tres numeri in arithmetica medietate sumpti aliquem numerum numerent: illi fm quos cum numerant in ordine harmonicē medietatis inueniētur.

¶ Sint a b c in medietate arithmetica sumpti: numerētq; d fm e f g: dico e f g esse in harmonicā medietate ordinaros. Sint enī tres dupli eoz h k l qui et itidem erūt vt patebit in harmonicā medietate et sit m inter h z l in arithmetica medietate medi⁹. qz enī a in e z c in g cōstituit d: ergo p vicesimā quintā secūdi que pportio a ad c ea est g ad e: et que g ad e per quintā secūdi ea est l ad h. sed per decimā nonā hui⁹ l ad m sicut a ad b. et qz per eādē vicesimā quintā secūdi a ad b sicut f ad e: erit ob hoc l ad m sicut k ad h. sed p quadragesimā tertiam hui⁹ k est mediū harmonicē inter l z h. igif et f harmonicē medi⁹ inter g z e. quod est propositum.



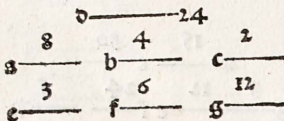
¶ Numeros quattuor perscrutari: quoz secundus inter primum z tertium: z tertius inter secundum z quartum in harmonicā medietate cōstituatur.

¶ Sint a b c d quattuor numeri in arithmetica medietate cōstituti qui numerent eūdem numerum e fm f/g/h/k. dico f g h k esse quattuor numeros quoz g secūds est in harmonicā medietate inter f z h primum z tertiu. et h tertius itidem eē in harmonicā medietate inter g z k scdm z quartum. nam qz tres nūeri a b c in arithmetica medietate pstituti numerant e fm f/g/h: g per precedentem f/g/h sunt in harmonicā medietate. et per idem quia b/c/d tres alij arithmetice medietatis numerant eūdem e fm g/h/k. ergo g h k sunt in harmonicā medietate. est igif vt pponebat g mediū harmonicē inter a et h: et h itidem mediū harmonicē inter g z k. quod est propositum.



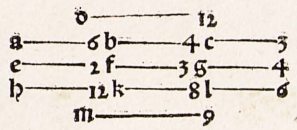
¶ Si tres numeri geometricē medietatis aliquem numerum numerent: et illos scdm quos numerant in eadem inueniri necesse est.

¶ Et sint a b c in geometricā medietate pstituti q̄ nūerent d fm e/f/g: dico g/f/e in eadem pportione reperiri. nam p vicesimā quintā secūdi vt a ad b ita f ad e: et per eandem vt b ad c ita g ad f. quare erit e ad f vt f ad g: et f in geometricā mediate medi⁹. quod est propositum.



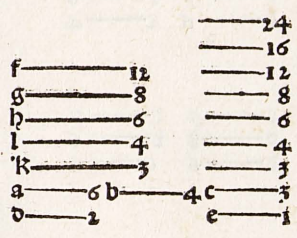
¶ Si tres numeri musice medietatis aliquem numerent: illi fm quos cum numerant in arithmetica medietate disponētur.

Hec est puerfa quadragesimefexte. sint ergo a b c in harmonica medietate difpofiti qui numerentur fm e f g. dico e f g esse in arithmetica medietate conftitutos. Sumo h l l duplos ad a b c qui filiter erunt in harmonica medietate r in medium fm arithmetica medietatem inter h r l. eritq; p quadragefimā primam huius h ad m ficut lz ad l. quare ficut g ad f adiuuare vicefima quita fecundi. sed r per eadem vicefima quita fcđi cognofceť g ad e ficut h ad l. sed h ad m medium: ficut g ad f fuū medium et m ad l vt f ad e. igitur per decimā nonam huius f medius erit in medietate arithmetica inter g r e. quod est propofitum.



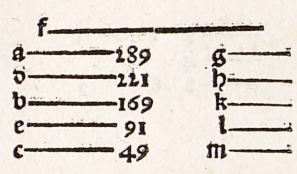
Quotlibet nūeros in geometrica medietate fm datam pportioem rtinuare: inter quoz fingulos fm harmonica medietatem medios assignare fit poffibile.

Per tricesimā nonam huius sumatur fm datam pportioem a/b/c tres numeri in harmonica medietate: et sint d e termini pportionis a ad c. et ducat d in oēs illos r pueniant f g h qui p septimam fecūdi erunt in eadē medietate q; per correlatum eiusdem septime differēte f ad g r g ad h sint eque multiplices ad d e. ducat q; e in c r pueniat l. eritq; p octauam fecūdi f ad h ficut h ad l. Itē ducatur e in b r pueniat l. eritq; l ad l ficut b ad c. quare l harmonice mediū inter h r l. ficut habes duos fm datam pportioem geometricē rtinuatos: inter quos r duo mediū harmonice medietatis sunt inuēti. **Q**uod si plures desideras duc d in oēs inuētos r e in duos extremos r habebis tres i medietate geometrica rtinuatos r inter binorū fingulos ea rōne qua prius medios in harmonica medietate sumptos et hoc quoq; pacto quotquot voles inuenies.



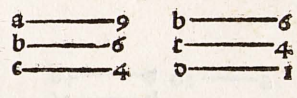
Tres numeros in harmonica medietate difponere: ita vt iter binos r binos mediū fm medietatem geometricam cōfiftant.

Scđm exigentiam tricesime fecunde huius inueniatur a b c tres numeri in arithmetica medietate pstituti: inter quos sint d r e in geometrica medietate. et fit f numerus quē oēs numerant: numerētq; eum fm g h l m. et patet p quadragefimā fextam huius g/lz/m eē in harmonica medietate: sed r per quadragefimā octauam huius h inter g r l: et l inter l r m erūt in geometrica medietate. ficut patet effectum propofitum.



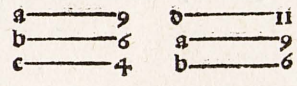
Primam refiduorum medietatem: in numeris conftituere.

Hec a geometrica fumitur. Et sint a b c in geometrica medietate ita tamen vt c minimus fit maior q; dña maiorum. fubtrahat igitur differētia maiorum ab c mīmo r refiduū fit d. dico b c d eē in hac prima collateralium medietatum pstitutos. nā quia a b c sunt in geometrica medietate cōfiftuti: ideo que pportio a ad b: ea est p vicefimam huius differētie maiorum ad differētiā minorum. sed differētia a ad b est eadem differētie c ad d. igitur differētia c ad d minorum ad differētiā b ad c maiorum ficut a ad b. quare ficut b ad c maximi ad mediū. per diffinitionem itaq; patet pportioem.



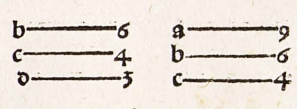
Secunde inuentionem declarare.

Sint vt prius a b c in geometrica medietate quoz differētiā minorum addo ad a. et ppositū fit d. dico d ad b esse in fecūda reliquaz medietate. nam per vicefimam huius que pportio a ad b ea erit differētie maiorum ad differētiā minorum nūerozū in geometrica medietate pstitutoz. et eadem est pportio differētie a ad b ad differētiā a ad d. igitur per diffinitionem cōcluditur propofitum.



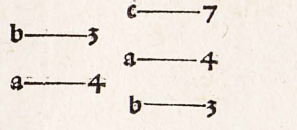
Tertiam carūdem in numeris assignare.

Hec etiam habetur p geometricam medietatem. fit ergo precedētium hypotheſis r maiorum differētia dematur ab b medio: fitq; refiduū d. dico b/c/d esse in tertia medietate. nam que differētia a ad b: ea est b ad d. igitur que pportio differētie a ad b ad differētiā b ad c ea est differētie c ad d ad differētiā b ad c. quare que pportio b maximi ad c mediū: ea est differētie b ad d extremorum ad dñam b ad c maiorum. cōstat igit p diffinitionem b c d eē in pposita medietate. qđ est pportioem.



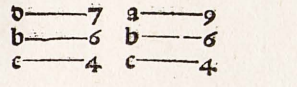
Quartam in terminis manifestare.

Sint a b quilibet duo numeri: et cōpofitus ex ipis fit c. dico c/a/b eē tres terios in hac quarta medietate datos. qz enī dña c r b extremoz: est a. et dña c a maiorū: est b. g que pportio a ad b mediū ad mīmū: ea erit dñe extremoz ad dñam maiorum. per diffinitionem itaq; pstat factum esse pportioem.



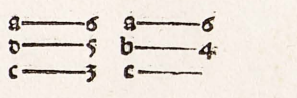
Quinte demonstrationem explicare.

Hec a geometrica medietate elicitur. Sint igitur vt prius a b c tres nseri i geometrica medietate quoz c mīmo addo differētiā maiorum: et cōpofitus fit d. dico d b c esse in pposita medietate. nam differētia d c extremorum est differētia a ad b: igitur adiuuante vicefima huius que pportio b ad c mediū ad mīmum: ea erit differētie d ad c extremorum ad differētiā b ad c minorum. Itaq; per diffinitionem demonstratum est propofitum.



Sextam sub exemplo demonstrare.

Hec ex harmonica cognofci potest. Sint a b c in harmonica medietate: p diffinitioem que pportio a ad c ea est dñe maiorum ad dñam minor. capio nūerum d inter a r c cuius dña fit ad a que b ad c. erūt itaq; trāsmutate differētie. quia que differētia a ad b maiorum: ea est d ad c minorum. r que b ad c minorum: ea erit a ad d maiorum. dico itaq; a d c esse qui perūt. nam que pportio a ad c extremoz ea est differētie d c minorum ad differētiā a d maiorum. per diffinitioem igitur patet effectum esse pportioem. Quod 51 capite fecūdi sue arithmetices diuus Seuerinus testatur huic medietati quam fuo ordine quartam ponit proprium esse vt qđ cōtinetur sub maiore terio r medio duplum fit ei quoz



continetur sub medio et parvissimo: hoc indubitatum est per septimam secundam quoties maximi ad minimum est habitudo dupla / alioquin per eandem non teneat sed per eandem semper que proportio maximi ad minimum ea erit eius quod continetur sub maximo et medio ad id quod continetur sub medio et minimo / imo id omni medietati commune est.

Septime terminos inuestigare.

58

a	9	a	9
d	7	b	6
b	6	c	4

Hec ex geometrica. Sint a b c tres numeri in geometrica medietate ab a maximo eorum subtraho differentiam minorum et sit residuum d. et parebit ut prius que proportio a ad b maximi ad minimum: eam esse differentie extremorum ad differentiam maiorum. quare per definitionem constabit propositum.

Octavam denum restat explanare.

59

a	9	a	9
d	8	b	6
b	6	c	4

Hec etiam ex geometrica. Sint septies dati numeri a/b/c in geometrica medietate: et minorum differentia addatur medio: fiatque compositus d. dico a/d/b esse in hac ultima medietate. nam que proportio a ad b maximi ad minimum: ea est adiuante vicesima huius differentia a ad b extremorum ad differentiam d/b minorum. nam equatur differentie b ad c. igitur per definitionem a/d/b sunt in hac medietate. sicque constant octo collaterales medietates monstrare.

Trium numerorum maximi ad medium: atque differentie maximi ad minimum ad differentiam medij ad ipsum: eandem esse proportionem impossibile est.

60

a	8	d	6
b	4	e	2
c	2		

Sint a/b/c tres diversi numeri quicumque: quoz a sit maximus/b medius/c minimus: et differentia a ad c sit d. et differentia b ad c sit e. dico impossibile esse eandem proportionem a ad b maximi ad medij que d ad e differentie maximi et minimi ad differentiam medij ad minimum. nam si ea proportio sit a ad b que d ad e totius scilicet ad totum que detracti ad detractum: erit c residuum ad c residuum: que a ad b totius ad totum. est enim c vtriusque residuum. quare a et b idem sunt numerus atque equales. quod est contra hypothesis.

Si inter duos numeros sumatur tres medij: vnus scilicet arithmeticam medietatem: et vnus scilicet geometricam: et tertius scilicet harmonicam: arithmeticum maximum: et harmonicum minimum: atque inter illos geometricum medium esse proportionaliter est necesse.

61

a	20	d	40
		h	25
		g	20
b	8	e	16
c	5	f	10

Sit a ad c proportio quecumque: que potest in duo equa diuidi. ut exempli causa quadrupla inter cuius extrema per tricesimanonam huius sit inuentus b in harmonica medietate duplo a b et c pueniant d/e/f qui pssiliter erit in eadem medietate. et quia per septimam secundam d ad f vi a ad c et a ad c posita est partibilis in duas equas proportionem: partietur etiam d ad f in equas. diuidatur igitur per g. erit igitur d ad g vt g ad f. quare g per definitionem medius est geometricus inter d et f. et quia f et d sunt pares: ipsorum simul iunctorum capie medietatem que sit h: que per quintam: huius est in arithmetica medietate/g in geometrica/ et e in harmonica demonstratos. quod supponebat propositio. dico igitur d esse maximum mediorum: et e minimum: et g medium proportionaliter atque geometricum inter h et e. nam quia h est medius inter d et f in arithmetica medietate et e in harmonica: ergo p quadragesimam primam huius h maior est quam e. et que proportio d ad h ea est e ad f. igitur per viciesimam quintam secundam quod sit ex d in frequens est ei qui sit ex h in e. sed quia g est medius proportionalis inter d et f: igitur per viciesimam sextam eiusdem quod sit ex d in frequens est ei qui sit ex g in e. quare quod sit ex g in e tunc est ipsum quod ex h in e. igitur per secundam partem eiusdem viciesime sexte secundum h g e sunt proportionales. quare h erit maximus: g medius proportionalis: et e minimum. quod intendebat propositio.

Duos numeros quoz proportio non sit data proportionem maior / inuestigare: inter quos scilicet tres dictas medietates medies assignare sit possibile.

62

Datam proportionem quamcumque diuidamus per sexagesimanonam non in quolibet proportionem: quaz due sint equales: que pposite non sint data proportionem maior. scilicet igitur illam proportionem positam quero medium harmonicum scilicet exigentiam tricesimenone huius et oino consimiliter operando vt in principio precedentis factum est inueniam tres medios modo qui in precedenti dictus est. inter duos numeros quoz proportio non erit data proportionem maior. sicque constabit propositum.

Decimi elementorum arithmetices Jordanii finis.

40

**Jacobi Fabri Stapulensis Elementa Musicalia ad clarissimū virū
Nicolaum de haqueulle inquisitorum Præsidentem.**

Creuerā clarissime vir nulli meas elementoz musicaliū qualefcunqz
sunt prius dicare vigilas: q̄ probatas cognouisse. Quis id me mime
lateret/demonstrationes: in quibusvel solisvis scientie cōsistit: nō pro
bari non potuisse. Verū si presentū iudicia parui ducis/reputasqz: hi
tibi ex antiquis sūmopere musicos cōmendare labores iure valebunt.

Mercurius	Tamyras	Ptolomeus
Orpheus	hysmenias Thebanus	Eubolides
Pythagoras Samius	Terpander lesbius	hippafus
Amphion thebanus	Lycaon Samius	Aristoxenus
Linus	Prophrastus Periotus	Philolaus Pythagoricus.
Arion lesbius	Estiacus Colophonius.	Archytas tarentinus
Abidas Phrygius	Lymotheus milesius	albinus
Gorebus lydius	Thicomachus	Diuus Scuerin ^o Boecius.
Hyagnis Phryx	Plato	
Abarfias	Aristoteles.	

Et simulum q̄ plurimi quos oēs eterna memoria disciplinarū eblāditiſſima Musica
reddidit insignes inter quos: duos p̄ceptores meos Jacobū Labiniū z Jacobū turbe
linū ā numero: tanq̄ ea arte posteritati victuros. Comēdant z eā mirifici eius effect^o.
Pythagorici enī animoz ferociā tibus/sidibusqz emollicbant. Eslepiades fremētis
vulgi seditiones crebro cantu compescuit. Idēqz tuba surdis medebatur.

Damon pythagoricus ebrios et proinde pctulātes adolescētes: grauiorib^o modulis
ad tēperantiā reduxit. Sēbrē z vulnera: musica modulatione curauit antiq̄tas
Eadē quoqz suauitate schias/correndiciūqz dolores emēdauit: qd̄ hysmenias theban^o
tētasse memoratur. Theophrastus ad animi pturbationes moderādas musicos adhi
buisse memorat modulōs. Nec iniuria quidē. est enī musica vt quedā moderationis
lex atqz regula. Quamobrē bono iure eos ridebat diogenes musicos: qui cū citharā
ad harmonicos cōsensus haberent temperatā: animū gererent incōpositū et prozsus
harmonia vite destituti. Xenocrates organicis modulis lymphaticos liberauit.

Tales Cretensis suauitate cithare: morbos/pestilentiaqz fugauit. Terpāder et arion
zones z lesbios cantu a grauissimis morbis leuasse: diuus Scuerinus autor est.
Herophilus medicus egrozum venas musicis pensculabat numeris.

Lymotheus aut̄ musicus dum voluit efferatū reddidit alex: ndrū ad armaqz furentē
atqz aliter cū libuit ab armis ad cōiūia retraxit emollitū. Thracius Orpheus ferax
sensus sidibus/cātuqz inflexit. hoc est ferinos hoim mores leges ad citharā canendo
ad moderatā humanitatē reduxit. Lerui fistulis capiūtur studioqz modulationū deti
nentur. Lygni hyperbozei cithare cātibus alliciūtur. Elephātes indi organica dulce
dine permulcētur. Auicule fistulis irretiūtur. Teneros adhuc infantū sensus permo
uent cātus/crepitaculaqz vagientū scōāt. Delphinos suis sibi sidibus cōciliauit arion
Serpētes cātibus rūpuntur. Sepulzoz manes cantibus excitātur. In actiaco littoze
mare citharā personare memorātur. Aegaris citharā personat saxū: et ad cuiuslibet
pulsantis ictum fidicinat. Et possem pleraqz talia vir clarissime ad musicā cōmenda
tionē adducere. at tot/tantisqz z recentū z priscoz cōmendatā autoritatibus tibi nūc
ab me atqz bonarū litteraz studiis dicatā disciplinā: equo suscipias animo tuis auspi
cis lucem habiturā. Et me vnum inter tuos cliētulos tuarum virtutū/tuicqz nominis
obseruatozem esse cognoscito. Vale.

C Jacobus Stapulensis Jacobo Labinio ⁊ Jacobo Turbelino Musicis: suis
charissimis preceptoribus.

Uod inter oratorē atq; rhetora: id inter cantorem ⁊ musicum interesse vo-
lunt: neq; oratorem quemq; dici mereri qui idem rhetor non sit. ita vestruz
semper iudicium fuit: vt ne cantor quidē dici mereatur vnq;: qui idem mu-
sicus non fuerit: pulchre mimos/ et hystriones a cantorum honesto cetu se-
questrātes tanq; Epicureos a sobria mensa/ castoq; philosophorū dogmate. nec in-
iuria nam Homerus diuinus poeta vbiq; doctum et seria modulātū introducitur can-
torem vt apud Odysseam vbi Penelopē Phemiū Sidicinē ad neruos verba mouē-
tem his verbis allocutam effingit.

Preterea illachrimans diuum est affata canentem
Phemi multa tenes hominum mulcentia pectus
Facta hominum atq; decum: et que laudē autoribus addunt.
Ex iis pange aliquid.

Et quales Homerus probat: vos minime tales esse dubito vt qui dudū a vobis pria
musicis rudimenta perceperim. Quapropter ad vos nostros labores examinandos
cōmitto. quos eo libentius me suscepisse fateor: quo musicalē scientiā neq; apud gre-
cos neq; latinos quidē vnq; elementis traditam esse legeri: at introductiones q̄ plu-
rimas inter quas ea omniū nobilissima est quam diuus Seuerinus Boecius sui mo-
numentū reliquit. quem vnū in hac re preserti delegi meorū studiozū ducē. Si ergo
probaueritis satis michi est. In re enim nostra malumus aliorū iudicia sequi: q̄ pro-
pria probare. Valete.

Antiqui qui de musica scripserunt		Insignes ex recentiorib ^o qui de eadē scripserunt.
Democritus	Plato	Albinus
Heraclides ponticus	Aristoteles	Diuus Seuerinus
Thimotheus milesius	Theophrastus	Basilius
Philolaus Pythagoricus	Nichomachus	lyllarius
Architas tarentinus	Aristoxenus	Augustinus
Duo Theodozi	Ptolomeus	Ambrosius
Xanthus atheniensis		Scelafius.

Argumentum quattuor librorū musicis.

C Primus liber interualla musicis modulationibus acōmoda discutit. multiplex: du-
plare/triplare/quadruplare. superpartulare: sesquialter/ sesquiterciū/ sesquioctauū/
bis sesquioctauū/ ter sesquioctauū/ quater sesquioctauū/ quinques series sesquioctauū
C Secundus de tono/ integro toni dimidio/ semitono minore/ semitono maiore/ cō-
mate/ schismate/ atq; dialchismate.

C Tertius de sesquitono/ ditono diatessarū/ diapente/ diapente ⁊ tono/ diapason/ dia-
pason ⁊ trisemitonio/ diapason et ditono/ diapason et diatessarō/ diapason ⁊ diapēte/
diapason diapente ⁊ tono/ disdiapason/ ac integro toni ⁊ cōsonantiarū oīm dimidio.
Et de maximarum lharmoniarum consonantis: et quarundā medietatum.

C Quartus de monochozdo/ tetrachozdo/ pentachozdo/ heptachozdo/ octochozdo/
pentadecachozdo/ diatonicis/ chromaticis/ enarmonicis melodiis. Et de melodiariū
modis. et hec sub breuitate contracta: argumentū libri sunt.

C Jacobi Fabri Stapulensis Elementorū musicaliū
ad clarissimum virum Nicolaum de haqueuille presi-
dentem parisiensem liber primus.

Interuallum est soni grauis / acutiq; spaciozum habitudo.
Spacium vocamus neruū / chordam / expiratum aerem / et quid-
quid simile est: a quo sonum elicimus.
Aultiplex interuallū est quoties maius spaciū continet minus
pluries. vt bis: et duplex interuallum dicitur. vt tertio: et dicitur
triplex. vt quarto et quadruplex nuncupat. et hoc pacto deiceps
Interuallum superparticularē est cum maius continet minus: et

partem eius aliquam.

Pars est que metitur totum: ipsum aliquoties sumpta restituens.

Si maius continet minus et eiusdē dimidiū: sesquialterū nominatur interuallum.

Si maius continet minus et minoris partem tertiam: dicitur sesquitercium.

Si vero cōtinet minus et eiusdē minoris partem octauā: epogdōum / sesquioctauūq;
nominatur. Et ita reliqua superparticularia interualla: per facile est diffinire: sed parū
musico conducunt proposito.

Superpartiens autem diceretur interuallum: si maius contineret minus et minoris
partes aliquot: que partē vnā non efficiunt.

Numeri sunt adinuicem primi: quos sola metitur vnitas.

Dignitates.

- 1 Quidquid metitur alterum: metitur et omne mensuratū ab illo.
- 2 Compositum in ea resoluitur simplicia: ex quibus componitur.
- 3 Cuiuslibet numeri pars est vnitas: ab eo denominata.
- 4 Vnitas in quemcunq; numerum ducta: ipsum producit.
- 5 Quidquid metitur detractum et residuum: metitur et totum.
- 6 Quęcunq; vni et eidem equa sunt: et ea inter se sunt equa.
- 7 Et que inter se sunt equa: eiusdem sunt eque multiplicia aut submultiplicia.
- 8 Eorum quorum tota sunt equa: et dimidia sunt equa.
- 9 Quidquid bis auctum aliquid transcendit: id vltra illius dimidiū esse necesse est.
- 10 Et quod duplicatum non implet integrum: id profecto non continet dimidiū.
- 11 Omne totum est maius sua parte.

Petitiones.

- 1 Data equali chorda: que spaciū ad spaciū proportio est: eam esse et soni ad sonum.
- 2 Inter numeros sola vnitate distantes: nullum intercipi posse medium.
- 3 Spacium quodlibet in quotlibet equas partes diuidere.
- 4 Totum ad suam partem / et laxius ad se tensum: grauiorem sonum edere.
- 5 Omnem proportionem esse tanq; numeri ad numerum.
- 6 Si numerus numerū datum multiplicet: idēq; productū diuidat: numex datū redire.
- 7 Si numerū datū numer^o diuidat: et qđ puenit rursus multiplicet: numex datū redire.
- 8 Extremorū proportionē ex mediōrū proportionib⁹ vt suis partibus esse compositā.
Extremi ordinararū proportionū: maximus / minimusq; terminus intelliguntur.

Sciētia subalternata qualis ad Arithmetica Musica est: principiis et demōstratis scientie prioris
subalternatisq; vtitur. at studuimus vt qđ fieri potest rarissime id in hac disciplina fiat. verum plerūq;
vbi oportunū videbitur alio qđ in arithmetics factū est vtemur demōstrandi mō: quo singula magis
ex propriis facta videātur quā arithmetico suffragio atq; iis que in arithmetics monstrata sunt ea
dem pōptius facilliusq; fierent: attamen quando id fiet et quando nō sequentibus demōstrationibus
cuiuslibet per qđ perspicuum euadere poterit.

¶ Si interuallum multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatione interuallum multiplex est.

d	e	c	
16	8	4	Multiplex ex duplatione.
4	2		Multiplex interuallum.
A	B		

¶ Interuallum binario multiplicare: est interualli habitudinem duplare que quo pacto duplāda sit dudum tertia propositioe quinti Arithmetices notum esse potest. vt si a b sit interuallum quodcūq; quod binario multiplicare iubeamur: ipsum per tertiam quinti multiplicabimus si ducimus a in se et b in se proueniantq; d c etiq; productorum d et c duplex interuallum interuallo producentiū a b. Si rursus ducimus a in b proueniatq; productum e erit per sextam quarti que proportio d ad e ea dem e ad c et interuallum d c in duo equa partitum. Sed esto nunc vt interuallum a b sit multiplex quēadmodum proponit propositio quod modo pauloante dicto: binario multiplicetur: sitq; duplum d c et ea proportio d ad e et e ad c: dico interuallū d ad c esse multiplex. Nam cum a ad c multiplex sit interuallum cum geminatur manifestum est multiplex addi multiplici quare per vicefimā secundam noni Arithmetices statim notum est interuallum compositum multiplex esse. et propositū. Sed idem aliter hic demonstratur. Quoniam enim que proportio a ad b ea est d ad e et e ad c. nam vtraq; proportiois duplate a ad b medietas. Proportio autē a ad b posita est multiplex: igitur et proportio d ad e multiplex est. metū igitur per diffinitionē multiplicis: e ipsum d vel bis vel ter vel deinceps. Et eodē quoq; iure c toties metitur ipsum e. quare et c per primū communē conceptū etiam metitur ipsum a. Quicquid enim alterū metitur: metitur et omne quod mensurātū est ab illo. est itaq; per diffinitionē interuallum a c multiplex. quod erat ostendendum.

¶ Si fuerint termini pportionaliter constituti: cum primus fuerit vltimo cōparatus si primus vltimum fuerit mensus: metitur et secundum.

2	4	8		1	2	4	A b c tres termini proportio-
a	b	c		d	e	f	nales quozū a numerat b.

¶ Tamen si hanc decimatertia quarti demōstret sufficienter: eam tamen āplus hoc in loco volumus manifestare. Sint enim a b c termini proportionabiliter constituti et a numeret c: dico idem a numeret b. capio enim d e f terminos in ea proportioe minimos. Quoniam enim d ad e vt a ad b: et e ad f vt b ad c. igitur per equam proportionalitatē quam vicefimā prima secundi Arithmetices monstrat d ad f vt a ad c. sed a per hypothesum metitur c: igitur et d metietur f. At quia d e f positi sunt in sua proportioe minimi. ergo per quintam quarti d et f sunt adinuicem primi. Et cum d seipsum metiat pariter et f per diffinitionē d est vnitās. At vero cum vnitās sit omnis numeri pars: d ergo metietur e. Et cum a ad b vt d ad e: metietur igitur a ipsum b secundū terminum: quod erat cognoscendum atq; propositum.

¶ Si interuallum binario multiplicatū: multiplex effecerit interuallum: ipsum quoq; multiplex erit.

2	4	8	A b interuallum binario multiplicatū
a	b	c	multiplex efficiens.

¶ Hec est conuersa prime: cuius hec est ratio. Nam cum interuallum compositū multiplex sit et per secundam cōmunem scientiam resoluator in id interuallum ex cuius multiplicatione creuit siquidē compositū omne: in ea simplicia dissoluitur ex quibus coalitū concretum compositūq; esse cognoscit per sexagesimā noni interuallum simplex multiplex erit. At id idem aliter ostenditur. Nam si a b c geminatum interuallū sit multiplex sic vt c multiplex sit ad a et ea proportio a ad b et b ad c: quoniam c ad a erit multiplex: a per diffinitionē metietur ipsum c. quare et per precedentem a metietur ipsum b. est igitur interuallum simplex b ad a per diffinitionem multiplex. et propositum.

4 **C** Si terminorū interualli primus ad secundū comparatus sese vt tertius ad quartū habuerit: quot proportionaliter mediū primo et secundo: totidem tertio et quarto interuenire necesse est.

E medium proportionale inter d et f tertium et quartum vt b inter primū et secundum.

27	18	12		18	12	8		9	6	4		2
A	b	c		d	e	f		g	h	k		l

C hanc duodecima quarti monstrat cuius adhuc hic vt ad sequentia momentum habens: cognitio promptior habeatur: repetitur demonstratio.

C Sit a cuiuscunq; interualli primus terminus ad c secundū vt d tertius ad f quartū: et sit b mediū proportionaliter constitutū inter a et c. dico etiam inter d et f interuenire vnum proportionaliter mediū. Capio enī per sextam quarti g h l tres minimos secundū proportionē a ad b et argumentor ex vice- sima prima secundi per equam proportionalitatē g ad h vt a ad b et h ad l vt b ad c. igitur g ad l vt a ad c. quare vt d ad f. at si d et f sunt idem termini cū g h manifestum iam est inter d et f interuenire vnū proportionaliter mediū. Sin minus: ergo per vicesimā tertīū Arithmetice g et l metietur d et f equaliter: sitq; id secundū l. duco ergo l m g h et l et z proueniant d e f per septimam secundi d ad e vt g ad h et e ad f vt h ad l. quare e interuenit pportionaliter mediū terminis d et f: qd erat mōstrandū.

5 **C** Superparticularis interualli mediū numerus: neq; vnus neq; plures proportio- naliter interuenient.

Quod proportio superparticularis: in duo equa diuidi non possit.

27		18										B c spacium superparticulare.
A	b	c		d	e	g	f					D e f tres minimi proportionis a ad b.

C hanc intelligimus: nullum superparticulare interuallum in duas aut plures interualloz habitū dines proportionefq; fecabile esse. quod demonstratione proxime subiuncta per se facile liquebit.

C Sit a c interuallū superparticulare quod diuidatur in duo equalium habitudinū spacia a b et b c certis constitutisq; numeris si possibile est. sitq; iccirco vt a ad b ita b ad c. capio per sextā quarti arithmetice d e f tres minimos continue pportionales in proportione a ad b. et qz d ad e vt a ad b et e ad f vt b ad c ergo per equā proportionalitatē d ad f vt a ad c. atqui a ad c positū est superparticulare interuallū: igitur d ad f est superparticulare. At vero quoniam d e f sunt tres illius habitudinīs minimi termini: igit d e f primus et vltimus per primā quarti sunt adiuicē primi. At cū d mōstratus sit superparticularis ad f: per diffinitionē d continet f et eius partem que ideo per diffinitionē metitur f. Et si ea pars sit numerus cum ea etiam per cōmunem conceptū metiatur d: metietur enim se partem de tractam et residū quod equū est f. non erūt ergo d et f adiuicem primi cuius oppositū iam monstra- tum est et impossibile. erit ergo ea pars vnitas. Tunc addo vnitatem ipsi f et fiat g: vt g et f solius vni- tatis discrimine dissent mor argumentor d ad f vt g ad f. sed infer d et f positus est vnus interuenire mediū igitur per precedentē et inter g et f numeros sola vnitare distantes interuenit intercepturq; aliquis numerus mediū quod per secundā petitionem est impossibile. non igitur superparticularis interuallū vnus mediū interuenit numerus. neq; quoq; eodem argumēto interueniēt plures. Et hac etiam demonstrat sexagesima prima noni. Et ex hac quoq; cognoscitur reprehensionem demonstratiōis Archite: q nulla superparticularis in duo equa diuidi possit quam tertio institutionis musice capite vndecimo videtur diuus Seuerinus adducere nō tam esse diui Seuerini q Michomachi aut alio: q quos interpretatur elegantissime qui et simile in plerisq; tum Arithmetice tum Musice institutionis locis fecisse comperitur. Et non verentur quidā (pace omnīū dixerim) eius libros perlustrare non vt sciant sed vt exsurgent et canino more si quid hians subsultansq; appareat: alius dentem infigant/ mordeant et reprehendant et sanctū et venerabile Philosophie nomen et suoz conuiciis lacerent: et quod alioz viciū est si quod est: diui Seuerini exclament errorem faciantq; alioz crimine reum. et cum nichil noz involunt litterarios duces insectādo carpēdo laniādo omnia scire videri: atq; supra Philosophicos vertices sese gloriabundos extollere faciantq; quod est apud Comicū ne intelligēdo vt nichil intelligant quos idem statim vt maledicere desinat ammonet malefacta ne cognoscant sua. Sed hec preter presentis negotij officium. de Philosophis enī qui recte fuerint natura instituti vel absq; monitione semper recte cogitabunt qui enī secus faciunt ab eozum se segregant consortio et vt Philosophi quales se videri volunt non amplius esse cognoscantur necesse est.

¶ Si interuallum non multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicacione neq; multiplex est/ neq; superparticulare.

9	6	4	A c interuallum neq; multiplex neq; superparticulare.
A	b	c	A c duplatum interuallum a b qd quidem est non multiplex.

¶ Sit interuallū non multiplex a b: et duplum sit a c. ita vt ea sit proportio a ad b et b ad c. dico interuallum a c neq; multiplex esse neq; superparticulare. quoniam si a c primo ponatur multiplex: ergo per tertiā presentis et a b interuallū erit multiplex at postum est nō multiplex. Et si secundo dixeris a c esse interuallū superparticulare cū sit a ad b vt b ad c erit interualli superparticularis medius proportionalis terminus quod per precedentē est impossibile. est itaq; notum si interuallū nō multiplex binario multiplicetur compositum interuallum minime aut multiplex aut superparticulare esse. et propositum.

¶ Si iteruallum binario multiplicetur: atq; id quod ex ea multiplicacione creabitur multiplex non sit: ipsum quoq; non erit multiplex. 7

¶ Hec est conuersa precedentis. Sit ergo superioris propositionis figura in qua interuallū a c proueniat ex duplatione habitudinis interualli a b et nō sit a c interuallum multiplex. dico itidem interuallum a b nō esse multiplex. Nam si a b interuallū multiplex est: cū a c per hypothesim ex interuallo a b binario multiplicato surgat: ergo per primā presentis interuallū a c multiplex erit. at positū est nō multiplex: ergo si interuallū non multiplex ex alicuius interualli binario multiplicacione nascat neq; ipsum quoq; ex cuius multiplicacione ortū est multiplex erit: qd erat monstrandū.

¶ A numero partiū superparticularis interualli que in vnum adacte totum restituūt et numero vno maiore: quot interualli maiores termini simul: minoribus simul acceptis respondeant: cognoscuntur. 8

A	3	4	5	6	7	8	9
B	2	3	4	5	6	7	8
C	2	3	4	5	6	7	8
D	3	4	5	6	7	8	9

¶ Sit a ad b interuallū superparticulare manifestū est per diffinitionē superparticularis a cōtinere b et vnam partiū b. ea igitur pars secundū numerum c: constituat suum totū b: et sit d numerus vno maior c: dico a sumpta secundū numerum c equa esse b sumptis secundū d. Nam a secundū c sumpta continent b secundū c sumpta et insuper partes b sumptas secundū c. Atqui positū est eas secundū c constituere vñ b. igitur a secundū c sumpta continent b sumpta secundū numerū vno maiorem c. At vero d positus est numerus vno maiore c. ergo a sumpta secundum c: continent b sumpta secundū d. quod erat monstrandū. **¶** Et si exemplarē requiris declarationē: si a ad b interuallū est sesquialterū: quoniam a sesquialterū est ad b. ergo a continet b et eius dimidiū: et duo dimidia per cōmune proloquū suum totū reddunt. dico ergo duo a tantū esse q̄tum tria b: quoniam enim duo a continent duo b. et insuper duo dimidia b que vñ b restituunt: ergo duo a continent tria b/ tribusq; euadunt equalia. Et si a ad b est sesquiterciū a continet totum b et tertiam partē b. at tres tertie b eque sunt vni b. ergo superiore argumento tria a cōtinent quattuor b/ quattuorq; euadunt equalia. imo data quacūq; superparticulari maiores termini secundū proportionis minorē numerū: equantur minoribus terminis scdm proportionis maiorē numerū sumptis. vt si a ad b sit sesqui quinta: quoniam minimi sesqui quinq; sunt 5 et 5. idcirco quinq; a equi sunt sex b. et in nō minimis quoniam 12 et 10 sunt termini sesqui quinq; 10 a equantur 12 b. Et si a ad b sit sesqui octaua: quoniam minimi sesqui octauae sunt 9 et 8. idcirco 8 a tantū sunt q̄tum nouem b. Et qz rursum 18 ad 16 sesqui octaua: ideo sexdecim a equi sunt 18 b. et ita in ceteris Sed si id nō modo particulariter sed et vniuersaliter contēplari cupis id vniuersaliter verū erit.

¶ Data quacūq; proportione: maiores termini secundū numerū minorum sumpti: equi sunt minoribus secundum numerum maiorum sumptis. 9

A Supeti	3	4	5	6	7	8	9	Mlti-	2	3	4	5	6	Supp	5	7	9	11
B culares	2	3	4	5	6	7	8	plices.	1	1	1	1	1	ttetes.	3	4	5	6

¶ At sit a ad b quecumq; proportio et a maior terminus: b vero minor. dico a sumptos secundū b numerum minorē equos esse b sumptis secundū a numerū maiorē. Nam per octauam primā Arithmetices quod sit ex a in b: equum est ei quod sit ex b in a. At vero quod sit ex a in b: sunt a sumpti secundū b. et quod sit ex b in a sunt b sumpti secundū a. igitur a sumpti secundū b equatur b sumptis secundū a et in quibuslibet aliis eadē est demonstratio et propositū.

10 ¶ Cum aliquot maiores termini aliquot minoribus equi sunt: ea vnius maiorum ad vnum minorum reperitur proportio: que et numeri minorum collectorum ad maiorum collectorum numerum.

¶ Hec est cōuersa pcedentis. Quoniam per pcedentē minores collecti secundum numerū maiorum equi sunt maioribus secundū numerū minorū collectis. Sed numerus maiorū est vnus terminus maior et numerus minorū vnus terminus minor. ergo eadem est proportio vnius maiorū ad vnum minorū: que numeri minorū collectorū ad numerū maiorum collectorū. ¶ Et quāq; he due vltime conclusiones faciles sunt: vsus tamē earum paulo latētiōr est. Per primā enim earū que nona est: habebimus si numerus maior ad minorē sesquialter est vt trium ad duo: duo maiores equi sunt tribus minoribus. Et si maior ad minorē sesquitercius vt 4 ad 3: tres maiores equi sunt quattuor minoribus. Et si maior sesquiquartus vt 5 ad 4: quattuor maiores equi sunt quinque minoribus. Si vero maior sesquialter octauus: octo maiores equi sunt nouē minoribus. et ita in cōsimilibus. In multiplicibus autē si maior duplex est vt duorū ad vnum: vnus maior equus est duobus minoribus. Si triplus: vnus maior equus est tribus. Si quadruplus: vnus equus est quattuor. Si octuplus: vnus equat ad octo. In superpartientibus vero cōsimile est: vt si maior est superbitertius vt 5 ad 3: tres maiores equi sunt quinque minoribus. Si supertriquartus vt 7 ad 4: quattuor maiores equi sunt septē minoribus. Si vero superoctuparties vt 17 ad 9: nouem maiores equi sunt decem et septē minoribus. et hoc pacto in reliquis.

¶ Ex vltima autem hanc in superparticularibus vtendi regulā elicimus. Si duo maiores equi sunt tribus minoribus quattuor ad sex: sex ad nouē octo ad duodecim: vnus maior ad vnum minorē sesquialter est. Et si tres equi sunt ad quattuor: sex ad octo maior ad minorē est sesquitercius. Si quattuor maiores equi sunt quinque minoribus: aut octo ad decem: vnus maior vnius minoris est sesquiquartus. Si vero octo maiores nouē minoribus sunt equi: vnus maiorū ad vnum minorū cognoscit sesquioctauus. In multiplicibus. si vnus duobus: duo ad quattuor: tres ad sex equi sunt: maior minoris est duplex. Si vnus tribus: duo ad sex: vnus maior minoris est triplus. Si vnus ad quattuor: et duo ad octo: vnus maiorū ad vnum minorū est quadruplus. Si vero vnus ad octo: duo ad sedecim: maior minoris est octuplus. In superparticulis. si tres maiores equi sunt quinque minoribus: aut sex ad decem: vnus maior ad minorē est superbitertius. Si quattuor maiores septē minoribus: maior minoris est supertriquartus. Si vero nouē equi sunt ad decem et septem: maior minoris est superoctuparties. Et in compositione numeris simile est. vt si duo a equi sunt quattuor b et dimidiū vnius: quēadmodum in duobus coniunctis sesquialteris. quoniam 4 et vnus dimidiū ad 2 duplū sunt et sesquiquartū: iccirco vnus a ad vnum b duplus est atq; sesquiquartus. Si tres a equi sunt ad quattuor b et tertiū vnius: vt in duobus sesquialteris quoniam quinque et tertia vnus cōtinent tres semel: duas tertias et vnam nonam: proinde vnus a cōtinebit b vnum: duas eius tertias et vnam eius nonā. Si quattuor equi sunt ad sex et quartā vnius: vt in duobus iunctis sesquiquartis: quoniam sex et quarta vnus cōtinent quattuor dimidiū. et decimā sextam ex quattuor: ideo vnus maior cōtinet minorē semel: eius dimidiū et eius vnam decimā sextam. Si vero octo valent decē et octauam vnus vt in duobus sesquioctauis: quoniam decem cōtinent octo et quartam: et octaua vnus ad octonos vna est sexagesima quarta: ideo vnus maiorū cōtinet minorē semel: eius quartā partem: et eius sexagesimā quartam. Et si cōpositionis series protensior euadit: vt si duo a equi sunt sex b: medietati vnius et quarta vt in cōiunctione trium sesquialterorū: quoniam sex cōtinent duos ter et dimidiū vnius est quarta pars duorū: et quarta pars vnus est octaua pars duorū. Iccirco vnus a triplex est vnius in super quartā atq; octauam partē b cōtinent. Et si tres equi sunt ad septem et nonā vnus quod in tribus sesquialteris coniunctis euent: quoniam septem: bis cōtinent tres: et trium tertiā partem: et nona vnus ad tres est vicesima septima. ideo vnus maiorū cōtinet minorē bis: eius tertiā et eius vicesimā septimā. Et si quattuor equi sunt septē dodrantē vnus hoc est tribus quartis et in super decimesexte vnus: vt in cōiunctione trium sesquiquartorū: quoniam septē cōtinent semel quattuor et tres quaternarij partes: et tres quarte vnius ad quattuor sunt tres decime ferte: et decimā sexta vnus est ad quattuor vna sexagesima quarta. iccirco vnus maior cōtinet vnum minorē semel: et dodrantē et tres decimas sextas atq; vnam sexagesimā quartā. Si vero octo equi sunt ad vndecim tres octauas vnus et vnam sexagesimā quartam: vt in tribus sesquioctauis iunctis: quoniam vndecim cōtinent semel octonariū et octonarij tres partes: et tres octaue vnius sunt ad octo tres sexagesime parte. et vna sexagesima quarta ad octo est vna quingentesima duodecima. hinc fit vt vnus maiorū cōtineat minorē semel: tres eius octauas: tres sexagesimas quartas et vnam quingentesimā duodecimā. Et hec adiecimus quovis harū duarum vltimarū in sequētibz patentior manifestiorq; habeatur.

Duplex intervallū ex duobus maximis supparticularibus: sesquialtero atq; sesquitercio coniungitur. 11

6	4	3	A c duplex intervallum.
a	b	c	B b sesquialter. b c sesquitercius.

Sint a b c intervallū: a quidem sesquialter ad b: b vero sesquitercius ad c: dico a duplum esse ad c. Quoniam enim a sesquialter est ad b: ergo per octavā huius duo a equi sunt ad tres b. et rursus quia b sesquitercius ad c: igitur per eandem tres b equi sunt quattuor c: et tres b positi sunt equi duobus a. duo igitur a equi sunt ad quattuor c. cum quecūq; vni eidemq; equalia sunt inter se sint et equalia. et quattuor numerus minorū collectoz duplex est duorum numeri scz collectozū maior. igitur per precedentē vnus a duplex erit ad vni c. qd̄ erat demonstrandū potest et hoc vltimū etiam demonstrari. Quā enī duo a equi sunt quattuor c: vnus a per octavā proloquū equus est duobus c. quoz enī tota equa sunt et eozū quoz dimidia sunt equa. At duo c dupli sunt vnus. igitur et vnus a duobus c equus: duplex erit c vnus quod fuisset monstrandum.

Ex duplici intervallō atq; sesquialtero: triplex nascitur intervallum. 12

6	3	2	A c triplex intervallum.
a	b	c	B b duplex intervallū. b c sesquialterū.

Sint a b c intervallū: et a quidē ad b duplex et b ad c sesquialter. dico a eius quod est c triplicē esse quoniam enim a ad b duplex est: ergo a per diffinitionē continet bis b. igitur a equatur duobus b. et qz b sesquialter est ad c: igitur b continet c et eius partem dimidiā. ergo per octavam huius duo b equi sunt tribus c: et duo b equi erant vni a. igitur et tres c equi erunt vni a. tres autem triplex sunt vnus. igitur per decimā vnus a triplex est vnus c: quod erat demonstrandū.

Duo duplicia intervalla: quadruplex coniungunt intervallum. 13

4	2	1	A c duplex intervallum
a	b	c	A c geminatū duplex intervallū

Sit a duplex ad b: et b duplex ad c. dico quoniam a quadruplex est ad c. Nam quia a duplex est ad b: igitur duo b equi sunt vni a. et rursus qz b duplex est ad c: igitur duo c equi sunt vni b. et si duo c equi sunt vni b: quattuor c equi erunt duobus b. at duo b positi sunt equi vni a: igitur et quattuor c equa: buntur vni a. at quattuor quadruplū sunt vnus. igitur per decimam vnus a quadruplex est vnus c: quod erat ostendendum.

Terminū reperire: ad quē quocūq; volumus: liceat supparticulares assignare. 14

9	8	6	B ad c sesquialter.
a	b	c	B ad c sesquitercius

Sit propositū terminum reperire ad quem sesquialterū et sesquiterciū valeamus assignare. Caplo duo et tria numeros denominātes partes sesquialteri atq; sesquitercij: duo siquidē sesquialterū et tria sesquitercij denomināt. et duco duo in tria: proveniatq; ductu illo c. manifestum est c habere partem dimidiā pariter et tertiam. iungo ad c partē eius dimidiā: et compositus sit a. et iterū ad c iungo partē eius tertiam: et sit compositus b. quoniam enim a continet c et eius partem dimidiā: ergo per diffinitionē a ad c sesquialter est. et quoniam b continet c et eius partem tertiam: b itidem ad c sesquitercius. c igitur reperitus est terminus ad quē petiti superparticulares rite sunt assignati. et hac lege de quibuslibet esset operandū: vt si essent assignādi sesquioctavus et sesquinonus duc octo in novē et surget terminus octavam/ nonāq; partem possidens: ad quē et sesquioctavū et sesquinonū rite assignaveris. et eodem quoz pacto modo tres: modo quattuor: aut quotquot libuerit ad eundem terminum assignabis.

640	600	576	540	480
a	b	c	d	

Vt si ad eundē terminū peterentur assignari sesquitercius/ sesquiquartus/ sesquiquintus/ et sesquioctavus ducatur tria/ quattuor/ quinq; et octo in se invicē et proveniat e qui circico habet in se tertiam/ quartam/ quintā et octavam. adiungo e suam tertiam compositusq; sit a. et suam quartā et compositus sit b. suam quintā compositus sit c. suā deniq; octavā et propositus sit d. dico demonstratione superiorē: quoniam ad e constructi sunt a b c d sesquitercius/ sesquiquartus/ sesquiquintus/ et sesquioctavus: quē admodum prefixa monstrat formula.

15 **¶** Si sesquialtero intervallo sesquitercium demptum fuerit interuallum: erit qđ relinquitur sesquioctauum.

9	8	6		A c sesquialter. B c sesquitercius.
a	b	c		A ad b sesquioctauus.

¶ Sit c terminus ad quem p precedentē assignati sint a sesquialter: et b sesquiterci. Ab a c sesquialtero subduco interuallum sesquitercium b: relicto interuallo a ad b: quod dico esse sesquioctauū. qm̄ enim a eius quod est c est sesquialter: a semel habet c et eius dimidiā partem. quare per octauā huius duo a equi sunt tribus c. et quattuor a sex c. et octo a ad duodecim c. Rursus qm̄ b huius quod est c sesquitercius est. b igit̄ habet in se c et eius tertiā partem. quo fit vt p eandē octauā tres b equi sint quattuor c. et sex b octo c et nouē b ad duodecim c. at octo a quidē equi erāt ad duodecim c: igit̄ octo a equi sunt ad nouem b. per decimā igit̄ a p̄tinet b et eius octauā partem. estq; a sesquioctauus ad b et p̄positū.

16 **¶** Interualli quarta et duodecima: vnam eius tertiarum restituunt.

¶ Nam quattuor interualli quarte: totū complēt inuallū. et duodecim eiusdē interualli duodecime: totū itidem cōplent interuallū. quare quattuor quarte et duodecim duodecime adinuicē equātur. due igitur quarte sex duodecimis / et vna quarta tribus duodecimis sunt eque. quoz enī tota equa sunt: et eoz dimidia. At quattuor duodecime: duodecim duodecimaru sunt vna tertia: qre et vna totius tertie cui quidē duodecim ille duodecime cognoscūtur esse idem atq; eque. vna igit̄ totius quarta q̄ tribus duodecimis equa esse mōstrata est et vna duodecima illi adiuncta: totius tertiam partem restituunt. Equātur enī vna tertia et vna duodecima quattuor duodecimis. qđ erat demonstrandum. Et q̄uis hęc demonstratio sequētis gratia particulariter facta sit: possis tñ modo p̄simili monstrare oēm minorem cuiuscūq; totius interualli partem: prime maiorem partem efficere: illi adiecta vna partium a nōero qui ex ductu denoiationū vtriusq; partium enascitur: denoiata. vt totius tertia pars minor est: et scđa prime maior: et si duo in tria duperis sunt sex: iccirco vna tertia atq; vna sexta vnam restituūt scđam. Similiter quoz quarta et quinta partes sunt prime maior atq; minor: et si ducis quoz in quattuor surgunt viginti: proinde vna quinta et vna viceesima: vna quartam restituūt. et hoc pacto in sequētibus vt subiecta monstrat formula.

Tertia et sexta	vnam secundam efficiunt.
Quinta et viceesima	vnam quartam.
Sexta et tricesima	vnam quintam.
Septima et quadragesima secūda	vnam sextam.
Octaua et quinquagesima sexta	vnam septimam.
Nonā et septuagesima secūda	vnam octauam.

17 **¶** Due proportiones sesquioctave: minores sunt sesquitercio intervallo.

81	72	64		A c duo sesquioctauū cōiuncti.
a	b	c	d	A d sesquiterciū interuallū.

¶ Cōtinua per sextam quarti Arithmetice duas sesquioctauas inter a et c: ita vt a sesquioctauus sit ad b / et b sesquioctauus ad c. et sit a ad d sesquitercium interuallū. dico a ad c minus eē interuallum: qđ a ad d. Qm̄ enī a sesquioctauus est ad b: ergo p octauam huius octo a equi sunt ad nouem b. sed et qz b etiam sesquioctauus est ad c: per eādem octo b tñ sunt atq; nouem c. Et cum vnus b equus sit vni c et octaue eius: ergo nouem b equi sunt decem c et octaue vnus c. Atqui nouem b mōstrati sunt equi esse octo a: igitur octo a equi sunt decem c et octaue vnus. at decem et octaue vnus p̄tinet octo semel / eius quartam et eius vna sexagesimā quartā. ergo per decimā huius vnus a p̄tinet vni c / vna eius quartā / et vnam sexagesimā quartam: et vna quarta et vna sexagesimā quarta per precedētem minus sunt vna tertia: cōplent enī quarta et duodecima vna tertiam. duo igit̄ sesquioctauū minus sunt vno sesquitercio interuallo. quod erat demonstrandum.

18 **¶** Tres sesquioctauū: amplius sunt sesquitercio: minus autē sesquialtero intervallo.

729			512	A d tres sesquioctauū cōiuncti
a	b	c	d	

¶ Sint a b c d tres cōiuncti sesquioctauū: vt a ad b primus sit sesquioctauus / b ad c secūdus / et c ad d tertius: dico primo a ad c amplius esse sesquitercio. Qm̄ enī a ad b et b ad c duo sūt sesquioctauū: ergo per octauam huius octo a equi sunt decem c et octaue vnus. Sed et cum c itex ad d politus sit sesquioctauus: ergo p eādem octo c equi sunt nouem d / et nouē c equi decem d et octaue vnus et decem c equi vndecim d et duabus octauis. et cū octo octaue c p̄tineant nouem d: q̄ per decimā huius vna octaue c continet octauam d et eius octauam partem: hoc est vnam sexagesimā quartam. decem ergo c et vna octaue vnus equatur vndecim d / tribus octauis / et vni sexagesime quarte. et per decimā vt vndecim res octaue et vna sexagesimā quarta ad octo: ita a ad d. sed vndecim cōtinent octonos semel tres eoz

partes / tres octavas / et vnā sexagesimā quartam vnus. ac tres octonozū partes amplius sunt tertia eoz parte. Superāt enī tres octonarij partes: tertiā eiusdē partem tridente vnus: hoc ē tertia vnus parte. a fortiori igitur tres octonozū partes / et tres octaue vnus et vna sexagesima quarta ita āplius sunt tertia octonozū parte. cōtinent ergo vndecim / tres octaue vnus / et vna sexagesima quarta: octo semel et amplius eoz parte tertia. quare et a cōtinet d et āplius tertia eius parte. est itaq; a ad d āplius sesquitercio interuallo. Scdo dico a ad d minorem eē sesquialtero infuallo. Nam vndecim p̄tinēt octo et tres octavas: deest ergo vna octaue ad complēdas quattuor octavas / q̄ sunt octonozū dimidiū. Atvero q̄ superāt: tres octaue vnus / et vna sexagesima quarta minus efficiūt dimidio vnus octaue. quare et multo minus efficient vna octaue. vndecim ergo / et tres octaue / et vna sexagesima quarta vni: cōtinent octo semel et minus octonozū dimidio. ergo per decimam huius et a cōtinet d semel et minus eius dimidio. est itaq; interuallum a ad b minus sesquialtero interuallo.

¶ Quattuor sesquioctauī coniūcti: sesquialterum superant interuallum.

19

6561				4096				B e quattuor sesqui-
a	b	c	d	e				octauī coniūcti.

¶ Sint a b c d e quattuor p̄iūcti sesquioctauī: a ad b primus / b ad c secundus / c ad d tertius / et d ad e quartus: dico qm̄ infuallo a e amplius est sesquialtero infuallo. Nam vt in precedēti vīsum est octo a equi sunt vndecim d / tribus octauis / et vni sexagesime quarte vnus. et vndecim d / tres octaue vnus et vna sexagesima quarta: equātur duodecim e / sex octauis / quattuor sexagesimis quartis / et vni quingentesime duodecime. ergo octo a equi sunt duodecim e / sex octauis / quattuor sexagesimis quartis / et vni quingentesime duodecime. Atvero duodecim / sex octaue / quattuor sexagesime quarte / et vna quingentesima duodecime cōtinent octo semel et amplius q̄ octonozū dimidiū: qm̄ cōtinet octo semel et dimidiū: et insup sex octavas / quattuor sexagesimas quartas / et vnā quingentesimā duodecimam vnus. igitur per decimam huius a cōtinet e semel et amplius q̄ eius dimidiū. supat itaq; a e infuallo quattuor sesquioctauis p̄iūctū: sesquialterum interuallum. quod erat monstrandum.

¶ Quinq; coniūcti sesquioctauī: minus duplici interuallo coniūgunt.

20

¶ Nam p̄ vndecimam huius duplex interuallum ex duobus maximis supparticularibus: sesquialtero et sesquitercio p̄iūctis. ar p̄stituris quinq; sesquioctauis tres p̄mi sesquioctauī: per decimā octauā huius minus sunt sesquialtero interuallo. et duo sequētes sesquioctauī qui vna cū tribus p̄oribus quiq; cōplent: per decimā septimam huius minus sunt sesquitercio. coniūgunt igitur quinq; sesquioctauī minus duplici interuallo.

¶ Sex proportiones sesquioctauē: maiores sunt vno duplici interuallo.

21

531441							262144	B g sex sesqui-
a	b	c	d	e	f	g		octauī cōiūcti.

¶ Sit a g interuallum sex p̄iūctoꝝ sesquioctauoꝝ: itavt a ad b sit primus sesquioctauus / b ad c sc̄d̄s / c ad d tertius / d ad e quartus / e ad f quintus: f autē ad g sextus. dico qm̄ a ad g amplius est duplici interuallo. Qm̄ enī a ad b sesquioctauus est: ergo per octauā huius octo a equi sunt nouem b. et nouem b per eādem equi sunt decem c / et octaue vnus. et decem c et octaue vnus: equa sunt vndecim d / tribus octauis / et vni sexagesime quarte vnus. et vndecim d / tres octaue / et vna sexagesima quarta vni: equātur duodecim e / sex octauis / quattuor sexagesimis quartis / et vni quingentesime duodecime. duodecim autē e / sex octaue / quattuor sexagesime quarte / et vna quingentesima duodecime: equantur tridecim f / decem octauis / decem sexagesimis quartis / quinq; quingentesimis duodecimis / et vni quarte millesime nonagesime sexte. Atvero decem octaue vnū cōtinent integrum et insup duas octavas. quo fit itez vt duodecim e / sex octaue / quattuor sexagesime quarte / et vna quingentesima duodecime: equētur quattuordecim f / duabus octauis / decem sexagesimis quartis / quinq; quingentesimis duodecimis / et vni quarte millesime nonagesime sexte. Atvero quattuordecim f / due octaue / decem sexagesime quarte / quinq; quingētesime duodecime / et vna quarta millesima nonagesima sexta: equa sunt quidecim g et octo octauis eius (hoc est equa sunt sedecim g) duodecim sexagesimis quartis / quindecim quingentesimis duodecimis octaue. At sedecim et duodecim sexagesime quarte / et relique sequētes particule: continent octo bis et amplius. igitur per decimā huius a ad g maius ē duplici infuallo. sex igit sesquioctauī maiores sunt vno duplici infuallo: vt intēdit p̄positio. ¶ Et si hec p̄positio quo ad suā demonstratiōē nōnullis subdifficilioꝝ videat: hoc t̄circo p̄ueniet q̄ illis p̄p̄tudo. vt ēdiq; habitas octaue. none et decime hui; deerit. iccirco par cōsentaneūq; erit eos qui in musicis modulariōibus et eaz p̄replatiōibus se exercitare volent: multos sesquialteros / deinde sesquitercios / et alios sequentes supparticulares colligere: quousq; vsus colligendaz p̄portionū ipsi iam sit factus p̄uis / patensq; et q̄ iam ipsi domesticus.

¶ Primi Elementozū Musicalium finis.

octo et pueniat b: et octo in se et pueniat c. per vicesimātertiam tertij Arithmetices inf a b et c sunt duo sesquioctavi in minimis numeris p̄fici / et p̄inde duo toni in minimis numeris p̄tinuati. Et si nouē duco in a b et octo in c et surgant d e f g. per eandem inter d e f g tres sunt in minimis numeris sesquioctavi cōstituti: quare d e f g sunt trium cōtinuatorum tonorum mīmi nūeri. Et si ducis nouem in d e f g et octo in g et surgāt h i k l m per idem q̄d prius h i k l m quattuor p̄tinuorum sesquioctauorum mīmi sunt nūeri: quare et quattuor cōtinuorum tonorum. Et si rursus hoc pacto ducis nouem in h i k l m et octo in m et surgant n o p q r s: ip̄i erūt quinq; cōtinuorum tonorum mīmi numeri. et hoc modo quotquot tonorum voles mīmos numeros reperias. Attamen in modis muscis tot cōtinue subiūgere opus non est: sed tonis semitonis subiūgunt: de quibus posterior p̄p̄rius / accōmodusq; expectādus est sermo.

¶ Spacio quolibet per quotlibet equa spacia diuiso: totius ad totam p̄ime sectiōis partem minor est p̄portio: q̄ eiusdē partis ad totam reliquā p̄ime sectiōis partem. Quo fit vt quanto tonus tono subiūgī acutior: tanto ip̄m p̄tractioza p̄tineāt spacia.

A	c	d	e	f	g	h	i	k	b
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

¶ Chordam / neruū / tibiam / eharū aera / es tinnulū et quiddō sonū edit in harmonicis modis (vt iam quoq; dictū est) spacium nūcupamus: in quibus analogie ratio vim / naturāq; seruat eādē. Sit ergo a b totum spacium per a c c d / d e e f: et reliquas nouem equas partes vt fit in intervallo toni habendo diuisum: quotq̄t enī alias posueris idem valuerit. dico minorem eē p̄portioē a b ad c b q̄ c b ad d b. Nam cū a b positū sit in nouem equas partes per medias notas c d e f et reliquas diuisum: c b cōtinet solū eaz partū octo: quaz a b p̄tinet nouem. ergo a b p̄tinet spaciū c b et eius octauam partem. sed et cū c b octo partes partū c d equas p̄tineat: ergo d b p̄tinet partū totaz solū septē. ergo c b p̄tinet spaciū d b et insup eius septimā partem. at octaua ps per diffinitōem minor ē parte septima: igit̄ itez per diffinitōem a b ad c b p̄portio supparticularis minor est q̄ c b ad d b vt pore q̄ a minore parte denōietur. est enī hec a septima parte sesquiseptima p̄portio: illa x̄o ab octaua sesquioctaua. Et hāc nō modo in supparticularib; verū et quibuslibet medietatibus demōstrat p̄ma decimi Arithmetices vbi scz ratio medietasq; arithmetica cōperiat. q̄d et in dicta spacij diuisiōe r̄sumpta (vt positū est) p̄portione: inuentū aspiciēbas. **¶ Correlatiū x̄o hinc cognoscat q̄ totū per quartam petitionem ad suam partem graui⁹ sonat: pars aut̄ ad suū totū acutius. Itaq; si tono a b et c b tonū subiūteris: subiūctus erit acutior. Et qm̄ spaciū c b in nouem equas partes partiret: quaz quelibet mior erit spacio c d q̄d eius octaua est: nam quelibet eaz est nona et a maiore nūero denōtata. erit igit̄ et quelibet eaz nouem partū minor spacio a c. equa sunt enī a c et c d. et hoc pacto de quibuslibet subiūctis acutiorib; tonis eēt dicēdum. manifestū est igit̄ vt quāto tonus tono subiūgī acutior: tāto ip̄m p̄tractioza p̄tineāt spacia.**

¶ Medio extremitatū toni spacio in duo equa diuiso: ton⁹ mīme in duo secat̄ cōlia.

A	c	d	e	f	g	h	i	k	b
l	m	n	o	p	q	r	s	t	

¶ Hec et sequentia intelligitur vt tonus mīme in duo equa ratione geometrica dirimat: non autem arithmetica. nam et hic tonus toniq; interuallum in duo equa rōne arithmetica dirēptum est. diuiso ergo spaciū a b vt prius in nouem equa spacia: per notas a / c / d / e / f / g / h / i / k / b manifestū est a b et c b esse toni extremitates / toniq; cōtinere. dico ergo qm̄ a c medio harū extremitatū interstitio in duo equa p̄ signum l dirēpto: tonus mīme in duo equa partiaz / q̄q; sonus a b et l b equalis non sit l b et c b. diuiso enī singula reliquoz octo equalitū spaciōz p̄simili modo p̄ equalia per notas m / n / o / p / q / r / s / t: manifestum est totū spaciū a b diuisum eē in 18 equalia spacia que sunt a / l / c / m / d / n / e / o et reliqua. ergo per precedētē mior est p̄portio a b et l b q̄ l b et c b. est enī hec sesquiseptadecima: illa x̄o sesquiseptiadecima. non est ergo tonus hoc pacto in duo equa diuisus. et toni a b l b / et l b c b p̄ diffinitōem adinuem inuales: quiquidem toni ecmeles sunt / musicoq; melo perparū apti.

¶ Toni spacio hoc modo diuiso: totius medie sectionis sonus: maioris extremi toni sonum acumine: minoris vero grauitate superat.

A	c	d	e	f	g	h	i	k	b
l									

¶ Sit a b vt in precedēti iam dictū est diuisum: itavt a b ad c b recrepet tonum. dico qm̄ sonus l b acumine superat sonū a b. q̄q; idem sonus l b grauitate vincit c b. Nam a b totum est et l b eius pars: ergo per quartam petitionem a b grauiorem sonū edit et l b graciliozem. et per eādē qm̄ l b totū est ad c b: sonus l b grauior est sono c b. superat ergo l b maius toni extremum acumine: et minus grauitate. quod propositum erat demonstrandum.

¶ Tonum in duo equa: certo / cōstitutoq; numero diuidi impossibile est.

¶ Nam per quintam p̄imi huius nullū supparticulare interuallum in plura equalia dirimit: et que p̄portio spaciōz inualli inter se ea quoq; est et toni ad sonum. Atqui tonus ex supparticulari nascit̄ intervallo. nascit̄ enī ex epogdoas / sesquioctaua q; ratōe. igitur tonus mīme in duo equalia dirimitur / diuidit̄q;. imo x̄o neq; in plura duobus equa: vt in tria aut quattuor. **¶ Ex quo facile cognoscat̄ Aristoxenus muscus auritū iudicio cuncta cōmittēs perparū eē pbādus. qui semitonis secus q̄ Pythagorici non arbitrat̄ esse dimidio tono p̄tractioza: sed quēadmodū semitonis dicūtur: ita quoq; et esse integra tonorum dimidia. Hec minus Martianus felix simili lapsus errore reprehēdit: qui nō modo**

tonum in duo equalia: sed et in tria et quattuor dirimit atque secat. Secat enim in primis tonum in duo equalia quae circiter hemitonia vocat. Secundo in tria et eorum tertiarum quilibet diesim tritemeriam nuncupat. Tertio in quattuor et hanc toni partem quartam vocat diesim tetrartermeriam: quae haec diesim nunc tertie nunc quarte toni sunt partes. Est enim tritos tertius tetrartos quartus et micros pars. Poniunt et tertiarum dieseos acceptiorem ut eaisa toni tertia et tertie dimidia pars dicat. Et rursus primi modi primeque acceptiorem dieses: chromaticas vocat / secundas vocat enarmonicas / tertias vero enarmonice divisionis hemitonas: partim Aristoxeno scilicet: partim autem dissilis. Similiter quidem quod Aristoxenus toni dimidiis semitonium ponat et toni tertiam diesim chromaticam vocet sed chromatis mollis: et toni quartam diesim enarmonicam. at dissiliter quod toni quartam cum prima quarte medietate vocet diesim chromatis hemiolii. Et certe vel Martiano in tertia dieseos acceptiorem nouo errore lapsus putandus est: vel eundem putasse hemitonium et diesim enarmonici hemitoli idem esse. nam cum omne totum tribus suis tertijs integretur: unam ergo tertiarum et tertie medietatem totius dimidium implere necesse est. Sed cum haec se satis falsa esse possunt et nulla sui parte cohereant: non est cur in his diutius sermo sit. praehendus. Sic enim qui stultissimi sensus iudicium sequentes intellectum relinquunt: facile ex disciplinarum arboribus se explosos sentiunt.

8 **Quicumque numerus in terminis toni ducatur: interuallum toni relinquet.**

Etiam cum tonus et toni interuallum in portione sesquioctava consistat: sui termini erunt nouem ac octo aut quicumque alij qui sibi sibi portione respondeant. Et cum per septimam secundi Arithmetices: si vnus idemque numerus duos multiplicet productorum et multiplicatorum eadem sit portio: ergo quicumque numerus duces in tertios sesquioctauae: sesquioctauam producet / relinquetque tonum atque toni interuallum. quod est positum. Et non modo de sesquioctaua et toni interuallo id sentiendum est: sed et de quolibet alio interuallo.

9 **Omnis numerus: extremorum toni differentia constitui potest.**

Si enim tonus in minimis constituat ut sunt nouem atque octo monas differentia est: cum nouenarius atque octonarius sola unitate dissentiat. Et si ducatur binarius in nouenarium et octonarium et producat a et b per precedentem a et b erunt toni extrema. Atque per nonam primi Arithmetices quod sit ex binario in nouenarium tamen est quantum quod sit ex binario in octonarium unitatem. sed binarius in unitatem per commune plouit septem producit: igitur extremorum toni a et b binarius differentia constituit. Et si ducatur ternarius in nouem et octo: eodem quoque argumento ternarius extremorum toni differentia constituit. Et ita quicumque alter numerus in eisdem minimos toni tertios duces: idem extremorum toni differentia constituitur. Manifestum itaque est omnem numerum extremorum toni differentiam constitui posse. Et quaequid ita est placuit tamen Philolao Pythagorico primordium toni / primordialesque eius versus ternarium constituere: qui primus cubus a primo impari numero preceat / ac gignit. quod is numerus apud Pythagoricos maxime honorabilis fuerit. Nam cum ternarium primum quidem imparem numerum tertio duxeris: nouem surgunt. que ter ducta septem supra viginti: scilicet cubum a primo impari reddunt. at 27 ad 24 tono distant / tonique claudunt interuallum: et horum differentia ternarius constituit. est enim ternarius summe 24 pars octaua: quae eidem adiecta summe: primum a ternario cubum rursus instaurat atque perficit. Et idem Philolaus summam septem et viginti in duas partes secuit 13 et 14 quae haec maior / illa vero minor habet / et hanc primordium Bpotos facit: quae est toni portio maior: illam autem facit principium dieseos: que est toni decisio minor atque portio: et quae posterius semitonium minus nuncupabimus. et illarum duarum partium differentiam que est unitas facit comatis principium. Sed de his satis.

10 **Numeri dati partem quocumque reperire. Quo fit ut cuiuslibet numeri pars ab ipso sit numerata: et a denoante eiusdem partis sit denominata.**

272	17	306	18	136	17
c	d	g	h	m	n
17	16	18	17	17	8
a	b	e	f	k	l

Quaeris enim numerorum numeratum qui exempla in aia sunt: unitas insecabilis existat: numerorum tamen numeratorum quales in physicis sunt motuum numerum / in geometricis linearum et planorum / in astrologiis temporum / in musicis autem tonorum atque interuallorum unitas aut verius unum sectionem recipit. Sit ergo a quicumque numerus cuius una partium denoata ab b quita sit: resoluo a in omnes suas partes denoatas ab b: ducendo scilicet denoantem numeri a in denoantem partis b: ita ut pueniat c. manifestum est partes c simul denoatas ab b equari toti numero a. diuido igitur c per b et pueniat d: dico d esse partem petitam / et numeratam ab a. hoc est a numero denoante a. Quae sit pars a denoata ab b quae petita erat: patet quod a in d per septimam partem reproducit c: quare d est pars c denoata ab b. at c equat a. igitur et d pars est a denoata ab b. Sed et quod numeretur ab a: p. q. a in b producit c: ergo per sextam partem sectionem c diuiso per b redibit a. sed et eodem modo diuiso per b plus ueniebat d. numerat igitur a semel d. et sic portio atque iuu correlarium nota sunt. Et quis haec monstrare facilis sit: usus tamen eius aliquando latetior: quem exemplaris deductio facile cuius reddet illustriorem. ut quae sit ubi causa summe decem et septem pars sextadecima duco utriusque denoantes in se inuenio. hoc est 17 et 16 et surgit 272 sextadecime: quae erunt totius summe partium 272 pars sextadecima. quare et numeri 17 pars itidem sextadecima. at 17 sextadecime unitatem continent et unam sextadecimam. est itaque unitas et una sextadecima: dati numeri 17 pars sextadecima. Et si numeri decem et octo querere pars septimadecima duco decem et octo in decem

7 septem et pductum diuiso per 17 et veniet 18 septimedecime:quevnum cōplent integrum/ vnā septimādecimā. Est ergo vnitas 7 vna vnitatis septimādecima date summe decem 7 octo p rs vna septimādecima. Si xō summe decem 7 septem volo partem octauā reptire:duco 17 in octo 7 qđ pductum fuerit diuiso per octo 7 pueniet 17 octauē q̄ duasvnitates 7 vnā octauā efficiūt. crūt ḡ duo 7 octauavnius totius sūme decem 7 septem pars octaua. qđ querebas. Et ita in quibuslibet se quis valeat exercitare:habet tñ q̄ particulari/ exēplariq̄ demōstratiōe sunt ostensa: ad sequentia pōdus ac momentum.

¶ Si duo inaequales numeri ad eundem minorem comparentur: maioris ad ipsum maior est proportio/ et minoris minor.

9	8	7
A	b	c

¶ Assint a b duo inaequales nūeri quoz a sit maior/ et b minor: qui comparētur ad eūdem minorem c. dico a ad c maiorem eē pportioem q̄ b ad c. Nam cū per octauam petitiōem extremoz a ad c pportio pposita sit ex pportioibus a ad b 7 b ad c vt suis partibus:ergo pportio b ad c pars est pportiois a ad c et pportio a ad c totū. et cū per vltimū cōmune ploquium dñe totū maior sit sua parte: igitur pportio a ad c maior est pportione b ad c. et ita de quibuslibet alijs simili argumēto est agendum.

¶ Sesequixadecima pportio: integrum toni dimidium superat.

A	c	d	e	f	g	h	i	k	b
l	m	n	o	p	q	r	s	t	

¶ Quia huius monstrauit medio extremoz toni spacio in duo equa diuiso: tonū mīme in duo equa geometricē partiri: et sectionem hinc 7 inde altrinsecus sesquiseptimādecimā/ et sesquixadecimā retinere pportioem. Nec xō ostēdit sesquixadecimā pportioem que illic ex parte intensionis acuminisq̄ relinquit: hemitonio/ integroq̄ toni dimidio esse maiorem. et sequēs mōstrabit sesquiseptimādecimā ex grauiori parte sumptam: eodē toni dimidio esse minorem. Sit ergo vt in quita huius spaciū a b in decem 7 octo equas partes per a c d e f 7 reliquas notas diuisum. itavt a b eaz partū p̄tineat decem 7 octo/ 7 c b sedecim/ 7 l b decem 7 septem. manifestū est a b 7 c b vt prius vīsum est esse tonum: et l b 17 ad c b 16 eē sesquixadecimā quā habitudinē dico esse integro semitonio maiore. qm̄ enī per decimam huius vnitas 7 sextadecima vni⁹: est summe decem 7 septem pars sextadecima. q̄ si eidē sūme adiciat fiēt decē 7 octo/ et sextadecimavnius. at octodecim 7 sextadecimavni⁹ ad decē 7 septem et decem 7 septem ad sedecim due p̄iuncte sesquixadecime. sed decem 7 octo 7 sextadecimavnius: p̄ precedentem maior est sesquiocaua ad sedecim. Nam decem 7 octo ad sedecim vt prius vīsum est: sesquiocaua est. igit̄ sesquixadecima bis aucta tonum/ toniq̄ interuallum trāscēdit. quare p̄ nonum ploquū sesquixadecima pportio integrū toni dimidium superat. quidq̄ enī bis auctū trāscēdit aliqd̄: id vltra eius dimidium eē necesse est. Ex quo valētiore iure cognoscit̄ sesquixadecimam 7 oēm pportioem sesquixadecima maiorem: integrum toni dimidium superare.

¶ Sesequiseptimādecima: minor est integro toni dimidio.

19	i	19	i	18	17	A ad b sesquidecimāseptimam pportionem
d	8	c	17	a	b	p̄tinet: q̄ integro toni dimidio p̄tractior est.

¶ Sint a decem 7 octo interualli partes 7 b decem 7 septem/ c decem 7 nouem 7 vna septimādecima/ d xō decem 7 nouem 7 vna octaua. per decimā huius a ad b est sesquiseptimādecima. et c ad a similis sesquiseptimādecima. sunt ergo c ad b due sesquiseptimedecime adinuicem coniūcte. sed et p̄ eandem d ad b sesquiocaua est atq̄ tonus. d enī cōtinet b 7 eius partem octauam. at d ad b pportio maior est pportioe c ad b. nam vnus ps octaua maior est vna septimādecima. ergo sesquiseptimādecima pportio per decimum ploquū minor est integro semitonio. qđ enī duplatū non implet integrum: neq̄ to quoq̄ continet dimidium. Est ergo notum sesquiseptimādecimam pportionem integro toni dimidio esse minorem.

¶ Integram toni medietatem: inter sesquixadecimam 7 sesquiseptimādecimam pportioem cadere necesse est.

¶ Nam per duodecimam sesquixadecima maior est toni dimidio: 7 p̄ decimātertiam minor est eodē toni dimidio. at per cōem sciētiam inter maius atq̄ minus dimidio: ipm̄ dimidiū cōsistere necesse est. ergo integrum toni dimidium inter sesquixadecimam et sesquiseptimādecimam cadere necesse est. Sed id in noto/ integroq̄ numero nullo pacto vt septima huius mōstrauit fieri cōtinget: vt neq̄ in geometricis diameter quadrari: eius cosse certo/ p̄situtoq̄ numero cōmensurari potest. Sed hoc vltim ex altero loco requirendum est.

¶ Semitonium minus: duobus tonis in chorda subiūgere.

11

12

13

14

15

324	288	257	5	256	243
f	g	l	17	h	k

¶ Sint vt in precedenti h k minimi numeri semitonij minoris vt ducenta quinquaginta sex et duceta quadraginta tria. capio p decimam huius: septimadecima partem numeri k ducentorum scz quadraginta trium/eritq; quattuordecim et quinque septimadecime. addo itaq; quattuordecim et septimadecimas ad k et fiat l numerus 257 et quinque septimadecime. erit ergo numerus l ad k sesquiseptimusdecimus. at l duceta quinquaginta septem et quinque septimadecime trascedit h qui solus est ducetorum quinquaginta sex. consistet itaq; semitonium minus per undecimam huius in minore proportione q; sit sesquiseptimadecima. quare et a fortiore in minore consistit proportio q; sit sesquiseptadecima. Correlarium hinc notum est. Nam hoc pacto partiendo extremorum toni spacium: ex quita huius cognoscitur sesquiseptadecima atq; sesquiseptimadecima altrinssecus constitui: quare vt atq; presens monstrat semitonij minoris habitum dinem esse minorem.

¶ Sesquioctauadecima proportio: semitonio minore rursus maior euadit. 20

256	1	256	243
c	2	a	b

¶ Sint a b mini numeri semitonij minoris per decima octauam huius reperti scz duceta quinquaginta sex/et ducenta quadraginta tria. capio per decimam huius octauam decimam partem numeri b: qua reperio esse tridecim et semis: qua quidem addo numero b/ fiatq; aggregatus c. tunc c ad b sesquioctauadecima proportio est. at c maior numerus est a. nam a distat a cotinet ducenta quinquaginta sex: c vero equalium partium totidem et insup semissem vnus. est igit sesquioctauadecima proportio semitonio minore maior.

¶ Sesquinonadecima: est semitonio minore minor. Quo fit vt semitonium minus inter sesquioctauadecimam/et sesquinonadecimam consistat collocatum. 21

256	255	15	243
A	c	19	b

¶ Sint vt prius mini termini semitonij minoris a et b: dico sesquinonadecima proportioem minorem esse proportione a ad b. capio eni per decimam huius: nonadecima partem numeri b: qua inuenio esse duodecim et quindecim nonadecimas. qua partem adijcio numero b et fiat c. proportio c ad b est sesquinonadecima. sed a maius est q; c. igitur p undecimam huius maius est semitonium minus sesquinonadecima proportioe/ atq; sesquinonadecima proportio semitonio minore minor. Correlarium vero vt decima quarta huius notum esse potest.

¶ Semitonium maius: in data chorda constituere. 22

D	a	c								b
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	---

¶ Sit a b et c b semitonij minoris interuallum. diuido cb in octo partes equas: quibus equam facio partem cd. ita vt d b nouem ptineat. ergo d b et c b erit tonus. demo igitur a tono d b et c b semitonij minus scz a b et c b/ relinque q; d b et a b toni reliqua pars et qua ipse semitonium minus superat. igit per diffinitionem d b et a b semitonium maius est in data chorda (vt oppositum erat) constitutum. et que admodum semitonium maius collocasti ad partem grauiorem ita quoq; ad partem lacuminis collocare facillimum esset.

¶ Semitonij maioris: minimos numeros reperire. 23

2187	2048		1944
e	d		c
	256		243
	a		b
		8	
		f	

¶ Sint a b minimi numeri semitonij minoris ex decima octaua huius reperti et f octonarius. qui ex demonstratioe decime octaue huius f octonarius primus est ad b. ergo f non numerat b. non habet igitur b octauam partem. duco igitur f in b et a et consurgant c d: per septimam secundam elementorum Arithmetices d ad c vt a ad b. est igitur inter d c semitonium minus/ semitonijq; minoris interuallum. et qz c habet prem octauam vt b: addo eidem numero c prem octauam eius b: et coaceruatus fiat e. cotinet igitur e numerum c/ et partem eius octauam. quare e c tonus. et quia tonus e c superat semitonium minus d c

2187
2048
139
102
378
29
1

Intervallo e d: ergo e d sunt numeri semitonij maioris. Quid autē idē sunt minimi facit ex decimaquinta tertij arithmetices cognoscas distrahēdo d ab e et quod reliquū fuerit iter quoties potes distrahēdo ab d. et hoc pacto deinceps et videbis ad vltimum relictam vnitatē eritque modo qui ad latus apparet distractio. quare per eandem decimaquintam d et e sunt aduicem primi. sunt igitur per vicesimam eiusdem in sua proportione minimi: quod est propositum.

24 **Semitonij maioris habitudo: sesquiquintadecimam superat proportionē.**

2187	2184 8	2048	136 8
A	c 15	b	d 15

Sint a b minimi termini habitudinis semitonij maioris per precedentem reperti: dico habitudinē a ad b maiore esse sesquiquintadecima. sumo enī vt in precedentibus iam sepe factū est per decimā huius quintadecimam partē numeri b et hec inuenitur centū triginta sex et octo quinquedecim vnius q̄ sit d adicio ergo d ad b et fiat c certū est c ad b esse sesquiquintadecimā. at c minor numerus est q̄ a. est enī a numerus duum milij centū octuaginta septē. c autem solum duū milium centū octuaginta quattuor et fere semis paulo amplius. Est igitur per vndecimā huius semitonij maioris habitudo sesquiquintadecima. proportione maior: eamque superans: quod est propositum.

25 **Apotomes interuallum: minus est sesquiquartodecimo interuallo. Unde manifestum est semitonij maioris proportionem inter sesquiquintadecimam et sesquiquartadecimam reperiri collocatam.**

2194 4	2187	2048	146 4
c 14	A	b	d 14

Apotomē et semitonij maius: idem esse iam dixim⁹. Sint ergo a b minimi numeri semitonij maioris vt duo milia centū et octuaginta septē et duo milia quadraginta octo. sumo per decimā huius quartadecimā partem b ses duum milij et quadraginta octo quā inuenio esse centū quadraginta sex et quattuor quarte decime que sit d. addo eam quartadecimam ad b: et fiat numerus aggregatus c. tunc numeri c ad b sesquiquartadecima proportio est. at c maior numerus est a siquidē duo milia quadraginta octo et centū quadraginta sex et quattuor quarte decime summā simul attollant c: duum milij centū nonaginta quattuor et fere quartā vnius. et a solum summa sit duum milij centum octuaginta septē. constat ergo sesquiquartadecimam proportionē maiorem esse semitono maiore: atque propositum. Correlarium vt precedentium notum est.

26 **Semitonium minus atque semitonium maius in superparticulari proportione non cadunt: sed ea in superpartiente ratione consistere necesse est.**

Hanc semitonij minus vt correlariū vicesime prime huius cadit inter sesquioctauā decimam et sesquinoūdā decimam. atqui inter sesquioctauā decimam et sesquinoūdā decimā nulla cadere valet inter cepra mediaque superparticularis habitudo. sunt enī ille superparticulares proxime maior atque minor igitur semitonij minus in superparticulari ratione non consistit. neque per idem semitonium maius. Nam per correlariū precedentis cadit in aliqua proportione media inter sesquiquintadecimā et sesquiquartadecimam duas proximas superparticulares: que superparticularē mediam nullā admittunt nō igitur semitonij maius cadit in superparticulari ratione. sed et cum rationes semitonij minoris atque maioris multis superparticularibus vt iam visum est sint minores: erūt etiam minores ratione duplicari que multiplicium minima est: vt que a minimo numero denominetur. nullus enim numerus binario minor. nō est ergo semitonij minoris habitudo multiplex: sicut nec semitonij maioris. relinquitur igitur a sufficienti diuisione cum ille sint inter maiore terminum et minore: eas esse in superpartienti genere. quod est propositum. Sed tamē propter sophistas aduertere licet quod tonus et sue partes consonantie et consonantiarum partes intense: semper in superparticulari/ superpartienti aut multiplici habitudine cadunt: remisse vero in subsuperparticulari/ subsuperpartienti aut submultiplici. At vero et si ita sit: solemus tamen eas omnes dicere esse in superparticulari habitudine superpartienti/ aut multiplici idem superpartulare et subsuperpartulare reputātes et pro vno computantes. similiter superpartiens et subsuperpartiens et multiplex et submultiplex.

27 **Musicum comma in chorda reperire.**

A	f	g	c	b
255		243		
d		e		

Sit a b chorda supra quam sit propositū reperire musicū comma: in qua a b et c b sit sesquioctaua proportio atque tonus. sint preterea d e minimi termini semitonij minoris. diuido spacij a b in partes equales secundū d: ex quarum numero ab ipso b versus a: capio secundū numerū e et in termino earū pono notam f. tunc que proportio d ad e: ea erit a b ad f b. quare a b ad f b semitonij minus. Huiusmodi c b spacium feco in equas partes secundū numerum e et earum partium ab ipso b versus a metiendor: sumo secundū numerum d: et in earum termino pono notam g. manifestū etiam est g b et c b esse semitono

tenitum minus. sed et cum a b et f b probatum sit etiam semitonii minus. ergo interuallum f b et g b est quo sesquioctaua proportio a b et c b: maior est duobus semitonis minoribus. est igitur per diffinitionem f b et g b inuentum musicum comma: quod erat monstrandum.

Comma: in minimis numeris constituere.

28

531441	524288	497664	472392
l	g	h	i
	65536	62208	39049
	c	d	e
	256	243	
	A	b	
		s	
		f	

531441
524288
7153
2119
796
527
269
258
11
5
1

Sint a b minimi numeri semitonii minoris. duco a in se et in b et b in se et erugant c d e: erunt c d et d e duo semitonia minora coniuncta. sit praeterea f octonarius qui ex decima octaua huius est primus ad b. quare per undecimam tertii arithmetices et primus ad e. non habet igitur e octauam. duco ergo f octonarium in c d e: et proueniant g h i: ut i scilicet oriatur ex f in e. certum est etiam inter g h et h i esse duo semitonia minora. et qz e est octaua pars i addo e et i simul sitos eorum aggregatus l. dubium nullum est le ad i esse sesquioctauam: et l g esse proportionem qua sesquioctaua maior est g h et h i duobus semitonis minoribus. sunt igitur l g numeri commatis. sed qz sint minimi ex decima quinta tertii arithmetices notum est. Nam subtracto vt ea ipsa docet g ab l: et eo quod relictu est subtracto quoad potest ab g. et sic deinceps tandem vt ad latus adiectu apparet: relinquitur vnitas. Et quae ad modum comma duabus diebus est prepositum: ita quoque qz facillimum est comma duabus diebus subiungere aut duabus interferere.

Sesquiseptuagesima quarta: commatis proportionem transcenditur.

29

531441	531372 72	524288	7084 72
A	d 74	b	c 74

Sint eni a b minimi numeri commatis per se habentem reperti. elicio per decimam huius septuagesimam quartam b que sit c. adicio itaqz b et c simul et coalescat aggregeturqz numerus d. qui si ad b conferat copertur, sesquiseptuagesimus quartus. atqui idem d minor a esse deprehenditur. superat ergo per undecimam huius ratio commatis septuagesimam quartam proportionem

Comatis ratio: sesquiseptuagesima tertia proportio e minor est. unde fit vt commatis ratio inter septuagesimam quartam et septuagesimam tertiam constituta reperiat habitudinem

30

531470 2	531441	524288	7182 2
d 73	A	b	c 73

Sint a b vt prius minimi numeri commatis. capio septuagesimam tertiam partem b que sit c. iungo b et c simul et aggregetur d. eritqz d ad b sesquiseptuagesimus tertius. et d maior a esse conspicitur. ergo commatis ratio sesquiseptuagesima tertia proportio e minor est: quod erat monstrandum.

Correlarium vt alia notum est.

Commatis ratio: in superpartiente ratione consistit.

31

Non eni in superpartiente consistet quandoquidem due superparticulares proxime sesquiseptuagesima quarta et sesquiseptuagesima tertia: omnem proorsus mediam excludant superparticularem. et tanto minus in genere multiplici consistere valebit. vt que septuaginta duas superparticulares habeat se maiores. relinquitur ergo vt ea in superpartiente genere consistere possit. est eni ea maioris et minoris habitudo.

Rationes schismatis atqz diaschismatis sunt ignote/atqz irrationales. quo fit vt quaz mimi numeri tetragonici latus non habeant: medietatum rationes ignote irrationalesqz sint oes

32

256	243			
A	b	c	d	e
531441	524288			

Has rationes ignotas atqz irrationales dicimus que nullo certo constitutoqz numero designari valent vnqz: vt neqz in geometricis diametri et costae quadrati proportio: quales schismatum/diaschismatumqz

pportiones esse dicim⁹. Sint ergo pmo a b minimi numeri semitonij minoris : p decimaoctaua hui⁹ inuenit: b enit illic quoq⁹ monstrat⁹ est nascit⁹ ex nouenario in se 7 ternario in productū nouenarij in se at nūerus q⁹ ex ductu nouenarij in se exurgebat: et ar quadrat⁹ et ternarius nō est quadrat⁹: ergo per decimāquartā sexti arithmetices b min⁹ semitonij minoris extremū ex ductu qdē nō q⁹drati in q⁹dratū proueniēs: nō est numerus quadratus . si possibile est ergo vt diaschismatos pportio in numeris sit nota: sint ergo per sextā quarti arithmetices duo diaschismata in minimis c d e cōiuncta. manifestū enī est cum diaschisma sit semitonij minoris dimidiū c d et d e simul esse semitonij minus . 7 c ad e esse semitonij minoris interuallū. sed et cum pportiones c d 7 d e sint cōtinuate in minimis ergo per quārtam quarti arithmetices c e sunt in sua pportione minimi. sunt ergo minimi in pportione semitonij minoris. sed et tales positi sunt a 7 b: igitur c et e idem erunt numeri cū a 7 b scz c idem a et e idem b. Preterea qz que pportio c ad d ea est d ad e: ergo per primā sexti arithmetices c numerus est quadratus et e numerus quadratus: quare 7 b idem numero e etiam quadratus. ar b demonstratus est nō quadratus. erit itaq⁹ it em numerus quadratus et nō quadratus: quod est impossibile. nō igitur diaschisma note pportionis habebitur. et idem de pportione schismatos monstrabitur. Sint enim a b subter designati minimi numeri cōmatis: qz per vicimāoctauam huius b minor pportionis cōmatis terminus sit ex ductu octonarij in quadratū lateris ducētorum quiquaginta sex. et octonarius nō est quadratus: ergo per decimāquartam sexti arithmetices b minor terminus cōmatis nō est quadratus. nō igitur simili vt prioris partis demonstratione a b certis designatisq⁹ numeris potest equis pportionibus diduci. est igitur schismatos eius scz medietatis ratio ignota atq⁹ irrationalis. Cozriarium ex modo demonstrationis notum est.

33 **Tonus: duobus semitonij minoribus/et commate constat.**

¶ Nam ratio sesquioctaua duobus semitonij minoribus atq⁹ vno cōmate constat. superat enī duas dieses duosq⁹ semitonia minorā vno commate: ac tonus in eadem ratione consistit. cōstat igitur tonus ex duobus semitonij minoribus et commate.

34 **Tonus a duobus semitonij minoribus: vno commate distat.**

¶ Nam subtracto a sesquioctaua pportione vno cōmate relinquitur duo semitonia minorā: igitur et eodem cōmate a tono deducto due dieses 7 duo semitonia minorā relinquitur. distat ergo tonus a duobus semitonij minoribus vno commate.

35 **Semitonium minus tribus commatibus malus est: minus vero quattuor. vnde manifestum est apotomen plura quattuor et pauciora quinq⁹ continere cōmata.**

r	2 7 7 5 3 1 9 9 5 2 2 3 2 5 8 3 0 1 6 2 1 5 3 0 7 4 7 9 9 4 1 1 2
q	3 2 8 1 2 8 3 8 9 4 4 3 6 9 3 5 1 1 2 5 7 2 8 5 7 7 6 2 3 1 7 6 1
p	2 6 3 6 0 0 0 6 1 9 5 2 4 0 1 8 0 2 3 6 0 3 1 2 3 8 9 6 9 7 5 3 6
o	2 1 7 8 3 9 6 1 7 9 6 3 2 9 5 0 6 2 6 7 4 6 3 6 8
n	2 1 5 3 6 9 3 9 6 3 0 7 5 5 5 7 7 6 6 3 1 0 7 4 7
m	2 0 6 7 8 9 5 4 3 0 9 8 7 9 6 4 8 5 2 7 3 1 9 0 4
l	1 7 0 9 8 6 0 4 8 3 5 1 7 2 3 5 2
l:	1 6 6 7 7 1 8 1 6 9 9 6 6 6 5 6 9
h	1 6 2 3 1 2 6 5 5 2 7 1 3 6 2 5 6
g	1 3 4 2 1 7 7 2 8
f	1 2 9 1 4 0 1 6 3
e	1 2 7 4 0 1 9 8 4
d	5 2 4 2 8 8
c	5 3 1 4 4 1
b	2 4 3
A	2 5 6

¶ Non ē greca curiositas calculi labore deterrita quo minus quot cōmata in diesi quot in apotome quot deniq⁹ in tono sint: peruestigare. quod nisi aprioribus tētarum cognouissem cū id quoq⁹ plus laboris q⁹ (vt michi visum est) in musicis modulationib⁹ vsus/vrilitatisq⁹ afferat: missus fecissem. qui tamē id cognoscē desiderauerint hoc pacto deprehēdent. Sint a b minimi numeri semitonij minoris et c d minimi cōmatis: per decimāseptimā 7 decimāoctauam huius reperti: duco b in c et d 7 pueniāt e f et a in c 7 veniat g: per septimā secundī arithmetices f ad e est cōmatis habitudo/et per octauam eiusdem g ad e habitudo dieseos/ semitonijq⁹ minoris. Deinde duco e in e 7 f in f et e in g 7 nascantur h l l : per sextam quarti arithmetices per q⁹ facile cognosci potest l h continere duo commata. et per

septimam secundi elusdē l ad h esse semitonium minus. Deinde duco d in h/ et c in l2. et d in l: et eo ordine veniant m n o: per eandem sextam quarti cognitu facillimū est n m continere tria commata. et per septimam secundi: o m cōtinere semitonium minus. at n numerus cognoscitur esse minor o. ergo o ad m semitonium minus tria vincit/ exsuperatq; commata. Deinde duco h in h et l2 in l2 et h in l. et suo ordine exurgāt/ozianturq; p q r. manifestū est per idē qd prius q p cōtinere quattuor cōmata et r p cōtinere semitonii minus. at numerus r minor est numero q. igitur quattuor cōmata amplius sunt semitono minore. Correlariū autem hinc notū est q semitonii maius solo cōmate superat semitonium minus. atqui semitonii minus plura tribus et pauciora quattuor vt modo visum est continet cōmata. igitur vnico superadiecto cōmate semitonii maius quod vocant apotomē: plura quattuor et pauciora quinq; continere est necesse.

Tonum: plura septem continere commata necesse est.

Quam tonus ex semitono minore et apotome coalescit atq; cōstituitur. at semitonii minus per penultimā tria continet cōmata et amplius: et per pcedentē apotome quattuor et amplius tria autem et quattuor et amplius: seprē sunt et āplius. igitur tonus plura q̄ septem cōtinēt commata.

Secundi Elementorum Musicalium finis.

Esquitonus: est qui tonum ac semitonium minus continet. quem et tribemitonii/trisemitoniiq; inferius dicemus.

Ditonus est qui duos cōplectitur tonos.

Tritonus vero qui tres.

Consonantie simplices sunt: diatessaron/diapente et diapason.

Compositae vero: diapason diapente/bis diapason.

Diatessaron est cōsonantia: que ex interualli sesquitercia ratione nascitur.

Diapente: que nascitur ex sesquialtera.

Diapason vero: que ex dupla.

Diapason diapente: est quā adinuicē iuncte constituūt diapason ac diapēte consonantie

Bis diapason: est quam coniūgunt due diapason consonantie.

Hec altius ascēdunt Pythagorici q̄ altius ascēdētibus voces quoq; pacto illis stridule vise sint et q̄ vnicuiq; ferme sue vocis modū/limitesq; ad consonātiā bis diapason natura fecerit q̄q; habita contemplatione musca adusq; cōsonantiam bis diapason: reliquāvt habeatur q̄ facillimā putauerunt vt qui ad ter atq; quater diapason muscos modulos aptare voluerint. et hac quoq; de causa musci ferme oēs in definiēda/determinādaq; atq; tradēda disciplina musica limites Pythagore nō transcendūt: putātes eius limitibus cōtenti: et priscam/veterēq; auctoritatē secuti sufficiēter determinasse. quod et nos in hoc opere tētabimus imitari.

Sesquitonus inter sesquiquintam atq; sesquisextam collocatus est. vnde fit vt effi sesquitonus iocunde/suauiterq; auditū feriat: nondū tamen consonantia ponēdus sit.

291	3	288	283	3	256	243	48	3	40	3
d	f	e	e	g	b	c	f	f	g	g

Sit ergo a ducenta octuaginta octo: b vero ducenta quinquaginta sex: et c ducenta quadraginta tria. per decimā octauam secūdi huius manifestū est a ad b esse tonū/ et b ad c esse semitonii minus. quare a ad c per diffinitionē erit sesquitonus. quē dico in pportione minore consistere q̄ sit sesquiquinta/et maiore sesquisexta. Nam capio per decimam secūdi huius quintā partem c et veniet numerus 48 et tres quinte qui sit f. addo igitur f ad c et aggregatus fiat d: qui maior inuenitur q̄ a. igitur per vnde cimam secūdi huius d ad c pportio maior est q̄ a ad c. At vero d ad c sesquiquinta est. est itaq; sesquitonus in pportione minore cōstitutus q̄ sit sesquiquinta pportio. Capio deniq; per eandē decimam secūdi sextā partem c et veniet michi numerus 40 et semis qui sit g. aggregatus igitur g ad numerum c restituat numerū e. certum est numerū e minore esse q̄ a. quare vt prius a ad c sesquitonus maior est q̄ e ad c: qui in sesquisexta pportione cōstituitur. quod est ppositū. Correlariū enim cognoscitur. et primū q̄ sesquitonus suauiter feriat auditum: cuiuslibet musicis modulationibus intēti fidem facit sensus. q̄ vero nōdum cōsonantia sit: iccirco euenit q̄ sesquitonus in superparticulari ratione nō consistit: quādoquidem inter sesquiquintā et sesquisextā proximas superparticulares nulla cadit interstes/mediāq; superparticularis habitudo. neq; quidē est in multiplici genere: quoniā per vnde cimā primi huius dupla pportio que multipliciū minima est: ex sesquialtera/et sesquitercia pportione maximis quidē superparticularibus: exurgit atq; nascitur. cōsonantia autem omnis per diffinitionē in superparticulari aut multiplici ratione consistit. est ergo totum ppositum notum.

2. Tritem ditonus inter sesquiterciam atq; sesquiquartam medius: minime musicam complet atq; perficit harmoniam.

85	1	81	80	72	64	21	1	16
D	3	A	E	B	C	F	3	G

Harmonia et consonantiam idem dicimus et huiusmodi procedentis procedit demonstratio. Sint ergo a b c duo toni in minimis constituti. ut 81 | 72 | 64. dico ditonum a ad c consistere in proportione minore sesquitercia: et maiore sesquiquarta et musicam consonantiam haud quam perficere. Capio enim tertiam partem c per decimam secundi huius ut sepe factum est. et venit unum et viginti cum triente unius: qui numerus sit f. addo itaq; f 21 et triente ad numerum c 64. et aggregatus est 85 cum tertia parte unius: qui idem sit d. manifestum est d ad c esse sesquitercium. at d maior est a: continet enim a dimittat unum et octuaginta: d vero octuaginta quinque et amplius. est ergo sesquitercia proportio ditono maior. Et rursum capio quartam partem c que sit g: quam addo ad c et surgat e: qui erit ad c sesquiquartus. at a maior est e. igitur per undecimam secundi huius: ditonus sesquiquartum transcendit. et cum inter sesquitercium et sesquiquartum nullus capat superparticularis medius. neque multiplex: erit ergo ditonus in proportione superparticuli collocatus. quare musicam consonantiam (etsi in musicis modulationibus sit euphonus suaviterque auditum feriens) nondum tamen perficit.

3. Tritoni intervallum: sola sesquitonum superat apotome.

Harmoniam sesquitonum unum tonum continet integrum et secundi toni continet semitonium minus. sed est tonus et semitonio minore et apotome consistere euaditque coalitus. ergo sesquitono ad secundi toni completionem sola deest apotome. at ditonus solos incolumes integrosque possidet tonos. ergo tritoni intervallum sola apotome / soloque semitonio maiore: sesquitoni superat intervallum. quod est propositum.

4. Diatessaron consonantiam in data chorda collocare.

4	3			
A	c	d	e	b

Cum enim epitrita / sesquiterciaque proportio: consonantiam diatessaron creet: ideo data quatuor chorda ut a b eam in quatuor equas portiones dividit. ut a c c d d e: et e b. et dico a b ad c b consonantiam diatessaron. Nam a b continet c b et insuper a c que tertiae parti c b equatur. est ergo intervallum a b sesquitercium ad c b. ergo a b ad c b per definitionem consonat diatessaron: et consonantiam diatessaron in chorda a b data: collocata. quod est propositum.

5. Tritonus: consonantiam diatessaron transcendit.

Harmoniam per decimaoctavam primi tres sesquioctave proportionis amplius sunt sesquitercio intervallum. atqui in tribus sesquioctavis: per definitionem tres consistunt toni. igitur in tribus sesquioctavis consistit tritonus. et in epitrito / sesquiterciaque intervallum consistit consonantiam diatessaron. igitur consonantiam diatessaron transcendit ut proponebatur: tritonus.

6. Consonantiam diatessaron: duobus tonis atque semitonio minore constare necesse est. Unde facile comparatum est sesquitonum tono / et ditonum semitonio minore citra diatessaron concitum deficere. Compertum item est consonantiam diatessaron quinque dieses et duo commata continere.

Diatessarum consonantia				
A	c			b

Sit a b et c b consonantiam diatessaron. dico eam duobus tonis et semitonio minore constare. Nam cum a b et c b sit diatessaron: erit a b et c b per conversionem definitionis sesquitercius. at cum semitonium minus per definitionem sit id quo sesquitercia duobus tonis maior est. continet ergo a b et c b semitonium minus et duos tonos. igitur consonantiam diatessaron duobus tonis / semitonioque minore constat. Et primum correlativum hinc facile cognoscitur. Cum enim sesquitonum solum tonum et semitonium minus contineat: deest igitur ipsi ad consonantiam diatessaron completam per presentem unus tonus. et cum ditonum solum duos complectatur tonos: deest ipsi ad eandem completam semitonium minus. Secundum vero hinc haud difficile perspicitur cognitum. Nam cum tonus per tricesimam tertiam secundum duas dieses et unum comma contineat: duo toni quattuor dieses et duo continebunt commata. at per presentem diatessaron consonantiam duobus tonis unam diessim superaddit. continet igitur consonantiam diatessaron quinque dieses atque duo commata. quod est totum propositum.

¶ Quinq; toni: duas diatessaron consonantias vno commate vincunt/ cuaduntq; 7
maiores.

¶ Putauit Aristoxenus musicus diatessaron cōsonantiam duobus tonis et integro semitonio constare. et proinde duas diatessaron cōsonantias: quinq; tonos implere. cuius error ex tertio musices diuisi Seuerini boeci et ex hac precedere facili cōiungitur. Nam per precedentem cōsonantia diatessaron nō ex duobus tonis et semitonio integro constat: verū ex duobus tonis et semitonio minore. quod ex vice sima prima secūdi inter sesquioctauā decimā et sesquinonā decimā proportionē collocatur. inter grām autē semitonii per decimā quartā eiusdem: inter sesquiseptimā decimā et sesquiseptimā decimā collocatur. diminius est ergo semitonii minus integro semitonio. Quia ergo vt per precedentem dictū est: cōsonantia diatessaron duos tonos et semitonii minus cōtinet: due igitur diatessaron cōsonantie cōtinebunt tonos quattuor. et duo semitonii minora. et q; per tricesimā tertiam secūdi tonus cōtinet duo semitonii minora et vnum cōma. ergo due diatessaron cōsonantie quinq; tonos vno commate minus: cōtinent. quinq; igitur toni: duas diatessaron cōsonantias vno commate vincunt atq; eadunt maiores. quod intēdebatur.

¶ Consonantiā diapente: in assignato neruo constituere. 8

3	2		Consonantia diapēte.
A	c	d	b

¶ Sit assignatus numerus a b supra quē iussim sit cōsonantiā diapente collocari: diuiso a b in tres adiuicē equas partes per notas a c d b: ita vt a b tres cōtineat et c b earum contineat duas. erit per diffinitionē a b ad c b hemiolii/ sesquialterūq; interuallū. sed cum cōsonantia diapente: per diffinitionē ex ea interualli ratione nascat. ergo a b ad c b cōsonabit diapēte. eritq; a b ad c b in data chorde assignatoue neruo cōsonantia diapēte collocata.

¶ Tres toni: consonantia diapente minus sunt. et quattuor eandem consonantiam 9
transcendunt.

¶ Et si ex quinta huius satis cognoscat tritonū nō posse efficere diapēte cōsonantiā: hec etiā ostēdit tritonum diapēte consonantia esse minorem. Nam per decimā octauam primi huius tres sesquioctauū minus sunt sesquialtero interuallo. et per decimā nonam eiusdē quattuor sesquioctauū sesquialterum superāt interuallū. consonantia autē diapēte in sesquialtero sita est. ergo tres toni in tribus sesquioctauis constituti: minus sunt cōsonantia diapente. et quattuor toni in quattuor persistentes sesquioctauis eandem consonantiā magnitudine transcendunt: quod est totum propositum.

¶ Consonantia diapente: tribus tonis/ semitonioq; minore constat. Quo fit vt a diapente subducto tono: diatessaron consonantia relinquatur. subducta autē diatessaron consonantia: relinquatur et tonus. 10

¶ Nam per decimā quintam primi si a sesquialtero interuallo sesquiterii demptū fuerit: relinquet sesquioctauum. sed vt in demonstratone ferte huius visum est: sesquiterii continet duos tonos cum semitonio minore. ergo cōsonantia diapente sesquioctauū hoc est tonum ultra duos tonos cum semitonio minore continens: tribus tonis et semitonio minore constabit quemadmodum propositum est. Correlariū cognoscitur. Nam diapente per presentem continet tres tonos cum semitonio minore. at substracto tono residui sunt duo toni: atq; semitonii minus. et per sextam huius duo toni cū semitonio minore constituunt cōsonantiam diatessaron. substracto igitur tono a cōsonantia diapente: relinquatur diatessaron. sed et cum diapēte constet ex tribus tonis cum semitonio minore: substracta ergo diatessaron cōsonantia que duobus tonis et semitonio minore completur: relinquet quemadmodum secunda pars correlariū proponit: tonus. quod est totum correlarium.

¶ Diapente consonantia: minus octo semitonis minoribus continet. 11

¶ Nam cum tonus vnus duo semitonii minora et vnum cōma cōtineat: tres toni et vnum semitonii minus septem semitonii minora et tria commata cōtinebunt. ac tria commata per tricesimā quintam secūdi huius semitonio minore sunt contractioza. ergo diapente que per precedentem tribus tonis et semitonio minore constat: minus octo semitonis minoribus cōtinebit. sed quemadmodum facile monstratum est diapente cōsonantiam nōdum octauum attingere semitonii minus/ octauāq; diesim: ita quoq; facile monstratu esset: eandem consonantiā nōdum septimam attingere apotomē.

¶ Diapente consonantia: ditono/ sesquitonoq; coniungitur. 12

¶ Nam diapente per penultimā tribus tonis et semitonio minore constat. et ditonus et sesquitonus simul tres tonos et semitonii minus efficiunt. igitur ditonus atq; sesquitonus pariter copulati cōsonantiam diapente iungunt: quod intenditur.

¶ Consonantiarū diapente et diatessaron: tonus differentia est. quo fit vt diatessaron 13
consonantia adiuncto tono: consonantiam diapente restituat.

Differētia hic vocat ea pportio qua maior superat minorem. Nam p correlariū decime huius sub ducto tono a cōsonantia diapente relinquit cōsonantia diatessaron. solo igitur tono cōsonantia dia pente cōsonantia diatessaron est maior. est igitur per diffinitionē: harum cōsonantiarū tonus diatē. & correlariū statim ex propositione notum est.

14 **B**is diatessaron: sesquitono cōsonantiam diapente transcendit.
Diatessaron enī p sextā huius duos tonos atq; semitonii minus cōtinet. ergo bis diatessaron quat tuor tonos et duo semitonia minora p̄tinebit. atq; a quattuor tonis & duobus semitoniis minorib; dempto sesquitono: relinquitur tres toni et semitonii minus. At vero per decimā huius cōsonantia diapente totidē tonos cū semitono minore cōplectitur. ergo bis diatessaron: sesquitono cōsonantiā diapente transgreditur transcenditq; quē admodum proponitur.

15 **C**ōsonantie diatessaron/ac diapente: in maximis supparticularibus sunt collocatę
Nam ex diffinitione cōsonantia diatessaron in ep̄crita sesquitercia; pportione collocatur. et dia pente in hemitolla atq; sesquitercia. at nulle supparticulares sesquialtera & sesquitercia sunt maiores: nam a secūda & tertia parte q̄ maxime sunt sese cōsequētes partes: denominātur. igitur he cōsonantie ex maximarum superparticulariū originibus ductę: in maximis superparticularibus sunt collocat quod est propositum.

16 **B**is diatessaron/aut bis diapente: nullam cōsonantiam cōponere potest.
Hec proponit duas diatessaron cōsonantias aut duas diapente cōsonantias: nullā conflare posse cōsonantiā. Nam et diatessaron & diapente nō in multiplicibus sed supparticularibus sunt constitute et per primā p̄titionē que iterualli ad interuallū pportio est: ea quoq; est et soni ad sonū. at p sextā primi duo similia interualla nō multiplicia: neq; multiplex neq; supparticulare creant interuallum. quare neq; illorū soni in multiplici: neq; in supparticulari ḡne existunt. omnis aut cōsonantia aut in supparticulari aut in multiplici rōne collocāda est. sic enī cōsonantie noīe hoc in loco p̄thagozicā sequētes autoritatē: suscepimus v̄redum. ergo due cōsonantie diatessaron aut due diapente: nullam efficiēt cōsonantiā. et nō modo id verū sit: sed & quotquot cōsonantie diatessaron in imensum copuletur et quotquot diapente: nullā vnq; cōsonantiā ex quinta primi huius efficere valebūt.

17 **A**diuncto ad cōsonantiam diapente tono: nulla parabitur cōsonantia. item neq; ad diatessaron trisemitonio.

B	11			Ameroz diatē		L	3384			Amerozū B S diatē
E	27	F	16	Sexta maior		B	9216	S	5832	Sexta minor
C	9	D	8	Tonus		P	2304	M	1944	Sesquitonus
A	3	B	2	Diapente		H	4	Q	3	Diatessaron
						L	256	M	243	Semitoniū minus
						D	9	K	8	Tonus

Et si hic sonorū congressus nōdum cōsonantia sit: euphonū tamen musici reputant melo/modula mibusq; aptum: sextaq; q̄ sex impleatur vocib; nostri nunc nūcupant. et quattuor tonis atq; vna diesi hoc est semitono minore constat. quī q̄ nōdum cōsonantia sit patet. Accipio enī a & b ternariū et bina rium: minimos scz numeros cōsonantie diapente. & c d nouenariū atq; octonariū minimos numeros toni. et duco c in a & veniat d septem supra viginti. et d in b & veniat e decem et sex. per tertiam quinti Arithmetices d ad e cōtinet sesquialterū & sesquiocauū: quare d ad e cōtinet diapente atq; adiunctū tonum. at manifestū est d ad e 27 scilicet ad 16 nō esse multiplex. nam septem & viginti nō continēt bis aut tertio aut deiceps sedecim. neq; d superparticularis est ad e. nam diatē numeri d ad e est vndecim quī numerus summe 16 pars nulla est. transcendit enī vndenariū sedenariū dimidiū. igitur adiunctus ad cōsonantiā diapente tonus: nullam parit cōsonantiā. et simili argumento adiecto ad cōsonantiā diatessaron sesquitono: nulla sit cōsonantia vt ex secūda figuratiōe per facile patere potest. fit tamē euphona vocum congressio: quā item sextam nūcupant: sed que a prima contractior tota distet aposto me. est ergo hec minor: illa vero maior. constat enī prima vt dictum iam est: quattuor tonis et vna diesi. secūda vero tribus tonis & duabus diesibus. p̄primā sonat p̄parhypate hypaton ad mesen: secūdam vero que contractior est: sonat hypate hypaton ad Lichanon meson. que autem hypate/que parhypate: quī lichani/et que mese dicātur: sequēs liber declarabit.

18 **Q**uo pacto lichanon cōsonantia: in chorda sit adiungenda.

A		L		B		Cōsonantia diapasōn
---	--	---	--	---	--	---------------------

Hec cōsonantiarum vt in libro probleumatiū testatus est Aristoteles: elegātissima/pulcherrimāq; est Chordam ergo a b seco per medium per notā c. et quia a b ad c b est dupla interualli habitudo. ergo per diffinitionem a b ad c b cōsonat diapasōn.

Consonantia diapason: in sex tonis minime consistit. sed quinque amplior: sex vero tonis: consonat contractior.

Cham per vicesimam primi quinque coniuncti sesquioctavi: minus duplici intervallo coniungunt. et per vicesimam primam eiusdem sex coniuncti maiores vno duplici intervallo euadunt. ergo quinque toni minores sunt diapason consonantia et sex eadem sunt ampliores. consonat ergo diapason quinque tonis amplior: sed et sex eadem modulabitur inferior.

CDiapason: ex diatessaron et diapente consonantiis coniungitur.

Cham per decimam quartam huius diatessaron et diapente in maximis supparticularibus sunt collocat. at per undecimam primi duplex intervallum ex duobus maximis supparticularibus coniungitur. et duplex intervallum: consonantie diapason intervallum existit. igitur consonantia diapason: diatessaron et diapente consonantie simul coniungunt. quod est propositum.

Consonantia diapason: quinque tonis et duobus semitonis minoribus que tonum minime complent: perficitur. Unde quoque manifestum esse potest: consonantiam diapason solo a sex tonis commate distare.

Cper precedentem enim diatessaron et diapente consonantiam diapason iungunt. diatessaron autem per sextam huius duobus tonis et semitonio minore constare monstrata est: et diapente per nonam tribus tonis semitonioque minore. at duo toni et semitonium minus et tres toni et item semitonium minus simul conflat: quinque efficitur toni atque duo semitonia minora. at qui duo semitonia minora tonum non perficiunt: versus ab eo deficiunt commate. igitur consonantia diapason quinque tonis et duobus semitonis minoribus: que tonum minime implent que admodum iam propositum est perficit. **C**Correlarium ex demonstrationis calce notum esse potest. Ex quo liquet profacile esse in nervo musici comma peruestigare. Nam in eo a principio constitutis continuatisque sex tonis et ab eodem nervi initio ad mediam chorde notam intensa diapason consonantia quod inter mediam nervi notam et ultimum sex tonorum signum continetur: ex precedentis correlario erit commatis intersitium.

Cdempta ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron. et ex eadem dempta consonantia diatessaron: relinquitur diapente. demptis autem ex ea diapente et tono relinquitur sesquitonus.

CPrima pars et secunda statim per penultimam cognite sunt. Item et per precedentem. Nam per precedentem diapason quinque tonis et duobus semitonis minoribus constat: a quibus si tres tonos et vnum semitonium minus tollas que per decimam huius diapente consonantiam efficiunt. dempta igitur ex diapason consonantia diapente: relinquitur diatessaron: quod est primum. Secundum eadem facilitate declaratur. Nam ex quinque tonis et duobus semitonis minoribus si duos tonos et semitonium minus tollas: relinquitur tres toni et semitonium minus. Tertium consimiliter. demptis enim a consonantia diapason hoc est a quinque tonis et duobus semitonis minoribus demptis inquam quattuor tonis et semitonio minore reliquus est tonus vnum et semitonium minus. Et quot dies quot apotomas quot denique commata contineat diapason: deprehensionis sunt facillime: in nulla tamen equaliter: tota ipsa diuidua est quandoquidem diapason in multiplici ratione consistit que omnino in quoribet equas proportionales que multiplices non sunt per sexagesimam non arithmetice diuidi non potest.

CNulla simplex consonantia: in duo equalia: certo constitutoque numero diuisibilis est.

CSimplices consonantias vocamus diatessaron/diapente/diapason. de diatessaron autem et diapente constat que ex supparticularibus intervallis surgit: que per quintam primi nullo pacto hunc in modum dirimi possunt. de diapason vero consonantia idem subit iudicium. Nam quanta minimi eius numeri sunt duo et vnum: et duo quadratus non est: igitur per correlarium tricesime secunde secundi huius consonantia diapason que consistit in proportione duorum ad vnum minime in duo equalia partiet. et eodem quoque iure neque eadem consonantia in plura duobus dimetiet/ dirimeturque equalia. Et profecto velle hoc pacto consonantiam diapason in plura equalia diuidere. est in geometricis diametrum coste quadrati velle commensurari. sed id ultimum musicum non est.

Diapason ac diatessaron: consonantiam non esse.

E	8			f	3		5	2
	r		1		4		3	
	A		b		c		d	

CEst in diapason ac diatessaron sit duarum vocum dulcis amenas congressio ut quemadmodum cum pulsatur sesquitonus: non iccirco tamen evenit diapason ac diatessaron consonantiam dici mereri. Tamen si Ptholemeo secus que Pthagorice hac in re visum sit: quod monstratum facillimum est. Sint enim a et b binarius et unitas: minimi scilicet numeri consonantie diapason et c d quattuor et tria minimi idem consonantie diatessaron duco c in a et veniet octonarius qui sit e: et d in b et veniet ternarius: qui sit f. per tertiam quinti arithmetice e ad f continet duplicem et sesquiterciam: quare diapason ac diatessaron.

sed e octonarius non est multiplex ad ternarium/ neq; supparticularis q; eū bis cōtineat et insuper binariū qui ternariū nō pars vlls est sed partes. est enī octonarius ad ternariū duplex subpartitiēs. Non est igitur diapason ac diatessarō consonātia. oīs enī consonātia aut in supparticulari/ aut in multiplici genere ex diffinitione cōsistit. Et in hoc facile cognosci potest ex nouo pbleumatū libro q; Pythagorici cōsensit Aristoteles: cū inquit cur non bis diapente/ aut bis diatessarō reddi consonātia potest: vt bis diapason coaptari solet. Hoc inquit ideo est q; diapēte consonātia posita in proportione sesquialtera est diatessarō xō in sesquialtra. q; si duo sesquialteri aut sesquitercij numeri ordine disponantur: extremi nullam inuicem proportiōem habebūt. neq; enī supparticulares neq; multiplices esse poterūt. at diapason p̄cineria qm̄ in duplari proportiōe cōsistit: hac gemiata: quadruplam inuicem extremi tenebūt/ habebūtq; p̄portioem. Et des ergo quo pacto Aristoteles consonātiarū p̄portiones solas supparticulares aut multiplices efficit: suppartitiēs q̄si prorsus nulle sint repudiāns. Et re hā Pytholomet cū Pythagorici magis in noīe q; in re ipsa dissentio putanda est. sed de his hactenus.

25 **Diapason ac diapente: in triplici consistit ratione. estq; diapason ac diapente consonantia vna.**

Quoniam diapason ac diapente in tripla rōne cōsistat: hoc ideo est q; ex duodecima primi ex duplici atq; sesquialtero interuallo triplex nascit interuallū. duplex autē et sesquialter sunt consonātiarū diapason et diapente interualla. igitur iuncte consonātie diapason ac diapente in tripla rōne cōsistunt. sed cū sensu iam satis sit exploratū hūc cōcentū modulate/ suauiterq; ad auditū puenire: ergo per diffinitioem is concētus consonātia est. quod est totum propositum.

25 **Diapason diapente ac tonus: melos citra consonantiam eliciunt.**

27			8
e			f
3	1	9	8
a	b	c	d

Melos hic vocamus suauem auribus acceptam uoculationem/ amenūq; plurimū uocum cōgressum. sed q; diapason diapente et tonus simul iuncta melos constituūt: statim notum est. Nam hec tonorum uocatio suauiter vt experientia discitur auribus accipit. sed q; consonantiam nullā parit: ostēdit. qm̄ enī per precedētē diapason ac diapente in tripla proportiōe consistit. sint ergo a b tria r̄m̄ minimi consonātie diapason ac diapente numeri/ et c d nouem et octo minimi numeri toni. duco c in a et d in b et ueniat e f et g inter que est diapason diapente atq; tonus. sed e ad f neq; supparticularis neq; multiplex: quinimo e p̄tinet f ter et tres eius octauas: ellq; e ad f triplis suptripartitiēs octauas. non cōcinit igitur e f aliqua consonātia. quod totum est propositum.

27 **Bis diapason consonantia: in quadruplari constituta reperitur habitudine.**

Quoniam enī bis diapason in quadruplari cōsistat: statim est manifestum. Nam per decimātertiam p̄mi duo duplicia interualla quadruplex iungunt interuallū. diapason autē in duplari cōsistit. igitur bis diapason quadruplarem iungit habitudinem: que est multiplex. et cū bis diapason ad auditū suauis/ emodulataq; pueniat vt id quoq; sensu satis perceptum est. q; p̄ diffinitioem erit consonātia. qd̄ erat mōstrandū.

Pythagorici et priores musici oēs: p̄centū modū in terminis quadruple atq; in finibus consonātie bis diapason perstringerūt: non temere lōgius progressi aut q; inter illos terminos vnicuiq; factus a natura reperitur sue uocis modus/ aut q; stridul⁹ ille canor illis vt iam quoq; dictū est uisus est q; ueriam iam relinquūt mediocritatem/ aut q; hactenus cōtēplario satis ip̄is esse uisa est ad musicam institutioem. posteritas autē ad ter diapason vel et amplius adauxit ad terios v̄q; octuple lōgius enas gata: de quibus necessaria speculatio non inlūbere uidetur: sed pauca paucis strinxisse satis erit. Nam qui modulatioem supra bis diapason cognoscere desiderabūt: facili demonstratioe vt p̄cedētia p̄cipient. bis enī diapason ac diatessarō in p̄portioe quicupla sesquitercia cōsistit. et proinde plane consonātia putāda nō est. bis diapason ac diapente in p̄portioe sescupla et ideo consonātijs anumerata. ter uero diapason in proportiōe octupla.

28 **Omnes consonantias: in data chorde suo ordine subiūgere: et eas sensu perceptibiliter experiri.**

a	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

Sit a b data chorde in qua p̄positū sit consonātijs diatessarō/ diapēte/ diapason/ diapason ac diapente/ et bis diapason situare. colloco in signo a brachiū circini immobile et ad totius chorde quartam partem extendo circini brachiū mobile: et in termino eius pono notam c. deinde extendo idem brachiū ad eiusdem chorde partem tertiam: et in tercio pono d. mox ad totius chorde partē mediam quā designo nota e. deinde eodē brachio capio totius chorde bissem: hoc est duas tertias: et in tercio bissem pono f. mox extēdo circinū ad chorde dodrātem: hoc est ad tres eius completas quartas: in cuius sine affigo notam g. tunc sic a b et c b per quartā huius p̄sonat diatessarō. a b et d b per octauā diapente a b et e b per decimāoctauam diapason a b et f b per uicesimāquintam diapason ac diapente. postremo hō a b et g b per precedētē bis diapason. Suppone igitur musicale hemispheriū sensum singulis chorde notis et sonos ad totius chorde sonum diligētē attēde. et suo ordine p̄positas p̄cinerias annotabis. quod p̄dptius experiri ualebis: si chorde a b chordam equisonam/ vnisonāq; etiā collocaueris: cuius sonū cum singulis sectionum a b p̄cussionibus non segniter attendēris.

¶ Consonantiarū hoc pacto digestarum: finis consonantie diatessaron: ad finem diapente sonat tonum/ ad finem diapason: consonat diapente. ad finem diapason ac diapente: incōsonus. ad finem vero bis diapason: consonat diapente ac diapason.

A	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

¶ Sint a/c/d/e/f/g/b modo qui dicitur est digeste consonantie: dico c b finem consonantie diatessaron ad d b sonare tonum/ ad e b esse diapente/ ad f b incōsonū esse/ ad g b xō cōsonare diapente ac diapason. Nam per precedentem a b et c b est diatessaron et a b et d b diapente. dēpta ergo a b et c b diatessaron cōsonantia ab c b et d b diapente: per correlariū decime huius relinquitur tonus. qđ aut relinquitur est c b et d b: igitur c b ad d b sonat tonum. et qm̄ per precedentē a b et e b pcinit/modulaturq; diapason substracta: igitur a b et e b diatessaron ab a b et e b viceśimāscđam huius qđ relinquitur est diapente. atquē quod relinquitur est c b et e b: igitur c b ad e b sonat diapente. et qz per precedentem a b et f b consonat diapason ac diapēte: subducta igitur a b et e b consonantia diapason: qđ relinqrur est diapente. quod aut relinquitur est e b et f b. igitur e b et f b consonantia est diapēte. sed p modo monstratū c b et e b etiā diapente est: igitur c b et f b est bis diapente. at p decimāquartā huius bis diapente consonantia componi nō potest: igitur c b ad f b incōsonus est. postremo qm̄ vt ex pcedēti notū est a b et g b sonat bis diapason. dēpta igitur a b et e b diapason consonantia relinqrur e b et g b eē diapason. atquē c b et e b per scđam ptem huius mōstrata est esse diapente. igitur ad iuncta c b et e b consonantia diapente ad e b et g b cōstituitur diapente ac diapason. cōsonat ergo c b et g b diapente ac diapason. quod est totum propositum.

¶ Sic positis consonantijs: finis diapente ad finem diapason modulatur diatessaron/ et ad finem diapason ac diapente: modulatur diapason. ad finem vero bis diapason euphonus est: sed qui nondum consonantia est.

A	c	d	e	f	g	b
---	---	---	---	---	---	---

¶ Esto precedentis hypotthesis: dico d b finem diapente ad e b consonare diatessaron. ad f b diapason. et ad g b sonare diatessaron ac diapason. Nam per penultimā a b et e b cōsonantia est diapason. et a b et d b diapente. substracta igitur a b et d b diapente: ab a b et e b consonantia diapason: per viceśimāscđaz huius relinqrur diatessaron. qđ aut relinqrur est d b et e b: igitur d b ad e b sonat diatessaron. et qz in precedentē monstratū est e b et f b eē diapente: et nūc d b et e b esse diatessaron: ergo per viceśimā huius d b et f b ex illis duabus cōstata/ coalitaq; cōsonantia modulabit diapason. Rursum cū e b et g b in pcedenti mōstrata sit diapason: et e b et f b diapēte: ergo per viceśimāscđam huius f b et g b est diatessaron. et d b et f b nunc mōstrata est diapason. igitur d b et g b est diapason ac diatessaron: que cū modulatio sit euphona et eā monstrauerit viceśimaquarta huius non esse consonantia totū liquet monstratū ppositū. et ex hac quoq; pariter cognitū est finem diapason: ad finem diapason ac diapente modulari diapēte vt e b ad f b et ad finem bis diapason cōsonare diapason.

¶ Consonantiarū sic collocatarū: totius chorde atq; cuiusq; sectionis nūeros designare.

24	18	16	12	8	6	
a	c	d	e	f	g	b

¶ Dico duo/ tria/ et quattuor in se inuicem: et numerū inde surgentem atq; pductū qui hēbit scđam tertiam et quartā: pono totius lineę numerum quē scirco voco numerum a b ab quo demo quartam partem et reliquus sit c b: et erit p̄mus numerus ad ip̄m sesquitercius. quare diatessaron. et ab eodez numero demo partem tertiam et residuus sit d b: eritq; a b ad d b sesquialter: quare cōsonantia diapēte. et itē ab a b diduco ptem mediā et residuus sit e b: eritq; a b ad e b duplus. q̄circa diapason consonantia inter eos exurget. et nūeri a b sumo solā tertiam q̄ sit f b: erit ergo a b ad f b hitudo tripla. cōtinebit igitur a b et f b diapason ac diapēte. Rursum numeri a b sola quarta sit g b: erit a b ad g b quadruplus. quare a b et g b sunt numeri bis diapason. sunt itaq; totius chorde a b et cuiusq; sectionis eius fm̄ assignatas consonantias designati numeri. quod erat demonstrandum.

¶ Quotcunq; harmonicas medietates assignare: inter quarū terminos eorūq; differentias omnes musice reperiantur consonantie.

Harmonice	12	8	6	Epitritus	b c	Diatessaron
Medietates	6	4	3	Hemiolus	a b	Diapente
	a	b	c	Duplaris	a c	Diapason
Differentie		2	1	Triplaris	c e	Diapason diapente
		d	e	Quadruplaris	b e	Bis diapason.

¶ Harmonica medietas in Arithmetica diffinita est qm̄ trium terioz vt maximus ad mīnū: ita dīa maiorū ad dīam minorū. Sit ergo c quicūq; nūerus partem tertiam habens que sit e duplo c. sitq; duplatus a. manifestū est a ad c esse duplum. et qz c p̄tinet tria e: ip̄m a p̄tinet sex e. addo e ad c et fiat b

et erit notū b ad c esse sesquiterciū: et b cōtinere quattuor e atq; e esse dñam b ad c. Itidē qz b cōtinet quattuor e et a cōtinet sex e: a erit sesquialter ad b. et qz b equatur quattuor e / et a sex: ergo dñia a ad b equatur duobus e que sit d. quia enī d equat duobus e: ergo d duplus est ad e. dico ergo a b c datam esse harmonicam medietatem: inter cuius terminos a b c et eoz differentias d e oēs musice consonantie reperītur. nam a ad b maximī ad mīmū mōstrata est pportio eē dupla et silit̄er habitudo d ad e dñie sez maiorū ad differētiā minorū etiā ostensa dupla. sunt igitur per diffinitōem a b c termini in harmonicā medietate pstituti. Et si b ad c cōpares mōstratus est sesquiterciū: quare psonatie diatessaron interuallū. et si a ad b: mōstratus est sesquialter atq; hemiolus et diapēte interuallū. et si a ad c: duplū habes et psonantiā diapason. si xō cad e cōtuleris: habes triplū: et p vicesimāquintā tertij psonantiā cōpositam diapason ac diapente. et si b ad e: quadruplū / et p vicesimāseptimam tertij bis diapason. at cū cetera mōstrata sint non eē consonantias: cōstat diatessaron / diapente / diapason / diapason ac diapente / et bis diapason oēs consonantias quibus in disciplinis se exercere solent musici: inter terminos harmonicam medietatis et eoz differentias: fuisse repertas. et si duxeris binariū in a b c et in illos q̄ inde puenierit et quoties volueris in puenieris: ex septima secūdi Arithmetices cognoscere p̄optum est toties cōstitui harmonicam medietatem cōsmiles inter suos terios et suoz terioz dñias: cōsonantias musicas seruātem. et idem fuerit si quēcunq; alterū numerum in illos terios duxeris. placuit tñ diuo Seuerino quadragesimo octauo capite secūdi sue Arithmetices ad oēs psonantias musicas cōplectēdas: duas ordinare medietates harmonicās: vnam in duplari / et alteram in triplari. sed et idem etiā fieri posse vna sola constituta iam satis monstratum arbitramur.

33 Quotlibet maximas harmonias quaz quelibet primordium consonantiarū / consonantiasq; contineat omnes: constituere.

Maxima har.	24	18	16	12		
Maxima har.	12	9	8	6	Epogdous	b c / Tonus
	a	b	c	d	Epitritus	a b / Diatessaron
Differentie	3			3	Hemiolus	a c / Diapente
	c			f	Duplatis	a d / Diapason
Differentie		4		2	Triplaris	d h / Diapason diapēte
		g		h	Quadruplus	c h / Bis diapason.

Maximam harmoniam vocant qñ quattuor solidozū terioz in geometrica medietate cōstitutozū: inter maxim / vñū mediocrim et mīmū medietas Arithmetica p̄inet: et rursus inter maxim teriozū / alterū mediocrū / et mīmū cōtinetur harmonica. Medietas geometrica est qñ terminozū est pportionū silitudo. Arithmetica xō qñ teriozū est differētiarū equalitas. quid harmonica iam dictū est. Solidi termini dicunt̄ quā ex triū in laterū ductu pducuntur. sed hec oia ex Arithmetices p̄notissima sunt. Primordium psonantiāz appellamus tonum. Capto ergo d numerū quēcūq; qui scōdam et tertiam hēat: sitq; eius secūda f et tertia h. duplo d et sit duplatus a: qui quidē a duplus erit ad d. addo b ad d sitq; cōpositus c. eritq; sesquiterciū ad d. sed et cū a mōstratus sit duplus ad d: g per vñdecimam p̄mi huius a ad c est sesquialter. Prefea f scōdam partem d addo ipi d et cōpositus sit b: certū est b ad d esse sesquialterū. qre p eādē vñdecimam p̄mi a ad b est sesquiterciū. Ab a c igit̄ qui mōstratus ē sesquialter: ablato a b sesquitercio per quitādecimā p̄mi relinq̄tur b ad c sesquioctauus. Sit p̄flea g dñia a ad c qz d p̄tinet tria h: c continebit q̄ttuor et a sex. ergo g dñia a ad c p̄tinet duo h. est itaq; g ad h duplus. et quia f est medietas d / et b est sesquialterū ad d: ergo b cōtinet tria f. est itaq; f tertia ps b. sed et a sesquiterciū ad b addit sup eū tertiaz p̄m ipius b: ergo dñia a ad b que sit e equat̄ f. dico ergo a / b / c / d maximā cōstituere harmoniam: que tonū psonantiarū elementum / et oēm cōplectif psonantiā. Nam a ad b mōstratus sesquiterciū et silit̄er c ad d sesquiterciū. cōtinet igit̄ a ad b et c ad d per diffinitōem: geometricam medietatem. et dñia a ad b maximī ad vñū medioz est e / et b ad d eiusdē mediū ad mīmū est f / et e et f mōstrate sunt equari. igitur per diffinitōem a ad b et b ad c constituūtur in Arithmetica medietate. sed et a ad d maximus ad mīmū mōstratus est duplus: et silit̄er g dñia a ad c maximī ad reliquū medioz demōstrata dupla ad h dñiam c ad d eiusdē mediū ad mīmū. igitur per diffinitōem a c d p̄sistit in harmonicā medietate. Cōstat igit̄ p diffinitōem a / b / c / d si solidi sint cōstituere maximā harmoniam. q si solidi non sint: duc quēcunq; nūerū in quēlibet ipsoz et pueniet solidi in eisdem habitudinibus quoz cuiuslibet latera erūt vnitas / numerus in illos ductus et singuli eoz ad singulos: sicq; cōstabit maximā constitutam esse harmoniam. sed iam ostensus est b ad c sesquioctauus: igitur per diffinitōem b ad c cōtinet tonū consonantiarū p̄mordii. et a ad b est sesquiterciū. igit̄ a ad b p̄tinet diatessaron. et a ad c mōstratus est sesquialter: igitur a ad c cōtinet diapente. et a ad d duplus: igitur a ad d diapason. et d ad h triplus: igitur d ad h diapason ac diapente. et c ad h mōstratus quadruplus: igitur c ad h cōtinet bis diapason. et quoties duxeris quēcunq; numerum in a / b / c / d aut in p̄ductos ex illis adiuuante septima secūdi Arithmetices et diffinitōibus: toties cōstitues maximā harmoniā: tonum et oēs consonantias continentem. est igit̄ effectum qd̄ p̄ponebatur. Et ex hac intelligere potes esse demōstratum que diuus Seuerinus affert de harmonia cubi quadragesimonono / et de maxima harmonia quinquagesimo quarto capite secūdi sue Arithmetices.

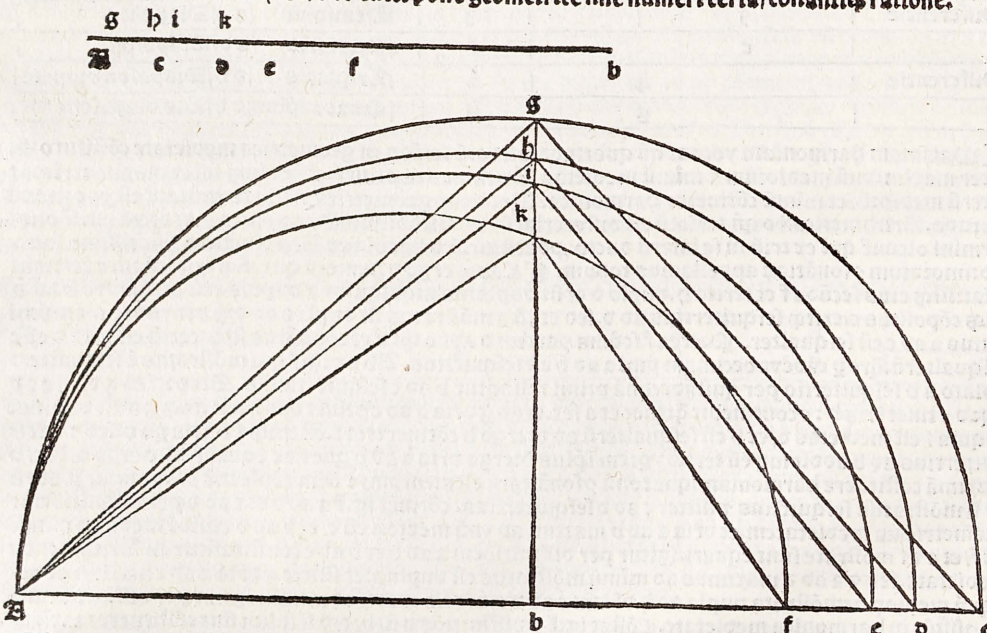
34 Bis numerus ternaria p̄gressione ad se adiectus: oēm consonantiam in Arithmetica medietate complet.

Consonantie i Arithmetica medietate				A primavnitare				A scda vnitare				A terttavnitare			
3	6	9	12	1	2	3	4	10	20	30	40	100	200	300	400
duplus diapason				sesquialt ⁹ diates.				duplar ⁹ epitrit ⁹				diapas. ⁹ diates.			
sesquialt ⁹ diapete				hemiol.				diapete.				diapente			
Triplus diapason diapete.				Triplaris				diapa. diap.				diapa. diapete.			
Quadruplus. bis diapason				Quadruplaris				Bis diapason				Bis diapason			

Intelligit ternaria pgressioe ad se addi numerus qñ additur pmo ad se semel/ deinde bis/ deinde ter. dico ergo quecunq numeru ad se hoc pacto additum: oem constituere consonantiaz musicam. Nam semel sibi adiectus: duplex ad se efficit/ 7 diapason consonantiam. et bis sibi additus: ad primam additioem sesquialter constituit 7 diapente: et ad se triplu atq diapason ac diapente. nam in pma additioe bis/ 7 in secnda ter cotinetur. ter xō sibi additus ad scdaz additioem facit sesquialteru 7 diatessaron: nam primus numerus hic quater/ illic xō ter cotinetur. et ad se quadruplu facti et bis diapason. in hac igitur pgressione ois cotinetur consonantia musica. et qz continue numerozū ex eius additioe surgentū ipse numerus additus est differētia: ergo reperte consonantie in Arithmetica medietate continetur. et ex hac cognoscitur cur in oim vnitatum quaternaria pgressione que vbiqz denarij Pythagorici plenitudinem implet: oēs consonantie musice et in Arithmetica quidem medietate reperiatur.

Tonum et oem consonantiam simplicem: in duo equa partiri/ veraqz medietatum 55 puncta in chorda: geometricce monstrare.

Precedetes septima scdi/ 7 viceimatertia tertij pcedunt tonu/ diatessaron/ diapete ac diapason: in duo equa dividi non posse. hec xō monstrat quo pacto ea omnia possint in duo equa partiri. nec hoc quide repugnat. Nam precedetes contēdunt id effici non posse Arithmetice certo/ constitutoqz numero/ atqz rationali habitudine: hec xō id effici posse geometricce sine numeri certa/ constantiqz ratione.



Sit ergo data chorda a b superior in qua tubeamur integrum semitonium/ et consonantiaru diatessaron/ diapente/ ac diapason vera media reperire. facio a b 7 c b tonum. a b et d b diatessaron. a b 7 e b diapente. a b et f b diapason eo qui in precedētibus monstratus est modo. deinde in inferiori linea a c indefinite quantitatit capio a b equalē lineę superiori a b et b c ptine equalē lineę b c superiori. et a puncto b versus c: capio lineam b d equalē chorde b d et b e equalē chorde b e et b f chorde b f. et intelligo qtuor dimidiolos circulos a c/ a d/ a e/ a f. et a puncto b educo perpendicularē lineę a c ad circū: ferētiās semicirculorū a c/ a d/ a e/ a f. et pñcta vbi eos cōtingit lineę sint g/ h/ i/ k: ad que pñcta educo a g/ c g/ a h/ d h/ a i/ e i/ a k/ f k. at per nonā sexti geometrie a b ad b g vt b g ad b c. facio igit in chorda superiore a b lineam b g equalē inferiori lineę b g et cū pportio a b ad b g vt b g ad c b vt pcedētium est: sequitur tonum a b 7 c b esse in duo equa divisum: 7 pñctū g esse medium veri semitonij signū. et per eādem que pportio a b ad b h ea sit b h ad b d. esto igitur h b in chorda a b equalis lineę b h per idē vt prius: ea erit pportio a b ad h b que h b ad d b. quare a b et d b diatessaron in duo equa partita est. et eodē pacto facta chorda i b superiori equali lineę b i. et chorda k b equali lineę b k: monstrabis cō-

sonatias diapete et diapason in duo equa esse partitas. et re ha hoc pacto ha schismata atq; diaschismata / et dieses tetrartermerias reperias assignat / comatis / dieseos / atq; copleti semitonij interuallis et sumptis vt in precedentibus factum est medijs pportionalibus chordis. sed hec statim aliquotulum in geometricis exercitatis nota esse possunt. Hec aut posteaq; repereris disce (si liber) per chordam in voce tonum mediare / et semitonium: et quacumq; voles in arte musica consonantiam.

¶ Tertij elementorum Musices finis.

Armonica regula instrumentu est: quo cum (ratiois adhibito iudicio) consonantie / consonantiaruq; partes: in chorda perquiruntur. A Helozu tria sunt genera: Diatonicum / Chromaticu / Enarmonicu. Diatonicum genus: in cles est cuius partitio per semitonium minus et duos tonos continue pcedit. Chromaticum: qd per duo inequalia semitonia et trihemitonium cōscēdit. Enarmonicu vo: qd per duas dieses cōscēdit et ditonum. Diesis hoc in loco semitonij minoris medietas est: ex differētie extremoz habitudinis eius: partitione pueniens: que et tetrartermeria dicta est. sed vt eaz semp maior que acutior / et minor q grauior: reperiatu necesse est. Voces / nerui / chordę / spacia: hoc ordine a graui in acumen nitentia in vnoq; melozum gne sunt nūcupata.

Grece nuncupationes	Muncupationes latine.
¶ Proslambanomenos	Acquisitus
h̄ypate hypaton	Principalis principalium
¶ Parhypate hypaton	Subprincipalis principalium
Lichanos hypaton	Index principalium
h̄ypate meson	Principalis mediarum
¶ Parhypate meson	Subprincipalis mediarum
Lichanos meson	Index mediarum
Ahese	Ahedia
Trite synezeugmenon	Tertia coniunctarum
¶ Paranete synezeugmenon	Penultima coniunctarum
h̄ete synezeugmenon	Ultima coniunctarum
¶ Paramese diezeugmenon	Submedia disiunctarum
Trite diezeugmenon	Tertia disiunctarum
¶ Paranete diezeugmenon	Penultima disiunctarum
h̄ete diezeugmenon	Ultima disiunctarum
Trite hyperbolcon	Tertia excellentium
¶ Paranete hyperboleon	Penultima excellentium
h̄ete hyperbolcon	Ultima excellentium

¶ Athonochordum: est qd vnica chorda cōtinet modulatiōem. Tetrachordum: quod chordis quattuor. Polichordum vo: quod pluribus chordis id cōtinet q̄ quattuor. vt pentachordum: qd quinq;. hexachordum: quod sex. et ita de heptachordo / octochordo / ennachordo / decachordo / endecachordo / dodecachordo / tridecachordo / tetradecachordo / et pentadecachordo est intelligendum: qd vltimum oino quindecim constat chordis. ¶ Proslambanomenos: est in vnoq; genere: primo tetrachordozu grauius neriuis adluctus: a primo primi tetrachordi neruo: toni in uallo distas. Tetrachordum coniuctū: est cuius principiū est precedētis tetrachordi finis. disiunctum vo: cuius primordialis neruus in vnoquoq; melozum genere: a primo precedentis tetrachordi finali neruo: vno tono disiungitur.

Tetrachorda sunt quæ: Tetrachordū hypaton / Tetrachordū meson / Synezeugmenon / Diezeugmenon / Hyperbolcon.

T etrachordum hypaton est:	tetrachordum synezeugmenon.
hypate hypaton	Abesc
Parhypate hypaton	Trite synezeugmenon
Lichanos hypaton	Paranete synezeugmenon
hypate meson	Mete synezeugmenon
T etrachordum meson est:	Tetrachordū diezeugmenon .
hypate meson	Paramesc diezeugmenon
Parhypate meson	Trite diezeugmenon
Lichanos meson	Paranete diezeugmenon
Abesc	Mete diezeugmenon

T etrachordum hyperbolcon
Mete diezeugmenon
Trite hyperboleon
Paranete hyperbolcon
Mete hyperbolcon

Chordū hic vocamus remissionem aut intensionem oīm tetrachordozū gradatim in aliquo genere melozum: sui generis progressionem seruans.

Chodi sunt septem.

P rimus hypodorius	1
S ecundus hypophrygius	2
T ertius hypolydius	3
Q uartus Dorius	4
Q uintus Phrygius	5
S extus Lydius	6
S eptimus Mixolydius	7

Chonochori regularis partitionem: in diatonico genere demonstrare.

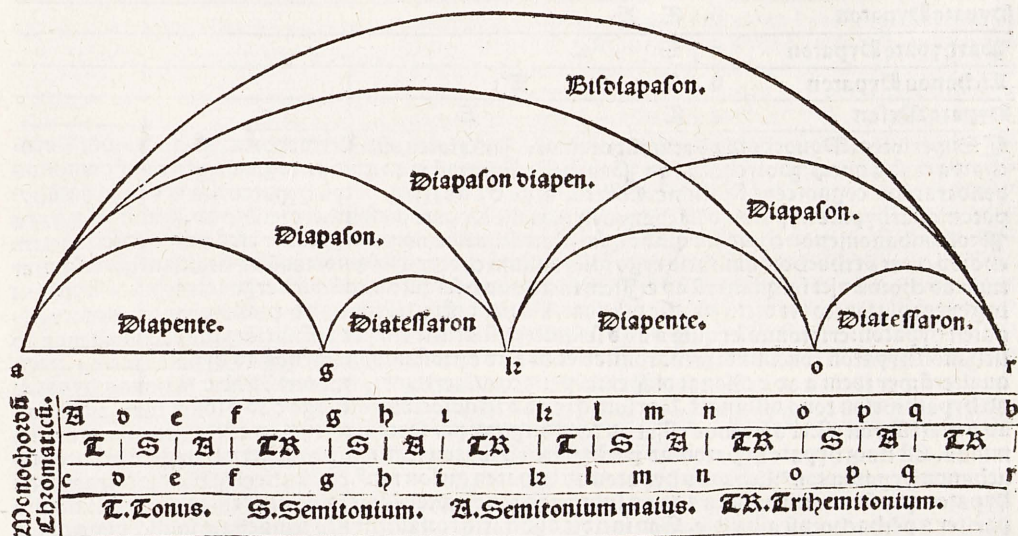
Quāuis instrumēta musices q̄plurā reperiātur vt Lithare / Tibie / Tube / Litu / Multifozatiles fistule: Dextre / Leue / Simples / Duplices: in quib⁹ vno spiritu animādis vt inquit Apuleius. fert Diagnis Lydorū rex Marsiq; pater p̄mus in canēdo manus discapedinasse: p̄fesa vt Helte / Lhoz vacille / Sambuci / Hydraule / Habille / Psalteria / Magades / Barbiti / Haula / Pētades / Cornua / Heptagona / Mele / Testudo / Barbati / Plectra / Monochorda / Tetrachorda / Polychorda: et cetera id gen⁹ musica instrumēta. placit tñ Philosophis in Monochordis / Tetrachordis / atq; Polychordis monstrādis: ceterozū nos intelligere r̄dem atq; compositionem. quocirca vt de Monochordozum et Tetrachordozū compositione intelligemus: ita de reliquis est intelligendum. nunc ergo ad Monochordi regularis nos ostensionem cōuertamus.

Monochordū diatonicum.	A	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	b
	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p	q	r
	Tonus							S Semitonium minus							

C Monochordum igit̄ reglarē iccirco dicitur q̄ in vnico neruo musice consonātie harmonica regula peruestigētur. Sit ergo a b chorda in qua volumus in diatonico ḡne cōsonātijs regularit̄ collocare.

Accipio c planissimā regulam / nullaq; ex parte subsultātem: equalem lineae a b. et per primā ⁊ decimā octavam secūdi huius ab c in d intēdo tonum. et ab d in e semitonii minus. et ab e in f ⁊ f in g intēdo duos tonos. et ab g in h semitonii minus. ab h in i et i in k duos tonos. Rursus ab k in l tonum. et ab l in m semitonium minus. ab m in n et n in o duos tonos. ab o in p semitonii. ab p in q et q in r duos tonos. ita q; p̄tinue semitonio minozī subiūcti sint duo toni: dēptis c d qui p̄ proslambanomeno p̄mo semitonio p̄positus est tonus: et k l tono qui tetrachordi diezeugmeni hoc est dissūcti principii est. Rursus applico totam regulā harmonicā cr̄ toti chorde a b. itavt c sit cum a / et r cū b. et in chorda a b vbi applicatur d / c / f / g / ⁊ relique sectionum regule note: signo d / c / f / g / h / i / k / l / m / n / o / p / q et dico monochordū a b esse in gñe diatonico regulariter diuisum. Qm̄ eniz sua interualla interuallis regle cr̄ r̄ident / euadūtq; equalia a b et d b sonat tonū et d b et e b semitonii: et iterū e b et f b tonū p̄tinet. igitur a b et f b duos tonos ⁊ semitonii minus p̄tinēs: per sextam tertij p̄sonat diatessaron. Et quia f b et g b vt in regula cōtinet tonum. et g b et h b semitonium minus. et h b: l b. ⁊ l b ⁊ k b duos tonos: ergo per decimam tertij f b et k b tres tonos semitoniiq; minus cōtinens: cōcinit diapēte. Sed ⁊ mōstratū est a b ⁊ f b modulari diatessaron: ḡ per vicecimam tertij a b et k b qđ ex cōsonantijs diatessaron ⁊ diapente cōsurgit coalitum: cōsonat diapason. Rursus k b et l b sonat tonum / l b et m b semitonium minus m b n b et o b duos tonos: quare k b et o b tres tonos ⁊ semitonii minus cōtinens: per decimā tertij cōsonat diapēte. Sed a b et k b mōstrata est diapason cōsonātia: ergo a b ⁊ o b cōsonat diapason ac diapēte. P̄refea q; o b ⁊ p b semitonii est et p b q b et b duo toni: ergo o b et b cōcinit diatessaron. k b igitur et b ex diapente / diatessaronq; cōstans: per vicecimā tertij cōsonat diapason. At x o a b ⁊ k b itidē mōstratū est cōcinerē diapason. ergo a b ⁊ b p̄cinit bis diapason. Et q; hec monochordi partitio per semitonii ⁊ duos tonos facta p̄cessit: et ee que modo mōstrate sunt cōsonantie harmonicę regule suffragio peruestigate: ergo monochordi regularis partitio in genere diatonico per dissūctiōem mōstrata est. quod est p̄positum.

2. **C** Monochordi regularis constitutionem: in genere Chromatico declarare.



In omni Monochordo / atq; Polyphordo hec obſuaq; p̄petas vt octaua modo nota / modo chorda prime: et decima quita octauę: in cōsonātia diapason recreper. et vbiq; p̄ proslambanomeno p̄reſigē tonus / inſeritq; vbiq; inter meſen atq; parameſen p̄ concētu diſſūcto tonus. hoc est in monochordis a prima nota in ſcđam et ab octaua in nonam collocatur tonus. Sit ergo a b vt prius chorda in qua volumus cōsonantias in genere chromatico regulariter reperire. capio c r regulam planissimā et illi assignare corde equā. facioq; per primam ſcđi huius c d tonum: et p̄ decimā octauā eiusdē e semitonii minus: et itez per primam d f toni interuallū. erit ergo e f semitonii maius: et d e et e f duo semitonii: s; ⁊ ab f ad g metior tonum ⁊ semitonii min⁹: que equa erūt trihemitonio: et g h et h i facio duo semitonii: minus scđ atq; maius et i l extēdo ad tonū ⁊ semitonii minus. Simili quoq; pacto l l fiat tonus: et l m / n duo semitonio: et n o trihemitonii. et itez o / p / q duo semitonii: q r x o trihemitonium. Et regulā hoc pacto diuisam applico ex equo lineę a b: et in lineā a b signo p̄similes ⁊ p̄simib⁹ diſtātis notas: scđ a / d / e / f / g / h / i / l / m / n / o / p / q / b. quo pacto dico lineam a b esse regulariter in melodia chromatica diuisam. Itā c d tonus et d f tonus et f g tonus ⁊ semitonii minus. quare a ⁊ g continent tres tonos ⁊ semitonii minus. ergo per decimā tertij a ad g cōsonat diapēte. et q; g h i cōtinent tonū: et i l trihemitonii: igitur g ad l duos tonos ⁊ semitonii minus cōtinens per sextam tertij modulari diatessaron. sed et a g p̄bata est diapente: ergo a l cōstans ex a g et g l diapente ⁊ diatessaron per vicecimam tertij cōcinit diapason. Et penitus eadem rōne p̄baueris l o cōsonare diapente / et l b diapason. quare a o diapason ac diapente ⁊ a b recrepabit bis diapason: quā cōsonātiā nos trāscēdere Pythagoricorū vetat autoritas. qui tñ volēt vltierus cōscēdere ex his q; iam demōstrata sunt ⁊ que

postea demonstranda suscipient: facile cōscēdet. Et cū iam mōstrata partitio per semitonū z semitonū et trihemitonū processerit: nisi ubi integer adiectus est tonus vt tum diapason/ tum cōcētus dissūcti feruet ppetas: Patet ḡ ex diffinitōe factū eē qd̄ in chromatico gñe pponēbat faciēdū atq; ppositū.

C Idem: in enarmonico genere regulariter ostendere.

A														Monochordum Enarmonicum.														b																															
II				D				II				D				II				D				II																																			
c				d				e				f				g				h				i				l				l				m				n				o				p				q				r			
D. Diesis tetrartermeria.														II. Ditonus.																																													

C Sit vt prius chōrda a b et c r regula eidem vt in ceteris equa: ab puncto c ad d extēdo tonum: et ab d ad f semitonū min⁹: et spaciū d f partioz in equalia per notam e. erūtq; d e f due dieses. et f g facio duos tonos: qui ditonū implent. ḡ h i vt prius duas dieses. i l z ditonum. l l tonum. l m n duas dieses. n o ditonum. o p q duas dieses. et q r ditonum. quā regulā hoc pacto partitam equalit applico linee a b: et siles notas/ equaliaq; interualla in linea a b designo per medias inter a z b litteras d|e|f|g|h|i|l|l|m|n|o|p|q|b. et quia a d ton⁹: et d e f due dieses semitonū minus implentes: et f g ditonus: ergo a g tres toni z semitonum minus per decimam tertij sonāt diapente. sed z ḡ h i due dieses et i l z ditonus duos tonos et semitonū minus cōtinētes: per sextam tertij sunt diatessaron. igit vt prius p vicissimā tertij a l z cōtinet diapason. et hoc pacto mōstret l z o cōtinere diapēte: et l z b diapason: qre a o psonare diapason ac diapente: et a ad b cōsonare bis diapason. et qz hec modularionis pgressio p duas dieses et ditonū pcedit: cōstat per diffinitōem monochordū enarmonū regularit esse partitū: in eoq; musicas situatas esse consonātas et ppositum.

C Tetrachordum hypaton: in diatonico melo diuidere.

Proslambanomenos	A	A
Hypate Hypaton	b	I B
Parhypate Hypaton	c	S C
Lichanos Hypaton	d	I D
Hypate Meson	e	I E

C Superiores: Monochorda docuerūt ordinare. Inferiores autē: Tetrachorda/ Pēthachorda/ Hexachorda et alia queq; Polychorda ad pēthadecachordū vsq; quibus cognitis cetera que amplius desiderarēt cognoscēnt facillime. Cōstituo ergo b c d e tetrachordū hypaton: ita vt b sit hypate hypaton/ c parhypate hypaton/ d Lichanos hypaton/ e hypate meson: cui p̄isigo ad grauitatē partē a Proslambanomenon chōrdam quidē que in tetrachordis non computatur: sed p̄imo adiecta tetrachordo creat pēthachordum. facio ergo interuallum chōrde a sesquioctauū ad chōrdam b/ z sesquiterium ad chōrdā d/ et sesquialterū ad e. Item facio c ad d sesquioctauū. dico ergo tetrachordū hypaton in genere diatonico (vt dictū est) esse diuisum. Itā per diffinitōem a ad b proslambanomenos ad hypaten hypaton: erit tonus. et quia a ad d sesquiteriū est: itidem per diffinitōez proslambanomenos ad lichanon hypaton concinit diatessaron. sed et cū a ad e proslambanomenos ad hypaten meson sit sesquialterū: per idem a ad e cōsonat diapente. per decimātertiam igitur tertij d ab e lichanos hypaton ab hypate meson tono disjungit. Rursum qz c ad d sesquioctauū est: ergo c ad d sonat tonū. arxō q̄a a ad d diatessaron est: et a b tonus est/ et c d tonus: igitur per sextam tertij b ad c relinq̄tur semitonium minus. Est itaq; hypate hypaton ad parhypaten hypaton semitonū min⁹. et parhypate hypaton ad lichanon hypaton ton⁹: lichanos hypaton ad hypaten meson ton⁹. cōstitutū est ḡ b|c|d|e tetrachordū hypaton: per semitonū minus z duos subiūctos tonos pcedēs: per diffinitōem in genere diatonico pariter z pēthachordū a|b|c|d|e. Sed incidit dubitatio forsā: cur nra tempestate musici duos tonos ad tetrachordoz partem seriam/ grauēz prelocāt: nos autē solū tonum qui est proslambanomeno atq; hypates hypaton: responsio peruta/ in p̄optuq; est musicos nostra tempestate proslambanomeno alteram chōrdam tono distantem prefixisse et id p̄imum memorāt Gregorium facturasse.

C In eodem diatonico melo: tetrachordum meson subiungere. et in octochordo: a proslambanomeno in mesen: diapason contineri.

Proslambanomenos	A	A
Hypate Hypaton	b	I B
Parhypate Hypaton	c	S C
Lichanos Hypaton	d	I D
Hypate Meson	e	I E
Parhypate Meson	f	S F
Lichanos Meson	g	I G
Mese	h	I H

C Sit e|f|g|h tetrachordū meson. facio e sesquiteriū ad h/ et g sesquioctauum ad h/ et f sesquioctauū ad g: erit ergo per diffinitionem e ad h hypate meson ad mesen diatessaron. et qz g ad h tonus z siles ter

f ad g tonis. nam vtrūq; ex sesquioctava pportioe nascitur. ergo p sextam tertij e ad f erit semitonij minus. est itaq; e|f|g|h tetrachordum meson per semitonium minus ⁊ duos tonos pcedens in genere diatonico diuisum. et qz a e proslabanomenos ⁊ hypate meson in precedēti mōstrata sunt cōsonare diapente: et in p̄senti e h hypate meson ⁊ mese diatessarou. ergo per vicesimā tertij: proslabanomenos ad meson cōsonat diapason. cōtinet igitur octochordum a|b|c|d|e|f|g|h consonātiā diapason. quod est totum propositum.

6 **¶** Proposito octochordo: in eodem genere tetrachordum disjunctarum submittere. et dodecachordum diapason ac diapente continere.

Proslabanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	b
Parhypate hypaton	c	c
Lichanos hypaton	d	d
Hypate meson	e	e
Parhypate meson	f	f
Lichanos meson	g	g
Mese	h	h
Paramese diezeugmenon	l2	Trite disjunctarum l2
Trite diezeugmenon	l	Paranete cōiunctarū l
Paranete diezeugmenon	m	Hete cōiunctarum m
Hete diezeugmenon	n	n

¶ Sit k l m n tetrachordū diezeugmenon quot et disjunctarū dicē. facio h ad k meson ad paramesen diuisum sesquioctauā. et ad m paraneten disjunctarū sesquiterciā. ad n vero neten disjunctarū sesquialterā. deinde l ad m triten ad paranetē facio sesquioctauā: sic ergo mese ad paranetē diuisum cōcinit diatessarou et ad neten diapente. est ergo per decimātertiam tertij m ad n paranetes ad neten toni interuallū. et l ad m trites diezeugmenō ad paranetē similis tonus est. sed ⁊ cū mese ad paranetē cōsonet diatessarou et l ad m sit tonus ⁊ similis h ad k tonus ergo per sextā tertij k ad l erit semitonij minus. erit itaq; paramese ad triten diezeugmenō semitonij minus: trite ad paraneten tonus: et paranete ad neten diezeugmenon ⁊ similiter tonus. quare tetrachordū disjunctarū superiori octochordo in diatonico genere subiunctū est. Et cum precedens mōstrauerit a h esse diapason et p̄sens h n esse diapente: igit a n proslabanomenos ⁊ nete diezeugmenō in dodecachordo a b c n cōtinent diapason ac diapente. M̄ si in moliori canēdi modo: tetrachordū a chorda mese cōiunctū partiri / cōstitueretq; uolemus: sit id tetrachordū h k l m: que sunt mese trite synezeugmenō paranete synezeugmenō nete synezeugmenō: facioq; mesen ad neten synezeugmenon sesquiterciā. quare ⁊ cōcinentē diatessarou et l ad m paranetē synezeugmenō ad neten tono distātem pariter et k ad l tono. erit ergo per sextā tertij h ad k meses ad triten synezeugmenon semitonij minoris interuallū et k l ⁊ l m duo toni ⁊ tetrachordum synezeugmenon hoc est disjunctarū in genere diatonico diuisum.

7 **¶** Tetrachordum hyperboleon in eodem diatonico genere predictis copulare: et in pentadecachordo: bis diapason consonātiā compleri

A re	Proslabanomenos	A	A
b mi	Hypate hypaton	b	b
c faut	Parhypate hypaton	c	c
d solre	Lichanos hypaton	d	d
e lami	Hypate meson	e	e
f faut	Parhypate meson	f	f
g solreut	Lichanos meson	g	g
a lamire	Mese	h	h
b mi	Paramese diezeugmenō	l2	b fa Trite syn. l2
c solfaut	Trite diezeugmenon	l	c solfaut Paranetes syn. l
d lasolre	Paranete diezeugmenon	m	d lasolre Hete syn. m
e lami	Hete	n	n
f faut	Trite hyperboleon	o	o
g solreut	Paranete hyperboleon	p	p
a lamire	Hete hyperboleon	q	q

Tetrachordū hypaton						Tetrachordū diezeug.					
Lo.	Semi.	Lo.	Lo.	Semi.	Lo.	Lo.	Lo.	Lo.	Semi.	Lo.	Lo.
B	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m
Tetrachordū meson						Tetrachordū hypboleō					

¶ Sit n o p q tetrachordū hyperboleon facio vt in prioribus n neten diezeugmenon ad q netē hyperboleon sesquitertia: et ictrco ad eam cōcontinentem diatessaron. et p ad q facio toni intervallū. et o ad p itidem toni intervallū. per sextam tertij n ad o erit semitonij minus. est ergo tetrachordum hyperboleon n o p q ex semitonio minore duobus subiunctis tonis in genere diatonico dimēsum. sed et p precedente h mese ad n neten diezeugmenon psonat diapente: ergo h ad q mese ad neten hyperboleon ex cōsonantia diapente et diatessaron constans: cōsonat diapason. ergo a ad q proslābanomenos ad netē hyperboleon cōsonabit bis diapason. et cum totum polychordum a q omnino quindecim perficiatur chordis: in pētaecachordo et in genere diatonico cōstitutum est bis diapason. qd est totū propositū.

¶ Pentadecachordi in diatonica melodia constituti: numeros reperire.

Proslābanomenos	B	9	2 1 6	1 7 2 8	1 3 8 2 4	
Hypate hypaton	b	8	1 9 2	1 5 3 6	1 2 2 8 8	Tonus
Parhypate hypaton	c			1 4 5 8	1 1 6 6 4	Semi. minus
Lichanos hypaton	d		1 6 2	1 2 9 6	1 0 3 6 8	Tonus
Hypate meson	e		1 4 4	1 1 5 2	9 2 1 6	Tonus
Parhypate meson	f				8 7 4 8	Semi. minus
Lichanos meson	g			9 7 2	7 7	Tonus
Mese	h		1 0 8	8 6 4	6 9 1 2	Tonus
Paramese diezeugmenō	i			7 6 8	6 1 4 4	Tonus
Trite diezeugmenon	k			7 2 9	5 8 3 2	Semi. minus
Paranete diezeugmenō	l		8 1	6 4 8	5 1 8 4	Tonus
Nete diezeugmenon	m		7 2	5 7 6	4 6 0 8	Tonus
Trite hyperboleon	o				4 3 7 4	Semi. minus
Paranete hyperboleon	p			4 8 6	3 8 8 8	Tonus
Nete hyperboleon	q		5 4	4 3 2	3 4 5 6	Tonus
		p m ^o	scdus	tertius	qrtus loc ^o	

¶ Numeri qui in musica disciplina precipue desiderantur: sunt duplares/triplares/quadruplares/hemioli/epiritri/epogdoi: hoc est dupli/tripli/quadrupli/sesquialteri/sesquiterij/et sesquioctavi. quo circa si desideras cognoscere: ad quem numerū numerus maior est duplus: ipsum partire per duo. Ad quem triplus partire per tria. Ad quem quadruplus partire per quattuor. Ad quem sesquialter partire per tria et tertiā auge per duo. Ad quem sesquiterius partire per quattuor et quartā auge per tria. Ad quem sesquioctavius partire per novem et nonam auge per octo. Et numeri: per octavā secundi Arithmetices vbiq; surgent petiti: si maior duplus/triplus/quadruplus/sesquialter/sesquiterius/aut sesquioctavi^o est. ¶ Et si rursus cognoscere desideras que numerus minor dupli habet: ipsum auge per duo. Quem triplus: auge per tria. Quem quadruplus: auge per quattuor. Quem sesquialter: partire per duo et illi medietatē adde. Quem sesquiterius: partire per tria/et tertiā adde. Quem sesquioctaviū: partire per octo/et octavā adde. Et statim per eandē octavā et diffinitiones cognosces petitū. ¶ Sed nunc ad monstrandū propositum nos cōvertamus. Sit pentadecachordū in diatonico genere modo repertum: cuius numeri querūtur: a b c d e f g h i k l m n o p q. duco in se invicem duo/tria/quattuor/et minimos toni: hoc est viginti quattuor: in 9 et 8 minimos terminos toni et continentia tonum. capio sesquiterijū numeri a: sit q d/et sesquialterū qui sit e et subduplū qui sit h. Partium sumo sesquiterijū numeri h qui sit m et sesquialterum qui sit n et eius subduplum qui sit q. quia a ad d est diatessaron et a ad e diapēre: g per decimā tertiam tertij d ad e tonus est et eadē quoq; ratione m ad n tonus. Et si d octavā partem haberet ea eidē adiecta facerē c sesquioctaviū ad d: et c d cōninentia tonū. modo autē qz d cōperitur octava parte carere: augeo a b d e h m n q p octo: surgātq; tertio loco a d d e h m n q: q nūeri per eandē septimā adinvice eandē servabūt pportionē: quā et nūeri scdo loco positi. qz g d tertio loco positus h octavā: ea igit adiecta ad d fiat c: eritq; c ad d sesquoctau^o atq; cū eo tonū ptnēs. itidē adiecta octava parte h ad h fiat g. et octava ptem ad m fiat l. et octava q.

ad q fiat p. eruntq; idētibet g ad h l ad m et p ad q sesquioctauū z numeri tonorum. et h comperitur habere nonam partē: illam augeo per octo et veniat k: eritq; h ad k per octauā secundi arithmetices sesquioctauus. Et si g octauā partem haberet facerē f sesquioctauū ad g. At vero qm̄ ea caret: augeo oēs numeros tertio loco repertos per octo et exurgant in quarto loco a b c d e g h k l m n p q: qui per eandē septimā erunt in eisdem adinuicē habitudinibus vt et numeri tertij loci. adiecta igitur octaua eius parte ad g facio f. z octaua parte ad p facio o. dico ergo numeros quarto loco cōstitutos esse numeros pētaecachordi. Itā a ad d est diatessaron/ et a ad b tonus: z c ad d tonus. ergo per sextā tertij b ad c semitonij minus. et qz a h est diapason z a e diapente: ergo per vicesimā tertij e h est diatessarō et g h z f g monstrati sunt sesquioctauū atq; toni. ergo per sextā tertij e f est semitonij minus. et eodē pacto ostendās k l et n o esse semitonija minora: z ceteri adinuicē sunt cogniti toni. igitur pētaecachordi diatonici numeri sunt reperti. Est enī numerus proslābanomeni ad numerū hypates hypatō tonus: z hypates hypaton ad parhypatē hypatō semitonij minus. parhypates hypaton ad lichanō hypaton: et lichani ad hypaten meson duo toni. hypates meson ad parhypaten meson semitonij minus. parhypates meson ad lichanō meson: et lichani ad mesen: z meses ad paramefen disfuncionarum: tres toni. paramefes ad triten semitonij minus. trites ad paranetē/ z paranetes ad neten: duo toni. Netes ad triten hyperboleon semitonij minus. trites ad paraneten et paranetes ad neten duo toni. est igitur notum propositum.

¶ Tres diatonice diatessarō consonantie species a proslambanomeno ad parhypatē meson cōtinunt. et quattuor diapente species a proslambanomeno ad triten diezuegmenon. septē vero diapason spēs inter proslābanomenon z paraneten hyperboleon.

	Species diatessarō			Species diapente			Species diapason								
	1 ^a	2 ^a	3 ^a	1 ^a	2 ^a	3 ^a	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a		
Proslamba.	A	p̄ma	sc̄da	tertia	p̄ma	sc̄da	tertia	q̄rta	p̄ma	sc̄da	tertia	q̄rta	quinta	sexta	septima
Hypate hyp.	b	To.	o	o	To.	o	o	o	To.	o	o	o	o	o	o
Parhyp. hyp.	c	Se.	Se.	o	Se.	o	o	o	Se.	Se.	o	o	o	o	o
Licha. hyp.	d	To.	ton ^o	ton ^o	To.	ton ^o	o	o	To.	ton ^o	tonus	o	o	o	o
Hypate me.	e		ton ^o	tonus	To.	ton ^o	o	o	To.	ton ^o	ton ^o	ton ^o	o	o	o
Parhyp. me.	f			Semi	Se.	Se.	o		Se.	Se.	Se.	Se.	Se.	o	o
Licha. me.	g				ton ^o	tonus	ton ^o		To.	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	o
Mese	h					tonus	ton ^o		To.	ton ^o	tonus	ton ^o	tonus	ton ^o	tonus
Para. die.	k					tonus	ton ^o		ton ^o	tonus	ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	tonus
Trite die.	l							Se.			Se.	Se.	Se.	Se.	Se.
Para. die.	m									ton ^o	ton ^o	ton ^o	ton ^o	tonus	
Nete die.	n										ton ^o	ton ^o	tonus		
Trite hyper.	o											Se.	Se.		
Para. hyp.	p													tonus	
Nete hyp.	q														

¶ Prima species diatessaron tono semitonio minore atq; tono constat. Secūda semitonio et duob^o tonis. Tertia duobus tonis et sequēte semitonio. ¶ Prima species diapente est que constat ex tono semitonio minore z duobus tonis. Secūda duobus tonis/ semitonio/ atq; tono. Tertia semitonio et tribus tonis. Quarta tribus tonis et semitonio. ¶ Prima species diapason est que constat ex tono/ semitonio minore/ duobus tonis/ semitonio minore/ atq; duobus tonis. Secūda semitonio/ duobus tonis/ semitonio et tribus tonis. Tertia duob^o tonis/ semitonio/ trib^o tonis/ atq; semitonio. Quarta tono/ semitonio/ tribus tonis/ semitonio/ atq; tono. Quinta semitonio/ tribus tonis/ semitonio/ duobus tonis. Sexta tribus tonis/ semitonio/ duobus tonis/ semitonio. Septima duobus tonis/ semitonio/ duobus tonis/ semitonio/ atq; tono. ¶ Erit itaq; p̄ diffinitionē prima diatessarō spēs a proslābanomeno in lichanō hypaton. Itā proslābanomenos ad hypaten hypatō tonus est: et hypate hypaton ad parhypatē hypaton semitonij minus ē: parhypate vero hypatō ad lichanō hypaton tonus. z itidē per diffinitionē secūda diatessaron species ab hypate hypaton in hypaten meson reperiet. z tertia a parhypate hypaton in parhypaten meson. ¶ Species vero diapente hoc pacto per diffinitiones sumuntur. Prima a proslābanomeno in hypaten meson. Secūda a parhypate hypaten in lichaton meson. Tertia ab hypate meson in paramesen diezuegmenon. Et quarta a parhypate meson in triten diezuegmenon. ¶ Et septē species diapason cōsimiliter per diffinitiones querentur. Prima a proslābanomeno in mesen. Secūda a parhypate hypaton in paramesen diezuegmenō. Tertia a parhypate hypaton in triten diezuegmenon. Quarta a lichano hypaton in paranetē diezuegmenō. Quinta ab hypate meson in neten diezuegmenō. Sexta a parhypate meson in triten hyperboleō. Septima vero a lichano meson in paranetē hyperboleō. Itē cogniti facilia sunt: inspecta diligētē supioze figura.

Chromaticum principalium tetrachordum: constituere.

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitonium e

Chromaticata apud Lacedemonios induxit et in Timotheus mlesius molioze carum superiore dia tonico: in quo canendi modo hic tetrachordū hypaton querimus. Sit ergo b c d e tetrachordū ad hyp atas in chromatico melo p̄stituendas assignatū. p̄pono chordam a: que sit proslābanomenos: quā facio sesquioctavam ad b hypaten hypaton primam tetrachordi cōstituendi chordam: deinde facio a sesquialterā ad e hypaten meson: eritq; vt in omnibus a ad b tonus/ et a ad e diapente. deinde facio b ad c semitonii minus et b ad d tonum. erit ergo c ad d apotome. et qz per decimā tertij dēpto a b tono ab a e cōsonantia diapente: relinquitur diatessaron. ergo b e modulabitur diatessaron. Sed cum per sextā tertij diatessaron ex duobus tonis et semitono minore constet et b c et c d simul sint tonus: ergo d e continet tonum et semitonii minus. est igitur d e trisemitonium. Cum ergo b c hypate hypaton et parhypate hypaton sit semitonii minus. et c d parhypate hypaton et lichanos hypaton sit semitonii maius et d e lichanos hypaton et hypate meson trisemitonium vt n̄ ost̄ratum est. constat ergo p̄ diffini tionē tetrachordū b c d e in gñe chromatico eē p̄stitutū. idē enī trisemitoniū et trisemitoniū dicim⁹.

Chromaticum tetrachordum meson: subiungere.

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.minus c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitoniū e
Parhypate meson	f	Semi.minus f
Lichanos meson	g	Apotome g
Mese	h	Trisemitoniū h

Sint pro tetrachordo meson in gñe chromatico p̄stituēdo e f g h: facio a ad h duplā et concinētem diapason. et e ad f semitonii minus et idē e ad g facio tonū. erit g f ad g apotome. sed cū a ad e mōstra ta sit p̄sonantia diapēte. ea igitur substracta ab a h cōsonantia diapason: per vicef. māsecundā tertij reli quitur diatessarō. Est ergo e ad h hypate meson ad meson diatessaron. et cum diatessaron duos tonos et semitonii minus impleat: et e g sit tonus ergo g h cōtinet tonum et semitonii minus. erit ergo g h trisemitoniū. erit igitur e f g h ex duobus semitonis e f et f g: et trisemitonio g h constitutum in genere chromatico tetrachordum. quod erat monstrandum.

Reliqua duo tetrachorda: in eodem genere predictis aduicere. et in p̄tadecachor do consonantiam bis diapason collocare.

Proslambanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	Semi.min⁹ c
Lichanos hypaton	d	Apotome d
Hypate meson	e	Trisemitoniū e
Parhypate meson	f	Semi.minus f
Lichanos meson	g	Apotome g
Mese	h	Trisemitoniū h
Paramese diezeugmenon	l	Tonus / Tritē syn. Semi.minus l
Trite diezeugmenon	l	Semi.mī. / Paranete syn. Apotome l
Paranete diezeugmenon	m	Apotome / Hete syn. Trisemitoniū m
Hete diezeugmenon	n	Trisemitoniū n
Trite hyperboleon	o	Semi.minus o
Paranete hyperboleon	p	Apotome p
Hete hyperboleon	q	Trisemitoniū q

III

Sint pro reliquis tetrachordis complendis lzlmnopq: qz tetrachordum meson disiunctum est a tetrachordo netarum diezeugmenon: iccirco facio meses ad paramesen diezeugmenon distantia esse tonum. et meten ad neten diezeugmenon facio consonare diapente. et ad netē hyperboleon diapasōn et tetrachordū lzlmn partior vt tetrachordū hypaton. tetrachordū vero nopq partior vt in prece denti tetrachordū meson eritqz virūqz in genere chromatico diuisum. et qz a ad h cognita est esse dia pasōn: et h ad q itidem diapasōn. ergo a ad q consonat bis diapasōn. Quia cum quindecim vocibus atqz chordis contētum sit: constat effectū esse id quod erat propositū. Sed si lzlm facis tetrachordū syne zeugmenon ipsum partiaris vt tetrachordū chromaticum meson. et facile factū intuebere ppositū.

13 Chromatici pentadecachordi numeros assignare.

Proslambanomen	A		2592	5971968	
Hypate hypaton	b	256	2304	5308416	Tonus
Parhypate hypaton	c	243	2187	5038848	Semi. minus
Lichani hypaton	d		2048	4718592	Semi. maius
Hypate meson	e		1728	3981312	Trisemitoniū
Parhypate meson	f			3779136	Semi. minus
Lichani meson	g			3538944	Semi. maius
Mese	h		1296	2985984	Trisemitoniū
Paramese diezeugmenō	lz		1152	2654208	Tonus
Trite diezeugmenon	l			2519424	Semi. minus
Paranete diezeugmenō	m			2359296	Semi. maius
Hete diezeugmenon	n		964	2221056	Trisemitoniū
Trite hyperboleon	o			2108268	Semi. minus
Paranete hyperboleon	p			1974272	Semi. maius
Hete hyperboleon	q		648	1492992	Trisemitoniū

Sint b et c minimi numeri semitonij minoris per decimā octauam secūdi huius reperti. qz b nona parte caret: augeo b et c per nouem et veniāt b et c in secundo loco. quoniam igitur in secundo loco b nona parte caret: eam augeo per octo et fiat d. tunc b ad d per septimā secūdi arithmetices erit sesq octauus. quare b d cōtinentia tonum. et b et c per eādem est semitonium minus. ergo c d est apotome. Rursum qz b habet octauā adiciō eidem suam octauā et fiat a: eritqz a ad b sesquioctauus atqz tonus et quoniam a habet tertiam facio a ad e sesquialterū. et qz habet secūdam facio itidem a duplum ad h. Reperio item h habere nonam. tertiam et secūdam. facio igitur h sesquioctauū ad l: sesquialterū ad n et duplū ad q. quo facio duco b secūdi loci in a b c d e h lz n q et veniant in tertio loco a b c d e h lz n q. Deinde duco c d secūdi loci in e secūdi et veniant f g z in lz et veniant l m et in n et veniant o p in tertio loco. eruntqz per septimā et octauam secūdi arithmetices numeri pēradecachordi chromatici in tertio loco assignati. Nam a b erit tonus et b c semitonū minus et c d apotome. et qz a ad e est sesquialter: a et e sunt numeri diapente. et a b numeri toni. dempro igitur a b tono relinquitur b e diatessaron et b c et c d simul sunt tonus. igitur per sextam tertij d e sunt trisemitoniū. Et a h est diapasōn et a e diapente. igitur e h est diatessaron. et per octauam secūdi arithmetices e f et f g sunt semitonij minus et apotome. igitur g h est trisemitonium et cōsimiliter monstrabis h lz esse tonū lz l et l m duo semitonia et m n trisemitoniū n o p duo semitonia et p q trisemitoniū. clarum igitur euadit propositum.

14 Chodorum diatonici et chromatis parhypate parhypatis: paramese paramesis/ atqz trite tritis correspondent.

Nam in vtrisque generibus hypate ad parhypatas semitonij minoris obseruat interuallū. et mese ad paramesas tonum. et trite ad tritas minus semitonij. est igitur notum illas vocalas in vtroque casu nendi modo sibi inuicē respōdere. et nō modo id verum sit: sed et hypate hypatis et mese mesis et netis correspondent. Nam vtrōqz proslambanomeni ad hypatas hypaton cōiununt tonum. et ad hypatas meson diapente. ad mesas diapasōn. ad netas disiectarum diapasōn ac diapente. et ad netas hyperboleon bis diapasōn. est ergo quod pponeretur et amplius: facile cognitū.

Pentadecachordum enarmonium constituere.

Proslabanomenos	A	A
Hypate hypaton	b	Tonus b
Parhypate hypaton	c	diefis c
Lichanos hypaton	d	diefis d
Hypate meson	e	ditonus e
Parhypate meson	f	diefis f
Lichanos meson	g	diefis g
Mese	h	ditonus h
Paramese diezeugmenon	l	tonus / Trite syn. diefis l
Trite diezeugmenon	l	diefis / Paranete syn. diefis l
Paranete diezeugmenon	m	diefis / Hete syn. ditonus m
Hete diezeugmenon	n	ditonus n
Trite hyperboleon	o	diefis o
Paranete hyperboleon	p	diefis p
Hete hyperboleon	q	ditonus q

Cuius cōpositio perfacilis est. facio enī vt in ceteris pcedētibz a ad b internallū toni. et a ad e diapēte. z b ad d facio semitonū minus. et diuidō chōrdā c in medio differētie b ad d erit ergo b ad c diefis tetrartermeria atq; quādrīpartialis pariter et c ad d diefis. fco per quartam secundū huius hec latio illa vtro contractioz neq; per tricesimāsecundam eiusdem semitonū minus in duo equa certo cōstituroz numero diuidi potest. et a ad e diapente. subtracto igitur a b tono relinquitur b ad e esse diatessaron. et cum diatessaron semitonū minus z duos tonos cōplectatur: et b ad d sit semitonium minus: relinquit igitur d ad e esse ditonus. erit igitur b c d e hypates hypaton parhypates hypaton lichanos hypatō et hypates meson tetrachordū: per b c d: et d c diefim z diefim et ditonū procedēs g diffinitionē in enarmonico gñe diuisum. Similiter cōstituas e f g h tetrachordū meson faciēdo a ad h diapason. et e ad g semitonū minus. z partiēdo mediā vtiā per f itayr e f e f g sint due diefes **M**ā ab a h cōsonantia diapason subducta a e cōsonantia diapēte: relinquit e h esse diatessarō. et cū e g sit semitonū min⁹: igit g h erit ditonus. z cū e f e f g sint due diefes z g h diton⁹. hęc tetrachordi partitio in genere enarmonico facta cōspicitur. Et facta h mese ad netē disiunctarum diapente: z ad neten hyperboleon diapason: et chōrda mese a paramese tetrachordi disiunctarū tono disclusa: perinde ac proslabanomeno ab hypate hypaton: partiteris tetrachordum disiunctarū l l m n vt b c d e tetrachordū hypaton. et tetrachordum n o p q hyperboleon excellentiūq; vt e f g h tetrachordū meson. tetrachordū autem cōiunctarum h l l m partiteris vt tetrachordū meson et id quoq; facile est.

Pentadecachordi enarmonici: numeros colligere.

Proslabanomenos	A	1 3 8 2 4		1 3 8 2 4	
Hypate hypaton	b	1 2 2 8 8	Tonus	1 2 2 8 8	Tonus
Parhypate hypaton	c	1 1 6 6 4	Semi mi.	1 1 9 7 6	diefis
Lichanos hypaton	d	1 0 3 6 8	Tonus	1 1 6 6 4	diefis
Hypate meson	e	9 2 1 6	Tonus	9 2 1 6	ditonus
Parhypate meson	f	8 7 4 8	Semi mi.	8 9 8 2	diefis
Lichanos meson	g	7 7 7 6	Tonus	8 7 4 8	diefis
Mese	h	6 9 1 2	Tonus	6 9 1 2	ditonus
Paramese diezeugmenon	l	6 1 4 4	Tonus	6 1 4 4	Tonus
Trite diezeugmenon	l	5 8 3 2	Semi mi.	5 9 8 8	diefis
Paranete diezeugmenon	m	5 1 8 4	Tonus	5 8 3 2	diefis
Hete diezeugmenon	n	4 6 0 8	Tonus	4 6 0 8	ditonus
Trite hyperboleon	o	4 3 7 4	Semi mi.	4 4 9 1	diefis
Paranete hyperboleon	p	3 8 8 8	Tonus	4 3 7 4	diefis
Hete hyperboleon	q	3 4 5 6	Tonus	3 4 5 6	ditonus

C Sint numeri a b c d e f g h i l m n o p q in primo loco constituti numeri pentadecachordi diatonici per octavam huius reperti. pono iterum a b e h l n q in secundo loco in respondens locis rursum c in secundo loco transmutato ad d et f ad g r l ad m et o ad p. quibus ita in secundo loco dispositis: ex ipsis quidem in secundo loco capio differentiam b d r eius medietatem adicio ad d et fiat c. similiter differentia e g et medietatem addo ad g r fiat f. et differentiam l m r medietate differentie adiecta ad m fiat l. et differentiam n p r medietate adiecta ad p fiat o. dico a b c d e f g h i l m n o p q numeros secundo loco postos esse numeros pentadecachordi enarmonici. Nam a b erit tonus. b c | et c d due dieses constituentes semitonium minus b d. quod enim est b c in diatonico factum est b d in enarmonico et d e est ditonus. Nam quod est in diatonico c e est hic in enarmonico d e. at diatonice modulationis c e ditonus est. Nam continens c d tonum et d e tonum. r hoc pacto reperietur e f g due dieses r g h ditonus. h i l tonus: l m due dieses: m n ditonus. n o p due dieses: p q ditonus Sunt itaq; collecti numeri pentadecachordi enarmonici quemadmodum propositum fuerat. quod est propositum.

17 **C** Modi diatonici parhypate hypaton: in enarmonica modulatione transit in lichanon: et parhypate meson in lichanon meson atq; trite in paranetas.

C Id prospici statim promptum est. Nam in diatonico pentadecachordo a proslabanomeno ad hypate hypaton incidit tonus. et ab hypate ad parhypaten hypaton semitonium minus. in enarmonico vero a proslabanomeno ad hypaten hypaton similiter incidit tonus. et ab hypate ad lichanon hypaton semitonium minus. diatonica igitur parhypate: in enarmonica modulatione permutatur: transitq; in lichanon. et hoc pacto de reliquis ostendatur. quod r facile sensu deprehendetur: si in utroq; emodulandi genere r diatonico et enarmonico proslabanomeni ponantur equisoni. tunc enim manifestum erit huius lichanos: illius parhypatis esse equisonos: vni sonosq; pariter et huius paranetas: illius tritis esse equisonas.

18 **C** Consentiant in tribus modulationum generibus: proslabanomeni/hypate principales/hypate medie/mese/paramese/nete/cum disiuncte/tum coniuncte/atq; excellentibus netis excellentes.

C Nam in tribus generibus per quartam/quintam/sextam/septimam/decimam/undecimam/duodecimam et quintadecimam huius proslabanomeni ad hypatas hypaton sonant tonum. et idem ad hypatas meson sonant diapente. ad mesas diapason. ad netas disiectas sonant diapason ac diapente. ad netas autem coniunctas dempto tono sonant diapason ac diatessaron. et ad netas excellentes: consonant ubi liber proslabanomeni bis diapason. consentiant igitur in tribus generibus que adducte sunt vocule. quod est propositum

19 **C** Que chorde mobiles quee immobiles in pentadecachordis existant: inuestigare.

Proslabanomeni	A	Stabiles	
Hypate hypaton	b	Stabiles	
Parhypate hypaton	c	Instabiles	
Lichani hypaton	d	Instabiles	
Hypate meson	e	Stabiles	
Parhypate meson	f	Instabiles	
Lichani meson	g	Instabiles	
Mese	h	Stabiles	
Paramese diezeugmenon	l	Stabiles	Trite synezeugmenon. Instabiles
Trite diezeugmenon	l	Instabiles	Paranete synezeugmenon. Instabiles
Paranete diezeugmenon	m	Instabiles	Nete synezeugmenon. Stabiles
Nete diezeugmenon	n	Stabiles	
Trite hyperboleon	o	Instabiles	
Paranete hyperboleon	p	Instabiles	
Nete hyperboleon	q	Stabiles	

C Chordas stabiles immobilesq; vocamus: que in omni pentadecachordis divisione: eadem servant intervalia: eandemq; ad proslabanomenon habitudinem. Instabiles vero atq; mobiles: que id non servant. sic ergo stabiles ac instabiles reperiemus. cum enim per precedentem in tribus generibus consentiant proslabanomeni: principales hypate: medie hypate: mese: paramese: nete tum synezeugmenon tum diezeugmenon ac hyperboles: et eadem vt ex demonstratis iam patet servant intervalia. erunt ergo proslabanomenos hypate hypaton: hypate meson: mese: paramese nete synezeugmenon: nete diezeugmenon: et nete hyperboleon: simpliciter immobiles atq; firme. Sed cum decima-septima huius monstraverit parhypatas diatonice modulationis: in enarmonico melo transire

permutariq; in lichanas / z tritas in paranetas: constat ergo reliquas a predictis esse mobiles: vt par hypaten hypaton / lichanon hypaton / parhypaten meson / lichanon meson / triten synezeugmenon / paranete synezeugmenon / triten diezeugmenon / paranete diezeugmenon / triten hyperboleon / paranete hyperboleo. Ad tamen animaduerti dignu est qd cum per decimam quartam huius parhypate / z trite in diatonicis et chromaticis respondeant / similiaq; possideat interualla: eas no vsq; adeo (vt cetera sunt) esse instabiles. Et proinde parti mobiles / partimq; imobiles bono iure dici posse videntur.

¶ In tetrachordis diatonicis ab hypate hypaton primo limite consonantiarum: ad quartum vsq; limitem ter diatessaron continetur sed semel dumtaxat in stabilibus / im- 20 mobilibusq;. Et ad quintu limitem idēdem ter diapente: semel in mobilibus / semel partim variabilis / et semel penitus inuariabilis atq; firma. ad octauum vero septies consonabit diapason: ter in imobilibus / et quater in mobilibus.

h hypate hyp / et consequentes suis locis.

	Semi	Ton ^o	Ton ^o	Semi	Ton ^o	Ton ^o	Ton ^o	Semi	Ton ^o	Ton ^o	Semi	Ton ^o	Ton ^o
Stabiles	b		e		h	i		m		p			
Instabiles	c	d	f	g	l ^z	l		n		o			

¶ Cum dicitur a primo limite ad quartu vsq; limite quintu / ac octauum: primus limes no excludit sed quartu quintu / ac octauu excludi intelligimus. Sint ergo b c d e f vsq; ad p quattuor tetrachorda et b hypate hypaton / cetero vero cosequētes. Dico primo ab b vsq; e ter contineri diatessaron: sed semel solū in imobilibus. Nam per quartā huius b ad c continet semitoniu minus et c ad d tonum et d ad e tonu. ergo b ad e consonat diatessaron: eritq; b ad e prima diatessaron consonantia reperta. Et cum ostē sum sit c ad d et d ad e esse duos tonos et per quinta huius e ad f sit semitoniu minus: ergo c ad f consonat diatessaron. eritq; c ad f secūda diatessaron. Item mōstratus est d ad e esse tonus et e ad f semis tonu minus: et per quinta huius f ad g est tonus. ergo d ad g est diatessaron / eritq; d ad g tertia diatessaron. Sed cū prima harū trium que est b ad e sit ab hypate hypaton ad hypaten meson: quas mōstrauit precedēs stabiles imobilesq; et secūda ab c in f parhypate hypaton in parhypaten meson: et tertia ab d in g lichano hypaton in lichanon meson. et parhypate z lichane monstrate sunt mobiles. constat ergo ab b ad e ter diatessaron sed semel dūtaxat in stabilibus / imobilibusq; contineri. **¶** Sed o dico ab b hypate hypaton ad f vsq; parhypaten meson: solū ter contineri diapente. Nam per decimā tertij diapente tribus tonis semitonioq; minore constat. sed per quartā z quinta huius b ad f solum duos tonos z duo semitonio minora p̄tinet: q̄ duo semitonio minora p̄ 3/4 sedi minus vno tono: cōmate restituūt. q̄ vt b ad f diapente cōsonantiā p̄pleat: plena deest apotome. no p̄stituit ergo b ad f diapēte. Itē c ad g per quartā et quinta huius continet tres tonos qui sunt c ad d: d ad e: z f ad g: et vnum semitoniu minus quod est e ad f. igitur per decimā tertij e ad f consonat diapēte. eritq; c ad g prima diapēte et per easdem d ad h continet tres tonos: qui sunt d ad e: e ad f: et g ad h: z semitonium minus e ad f. ergo d ad h consonat diapente: eritq; d ad h secūda diapente. z ab e ad i per quartā et sextā cōsimiliter continetur tres toni et semitoniu minus. erit ergo e ad i tertia diapēte. ter igitur ab b vsq; ad f continetur diapēte. sed cū prima sit ab c parhypate hypatō in g lichano meson. et parhypatas z lichanas mōstrauerit decimanona huius esse mobiles. erit ergo c ad g prima diapēte in mobilibus constituta. z cum secūda sit ab d lichano principalū in h meson: lichanos autē mobilis sit / et mese imobilis: se cūda igitur diapēte partim variabilis existit. Et cū tertia sit ab e hypate meson ad i paramesen que per eandē decimā nonam stabiles mōstrate sunt. erit igitur tertia diapēte omnino stabilis atq; firma **¶** Tertio dico ab b hypate hypaton vsq; ad i paramesen septies contineri diapason: sed solū ter in imobilibus / quater autē in mobilibus. Nam b ad i per quartā / quinta et sextam huius continet quinq; tonos et duo semitonio minora. ergo per vice simā primā tertij b ad i consonat diapason / eritq; b ad i p̄ma diapason. Et per idē c ad l: d ad l z e ad m: singule intercipiūt quinq; tonos et duo semitonio minora septimā simul f ad n similiter continebit quinq; tonos z duo semitonio minora. similiter et g ad o z h ad p. erit ergo quita diapason f ad n. sexta g ad o. et septima h ad p. igitur ab b ad i vsq; continetur septies diapason. atqui primam prebent hypate hypaton z paramese diezeugmenō. et quartam hypate meson z nete diezeugmenō. et septimā mese z nete hyperboleō. hypatas autem mesas paramesas et netas mōstrauit decimo octaua imobiles atq; stabiles. igitur inter illas septē diapason cōsonantias: diapason ter in imobilibus reperit. Sed secūdam prebent parhypate hypaton et trite diezeugmenō Tertā lichanos hypaton et paranete diezeugmenō. Quintam parhypate meson z trite hyperboleō Sextā lichanos meson et paranete hyperboleon sed decimanona parhypatas / tritas / lichanas z paranetas: mōstrauit esse mobiles. igitur inter illas septem cōsonantie diapason vices: quater in mobilib⁹ mutabilibusq; facta reperitur: quod est totum propositum. **¶** Quis autem diuus Severinus sapientū latinorū disciplinas sectantiū primus: quē z in hoc opere quātum valem⁹ imitamur suis disciplinis nō parum adiuti decimo tertio capite quarti sue mōses species diapēte numerādo eas quattuor faciari: id introductorie factum putetur: vbi precifam nō curauit veritatē. sed cōmunem secutus illic est extimationē. quod facile ex eius superiori determinatione cognoscitur. hic autem nō introductionis sed exacte determinationis locus est.

21 **T**essaradecachordi chromatici inter assignatos limites ter itidē diatessaron : solū semel immobiliter. bis diapēte: semel immobiliter/ semelq; partim mobiliter. septies aut diapason: ter vt in diatonico gñe immobiliter/ quaterq; mobiliter cōtinē.

Semi.	Apo.	Trisc.	Semi.	Apo.	Trisc.	Tonus	Semi.	Apo.	Trisc.	Semi.	Apo.	Trisc.
b			e			h	i			m		p
	c	d		f	g		k	l		n		o

Tessaradecachordum ex quattuor tetrachordis cōstituit: iccirco sic nūcupatim: q; quattuordecim chordis/neruis/voculifue cōtineatur. dico enī primo quattuordecim chordarū in genere chromatico cōtinue per litteras b|c|d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p| ab hypate hypaton dispositarū a primo ad quartum vsq; limitem: ter cōtineri diatessaron solū semel immobiliter. Itā per decimā b ad e cōcinit diatessaron. eritq; b ad e pma diatessaron. sed z quia per decimā c ad d est apotome et d ad e trisemitoniū: ergo c ad e cōtinet duos tonos. et per vndecimā e ad f est semitonium. ergo per sextam tertij c ad f duos tonos et semitonium cōtinens: erit diatessaron. erit igitur c ad f secūda diatessaron. et quia rursus per vndecimā e ad f est semitonium minus et f ad g apotome: ergo e ad g tonus. sed d ad e monstratum est trisemitoniū. ergo d ad f et f ad g simul tonus. ergo p decimā tertij b ad g cōcinit diatessaron. Et cū pma b ad e sit ab hypate hypaton in hypaten meson per decimā octauā sit immobilis. secūda xō c|f| et tertja d|g| sunt a parhypate z lichano principalium: q; decimanona patefecit esse mobiles. cōstat ergo pmi.

Secūdo dico solū bis intra quintū limitem cōtineri diapente. quia enī b ad e per imediate mōstratū est diatessaron. et e ad f et f ad g simul tonus. ergo p decimā tertij b ad g cōcinit diapente. eritq; b ad g prima diapente. ea tñ sex vocibus z non quinq; explebit: proprietatem diapente nō seruans. at c ad g non explebit diapente. Itā per modo mōstratū ad diapēte cōplementū deerit b ad c semitonium minus. neq; c ad h. Itā per vndecimā huius g ad h cōtinet trisemitoniū. at c g ad diapente cōplementum solū deerat semitonium minus: superat igitur c h consonātiā diapente completo tono. neq; d h cōtinet diapente. Itā cū h superet consonātiā diapente integro/ cōpletoq; tono: dempta ergo c d apotome relinquet d h superas diapente cōsonātiā semitonio minore. sed e ad i cōsonat diapēte: est enī h ad i per duodecimam tonus. sed d ad h per imediate mōstratum superat consonātiā diapente semitonio minore. dēpro ergo d e trisemitonio minore: relinqtur e h deficiens tono a diapēte: addito igitur h i tono fiet diapente. est itaq; e ad i secūda diapēte. Ab b igitur ad f quintū limitem solum bis sumitur diapēte. Et cū prima diapente b g sit ab hypate hypaton immobilis ad lichanon meson partim mobilem: sit ergo primo partim mobiliter. At xō cū secūda e i sit ab hypate meson ad paramese que mōstrate sunt immobiles: sit ergo secūdo modo immobiliter seruata; secūdo modo diapēte proprietate vt de quinto loco in quintum fiat locum. **T**ertio dico septies fieri diapason ter immobiliter/ quater xō mobiliter. Itā cū b ad e per primam partem huius monstrata sit diatessaron: et per scdam e ad i diapente. ergo per vicesimā tertij b ad i cōsonat diapason. erit itaq; b ad i prima diapason. Itē et e a quia c ad f fuit inuēta secūda diatessaron: et f g est apotome g h trisemitoniū: ergo f h duo sunt toni et h i tonus et i k semitonium. ergo f k diapēte: et c f vt iā dictū est diatessaron. cōcinit igitur c ad l diapason: eritq; c l secūda diapason. et eodē iure d l tertja diapason adiunāte duodecima huius. et e m quarta. f n quinta. g o sexta. et h p septima. Sed ter fieri immobiliter et quater mobiliter eodē modo vt in vicesima monstratur.

22 **I**n tetradecachordo enarmonico: inter assignatos limites ter diatessaron z septies diapason vt in precedētibus continetur. at semel dūtaxat diapente atq; immobiliter.

Die.	Die.	Dito.	Die.	Die.	Dito.	Tonus	Die.	Die.	Dito.	Die.	Die.	Dito.
b			e			h	i			m		p
	c	d		f	g		k	l		n		o

Tetradecachordum z tessaradecachordum idē dicimus. sit igit b|c|d|e|f|g|h|i|k|l|m|n|o|p| tessaradecachordū enarmonicū. dico pmo inter b e ter cōtineri diatessaron. Itā quia per decimā quintam huius b e d sūt due dieses terrarmerie: erit b d semitonium minus. et d e est ditonus. erit igit b e pma diatessaron. et eodē iure c f secūda. et d g tertja. et quia b e sunt hypate hypaton z hypate meson: sit igitur prima immobiliter. et c d sunt parhypate hypaton z lichanos hypaton mobiles: sit igit et duobus modis mobiliter. **S**ecūdo dico solū semel a primo ad quintum limitem fieri diapente: et id quidē immobiliter. nam non fiet diapente b f quia solā supaddit consonātie diatessaron b e diesim retrarmeriam. neq; b g quia solū supaddit consonantie diatessaron duas dieses que sunt semitonium minus. neq; fiet b h quia cōsonātie diatessaron supaddit semitonium minus z duos tonos. neq; per idem fiet diapente c g aut c h. nam hic abundabit tonus z diesis: illic aut deerit tonus min⁹ vna diesi. neq; d g. nam deerit tonus. neq; d h. nam tonus abundabit. at xō cū e h sit diatessaron: nā e f g due dieses/ z g h ditonus/ et cū h i sit tonus: erit igitur e i diapēte. et cū e sit hypate meson et i paramese q; mōstrate sunt immobiles. sit igitur inter assignatos limites solū semel diapēte atq; immobilis. Tertio septies fieri diapason vt in diatonico ex decima quinta declaraf quēadmodum vicesima huius mōstrata est.

23 **D**iatonice modulationis: septem modos ordine collocare.

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
R Hypodorius															p 7 dia
S Hypophrygi ⁹	Lonus														p to
Z Hypolydius	Semito.	A													p ni
A Dorius	Lonus	A													p ci
X Phrygius	Lonus		A												p mo
Y Lydius	Semitonium		A												di
Z Myxolydius	Lonus			A											

¶ Sit a b c d v s q ad p pentadecachordum diatonicum. sit r p hypodorio pentadecachordum diatonicum a b c d e f g h i k l m n o p grauiſſimū: qđ vt alioꝝ baſis atq; fundamētum ſtatuaſ: extendo vno tono in acumen proſlambanomenon pentadecachordi s amplius qđ ſit proſlambanomenos r ad quem ceteras voces ſuo ordine per quartā/ quintā ⁊ ſextam huius in diatonico modulādi genere ſubiūgo. eritq; pentadecachordum s per diſſinitionem hypophrygiū modi. ſimiliter extēdo proſlambanomenon pentadecachordi t ſemitonio āplius qđ tenſus ſit proſlābanomenos pētađecachordi s cui terrachorda per quartā/ quintā/ ⁊ ſextam huius vt prius coapto. eritq; per diſſiniōem t pentadecachordū hypo- lydiū modi. et proſlābanomenon v vno tono extēdo amplius qđ hypolydiū: cui ceteras voces ſuo ordine ſequētes in diatonico genere coapto. eritq; cōcentus pētađecachordi v per diſſinitionem dorius. et ſi amplius extēdo r vno tono: erit pentadecachordi x cantus phrygius. et ſi y ſemitonio miōre: erit eius concētus lydius. At z amplius extenſo vno tono: ſiet concentus myxolydius. ſicq; factū p diſſiniōes patebit propoſitum.

¶ Que diuerſorū modozum in aliquo genere fuerit p̄me vocis ad primā habitudo: 24
ea erit ſecunde ad ſecundam et tertie ad tertiam et cuiuſlibet totius ad totam ſimilis/
eademq; habitudo.

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
R Hypodorius															
S Hypophrygius															

¶ Sit a/b/c/d ad p v s q pentadecachordum hypodorii in aliquo gſie vt diatonico: et q/r/s ⁊ ſequētes pentadecachordū hypophrygiū. diſtabitq; iccirco q proſlambanomenos hypophrygiū ab a proſlābanomeno hypodorii modi acutior vno tono. dico ergo ſingulas hypophrygiū: ſingulis hypodorii vt hypatas hypatis/parhypatis/lichanas lichanis et ita conſequētes: ſi ſicut tonos/ toniq; proportione diſtare. Nam cū pentadecachordum a p et pentadecachordum q g ſint vtraq; a proſlābanomeno in neren hyperboleon diatonice extēſa: ergo que pportio a ad b ea eſt per quartā huius q ad r: ergo per tertiam ſecundū Arithmetices permutatim vt a ad q ita b ad r. at a ad q mōſtratus eſt eſſe tonus: igitur et b ad r tonus. et cōſimiliter de ſequentibus oſtendatur.

¶ Totus ordo diatonicus pētađecachordi hypophrygiū modi: totum hypodorium 25
vnius acumine toni ſuperat: et totus hypolydius cūdem triſemitonio. ſingule quoq;
dorii ſingulas hypodorii diateſaren conſonantia. totus vero phrygius conſonantia
diapente. lydius autē diapēte atq; ſemitonio. et myxolydius diapēte atq; ſeſquitono.

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
R Hypodorius															p 7 dia
S Hypophrygi ⁹	Lonus														p to
Z Hypolydius	Semito.	A													p ni
A Dorius	Lonus	A													p ci
X Phrygius	Lonus		A												p mo
Y Lydius	Semitonium		A												di.
Z Myxolydius	Lonus			A											

¶ Hā proſlambanomenos hypophrygiū tono ſuperat acumine proſlambanomenon hypodorii. ergo
per precedētem totus hypophrygius ordo totū hypodorium ordinem: toni ſuperat acumine. et quia
proſlambanomenos hypolydiū ſuperat acumine ſemitoniū minoris hypophrygiū: ergo idem ſuperat
acumine proſlambanomenon hypodorii triſemitonio. igitur per precedētem totus hypolydius ordo
totū hypodorii ordinē triſemitonio ſupeuadit acutior. ſed ⁊ q; dorius toni acutie vincit hypolydiū:
ergo dorius duobus tonis ⁊ ſemitonio acutior eſt hypodorio. ergo per ſextā tertij eo acutior eſt cōſe

nantia diatessarum. quare per precedentem singule dozi singulis hypodozi diatessarum consonantia sonant acutiores. et phrygius addit tonum in acumine dozi: igitur totus phrygius toto hypodozio diapente consonantia modulatur acutior. et lydius phrygio addit semitonium min⁹ et myxolydius lydio tonum. igitur lydius hypodozio diapente et semitono et myxolydius diapente et sesquitono sonabit acutior. quod totum est propositum.

26 **H**ypolydius diatonicus hypophrygium diatonicum semitono / et dozius trisemitonio / phrygius diatessarum / lydius diatessarum et semitono / myxolydius diatessarum consonantia / atque sesquitono supercavit acutior: et dozius hypolydio tono / phrygius ditono / lydius diatessarum et myxolydius diapente: phrygius autem ad dozius sonat tonum lydius trisemitonium et myxolydius diatessarum / lydius phrygio semitonium et myxolydius sesquitono: myxolydius autem lydio tonum.

Hec ut precedens vel facillime monstrabitur.

27 **S**eptem modos chromactice modulationis constituere.

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
H ypodozius															p 7
S hypophrygi ⁹	Tonus														p Chro
T hypolydius	Semito.	A													p ma
A Dozius	Apotome	A													p tict
F Phrygius	Trisemitoniū	A													p mo
Y Lydius	Semitonium	A													di
Z Myxolydius	Apotome	A													

Facio pentadecachordum chromaticum per decimam / undecimam / et duodecimam huius et sicut sex alia scilicet / t / v / r / y / z: facioque pentadecachordum s tono acutius r. et t pentadecachordum semitono acutius s. v vero apotomes interuallo acutius t. et r trisemitono amplius q v. y semitono amplius q r. et z apotome transcendere y: dico ergo septem modos chromactice modulationis esse ordinatos. nam r erit hypodozius s p diffinitidem hypophrygius chromaticus. t hypolydius. v dozius. r phrygius. y lydius. z myxolydius.

28 **Q**uo pacto singuli cuilibet inter se chromatici modi respondeant: ostendere.
Distat p precedere hypophrygius ab hypodozio chromatico tono. et hypolydius ab hypophrygio semitono. distat igitur hypolydius ab hypodozio acutior trisemitono. et dozius ab hypolydio distat apotome. igitur dozius ab hypodozio remotus est ditono. phrygius autem ab dozio trisemitono. igitur phrygius ab hypodozio remouet tribus tons et semitono: hoc est totius consonantie diapente inual lo. et lydius a phrygio semitono. igitur lydius ab hypodozio diapente atque semitono. myxolydius ab lydio distat apotome. igitur myxolydius ab hypodozio diapente consonantia distat acutior atque tono. Et hoc pacto de reliquis ex precedere pfacilis est ostensio. ut hypolydi⁹ diapente. dozius a phrygio dozius tono. phrygius diatessarum. lydius diatessarum et semitono myxolydi⁹ diapente. dozius a phrygio distat apotome. phrygius ditono. lydius diatessarum. myxolydius tritono. Phrygius a dozio tri semitono. lydius tono et duobus semitonis minoribus. myxolydius x o diatessarum. Lydius a phrygio semitono et myxolydius tono. distat autem myxolydius ut iam quocumque dictum est a lydio maiore semitono. sicut constructum est propositum.

29 **S**eptem itidem enarmonicos modos ordinare.

	A	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
H ypodozius															p 7
S hypophrygi ⁹	Tonus														p Enar
T hypolydius	Diessis	A													p mo
A Dozius	Diessis	A													p ni
F Phrygius	Ditonus	A													p ci
Y Lydius	Diessis	A													mo
Z Myxolydius	Diessis	A													di.

Sint r / s / t / v / r / y / z septem pentadecachorda: et sit per decimaquintam huius r pentadecachordum enarmonicum: intendo proslambanomenon pentadecachordi s vno tono amplius pentadecachordo r. et t diessis amplius q s. et v diessis amplius q t. et r ditono amplius q v. et y amplius diessis r. et z amplius tridem diessis q y. erunt ergo fm acumen intensa sex post primum pentadecachorda: primo tono. deinde duabus diessibus et ditono. demum duabus diessibus: qui quidem intendendi modus enarmonice modus

lationi peculiaris propriusque habetur. sunt igitur septem peratecachorda r/s/t/v/x/y/z: septem enarmonice modulationis modos continetia. quod demonstrari propositum erat.

¶ Singulorum enarmonicorum modorum: ad quolibet habitudines demonstrare. 30

¶ Cuius ex precedenti demonstratio clara esse potest. Primo hypophrygi ab hypodoro distantia esse tonum. hypolydi tonum et diesim. dozi sesquitonum. phrygi diapente. lydi diapente ac diesi. myxolydi diapente et semitonio. Secundo hypolydian distare ab hypophrygio diesi. dozi semitonio. phrygium diatessarum. lydium diatessarum et diesi. myxolydium diatessarum et semitonio. Tertio dozi ab hypolydio diesi. phrygium ditono et diesi. lydi diatessarum. myxolydium diatessarum et diesi. Quarto phrygium a dozi ditono. lydi ditono et diesi. myxolydium diatessarum. Quinto lydium a phrygio diesi. et myxolydium semitonio. Sexto myxolydium distare diesi a lydio. ¶ Septem enim modos et non plures adiecit priscorum autoritas pythagoricorum. ut enim numerus a monade ad denarium usque varius crescens progreditur: mox deo sequens denarius unitatis vicem obtinet primamque explicat unitatem eiusdem individue monadis consortis et emulus: qui ad centenarium usque rursus novenaria progressione se extendit: relapsus tandem in tertiam unitatem. Ita quoque vocum dissimilitudo ac varietas ex quibus instar celestis harmonie concentus humani/modique formatur ad octonarium usque surgit. suntque septem continue voces inter se varie quibus succedens octonaria vocis plenitudo (Primum enim numeralis cubus primamque ressera octonarius) ad primam rursus sonat ut eadem et ad eam sese habens perinde ac denarius ad unitatem. Et hec octonaria series in omni modulationis genere sic rara procedit: ut continue octavo quoque loco octauum per similem sibi et pene eundem sonum offendat sonum. ita ut ex duobus nativa quadam concordie affinitate iam unum sonum et non multos parere videatur: usque adeo enim se miscet et mutua se iungit/copulataque amicitia. Et harum septem vocum que grauissima tardissimaque est: Saturno debetur. prima Ioui/tertia Marti. quarta Iphero. quinta Mercurio. septima deo earum acutissima/cocitativissimaque Lue octava autem rursus reuoluit ad Saturnum/nona ad Iouem/decima ad Martem. et hoc pacto sequeutes: ut sapiens voluit antiquitas. Et revera totius vniuersi harmonia septenaria completa est. et hec septem in celo celestem: in his autem inferioribus corpoream/sensibilemque temperant harmoniam. sed hec magis plenius discutiant. hinc licet cognoscere cur hypermyxolydius: septem pythagoricis modis haud multum veniat accommodandus. Nam si in diatonico genere myxolydium peratecachordum per hypermyxolydium vno tono amplius acuat: totus is vbiusque modus ad hypodorum psonaret diapason/octauusque natus esset sonus: qui ad primum idem/congenitusque naturali affinitate redditur. quare non ab hypodoro primo modo omnifariam varius putandus est. et eque si myxolydius intendetur trifemitonio in chromate et ditono in enarmonio: sed de his forte amplius quam presenti negotio par sit dictum est. Et moti quos adiecerent recentiores ut diuus Gregorius ab hac modorum antiquitate recedunt. et pleraque alia que posterioribus musici inculcauerunt et que ab illis facile requiras. et nostra quoque tempestate musicum modulamen/atque omnem concinentiam ad celeritatem quamdam precipiteque leuitatem reducere conantur: modestam grauem seriamque ac decoram concentuum moderatorem preparari attendentes. a moderatone enim dicti sunt modi. parum item attendentes priscum musices honestatis/grauitarisque decus: qua amentes arreptitiosque soluebant. sanitates inducebant feros hominum mores ut olim Thracius Orpheus/ad mansuetos et virtutis callem reuocabant. et ex sensibilibus harmonia ad celestis harmonie desiderium captiuas animas tanquam sui iam memores exiliis vbertim fluentibus oculis euocabant. hoc enim modorum accommodata mediocritate Pythagore discipuli faciebant. non enim is inter homines modestior: cuius ois incessus cursus videtur. neque is cuius preceps nimium loquela presentium ludit intelligentiam. Ita quoque neque si modestiores modi: qui nimia sui festinantia quasi in venerea chorea lasciuientes preffugit audidit. Hac enim de causa Pythagorea schola molles chromatis modos repudiavit et Spartiate soleni decreto Thimotheum Milesium increpauerunt vehementer diatonicos concentus potius approbantes. qui si apte moderentur virtutis pre se ferunt modestiam. ut enim nimia tarditate ceu torpore quodam fastidimur inani. ita nimia celeritas molliciem quamdam pre se fert inhonestam. medium enim neque celeritate preceps nec ignaua tarditate pigrum: laudabile virtutisque emulum. quam ois etas probavit. probaturaque est: et ad quam musici modi tanquam moderationis animi quedam certe regule nos perducere debent: et ad diuina mentes nostras iugiter rapere. et felices si erunt qui hoc fine et musicen et omnem mundanam philosophiam quesierint. neque talibus esse solet celestis fauor atque presidium. qui autem secus faciunt miseri: quales nullos ad quos nostra hec modulationum elementa peruenierint futuros desideramus: quin eis ois harmonie vite decus: feliciter optamus/nostriusque victuros memores.

¶ Quarti elementorum Musices Jacobi Stapulensis finis. 22

Main body of text, appearing as a list or series of entries, though the content is illegible due to blurriness.

Table with multiple columns and rows, containing illegible data or text.

Faint text at the bottom of the page, possibly a footer or concluding remarks.

¶ Jacobus Faber Stapulensis Adhagnifico dño: Joanni Stephano Ferrerio designato Episcopo Clerfellenfi studiosorum amanuissimo.

Is diebus metallicis formulis Arithmetices pariter atq; Musices cōmissis elemētis: cogitanti michi dignissime p̄sul quid illoꝝ facilem prepararet intelligētiam: occurrit si introductio quedā ex diuina illa et Pythagorica diui Seuerini Boetij nūmerōꝝ institutione in mediū afferretur: que et vt domestica/familiarisq; ante alioꝝ lectiōem et tāta demonstrationū pōdera directrix haberet. Ita enī ferme compatum est vt nisi mens rite preparata fuerit: nullum in disciplinis capiat emolumentum. Ut enī periti medici potiones/digerentiaq; fortibus p̄mittunt pharmacijs quo firmiter inducant valitudinem: ita quoq; in omni disciplinarū genere opere precium est introductiones p̄mittere vt faciliorem assequamur discipline intelligētiam velut quādam perfectam n̄re mētis sanītatē. Quapropter ilico ex libris diui Seuerini Epitomen sum aggressus: cuius multiplex cōmoditas futura est. Ea enim assecuta: ad numeroꝝ demonstratiōes vt quibusdam Pythagore rīnibus iniciati preparatiq; accedent atq; illoꝝum librorū prisca sapientia refertorū institutionis Arithmetices: perfacilem capessent intelligentiam. imo ex vltima comparationis diui Seuerini et Jordani formula vniuersam elegātissime et nunq; satis laudate numeroꝝum institutionis cōmentationem consequētur facillime et ad quecunq; que numeroꝝum desiderant operam: viam perfacilem atq; aditum. Hanc ergo introductiunculam dignissime p̄sul non dubitavi nomini tuo designare: tametsi tue dignitatis habita ratione res sit exigua. Et qui noꝝim q̄ feruidus oīa studia complecteris/ q̄ in illis versaris assiduus scholę p̄pe Socrance assertor: nullum preter sapientiam bonum esse/ nullum preter studia litterarū. Non potest ergo obseruantia in te mea in re litteraria grata non fore: qui facis litteras/litteratosq; omnes obseruando: vt te debeant omnes obseruare littere. quod vtinam aliquādo pro dignitate facere possim tue virtutis iam satis longa consuetudine probate: iugis/assiduusq; cultor. Vale.

¶ Jacobi Fabri Stapulensis Epitome in duos libros Arithmeticos
 dñi Seuerini Boeci ad Magnificum dñm: Joannem Stephanum
 Ferrerium Episcopum Uersellensem.

Inter disciplinas mathematicas quibus neglectis omnis obscuratur
 disciplina: tanq̄ ceterarū parens/dux atq̄ domina: primum sibi ven-
 dicat arithmetice locum que vt rite cognoscat̄ queadmodū et cetera
 certis eget adnunculis. inter que primo menti figenda est vniuersorū
 circa que versatur subiecta formula/ mox singulorū diffinitiones/ post
 quas numerozū affectiones/ proprietatesq̄/ post proprietates: quo
 ex loco vniuerse sunt monstrande.

¶ Formula vniuersorum circa que negociat̄ arithmetica.

Numerus	Sesquiquintus	6.5.	Ante longior	15.	
Secundum se 2.	Superpartiens		Solidus		
Ad aliquid 4.2.	Superbipartiens	5.3.	Pyramis	4.	
Scdm figurā 3.	Supertripartiens	7.4.	Cubus 8.	latus 2.	
Numerus scdm se	Superquadrupartiens	9.5.	Pyramis		
Par 2.	Superquintupartiens	11.6.	Trigona	4.	
Impar 3.	Supersextupartiens	13.7.	Tetragona	5.	
Par	Abduplex superparticularis		Pentagona	6.	
Pariter par 4.	Duplus sesquialter	5.2.	Hexagona	7.	
Pariter impar 6.	Duplus sesquitercius	7.3.	Curta pyramis	29.	Sui tetragoni sūt 16.9.4.
Impariter par 12.	Duplus sesquiquartus	9.4.	Biscurta	25.	Sui tetragoni sunt 16.9.
Perfectus 6.	Triplus sesquialter	7.2.	Tricurta	41.	Sui tetragoni sunt 25.16.
Diminutus 4.	Triplus sesquitercius	10.3.	Laterculus	18.	Latera sunt 3.3.2.
Abundans 12.	Triplus sesquiquartus	13.4.	Alter	12.	Latera sunt 2.2.3.
Impar	Abduplex superpartiens		Lunus	24.	Latera sunt 2.3.4.
Primus 3.	Duplus superbipartiens	8.3.	Mūerus circularis	25.	
Compositus 9.	Duplus suptripartiens	11.4.	Sphericus	125.	
Ad altū p ^o 9.2.5.	Duplus supquadrupartiens	14.5.	Parallelepipedus	12.	Latera sunt 2.3.2.
Numerus ad aliqd	Triplus superbipartiens	11.3.	Abiectas	6.4.2.	
Æq̄litas 10.10.	Triplus suptripartiens	15.4.	Arithmetica	6.4.2.	
Inæq̄litas 10.5.	Triplus supquadrupartiens	19.5.	Geometrica	9.6.4.	
Inequalitas	Numerus scdm figuram		Abusica	6.4.3.	
maior ineq̄. 10.5.	Linearis	2.	Arithmetica		
mior ineq̄l. 5.10.	Planus	4.	Continua	6.4.2.	
Maioz inæqualitas	Solidus	8.	Disiuncta	7.5.6.4.	
Abduplex 2.1.	Planus		Geometrica		
Supplicar̄ 3.2.	Trigonus	3.	Continua	9.6.4.	
Supparties 5.3.	Tetragonus	4.	Disiuncta	9.6.3.2.	
Abduplex	Pentagonus	5.	Quarta medic.	6.5.3.	
Duplus 2.1.	Hexagonus	6.	Quinta medietas	5.4.2.	
Triplus 3.1.	Heptagonus	7.	Sexta	6.4.1.	
Quadrupl ^o 4.1.	Octogonus	8.	Septima	9.8.6.	
Quincuplus 5.1.	Ennagonus	9.	Octaua	9.7.6.	
Superparticularis	Decagonus	10.	Nonā	7.6.4.	
Sesquialter 3.2.	Endecagonus	11.	Decima	8.5.3.	
Sesquiterci ^o 4.3.	Dodecagonus	12.			
Sesquiquart ^o 5.4.	Alterā parte longior	6.			

Numerus est multitudo ex unitatibus aggregata.

Numerus scdm se sumptus est numerus qui in comparatione ad alterum minime consideratur neq; vt ad figuras geometricas applicatur.

Numerus ad aliquid: est qui in comparatione ad alterum sumptus: consideratur.

Numerus scdm figuram dicitur: prout ad figuras geometricas applicatur.

Numerus par: est qui in duo equa diuidi potest.

Numerus impar: est qui in duo equa minime diuidi potest.

Numerus pariter par: est numerus par cuius partes in duo equa ad unitatem vsq; sectionem recipiunt.

Numerus pariter impar est numerus par cuius media: equalium partitionem non admittunt.

Numerus impariter par: est numerus par cuius media equalium partitionem admittunt sed partium in duo equa partitio citra unitatem deficit.

Numerus perfectus est numerus par: cuius omnes cõposite simulq; accepte partes: sui totius summam implent. Pars est que aliquoties sumpta neq; excresecdo neq; deficiendo suum totum metitur.

Numerus diminutus est cuius collecte partes: minus ipso toto reddunt. qui z impfectus dicitur.

Numerus abundans: est cuius in vnum ad epte partes totius summam excedunt: qui et idem superfluus nuncupatur.

Numerus primus est numerus impar: qui sola unitate metitur. et idem quoq; incõpositus nominatur.

Numerus compositus est numerus: quem nõ sola unitas sed z alter numerus ipsum mensurat: qui z idem secundus appellatur.

Numerus solum ad alterum primus est numerus: qui fm se compositus est: ad alterum vero comparatus sola cõmuni metitur unitate. Par. impar.

Equalitas: est cum equalis numerus ad equalem comparatur.

Inequalitas vero est cum inequalis ad inequalem comparatur.

Ad maior inequalitas: est cum numerum maiorem ad minorem comparamus.

Ad minor vero inequalitas contra: quoties minorem maiori comparamus.

Numerus multiplex est cum maior numerus minori comparatus: eundem plusq; semel continet vt bis/ter/quater: et ita deinceps.

Unitatem numerorum fontem/principiumq; etiam numeri appellatiõne censemus.

Duplus est cum maior numerus minori comparatus: minorem bis continet.

Triplus cum ter continet.

Quadruplus cum quater.

Quincuplus cõ quinq; et hoc pacto deinceps fm naturalẽ numeroꝝ pgressiõem.

Numerus superparticularis est cum maior numerus minori comparatus totum in se numerum minorem continet: et eius partem aliquam.

Sesquialter est numerus superparticularis cum maior totum cõtinet minorem: et eius medietatem. et idem dicitur hemiolus.

Sesquitercius est cum maior continet totum minorem: et eius tertiam partem. qui z dicitur epitritus.

Sesquiquartus est cõ maior continet totum minorem: et eius quartam partem. Et si quintam cõtinet vocatur sesquitercius. et ita deinceps fm numerorum scriem.

Numerus suppartiens est cõ maior continet in se totum minorem: et eius insup aliquot partes vt duas/tres/q̄ttuor aut quotquot attulerit ipsa cõparatio. De his partibus id intelligitur: que minoris vnam partem non efficiunt.

Superbipartiens est cum maior continet minorem et duas eius partes.

Supertripartiens est cum tres eius partes insup continet.

Superquadripartiens cum quattuor: et hoc pacto deinceps.

Numerus multiplex supparticularis est quoties maior numerus ad minorem comparatus habet cum plusquam semel et eius partem aliquam.

Et si bis continet et eius medietatem vocatur duplus sesquialter.

Et si bis et tertiam duplus sesquitercius.

Et si ter et medietatem triplus sesquialter et ita deinceps: ex utriusque denominatione multiplicis et supparticularis prout comparatio attulerit nomina colligendo.

Numerus multiplex suppartiens est quoties maior numerus minori comparatus minorem plusquam semel continet et insuper eius aliquot partes. et nomina sumit proposita ex utraque comparationis denominatione. ut hec: duplus superbipartiens/duplus supertripartiens/triplus/quadruplus/quincuplus et similia. Et quo pacto quinque sumuntur species comparando maiorem ad minorem eo pacto sumuntur quinque correlatiue comparato minore ad maiorem: quorum et suorum specialium modorum specierum nomina: sola sub propositione addita effingimus: que sunt. submultiplex subsupparticularis/subsuperpartiens/submultiplex subsupparticularis/submultiplex subsuperpartiens. et species submultiplicis sunt subduplus/subtriplus/subquadruplus/subquincuplus. et hoc pacto deinceps.

Species subsupparticularis: subsesquialter/subsesquitercius/subsesquiquartus/subsesquiquintus. et hoc pacto deinceps.

Species subsuperpartientis sunt subsuperbipartiens/subsupertripartiens/subsuperquadrupartiens. et hunc in modum consequenter.

Species submultiplicis subsupparticularis subduplus subsesquialter/subtriplus subsesquialter et similes.

Species submultiplicis subsuperpartientis sunt subduplus subsuperbipartiens subduplus subsupertripartiens atque ceterae similes secundum rationis/comparationisque naturam. sed hec statim nota sunt.

Numerus linearis est qui per plures in unam/eandemque partem adiectas: describitur unitates.

Numerus planus est qui per suas unitates descriptus: in longum atque latum porrigitur.

Numerus autem solidus est qui per suas unitates descriptus longitudini et latitudini crassitiem superaddit: trinque distenditur interuallo.

Trigonus est numerus planus: qui suis unitatibus explicatus tria latera possidet equalia.

Tetragonus: quattuor equalibus angulis perficitur.

Pentagonus: quinque.

Hexagonus sex.

Heptagonus septem.

Octogonus octo.

Ennagonus nouem.

Decagonus decem.

Endecagonus undecim et hunc in modum deinceps: quos appellatione latina nuncupare possumus triangulos/quadrangulos/quinquangulos/sexangulos/septangulos/octangulos/nonangulos/decangulos/undecangulos et hoc pacto consequenter.

Numerus altera parte longior est numerus planus qui per unitates descriptus: longitudini latitudinem habet unitate discrepantem. et idem longilaterus appellatur.

Numerus vero antelongior: est qui per unitates descriptus latera sua habet plusquam unitate disiuncta. hoc est longitudinem latitudini plusquam unitate dissentientem.

Pyramis est numerus solidus cuius singula latera sunt ab uno planorum ad unum cacuminis verticem eleuata. Et planus numerus a quo latera eriguntur: pyramidis basis nuncupatur. Punctus autem/unitasque in qua conueniunt pyramidis conus/micro/vertexque dicitur. que si ex base triangula nascitur: pyramis triangula nominatur.

Si ex base quadrangula: pyramis tetragona. et hoc pacto deinceps.

¶ Nu me ri pa ris pro pri e ta tes.

- 1 Cum numerus par in duo partitur: si earum partium vna par est et alterā parem esse necesse est.
- 2 Cum par itidem in duo partitur si earum partiū vna impar est: altera erit impar.
- 3 Par parem si multiplicet semper nascitur par.
- 4 Par imparem si multiplicet nascitur par.

¶ Nu me ri im pa ris pro pri e ta tes.

- 1 Quilibet numerus impar in duo partitus: vt vnam partem parem et alterā imparem habeat necesse est.
- 2 Impar imparē si multiplicet protinus nascitur impar.
- 3 Impar si multiplicet parem: procreabitur par.

¶ Nu me ri pa ri ter pa ris pro pri e ta tes.

- 1 Quilibet numerus pariter par partem quālibet et nomine et quātitate parem habet. Nomine quidem quod denominationē habeat a numero pariter par: quātitate vero quod ea ipsa numerus sit pariter par.
- 2 Omnis numerus pariter par est aliquis dupl' cū ab vno continue sumptoz. Et quēlibet duplozū ab vno et solum talem: pariter parem esse necesse est.
- 3 Quotcūq; paritē pares ab vno cōnumeratavnitatem collecti: sequētū min^o vno restituūt.
- 4 Omnis numerus pariter par est diminutus.
- 5 Omnis numerus pariter par: ex respondentibus sibi mutuo partibus procreatur. Partes mutuo sibi respondentes: pars denominās/et denominata.
- 9 Numerozū pariter parium cōtinue dispositoz si series est impar: quod sub extremis cōtinetur equū est ei qui continetur sub medio in se ducto. deinde sub circūpositis vsq; ad seriei expletionē. Si vero fuerit par: equum est ei qui sub duobus mediis pūncē. deinde is qui alitricus illis adiiciūtur et hoc pacto vsq; ad seriei expletionē.

¶ Nu me ri pa ri ter im pa ris pro pri e ta tes.

- 1 Quilibet numerus pariter impar: mediētate habet imparem.
- 2 Omnis numerus pariter impar quālibet sui partē alterius quātitatis retinet/ pariter et denoiationis. Nā si quātitas est par: denoiatio erit ipar/et contra semp eueniat.
- 3 Omnis numerus pariter impar gignitur ex imparibus continue ab vnitatem sumptis: in quos binarius ducitur.
- 4 Omnes numeri pariter impares sese quaternaria numerositate trāscendūt: quattuoz naturali serie inceptos cōtinue relinquētes/ et ab sese cōtinue quinto loco distātes.
- 5 Omnis numerus pariter impar: duoz simul pariter impariū alitricus equidistāter iacentium et naturali serie collectozū est mediētas.
- 6 Omnium numeroz pariter impariū pari/ptinuaq; serie dispositoz: duas mediētates simul iunctas suis proximē alitricis numeris et illis qui super illos sunt vsq; ad vnitatem: simul/in vnūq; collectis equari necesse est.

¶ Nu me ri im pa ri ter pa ris pro pri e ta tes.

- 1 Omnis numerus impariter par aliquas eius partes habet et denominatione et quātitate respondentes: aliquas vero denominatione/ quātitateq; dissentientes.
- 2 Omnis numerus ipariter par ex numero pariter pari et pariter ipari procreat.
- 3 Completa ad longitudinē et latitudinem impariter parium serie: qui per longitudinē descripti sunt: sextam pariter parium seruāt proprietatē. qui autē in latitudine sextā seruant pariter imparium. Longitudo seriei est que a sinistro porrigitur in dextrū. Latitudo vero que ab imo euadit ad sursum.

- Au me ri per fe cti pro pri e ta tes.**
Omnis numerus pfectus alternatim altero scario/octonarioq; terminatus cōperit. 1
Omnis numerus pfectus ex pariter paribus ab vnitae sua serie collectis nascit: qui 2
in vnum congesti/congregatiq; numex primum constituūt: in quē ducitur aggre-
gatorum maximus.
- Au me ri di mi nu ti et abun dan tis pro prie tates**
Omnis n umerus diminutus: a sola monade aut a numero diminuto numerat. 1
Numerus abundans: solum abundantem numerat. 2
- Au me ri pri mi et com po si ti pro pri e ta tes.**
Omnis numerus primus ad omnē quem nō numerat primus est. 1
Omnis numerus compositus: a primo numeratur. 2
Omnis numerus ppositus post aliquem impariū naturali serie dispositoz totus esse 3
probat: quotus numer^o ille ipar ab vnitae fuerit aut post aliqū supra ipm iparē
totozū: totus. Quotus/et totus: vt tertius/quitus/septimus z hoc pacto deiceps.
Omnis numerus primus aliquis impariū est hoc pacto dispositoz qui post nullum 4
imparē aut aliquem supra ipsum totozum: totus vncrit quotus aliquis imparium
fuerit ab vnitae.
- Au me ri ad al te rum pri mi pro pri e ta tes.**
Omnes numeri adinuicē primi singuli in se ducti: numeros adinuicē primos pcreāt 1
Omnis numerus minor qui ad maiorē est primus a maiorē detractus quotus potest 2
et eo qui relinquet quoties potest a minorē detracto: z hoc pacto cōtinue quoties
opus est: tandē que detractiois vicem impediāt: relinquit vnitae.
- E qua li ta tis et ine qua li ta tis pro prie ta tes**
Equalitas est inequalitatis principium. 1
Omnis inequalitas ex equalitate nascitur. 2
Omnis inequalitas in equalitatem resoluitur. 3
- Abul ti pli cis pro pri e ta tes.**
Multiplē ceteris inequalitatibus sunt antiquiores/origineq; priores. 1
Omnis multiplex ex continua numeroz serie ad vnitatem relata confurgit. Multi- 2
plex/ multiplicis modus atq; species.
Omnis multiplex maiorē habet multiplicem. 3
- Spe cie rum mul tipli cis pro prie ta tes.**
Omnes dupli ex singulis paribus a binario sumptis ad singulos serici numerozum 1
ab vnitae continue comparatis: nascuntur.
Omnis triplus: a ternario duobus post singulū quēq; triplum naturalis serici nume- 2
rozum continue dimissis procreatur.
Quadruplus itidem continue tribus post singulū quemq; quadruplū relictis nume- 3
ris nascitur. et hoc pacto de quincuplo/lescuplo z ceteris.
- Su per par ti cu la ris pro prie ta tes.**
Omnis supparticularis: supparticularem supra se relinquit minorē. A minorē enim 1
cam esse dicimus: cuius pars a maiori numero denominat.
Omnis supparticularis ex continua serie numerozum: continue proxime sequētis ad 2
suam precedentem comparati: sumit initium.
- Spe cie rum su per par ti cu la ris pro pri e ta tes.**
Omnis sesquialter ex naturalibus/cōtinuisq; triplis: ad naturales/ cōtinuosq; duplos 1
comparatis enascitur.
Omnis sesquitercius pari pacto ex continuis quadruplis ad continuos triplos com- 2
paratis elicitur.
Omnes sesquiquarti ex continue quincuplis ad continuos quadruplos comparatis 3
simili origine extrahuntur. Et hoc pacto sesquiquinti ex lescuplis et quincuplis. et
sesquisepti ex septuplis et lescuplis z ita deinceps.

Su per par ti en tis pro pri e ta tes.

- 1 Omnis superpartiens maiorē supra se superpartientē relinquit. Maior ea est: que a maiore numero suam denominationē sumit.
- 2 Omnes superpartientes ex continue a quinario imparibus ad numeros cōtinua serie ternario succedentes comparatis surgunt.

Spe ci e rum su per par ti en tis pro pri e ta tes

- 1 Continue superbipartientes nascuntur si in vtrunq; terminū primi superbipartientis binarius ducitur et rursus in terminos producte superbipartientis et ita quoties in productos terminos ducetur binarius.
- 2 Continue suptripartientes simili creatione surgent si in terminos prime suptripartientis ternarius ducitur et in productos terminos. et ita deinceps. Et superquadripartientes si in primos eiusdem inequalitatis terminos duxeris quaternariū. Et idem quoq; valuerit si aliū quēcunq; duxeris numerū. et simili creatione reliquas superpartientis specterum formationes elicias.

Abul ti pli cū su per par ti cu la riū pro prie ta tes

- 1 Multiplices superparticulares continue nascuntur ex imparibus suo ordine a quinario collectis continue numeris a binario succedentibus cōparatis.
- 2 Dupli sesqualteri continue creantur: si continuis a binario paribus: numeri a quinario sese continue quinario transfilientes cōparabuntur.
- 3 Dupli sesquiterij idem orientur: si perpetua serie a ternario surgentibus triplis: numeri a septenario sese continuo septenario excedentes cōparabuntur.
- 4 Dupli sesquiquarti nascuntur: si a quaternario continue quadzuplis: numeri a novenario sese continue novenario transfilientes coaptabuntur / cōparabunturq;. et hoc pacto sesquiquarti ex quicuplis et vndenariis et eque in reliquis pfacilis est inuētio.

Abul ti pli cū su per par tien tiū pro pri e ta tes

- 1 Dupli superbipartientes nascuntur: si octonarius ternario / et continue se octonario transgredientes continue se ternario excedentibus cōparabuntur.
- 2 Dupli suptripartientes certa lege nascuntur: si ab vndenario et se continue eodem numero excedētes quaternario et se quoq; indiscōtinuata serie iugiter quaternarij summa transfilientibus: continue cōparabuntur.
- 3 Et dupli superquadripartientes a decimoquarto et se eodem transgrediētibus et quinario eodēq; se excedētib; reperiūtur. Et ita omniū hac industria facillima est inuētio. Et de triplis superbipartientibus / suptripartientibus et quibuslibet aliis hac arte facile series colligitur.

Thu me ri pla ni et so li di pro pri e ta tes.

- 1 Omnis numerus planus in triangulos est resolubilis.
- 2 Omnes figure plane sibi proxime adinuicē comparate vt tetragonus trigono et pentagonus tetragono et hoc pacto consequētes sese triangulo superant.
- 3 Omnis numerus solidus primoordiū sui tenet pyramidem.

Spe ci e rum nu me ri pla ni pro pri e ta tes.

- 1 Omnes trigoni surgunt si disposita naturali numerorum quātitate: prioribus semper proxime sequens adiciatur.
- 2 Tetragoni sunt omnes qui numeris naturaliter et in longum et in latum duplici serie dispositis et in seinuicē quolibet in quēlibet ductis: angulares reperiunt. Angulares dicuntur qui sursum a monade diametralē seriem ad angulum e regione oppositum complent.

- O**mnes tetragoni ex naturali serie ordinatis imparibus in vnam summā coaceruat; collectisq; nascuntur. 3
- O**mnis tetragonus ex duobus proximis quibusq; trigonis exurgit cōpositus. 4
- T**etragoni: sumptis quarūcunq; ab vnitare continue similitudinū numeris: locis imparibus vno semper in medio intermisso sumuntur. 5
- O**mnes tetragoni vna medietate iunguntur. 6
- S**i tetragonus tetragonū multiplicet: tetragonus prouenit. 7
- S**i vero tetragonus altera parte longiorē: nunq; proueniet tetragonus. 8
- P**entagoni surgūt ex numeris naturali serie ab vnitare sequētibus: duoz continuo post pentagonū facta inēmissione vna cū priorē vel priorib; pēthagonis collectis
- O**mnis pentagonus ex toto tetragono et proxime minori trigono cōponitur. 10
- H**exagoni hoc pacto tribus in medio dimissis generatur. 11
- O**mnis hexagonus ex trigono et proxime sequenti pentagono cōstituitur. 12
- H**eptagoni quattuor in medio hoc pacto dimissis numeris generantur. 13
- O**mnis heptagonus ex hexagono et proxime inferiori trigono constituitur. **I**n creatione huius figure duo trigoni proxime minores debent eminus constitui. 14
- O**ctogoni: quinq; gignuntur intermissis. 15
- O**mnis octogonus ex heptagonoz proximo sub se trigono surgit cōpositus. **E**t hoc pacto de ennagonis/ decagonis/ endecagonis/ dodecagonis continue vno plura intermittendo sentiendū est. et ex proximis minoribus figuris et trigonis proxime sub illis minoribus instar alioz constituūtur. **Q**uo fit vt omnes figure ex trigonis consurgere et in eodē resoluī facillime deprehendātur: quod cum ad Pythagoricā tum ad nōnullos Platonicoz intelligentiā nō nichil presidij affert et momenti

Al te ra par te lon gi o ris pro pri e ta tes.

- A**ltera parte longiores ex dispositis naturaliter paribus adinuicē coaceruatis peride ac quadrati ex imparibus procreatur omnes. 1
- O**mnis altera parte longior procreabitur si naturaliter ordinati pares in naturaliter dispositis imparibus singulatim ducantur. 2
- O**mnes longilateri/ alteraq; parte longiores circūstant angulares quadratos duab; naturaliter numerozū seriebus scdm longum latūq; dispositis et in seinuicē ductis
- S**inguli altera parte longiores naturaliter dispositi singulis quadratis itidem dispositis comparati: omnē numerozū partem gignunt/ et procreant. 3
- S**inguli altera parte longiores naturaliter siti singulis tetragonis a secundo naturaliter ordinatis comparati: similiter omnes restituent superparticulares. 5
- A**ltera parte longiores differētis paribus perinde ac quadrati i paribus disūgunt. 6
- A**ltera parte longiores cōtinue in proximozū quadratorum medio collocati: eādem proportionis habitudinē seruant. iterūq; a dupla proportione in omnē superparticularium speciem se porrigunt atq; diffundunt. 7
- O**mnis altera parte longior bis sumptus cum duobus altrinsecis quadratis coaceruatus: quadratum efficit. 8
- P**roximi quicq; altera parte longiores cum duplo mediū quadrati itidem tetragonū efficiunt. 9
- P**arte altera longiores duplati suis duobus altrinsecis quadratis aggregati: quadratos reddunt sed quos aliquis impar numeret. 10
- P**roximi altera parte longiores cum duplo mediū quadrati itidē quadratos sed quos numerus par numeret: efficiunt. 11
- A**ltera parte longiores naturaliter ordinati: singuli singulis naturalem seriem seruātib; quadratis copulati: continua serie triāgulares numeros cōstituunt. 12
- O**mnes altera parte longiores: continuo ex quadratis vno detracto latere nascunt. 13

- 14 Altera parte longiores continue alternatim quadratis interiecti: ad quadratos habitudinū similitudinē: non autem differentiarū seruant. Contra vero intercepti quadrati ad altera parte longiores relati: continue differentiarū equalitatē: non autē proportionū retinent/obseruantq; similitudinē
- 15 Alternati constitutis altera parte longioribus atq; quadratis: a binario differētie duplicantur et adinuicē eandē que τ totorū est inter se: seruant habitudinē.

Py ra mi dis pro pri e ta tes

- 1 Omnis pyramis ex aliqua numeroꝝ multangula figura: cui oēs congenere/similesq; figure superponātur: confurgit.
- 2 Cuiuslibet pyramidis basis est multangulorū numeroꝝ in pyramidis structurā aptoꝝ maximus
- 3 Pyramis trigona ex continue trigonis ad vnitatē vsq; supra seinuicē erectis gignit̃.
- 4 Et tetragona ex tetragonis et pentagona ex pēthagonis/ hexagona ex hexagonis hoc pacto supra seinuicē erectis et ita deinceps.

Cu bi pro pri e ta tes

- 1 Cubi producentur omnes si dispositis naturaliter post vnitatē imparibus duo primi coniūgantur. post quos alij tres. post quos quattuor. et hoc pacto consequēt̃.
- 2 Numeri cubi duabus eius ē proportionis medietatibus iungūt̃.
- 3 Si cubus cubum multiplicet: cubi forma conficitur.
- 4 Si cubus altera parte longiorē numeret: nunq; nascetur cubus.

Arith me ti ce pro pri e ta tes

- 1 Amedietas arithmetica suoꝝ terminorū semper proportionū dissimilitudinē gerit
- 2 Amedietas arithmetica cōtinue nascetur si naturalis numeroꝝ series indiscōtinuata protrahatur. Similiter et numeris hoc modo digestis si simili intercapedine abinuicem distantes: continue accipiāt̃. Quo fit vt pares: naturaliter sese cōsequētes inter se et impares hanc medietatis normam inuicē abinuicē se uent
- 3 Arithmetice medietatis coniuncte medius terminus extremorū simul iunctorum est medietas.
- 4 Arithmetice medietatis disiuncte extremi simul iuncti collectis/ coniunctisq; mediis adequantur.
- 5 Eiusdē medietatis vt termini ad seipsos: ita differentie ad differentias.
- 6 Amedietas arithmetica cōiuncta: sub extremitatibus minus continet eo numero qui ex medietate conficitur quantum possunt sub se due differentie que inter ipsos sunt terminos constitute.
- 7 Disiuncta vero tanto minus sub extremitatibus cōtinet eo qui cōtinetur sub mediis: quantum est quod fit ex differentia maximi ad vnum mediorū in differentiā mediū eiusdem ad minimum.
- 8 Huius medietatis quocunq; cōtinue dispositoꝝ numeroꝝ minores t̃mini maiores proportionē: maiores vero: minores proportionū habitudines cōtinue seruāt.
- 9 Arithmetice medietatis determinatoꝝ extremorum medius reperitur numerus: si extremorum coniunctorū medietas accipitur.

Ge o me tri ce me di e ta tis pro pri e ta tes.

- 1 Geometricæ medietatis quorūcunq; terminoꝝ continue dispositoꝝ et maiorum et minorū terminoꝝ equales sunt proportionū habitudines.
- 2 Geometrica medietas suoꝝ terminoꝝ conuersam seruat proportionalitatē vt semp si primus ad secundū quēadmodū secundus ad tertiu: ita cōuerso tertius ad secundū vt secundus ad primū quod τ in disiuncta medietate siliter euenire cognoscit̃.

Eadem quoque medietas quattuor terminis distributa semper permutatâ proportio- 3
nalitytem retinet. vt si quẽadmodum primus ad secundũ : sic tertius ad quartum.
ita vt primus ad tertium et secundus ad quartum.

Medietatis geometricæ terminorũ et eorũdem oriarum similis est proportio. 4

Medietatis geometricæ que in multiplicibus existit: maior numerus ad minorem com 5
paratus: ipsum minorem suam habet differentiã / aut multiplicẽ minoris / vno minus
q̃ maioris ad minorem sit habitudo.

In continua medietate geometrica: quod continetur sub extremis / equũ est ei qui ex 6
medio in se ducto nascit. Et in discõtinua ei q̃ fit ex duab⁹ in se ductis medietatib⁹

Continue proportionalitatũ species: quadratis ab vnitãte ⁊ altera parte lógioribus 7
alternatim vna serie dispositis: a prima multiplicũ medietate in omnes superparti-
cularium habitudines / proportionesq̃ discurrunt.

Geometricæ medietatis determinatis extremis medius proportionalis reperitur: si 8
numeri sub extremitatibus contenti tetragonũ latus accipiatur.

Ab e di e ta tis har mo ni ce pro pri e ta tes

Medietas harmonica in maioribus terminis maiorẽ seruat proportionẽ 1

Ab usice medietatis medius terminus in collectas extremitates ductus: duplum nu- 2
mero qui fit ex extremo in extremũ producit.

Ab usice medietatis determinatis extremis: medius reperitur terminus si per extre- 3
morũ coniunctorũ numerũ: numerus qui ex differentia extremorũ in minimũ con-
surgit diuiditur / isq̃ qui ex diuisione relinquitur accipiatur atq̃ minimo extremo
aggreget. diciturq̃ is nũerus q̃ ex diuisione relinquitur latitudo / latitudinisq̃ latus

Contingit ex harmonica medietate: primordiũ consonantiarũ consonãtiãsq̃ musicas 4
omnes elicere.

Re li qua rũ me di e ta tũ pro pri e ta tes

Si quarte medietatis extremi adinuicẽ sunt habitudinis duple: quod continetur sub 1
maximo et medio duplũ est ei qui continetur sub medio ⁊ minimo. Et omnino que
habitudo maximi ad minimũ. ea erit eius quod sub maximo et medio continetur
ad id quod continetur sub medio ⁊ minimo et id in omni medietate cõmune est

Si quarte medietatis medius ad minimũ sit duplus: quod cõtinetur sub maximo ter 2
minorũ et medio: duplũ erit ad id quod cõtinetur sub extremis. Et omnino q̃ habi-
tudo medij ad minimũ: ea erit numeri qui fit ex maximo in medium et minimũ. et id
quoq̃ omnibus publicũ atq̃ cõmune est.

Diuus Seuerinus medietatũ denariã Pythagore plenitudinẽ impleuit: Jordan⁹
autẽ denario vnitãtẽ adiecit.

Denarius medietatũ Boctij.

Undenarius medietatũ Jordani.

Prima	1. 2. 3.
Secunda	1. 2. 4.
Tertia	3. 4. 6.
Quarta	3. 5. 6.
Quinta	2. 4. 5.
Sexta	1. 4. 6.
Septima	6. 8. 9.
Octaua	6. 7. 9.
Nonã	4. 6. 7.
Decima	3. 5. 8.

Prima	1. 2. 3.
Secunda	1. 2. 4.
Tertia	3. 4. 6.
Quarta	1. 4. 6.
Quinta	6. 9. 11.
Sexta	3. 4. 6.
Septima	3. 4. 7.
Octaua	4. 6. 7.
Nonã	3. 5. 6.
Decima	6. 7. 9.
Undecima	6. 8. 9.

Formula proprietatū ex Boetio reperiendarū/
atq; ex Jordano demonstrandarum.

Di uis Se ue ri nus Bo e ti us Joz da nus.

Numeroz proprietates.	Caput.	Liber.	Proposstio.	Liber.
Numeroz.				
1	7	1	2	1
2	7	1	2	1
Numeroz par.				
1	5	1	2	7
2	5	1	2	7
3	46	2	10	7
4	46	2	12	7
Numeroz impar.				
1	5	1	3	7
2	46	2	11	7
3			10	7
Numeroz pariter par.				
1	9	1	31	7
2	9	1	29	7
3	9	1	32	7
4	9	1	54	7
5	9	1	25	4
6	9	1	26.40	2.7
Numeroz pariter impar.				
1	10	1	33	7
2	10	1	34	7
3	10	1	35	7
4	10	1	35	7
5	10	1	2	1
6	10	1	3	1
Numeroz impariter par.				
1	11	1	37	7
2	11	1	38	7
3	11	1	40	7
Numeroz perfectus				
1	20	1	0	0
2	20	1	60	7
Numeroz diminutus et abundās				
1	0	0	55	7
2	0	0	55	7
Numeroz primus et compositus				
1	0	0	1	3
2	0	0	2	3
3	17	1	25	7
4	17	1	25	7
Numeroz ad alterum primus.				
1	17	1	12	3
2	18	1	15	3

De uis Se ue ri nus Bo e ti us For da nus.

Numerozum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
Equalitas/inequalitas.				
1	32	1	70	9
2	32	1	70	9
3	1	2	75	9
Multipler.				
1	26.27.	1	38.70	9
2	23	1	37	9
3	23	1	52	9
Species multiplicis.				
1	23	1	38	9
2	23	1	38	9
3	23	1	38	9
Superparticularis.				
1	24	1	52	9
2	24	1	37	9
Species superparticularis.				
1	24	1	38	9
2	24	1	38	9
3	24	1	38	9
Superpartiens.				
1	28	1	52	9
2	28	1	42	9
Species superpartientis.				
1	28	1	7	2
2	28	1	7	2
Multipler superparticularis				
1	29	1	43	9
2	29	1	7	2
3	29	1	7	2
4	29	1	7	2
Multiplices suppartientes.				
1	31	1	7	2
2	31	1	7	2
3	31	1	7	2
Numerozum planus.				
1	6	2	0	0
2	19	2	0	0
Numerozum solitius.				
1	21	2	0	0
Species numeri plant.				
1	9	2	1	8
2	27	1	38	9
3	12	2	26	7
4	18	2	5	8
5	38	2	10	6
6	46	2	4	6

Di uis Se ue ri nus Do e ti us For da nus.

Numerozum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
7	46	2	14	6
8	46	2	14.26	6
9	14	2	12	8
10	18	2	12	8
11	15	2	14	8
12	18	2	14	8
13	16	2	21	8
14	18	2	21	8
15	16	2	22	8
16	00	0	00	0
Parte altera longior.				
1	26	2	27	7
2	28	2	38	9
3	27	1	38	9
4	33	2	38	9
5	33	2	38	9
6	33	2	27	7
7	33	2	38	9
8	33	2	32	6
9	33	2	31	6
10	33	2	32	6
11	33	2	31	6
12	34	2	11	8
13	35	2	10.5	1.8
14	37	2	38.5.2.22	9.8.1.10
15	37	2	20	10
Pyramis.				
1	23	2	28	8
2	23	2	28	8
3	23	2	27	8
4	23	2	28	8
Cubus.				
1	39	2	28	7
2	46	2	4	6
3	46	2	16	6
4	46	2	17.26	6
Medietas arithmetica.				
1	43	2	1	10
2	43	2	0	0
3	43	2	2	1
4	43	2	3	1
5	43	2	0	0
6	43	2	3	10
7	43	2	20	1
8	43	2	16	2
9	50	2	5	10

¶ Di uis Se ue ri nus Bo e ti us ¶ Tor da nus.

Numerozum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
Medietas geometrica.				
1	43	2		
2	44	2	1	2
3	44	2	3	2
4	44	2	20	10
5	44	2	5	2
6	44	2	25.26	2
7	44	2	0	0
8	50	2	38	9
Medietas musica.				
1	45	2	34	10
2	47	2	37	10
3	50	2	40	10
4	48	2	32	3
Quarta medietas.				
1	51	2	7	2
Quinta medietas.				
1	51	2	7	2

¶ Epitomes librorum Arithmeticozum Boetij finis.

¶ Jacobus Stapulensis Bernardo Uencario
doctoz medico numerozum amatozi.

Considerasti mi Bernarde: oēs disciplinas ad quas generoso spiritu sit
 annitendum difficiles esse siquidem virtus ois circa difficile versetur.
 verū hāc difficultatem nullos vnq̄ absterre: preter eos solos qui de
 re litteraria male meriti quod capere diffidunt ceteris dissuadent: aut
 q̄ ip̄is inuideant velut felicioribus/ aut potius q̄ eos ip̄os nescire pu-
 dibū dum sit. At scis q̄ procul presertim ab hoc p̄clarissimoz Parhisiēsi
 studio liuoz ois absit/ q̄ ignorātia pellat/ q̄ q̄ probent *Litomachū* *Cartaginensem*
 qui quadragesimū annum natus: primū studia litterarū petijt. in quibus adeo p̄fecit
 vt *Larneadi* sederit successor. quominus dubitādum est hūc locum: tutam eē discipli-
 narum stationem/ securūq̄ portum: et vndecunq̄ aduenerunt benigno excipi fauore/
 peramicoq̄ hospicio. Quapropter cum *Arithmetice* z *Abusice* superioribus diebus in
 studentū fauorem: huic loco tanq̄ asylo cōmitterētur voluisti *Rithmimachia* simul
 formari: ludum quidem numerozū non illiberalem/ sed quem deceat studiosos ado-
 lescentes cognoscere ne nimū tetrico videātur aduentasse discipline z quo interdum
 studio defessi primi earum *Tyrones* solent animum et cum vtili ocio/ tum honesto vi-
 res custodiāt incolumes. tale profecto consilium medicum decuit. Et si qui hanc ludi
 honestatem amabunt: gaudebunt tua opera post serias disciplinas hic esse insertum.
 Introducunt *Alcmeon* mathematicus *Pythagore* discipulus: z *Brōtinus* z *Bathil-*
 lus eius temporis adolescentes. Vale.

Bathillus/Alcmeon/Brontinus.

Alcmeon q̄ tempestiuus ades. Alc. quid hoc o adolescētes. Bat. qm̄ non nichil abs te ego & Brōtin⁹ perdiscere cupimus. Alc. quid nam id o Bathille. Bat. Prīusq̄ in fecentorum numero Pythagoram cōgrediamur: cupimus in rudibus alīq̄tulū formari. Et cū iam e nocturno cōgressu redeunt Pythagorē discipuli sciscitatur leuioza quedā que silenda non tradiderit. Atq̄ nos ipsi iam Abacum atq̄ mensulam perdidicimus. nūc aut̄ ludum quendā querimus inter vos confictū: plerūq̄ vestras curas post seria studia leuantem & quem vos ipsi in numeris vt et pleraq̄ alia exercere soletis. Alc. Rithmimachiam o Bathille forsitan itelligis. Bat. Eam ipsam Alcmeon. Alc. Dic age igitur Bathille

quot numerozū simplices inequalitates. Bat. Tres: multiplex/supparticularis/ & superpartiens. Alc. Maioris sc̄z habitudinis ad minorem. et in his tribus gñib⁹ oīno cōsistit ludus a te & Brōtino nūc a me petitus. Quid maxima harmonia: et quid harmonia minor? Bat. Maxima harmonia est cū quattuor numeroz in geometrica medietate cōstitutoz: extremi ad vnū mediorū Arithmeticam/ ad alterū dō Muscam seruāt medietatē. Et harmonia minor solum in q̄ttuor terminis duas seruat medietates. Et quid medietas Arithmetica/ quid Geometrica/ et quid Musica vocet: vudum perq̄s̄ uimus/ atq̄ satis qd̄ sint nos ipsi nobis tenere psuademus. Alc. Recte multa tenes o Bathille. atq̄ paulo latius hoc in loco noīc vtūtur maxime harmonie: vt ea ipsa dicat quoties in quattuor terminis minoribus quidē maiores gradatim sequētib⁹: he tres repiūtur p̄portionū medietates. mox dispo nunt p̄mo duobus ordinibus multiplices ex quattuor primis paribus ortos atq̄ ab ipsis denotates: duplos/quadruplos/sexcuplos/octuplos in leui/planāq̄ area q̄ sit seraginta q̄ttuor quadris spacijs dirempta alternis se interfecātibus lineis. post quos itidem duobus ordinibus cōsimiles supparticu lares locant: sesquialteros/ sesquiquartos/ atq̄ sesquioctauos. dehinc cōsimilib⁹ suppar tientes illis quidē affines/ atq̄ cōgeneos: supbipartiētes/ supquadripartiētes/ supersextupartiētes/ atq̄ supoctupartiētes. et spacia illa campos vocant et ordinatos in ipsis numeros parium aciem. Et e regione in totidem campis/ similib⁹ processu multiplices ordinant a quattuor p̄mis imparibus du ctos atq̄ ab eisdem denotatos: triplos/ quincuplos/ septuplos/ nōcuplos. post quos cōsiles suppar ticulares. post superparticulares cōsimilib⁹ affinitatis suppartietes/ structeq̄ erūt e regione duobus ordinibus hīc imparium/ illic vero parium acies hoc pacto

Acies Parium in Rithmimachia.

Duces superpartientium.			25	81	169	289			Calculi quadrā-
Comites suppartientium.			15	45	91	153			tales.
Duces supparticularium.			9	25	49	81			Triquetri.
Comites supparticulariū.			6	20	42	72			Triquetri.
Duces multiplicium.			4	16	36	64			Rotundi.
Comites multiplicium.			2	4	6	8			Rotundi.

Primi campi prime aree.

Primi campi secunde aree

Comites multiplicium.			3	5	7	9			Calculi rotundi.
Duces multiplicium.			9	25	49	81			Rotundi.
Comites supparticulariū.			12	30	56	90			Triquetri.
Duces superparticulariū.			16	36	64	100			Triquetri.
Comites suppartientium.			28	66	120	190			Quadrātales.
Duces superpartientium.			49	121	225	361			Quadrātales.

Acies Imparium in Rithmimachia.

Bat. Satis hanc numerozū assituationem apphendo. Alc. Ubiq̄ cōsistum respōsus vt campi sibi inuicem subiecti duplos/ sesquialteros/ mox superbipartiētes tenent: et iterū sibi mutuo subiecti quadruplos/ hinc sesquiquartos/ atq̄ supquadripartiētes. Et hoc pacto de reliquis. Atq̄ assignati numeri designatos sibi vendicant calculos eisdē numeris inscriptos: multiplices quidē rotūos sup particulares trigonos/ suppartietes tetragonos: excepto decimi noni loci parium numero qui tetra gona Pyramis est sex p̄mis tetragonis orta: & hinc sex basium/ sexq̄ facierū Pyramis dicitur. Hinc ergo numero mete Pyramidifq̄ forma debita est: que primos sex quadratos minoribus quidē maio ribus suppositis: habeat inscriptos. et hec p̄fecta Pyramis nūcupatur q̄ citra vnitatem eius Pyra midis mucro atq̄ vertex non deficiat. Cōsimili quoq̄ modo vicefimi loci imparium nūero imperfecte Pyramidis tetragonice forma debita est cui Pyramidi tres p̄mi tetragoni ad complementū desunt atq̄ iccirco tricurta dicitur et quia ex quinq̄ sequentibus tetragonis surgit: iccirco quinq̄ basium/ facierūq̄ eadem Pyramis nūcupatur. et illi quinq̄ tetragoni suis lateribus suo modo inscribūtur.

Bront. quid est Alcmeon q̄ calculos in officinis extornatiū multicolores sepeſero ego ipse aspe-
 xerim. Alc. neq̄ absurde queris Brontine. hoc ad acierū discrimen existimāt: sed duo colores michi
 satis esse videntur vt acies pariū sit nigricans q̄ pares ad mundū pertineant sensibilē. acies autem
 impariū nitua sit et candidas: q̄ impares masculi sint et in diuidue semper q̄ eiusdē substantie exprē-
 mant similitudinē. Pyramides tamē ob excellentiā cum sue nature tum diuinitatis quadratorū sub-
 stantie ex quorū coaceruatione surgunt coalescunt q̄ nobili quodā par est insignire colore. vt perfectā
 pyramida rubro et tricurā ceruleo. Bat. Perfectiorē colorem pyramidi parium tribuis q̄ ei que
 presidet aciei impariū. Alc. Nec iniuria o Bathille nam et eadē impar est et in eius mucrone ac ver-
 tice summo residet diuinitas. et latus sue basis infime: primus est a monade perfectus numerus/ et
 suarū bassum numerus eiusdē sue basis latus est/ numerusq̄ perfectus. et illa eadē sua basis primus
 est sensibilitū rerūq̄ mobilū circulus: verū tamē in ordine circuloꝝ tertius. primus enī simplicissim⁹
 est atq̄ plenissimus cuius centrum vbiq̄ est et circumferentia nullq̄. secundus est eternitatis horizon
 atq̄ supra tempus. tertius est horizon cui at cū tempore indefessa X̄tigne reuolutus. primus est nre
 pyramidis sumus mucro/ sumusq̄ vertex. secundus secūda basis. tertius prima/ infimaq̄ basis. Bat.
 Paradigmata fingis Alcmeon: ludum querimus non symbola. Alc. Recte amones Bathille. vtz
 ego memetip̄m negligebā: et a suscepto officio deerrabam longius. colores ergo vestri arbitrij sunt o.
 nam cū et alijs vsi fueritis nichil refert. verū quod super est his paucis deprehēdit regulis: et quo in
 re parua modicus vobis satis sit sermo regularum Prima sit hec.

¶ Calculi vnde cūq̄ in vacuos dimoueat. r can. pes. rotondi in scdm. trigoni in tertium. tetragoni cū
 sua pyramide in quartum. Bat. Zimoueri in scd m intelligis forte in primū campum. Alc. Ita
 volunt. est enim secundus a se sed post se primus.

¶ Secūda. Calculus oīs quōcūq̄ recto incessu calculum tollere potest: s; angulari atq̄ obliquo nunq̄.
 ¶ Tertia. Numerus numerum partis aduerse et quātitatis eiusdē suo recto cursu offendēs: eūdem
 tollit.

¶ Quarta. Si duo numeri eiusdē partis: numero partis aduerse quē iuncti cōstituit: circūponātur:
 clausum auferūt. hinc fit ternarius ⁊ quinaris clausum octonariū partis aduerse tolliant: et qua-
 ternarius ⁊ octonarius duodenarium. et hoc pacto de similibus.

¶ Quinta. Si inter duos aduerse partis numeros vacui interiacētes campi per minorem numerum
 multiplicati maiorem efficiant: numerus tollit maior. hinc euent vt binarius duodenariū sex inter-
 facentibus campis auferat/ et sextumdenarium octo. et ternarius senariū interiacetibus duobus/
 et nouenarium tribus: et quintumdenarium quinq̄.

¶ Sexta. Quicūq̄ numerus: cui vt recto calle dimoueat ut oīs adempta est potestas: tollitur.

¶ Septima. Si maxima pyramidis basis offendit pyr. midem: eam tollit. si offenditur: tollitur.

¶ Octaua. Si numerus per interceptos cāpos multiplicatus basim pyramidis maximam restituat
 eandem tollit.

¶ Nona. Si alie bases pyramidem offendant cōsimilis in campis (si adest) auferat: et idem eueniat
 si numerus per interualla multiplicatus aliquam illaz basium efficiat. si offendatur: eedem tollatur.

¶ Decima. Victoria parta est si in aduersis castris maxima constituit harmonia. itidem sed inferior
 ignobiliorq̄: si constituitur harmonia minor.

¶ Undecima. Calculi acquisiti ad complendam harmoniam aduerse parti auxiliares accipiūtur.

¶ Duodecima. Cū maxima harmonia parat̄ calculus ad complendam harmoniam acquiritur a suo
 loco non dimouetur.

Maxime	d	c	b	A			
Victorie	2	3	4	6	2.4.6	Medietas arith.	2.3.4.6 Geo. 2.3.6 har.
Pro acie	4	6	8	12	4.8.12	Medietas arith.	4.6.8.12 Geo. 4.6.12 har.
Parium	6	8	9	12	6.9.12	Medietas arith.	6.8.9.12 Geo. 6.8.12 har.
	4	6	9	12	6.9.12	Medietas arith.	4.6.9 Geo. 4.6.12 har.
	2	9	16	72	2.9.16	Medietas arith.	2.9.16.72 Geo. 9.16.72 har.
Maxime	3	5	15	25	3.5.15	Medietas arith.	3.5.15.25 Geo. 3.5.15 har.
Pro acie	5	9	45	81	5.9.45.81	Medietas arith.	5.9.45.81 Geo. 5.9.45. har.
Impariū	5	25	45	225	5.25.45	Medietas arith.	5.25.45.225 Geo. 25.45.225. har.
Minores	5	15	25	45	5.15.45	Medietas arith.	5.15.45 Geometrica.
Victorie	12	15	16	20	12.16.20	Medietas arith.	12.15.16.20 Geometrica.

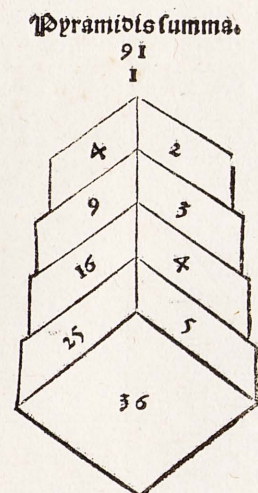
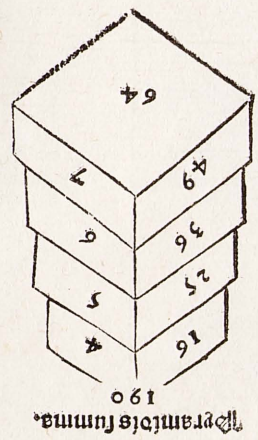
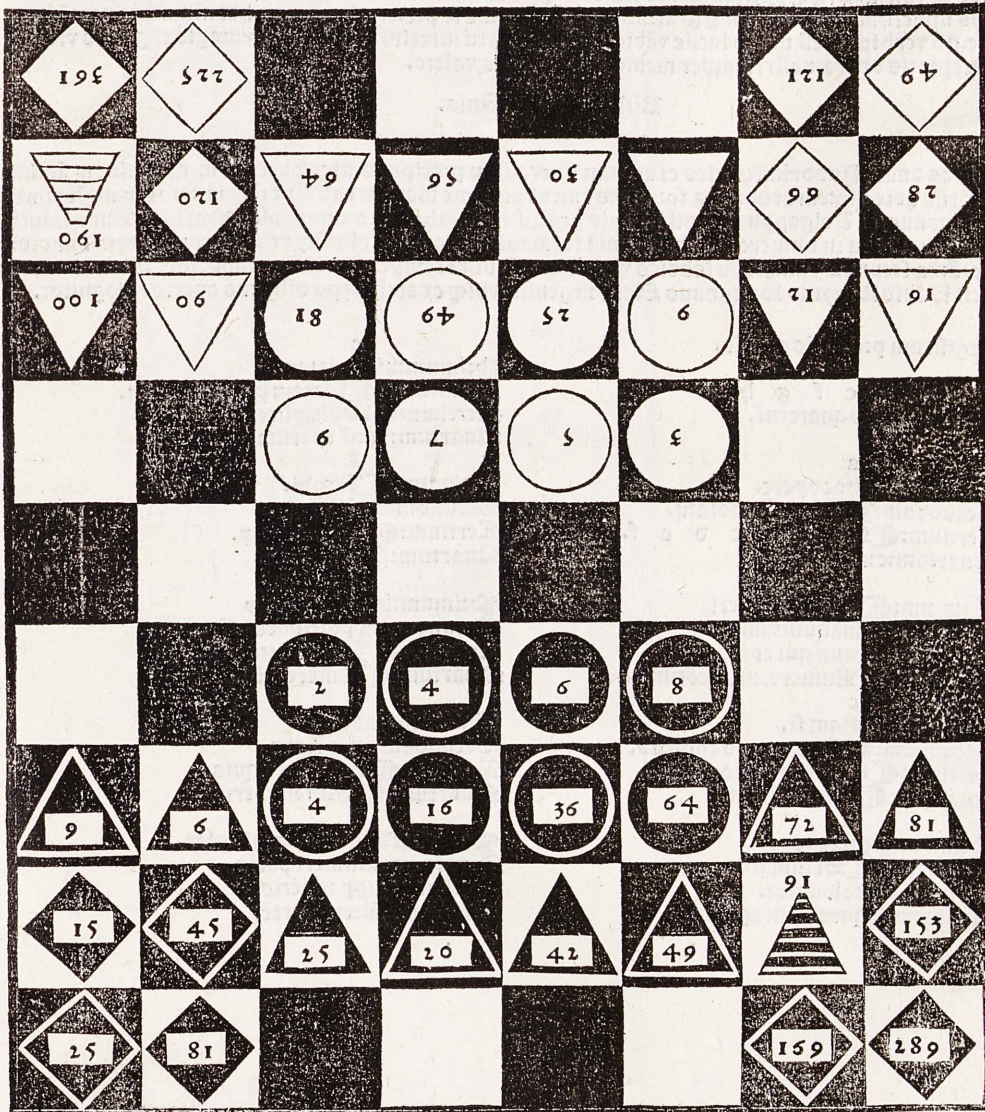
Prime maxime victorie consonantie musice	Secunde maxime victorie consonantie musice	Tertie maxime victorie consonantie musice
A b diapente	A b diapente	A b diatessaron
B c diatessaron	B c diatessaron	B c tonus cōsonantiaz principiū.
A c diapason	A c diapason	A c diapente
A d diapason ac diapente	A d diapason ac diapente	A d diapason
B ad diāz c d bis diapason	B ad diāz c d bis diapason	A ad diāz a c diapaso ac diapēte
		C ad diāz c d bis diapason

¶ Minores victorias ppaucas posui: vt vos venatoribus similes relinqūa: qui magis fere inuētione q̄ oblata sine venatione gaudere solent. Ex tribus tamen Bathille preceptis minorum victoziarum cognitio pendet.

¶ Primum. Datos duos campozū numeros iunge: iūctorū dimidium est inter eos in Arithmetica medietate medius numerus.

¶ Secundum. Datis itidem duobus nūeris: duc primū in scdm: et pducti accipe latus tetragonici. et illud est eozum rationis geometricæ medius numerus.

¶ Tertium. Datos duos numeros aggrega: et qui aggregatus est serua. duc primū in scdm: et pductum dupla: et duplatū diuide per seruatū aggregatū: et qui puenit est illozū numerozū harmonice pportionalitatis medius. Et si hoc pacto quēadmodū hęc tria docēt precepta integros numeros non reptas: numeri dati nullos habebūt in illa rōne/ pportionalitateq; medios. et nō modo minores victozias: seu sint ex Arithmetica et Geometrica/ seu ex Arithmetica et Harmonica/ seu ex Geometrica et Harmonica reperias: sed et si volueris maximas. Verū solent o Bathille aliter cāpos/ acierū duces/ comitesq; ordinare. vt area sit campozū sexagintaquattuoz. aut limite campozum medio aciem vt rang; dirimēt superadiecto duozum atq; septuaginta.



¶ Et campis hoc modo digestis rudes adhuc et quos ad mysteria ipse cetus silētium candidissimus pater nondum admittit ex supiozibus preceptis inter se concertant. mor x̄o puerilibus actis/ iocisq; reiectis ad silentia hymnosq; affuefacti: presentia preceptoris tanq; numinis cuiusdā fruūtur/ solan

rum/et vitam sine crimine transigunt innocuam/labeque carentem.hoc illis studium/hoc solamen/hec
vigilantissima cura:

Et sese toros rimentur ad vnguem

Ne quid hiet/ne quis perturbet se angulus/equis

Partibus vt coeat/nil vt declinet amissis.

Ne prius in dulcem declinant lumina somnum:

Omnia que longi reputarint acta diei.

Duo pretergressi/quid gestum in tempore/quid non.

Offensi prauis:dant palmam et premia rectis.

Tales candidi discipulos decet esse Pythagore. Ergo meum consilium est o Bathille et Brontine generosi adolentes:vt tantisper ludo indulgeatis dum tenerior etas vos ad altiora concedere non finit/dum tardat aditum.mox aut plusculo robustiores animo facti: nostrum silentium querite/et vos nostro cetui comites asciscite:vitam semper que frugi sit querentes innocuam. et me potius magistro (aut si mauultis vobiscum condiscete) doctrinam/moresque que iocos discite. vos aut dum etas teneriuscula partitur: a iunioribus que petiti ludi supfunvel que facillime discetis/nuncque ambo recte valete. Bar. Hos que valemus/que possumus o Alcmeon ego et Brontinus: bonas pro tue humanitatis officio habemus nunc/habebimusque semp gratias. et cognoscimus te preter dignitatem hec minutula percotatos esse. quod vero superest nobis facile vedicabimus. atque tu interim dum te ad seria magis erga nos vtetur preceptoris opera: nostri semper memor felicissimus valeto.

Arithmimachie Finis.

Has duas Quadrarum partes et artium liberalium precipuas atque duces cum quibusdam aminticularijs adiectis: curarunt vna formulis emendatissime mandari ad studiorum vtilitatem Joannes Digmantus/et Wolfgangus Hopilius suis grauissimis laboribus et impensis Parhisi Anno salutis domini: qui oia in numero atque harmonia formauit 1496 absolutisque reddiderunt eodem anno: die vicesima secunda Iulij suos labores vbicumque valebunt semper studiosis deuouentes. Et idem quoque facit David Laurius Brytannus Edinburgensis: vbi que ex archetypo diligens operis recognitor.

Registrum presentis operis.

a b c d e f g h i
Omnes quaterni.

Primum: In hoc opere.
Secundum: Jordani Memorarij.
Tertium: Si sint a b c d e f.
Quartum: c in se.

Primum: Si duo numeri.
Secundum: sima quintam.
Tertium: numerans qui et idem.
Quartum: Numerorum continue.

Primum: Nam si.
Secundum: Quadratus cubicus.
Tertium: Si fuerint duo numeri.
Quartum: Si quotlibet.

Primum: que precedens.
Secundum: Si sumatur.
Tertium: parte longior.
Quartum: sequens tetragonum.

e
Primum: numeratas.
Secundum: Datam proportionem.
Tertium: Multiplicem.
Quartum: cum ex trina.

f
Primum: Jacobi.
Secundum: Jacobi.
Tertium: Si terminorum.
Quartum: Supparti.

g
Primum: interuallo e d
Secundum: proportionem esse.
Tertium: Si idem ditonus.
Quartum: Differentia.

h
Primum: f ad g.
Secundum: ad q fiat p.
Tertium: Si sint pro reliquis.
Quartum: Si sint numeri.

i
Primum: Numerus multiplex.
Secundum: Numeri paris.
Tertium: Suppartieteris.
Quartum: Altera parte.