

INTERPOLACIÓN

Ejercicio 1. Calculad el polinomio de interpolación para la siguiente tabla de puntos:

x	-1	1	3	4
y	3	0	2	1

Ejercicio 2. Determinad el polinomio interpola los datos $f(0) = 0$, $f(1) = 1$ y $f(2) = 2$.

Ejercicio 3. Dada la siguiente tabla de puntos

x	-1	1	2
y	2	1	2

- Calculad el polinomio de interpolación y estimad el valor de “y” para $x = 0$.
- Calculad el polinomio de interpolación lineal a trozos y el polinomio de Hermite.

Ejercicio 4. En una ciudad se han tomado los datos sobre su población en los últimos años, obteniéndose la siguiente tabla:

Año	1960	1970	1980	1990	2000
Población	131700	150670	179320	203240	226500

Estimad la población en el año 1985 y predecid la población para el 2010.

Ejercicio 5. Dada la función $f(x) = \sin(\pi x)$, hallad el polinomio que interpola a $f(x)$ en los puntos $\{-1, -0.5, 0, 0.5, 2\}$.

Ejercicio 6. Aproximad la función $y = e^{x^2}$ en el intervalo $[0,2]$ mediante un polinomio de grado 2 sabiendo que toma los siguientes valores:

x	0	1	2
y	1	2.718	54.598

Estimad, usando dicho polinomio, el valor de $\sqrt[4]{e}$ y comparadlo con el valor obtenido por medio de la calculadora o el ordenador. Calculad una cota del error que se comete al interpolar dicha función en el intervalo $[0,2]$.

Ejercicio 7. Obtened un polinomio de grado 2 que interpola la función $f(x)=1/x$ en los puntos $x_0 = 2$, $x_1 = 2.5$ y $x_2 = 4$. Calculad una cota del error.

Ejercicio 8. Sea $f(x) = 3x e^x - e^{2x}$. Aproximad $f(1.03)$ utilizando un polinomio de interpolación de grado 3 como máximo. Calculad una cota del error.

Ejercicio 9. A un vehículo que viaja sobre un camino recto se le toman lecturas de distancia y velocidad a diferentes tiempos. Los datos de las observaciones se proporcionan en la siguiente tabla donde el tiempo está en segundos, la distancia en pies y la velocidad en pies/segundo.

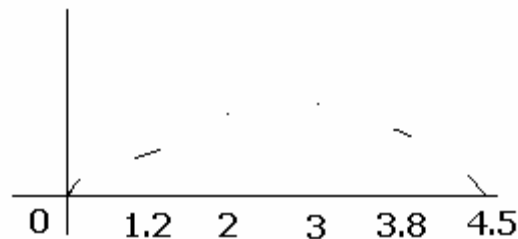
Tiempo	0	3	5	8	13
Distancia	0	225	383	623	993
Velocidad	75	77	80	74	72

- Predecid la posición y velocidad del vehículo a los 10 segundos.
- ¿Cuándo el vehículo excede la velocidad de 55 mps?
- ¿Cuál es la velocidad máxima del vehículo?

Ejercicio 10. Un coche que viaja por una carretera recta es cronometrado en algunos puntos. Los datos de las observaciones dan la siguiente tabla, donde el tiempo está en segundos, la distancia en metros y la velocidad en m/s. Estimad la posición del coche, así como su velocidad, en el instante $t = 10$. Criticad las aproximaciones obtenidas.

Tiempo	0	4	8	12
Distancia	0	230	600	900
Velocidad	25	28	30	27

Ejercicio 11. Se quiere diseñar un automóvil que se ajuste a las características de la siguiente figura:



Los datos más relevantes son los siguientes:

- En $x = 0$ la altura debe ser 0 y la pendiente 1
- En $x = 1.2$ la altura y la pendiente serán 0.5
- En $x = 2$ la altura será 1 y en $x = 3$, 1.5 (para estos puntos no se dispone de datos sobre la pendiente).
- En $x = 3.8$ la altura debe ser 0.6 y la pendiente $-2/3$.
- En $x = 4.5$ la altura será 0 y la pendiente -3.5

Encontrad una función apropiada y representadla.

Ejercicio 12. Demostrad si la siguiente función es un splin cúbico:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x & x \leq 0 \\ x^3 - x & x \geq 0 \end{cases}$$

Ejercicio 13. ¿Cuáles de las propiedades de un splin cúbico natural posee la siguiente función y cuáles no posee?

$$f(x) = \begin{cases} (x+1) + (x+1)^3 & x \in [-1, 0] \\ 4 + (x-1) + (x-1)^3 & x \in (0, 1] \end{cases}$$

Ejercicio 14. Determinad los coeficientes a , b , c , d de manera que la función siguiente sea un splin cúbico natural:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 1 & x \in [-1, 0] \\ 3x^3 - 1 & x \in [0, 1] \end{cases}$$