

Memoria de Ejecución del Proyecto

**AYUDAS DE LA UNIVERSIDAD DE SALAMANCA A
PROYECTOS DE INNOVACIÓN Y MEJORA DOCENTE
CURSO 2017/2018**

Título del proyecto:

**Resolución numérica y análisis de problemas
electromagnéticos con Mathematica™**

Código del proyecto: ID2017/060

Coordinador del proyecto:

Eduardo Martínez Vecino

Facultad de Ciencias

UNIVERSIDAD DE SALAMANCA

Índice de contenidos

- I. Relación de los miembros de la USAL participantes en el proyecto.
- II. Introducción y objetivos.
- III. Plan de trabajo previsto
- IV. Metodología, Actividades y Cumplimiento de objetivos
- VI. Análisis de resultados de la ejecución del proyecto de innovación
- VII.- Memoria económica
- VIII.- Anexo I: Facturas y especificaciones.
- IX.- Material docente desarrollado

I. Relación de los miembros de la Universidad de Salamanca participantes en el proyecto

Eduardo Martínez Vecino

Luis López Díaz

Ana García Flores

II. Introducción y objetivos

El presente documento presenta la Memoria de Ejecución del Proyecto titulado “*Resolución numérica y análisis de problemas electromagnéticos con Mathematica™*” (Código del proyecto: **ID2017/060**) concedido por la Universidad de Salamanca en el contexto del “Programa de mejora de la calidad” en la convocatoria de Ayudas a Proyectos de Innovación y Mejora Docente del curso 2017/2018.

La interacción electromagnética es una de las cuatro interacciones fundamentales de la Física. La primera toma de contacto con el Electromagnetismo en el grado en Física tiene lugar en la asignatura de primer curso “*Física III*”, donde se introducen los conceptos de campo eléctrico (\mathbf{E}) y campo magnético (\mathbf{B}), y las fuerzas entre cargas eléctricas y entre corrientes eléctricas. El estudio riguroso de la Teoría Electromagnética se aborda en las asignaturas de segundo curso: “Electromagnetismo I y II”. En la primera se describe la interacción electrostática entre cargas en reposo, y es donde se trabaja con el potencial electrostático (V), cuyo cálculo se lleva a cabo a partir de un formalismo integral y/o resolviendo analíticamente las ecuaciones de Poisson y Laplace (Teorema de unicidad, Método de las imágenes, Método de separación de variables). A partir del potencial electrostático, se obtiene el campo eléctrico de una determinada distribución de carga, y por tanto, la fuerza electrostática ejercida sobre otra distribución de carga. El último tema de Electromagnetismo I está dedicado por completo a la resolución analítica de las ecuaciones de Laplace y Poisson para el potencial electrostático a partir del método de las imágenes y del método de separación de variables.

La primera parte de la asignatura del segundo cuatrimestre (“Electromagnetismo II”) está dedicada al estudio del campo magnético, que se puede obtener analíticamente a partir de la ley de Biot-Savart y del principio de superposición por integración directa.

Lo mismo ocurre con el potencial vector (A), a partir del cual se puede calcular B . Cuando la solución analítica no es posible por integración directa, se hace uso del desarrollo multipolar del potencial vector para obtener el campo magnético de forma aproximada. Por otro lado, cuando los problemas presentan la simetría electromagnética y geométrica apropiada, es posible obtener el campo magnético (magnetostático) a partir de la ley de Ampere. Por tanto, los alumnos adquieren destrezas sobre técnicas analíticas para resolver problemas de geometrías sencillas. Sin embargo, los problemas de mayor interés científico y técnico, así como los más cotidianos, no pueden resolverse analíticamente mediante los métodos descritos. Por tanto, es necesario ***dotar al alumno de herramientas numéricas que permitan abordar el estudio de problemas realistas y de interés que les permitan analizar la validez de soluciones analíticas y explorar otros de interés experimental.*** Estos son los ***objetivos generales del presente proyecto*** de innovación: ***aprender a resolver problemas electrostáticos, electrocinéticos y magnetostáticos desde un punto de vista numérico, y analizar su solución cualitativa y cuantitativamente.*** A parte de su propio interés en el ámbito del Electromagnetismo II, la resolución numérica de estos problemas también les habilitará para profundizar en otras ramas de la Física, pues las ecuaciones y los métodos numéricos de resolución son, en muchos casos, análogos.

El cálculo numérico del campo magnético que se aborda en este proyecto de innovación docente se basa en la resolución numérica de las ecuaciones de Laplace y de Poisson para el potencial vector mediante el ***método de los elementos finitos*** (FEM). Como ya hemos mencionado antes, los alumnos que se enfrentan al “Electromagnetismo II” ya conocen los aspectos teóricos de la teoría del potencial (último tema de “Electromagnetismo I”), pero no disponen de las herramientas necesarias para la resolución numérica de problemas de interés. Partiendo de la resolución numérica a nivel de usuario (la programación de estos métodos es objeto de estudio en ulteriores asignaturas del grado, como “Física Computacional” de 4º curso), el énfasis del proyecto se pone en los aspectos teóricos del Electromagnetismo. Los alumnos ***aprenderán a utilizar el paquete de elementos finitos del software MathematicaTM, para el cual la Universidad de Salamanca posee licencia de campus,*** y por tanto, accesible a todo alumno de la USAL. Una vez introducido el método de trabajo basándonos en ejemplos propiamente seleccionados (ver detalles en la sección de “Plan de Trabajo”), se formulará una colección de problemas a resolver de esta forma por parte de los alumnos. La resolución de cada uno de estos problemas no terminará con la

obtención de la solución numérica, si no que dicha solución deberá contrastarse con posibles soluciones analíticas (Biot-Savart, Ampere, ...) o aproximadas (desarrollo multipolar) para establecer el rango de validez de las soluciones analíticas o el grado de aproximación que representan con respecto a la solución numérica. De esta forma, el proyecto pretende proporcionar al alumno una descripción global del Electromagnetismo, que además será de utilidad para el posterior desarrollo de capacidades de esenciales para ámbito profesional del alumno egresado.

III. Plan de trabajo previsto

Como hemos mencionado arriba, los fundamentos teóricos de la Teoría del Potencial en la que se basan los métodos de resolución de la ecuación de Laplace y de Poisson son objeto de estudio riguroso en la asignatura de “Electromagnetismo I”, que se cursa en el 1er cuatrimestre del 2º curso del grado en Física. En consecuencia, *la primera actividad presencial planificada tiene por objetivo introducir brevemente el método de los elementos finitos*. En la **primera sesión** se presentará dicho método, y los pasos necesarios para la resolución numérica de la ecuación de Laplace usando Mathematica™. Estos pasos son: 1) diseño de la geometría del problema y generación del mallado; 2) Imposición de condiciones de contorno (Dirichlet y/o Neumann) en determinadas superficies del problema; 3) resolución de las ecuaciones de Laplace y de Poisson, incluyendo la representación gráfica del potencial electrostático y del campo eléctrico. El último, paso 5), consistirá en la comparación de la solución obtenida con la analítica (si la hubiere) o con la aproximada. La primera sesión (una hora, para la que se podrán dedicar un seminario de la asignatura de “Electromagnetismo I”) tendrá lugar en un aula de informática, donde los docentes presentarán paso a paso uno o varios problemas electrostáticos en el vacío, con indicación de la sintaxis propia de Mathematica™ a utilizar. Estos problemas de ejemplo, conocidos por los alumnos de “Electromagnetismo I”, tienen solución analítica accesible a partir de la teoría de “Electromagnetismo I”: potencial y campo eléctrico de distribución de cargas eléctricas en el vacío, campo de una línea uniformemente cargada, campo de un anillo uniformemente cargado, campo generados dos planos conductores con cargas opuestas, etc (temas 1, 2 y 3 de “Electromagnetismo I”). Por tanto, además de introducir el método de resolución numérica a utilizar, también se afianzarán los conocimientos

previos adquiridos. Al finalizar la sesión, se plantearán otros problemas electrostáticos en para ser trabajados de forma individual o en grupos de hasta tres alumnos. En estos problemas sólo existirá un medio dieléctrico, con diferentes geometrías y condiciones.

En la **segunda sesión** (1 hora en otro seminario de Electromagnetismo I) se abordarán los problemas electrostáticos en medios dieléctricos. La resolución numérica de estos problemas requiere un replanteamiento de las ecuaciones diferenciales, que merece ser tratada de forma independiente. A modo representativo se resolverá el potencial y el campo entre las placas de un condensador cuando entre ellas se disponen dos dieléctricos con distinta permitividad y dispuestos en serie y en paralelo. Se contrastarán los resultados numéricos con los analíticos cálculos despreciando efectos de borde. También en esta sesión, y al igual que en la anterior, los docentes indicarán la forma en la que se deben presentar los resultados en un informe individual (documento *word* y presentación *powerpoint*), donde se plantee el problema y se describan los pasos seguidos en su resolución. En la parte final del informe, los alumnos deberán dar respuesta a varias cuestiones diseñadas para evaluar el grado de comprensión de los aspectos numéricos y físicos del problema. De esta forma, los alumnos dispondrán ya de todas las herramientas necesarias para el desarrollo de su trabajo individual, y no será necesario acudir al aula de informática, pues cada alumno estará en condiciones de resolver los problemas en casa con su ordenador personal.

La **tercera sesión** tendrá lugar durante el desarrollo de “Electromagnetismo II” y estará dedicada a ilustrar la similitud de problemas de electrocinética (tema 1 de “Electromagnetismo II”) con los problemas electrostáticos analizados previamente. Se plantearán problemas electrocinéticos, enfocados a calcular la distribución espacial de la corriente eléctrica, en los que los alumnos, a modo de exploración, reutilicen las herramientas de electrostática. Se plantearán dos problemas a modo de ejercicio que serán objeto de evaluación y computarán en la evaluación continua de la asignatura “Electromagnetismo II”. El primer problema será encontrar la distribución de la corriente de un semianillo plano y conductor entre cuyos laterales se establece una diferencia de potencial. La solución numérica debe ser comparada con la analítica que se obtiene mediante el método de separación de variables. El segundo problema será el de calcular la resistencia entre dos extremos de una cinta conductora plana con dos medios en paralelo de distinta conductividad. La solución numérica también será

contrastada con la analítica. Para fomentar el trabajo independiente, se propondrán problemas similares introduciendo variantes en la geometría, los materiales y/o las condiciones.

La **cuarta sesión** tiene por objetivo el estudio de problemas magnetostáticos en el vacío, en los que, en lugar del potencial electrostático, obtenga el campo magnético a partir del potencial vector. De nuevo se hará énfasis en la similitud de los problemas magnetostáticos con los estudiados previamente. En este caso, se calculará el campo magnético de una espira de corriente y de un solenoide. En ambos casos, se analizará la solución numérica comparándola con la analítica en puntos del eje de la espira y del solenoide calculadas a partir de la ley de Biot-Savart y a partir de la ley de Ampere respectivamente (tema 2 de “Electromagnetismo II”). Los alumnos, no sólo dispondrán de un par de ejemplos que indican la potencia de los métodos numéricos, que permiten calcular el campo en cualquier punto del espacio. Además, podrán analizar el rango de validez de soluciones aproximadas obtenidas a partir del desarrollo multipolar del potencial (tema 3 de “Electromagnetismo II”). Al finalizar la sesión, se planteará el ejercicio final, que, junto con los dos mencionados antes, será objeto de evaluación de evaluación continua de la asignatura. A tal efecto se propondrán distintos problemas con cuestiones similares para fomentar el trabajo personal de cada alumno. Ejemplos de estos problemas pueden ser el estudio de la fuerza entre dos solenoides (tema 7 de “Electromagnetismo II”) o el análisis del campo magnético en el interior de un solenoide en el que se ha introducido parcialmente un material magnético lineal (temas 4 de “Electromagnetismo II”). De esta forma se facilita el aprendizaje por descubrimiento, de vital importancia en el desarrollo de un Físico.

Durante el curso, los docentes estarán disponibles en tutorías durante dos horas semanales para resolver las dudas que puedan surgir durante el desarrollo de su trabajo personal. Los alumnos serán divididos en tres grupos, cada uno de ellos a cargo de uno de los docentes participantes en el proyecto de innovación.

IV. Metodología, Actividades y Cumplimiento de objetivos

En esta sección describimos los detalles de la metodología llevada a cabo durante la implantación del proyecto docente en el curso de “Electromagnetismo II” del año académico 2017-2018, según se planificaron como se ha descrito en la sección anterior.

Presentaremos ejemplos del material aportado en las sesiones presenciales, y también algunos ejemplos de los problemas propuestos para ser resueltos y trabajados por los alumnos de forma individual.

Se ha seguido el plan de trabajo expuesto en la sección III. Estas son las **actividades presenciales** llevadas a cabo: Se impartió una **primera sesión** de introducción a Mathematica y a la resolución de las ecuaciones diferenciales usando el método de los elementos Finitos, con ejemplos relacionados con la resolución de la ecuación de Laplace y Poisson para problemas electrostáticos. En la **segunda sesión** se trataron problemas electrostáticos con dieléctricos en los que se introdujeron las condiciones de las condiciones de contorno. La **tercera sesión** se dedicó a los problemas electrocinéticas, y por último, en la **sesión cuarta** se presentaron los detalles de la resolución de problemas magnetostáticos, tanto en el vacío como en medios materiales.

Material preparado por los docentes y proporcionado a los alumnos:

- **Presentación *powerpoint*** utilizada en estas sesiones presenciales.
- **Cuaderno de ejemplos¹**, con todos los pasos para resolver los ejemplos presentados.
- Colección de problemas propuestos.

Una vez concluida la exposición de los ejemplos que ilustran todos los tipos de problemas, se prepararon colecciones de problemas para ser resueltos por cada alumno de forma individual. Cada alumno recibió por parte de los docentes 4 problemas, de 4 tipos diferentes. De cada tipo de problema se prepararon varias variantes, para fomentar el trabajo individual (y grupal) de los alumnos. **La correcta resolución y entrega de estos problemas propuestos constituyó la evaluación continua en los términos que se describen a continuación.**

Criterios para la Evaluación de “Electromagnetismo II” para el curso 2017-2018:

Constituirá de una prueba final escrita en la fecha señalada en la guía académica, y de una parte de **evaluación continua:**

¹ Todo este material está disponible en el enlace que se da al final de este documento.

- La **prueba final** escrita se evalúa de 0 a 10 puntos. Un alumno que alcance un 5 en la prueba final aprueba la asignatura, de la misma forma que un alumno con un 10 tendrá esa nota final. Un alumno con un 5 en la prueba final podrá obtener una nota final hasta 2 puntos por encima en función de la evaluación continua. En caso de obtener una nota mayor o igual a 4 en la prueba final, el alumno podrá superar (aprobar) la asignatura en función de la evaluación continua (un alumno con un 4 en la prueba final supera la asignatura si y sólo si tiene una nota igual o superior a 1 en la evaluación continua). Un alumno con una nota inferior a 4 en la prueba final no supera la asignatura independientemente de la nota que obtenga en la parte de evaluación continua.
- La **parte de evaluación continua** consta de la resolución de 4 problemas, con partes teóricas/analíticas y otras numéricas. Será valorada con un máximo de 2 puntos a sumar a la nota de la prueba final, siempre que esta sea igual o superior a 4 puntos. Se prepararán colecciones de problemas diferentes pero similares, cuyos enunciados serán entregados a cada alumno de forma individual. La solución debe ser entregada antes de la/s fecha/s límite, que será/n fijada/s al finalizar el seminario de introducción a la resolución de problemas electromagnéticos con Mathematica. En la evaluación de esta parte se valorará la completitud y corrección de los resultados pedidos, el análisis previo y posterior de los mismos. Así mismo, también se valorará la presentación de los informes de resultados, con énfasis en el uso riguroso de la notación, de las unidades, y la claridad de las gráficas.

VI.- Análisis de resultados de la ejecución del proyecto de innovación

Como hemos manifestado antes, la resolución de los problemas propuestos constituyo la parte de **evaluación continua de la asignatura**, pudiendo incrementar en 2 puntos la nota final, siempre que se cumpliesen los criterios expuestos antes.

De los 85 alumnos matriculados en la asignatura de “Electromagnetismo II” en el curso 2017-2018, 54 entregaron los problemas propuestos. Los tres primeros eran muy similares a los presentados en las sesiones presenciales y cuyos pasos se dieron en el cuaderno desarrollado por los docentes participantes en el proyecto de innovación docente. El problema 4, aunque sencillo, precisaba que los alumnos analizaran previamente la necesidad de resolver otra ecuación diferencia para el potencial vector. Sólo 2 de los alumnos resolvieron el problema 4.

Debemos manifestar que el **interés y respuesta de los alumnos** no fue el previsto. Los alumnos tuvieron 5 semanas para resolver y entregar los problemas. Sólo 7 alumnos acudieron a tutorías para resolver dudas relativas a los problemas propuestos, pero en la mayoría de los casos *lo hicieron la última semana antes de la fecha límite de entrega*. Además las dudas eran, en la mayoría de los casos, relativas a detalles de instalación y/o de sintaxis de comandos *Mathematica*, lo cual indica que los alumnos no se tomaron la actividad con el grado de planificación e interés previsto.

Antes de terminar esta memoria de actuación debemos mencionar que el esfuerzo llevado a cabo por los docentes (preparación de material docente, dedicación de sesiones presenciales, diseño de problemas propuestos,...) no ha sido compensado con la respuesta de los alumnos. Al contrario, la percepción sobre el interés global de los alumnos interés al respecto de las actividades propuestas es que éste no va allá de la nota final en la asignatura. Sin embargo, esto, aunque puede sonar desalentador, no nos desmotiva de cara al diseño de nuevos proyectos de innovación y docente que puedan no sólo fomentar la motivación de los alumnos, sino que además redunden un mejor resultado de la actividad de enseñanza-aprendizaje.

VII.- Memoria económica

Financiación concedida: 0€

VIII.- Anexo I: Facturas y especificaciones.

No ha lugar por lo expuesto en el apartado anterior.

IX.- Material docente desarrollado

Todo el material docente (presentación *powerpoint* de las sesiones presenciales, cuaderno de ejemplos, y problemas propuestos) preparado durante el transcurso del presente proyecto de innovación docente está accesible en el enlace:

https://drive.google.com/open?id=1H1HzUS_VLpykesBa6WE6Zu-c48cphSrm