FACULTAD DE CIENCIAS

MÁSTER UNIVERSITARIO DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

Trabajo de Fin de Máster

LA CREATIVIDAD EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE MODELIZACIÓN POR FUTUROS MAESTROS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Autora: Saray Martínez Lastras

Tutora: María Teresa González Astudillo

Cotutora: María José Cáceres García

Salamanca, julio 2021

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

FACULTAD DE CIENCIAS

MÁSTER UNIVERSITARIO DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

Trabajo de Fin de Máster

LA CREATIVIDAD EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE MODELIZACIÓN POR FUTUROS MAESTROS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Autora: Saray Martínez Lastras

Tutora: María Teresa González Astudillo

Cotutora: María José Cáceres García

Saray Martínez Lastras

Firmado por MARTINEZ LASTRAS, SARAY (FIRMA) el día 09/07/2021 con un certificado emitido por AC DNIE 004

María Teresa González Astudillo

GONZALEZ ASTUDILLO MARIA TERESA - 07839831M 2021.07.10 14:46:36 +02'00'

María José Cáceres García

CACERES GARCIA MARIA JOSE - 07959463Z

Firmado digitalmente por CACERES GARCIA MARIA JOSE - 07959463Z
Fecha: 2021.07.09 12:17:02 +02'00'

Salamanca, julio 2021

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

DECLARACIÓN DE ORIGINALIDAD

Dña.: **Saray Martínez Lastras**, con DNI 70835623Q, estudiante del Máster Universitario de Modelización Matemática en la Universidad de Salamanca, como autora del trabajo académico presentado como trabajo fin de máster, titulado: LA CREATIVIDAD EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE MODELIZACIÓN POR FUTUROS MAESTROS DE EDUCACIÓN PRIMARIA.

Declara bajo su responsabilidad:

Que es de su autoría y que no ha sido presentado con anterioridad, ni total ni parcialmente, para superar materias previamente cursadas en esta u otras titulaciones de la Universidad de Salamanca o cualquier institución de educación superior u otro tipo de fin.

Así mismo, declara no haber trasgredido ninguna norma universitaria con respecto al plagio ni a las leyes establecidas que protegen la propiedad intelectual, así como que las fuentes utilizadas han sido citadas adecuadamente según el estilo APA.

Salamanca, julio 2021

Fdo.: Saray Martínez Lastras

Firmado por MARTINEZ LASTRAS, SARAY (FIRMA) el día 09/07/2021 con un certificado emitido por AC DNIE 004

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

ÍNDICE

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

RESUMEN

La implementación de problemas de modelización matemática en la Educación Primaria constituye un elemento esencial en los planes de formación académica, contribuyendo no solo en el desarrollo de las matemáticas en un contexto real para los alumnos, sino también en su creatividad. No obstante, son escasas las investigaciones sobre el impacto de este tipo de problemas en el desarrollo de la creatividad de los estudiantes. El propósito del estudio es analizar la creatividad de estudiantes del Grado de Maestro en Educación Primaria de la Universidad de Salamanca cuando resuelven un problema de modelización matemática que consistía en la realización de un mural de dimensiones dadas que debía rellenarse con una determinada pieza. Concretamente, se pedía construir la pieza y determinar la cantidad de piezas necesaria. La experiencia se llevó a cabo con estudiantes de tercer curso, del Grado en Maestro en Educación Primaria, que resolvieron la tarea de forma grupal, durante los cursos 2019-20 (de manera virtual, 10 grupos) y 2020-21 (de manera virtual 5 grupos y presencial 7 grupos). Se analizaron las distintas resoluciones, de cada grupo para la construcción de la pieza, el cálculo del área de cada una de ellas (como paso intermedio), la cantidad de piezas necesaria y la validación de la solución (como paso final). Para estudiar el grado de creatividad se valoraron sus tres componentes: fluidez, flexibilidad y originalidad (Leikin y Lev, 2013). El valor de la creatividad de cada grupo en cada actividad se obtuvo como suma de las puntuaciones obtenidas en la flexibilidad multiplicada por las de la originalidad de todas las resoluciones dadas por ese grupo y todo ello multiplicado por la puntuación obtenida en la fluidez total.

Los resultados muestran gran variedad de estrategias de resolución y permiten apreciar pequeñas diferencias en la fluidez, flexibilidad, originalidad y creatividad en función del curso y de la forma de enseñanza.

Las diferencias fueron significativas únicamente en la flexibilidad entre los grupos virtuales del curso 2019-20 como los del curso 2020-21 respecto a la actividad de la construcción de la pieza. Otro resultado que cabe destacar es que prácticamente todos los grupos calcularon el área de la pieza construida, en cambio, solo el 36'36% realizó la validación del resultado.

Aunque no se cuenta con una muestra amplia, estos resultados permiten abrir líneas de investigación. Esto podría tener implicaciones en la formación de los futuros docentes respecto a la capacidad de abordar situaciones de modelización matemática.

PALABRAS CLAVE: creatividad, flexibilidad, fluidez, originalidad, tarea de modelización matemática.

ABSTRACT

The implementation of mathematical modelling problems in Primary Education constitutes an essential element in academic training plans, contributing not only to the development of mathematics in a real context for students, but also to their creativity. However, research on the impact of this kind of problem on the development of students' creativity is scarce. The purpose of the study is to analyse the creativity of students of Master's Degree in Primary Education at the University of Salamanca when they solve a mathematical modelling problem which consisted of making a mural of specificated dimensions that must be filled in with a certain piece. Specifically, it was asked to construct of the piece and determine the necessary number of pieces. The experience was carried out with third-year students of the Degree in Primary Education, who solved the task in small groups, in sessions during 2019-20 (virtually, 10 groups) and 2020-21 (virtually 5 groups and 7 groups respectively). The different resolutions of each group were analysed for the construction of the piece, the calculation of the area of each one of them (as an intermediate step), the necessary amount of pieces and the validation of the solution (as a final step). To study the degree of creativity, three components were valued: fluency, flexibility and originality (Leikin y Lev, 2013). The creativity value for each group in each activity was obtained as the sum of the scores obtained in flexibility multiplied by those of the originality of all the resolutions given by that group and then multiplied by the score obtained in total fluency.

Results show a large variety of resolution strategies and allow us to appreciate little differences in fluency, flexibility, originality and creativity depending on the academic course and the way of teaching.

The presence of significant differences was found in the flexibility between 2019-20 virtual groups and those of the 2020-21 to the construction of the piece. Another result that should be standed out is that practically all the groups calculated the area of the constructed piece, on the other hand, only 36’36% carried out the validation of the result.

Although there is not a large sample, these results allow us to open lines of research. This could have implications for the training of future teachers regarding the ability to deal with mathematical modelling situations.

KEY WORDS: creativity, flexibility, fluency, mathematical modeling task,, originality.

RESUMEN

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

INTRODUCCIÓN

INTRODUCCIÓN

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

INTRODUCCIÓN

Actualmente, la enseñanza en los países desarrollados tiene un gran impacto. La preocupación social por el nivel adquirido de conocimientos en los estudiantes es consecuencia directa de este hecho y queda reflejado, entre otras cosas, en las reformas educativas (Sierra et al., 2011).

Una de las disciplinas básicas en la educación de un alumno es la materia de matemáticas, debido a que es un instrumento que ayuda entender el mundo que nos rodea (Sierra et al., 2011). De hecho, las directrices curriculares de la mayor parte de los países presentan las matemáticas como uno de los ámbitos de conocimiento que mejor puede ayudar al desarrollo de los alumnos como personas que piensan y razonan (Chamoso y Cáceres, 2016).

En los últimos años, el campo de la modelización en educación matemática ha cobrado mucha importancia debido al interés que tiene que los alumnos resuelvan problemas relacionados con el entorno real que les rodea y al desarrollo de mentes abiertas a las matemáticas (Gallart et al., 2017).

De esta manera, la aplicación de este campo en las aulas de primaria debería ser un elemento fundamental en los procesos de enseñanza-aprendizaje, porque son actividades que, además de trabajar las matemáticas, según Trigueros (2009) y Benito (2020):

- Proporcionan una excelente oportunidad para desarrollar eficazmente los conocimientos de los alumnos, además de ampliar su visión de lo que significan las matemáticas en la solución de problemas reales.
- Ayudan a la mayor parte de los estudiantes a sentirse más seguros de sus competencias y valorar de manera diferente la función de los cursos escolares.
- Posibilitan la discusión, trabajo y reflexión en equipo.

Pero, para Benito (2020) la creación de tareas de modelización también tiene dificultades y barreras como pueden ser obstáculos organizativos e introducción de nuevos cambios en la manera de enseñar; obstáculos con los alumnos, por ejemplo, en las pruebas de acceso a la universidad del año 2021 donde el alumnado se quejaba de que se incluían problemas que se alejaban de los ejercicios habituales en los exámenes de Matemáticas II (Martell y Aramayano, 2021) y; obstáculos con los profesores.

Precisamente, la inclusión de la modelización en la educación conlleva principalmente formar a los profesores con los conocimientos suficientes para crear tareas de este estilo (Ortiz et al., 2014) lo que supone, desarrollar la creatividad y estar preparados para afrontar distintos pensamientos.

La creación de tareas de modelización exige considerar no solo que los estudiantes que se enfrentan a este tipo de problemas deben ser capaces de resolverlos en términos matemáticos, sino que los docentes que las pongan en práctica, deben poder canalizar estos problemas hacia las matemáticas que se desea enseñar (Trigueros, 2009). Por ello, saber anticipar las respuestas de los estudiantes en tareas de modelización es una capacidad necesaria para poder planificar y tener en cuenta las posibles ideas de los estudiantes, establecer los diferentes niveles de competencia asociados y diseñar la puesta en práctica. Por tanto, se hace necesaria la formación en la anticipación de tareas de modelización durante la formación de docentes (Montero y Callejo, 2019).

Bajo estos supuestos, en la Universidad de Salamanca se propone, en el entorno de la formación de maestros en Educación Primaria, un problema de modelización matemática que los futuros maestros deben resolver de todas las maneras posibles. Este problema se centra en conceptos de medida y geometría, que son contenidos del currículo de Educación Primaria según el Real Decreto 126/2014 de 28 de febrero. La experiencia mostrada en este problema forma parte de la materia Matemáticas y su Didáctica II, utilizando como instrumento fundamental la modelización y la innovación de métodos aplicados en las aulas, como en las habilidades examinadas en los alumnos.

INTRODUCCIÓN

En este trabajo, el **objetivo principal** es analizar la creatividad de estudiantes del Grado de Maestro en Educación Primaria de la Universidad de Salamanca cuando resuelven un problema de modelización matemática. Para ello se establecen los siguientes objetivos específicos:

- Analizar la fluidez, flexibilidad y originalidad de los estudiantes para maestro de Educación Primaria en sus resoluciones al problema de modelización matemática.
- Establecer si las características anteriores dependen de la actividad que resuelven.
- Comparar la incidencia de la creatividad en otros factores, como el tipo de enseñanza recibida (presencial/virtual) o el curso académico en el que estuvieron matriculados en la asignatura Matemáticas y su didáctica II de la Universidad de Salamanca.

Una vez expuesto el objetivo, el trabajo seguirá la siguiente estructura:

- En el capítulo I, se expone la parte teórica del trabajo donde se explican una serie de conceptos previos. En primer lugar, se menciona la modelización matemática en formación de futuros maestros y el entorno en el que se sitúa este concepto. Y seguidamente se explica la creatividad en la resolución de tareas matemáticas.
- En el capítulo II, se expone la metodología empleada para llevar a cabo el estudio. En el primer punto se dice el contexto en el que se realiza la investigación. Después, se describe la muestra usada en el estudio. Posteriormente, se desarrolla el procedimiento y se precisa el instrumento de análisis utilizado. Y, finalmente, se explica cómo se hará el análisis de los datos.
- En el capítulo III, se presentan los resultados obtenidos en el análisis descriptivo, análisis de la normalidad y análisis inferencial.
- En el capítulo IV, se debate una discusión sobre los resultados obtenidos y se muestran las conclusiones que se han obtenido con la investigación que se ha realizado.
- Y para finalizar, se refleja la bibliografía utilizada para llevar a cabo el estudio.

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

CAPÍTULO I
MARCO TEÓRICO

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO

El marco teórico se ha organizado en dos apartados: el primero trata de la modelización matemática, las tareas en modelización y la formación de docentes; y el segundo apartado reúne las características de la creatividad en la resolución de tareas de matemáticas.

MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN FORMACIÓN DE FUTUROS DOCENTES

La modelización matemática en el ámbito educativo tiene como objetivo formar alumnos capaces de aplicar las matemáticas y transferir los conocimientos en una variedad de contextos y situaciones fuera de la escuela (Quiroz y Rodríguez, 2015).

No existe una única manera de definir la modelización matemática (Cordero et al., 2009). En este trabajo se tiene en cuenta a Gómez (1998) quien la precisa como un proceso que consiste en formular un problema real en términos matemáticos, resolverlo si es posible e interpretar los resultados en los términos del problema y de la situación estudiada.

La realización de tareas de modelización matemática en el ámbito escolar conlleva que los alumnos interpreten, reflexionen y validen los resultados matemáticos en el mundo real que les rodea, los cuales son procesos esenciales en la resolución de problemas orientados a fomentar la alfabetización matemática (Blum, 2002). Efectivamente, resolver una tarea de este tipo, desde un punto de vista normativo e idealizado (Borromeo, 2006), incluye varias etapas que forman un proceso iterativo que transita entre el mundo real y el matemático (Lesh y Doerr, 2003). La resolución de una tarea de modelización matemática sigue un proceso cíclico con varias etapas que varían en función de los autores. La Figura 1 muestra el ciclo de modelización propuesto por Maaß (2006). Esta representación es un esquema simplificado de las diversas etapas que no debe ser entendido como un algoritmo que se debe recorrer de forma lineal (Maaß, 2006).

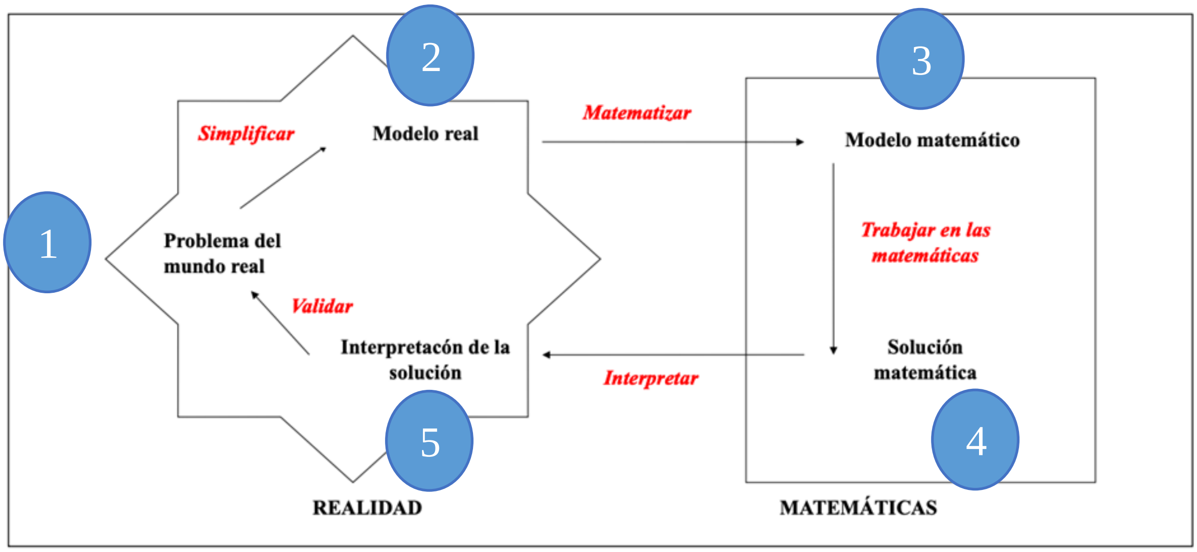


Figura 1: Ciclo de modelización (Maaß, 2006, p.115)

El ciclo de modelización comienza con la consideración de un problema del mundo real donde el alumno debe comprender el problema que se formula ya que se encuentra en una situación cercana (1) y a través de la simplificación y estructuración, se construye un modelo real (2). A continuación, mediante suposiciones, generalizaciones y formalizaciones se crea el modelo matemático (3). Una vez establecido el modelo matemático, se trabaja con las herramientas matemáticas disponibles para obtener una solución matemática (4). Posteriormente, se interpreta esta solución matemática en la situación real inicial (5). Finalmente, el proceso se valida y se comprueba que la solución real es la correcta y el modelo es el adecuado. Si esto no es así, se debe volver a realizar el ciclo (Gallart et al., 2015).

Para que los estudiantes puedan recorrer este ciclo de modelización, deben aplicar los conocimientos, habilidades y actitudes que constituyen la definición de competencia de modelizar que según Blomhoej y Hojgaard (2003), se define como la capacidad de afrontar adecuadamente y de manera independiente todos los pasos del proceso de resolución de una tarea de modelización en un cierto contexto.

Para llevar a cabo este tipo de tareas, uno de los principales elementos es la formación del docente ya que tiene la responsabilidad de educar a las generaciones que en un futuro estarán al frente de la sociedad. Aprender a educar no es una tarea sencilla, pues no solo se deben aprender habilidades y técnicas pedagógicas (Chamoso y Cáceres, 2009), sino que deben saber anticipar, interpretar y dotar de significado las respuestas de los estudiantes (Montero y Callejo, 2019) Los educadores en matemáticas, por ejemplo, deben involucrar a los estudiantes en aplicar las matemáticas en contextos reales integrando así la modelización matemática dentro de las aulas (Irigoyen et al., 2021). Y para ello, con anterioridad los maestros deben haber adquirido en su formación el concepto de modelización matemática (Llinares y Krainer, 2006), así como una anticipación previa a la puesta en práctica de ello.

Cuando el maestro selecciona una tarea para llevarla al aula es conveniente que se prevean las distintas soluciones que los estudiantes puedan responder y planificar una serie de preguntas que le pueden hacer o ciertas modificaciones a la tarea para hacerla más fácil o difícil en caso de que se requiera (Montero y Callejo, 2019).

En relación con lo propuesto, se estudiarán las soluciones dadas por grupos de futuros maestros a un problema específico de modelización, con las cuales desarrollan su capacidad de anticipación y el concepto de modelización matemática.

CREATIVIDAD EN LA RESOLUCIÓN DE TAREAS MATEMÁTICAS

La creatividad es una capacidad humana que sirve para pensar y razonar algo nuevo y que asociado con las matemáticas es la capacidad para crear nuevas perspectivas e ideas matemáticas (Desli y Zioga, 2015). Si se asocia la creatividad a las tareas matemáticas esto permitirá estudiar la resolución de problemas desde diferentes perspectivas sin aplicar una respuesta fija, identificar patrones y elegir un método apropiado para abordarlo (Leikin y Lev, 2013). Pese a que existen muchas maneras de definir la creatividad, las dos tendencias comunes que lo describen en la literatura especializada según Kwon et al. (2006) son la creación de nuevos conocimientos matemáticos y el desarrollo de habilidades flexibles para la resolución de problemas.

Según Torrance (citado en Leikin, 2009) la creatividad matemática se evalúa a partir de cuatro índices que son:

- La fluidez es el número de respuestas que produce el alumno.
- La flexibilidad es el número de diferentes conceptos e ideas matemáticos que el estudiante descubre.
- La elaboración que indica la complejidad de los pensamientos matemáticos.
- La originalidad se centra en las ideas nuevas que conducen a soluciones poco frecuentes.

La creatividad es una característica que deben desarrollar los alumnos en la escuela y esta se evalúa con sus experiencias previas y el desempeño de otros estudiantes que tienen antecedentes educativos similares (Leikin, 2009).

La creatividad matemática en las aulas generalmente está relacionada con la resolución o presentación de problemas con múltiples soluciones (Silver, 1997), como pueden ser las tareas de modelización matemática. Dar solución a este tipo de problemas permite a los estudiantes dar los primeros pasos hacia la creatividad matemática (Mann, 2006). El promover la creatividad matemática en las aulas se explicita en la mayoría de los currículos del mundo, ya que se considera una capacidad que se puede mejorar o por el contrario que caiga en decadencia si no se práctica (Leikin, 2009).

Recientemente, se han hecho estudios de cómo los profesores perciben la creatividad dentro de las aulas de matemáticas. Algunos como Bolden et al. (2010) concluyen que la creatividad matemática está relacionada con el uso de las nuevas tecnologías, otros como Chiu (2009) obtienen que los profesores que están ejerciendo tienen preferencia por los problemas creativos a la hora de enseñar las fracciones.

Sin embargo, uno de los componentes más importantes para mejorar la creatividad en los alumnos es la tarea que se resuelve. Para medir la creatividad en la resolución de un problema, Leikin (2009) propuso la siguiente herramienta:

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="2"></td><td colspan="4">Creatividad</td></tr>
<tr><td>Fluidez</td><td>Flexibilidad</td><td>Originalidad</td><td rowspan="3">$Flx_i \; x \; Or_i$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Puntuación por solución</td><td>Para un estudiante en un grupo pequeño</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">Flx_1=10 para la primera solución
Flx_i=10 para las soluciones con diferentes estrategias
Flx_i=1 estrategia similar pero diferente representación
Flx_i=0'1 misma estrategia y representación</td><td>Or_i=10 para las soluciones no convencionales
Or_i=1 para soluciones parcialmente no convecionales
Or_i=0'1 para soluciones convencionales</td></tr>
<tr><td>Para un estudiante en un grupo grande</td><td>$Or_i = 10 \quad P < 15\%$
$Or_i = 1 \quad 15\% \le P < 40\%$
$Or_i = 0.1 \quad P \ge 40\%$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Puntuación total</td><td>n</td><td>$Flx = \sum_{i=1}^{n} Flx_i$</td><td>$Or = \sum_{i=1}^{n} Or_i$</td><td>$Cr = \sum_{i=1}^{n} Cr_i$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Puntuación final de la creatividad</td><td colspan="4">$Cr = n\left(\sum_{i=1}^{n} Flx_i \times Or_i\right)$</td></tr>
<tr><td colspan="6">n es el número total de soluciones correctas</td></tr>
<tr><td colspan="6">$P=(m_j/n)\cdot 100\%$ donde m_j es el número de estudiantes que realizan la solución j</td></tr>
<tr><td colspan="6">i es cada una de las soluciones dadas por un alumno</td></tr>
<tr><td colspan="6">grupo grande se considera a aquellos grupos formados por más de diez estudiantes</td></tr>
</table>

Tabla 1: Herramienta para evaluar la creatividad en diferentes contextos (Leikin, 2009, p. 139)

Estos estudios sugieren que para introducir los problemas matemáticos creativos en las aulas se debe tener presente a los docentes. Por tanto, analizar la creatividad que tienen los futuros profesores en problemas matemáticos de modelización es importante para conocer su forma de abordar la enseñanza.

Concretamente, en este estudio se intenta examinar la creatividad de una tarea de modelización matemática en futuros maestros.

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

CAPÍTULO II
METODOLOGÍA

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

CONTEXTO

En el presente estudio se consideró que los futuros profesores, estudiantes del Grado en Maestro en Educación Primaria, debían adquirir conocimientos sobre el papel que desempeñaba la modelización dentro de la enseñanza de las matemáticas.

Para ello, en una primera sesión se les explicó el ciclo de modelización (Figura 1) y una pequeña definición de este concepto. En la segunda sesión, se les entregó un problema de modelización (Figura 2). El problema consistía en la construcción de un mural para lo que se propusieron dos tareas: construir la pieza del mural y determinar el número de piezas necesarias para completar el mural. Los alumnos debían resolver las tareas de todas las formas diferentes que se les ocurriera. Este problema se planteó durante los cursos académicos 19-20 y en el 20-21 a los estudiantes matriculados en la asignatura Matemáticas y su Didáctica II de tercer curso del Grado en Maestro en Educación Primaria en la Facultad de Educación de la Universidad de Salamanca. El objetivo de aprendizaje era desarrollar capacidades relacionadas con la modelización en las matemáticas utilizando contenidos vinculados con conceptos de medida y de geometría. Los estudiantes tuvieron a su disposición el enunciado del problema en la plataforma de Studium. El primer año la docencia fue íntegramente virtual mientras que en el segundo la mitad de los estudiantes estaban de forma presencial en el aula y la otra mitad podía seguir la docencia de forma virtual. Para la docencia virtual la herramienta que se utilizó fue Blackboard. El problema constaba de dos tareas que los estudiantes debían resolver de todas las maneras que se les ocurriera.

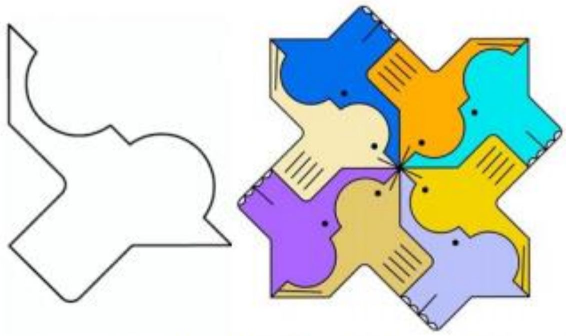
PRÁCTICA 4: El mural

Material: plantilla, regla, compás, tijeras, cartulina, calculadora.

ESTA ES UNA TAREA PARA HACER DE FORMA COLABORATIVA. NO OS DISTRIBUYAIS TAREAS E INTENTAD HACER TODAS LAS TAREAS, CADA UNO DE VOSOTROS.

A. SITUACIÓN

El día 30 de enero ha sido declarado por UNICEF como día internacional de la paz. Con ese motivo un grupo de alumnos va a hacer un mural de 110 cm por 130 cm con piezas ensambladas de forma que no haya huecos. Lamentablemente la alumna que se iba a encargar de hacer el mural, Cristina, se ha puesto enferma. La va a sustituir una compañera, Laura. Pero no encontró el material con las piezas para hacer el mural. Sólo el diseño de una de las piezas. Necesita saber cuántas piezas necesita para construir el mural y cómo construir todas las piezas necesarias. Aquí tienes el diseño de la pieza y un posible diseño del mural.



1. Debéis determinar los pasos para construir la pieza del mural y calcular el número de piezas necesarias para rellenar la superficie reservada para la exposición. Intentad resolver la situación de todas las formas que se os ocurran. Si lo resolvéis individualmente y lo compartís con el resto de los compañeros de vuestro grupo tendréis más formas de resolver la tarea.
2. Escribir un informe/carta a Laura con **todo lo que habéis averiguado en el punto 1** de forma **razonada**, incluyendo los pasos para realizar la pieza del mural, el cálculo del número de piezas, de todas las formas que se os han ocurrido, los **materiales** que se necesitan para resolver la tarea y los **contenidos matemáticos** que son necesarios utilizar para resolverla. Podéis incluir las imágenes y fotos con lo que habéis hecho.

Figura 2: Enunciado del problema de modelización propuesto a los futuros maestros

PARTICIPANTES

Los estudiantes (futuros maestros) del curso 19-20 recibieron una enseñanza íntegramente virtual debido al estado de confinamiento decretado por el gobierno de España por la pandemia de la COVID-19 (eran 10 grupos que denotamos 20_G01_V, …, 20_G10_V). Parte de los estudiantes del curso 20-21 realizaron este problema de forma presencial (7 grupos que denotamos 21_G01_P, …, 21_G07_P) y otros virtual (6 grupos que denotamos 21_G01_V, …, 21_G06_V). Por lo que se disponía de las resoluciones realizadas por 23 grupos de entre 3 y 5 integrantes. Esta experiencia se llevó a cabo por el profesor habitual de la asignatura que también era miembro del grupo de investigación. Los estudiantes trabajaron en el problema durante una sesión de dos horas, debido a que estos no habían resuelto nunca una tarea de modelización se les hizo una primera sesión de formación previa.

La forma de codificar las soluciones de estos grupos se estableció siguiendo las siguientes pautas:

- Los dos primeros dígitos correspondían al curso académico.
- La letra G indicaba la palabra grupo y los dos números que acompañaban eran el grupo al que pertenecían.
- Finalmente, la V o la P significaba virtual o presencial, respectivamente.

Por ejemplo, el 21_G07_P era el grupo 7 del curso 2020/21 que tuvieron una enseñanza presencial o el 20_G01_V era el grupo 1 del curso 2019/20 con enseñanza virtual.

PROCEDIMIENTO

Los datos que se estudiaron para llevar a cabo la investigación fueron las resoluciones planteadas por los 23 grupos que resolvieron las dos tareas que se les pedían.

El estudio de la creatividad de los diversos grupos con una determinada tarea exigía conocer todas las posibles resoluciones dadas por todos los grupos. Por tanto, una revisión inicial de las resoluciones dadas permitió observar que, para dar respuesta a la tarea correspondiente al número de piezas necesarias para construir el mural, muchos estudiantes realizaron 3 actividades que, por ser de diferente naturaleza, se consideraron por separado en el estudio: cálculo del área que ocupa una pieza, número de piezas necesario para rellenar el mural y la validación de la respuesta. En definitiva, los alumnos realizaron cuatro actividades una correspondiente a la primera tarea y las otras tres actividades pertenecientes a la segunda tarea.

Se pretendía analizar la creatividad a partir de las componentes de la fluidez, flexibilidad y originalidad de los grupos de estudiantes cuando resolvían una tarea de modelización matemática. Para ello se adaptó la herramienta desarrollada y validada por Leikin (2009) a la tarea planteada a los estudiantes para maestro. Concretamente para cada uno de los aspectos descritos por Leikin, en nuestro caso se consideraron las siguientes reglas:

- Para la **fluidez,** que medía el número de soluciones de cada uno de los grupos y que, en este estudio, únicamente se consideró para obtener la creatividad final de cada grupo, se asignó la misma puntuación que Leikin (2009). Es decir, se puntuó con un 1 a cada una de las soluciones dadas por cada grupo y así la fluidez total de cada grupo era el número total de soluciones en un grupo.
- Para establecer la puntación a la componente **flexibilidad** (Flx), se realizó un análisis de contenido de las resoluciones de cada actividad. En primer lugar, se distinguieron las diferentes estrategias utilizadas por cada solución aportada y, para cada una de ellas, se profundizó en la figura de la que se partía para resolver la tarea (ver apartado INSTRUMENTO DE ANÁLISIS). Después de crear el instrumento de análisis con todas las posibles estrategias y figuras de partida se determinaron las puntuaciones para cada resolución de cada grupo de estudiantes con el mismo criterio que Leikin (2009). Para establecer la puntuación en la flexibilidad se consideró tanto la estrategia usada en su resolución de la tarea, como la figura de partida usada para dicha solución. Se asignó un 10 por cada estrategia nueva, un 1 si la estrategia pertenecía al grupo de soluciones utilizadas anteriormente, pero la figura de partida era diferente de otras soluciones y un 0’1 si se repetía la estrategia y el punto de partida respecto a otras soluciones ya evaluadas anteriormente. La puntuación de la flexibilidad total en un grupo de cierta tarea era la suma de puntuaciones en cada una de las soluciones dadas por ese grupo para esa tarea:

$$Flx = \sum_{i=1}^{n} Flx_i$$

Donde n era el número total de soluciones dadas en la resolución de uno de los grupos sin tener en cuenta si eran correctas o no.

- Respecto a la puntuación de la **originalidad** (Or), se utilizó la puntuación por solución para un estudiante en un grupo grande de Leikin (2009), a pesar de que nuestros grupos estuvieran formados por 3, 4 o 5 estudiantes. Se calculó comparando los espacios de soluciones individuales con el espacio de soluciones colectivas del grupo de referencia. Si P era el porcentaje de grupos que realizan una solución concreta respecto al total, la puntuación de la originalidad de un grupo se realizó de la siguiente forma:
    - Or_i tenía una puntuación de 10 si $P < 15\%$.
    - Se le asignó un 1 a la Or_i si $15\% \leq P < 40\%$.
    - Y $Or_i = 0'1$ si $P \geq 40\%$.

  La puntuación total de la originalidad en un grupo y una tarea concreta era la suma de la originalidad de todas las soluciones dadas por ese grupo:

$$Or = \sum_{i=1}^{n} Or_i$$

- La puntuación que recibió cada solución para la **creatividad** (Cr) fue la puntuación que se le asignó a esa solución en flexibilidad por la de la originalidad. En cuanto a la puntuación que se estableció para la **creatividad** (Cr) es $Cr_i = Flx_i \ x \ Or_i$. Se deducía, que las soluciones con mayor flexibilidad y originalidad tendrían la puntuación más alta en la creatividad que era de 100. Por tanto, la creatividad total era la suma de la creatividad de todas las soluciones dadas por ese grupo:

$$Cr = \sum_{i=1}^{n} Cr_i$$

- La puntuación final de la creatividad fue la misma que Leikin (2009):

$$Cr = n \sum_{i=1}^{n} (Flx_i \ x \ Or_i)$$

Donde n era el número total de soluciones dadas por un grupo sin tener en cuenta si eran correctas o no.

Una vez realizada la revisión inicial de las resoluciones y vistas las puntuaciones que se podían establecer, se observaron las soluciones de todos los grupos y se eliminó la solución de uno de ellos debido a que las evidencias disponibles eran los documentos escritos por los estudiantes y en ese grupo no había evidencias suficientes para asignar una puntuación. Finalmente, en el estudio quedaron 22 grupos para estudiar, los cuales se clasificaron de la siguiente forma:

CLASIFICACIÓN	NÚMERO DE GRUPOS
grupos virtuales 2019/20	10
grupos presenciales 2020/21	7
grupos virtuales 2020/21	5

Tabla 2: Número de grupos que resuelven la tarea de modelización

El primer grupo corresponde a todos los grupos formados en el curso académico 2019/20 y los otros dos grupos se refieren a la división que se hizo en el aula en el curso 2020/21 siendo por un lado los grupos que asistieron a clase de manera presencial y por otro los que asistieron de manera virtual.

INSTRUMENTO DE ANÁLISIS

A continuación, se explicará el instrumento de análisis que sirvió para establecer las puntuaciones en la flexibilidad.

Se realizó una tabla para cada una de las actividades realizadas por los grupos de estudiantes en las que en la columna de la izquierda viene cada una de las estrategias posibles a utilizar con su respectiva definición y en la de la derecha la figura de la que se parte para resolver la actividad.

Estas estrategias y figuras de partida se establecieron por parte del equipo investigador mediante triangulación, de manera que las 3 integrantes, de forma individual, revisaron el 50% de las resoluciones esperando encontrar todas las estrategias utilizadas. El instrumento se creó y refinó mediante consenso y discusión de las discrepancias hasta conseguir un criterio común. Posteriormente se aplicaron a todas las resoluciones, se añadieron las estrategias no detectadas en el proceso previo y se codificaron las resoluciones por parte de las integrantes del equipo investigador. El porcentaje de coincidencia entre las tres fue cercano en todos los casos al 100% lo que garantiza la fiabilidad del instrumento. Todos estos datos con las asignaciones de cada resolución se recogieron en una tabla Excel.

La primera actividad que debían resolver los futuros maestros era la de construir la pieza del mural. Para su resolución los estudiantes utilizaron distintas estrategias y figuras de partida, todas las que utilizaron se muestran en la siguiente tabla:

CONSTRUCCIÓN DE LA PIEZA	
Estrategia utilizada y definición.	Figura de la que se parte.
PROPIEDADES GEOMÉTRICAS: uso de algunas propiedades geométricas (mediatriz, centro…) de las figuras planas para indicar el proceso de construcción.	Triángulo
	Cuadrado
	Segmento
MEDIDAS LINEALES: uso de medidas lineales de los elementos que componen la pieza para dar esas indicaciones.	Cuadrado
	Triángulo
	Segmento
	Trapecio
	Rectángulo
	Círculo
COPIAR LA PIEZA: se utiliza la pieza dada, no se construye	

Tabla 3: Instrumento para analizar la flexibilidad en la actividad "construcción de la pieza"

Para **la actividad de la construcción de la pieza,** veamos un ejemplo de cada una de las situaciones que se dieron en las soluciones de los estudiantes[1].

[1] Las soluciones de los estudiantes fueron analizadas sin tener en cuenta si los estudiantes habían cometido errores en las descripciones, en las construcciones y en los cálculos.

En la estrategia "propiedades geométricas" los estudiantes consideraron diferentes figuras de partida:

- Triángulo, por ejemplo: "*con la escuadra y el cartabón dibujamos un triángulo rectángulo isósceles, en el que sus catetos miden 10cm, con vértices nombrados como A, B y C. Posteriormente, hacemos la mediatriz de los tres lados (catetos e hipotenusa) para hallar los puntos medios de los lados, nombrados D, E y F…" (20_G02_V).* En este caso utilizaron un triángulo rectángulo isósceles como figura inicial y las propiedades geométricas fueron la mediatriz y los puntos medios.
- Cuadrado, entonces se tiene como ejemplo: "coger *un cuadrado de lado 10cm y cortarlo por la diagonal. En uno de los lados señalar su punto medio y recortar un triángulo isósceles de altura 2'5cm que solaparemos en la mitad del lado contiguo…" (21_G07_P).* Una de las propiedades geométricas fue el punto medio y la figura inicial fue un cuadrado de lado 10cm.
- Segmento, un claro ejemplo es: "*partimos de un segmento de 10cm, como nos indica la única medida que conocemos de esta figura. Con la escuadra y el cartabón hallamos la perpendicular de dicho segmento que también tiene que medir 10cm. Marcamos los puntos medios de cada uno de ellos, es decir, nos tienen que quedar 5 segmentos de 5cm cada uno. Los dos que vamos a necesitar para crear la figura son los más alejados al ángulo recto que se ha formado con las dos perpendiculares…" (20_G01_V).* Se dijo claramente que se partía de un segmento y utilizaba la perpendicular y el punto medio como propiedad geométrica.

Si la estrategia es “medidas lineales” las diferentes figuras de partida que se han considerado son:

- Cuadrado, un ejemplo es: “para *construir la pieza que necesitas para la realización del mural primero tienes que construir un cuadrado de 10cm x 10cm. Cuando ya tengas el cuadrado hay que trazar las dos diagonales del mismo. Después, traza una recta paralela a la diagonal que va desde el vértice superior izquierdo al vértice inferior derecho, la paralela tiene que estar a 3cm. Una vez que la tengas hecha, tienes que hacer otra paralela a la otra diagonal. Esta vez tiene que ser a una distancia de 4’2cm y esta tiene que sobresalir 4’2cm de lado inferior del cuadrado construido…” (20_G07_V).* Se partió de un cuadrado de lado 10cm y luego utilizaba medidas lineales como que una paralela tenía que estar a una distancia de 4’2cm.
- Triángulo, tenemos como ejemplo: *“realizamos con lápiz un triángulo invertido con la base de 14cm y los otros dos lados semejantes, que midan 10cm cada uno. Este lo dividimos en 4 partes trazando una cruz desde el centro del triángulo. Una vez lo tenemos dividido, la parte inferior izquierda, la cual forma un triángulo rectángulo, la colocamos a la derecha de la parte inferior derecha, encajando a modo de que ambos triángulos rectángulos formen un cuadrado, tras esto, redondeamos ligeramente los ángulos de 90º de ambos triángulos…” (21_G05_V).* Utilizaba medidas lineales que eran por ejemplo los lados del triángulo debían medir 14, 10 y 10cm, además se partía de un triángulo invertido.
- Segmento, el ejemplo será: “c*alculamos, a partir de la línea horizontal del dibujo, las medidas a escala que tendrá la figura. La línea horizontal del modelo son 8’4cm, y la que queremos hacer medirá 10cm. Con ayuda de una regla, medimos cada lado del modelo, haciendo, a partir de ahí, una regla de tres con los 10cm que debería medir la línea que comentábamos anteriormente…” (21_G02_P).* Se partió de una línea

horizontal la cual se consideraba un segmento y utilizaba medidas lineales como era la regla de tres.

- Trapecio, entonces nos sirve como ejemplo: "*dibujamos un trapecio cuya base mayor es de 11cm y la base menor es de 6cm. A continuación, hay que unir los vértices de ambas bases con un segmento. Partiendo del ángulo superior izquierdo de la base menor del trapecio, dibujaremos un cuadrado de 3x3cm haciendo coincidir su lado con la mitad de la base menor del trapecio. El vértice superior izquierdo tiene que ser curvo…" (21_G06_P).* En este caso, se partió de un trapecio con ciertas medidas y utiliza claramente las medidas lineales por ejemplo en el cuadrado de 3x3.
- Rectángulo, se utiliza por ejemplo en la siguiente solución: "*primero dibujamos un rectángulo de aproximadamente 8 x 3, una vez tenemos el rectángulo, dividimos la parte de abajo por la mitad y en la mitad derecha dibujamos un cuadrado de 3'6 x 3'6 que comparta un lado la mitad de la base mitad…" (21_G06_V).* Son medidas lineales por ejemplo cuando dividía la parte de abajo del rectángulo por la mitad y la figura que se dibujaba en un primer momento era un rectángulo 8x3.
- Círculo, el ejemplo es*: "En primer lugar, una de las posibles formas de realizar la figura consta de la composición de 4 figuras geométricas diferentes (un triángulo rectángulo, un rectángulo, un trapecio y un círculo). A continuación, te indicamos las medidas asociadas a cada una de las figuras..." (21_G01_V).* En este caso utilizaba medidas que se daban a continuación. Además, de utilizar varias figuras de partida que se explicaron en apartados anteriores, se utilizó una nueva figura que era el círculo.
- Finalmente, si la estrategia cambia y lo que hace el grupo de estudiantes es copiarla, se tiene como ejemplo: "*En primer lugar, debes imprimir la figura que yo te he dado." (20_G03_V).* En este caso, se imprimió la figura del enunciado directamente y no se complican la manera de construir la pieza.

La siguiente actividad que se consideró en el estudio, y que algunos de los grupos no realizaron ya que no se pedía en el enunciado, fue la del cálculo del área que ocupa una pieza. No obstante, con la resolución del 81’82% de los grupos a esta actividad se obtuvieron las siguientes estrategias y figuras de partida:

CÁLCULO DEL ÁREA	
Estrategia utilizada y definición.	Figura de la que se parte.
ROMPER-REHACER: utilización de una pieza para deshacerla y reconstruir una figura para la que el cálculo del área sea más fácil.	Triángulo
	Cuadrado
	Forma de T
COMPOSICIÓN: unión de varias piezas para obtener una figura cuyo cálculo del área sea más fácil.	Rectángulo
	Cuadrado
	Triángulo
DESCOMPOSICIÓN: en una única pieza formar diferentes figuras geométricas cuyo cálculo del área sea más fácil.	Trapecio
	Circunferencia
	Cuadrado
PIEZA ALTERNATIVA: se utiliza una figura diferente a los modelos considerados anteriormente.	

Tabla 4: Instrumento para analizar la flexibilidad en la actividad "cálculo del área que ocupa una pieza"

Para **la actividad del cálculo del área que ocupa una pieza,** los estudiantes utilizaron cuatro tipos de estrategias diferentes, veamos un ejemplo de cada una de ellas.

En la estrategia "romper-rehacer" los estudiantes utilizaron tres figuras de partida diferentes:

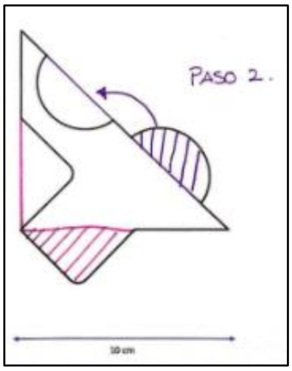


Figura 3: Cálculo del área en 20_G01_V

- Un triángulo, en el ejemplo siguiente: *"En primer lugar, tras observarla detenidamente, he llegado a la conclusión de que el cuadrado que se ve en la parte inferior, dividiéndolo a la mitad por la diagonal obtenía dos triángulos donde el inferior podría incorporarlo al espacio que hay en la zona izquierda con forma triangular. A continuación, he hecho lo mismo con el semicírculo. Como vemos (Figura 3) hay una mitad que sobresale y otra mitad con espacio en blanco, donde he incorporado la que sobresalía. Y, por último, he llegado a la conclusión de que había obtenido un triángulo rectángulo del que ya podía calcular el área fácilmente, ya que tengo el dato previo de que el lado* *mide 10 centímetros, y ambos lados tienen la misma longitud. El área del triángulo es base por altura y todo ello dividido entre dos: 10x10=100/2=50." (20_G01_V).*

- Cuadrado: *"a continuación calculamos el área del cuadrado que forma la pieza, 10x10 que nos da 100." (21_G06_V).*
- Si ahora la figura es una T, un claro ejemplo es: "*De este modo, la figura estaría formada por cuatro cuadrados de igual tamaño por lo que habría que calcular el área de uno y multiplicarla por cuatro para saber el área total de la figura. Como el área del cuadrado ya ha sido calculada anteriormente, sabemos que es de 12'5cm^2. 4 x 12'5 = 50cm." (20_G04_V).*

Para la estrategia "composición" se consideraron otras tres figuras de partida diferentes:

- Rectángulo: *"En primer lugar, partiendo de la pieza principal construimos una figura más grande por la unión de 4 como estas." (20_G09_V).* En este caso la composición estaba formada por cuatro piezas y formaban un rectángulo, como se aprecia a continuación:

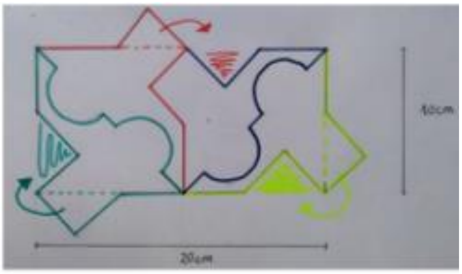


Figura 4: Cálculo del área en 20_G09_V

- Cuadrado: *"Hallamos el área del cuadrado formado por las 8 figuritas → 1'41x1'41= 1'99." (21_G05_V).* Esta composición estaba formada por 8 piezas formando así un cuadrado.
- Triángulo: *"Después hayamos la superficie que ocupan dos piezas, que solapando las partes conforman un cuadrado de lado 10cm, por lo que el área de dos piezas es 10^2= 100cm^2." (21_G07_P).*

Para la estrategia "descomposición" se tienen otras tres figuras diferentes de inicio:

- Trapecio se muestra en la Figura 5 *(21_G06_P).*
- Circunferencia en la Figura 5 *(21_G06_P).*
- Cuadrado es utilizada en la Figura 5 *(21_G06_P).*

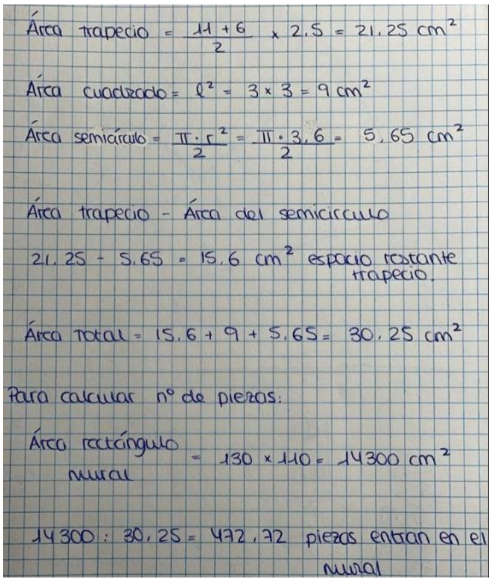


Figura 5: Cálculo del área en 21_G06_P

Finalmente, la estrategia "pieza alternativa" no tenía una pieza de partida específica y, un ejemplo de esto es: "*Considerar que dentro del cuadrado de 110 x 130cm vas a hacer un círculo de radio 11'8cm que es la longitud de la pieza. Calcular el área del círculo (πr^2)." (21_G05_P).*

La tercera actividad que debían resolver los alumnos y la cual si se especificaba en el enunciado del problema era determinar el número de piezas necesarias para completar el mural. En esta actividad se obtuvieron las siguientes diferentes estrategias y figuras de partida:

CÁLCULO DEL NÚMERO DE PIEZAS	
Estrategia utilizada y definición.	Figura de la que se parte.
DIVISIÓN POR ÁREA: se calcula el área del mural y se divide entre el área de la/s pieza/s.	1 pieza
	2 piezas
	4 piezas
	8 piezas
DIVISIÓN POR LONGITUD: se calcula la longitud del mural y se divide entre la longitud de la/s pieza/s.	1 pieza
	2 piezas
	8 piezas

Tabla 5: Instrumento para analizar la flexibilidad en la actividad "cálculo del número de piezas para rellenar el mural"

Para **la actividad del cálculo del del número de piezas para rellenar el mural,** los estudiantes utilizaron dos tipos de estrategias diferentes, veamos un ejemplo de cada una de ellas.

En la estrategia "división por área" las diferentes figuras de partida que se consideraron fueron:

- Una pieza, en la Figura 6 *(20_G05_V)*.

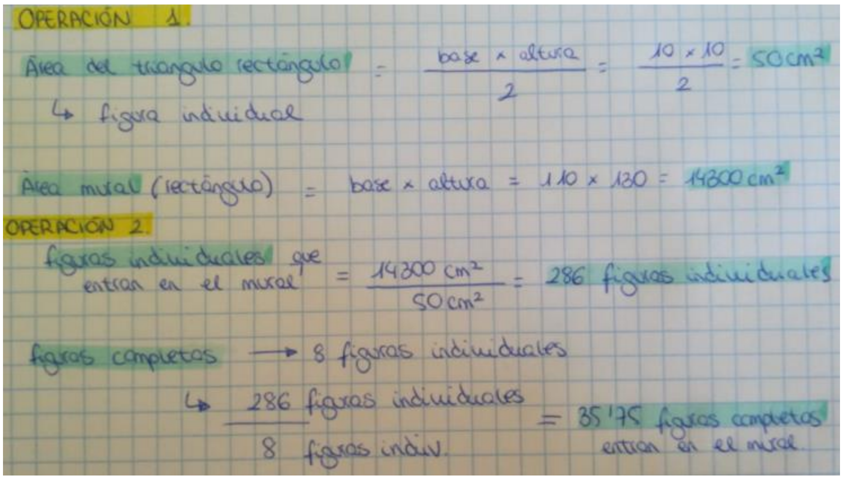


Figura 6: Cálculo del número de piezas en 20_G05_V

- Dos piezas, el ejemplo es: "d*ividiremos el área del mural entre la del cuadrado: 14.300cm / 100cm= 143 cuadrados." (21_G04_V).*
- Cuatro piezas, se tiene como ejemplo: *"otra de las maneras es considerando la superficie de 4 piezas, que equivale a un rectángulo de 20x10. De esta forma, calculamos la superficie del rectángulo 20x10 = 200cm^2 y después siguiendo la dinámica anterior, dividimos la superficie total del mural entre la superficie que ocupan 4 piezas. 14300:200 = 71'5cm^2 de las piezas rectangulares. Esta superficie se multiplica por las 4 figuras que la conforman, de tal manera que son 71'5 x 4 = 286 piezas." (21_G07_P).*
- Ocho piezas, se utiliza en el siguiente ejemplo: *"de esa manera, la superficie del cuadrado, es decir, la superficie de 8 piezas es 20^2= 400 cm^2. Una vez que tenemos la superficie de estas piezas, dividimos la superficie total del mural entre la superficie que ocupan las 8 piezas (que equivale a un cuadrado de 20x20). De esta manera 14300:400 = 35'75 mosaicos de 8 piezas. Y como este mosaico está constituido por 8 piezas, 35'75x8 = 286 piezas." (21_G07_P).*

Si ahora se tiene la estrategia "división por longitud" las diferentes figuras de partida que se consideraron fueron:

- Una pieza, un ejemplo es: *"Otra estrategia que podemos utilizar para calcular el número aproximado de figuras que hay que poner en el mural es usando la longitud. Teniendo en cuenta que un lado del mural mide 130cm y el otro 110cm. Como la figura mide de largo 10cm, en el primer lado cabrían 13 figuras, y en el segundo 11. Así por cada uno. Habría 13 columnas de 11 figuras por cada ancho-largo. La operación a realizar sería la siguiente: 11*13 + 11*13= 286 figuras aproximadamente." (21_G04_P).*
- Dos piezas, el ejemplo es: *"pues atendiendo a la distancia mostrada en la plantilla (10cm), hemos concluido que dos figuras conforman un cuadrado con un lado de 10cm. Sabiendo que el mural tiene las medidas de 110cm de alto y 130cm de ancho, consideramos que el mural contará con 11 cuadrados (dos figuras por cuadrado) de forma vertical y con 13 cuadrados horizontalmente. (20_G06_V).*
- Ocho piezas, nos sirve como ejemplo: *"Cada lado del cuadrado serán 20cm atendiendo a las medidas de la figura anterior. Por tanto, necesitaremos incluir 5 cuadrados en vertical y 6 cuadrados en horizontal. (21_G03_P).*

Finalmente, la cuarta actividad que se consideró en la investigación y que es necesaria que todos los estudiantes la hubieran realizado por ser una tarea de modelización fue la de validación de la respuesta. Las diferentes estrategias y subcategorías que utilizaron en esta actividad fueron las que se presentan a continuación en la tabla:

<table>
<tr><th colspan="2">VALIDACIÓN</th></tr>
<tr><th>Estrategia utilizada y definición.</th><th>Subcategoría.</th></tr>
<tr><td>NUMÉRICA: se comprueba el resultado del número de piezas de manera numérica.</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="5">CONTEXTUAL: se comprueba el resultado del número de piezas de manera situacional.</td><td>Por estimación: proceso que se realiza para aproximar una solución aplicándolo en la realidad.</td></tr>
<tr><td>Completar bordes: se colocan las figuras y se recortan las partes sobrantes, rellenando los huecos.</td></tr>
<tr><td>Formar un cuadrado y repetirlo: se colocan las piezas formando un cuadrado y se repite hasta completar el mural.</td></tr>
<tr><td>Descomposición de varias figuras, para formar un rectángulo: se unen varias piezas y alguna de ellas descompuesta, y así se forma un rectángulo que servirá para repetir hasta completar el mural.</td></tr>
<tr><td>Por contraste con otras estrategias: conociendo el número de piezas final a partir de otra solución, comprobar si al multiplicar el área de una figura por el número total de figuras coincide con el área total del mural.</td></tr>
</table>

Tabla 6: Instrumento para analizar la flexibilidad en la actividad "validación de la respuesta"

Para **la actividad de la validación de la respuesta,** los estudiantes utilizaron dos tipos de estrategias diferentes, veamos un ejemplo de cada una de ellas.

En la estrategia "numérica" un ejemplo es: "La *operación a realizar sería la siguiente: 11*13 + 11*13= 286 figuras aproximadamente. Que como se puede comprobar es un número parecido a la estrategia 1." (21_G04_P).*

Para la estrategia "contextual" existen cinco subcategorías:

- Por estimación, se utiliza en el siguiente ejemplo: *"Hice 2 piezas con el tamaño de 10cm para comprobar si la solución (292 piezas) podría ser la adecuada o no. Puse las 2 piezas encima de la cama y comprobé que en un mural de 110 por 130cm si era posible que entraran 292 piezas." (20_G03_V).*

- Completar bordes, se utiliza en este ejemplo: *“Finalmente, las partes que sobresalen del cuadrado en los bordes, debemos recortarlas y añadirlas en las zonas vacías solamente de los siguientes cuadrados (forman el borde del mural) puesto que las demás figuras encajan perfectamente entre sí.” (21_G03_P).*
- Formar un cuadrado y repetirlo en la Figura 7 *(20_G02_V).*

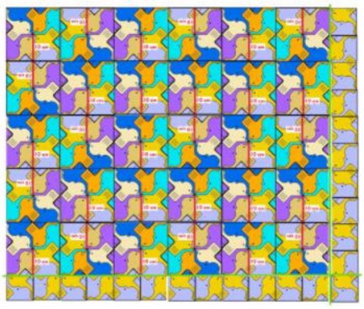


Figura 7: Validación en 20_G02_V

- Descomposición de varias figuras para formar un rectángulo, es aplicado en el siguiente ejemplo: *“Para realizar esta figura, se ha precisado de cinco piezas. En primer lugar, se colocó dos piezas, una a la inversa de otra, de tal forma que queden encajadas entre sí por las zonas semicirculares. La tercera figura se encajó con la segunda, estando en la misma posición que la primera. La figura semicircular que sobresale se utilizará en esta misma pieza, para encajarlo con la semicircunferencia… (*observar en la Figura 8*).” (20_G08_V).*

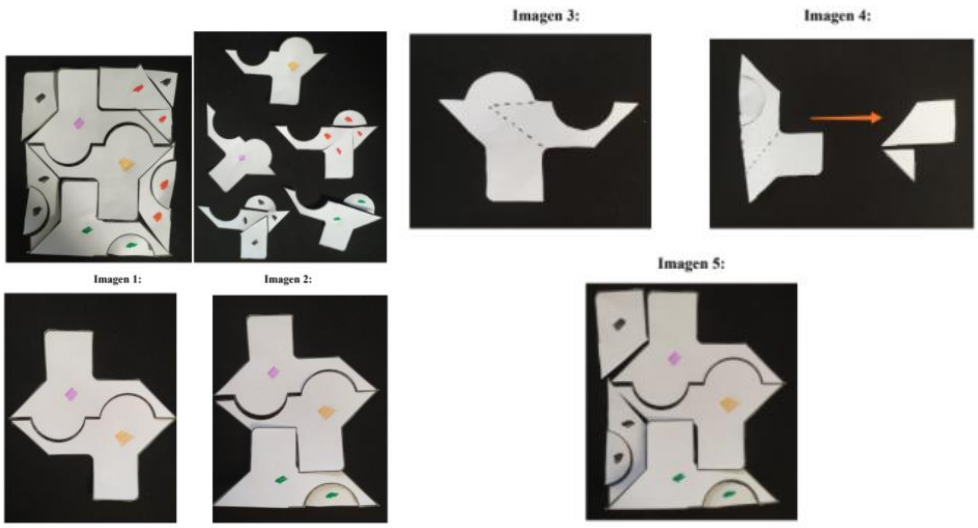


Figura 8: Validación en 20_G08_V

- Por contraste con otras estrategias, se tiene el ejemplo: "*El área de la superficie es de 14.300cm cuadrado y el área de 1 sola pieza es de 49 centímetros cuadrados. Si multiplicamos 292 figuras por el área de cada una (49 centímetros cuadrados), nos sale de resultado 14.308 cm cuadrados de área." (20_G09_V).*

ANÁLISIS DE LOS DATOS

El análisis de los datos se llevó a cabo a través del paquete estadístico IBM SPSS Statistics 22. Se efectuaron análisis descriptivos y de diferencias de medias.

Las técnicas y test estadísticos que se utilizaron fueron:

- Estadística descriptiva de porcentajes para ver el comportamiento de los grupos de manera general e individual.
- Test de normalidad de Shapiro -Wilks para discriminar la forma de distribución de los datos y bondad de ajuste al modelo de la curva normal de Gauss.
- Prueba de diferencia de medias para grupos independientes entre sí: Test de Kruscal-Wallis y U de Man Whitney.
- Estadísticos descriptivos para variables numéricas: media, desviación estándar, diagrama de cajas y gráfico de barras apilado.

El nivel de significación fijado fue el habitual del 5%, es decir, es significativo una prueba estadística si el p-valor es menor que el 0'05 establecido.

En el estudio general se estableció el porcentaje de grupos que habían realizado cada actividad y el porcentaje de actividades que cada grupo había realizado, que grupos habían realizado más soluciones y, cuales eran las estrategias y figuras de partida más utilizadas.

Se realizó el test de normalidad de Shapiro-Wilks por ser una muestra con menos de 50 observaciones y, sirvió para comprobar la normalidad de la distribución de las variables estudiadas y determinar si aplicar pruebas paramétricas o no paramétricas para el contraste de hipótesis de diferencia de medias. Se consideró que las variables eran normales si el p-valor era mayor que 0’05 y como este fue menor que 0’05 se consideró que la distribución de los datos no se ajustaba a una distribución normal entonces se utilizaron pruebas no paramétricas para el estudio de los datos.

A continuación, se realizaron las pruebas de contraste entre las medias que se estructuró en dos fases: una primera donde se aplicó la prueba de Kruscal-Wallis y se comprobó si existían diferencias significativas entre los tres grupos creados en la Tabla 2 en alguna de las actividades tenido en cuenta la flexibilidad, originalidad o creatividad. En la segunda parte, se utilizó la prueba U de Man Whitney para comprobar si existían diferencias entre los grupos según el tipo de enseñanza o el curso en el que se encontraban.

Por último, en el análisis estadístico descriptivo se estudió la media y desviación estándar de los tres grupos generales en cada una de las cuatro actividades. Además, se crearon diagramas de cajas para cada una de las actividades teniendo en cuenta los tres grupos establecidos y gráficos de barras apiladas donde cada barra pertenecía a una de las cuatro actividades de alguno de los tres grupos generales y los colores indicaban el porcentaje de grupos que pertenecían a ese intervalo teniendo en cuenta su puntuación total en la flexibilidad, originalidad y creatividad. Para crear los intervalos, se tuvo en cuenta el máximo y mínimo de la puntuación total de los 22 grupos en la flexibilidad, originalidad y creatividad en cada una de las cuatro actividades, y con la misma amplitud para cada intervalo se decidió realizar tres intervalos para la creatividad, cuatro en la originalidad y cinco en la flexibilidad.

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

CAPÍTULO III
RESULTADOS

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

Después de establecer las puntuaciones que se obtuvieron para la fluidez, flexibilidad, originalidad y creatividad de todas las resoluciones de los 22 grupos de futuros maestros de Educación Primaria se realizaron diferentes estudios de estas puntuaciones. En primer lugar, se estudió el comportamiento de los 22 grupos y se comprobó el supuesto básico de normalidad de los datos. Posteriormente, se hizo un análisis inferencial y otro descriptivo de la flexibilidad, creatividad y originalidad. Todo esto dio lugar a los siguientes resultados.

ANÁLISIS GENERAL

El comportamiento de los grupos, de forma global, en las 4 actividades consideradas no fue similar. Los 22 grupos afrontaron las resoluciones de diferentes formas:

- Siete de ellos completaron las 4 actividades.
- Los grupos 20_G01_V, 20_G04_V, 20_G05_V, 21_G01_P, 21_G02_P, 21_G03_P, 21_G05_P, 21_G07_P, 21_G01_V, 21_G02_V, 21_G06_V realizaron tres de las actividades.
- Los grupos 20_G06_V y 21_G06_P, realizaron solo dos actividades.
- Y únicamente, realizan solo una actividad los grupos 20_G07_V y 20_G10_V.

De manera que el 90’91% de los grupos realizó la construcción de la pieza y calculó el número de piezas. El 81’82% calculó el área de una pieza y solo el 36’36% realizó la validación de la respuesta.

Seguidamente, se observó que en la actividad construcción de la pieza el grupo 20_G03_V destacó por realizar cinco soluciones diferentes, en la del cálculo del área de una pieza los grupos 20_G03_V, 20_G04_V y 20_G09_V son los que destacaron por realizar tres soluciones diferentes, en la del cálculo del número de piezas también destacaron con tres soluciones los grupos 20_G09_V, 21_G04_P y 21_G07_P y, finalmente, en la validación el grupo que más soluciones diferentes dio fue el 20_G08_V y fueron 3.

Referente a la estrategia y forma de partida en cada actividad la más utilizada fue:

- En la construcción de la pieza como estrategia las medidas lineales y como figura de partida el cuadrado, que lo realizaron 6 grupos.
- En el cálculo del área de una pieza como estrategia romper-rehacer y como figura de partida el triángulo, que lo realizaron 10 grupos.
- En el cálculo del número de piezas como estrategia división por área y como figura de partida una pieza, que lo realizaron 14 grupos.
- En validación destacó la numérica y la contextual donde se forma un cuadrado y se repite, que lo realizaron 10 grupos.

ANÁLISIS DE LA FLEXIBILIDAD

Para analizar si existían diferencias significativas entre los tres grupos de la Tabla 2 en alguna de las cuatro actividades según la flexibilidad se aplicó la prueba de Kruscal-Wallis. Hallando que no había diferencias significativas entre los tres grupos en cada una de las cuatro actividades debido a que los p-valores eran todos mayores a 0’05 (ver Tabla 7).

Actividad	Kruscal -Wallis
	p-valor
Construcción de la pieza	0'08
Cálculo del área	0'95
Cálculo del n.º de piezas	0'98
Validación	0'91

Tabla 7: Prueba de Kruscal-Wallis para los tres grupos según la puntuación absoluta de la flexibilidad en las cuatro actividades

Para ver si existían diferencias significativas entre los grupos anteriores dos a dos en la flexibilidad se realizaron tres pruebas U de Man Whitney (para: grupos presenciales 2020/21-grupos virtuales 2020/21, grupos presenciales 2020/21-grupos virtuales 2019/20 y grupos virtuales 2020/21- grupos virtuales 2019/20). Observando diferencias significativas entre los grupos virtuales 2020/21- grupos virtuales 2019/20 en la actividad construcción de la pieza, al encontrar un valor de significación menor que 0'05 (ver Tabla 8).

Actividad	**U de Man Whitney** grupos presenciales 2020/21-grupos virtuales 2020/21		**U de Man Whitney** grupos presenciales 2020/21-grupos virtuales 2019/20		**U de Man Whitney** grupos virtuales 2020/21- grupos virtuales 2019/20	
	Estadístico	p-valor	Estadístico	p-valor	Estadístico	p-valor
Construcción de la pieza	9'00	0'14	27'00	0'36	9'00	0'04
Cálculo del área	16'50	0'85	32'00	0'76	24'50	0'95
Cálculo del n.º de piezas	17'00	0'92	34'00	0'91	23'50	0'83
Validación	16'50	0'85	31'50	0'69	23'00	0'78

Tabla 8: Pruebas U de Man Whitney para los grupos dos a dos según la puntuación absoluta de la flexibilidad en las cuatro actividades

Con el objetivo de analizar si se presentaban diferencias significativas en cuanto al tipo de enseñanza (presencial y virtual) se procedió a realizar una prueba U de Man-Whitney. Observando que no existían diferencias significativas según el tipo de enseñanza (ver Tabla 9).

Actividad	U de Man Whitney	
	Estadístico	p-valor
Construcción de la pieza	52'00	0'97
Cálculo del área	48'50	0'76
Cálculo del n.º de piezas	52'00	0'97
Validación	48'00	0'71

Tabla 9: Prueba U de Man-Whitney para los dos grupos según el tipo de enseñanza en la puntuación absoluta de la flexibilidad de las cuatro actividades

Con la finalidad de analizar si se presentaban diferencias significativas en cuanto al curso académico (2019/20 y 2020/20) se procedió a realizar una prueba U de Man-Whitney. No observando diferencias significativas entre los años académicos, ya que había p-valores mayores a 0'05 (ver Tabla 10).

Actividad	U de Man Whitney	
	Estadístico	p-valor
Construcción de la pieza	36’00	0'08
Cálculo del área	56’50	0’80
Cálculo del n.º de piezas	57’50	0'85
Validación	54’50	0'67

Tabla 10: Prueba U de Man-Whitney para los dos grupos según el curso académico en la puntuación absoluta de la flexibilidad de las cuatro actividades

A continuación, se procedió a describir la media y desviación estándar de las puntuaciones absolutas de la flexibilidad en los tres grupos generales para cada una de las actividades. Respecto a los resultados obtenidos en la Tabla 11 se observó que, en cuanto a la tarea de la construcción de la pieza, los grupos virtuales del curso 2020-21 superaron la media de la muestra total, mientras que en la subtarea del cálculo del número de piezas fueron los grupos del curso 2019-20. Además, los grupos que calcularon el área de la pieza construida, y superaron la media son los grupos virtuales del curso 2020-21 y el curso 2019-20. En cambio, solo el 36’36% realizó la validación del resultado, y entre ellos, los grupos del curso 2019-20 fueron los que mejor puntuación obtuvieron. Además, respecto a la desviación eran los grupos de 2019/20 los que tenían una desviación mayor respecto de la muestra total en las cuatro actividades.

	N	CONSTRUCCIÓN DE LA PIEZA		CÁLCULO DEL ÁREA		CÁLCULO DEL N.º DE PIEZAS		VALIDACIÓN	
		MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN
GRUPOS VIRTUALES 2019/20	10	10’21	8’72	13,22	11’85	11’11	5’68	5’20	7’25
GRUPOS PRESENCIALES 2020/21	7	11’71	3’73	10’03	5’77	10’30	5’85	4’29	7’87
GRUPOS VIRTUALES 2020/21	5	14’60	4’98	12’00	4’47	10’20	0’45	4’00	5’48
TOTAL	22	11’69	6’66	11’93	8’69	10’65	4’88	4’64	6’80

Tabla 11: Medias y desviaciones estándares de las cuatro actividades y para los tres grupos según la puntuación absolutas de la flexibilidad

Posteriormente, para observar la mediana, los datos atípicos o los valores extremos de las cuatro actividades según las puntuaciones absolutas de la flexibilidad en los tres grupos se creó un diagrama de cajas. Se apreció que la mediana en las actividades era la misma para los tres grupos menos en la construcción de la pieza que en los grupos de 2020/21 virtual que era superior. Además, el 21_G04_P era un valor extremo o atípico (se mostraban con una estrella o círculo, respectivamente) en las subtareas cálculo del área, cálculo del número de piezas y validación (ver Gráfico 1).

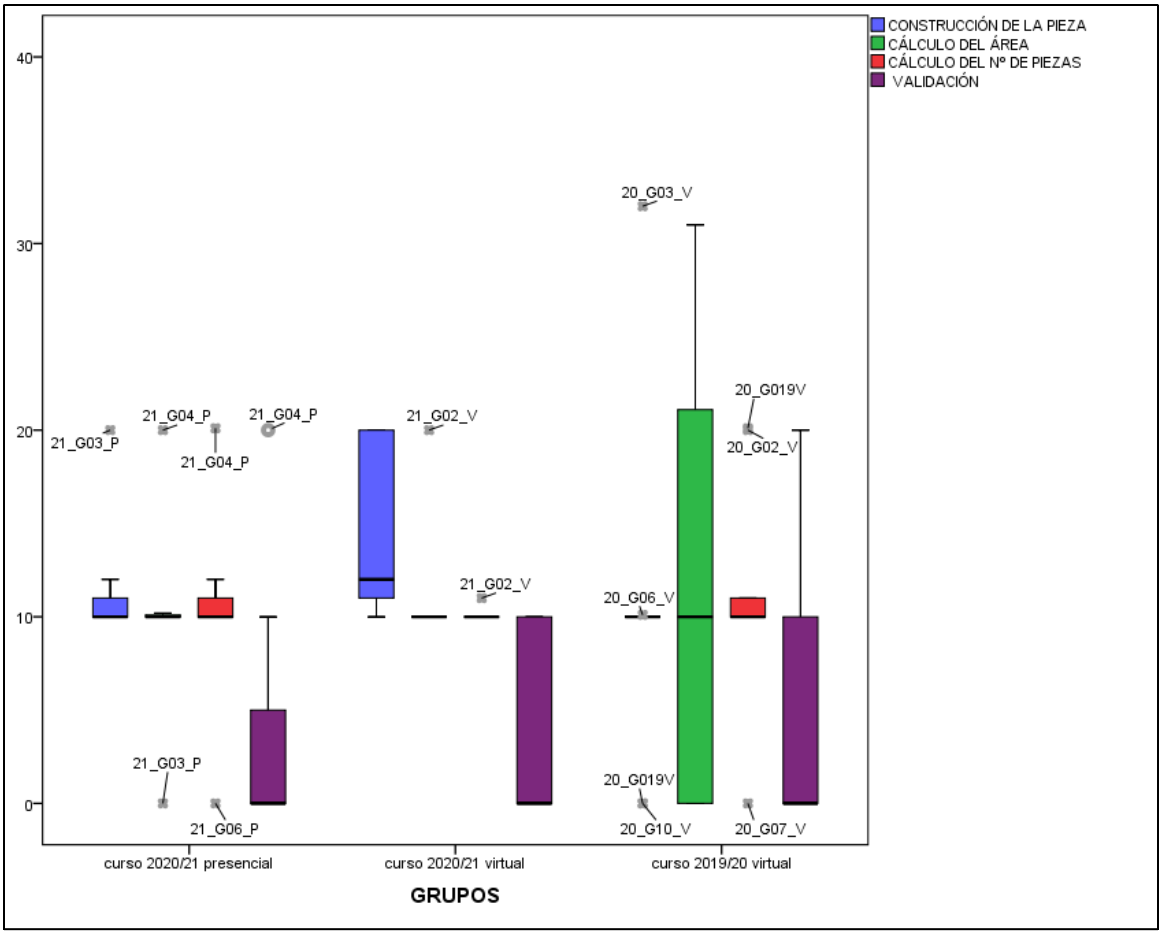


Gráfico 1: Diagramas de cajas para las puntuaciones absolutas de la flexibilidad en cada una de las actividades para los tres grupos

Para finalizar, se creó un gráfico de barras apilado (Gráfico 2) donde se observó que en las actividades 1,2 y 3 el mayor porcentaje de puntuaciones en la flexibilidad se concentró en el intervalo [10,20). Seguidamente, estaban las puntuaciones del intervalo [0,10) y con menor porcentaje las del intervalo [20,30). Además, solo había puntuaciones altas en los grupos del curso 2019/20 en la de construcción de la pieza y cálculo del área de la pieza. Finalmente, en la actividad 4, las puntuaciones del intervalo [0,10) tenían un porcentaje al menos del 60% en los tres grupos.

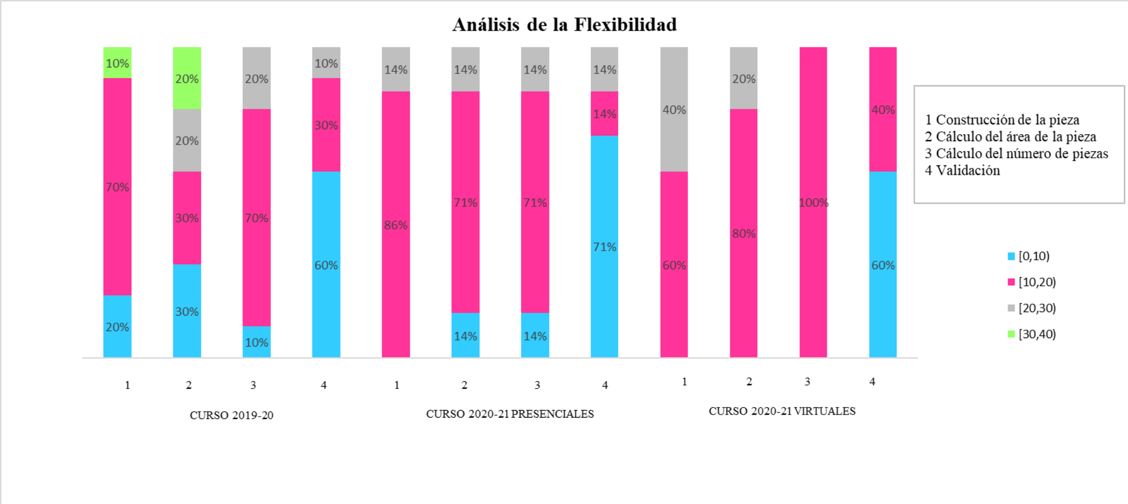


Gráfico 2: Análisis de la flexibilidad según la puntuación obtenida en cada una de las actividades y según los grupos

ANÁLISIS DE LA ORIGINALIDAD

Para analizar si existían diferencias significativas entre los tres grupos de la Tabla 2 en alguna de las cuatro actividades según la originalidad se aplicó la prueba de Kruscal-Wallis. No hallando diferencias significativas entre los tres grupos en cada una de las cuatro actividades debido a que los p-valores eran todos mayores a 0'05 (Tabla 12).

Actividad	Kruscal-Wallis p-valor
Construcción de la pieza	0'07
Cálculo del área	0'98
Cálculo del n.º de piezas	0'94
Validación	0'82

Tabla 12: Prueba de Kruscal-Wallis para los tres grupos según la puntuación absoluta de la originalidad en las cuatro actividades

Para ver si existían diferencias significativas entre los grupos anteriores dos a dos se realizaron tres pruebas U de Man Whitney (para: grupos presenciales 2020/21-grupos virtuales 2020/21, grupos presenciales 2020/21-grupos virtuales 2019/20 y grupos virtuales 2020/21- grupos virtuales 2019/20). Se encontró que no había diferencias significativas entre los grupos dos a dos debido a que todos los p-valores eran mayores que 0’05 (ver Tabla 13).

Actividad	**U de Man Whitney** grupos presenciales 2020/21-grupos virtuales 2020/21		**U de Man Whitney** grupos presenciales 2020/21-grupos virtuales 2019/20		**U de Man Whitney** grupos virtuales 2020/21- grupos virtuales 2019/20	
	Estadístico	p-valor	Estadístico	p-valor	Estadístico	p-valor
Construcción de la pieza	8'00	0'10	23'00	0'20	9'50	0'05
Cálculo del área	17'50	1’00	34'50	0'96	23'00	0'80
Cálculo del n.º de piezas	16'00	0'80	34'00	0'92	22'00	0'70
Validación	16'50	0'85	30'00	0'57	22'00	0'68

Tabla 13: Pruebas U de Man Whitney para los grupos dos a dos según la puntuación absoluta de la originalidad en las cuatro actividades

Con el objetivo de analizar si se presentaban diferencias significativas en cuanto al tipo de enseñanza (presencial y virtual) se procedió a realizar una prueba U de Man-Whitney. Observando que no existían diferencias significativas según el tipo de enseñanza debido a los valores significativos (ver Tabla 14).

Actividad	U de Man Whitney	
	Estadístico	p-valor
Construcción de la pieza	50’00	0'85
Cálculo del área	52’00	0’97
Cálculo del n.º de piezas	50’00	0'86
Validación	46’50	0'62

Tabla 14: Prueba U de Man-Whitney para los dos grupos según el tipo de enseñanza en la puntuación absoluta de la originalidad de las cuatro actividades

Con la finalidad de analizar si se presentaban diferencias significativas en cuanto al curso académico (2019/20 y 2020/20) se procedió a realizar una prueba U de Man-Whitney. No observando diferencia significativa entre ambos años debido a que los p-valores de la Tabla 15 eran mayores que 0’05.

Actividad	U de Man Whitney	
	Estadístico	p-valor
Construcción de la pieza	32’50	0'06
Cálculo del área	57’50	0’87
Cálculo del n.º de piezas	58’00	0'89
Validación	52’00	0'54

Tabla 15: Prueba U de Man-Whitney para los dos grupos según el curso académico en la puntuación absoluta de la originalidad de las cuatro actividades

A continuación, se procedió a describir la media y desviación estándar de las puntuaciones absolutas de la originalidad en los tres grupos generales para cada una de las actividades. En los resultados de la Tabla 16 se observó que, en cuanto a la tarea de la construcción de la pieza, los grupos virtuales del curso 2020-21 superaron la media de la muestra total, mientras que en la subtarea del cálculo del número de piezas fueron los grupos del curso 2019-20 y del curso 2020/21 presenciales. Además, los grupos que calcularon el área de la pieza construida, y superaron la media son los grupos del curso 2019-20. En cambio, solo el 36’36% realizó la validación del resultado, y entre ellos, los grupos del curso 2019-20 fueron los que mejor puntuación obtuvieron. Además, respecto a la desviación fueron los grupos de 2019/20 los que superaron la desviación de la muestra total en la construcción de la pieza, cálculo del área y validación, mientras que el cálculo del número de piezas fueron los grupos de 2020/21 presenciales.

	N	CONSTRUCCIÓN DE LA PIEZA		CÁLCULO DEL ÁREA		CÁLCULO DEL N.º DE PIEZAS		VALIDACIÓN	
		MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN
GRUPOS VIRTUALES 2019/20	10	10’30	12’57	11’60	13’99	5’17	5’37	3’40	5’27
GRUPOS PRESENCIALES 2020/21	7	11’71	4’11	10’29	9’84	6’06	8’05	1’71	4’11
GRUPOS VIRTUALES 2020/21	5	18’20	4’60	8’40	4’16	2’46	4’24	0’40	5’48
TOTAL	22	12’55	9’32	10’46	10’79	4’84	6’02	2’18	4’28

Tabla 16: Medias y desviaciones estándares de las cuatro actividades y para tres grupos según la puntuación absoluta de la originalidad

Posteriormente, para observar la mediana, los datos atípicos o los valores extremos de las cuatro actividades según las puntuaciones absolutas de la originalidad en los tres grupos se creó un diagrama de cajas. Se apreció que en la única actividad donde coincidían las medianas era en la validación (ver Gráfico 3).

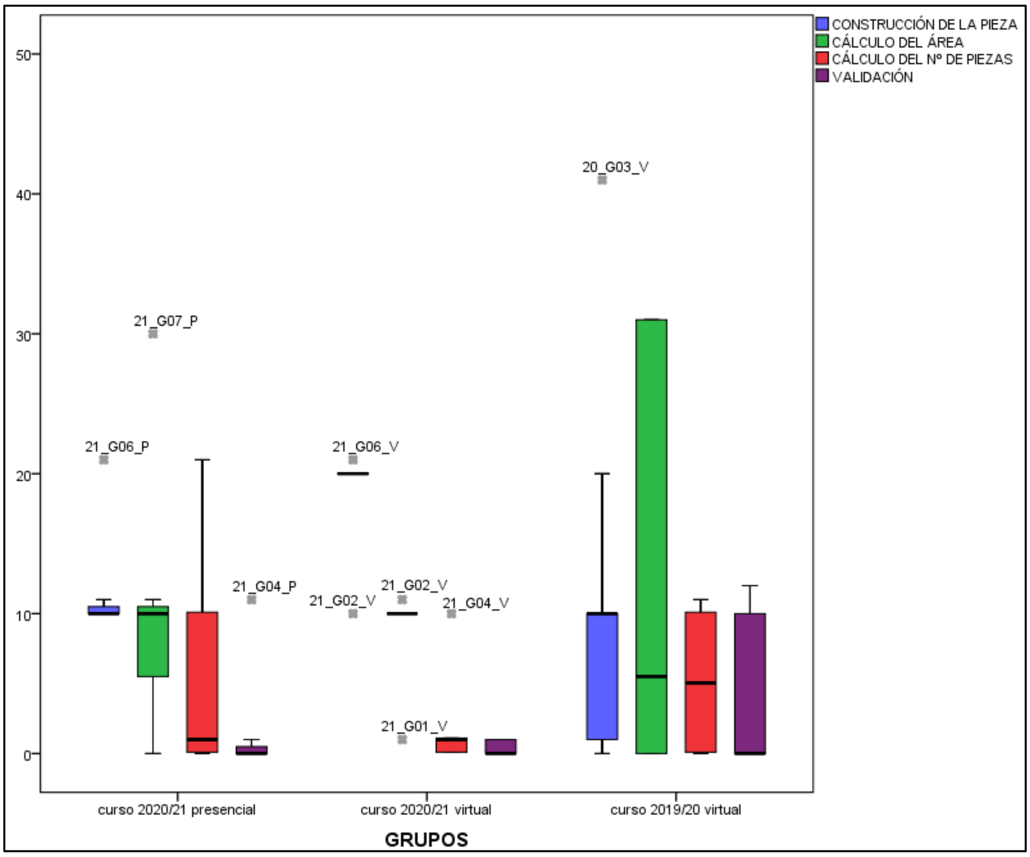


Gráfico 3: Diagramas de cajas para las puntuaciones absolutas de la originalidad en cada una de las actividades para los tres grupos

Para finalizar, se creó un gráfico de barras apilado (Gráfico 4) donde se observó que había puntuaciones del intervalo [30,40) solo en la actividad “cálculo del área de la pieza” y puntuaciones del intervalo superior [40,50) en los grupos del curso 2019/20 respecto a la primera actividad. Además, el apartado de validación tenía puntuaciones bajas en los tres cursos.

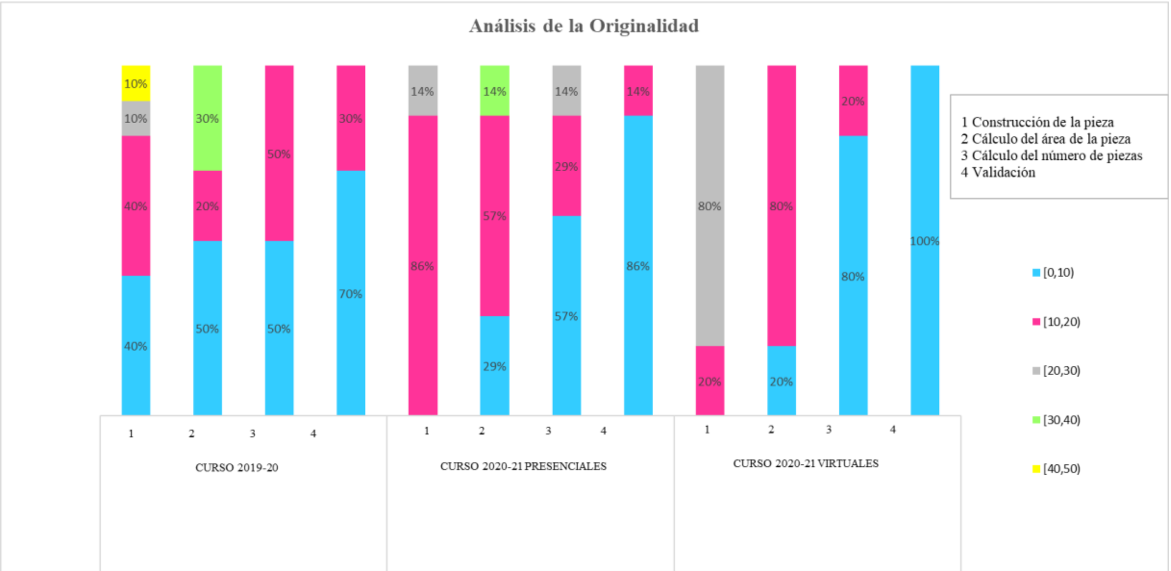


Gráfico 4: Análisis de la originalidad según la puntuación obtenida en cada una de las actividades y según los grupos

ANÁLISIS DE LA CREATIVIDAD

Para el estudio de la creatividad, se siguieron los mismos pasos que en los apartados anteriores. Por tanto, primero se analizó si existían diferencias significativas entre los tres grupos de la Tabla 2 en alguna de las cuatro actividades según la puntuación absoluta de la creatividad se aplicó la prueba de Kruscal-Wallis. Hallando que no había diferencias significativas entre los tres grupos en cada una de las cuatro actividades debido a que los p-valores eran todos mayores a 0’05 (ver Tabla 17).

Actividad	Kruscal-Wallis
	p-valor
Construcción de la pieza	0'23
Cálculo del área	0'98
Cálculo del n.º de piezas	0'90
Validación	0'86

Tabla 17: Prueba de Kruscal-Wallis para los tres grupos según la puntuación absoluta de la creatividad en las cuatro actividades

Para ver si existían diferencias significativas entre los grupos anteriores dos a dos se realizaron tres pruebas U de Man Whitney (para: grupos presenciales 2020/21-grupos virtuales 2020/21, grupos presenciales 2020/21-grupos virtuales 2019/20 y grupos virtuales 2020/21- grupos virtuales 2019/20). Se encontró que no había diferencias significativas entre los grupos dos a dos debido a los p-valores que superaban el 0’05 (ver Tabla 18).

Actividad	**U de Man Whitney** grupos presenciales 2020/21-grupos virtuales 2020/21		**U de Man Whitney** grupos presenciales 2020/21-grupos virtuales 2019/20		**U de Man Whitney** grupos virtuales 2020/21- grupos virtuales 2019/20	
	Estadístico	p-valor	Estadístico	p-valor	Estadístico	p-valor
Construcción de la pieza	10'50	0'22	27'00	0'40	13'00	0'13
Cálculo del área	17'50	1’00	34'50	0'96	23'00	0'80
Cálculo del n.º de piezas	15'00	0'68	31'00	0'69	25'00	1'00
Validación	16'50	0'85	31'00	0'65	22'00	0'68

Tabla 18: Pruebas U de Man Whitney para los grupos dos a dos según la puntuación absoluta de la creatividad en las cuatro actividades

Con el objetivo de analizar si se presentaban diferencias significativas en cuanto al tipo de enseñanza (presencial y virtual) se procedió a realizar una prueba U de Man-Whitney. Observando que no existían diferencias significativas según el tipo de enseñanza (Tabla 19).

Actividad	U de Man Whitney	
	Estadístico	p-valor
Construcción de la pieza	51’50	0'94
Cálculo del área	52’00	0’97
Cálculo del n.º de piezas	46’00	0'64
Validación	47’50	0'68

Tabla 19: Prueba U de Man-Whitney para los dos grupos según el tipo de enseñanza en la puntuación absoluta de la creatividad de las cuatro actividades

Con la finalidad de analizar si se presentaban diferencias significativas en cuanto al curso académico (2019/20 y 2020/20) se procedió a realizar una prueba U de Man-Whitney. No observando diferencias significativas en el año académico ya que los valores significativos eran todos mayores que 0’05 (ver Tabla 20).

Actividad	U de Man Whitney	
	Estadístico	p-valor
Construcción de la pieza	40’00	0'17
Cálculo del área	57’50	0’87
Cálculo del n.º de piezas	56’00	0'79
Validación	53’00	0'59

Tabla 20: Prueba U de Man-Whitney para los dos grupos según el curso académico en la puntuación absoluta de la creatividad de las cuatro actividades

A continuación, se procedió a describir la media y desviación estándar de las puntuaciones absolutas de la creatividad en los tres grupos generales para cada una de las actividades (ver Tabla 21). Los grupos virtuales 2020/21 superaban la media total en la construcción de la pieza junto con los grupos 2019/20. Además, estos últimos grupos y los grupos presenciales 2020/21 superaban la media muestral total en el cálculo del número de piezas y la validación. En el cálculo del área, destacaban tanto en media como en desviación estándar los grupos de 2019/20.

	N	**CONSTRUCCIÓN DE LA PIEZA**		**CÁLCULO DEL ÁREA**		**CÁLCULO DEL N.º DE PIEZAS**		**VALIDACIÓN**	
		MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN	MEDIA	DESVIACIÓN
GRUPOS VIRTUALES 2019/20	10	177’20	347’93	287’20	390’64	72’90	109’08	39’30	72’28
GRUPOS PRESENCIALES 2020/21	7	115’71	46’14	119’43	109’77	106’86	148’82	32’86	82’61
GRUPOS VIRTUALES 2020/21	5	242’00	153’04	106’00	74’70	23’20	43’09	4’00	5’48
TOTAL	22	172’36	243’28	192’64	278’81	72’41	112’93	29’23	66’32

Tabla 21: Medias y varianzas estándares de las cuatro actividades y para cada conjunto de grupos según la creatividad

Posteriormente, para observar la mediana, los datos atípicos o los valores extremos de las cuatro actividades según las puntuaciones absolutas de la originalidad en los tres grupos se creó un diagrama de cajas. Se apreció que al igual que en la originalidad, la mediana coincidía en los tres grupos únicamente en la actividad de validación (ver Gráfico 5).

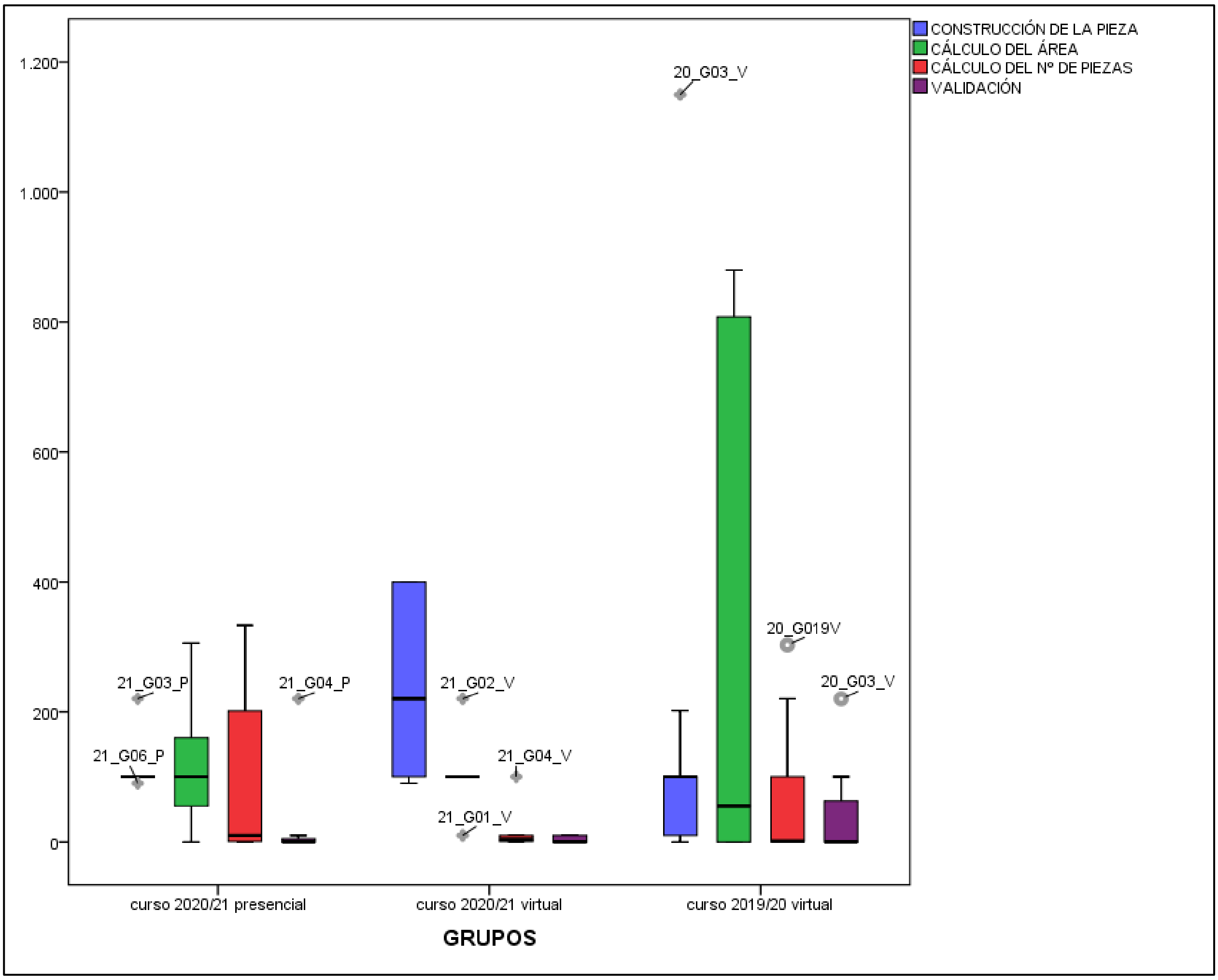


Gráfico 5: Diagramas de cajas para las puntuaciones absolutas de la creatividad en cada una de las actividades para los tres grupos

Para finalizar, se creó un gráfico de barras apilado (Gráfico 6) donde se observó que la mayoría de las puntuaciones se encontraban en un intervalo [0,500), no obstante, en la actividad 2 había algún grupo del curso 2019/20 con puntuaciones en el intervalo [1000,1500) y de la actividad 1 con puntuaciones en el intervalo [500,1000).

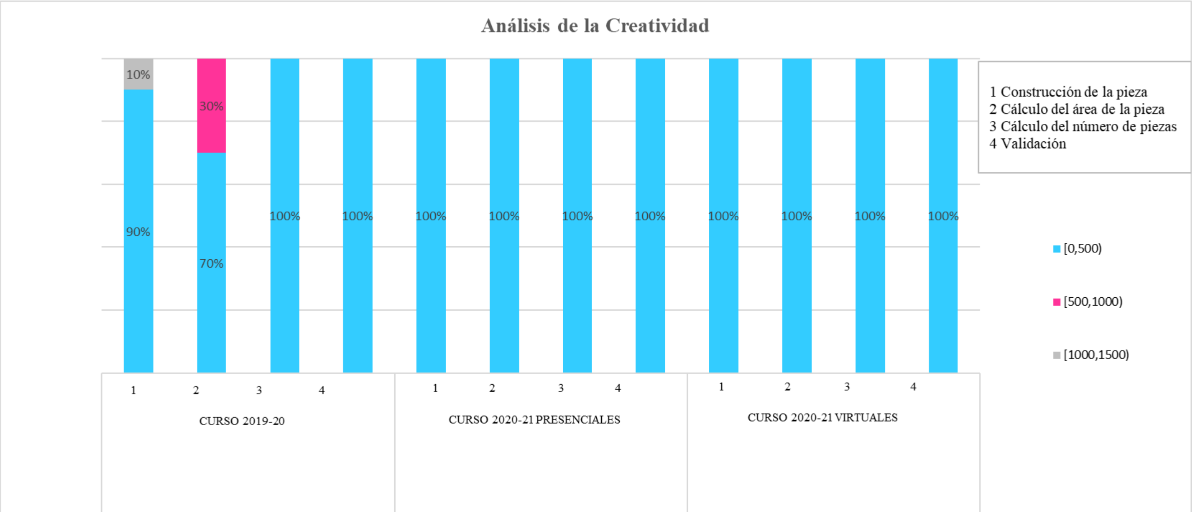


Gráfico 6: Análisis de la creatividad según la puntuación obtenida en cada una de las actividades y según los grupos

CAPÍTULO IV DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

CAPÍTULO IV: DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

Este trabajo tenía como objetivo analizar la creatividad de una pequeña muestra de resoluciones dadas por los estudiantes del Grado de Maestro en Educación Primaria de la Universidad de Salamanca cuando resolvían un problema de modelización matemática, atendiendo a la fluidez, flexibilidad y originalidad de las resoluciones obtenidas. Lo que se pretendía con este análisis era determinar si la puntuación en la flexibilidad, originalidad o creatividad diferían de unos estudiantes a otros.

Debido a la escasez de trabajos en este sentido, con este trabajo se decidió hacer un aporte nuevo a la investigación. Ampliando el campo del análisis de la creatividad que tuvo sus orígenes en Leikin (2009), a una tarea de modelización concreta que fue resuelta por futuros docentes.

En el análisis de Schalper (2013) se puso de manifiesto que la enseñanza virtual tenía mayor efectividad que la enseñanza presencial. Sin embargo, en este trabajo realizando test de hipótesis para la flexibilidad, originalidad y creatividad no existían diferencias entre los dos tipos de enseñanza.

Otra novedad que se introdujo en el estudio fue establecer una comparativa entre dos cursos académicos para ver si existían diferencias en las puntuaciones de la flexibilidad, originalidad y creatividad.

CONCLUSIONES

Al comienzo de esta investigación se propusieron unos objetivos a conseguir y que tras haber ido exponiendo los resultados de manera progresiva a lo largo de la memoria, se puede concluir que se han alcanzado. Los resultados se consiguieron gracias a la creación del instrumento de análisis que fue fruto de esta investigación y se caracterizó por ser de uso exclusivo para la tarea de modelización que se les propuso a los futuros maestros.

En primer lugar, lo que se pretende principalmente con el análisis de la flexibilidad es comprobar si existen diferencias significativas entre los tres conjuntos de grupos que han realizado la práctica teniendo en cuenta el curso académico (2019/20 o 2020/21) y el tipo de docencia (presencial o virtual). Tras haber extraído los resultados cabe destacar que no existían diferencias entre los tres grupos.

Respecto al análisis de la originalidad no se encuentran diferencias significativas entre ninguno de los tres grupos, ni entre los grupos dos a dos. Por tanto, la conclusión que se puede sacar de este resultado es que los futuros maestros tienen una originalidad similar a pesar de que su tipo de enseñanza o curso académico haya sido diferente.

Respecto al análisis de la creatividad no se encuentran diferencias significativas entre ninguno de los tres grupos, ni entre los grupos dos a dos. Por tanto, la conclusión que se puede sacar de este resultado es que los futuros maestros tienen una creatividad similar a pesar de que su tipo de enseñanza o curso académico haya sido diferente.

No obstante, al realizar un análisis descriptivo se pudo ver que había algunos grupos, sobre todo los virtuales del curso 2019-20, que destacaba por su creatividad en alguna de las actividades ya que realizaron varias soluciones diferentes. Esto puede deberse a que los futuros maestros se encontraban en un estado de confinamiento decretado por el gobierno de España por la pandemia de la COVID-19.

Además, se puede destacar que la estrategia más utiliza en la construcción de la pieza fue las medidas lineales y la figura de partida el cuadrado lo que indica que el objetivo de aprendizaje de la tarea de modelización que era desarrollar capacidades relacionadas con la modelización en las matemáticas utilizando contenidos vinculados con el concepto de medida tuvo una gran repercusión sobre los futuros docentes.

Teniendo en cuenta el segundo objetivo específico, se debe destacar que pese a ser un problema de modelización matemática tan solo el 36’36% de los grupos realizan la actividad de validación. Por lo tanto, esto es un dato que influirá considerablemente a posteriori en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los alumnos de Primaria, sobre todo cuando se planteen problemas de modelización matemática. Además, a pesar de que el enunciado del problema ponía claramente las dos actividades que se debían realizar un 9’09% de los grupos no realizaron una de las dos actividades.

Para el tercer objetivo específico y debido a los resultados anteriores, se procedió a realizar pruebas U de Man Whitney para probar si existían diferencias de los grupos anteriores dos a dos. Observando los resultados, únicamente se encontraron diferencias significativas entre los grupos virtuales de 2019-20 y los grupos virtuales de 2020-21 en la actividad de la construcción de la pieza para la flexibilidad. Con estos resultados, en la Tabla 11 se apreció que los grupos virtuales de 2020-21 superaban en 4’39 puntos de media de flexibilidad en la construcción de la pieza a los grupos virtuales de 2019-20. Se puede concluir que los futuros maestros del curso 2020-21 con clases virtuales son más flexibles en la construcción de la pieza que los del curso 2019-20 con clases virtuales.

Esta investigación se ha desarrollado con el apoyo de la beca de colaboración del Ministerio de Educación y Formación Profesional en la convocatoria de 2020-21.

Producto de esta investigación se ha publicado un póster en las actas del Simposio titulado “Análisis de la flexibilidad en la resolución de una tarea de modelización por futuros maestros” (Martínez-Lastras et al., 2021).

Este estudio cuenta con una serie de limitaciones que han de tenerse en cuenta. La principal es el tamaño de la muestra utilizada, ya que por disponibilidad solo participaron estudiantes de dos cursos académicos.

El instrumento de análisis se ha desarrollado a partir de las resoluciones de los 22 grupos para una tarea de modelización concreta y al cambiar de tarea o tener más datos, el instrumento puede variar.

A la hora de estudiar las resoluciones, únicamente nos hemos centrado en las evidencias disponibles que eran los documentos escritos por los estudiantes y, por tanto, puede que algunos estudiantes realizaran algún cálculo o actividad que no se ha tenido en cuenta por no estar explícito en los documentos.

Los resultados y conclusiones obtenidos hacen referencia al trabajo y no pretenden ser generalizados ya que es un análisis de unas resoluciones concretas.

Este trabajo tiene varias implicaciones educativas que pueden servir para ayudar a los docentes y a las editoriales de los libros de texto sobre las ventajas de realizar tareas de modelización y tareas creativas que, a su vez, encajen mejor con la filosofía de los organismos educativos oficiales.

A través de las tareas de modelización matemática los alumnos conectan el aprendizaje matemático llevado a cabo en el aula con situaciones que puedan encontrarse en su vida cotidiana. Con este tipo de tareas se pretende que los alumnos desarrollen habilidades y competencias, tanto profesionales como sociales, ya que se utilizan contextos que el estudiante puede encontrar en cualquier momento de su desarrollo personal.

Por otro lado, las tareas creativas despiertan en los alumnos diferentes perspectivas de resolver un problema sin tener que dar una respuesta fija y elegir un método concreto.

En definitiva, si se realizan tareas de modelización matemática en el aula, los alumnos pueden lograr desarrollar una capacidad de creatividad y acostumbrarse a validar los resultados matemáticos obtenidos. Además, verían los conocimientos matemáticos como algo que se puede aplicar a la realidad y no les resultaría esta materia tan aburrida y difícil. Por tanto, los docentes no deben conformarse con las tareas que se plantean en los libros de texto, sino que hay que proponer más tareas como las mencionadas anteriormente para dotar a los alumnos de capacidad crítica suficiente para que incluso puedan dudar de lo que se les enseña.

Teniendo en cuenta las limitaciones encontradas, podrían realizarse otros trabajos en los que los intereses fueran parecidos a este documento y que permitiera el avance en la investigación educativa.

En cuanto a las perspectivas de futuro para el trabajo serían:

- Realizar la investigación ampliando la muestra para así poder completar con más profundidad el instrumento de análisis.
- Repetir el estudio, pero con resoluciones dadas por estudiantes que cursan el Grado en Maestro en Educación Infantil.
- Analizar la creatividad de los alumnos del Máster en Formación de profesores de Educación Secundaria.

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

REFERENCIAS

REFERENCIAS

Esta página ha sido dejada en blanco intencionadamente

REFERENCIAS

Benito, J. (2020). Implementación de actividades de modelización, STEM y Maker en Enseñanza Secundaria. *Números, 104*, 83–102. http://www.sinewton.org/numeros

Blomhoej, M., y Hojgaard, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, *22*(3), 123–139. https://doi.org/10.1093/teamat/22.3.123

Blum, W. (2002). ICMI study 14: Applications and modelling in mathematics education - discussion document. *Educational Studies in Mathematics, 51*, 149–171. https://doi.org/10.1007/BF02655826

Bolden, D. S., Harries, T. V., y Newton, D. P. (2010). Pre-service primary teachers' conceptions of creativity in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *73*, 143–157. http://dx.doi.org/10.1007/s10649-009-9207-z Publisher's

Borromeo, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *International Journal on Mathematics Education*, *38*(2), 86–95. https://doi.org/10.1007/BF02655883

Chamoso, J., y Cáceres, M.J. (2009). Analysis of the reflections of student-teachers of mathematics when working with learning portfolios in Spanish university classrooms. *Teaching and Teacher Education*, *25*(1), 198–206. https://doi.org/10.1016/j.tate.2008.09.007

Chamoso, J., y Cáceres, M.J. (2016). Diseño e implementación de una asignatura de formación de docentes reflexivos de Matemáticas que considera los contenidos globalizados. *Cuadernos de Investigación y Formación En Educación Matemática*, *0*(15), 69–81.

Chiu, M. S. (2009). Approaches to the teaching of creative and non-creative mathematical problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *7*, 55–79. https://doi.org/10.1007/s10763-007-9112-9

Cordero, F., Suárez, L., Mena, J., Arrieta, J., Rodríguez, R., Romo, A., Cârsteanu, A., y Solís, M. (2009). La modelización y la tecnología en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 22*, 1717–1726.

Desli, D., y Zioga, M. (febrero de 2015). *Looking for Creativity in Primary School Mathematical Tasks*. [Conference paper]. https://www.researchgate.net/publication/309210159%0ALooking

Gallart, C., Ferrando, I., y Garcia-Raffi, L. (2015). Análisis competencial de una tarea de modelización abierta. *Números*, *88*, 93–103. http://www.sinewton.org/numeros

REFERENCIAS

Gallart, C., Garcia-Raffi, L. M., y Ferrando, I. (2017). Análisis de los procesos de resolución de tres tareas de modelización. *Modelling in Science Education and Learning*, *10*(2), 137–152. https://doi.org/10.4995/msel.2017.6680

Gómez, J. (1998). *Contribució a l'estudi dels processos de modelització a l'ensenyament/aprenentatge de les Matemàtiques a nivell universitari*.[Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona].

Irigoyen, M. E., Alvarado, A., y González-Astudillo, M. T. (2021). Diseño de una experiencia de modelización en una situación de optimización. *Quadrante*, *30*(1), 242–266. https://doi.org/https://doi.org/10.48489/quadrante.23593

Kwon, O. N., Park, J. S., y Park, J. H. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. *Asia Pacific Education Review*, *7*(1), 51–61. https://doi.org/10.1007/BF03036784

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students*, 9, 129–145.

Leikin, R., y Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: What makes the difference?. *International Journal on Mathematics Education*, *45*(2), 183–197. https://doi.org/10.1007/s11858-012-0460-8

Lesh, R., y Doerr, H. (2003). Beyond Constructivism, Models and Modeling Perspectives on Mathematics Problem Solving, Learning, and Teaching. *International Journal on Mathematics Education*, *35*(6), 325–329. https://doi.org/10.4324/9781410607713

Llinares, S., y Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. Gutiérrez, A. (Ed.), *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*. (429–459).

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *International Journal on Mathematics Education*, *38*(2), 113–142. https://doi.org/10.1007/BF02655885

Mann, E. L. (2006). Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, *30*(2), 236–260. https://doi.org/10.4219/jeg-2006-264

Martell, J. M., y Aramayano, J. (2021). Invertir para mejorar la educación matemática (y no solo). *El País*.

REFERENCIAS

Martínez-Lastras, S., Cáceres-García, M.J., González-Astudillo, M. T., Rodríguez-Sánchez, M. M., y Sánchez-Barbero, B. (2021). *Análisis de la flexibilidad en la resolución de una tarea de modelización por futuros maestros.(En prensa).*

Montero, E., y Callejo, M. L. (2019). Cambios en cómo estudiantes para maestros anticipan respuestas de niños de primaria. En J.M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J.M. Muñoz-Escolano y A. Alsina (Eds.), *Investigación En Educación Matemática XXIII*, 433–442. SEIEM: Universidad de Valladolid.

Ortiz, J., Castro, E., y Rico, L. (2014). Uso de la modelización matemática en actividades didácticas. Análisis de una situación problema. En J.M. Muñoz, A. Arnal, P. Beltrán, M.L. Callejo, y J. Carrillo (Eds.), *Investigación En Educación Matemática XXI*, 377–387. SEIEM: Universidad de Zaragoza.

Quiroz, S., y Rodríguez, R. (2015). Análisis de praxeologías de modelación matemática en libros de texto de educación primaria. *Educación Matemática*, *27*(3), 45–79.

Schalper, J. (2013). *Análisis comparativo de la efectividad y de la satisfacción usuaria entre la enseñanza presencial y virtual de la macropatología e histopatología en alumnos de medicina de la Universidad San Sebastián de Concepción*. .[Tesis Doctoral, Universidad de Concepción de Chile].

Sierra, L., Juan, M. A., Garcia-Raffi, L., y Gómez, J. (2011). Estrategias de aprendizaje basadas en la modelización matemática en Educación Secundaria Obligatoria. *Jornadas de Enseñanza y Aprendizaje de Las Matemáticas XV JAEM*, 1–20. https://upcommons.upc.edu/handle/2117/12689

Silver, E. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *International Journal on Mathematics Education*, *29*(3), 75–80. https://doi.org/10.1007/s11858-997-0003-x

Trigueros, M. (2009). El uso de la modelización en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, *9*(46), 75–87. https://www.redalyc.org/pdf/1794/179414894008.pdf